

國立交通大學

統計學研究所

碩士論文

第一階段剖面資料監控方法應用在工具磨損製  
程上之研究

Phase I Profile Monitoring for Tool Wearing Processes



研究生：李和憲

指導教授：洪志真 博士

中華民國九十九年六月

第一階段剖面資料監控方法應用在工具磨損製程上之研究

Phase I Profile Monitoring for Tool Wearing Processes

研究生：李和憲

Student : He-sian Lee

指導教授：洪志真 博士

Advisor : Dr. Jyh-Jen Horng Shiau

國立交通大學



Submitted to Institute of Statistics  
College of Science  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
In  
Statistics  
June 2010  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年六月

# 第一階段剖面資料監控方法應用在工具磨損製程上之研究

學生：李和憲

指導教授：洪志真 博士

國立交通大學統計學研究所碩士班

## 摘 要

在產品製造過程中，工具磨損之監控是一個非常重要的議題。由於機具設備持續運轉製造產品，工具逐漸產生磨損，此種磨損會導致製造出來的產品逐漸不符合規格。一般工具磨損監控的問題是從產品是否符合規格著手，找出更換工具的適當時機，而我們關心的是製造過程中是否有發生可歸屬原因，進而影響製程的穩定。此篇論文將第一階段剖面資料監控方法應用在工具磨損的問題上，期望能將歷史資料中有可歸屬原因的資料挑出並剔除，而得一組管制中之資料以估計正常工具磨損下的品質特性之趨勢函數，以供第二階段進行線上監控使用，進而維持製程的穩定。

本文假設工具磨損造成品質特性有線性趨勢，使用 Stover and Brill (1988), Kang and Albin (2000), Kim et al. (2003), Mahmoud and Woodall (2004)所提出的第一階段剖面資料監控方法來監控工具磨損的製程。並且不光是使用失控訊號率來比較各方法的績效，也使用偵測力、假警報率，以及使用 Jaccard (1908)所提出的 Jaccard 指標來合併偵測力與假警報率，避免使用眾多指標比較績效的困擾。此外，本文建議結合 Shiau and Sun (2009)所提的 OAAT (one-at-a-time)剔除策略，經過電腦模擬證實此策略可維持原有偵測力並擁有假警報率下降的優點。在此透過鋁蓋工具磨損資料與碳化鎢刀具壽命資料兩個例子來說明我們所提出的監控程序與剔除策略。

# Phase I Profile Monitoring for Tool Wearing Processes

Student: He-Sian Lee

Advisor: Dr. Jyh-Jen Horng Shiau

Institute of Statistics  
National Chiao Tung University

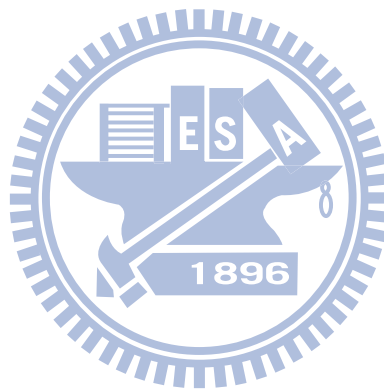
## Abstract

In many manufacturing processes, monitoring tool wearing is an important issue. As the machining operation continues, tools wear gradually, which deteriorates the quality of the product/process and may eventually cause the product items out of specification. Hence, a proper control on tool wear is necessary. Most of the tool-wear control focus on tool replacement, trying to set a policy to replace the tool at appropriate times that is cost-effective while keeping product items in spec. In this thesis, we study the tool wearing problem from the aspect of statistical process control (SPC) and focus on process monitoring. The main objective of SPC process monitoring is to keep the process in statistical control, which can be achieved by using control charts to detect process shifts and then find/eliminate the corresponding assignable causes. Since tool wearing is an inevitable and systematic process shift for the process, it should be viewed as a common cause of process variation instead of as an assignable cause. Thus, when implementing a control chart for too-wear processes, it is necessary to adjust the chart to avoid unwanted out-of-control signals due to tool wearing.

In this study, we focus on Phase I process monitoring for tool-wear processes. Assuming several sets of historical data were collected, each contains the values of the quality characteristic of interest when a piece of tool was in use. By treating each set of data as a profile, we consider applying a Phase I profile monitoring scheme to perform our Phase I analysis. For the tool-wear process with a linear trend, we study and compare four existing linear profile monitoring schemes, including the schemes developed in Stover and Brill (1988), Kang and Albin (2000), Kim et al. (2003), and Mahmoud and Woodall (2004). Instead of using the usual signal probability as the comparison criterion, we propose using the false-alarm rate, detecting power, and a

Jaccard index that combines the false-alarm rate and detecting power to compare the performances of these schemes. We also study by simulation the effectiveness of the OAAT (one-at-a-time) scheme for Phase I analysis proposed by Shiau and Sun (2009) in this context, and confirm that deleting one out-of-control profile at a time indeed reduces the false-alarm rate dramatically while retaining the detecting power when compared with the traditional delete-all strategy.

Finally, we illustrate the applicability and effectiveness of the proposed scheme with one real-life tool-wear example and a potential application.



## 誌 謝

時光匆匆，兩年的研究所生活一下就過去了，我的求學生涯也即將在此刻暫時劃上句點，即將邁向人生的另一個階段。

在此由衷地感謝我的指導教授 洪志真老師，有了老師細心、耐心的指導，不厭其煩地為我解決疑惑，這篇論文才能夠順利完成。謝謝口試委員曾勝滄老師、黃榮臣老師以及陳志榮老師，由於老師們對這篇論文的指正與建議，使整篇論文能夠更加完整、充實。

謝謝身邊的同學、朋友們，以及所有幫助過我的人，因為你們我才可以順順利利的完成此篇論文。特別是我的戰友清豪，一年多來我們一起為論文奮鬥、一起努力，互相勉勵，這樣的感覺真的很好。最後謝謝一直陪伴著我的家人們，有你們的支持，讓我求學的一路上沒有後顧之憂。

在此，將本論文獻給我的師長、家人和朋友們，致上我最誠摯的謝意，謝謝你們。

和憲 於交通大學統計學研究所

中華民國九十九年六月

# 目 錄

<b>第一章 緒論</b>	<b>1</b>
1.1 前言.....	1
1.2 研究動機與目的.....	2
1.3 研究架構.....	4
<b>第二章 文獻回顧</b>	<b>6</b>
2.1 方法 A：Stover and Brill (1988).....	7
2.2 方法 B：Kang and Albin (2000).....	8
2.3 方法 C：Kim et al. (2003).....	9
2.4 方法 D：Mahmoud and Woodall (2004).....	11
<b>第三章 方法論與電腦模擬</b>	<b>15</b>
3.1 Jaccard 指標.....	15
3.2 其他指標.....	18
3.3 OAAT.....	18
3.4 模擬參數設定與模擬步驟.....	19
3.5 績效比較.....	23
<b>第四章 應用實例分析</b>	<b>27</b>
4.1 鋁蓋製造實例應用.....	27
4.2 其他應用.....	33
<b>第五章 結論及未來展望</b>	<b>39</b>
<b>參考文獻</b>	<b>41</b>
<b>附錄 A</b>	<b>43</b>
<b>附錄 B</b>	<b>52</b>

## 圖目錄

圖一、針對失控狀態使用 Jaccard 指標來衡量管制圖績效示意圖.....	17
圖二、針對穩定狀態使用 Jaccard 指標來衡量管制圖績效示意圖.....	17
圖三、鋁蓋高度趨勢圖.....	28
圖四、方法 A 建置的管制圖.....	31
圖五、方法 B 建置的管制圖.....	31
圖六、方法 C 針對截距項建置的管制圖.....	31
圖七、方法 C 針對斜率項建置的管制圖.....	31
圖八、方法 C 針對誤差變異數建置的管制圖.....	32
圖九、方法 D 針對誤差變異數建置的管制圖.....	32
圖十、方法 D 針對截距項建置的三倍標準差管制圖.....	32
圖十一、方法 D 針對斜率項建置的三倍標準差管制圖.....	32
圖十二、碳化鎢車刀在主軸轉速 600rpm 下刀腹磨耗變化情形.....	34
圖十三、電腦生成的刀具磨損剖面資料圖.....	35
圖十四、方法 A 建置的管制圖.....	37
圖十五、方法 B 建置的管制圖.....	37
圖十六、方法 C 針對截距項建置的管制圖.....	38
圖十七、方法 C 針對斜率項建置的管制圖.....	38
圖十八、方法 C 針對誤差變異數的管制圖.....	38
圖十九、方法 D 針對誤差變異數的管制圖.....	38
圖二十、方法 D 針對截距項建置的三倍標準差管制圖.....	38
圖二十一、方法 D 針對斜率項建置的三倍標準差管制圖.....	38

## 表目錄

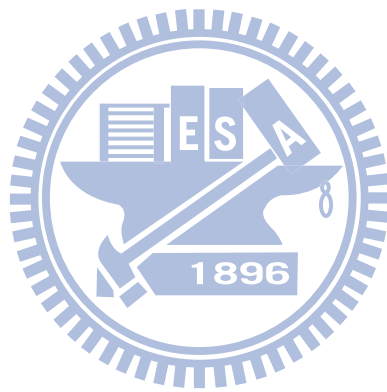
表一、當 $k = 20$ 時各方法的個別假警報機值相對於整體假警報率.....	22
表二、鋁蓋元件高度(單位：mm).....	27



## 附錄 A 目錄

附圖 A.1 截距偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 5$ ).....	43
附圖 A.2 截距偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 2$ ).....	44
附圖 A.3 斜率偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 5$ ).....	45
附圖 A.4 斜率偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 2$ ).....	46
附圖 A.5 變異數偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 5$ ).....	47
附圖 A.6 變異數偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 2$ ).....	48
附圖 A.7 截距偏移使用 OAAT 與剔除全部策略的偵測力與假警報率比較圖.....	49
附圖 A.8 斜率偏移使用 OAAT 與剔除全部策略的偵測力與假警報率比較圖.....	50
附圖 A.9 變異數偏移 OAAT 與剔除全部策略的偵測力與假警報率比較圖.....	51





# 第一章 緒論

## 1.1 前言

統計製程管制 (statistical process control, 簡稱 SPC) 是一個現今工業能否提升競爭力的關鍵因素，因為現在企業必須生產出符合消費者期待的產品才能獲得消費者的認同，進而提升競爭力以及品牌形象。在生產過程中，製程一定會受到許多不可控制的因素所干擾而導致變異發生，故我們常會用機率分佈來描述製程下之產品的品質特性 (quality characteristic)。有些變異是存在於系統的、不可控制的，如一些環境因素所造成的，我們稱這些變異因素為機遇原因 (chance causes)；另外，變異也可能因為操作員不當操作、材料改變等等特殊原因所引起，這些因素則稱為可歸屬原因 (assignable causes)。機遇原因造成的變異通常較微小，對品質特性影響並不大；相反地，而可歸屬原因的變異通常較大，可能嚴重影響品質特性。

Mongomery (2009) 提到管制圖 (control chart) 是一種被現今廣泛使用的製程監控工具，而根據製程的不同，選擇適合的管制圖也是個重要的課題。當製程在管制狀態下，理想的品質特性分配應該只包含機遇原因所造成的變異，而利用管制圖作監控主要目的則在於能迅速地偵測出製程中可歸屬原因所造成的參數偏移，防止在更多不良品被製造出來之前，就能針對製程進行診斷並採取修正的措施。

SPC 製程監控一般分為第一階段 (phase I) 和第二階段 (phase II)。在第一階段

裡，主要目標是分析歷史製程資料，看製程是否穩定。若某些資料狀況異常，則進一步了解變異來源，以確保製程穩定；若變異是可歸屬原因即可將該組資料去除，去除後由剩下的穩定資料可得到在穩定狀態下之製程參數。第二階段則是利用第一階段得到的製程參數估計值，建立管制上下限來進行線上監控制程是否穩定。

## 1.2 研究動機與目的

在某些產品製造過程中，工具磨損 (tool wearing) 之監控是一個非常重要的議題。工具磨損通常發生於生產過程中，包含有銑床 (milling machines)、鑽床 (drilling machines)、車床 (lathes) 等製程，由於機具設備持續運轉製造產品，工具將逐漸產生磨損的現象。由於此種磨損是無法避免的，而工具的磨損會導致製造出來的產品不良率逐漸上升或者產品逐漸遠離規格，因此必須對工具作有效的監控以維持產品品質，並且找出工具汰換的最佳時間點，因為過早汰換工具會導致成本提高，倘若錯過汰換工具的最佳時機，導致製造出來的產品品質過於低劣，有可能嚴重影響公司聲譽。另外工具磨損的過程中，也有可能發生可歸屬原因並造成品質特性偏移。異常的偏移也會導致製造出的產品不符合規格，也會使得工具汰換時間與原先預估的時間不一致，造成製造成本的浪費，所以必須快速偵測到異常，並進一步了解變異來源，以確保製程以及工具汰換穩定。

在本文中，我們簡化問題只討論產品或製程品質特性是呈現線性趨勢 (linear

trend)，可視為品質因工具磨損而導致線性下降。因為這些不可避免的磨損都是屬於正常狀況，若使用一般的統計製程管制方法會太輕易將製程視為有異常狀況產生而提前停機檢查，造成困擾與成本之增加。故直接應用一般的管制圖於品質特性上是不可行的。因此正確的監控作法應為：除非機具運作發生異常，或諸如此類有歸屬原因之不正常狀況，導致品質的線性趨勢與以往有顯著不同，才應考慮採取停機檢查或提早汰換工具等措施。

本文只討論第一階段製程的工具磨損問題。當製程或產品的品質特性可由一個反應變數及一個或多個解釋變數之間的關係所描述，而這樣的反應變數和解釋變數之間的關係一般稱為剖面 (profiles)。由於工具在使用期間所對應的品質特性呈線性趨勢，可視為一組線性剖面資料 (linear profiles)，因此我們使用監控第一階段線性剖面資料的方法來處理這類的問題。而同一款工具中有一組一組品質特性隨著時間工具磨損而變化的歷史資料，我們可視為一組一組的剖面資料。第一階段分析即企圖將因為不明原因發生異常而造成該組剖面資料與其他組有差異的離群值剔除。而監控剖面資料的方法有諸多文獻著重在這方面，本文依文獻提出之先後介紹四種方法，並且比較這四種方法在不同情況下的績效。

在 Mahmoud and Woodall (2004) 以及眾多剖面資料分析的文獻，只利用失控訊號率 (signal probability) 來衡量各監控方法的績效。但是失控訊號率並不是一個很好的衡量準則，因為它包含了偵測力與假警報率在其中。為了改進上述的問題，我們將偵測力與假警報率分開比較，並加入一個能夠結合這兩個準則，而且有其

實際背後意義的準則 Jaccard 指標 (Jaccard index)，期望此指標能夠顯現出監控方法的真正績效。

由於傳統剔除策略一次會剔除掉所有發出失控訊號的資料，但其中可能包含了被誤判的穩定資料，造成假警報的發生。為了減少此種狀況的發生，我們引入 Shiau and Sun (2009)所提出的 OAAT 策略，期望能夠降低假警報率。

### 1.3 研究架構

第一章為緒論，主要針對前言及研究動機做敘述。第二章主要敘述對監控第一階段剖面資料的文獻探討及討論。Stover and Brill (1988)先提出一個  $T^2$  統計量來建置管制圖；Kang and Albin (2000)接著使用較佳的共變異數矩陣估計量來改進原先的  $T^2$  統計量；之後 Kim et al. (2003)先將資料經過中心化 (centered)，並提出在第一階段使用三個 Shewhart 管制圖分開監控截距、斜率和變異數。Mahmoud and Woodall (2004)使用指示函數建立一個全域 (global)檢定來監控所有剖面之迴歸係數是否全相同，並搭配一個單變量的管制圖來監控製程變異數，這樣一來省去不必要的步驟。

第三章會先對 Jaccard 指標、其他常用指標和 OAAT 剔除策略作介紹，以及其對我們的問題有什麼貢獻都在前三節會詳細敘述。第四與第五節則是使用第二章所提到的方法作電腦模擬，並且觀察模擬的結果，由指標圖來比較各個方法的績效，以及比較傳統剔除策略以及 OAAT 策略的差別。

第四章敘述一個製造鋁蓋的工具磨損應用實例。先由文獻上資料估計鋁蓋高度在正常狀態下之模型，並由此生成工具磨損的模擬剖面資料，接著套用本文使用的方法及剔除策略，實際了解各方法的監控流程，並討論各方法的績效。除了製程監控方面，我們亦將本文方法應用於在固定轉速下刀具磨損的壽命分析，期望能夠將異常的刀具壽命資料剔除，取得穩定的刀具壽命函數，以利車床操作員在適當時間汰換刀具。第五章為本文作結論以及未來可繼續深入探討的問題。



## 第二章 文獻回顧

Mahmoud and Woodall (2004)中回顧了在第一階段監控剖面資料由不同學者提出的四種方法，並且比較各個方法在不同偏移情形下的優劣。假設從歷史資料中取得  $k$  組隨機樣本，每組隨機樣本皆隨著時間或編號  $X (x_1, \dots, x_n, \text{共}n\text{個點})$  去記錄當下的製程或產品的品質特性  $Y$ ，也就是說我們會有  $k$  條如  $\{(x_i, y_{ij})\}_{i=1}^n$  這樣的製程歷史資料，其中  $j=1, 2, \dots, k$ 。假設自變數  $X$  和反應變數  $Y$  有以下的線性模型假設：

$$y_{ij} = A_{0j} + A_{1j}x_i + \varepsilon_{ij}, \text{ 其中 } i=1, 2, \dots, n \text{ 和 } j=1, 2, \dots, k, \quad (1)$$

其中當固定  $j$  時  $\varepsilon_{ij}$  來自於 iid 的  $N(0, \sigma_j^2)$  隨機分配。假如製程呈現穩定狀態則其參數

$$A_{0j} = A_0, A_{1j} = A_1, \sigma_j^2 = \sigma^2, j=1, 2, \dots, k, \quad (2)$$

其中  $A_0, A_1, \sigma^2$  為穩定狀態的製程參數。在第一階段分析中，我們試著想要找出失控的剖面樣本，並且從資料裡剔除它們，最終目標是得到第二階段所使用的穩定狀態迴歸參數。

我們所關心的製程參數  $A_0, A_1$  相對於第  $j$  組樣本的最小平方法估計量可用下列式子算出：

$$a_{0j} = \bar{y}_j - a_{1j}\bar{x}, a_{1j} = S_{xy(j)} / S_{xx} \quad (3)$$

其中  $\bar{y}_j = \sum_{i=1}^n y_{ij} / n, \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n, S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, S_{xy(j)} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})y_{ij}$ 。我們由上可知最小平方法估計量  $a_{0j}$  和  $a_{1j}$  是服從二元常態分佈，在穩定狀態下平均數向量



為  $\boldsymbol{\mu} = (A_0, A_1)^T$  和共變異數矩陣為  $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & \sigma_{01} \\ \sigma_{01} & \sigma_1^2 \end{pmatrix}$ ，其中  $\sigma_0^2 = \sigma^2(1/n + \bar{x}^2/S_{xx})$ ，

$\sigma_1^2 = \sigma^2/S_{xx}$ ， $\sigma_{01} = -\sigma^2\bar{x}/S_{xx}$ 。定義  $Y$  的預測值  $\hat{y}_{ij} = a_{0j} + a_{1j}x_i$ ，而殘差  $e_{ij}$  為觀察值與預測值的差，也就是說， $e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$ 。而  $\sigma^2$  使用下式來估計

$$MSE_j = \sum_{i=1}^n e_{ij}^2 / (n-2), \quad j=1, 2, \dots, k. \quad (4)$$

並且  $a_{0j}$ 、 $a_{1j}$  以及  $MSE_j$  在穩定狀態下分別為  $A_0$ 、 $A_1$  與  $\sigma^2$  的不偏估計量。

## 2.1 方法 A：Stover and Brill (1988)

Stover and Brill (1988) 針對第一階段線性剖面製程監控提出了以下的方法。採用截距與斜率的最小平方法估計量來建構出下列統計量

$$T_j^2 = (\mathbf{z}_j - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_1^{-1} (\mathbf{z}_j - \bar{\mathbf{z}}), \quad j=1, 2, \dots, k, \quad (5)$$

其中的  $\mathbf{z}_j = (a_{0j}, a_{1j})^T$ ，而  $\bar{\mathbf{z}} = (\bar{a}_0, \bar{a}_1)^T = (\sum_{j=1}^k a_{0j}/k, \sum_{j=1}^k a_{1j}/k)^T$  和共變異數矩陣估計量  $\mathbf{S}_1 = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{pmatrix}$ ，而  $S_{11}$  和  $S_{22}$  分別為  $\{a_{0j}\}$  與  $\{a_{1j}\}$  的樣本變異數，而  $S_{12}$  為  $\{a_{0j}\}$  與  $\{a_{1j}\}$  的樣本共變異數，也就是說，

$$S_{11} = \frac{\sum_{j=1}^k (a_{0j} - \bar{a}_0)^2}{k-1}, \quad S_{22} = \frac{\sum_{j=1}^k (a_{1j} - \bar{a}_1)^2}{k-1},$$

$$S_{12} = \frac{\sum_{j=1}^k (a_{0j} - \bar{a}_0)(a_{1j} - \bar{a}_1)}{k-1}. \quad (6)$$

而 Tracy et al. (1992) 指出 (5) 式的  $T_j^2$  在第一階段是服從 Beta 分佈乘上一個常數，

亦即  $T_j^2 \sim \frac{(k-1)^2}{k} B(1, \frac{k-3}{2})$ 。因此 Tracy et al. (1992) 建議在第一階段使用

$$\frac{(k-1)^2}{k} B_{1,(k-3)/2,\alpha} \quad (7)$$

當作管制上限，其中  $B_{1,(k-3)/2,\alpha}$  代表 Beta 分佈而參數為 1 和  $(k-3)/2$  的  $100(1-\alpha)$  百分位數，而  $\alpha$  的設定會在第三章詳細說明。

## 2.2 方法 B : Kang and Albin (2000)

Kang and Albin (2000) 提出了與方法 A 類似的方法，但統計量  $T^2$  中使用了不同的共變異數矩陣估計量，以下是該方法的  $T^2$  統計量

$$T_j^2 = k(z_j - \bar{z})^T S_2^{-1} (z_j - \bar{z}) / (k-1), \quad j=1,2,\dots,k, \quad (8)$$

其中  $S_2 = \begin{pmatrix} S_{11}' & S_{12}' \\ S_{12}' & S_{22}' \end{pmatrix}$ ，為共變異數矩陣  $\Sigma$  中的  $\sigma^2$  用  $MSE$  來估計，而  $MSE$  由下式

所定義：

$$MSE = \sum_{j=1}^k MSE_j / k, \quad (9)$$

所以  $S_2$  裡面元素分別為  $S_{11}' = MSE \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)$ ， $S_{22}' = \frac{MSE}{S_{xx}}$ ， $S_{12}' = -MSE \left( \frac{\bar{x}}{S_{xx}} \right)$ 。因

$MSE_j$  為 (4) 式所定義的  $\sigma^2$  不偏估計量，因此  $MSE$  也為  $\sigma^2$  的不偏估計量。使用這樣的估計量有一個好的性質，就是  $z_j$  與  $S_2$  分別是  $\mu$  與  $\Sigma$  的不偏估計量，並且  $T_j^2$  是服從自由度是 2 與  $k(n-2)$  的  $F$  分佈的兩倍，也就是  $T_j^2 \sim 2F_{2,k(n-2)}$ ，Kang and Albin (2000) 附錄中有此分佈的詳細推導。所以此方法使用以下當作管制上限：

$$UCL = 2F_{2,k(n-2),\alpha}, \quad (10)$$

其中  $F_{2,k(n-2),\alpha}$  為自由度 2 和  $k(n-2)$  之  $F$  分佈的  $100(1-\alpha)$  百分位數，而  $\alpha$  的設定同樣

會在第三章詳細說明。

方法 A 與 B 有個共同的缺陷，對應不同剖面資料的  $T^2$  統計量之間並不保持獨立，也就是各  $T_j^2$  並不獨立，此乃因這些統計量均牽涉到相同的估計量  $\bar{x}$  和  $S_j$  (或  $S_2$ )。而此不獨立之性質會導致整體的型一誤差 (overall type I error) 不一定保持在所設定的大小。然而在 Mahmoud and Woodall (2004) 的模擬結果顯示出，使用以上的分佈，實際整體型一誤差還是非常接近預設之整體的型一誤差，所以我們還是維持同樣管制界限來處理我們的問題。

### 2.3 方法 C : Kim et al. (2003)

鑑於截距和斜率估計量  $a_{0j}$  和  $a_{1j}$  間並不獨立，Kim et al. (2003) 把自變數  $X$  作平移使其平均數  $\bar{x}$  為零，經過這個步驟後，截距和斜率估計量會變成相互獨立。原來的模型 (1) 式經過轉換變成下式：

$$y_{ij} = B_{0j} + B_{1j}x'_i + \varepsilon_{ij} , \quad (11)$$

其中的  $B_{0j} = A_{0j} + A_{1j}\bar{x}$ ,  $B_{1j} = A_{1j}$ ,  $x'_i = (x_i - \bar{x})$ 。若製程呈現穩定狀態，則  $B_{0j} = B_0$ ， $B_{1j} = B_1$ ，而  $B_0$  與  $B_1$  為轉換後的穩定狀態製程參數。因為經過轉換，所以最小平方估計量也與轉換前不同，相對於樣本  $j$  的截距與斜率估計量因  $\bar{x} = 0$ ，轉換後的最小平方估計量為以下兩式：

$$b_{0j} = \bar{y}_j , \quad (12)$$

$$b_{1j} = a_{1j} = S_{xy(j)} / S_{xx} . \quad (13)$$

定義  $\bar{b}_0 = \sum_{j=1}^k b_{0j} / k$  與  $\bar{b}_1 = \sum_{j=1}^k b_{1j} / k$ ，則在穩定狀態下  $b_{0j}$  和  $b_{1j}$  服從相互獨立的常態分佈，期望值分別為  $B_0$  和  $B_1$  且變異數分別為  $\sigma^2 / n$  和  $\sigma^2 / S_{xx}$ 。

將資料經過轉換後，Kim et al. (2003) 建議在作第二階段線上監控時，使用三個單獨的 EWMA 管制圖來監控制程。但是 EWMA 管制圖不適用於第一階段，所以 Kim et al. 建議使用三個 Shewhart 管制圖來取代 EWMA 管制圖，分別監控反應變數  $Y$  的截距、斜率，以及製程誤差項的變異數。

接著就是要如何建置出三個 Shewhart 管制圖。我們可以輕易推導出

$(b_{0j} - \bar{b}_0) / \sqrt{(k-1)MSE / (nk)}$  是服從一個自由度是  $k(n-2)$  的  $t$  分佈，因此我們利用此特性來建置出監控截距  $B_0$  的 Shewhart 管制圖如下。第  $j$  組之監控統計量為其截距最小平方方法估計量  $b_{0j}$ ，而管制界限由下式來建置：

$$\begin{aligned} LCL &= \bar{b}_0 - t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (nk)}, \\ UCL &= \bar{b}_0 + t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (nk)}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $MSE$  同 (9) 式， $t_{k(n-2), \alpha/2}$  是自由度  $k(n-2)$  之  $t$  分佈的  $100(1-\alpha/2)$  百分位數。

同樣地，可以推導出  $(b_{1j} - \bar{b}_1) / \sqrt{(k-1)MSE / (kS_{xx})}$  是服從一個自由度  $k(n-2)$  的  $t$  分佈，因此建置出如下之監控斜率  $B_1$  的 Shewhart 管制圖。第  $j$  組的監控統計量為斜率最小平方方法估計量  $b_{1j}$ ，而管制界限由下式來建置：

$$\begin{aligned} LCL &= \bar{b}_1 - t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (kS_{xx})}, \\ UCL &= \bar{b}_1 + t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (kS_{xx})}. \end{aligned} \quad (15)$$

以上管制圖是由  $(b_{0j} - \bar{b}_0) / \sqrt{(k-1)MSE / (nk)}$  和  $(b_{1j} - \bar{b}_1) / \sqrt{(k-1)MSE / (kS_{xx})}$  這兩

個分佈所建置，Mahmoud and Woodall (2004)文中提到這兩個統計量是不獨立的，其相關係數為 $-1/(k-1)$ 。因為考慮到統計量並不獨立，可能會影響到整體型一誤差，但由 Mahmoud and Woodall (2004)文中模擬得知此二統計量不獨立並不嚴重影響型一誤差的設定。

而監控制程誤差項的變異數，利用我們已知 $\frac{(n-2)MSE_j}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-2)}$ 的特性，而 $\frac{(n-2)\sum_{i \neq j} MSE_i}{\sigma^2} = \frac{(n-2)(k-1)MSE_{-j}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-2)(k-1)}$ ，其中 $MSE_{-j} = \sum_{i \neq j} \frac{MSE_i}{k-1}$ ，由以上分佈性質，可以建立統計量 $F_j$ 如下：

$$F_j = \frac{\frac{(n-2)MSE_j}{\sigma^2} / (n-2)}{\frac{(n-2)(k-1)MSE_{-j}}{\sigma^2} / (n-2)(k-1)} = \frac{MSE_j}{MSE_{-j}} \sim F_{n-2, (k-1)(n-2)}$$

而管制界限由下式來建置：

$$LCL = F_{(n-2), (k-1)(n-2), \alpha/2}$$

$$UCL = F_{(n-2), (k-1)(n-2), (1-\alpha/2)} \quad (16)$$

其中 $F_{(n-2), (k-1)(n-2), \alpha}$ 為自由度 $n-2$ 和 $(k-1)(n-2)$ 之 $F$ 分佈的 $100(1-\alpha)$ 百分位數，而 $\alpha$ 的設定同樣會在第三章詳細說明。此方法統計量 $F_j$ 間也是與前兩個方法一樣是不獨立的，如前所述，不獨立的性質對整體型一誤差的設定影響不大，所以我們還是維持同樣管制界限來處理我們的問題。

#### 2.4 方法 D：Mahmoud and Woodall (2004)

在監控第一階段的線性剖面資料可將問題轉換成比較眾多迴歸線是否有出現

離群值的角度來處理，而這類的問題在迴歸分析的眾多文獻中都有深入的探討。

方法 D 主要是利用此概念所建置。

這個方法的原理是如同上面所述，想要檢定各組樣本的迴歸線是否一致；此方法的另一個重點為監控制程變異數穩定與否，因為製程變異數通常會影響到截距與斜率管制圖之管制界限，所以通常建議先從監控制程誤差項變異數著手，針對這個方面 Mahmoud and Woodall (2004)建議使用 Kim et al. (2003)所推廣的第三個管制圖，如同 (16) 式，並且與迴歸線是否一致的檢定合併使用。以下是該方法的施行步驟：

先使用 (16) 式的管制上下限來監控誤差項變異數，若有任何樣本超出管制界限外，代表該組剖面資料變異數發生偏移，建議剔除該組剖面資料；若所有樣本都在管制界限內，接著進行以下的檢定

將  $k$  組歷史資料樣本打散成一組大小為  $kn$  的樣本，建立  $k-1$  個指示變數 (indicator variable)  $z_j$ ，

$$z_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{假設第 } i \text{ 個觀察值是來自第 } j \text{ 組樣本} \\ 0, & \text{其他狀況} \end{cases}, i = 1, 2, \dots, kn, j = 1, 2, \dots, k-1, \text{ 除}$$

此之外第  $k$  組樣本被稱作為參考樣本 (reference sample)。我們去配適下面這組多維迴歸模型

$$y_i = A_0 + A_1 x_i + \beta_{01} z_{1i} + \beta_{02} z_{2i} + \dots + \beta_{0k'} z_{k'i} \\ + \beta_{11} z_{1i} x_i + \beta_{12} z_{2i} x_i + \dots + \beta_{1k'} z_{k'i} x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, kn, \quad (17)$$

並定義該模型為完整模型  $\Omega$  (full model)，其中  $k' = k-1$ ，且  $\varepsilon_i$  假設來自於 iid 平均

數為零和變異數為  $\sigma^2$  的常態分佈。檢定  $k$  條迴歸線相同的檢定假設為：

$$H_0 : \beta_{01} = \beta_{02} = \dots = \beta_{0k'} = \beta_{11} = \beta_{12} = \dots = \beta_{1k'} = 0 ,$$

$H_1$  : 至少其中有一個不為零。

此時，若滿足  $H_0$  會得到下面的簡化模型  $\omega$  (reduced model)：

$$y_i = A_0 + A_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, kn , \quad (18)$$

該檢定的檢定統計量為：

$$\begin{aligned} F &= \frac{\{SSE(reduced) - SSE(full)\} / (df_\omega - df_\Omega)}{SSE(full) / df_\Omega} \\ &= \frac{\{SSE(reduced) - SSE(full)\} / [(kn - 2) - (kn - 2k)]}{SSE(full) / (kn - 2k)} \\ &= \frac{\{SSE(reduced) - SSE(full)\} / [2(k - 1)]}{SSE(full) / [k(n - 2)]} , \end{aligned} \quad (19)$$

其中  $SSE(full)$  和  $SSE(reduced)$  分別為配適完整模型和簡化模型的殘差平方和， $df_\Omega$  與  $df_\omega$  分別是完整模型和簡化模型之自由度，並且因  $SSE(reduced) - SSE(full)$  與  $SSE(full)$  獨立，所以我們可以得到統計量  $F$  是服從自由度  $2(k - 1)$  和  $k(n - 2)$  的  $F$  分佈。假若實際作檢定拒絕了  $H_0$ ，代表其中至少有一組迴歸線與其他條有顯著差異，可能其中某部分發生了偏移，但卻無法明確掌握是哪一組資料所造成的，這對第一階段是非常重要的，因為第一階段必須知道是哪組失控剖面資料需被剔除，以求得乾淨的製程參數，所以必須進一步分析。

若檢定結果是拒絕  $H_0$ ，想要知道是哪組資料的截距還是斜率偏移導致這樣的檢定結果，Mahmoud and Woodall (2004)建議只需使用較粗略的管制圖來分析即可，他們建議使用轉換後的剖面資料套用以下截距和斜率的三倍標準差管制圖：

$$\text{截距管制上下限為 } \bar{b}_0 \pm 3\sqrt{MSE/n}, \quad (20)$$

$$\text{斜率管制上下限為 } \bar{b}_1 \pm 3\sqrt{MSE/S_{xx}}, \quad (21)$$

其中  $MSE$  同 (9) 式。若有任何一點超出管制圖外，代表該組剖面資料的截距或斜率偏移，應該考慮去掉該組剖面資料。

以上是四個不同的第一階段監控線性剖面資料方法。我們可將每次工具使用期間所對應之一組有線性趨勢的品質特性資料視為一組剖面資料，使用上述監控方法偵測出異常的工具磨損資料，並且將異常資料剔除，以求得穩定狀態下之製程品質特性之模型參數，供第二階段製程監控之用。而下一章節將對電腦模擬的工具磨損資料套用這些監控方法，並由模擬結果來比較這些方法的績效。






### 第三章 方法論與電腦模擬

在上一章回顧了四種第一階段監控線性剖面資料的方法，為了比較這些方法在監控異常工具磨損應用下的優劣，我們在本章提出一些衡量方法好壞的指標，並經由電腦模型研究各個方法在不同偏移模型下的績效。本章會先介紹 Jaccard 指標，以及一個不同以往的剔除失控資料策略「OAAT」，和設定一些模擬所使用的參數，並說明電腦模擬的步驟。

#### 3.1 Jaccard 指標



在 Mahmoud and Woodall (2004) 以及眾多剖面資料分析的文獻中，均只利用失控訊號率 (signal probability) 來衡量各方法的績效。此指標衡量的是整組第一階段樣本是否全部都無失控警訊之機率，但是在第一階段我們不光是想要知道製程是否呈現穩定狀態，也必須知道哪個樣本呈現失控狀態；而失控訊號率卻只能回答第一個問題。然而造成失控訊號率大的原因有可能是該監控方法偵測力 (detecting power) 大所造成，但也可能是因為假警報率 (false alarm rate) 太大所致；其中假警報率我們希望越小越好，但是偵測力卻相反，我們希望它越大越好，代表越能夠正確偵測出製程失控。失控訊號率同時包括這兩種來源，以第一階段的目的而言，並不是一個好的衡量準則。為了改進上述的問題，我們考慮使用一般常用的偵測力與假警報率，並加入一個能夠混合這兩個準則，而且有它的實際背後意義的新

準則 Jaccard 指標 (Jaccard index)，期望此指標能夠突顯出該監控方法的真正績效。

Jaccard 指標由 Jaccard (1908)文中所提出，一共分成兩種，兩種有各自不同背後意義。第一種為 Jaccard 一致性係數 (Jaccard similarity coefficient)，這是一個用來比較兩樣本集合 (sample set)之相似性的統計量，用以下量值來代表兩樣本集合之間的相似性：

$$\text{Jaccard 一致性係數} = J_s(A,B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, \quad (22)$$

$J_s(A,B)$  定義為兩集合 A、B 的交集元素個數除以聯集元素個數，則可以衡量出兩樣本集合的相似性程度。

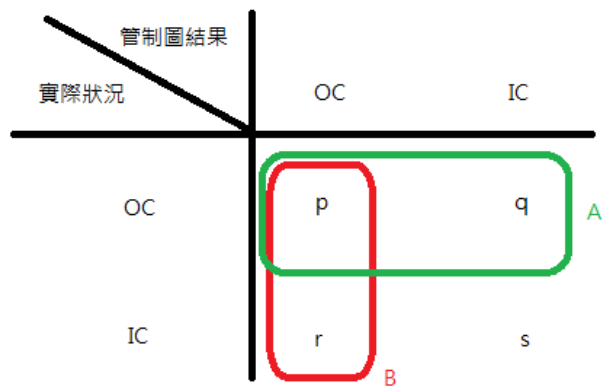
第二種 Jaccard 指標為 Jaccard 差異性係數 (Jaccard distance coefficient)，這是一個用來比較兩樣本集合的差異性的統計量，用以下量值來代表兩樣本集合之間的差異性

$$\text{Jaccard 差異性係數} = J_D(A,B) = \frac{|A \cup B| - |A \cap B|}{|A \cup B|} = 1 - J_s(A,B), \quad (23)$$

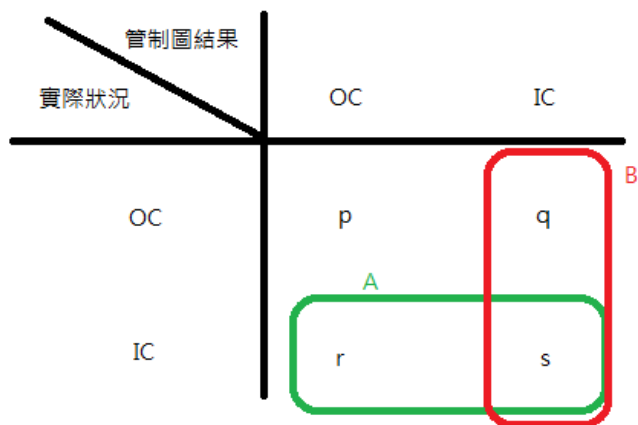
$J_D(A,B)$  定義為兩集合 A、B 的聯集元素個數減去交集元素個數再除以聯集元素個數，也可用 1 減掉  $J_s(A,B)$  來表示，可用來衡量兩樣本集合的差異性程度。

現在我們將 A 集合視為某條剖面資料的確為失控狀態的事件，而 B 集合為某條剖面資料經過管制圖偵測為失控狀態的事件 (見圖一)。可用 Jaccard 一致性係數來衡量兩事件集合的相似性大不大；若兩集合相似程度越大代表偵測結果跟剖面資料的實際情況越相近，也就是說監控所使用的方法越好，我們將此指標記為  $J_{\text{accard}_{\text{OUT}}}$ ；同樣地，也可將兩集合定義為實際狀態與管制圖顯示出穩定狀態的

兩事件（見圖二），這樣一來是以穩定狀態下實際與偵測結果是否一致（差異性）作為指標量值的意義，乃是從另一個角度來看待，此穩定狀態下的指標記為  $Jaccard_{IN}$ 。



圖一、針對失控狀態使用 Jaccard 指標來衡量管制圖績效示意圖



圖二、針對穩定狀態使用 Jaccard 指標來衡量管制圖績效示意圖

### 3.2 其他指標

失控訊號率量的是監控方法偵測異常剖面資料的敏感度，它的計算方式為假設監控  $k$  組剖面資料，若其中任一組被管制圖偵測為失控狀態，則代表此次有失控訊號。重覆監控不同的剖面資料，計算出監控方法對整組剖面資料會發生失控訊號的比例。偵測力則是實際偏移的剖面資料能確實被管制圖偵測到的比例，例如假設一百組剖面資料中有十組是偏移剖面資料，但這十組中有六組被管制圖偵測為失控狀態，則偵測力即為 0.6。而假警報率則與偵測力類似，量的是未偏移的剖面資料被此管制圖誤判的比例。換言之偵測力是正確失控訊號率 (true signal rate)，而假警報率是錯誤失控訊號率 (false signal rate)，而 Jaccard 指標如上所述，是一個能夠混合偵測力與假警報率的衡量準則。



### 3.3 OAAT 剔除策略

為了減低無謂的假警報發生，Shiau and Sun (2009)針對統計製程管制第一階段分析，提出並研究一次只剔除一個最極端的管制外樣本點的作法，稱為“OAAT”法 (one-at-a-time method)。該文模擬研究顯示，OAAT 法可大幅降低假警報之發生，克服了現行每次剔除所有管制外樣本之作法會造成丟棄過多穩定樣本的重大缺點。因此我們加入了 OAAT 這個程序，並與我們所熟悉的一次剔除所有管制外樣本的程序作比較。

以下是執行 OAAT 的步驟：

步驟一：利用收集到的歷史資料來建立初步的管制界限。

步驟二：若沒有任何樣本點超出管制界限則停止，直接跳至步驟四；否則剔除

該組最極端的管制外樣本。

步驟三：由剩餘的樣本建立新的管制界限，並回到步驟二。

步驟四：假如沒有樣本被剔除，代表製程趨於穩定狀態；若有樣本被剔除，分析

這些被剔除的樣本是否有可歸屬原因。

OAAT 剔除策略是剔除掉最極端的管制界限外資料，而剖面資料監控方法比一般的製程監控方法複雜，所以程序會有些許不同。例如方法 C 分成三個管制圖同時監控，假若其中不只一個管制圖有資料超出管制界限外，此時統一用 p 值 (p-value) 來選出其中最極端的失控資料。而方法 D 中若剖面資料導致拒絕全域 F 檢定，以及也有資料點超出監控變異數的管制界限外，此時必須先比較全域檢定與變異數管制圖的 p 值何者較小，再去比較此管制圖內各剖面資料的 p 值，找出失控情況最極端的剖面資料。

### 3.4 模擬參數設定與模擬步驟

在模擬開始前有個前置作業要做，因為第二章所討論的四種方法，其中方法 C 與 D 都需要將資料先經過中心化轉換；但經過轉換後原來的截距項會改變，而轉換後截距項為  $B_0 = A_0 + A_1\bar{x}$ ，表示原先斜率項  $A_1$  之偏移會導致轉換後截距  $B_0$  與斜率

$B_1$  都一起偏移了，造成方法 C 和 D 無法只看監控斜率之管制圖，增加衡量各方法績效時之複雜度，另外還有  $A_0$  和  $A_1$  之估計量  $a_{0j}$  和  $a_{1j}$  並不獨立的問題。為了要避免這些問題，我們先對收集到的第一階段歷史資料都先經過轉換，並討論轉換後的參數偏移模型。也許有人會擔心隨意轉換資料是否會造成影響，在我們的問題裡答案是否定的，因為第一階段是收集原本舊有的資料進行分析，這一組一組的資料的時間先後順序並不特別重要，與第二階段是採取線上監控的性質並不相同，所以事先將資料都作轉換是不會喪失掉有用的資訊的。另外方法 A、B 使用轉換後的資料建立的統計量，與用原來資料建立的統計量都是相同的，所以轉換後也不會影響到這兩個方法原本的績效。這樣一來我們可將四種方法都基於同條件下進行比較，出來的結果也比較可信。我們此節會針對三種偏移模式進行模擬，分別是截距  $B_0$  偏移、斜率  $B_1$  偏移、誤差項標準差  $\sigma$  偏移。

#### 模擬參數設定：

如 Mahmoud and Woodall (2004)，我們設定 20 組第一階段的線性剖面資料，每條 11 點，也就是  $k = 20$ ， $n = 11$ ；穩定狀態下的模型參數  $B_0 = 0, B_1 = 1$ ，亦即模型為  $y_{ij} = x_i + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k$ ，並且假設誤差是服從 iid 的標準常態分佈，也就是  $\varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1)$ ，並且固定每條剖面的  $X$  值為 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5，滿足平均為零的轉換。由此可知一些固定的數值  $\bar{x} = 0$ ， $S_{xx} = 110$ 。

當模擬製程偏移時，設定  $k$  條剖面資料中發生偏移的條數為  $m$ ，在下面的模擬

程序，我們會討論  $m=2,5$  的狀況，而偏移量是以該參數最小平方法估計量的標準差為單位作偏移  $\delta_i$  倍,  $i=1,2,3$ ，以下是偏移的模型，

$$\begin{aligned} B_0 &\rightarrow B_0 + \delta_1 \sigma / \sqrt{n} , \\ B_1 &\rightarrow B_1 + \delta_2 \sigma / \sqrt{S_{xx}} , \\ \sigma &\rightarrow \delta_3 \sigma , \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $\delta_1 = \delta_2 = 0.5, 1, 1.5, \dots, 4.5, 5$ ,  $\delta_3 = 1.2, 1.4, \dots, 2.8, 3$ 。

我們期望的整體假警報率 (overall false-alarm rate)，也就是  $k$  組剖面資料實際上是穩定的，但至少有一被檢測為失控狀態的機率，設定為  $\alpha=0.05$ ，如許多文獻之設定。而每個方法的管制界限所對應的個別假警報率  $\alpha^*$  分別有不同的數值。因為是同時監控  $k$  條剖面資料，等同於是同時作  $k$  個檢定，檢定的個別顯著水準必須小於整體顯著水準，才能維持整體顯著水準在  $\alpha=0.05$  之下。若各個檢定間都是獨立的，則整體顯著水準則是 1 扣掉沒有檢定是顯著的機率，也就是  $\alpha=1-(1-\alpha^*)^k$ ，再反推求得  $\alpha^*=1-\sqrt[k]{1-\alpha}$  來建置各方法的管制界限。雖然已知第一階段中  $k$  個檢定並不真正獨立，但 Mahmoud and Woodall (2004) 文中模擬結果，得知採用  $\alpha^*$  對整體假警報率影響並不大。

方法 A 和 B 的管制上限 (7) 和 (10) 直接用  $\alpha_1 = \alpha^*$  當作個別假警報率，而方法 C 因為分開建置三組管制界限，所以  $\alpha_2 = 1-\sqrt[3]{1-\alpha_1}$  為針對 (14) - (16) 式的個別假警報率，而針對方法 D 全域  $F$  檢定的顯著水準為  $\alpha_3 = 1-\sqrt{1-\alpha}$ ，而監控誤差項變異數管制圖的個別假警報率為  $\alpha_4 = 1-\sqrt[k]{1-\alpha_3}$ 。下表為當  $k=20$  時各方法的

個別假警報率相對於整體假警報率。我們觀察此表第四列，當  $\alpha = 0.05$ ，方法 A、B 所使用的假警報率  $\alpha_1 = 0.0026$ ；而方法 C 又再分成三個參數分開監控，所以各個管制界限的假警報率  $\alpha_2 = 0.0009$  會比  $\alpha_1$  來得小，方法 D 全域檢定用  $\alpha_3 = 0.0253$  來當作顯著水準，另外方法 D 監控變異數則使用  $\alpha_4 = 0.0013$  來建置管制圖。

表一、當  $k = 20$  時各方法的個別假警報機值相對於整體假警報率

$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
0.0027	0.00014	0.00005	0.00135	0.00007
0.01	0.0005	0.0002	0.0050	0.0003
0.05	0.0026	0.0009	0.0253	0.0013

**模擬步驟：**

步驟一: 生成剖面資料  $k$  組，其中最後  $m$  組為偏移的剖面資料。

步驟二: 對  $k$  條剖面資料，各自作四種方法的初次管制界限。

步驟三: 假如沒有任何點超出管制界限，則跳至步驟五。

只要有任何一組剖面資料超出管制界限，採取剔除全部 (或 OAAT) 剔除策略，並接著進行步驟四。

步驟四: 重新建立新的管制界限，並使用新的管制界限檢查是否仍有失控狀況產生，若有則採取剔除全部 (或 OAAT) 剔除策略，並重新進行此步驟至沒有發生失控狀況，跳至步驟五。

步驟五: 分析以上步驟被剔除的樣本，記錄此次試驗 (trial) 是否發生失控訊號，




並計算偵測力、假警報率、 $Jaccard_{OUT}$ 、 $Jaccard_{IN}$ 。

重複以上模擬步驟一萬次，得到這一萬次的失控訊號率，以及將一萬次的偵測力、假警報率、Jaccard 指標求其平均值，在下一節我們會用這些數值去衡量這四個方法的績效。

### 3.5 績效比較

使用電腦模擬重複一萬次，並隨著偏移大小變化繪出五張圖，分別有失控訊號率、偵測力、假警報率、 $Jaccard_{OUT}$ 、 $Jaccard_{IN}$ 。由這五張圖，比較各方法在不同情況下之績效。



附圖 A.1，A.2 分別是當有五組和兩組剖面資料的截距偏移時，使用一次剔除全部策略所得到的五張指標績效圖；同樣的附圖 A.3，A.4 則是五組和兩組剖面資料斜率偏移的指標績效圖；而附圖 A.5，A.6 是其中有五組和兩組誤差項變異數偏移時所得到的五張指標績效圖。在眾多監控剖面資料的文獻都只使用失控訊號率，但失控訊號率卻包含了偵測力以及假警報率，若只使用失控訊號率來比較方法好壞，可能失真。假若同時比較偵測力以及假警報率，一次需要比較兩張圖，程序又有些繁複，所以我們考慮以之前提到的 Jaccard 指標來衡量方法的好壞。由附圖可以觀察出，方法 A 整體表現都不好，與所使用的共變異數矩陣估計量不準確有很大的關係，之後的績效討論就將方法 A 排除在外。

先就截距與斜率偏移來說，兩者呈現的結果近乎相同，原因是出在我們都是

以該參數估計量的標準差為單位作偏移，導致管制圖統計量分佈會相同，當然相對應於兩者之績效圖本來就應該相同，詳細證明附在附錄 B，所以我們只針對截距或斜率偏移其中一種模型來討論。

在偏移剖面數  $m = 5$  時，若使用一般文獻所用之失控訊號率來衡量績效，就會得到方法 D 對此模型是最好的監控方法，但我們卻不能忽略掉其實方法 D 是有著最大的假警報率，以及在大偏移（偏移量  $\delta > 4$ ）時，方法 B 與 C 的偵測力與  $Jaccard_{OUT}$  都比方法 D 還要好；所以單純使用失控訊號率來比較方法間的績效是會失真的。在偏移剖面數較少（ $m = 2$ ）時結果有些許不同：方法 B 與方法 C 在所有偏移情形下偵測力與  $Jaccard_{OUT}$  皆優於其他兩方法，並且 B、C 兩方法在這個情形的表現無明顯差異；而假警報率則比起  $m = 5$  時還要來得小，其中表現最好的是方法 C，再來是方法 B 與方法 D，但之間的差距都不是太明顯。

變異數偏移的情形比較特別，因為方法 C、D 有對偵測變異數偏移量身設計的管制圖，所以其  $Jaccard_{OUT}$  與偵測力會明顯優於方法 A 與 B 兩者。雖然 C、D 之假警報率比較大，但因方法 A、B 的假警報率逼近於零，使得 A、B 兩方法的  $Jaccard_{OUT}$  相當於是偵測力，而兩方法的偵測力卻又非常地差，所以用  $Jaccard_{OUT}$  來看各方法的績效排名，還是順從著偵測力的趨勢。當只有在大偏移（偏移量  $\delta_3 > 2.4$ ）時，方法 C 略優於方法 D 外，其餘情況 C 與 D 兩方法表現都差不多。當偏移剖面數較少（ $m = 2$ ）時，結果也與  $m = 5$  情況時相同。

另外在所有偏移及剖面數之情形都可以發現  $Jaccard_{OUT}$  的變化趨勢主要是遵

循著偵測力的，除非方法間假警報率差距比較大，才會去改變到各方法  $Jaccard_{OUT}$  的排序。此外也可用  $Jaccard_{IN}$  來比較四個方法，由觀察附圖可以得到與上述使用  $Jaccard_{OUT}$  類似的結果。

Mahmoud and Woodall (2004)文中建議在截距或斜率偏移下使用方法 C 以及方法 D 較為適合，但該文單純是以失控訊號率來比較各個方法，忽略了該文提出的方法 D 有著比其他方法還要大的假警報率。假警報率大的原因出在方法 D 使用的三倍標準差管制圖之管制界限較窄。以下代入此次模擬參數算出方法 C 的截距管制界限

$$\begin{aligned} & \bar{b}_0 \pm t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)MSE / (nk)} \\ &= \bar{b}_0 \pm (t_{k(n-2), \alpha/2} \sqrt{(k-1)/k}) \times \sqrt{MSE / n} \\ &= \bar{b}_0 \pm 3.2909 \times \sqrt{MSE / n}, \end{aligned}$$

由以上得到方法 C 的管制界限會比三倍標準差的管制界限寬，所以三倍標準差的管制圖比較容易超出管制界限，代表發生假警報的機率會比較大。而偵測力也只有在中度偏移時略優於方法 B 和 C，所以整體來看我們並不建議在截距與斜率偏移下使用方法 D。

之前提到 Jaccard 指標有著可以結合偵測力與假警報率的優點，所以我們使用 Jaccard 一致性係數來比較方法間的績效。首先，我們觀察到在截距或斜率中度偏移 ( $2 < \delta \leq 4$ )時方法 D 績效稍微比方法 B 好，但其餘情況下 Kang and Albin (2000)提出的方法 B 與 Kim et al. (2003)提出的方法 C 不論是在截距偏移或斜率偏移的情形下表現都比其他方法好。另外 Kim et al. (2003)提出的方法 C 與 Mahmoud and

Woodall (2004)的方法 D 在變異數偏移模型優於其他方法。

附圖 A.7、A.8、A.9 是在截距、斜率以及誤差項變異數偏移時使用 OAAT 策略或剔除全部策略的偵測力與假警報率圖。由附圖可見方法 A、B、C 用了 OAAT 策略，在維持偵測力之下能夠大幅降低假警報率，這對第一階段分析的目的是非常重要的，因為我們想要保留穩定的剖面資料而不希望因為誤判被剔除了。此外在截距或斜率偏移的情況，只有方法 D 在使用 OAAT 策略時，發生假警報率降低，偵測力卻也下降的情形，而且在偏移剖面數 ( $m$ )較少的時候下降趨勢更明顯。這與方法 D 是使用一個  $F$  檢定來判斷是不是存在有截距或斜率偏移有很大的關係。剔除過程中已經剔除掉少數較顯著的失控剖面資料後，會導致剩餘偏移較不顯著的剖面資料無法被該  $F$  檢定所拒絕，造成偵測力降低；尤其在偏移剖面資料數少時，偏移的剖面資料又沒被剔除，造成的偵測力下降也就更加明顯；而一次剔除全部的策略會由  $F$  檢定後進行的三倍標準差管制圖，將所有認為是失控的剖面資料給剔除，偵測力則相對比較高，但也會造成誤判的機率增加，也就是說假警報率也相對地提高了。

使用 OAAT 策略基本上對降低假警報率是有幫助的，但假若監控方法比較保守時，反而會損失掉原先該有的偵測力；還有對於方法 D 這樣程序比較複雜的監控方法，找出其中最顯著的失控資料也相對增加其困難度，這些是在使用 OAAT 策略之前必須先考慮的事情。所以在選取剔除策略時，要多方評估該監控方法所適合的策略才是。

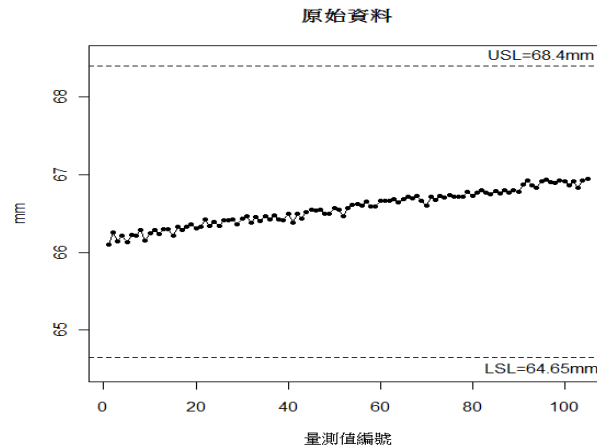
## 第四章 應用實例分析

### 4.1 鋁蓋製造實例應用

為了詳細說明先前提到的監控程序以及剔除策略，我們引入 Pearn and Hsu (2007)文中製造鋁蓋元件的實例。製造過程中必須經過加壓程序，此程序會對工具磨損率造成影響，也就是造成工具磨損，並影響到製造出來鋁蓋的高度。鋁蓋高度的規格設定為規格上限 (upper specification limit) 為 68.4mm，以及規格下限 (lower specification limit) 為 64.65mm，並且目標值設定為 66.525mm。而工具持續磨損會導致製造出來的鋁蓋逐漸遠離規格，如同表二所示，鋁蓋高度逐漸遞增。Pearn and Hsu (2007)使用製程能力指標作為理論基礎，檢驗工具何時應該進行汰換。該文將每十五筆資料當成一個子群估算出製程能力指標，並指出最後一組低於可接受的製程能力臨界值，代表必須汰換工具才能使製造出來的鋁蓋合乎品質需求。所以我們可將這 105 筆資料視為是一個完整的工具汰換週期。

表二、鋁蓋元件高度(單位：mm)

編號	量測值(單位：mm)									
1~10	66.100	66.261	66.147	66.214	66.133	66.223	66.216	66.288	66.159	66.252
11~20	66.288	66.242	66.297	66.304	66.221	66.335	66.295	66.335	66.361	66.314
21~30	66.335	66.428	66.337	66.397	66.337	66.418	66.416	66.423	66.361	66.435
31~40	66.470	66.387	66.456	66.402	66.468	66.430	66.480	66.428	66.413	66.499
41~50	66.387	66.504	66.432	66.516	66.546	66.542	66.551	66.501	66.504	66.568
51~60	66.546	66.470	66.572	66.618	66.625	66.599	66.656	66.596	66.594	66.665
61~70	66.670	66.665	66.684	66.644	66.689	66.715	66.695	66.732	66.665	66.606
71~80	66.717	66.675	66.727	66.708	66.739	66.722	66.722	66.715	66.777	66.724
81~90	66.770	66.803	66.770	66.753	66.789	66.758	66.805	66.774	66.800	66.781
91~100	66.872	66.931	66.860	66.836	66.922	66.943	66.907	66.900	66.929	66.919
101-105	66.862	66.922	66.836	66.929	66.950					



圖三、鋁蓋高度趨勢圖

觀察圖三的趨勢圖，看得出鋁蓋高度與工具磨損有著直接的關係，並隨著產品個數增加，鋁蓋高度呈現線性上升趨勢。我們因為難以取得實際工具磨損的剖面資料，故藉由表二資料配適出線性模型，然後藉由配適出的模型再加上用殘差所估計的誤差項分佈，用來模擬實際的工具磨損剖面資料，並且經過 Ljung-Box 檢定殘差並無自我相關性，也就是說殘差是隨機的。另外檢驗此組資料之殘差是否服從常態假設，我們使用 Kolmogorov-Smirnov 檢定，得到的  $p$  值為 0.4345，所以我們視此組資料是服從常態分配。

表二資料配適出的鋁蓋高度函數為  $D = 66.1831 + 0.0073x, x = 1, 2, \dots, 105$ ，誤差項之變異數為 0.0017。假設有 30 組同款工具，而鋁蓋高度是我們關心的品質特性，正常狀況下此品質特性會隨著時間線性遞增，假設發生可歸屬原因導致有幾組鋁蓋高度並不隨著原來的線性函數遞增，我們希望將這幾組資料偵測出來。假設品質特性函數的截距項從原來 66.1831 變為 66.2011，我們採用電腦模擬生成資料，以下是本例的剖面資料模型：

$$D_{ij} = \begin{cases} 66.1831 + 0.0073i + \varepsilon_{ij}, & j = 1, 2, \dots, 28 \\ 66.2011 + 0.0073i + \varepsilon_{ij}, & j = 29, 30 \end{cases}, \varepsilon_{ij} \sim N(0, 0.0017), i = 1, 2, \dots, 105。$$

而經過平均數為零的轉換後剖面資料模型變為

$$D'_{ij} = \begin{cases} 66.57 + 0.0073i' + \varepsilon_{ij}, & j = 1, 2, \dots, 28 \\ 66.588 + 0.0073i' + \varepsilon_{ij}, & j = 29, 30 \end{cases}, i' = -52, -51, \dots, 52。$$

此次偏移量相當於 (24) 式中之  $\delta_1 = 4.4735$ 。

我們套入前面所述的四種方法，看是否能偵測出偏移的工具磨損資料。首先各個管制方法都基於整體的假警報率  $\alpha$  定為 0.05，接著就是將生成的各組鋁蓋高度資料視為剖面資料套用各個方法，繪出管制圖或建置假設檢定，觀察是否能將失控的鋁蓋高度資料挑出並剔除。

圖四為方法 A 之管制圖，可見全部的點都在方法 A 管制界限內，也就是說方法 A 無法將失控的鋁蓋高度剖面資料挑出，由此可見對此例來說方法 A 表現不佳。而因為第一次無任何點超出管制界限外，所以使用 OAAT 策略與剔除全部的結果是一樣的。

圖五是方法 B 建置的初次  $T^2$  管制圖，同樣也發現第 29 和第 30 點超出管制界限外，代表使用方法 B 這兩組資料與其他組資料有顯著的差異。將這兩組剖面資料剔除，再進行一次此監控程序，並沒有發現額外失控的剖面資料，亦即方法 B 找到了所有該被剔除的資料。而施行 OAAT 策略，初次會剔除第 30 點，接著再重新建立管制圖，第二次會剔除第 29 點，而第三次則剩下的點都在管制界限內了。此例中，兩種策略結果相同，都將所有該被剔除的資料正確地挑出，也沒有發生

誤判的情形。

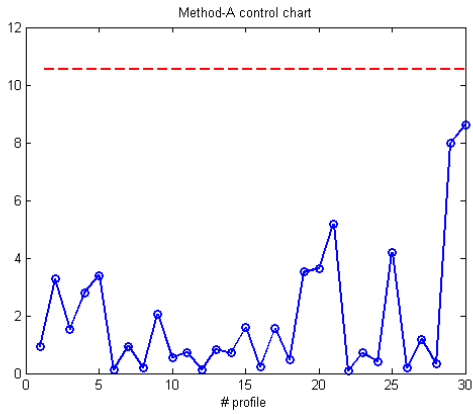
圖六、圖七以及圖八為由方法 C 所建置的三個 Shewhart 管制圖。觀察到監控截距偏移的管制圖正確地偵測到第 29 和第 30 組剖面資料，而其他兩個管制圖則無失控資料點。此例全部剔除和 OAAT 剔除策略都正確地把最後兩組失控的剖面資料剔除。

使用方法 D 先對誤差項變異數進行監控，由圖九之管制圖得知並沒有發現任何失控的資料點。接著再經過  $F$  檢定先測試是否有迴歸線不一致的狀況，再進行三倍標準差的管制圖來找出偏移的鋁蓋高度剖面資料。觀察圖十，發現第 5、第 29 以及第 30 點落在管制界限外，全部剔除後再進行一次此監控程序，發現並無額外的失控剖面資料，其中第 5 點是穩定的剖面資料，也就是說使用方法 D 發生了誤判的情況。由附圖二的假警報率圖得知，方法 D 的假警報率是四個方法中最大的，所以在此例也得到了印證。同樣的也進行 OAAT 策略，結果發現最後只剔除第 29 以及第 30 點，把原先傳統方法會剔除的第 5 點保留住，降低了假警報率。對此例，我們維持以上步驟重覆作了很多次實驗，整體結果都與此次類似，方法 D 的假警報率確實比較大，也就是較容易發生誤判的情況，而使用 OAAT 剔除策略整體來說能夠維持住原本的偵測力，還能夠降低假警報率。以本例來說，使用這四種方法並結合 OAAT 剔除策略都可以得到最佳的績效。剔除第 29 和 30 點後由剩餘的剖面資料可建構得到鋁蓋高度管制中之模型為：

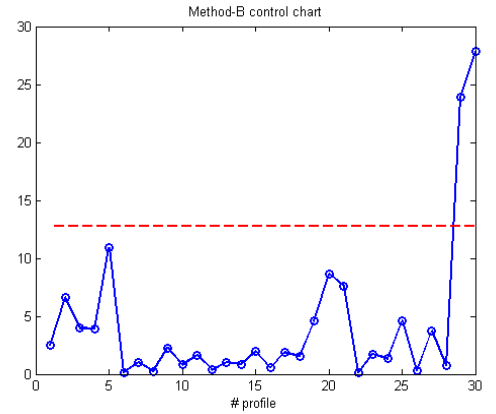
$$\hat{D} = 66.1836 - 0.0073x + \varepsilon, \text{ 其中 } \varepsilon \sim N(0, 0.0017)。$$



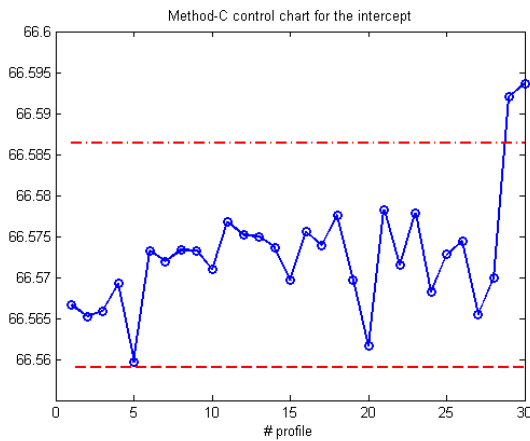
此鋁蓋高度模型可讓第二階段進行線上監控製程使用，以保持製程的穩定。



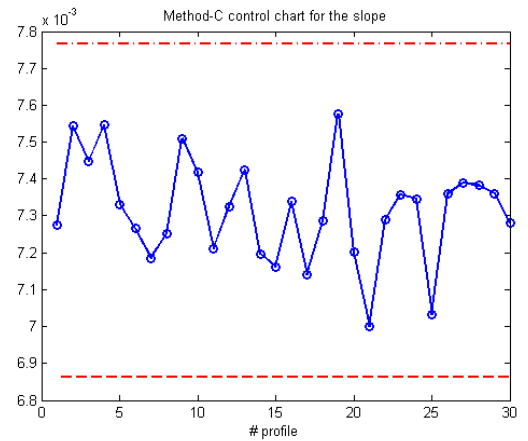
圖四、方法 A 建置的管制圖



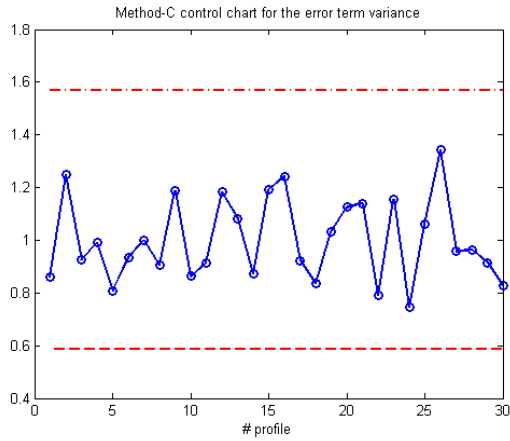
圖五、方法 B 建置的管制圖



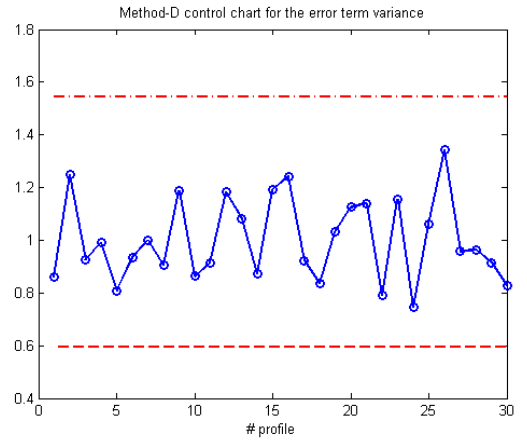
圖六、方法 C 針對截距項建置的管制圖



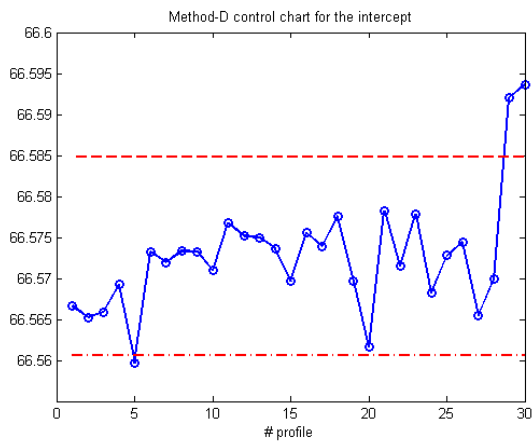
圖七、方法 C 針對斜率項建置的管制圖



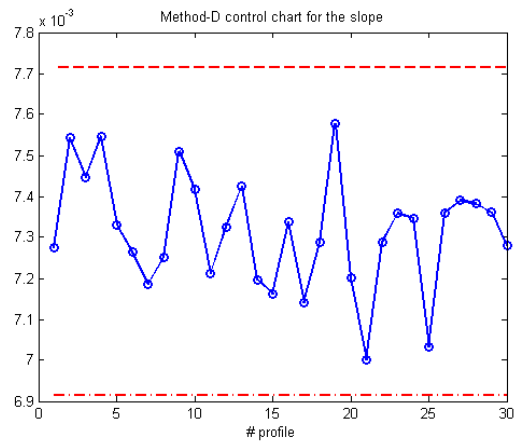
圖八、方法 C 針對誤差變異數  
建置的管制圖



圖九、方法 D 針對誤差項變異  
數建置的管制圖



圖十、方法 D 針對截距項建置的三倍標  
準差管制圖



圖十一、方法 D 針對斜率項建置的三倍  
標準差管制圖

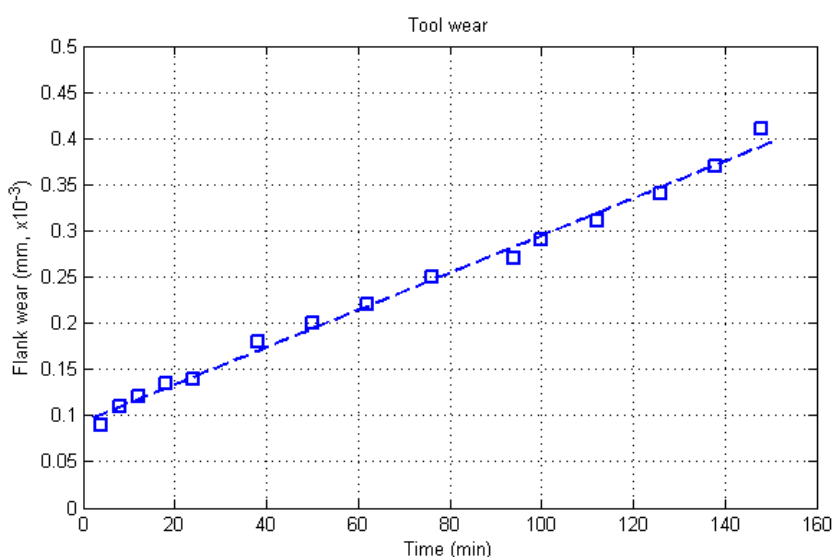
## 4.2 其他應用

以切削加工為主體之生產加工系統，除了追求生產流程順暢，加工效率提昇，以及產品品質穩定、生產成本降低等以外，近年來更朝向自動化、省力化、無人化之方向發展，期望能夠在適當時機自動汰換刀具，因為使用過度磨損的刀具會製造出不合規格的產品，過早汰換刀具也會增加生產的成本。為了達成這些目標，正確掌握刀具壽命是非常重要的。對於少樣多量之生產加工（例如軸承零件之加工），刀具常在固定切削速度下使用，直到刀腹磨耗量 (flank wear) 到達某一特定值以後才更換刀具，此時刀具更換時間可使用固定加工時間或固定加工件數之方式來控制。但製造過程中可能造成轉速不固定或者有其它可歸屬原因發生，導致刀具可能加速磨損或者刀具壽命函數不保持原來所預期的，如此一來可能使得汰換刀具時間不正常。為了要掌握在固定速度下同一款刀具壽命，可將眾多個同款刀具進行切削實驗，得到眾多組刀腹磨損量的剖面資料，我們可應用本文所述第一階段監控方法來剔除較不一致的剖面資料，得到該款刀具真正的刀腹磨損量函數，以藉此得到該款刀具的壽命。

林維新 (2007)文中，使用碳化鎢車刀對 S55C 高碳鋼材料進行刀具壽命之乾切削試驗，並且在勝傑公司製重型車床上進行。車刀使用的是日本三菱公司製 TNMG160404 捨棄式碳化鎢車刀片，工件直徑為 $\varnothing 66.5$ ，切削長度固定為 300mm。進行固定主軸轉速（也就是固定切削速度）之切削試驗，將進給速率  $f$  和切削深度  $d$  固定 ( $f = 0.1 \text{ mm/rev}$ ， $d = 1.0 \text{ mm}$ )，主軸轉速分別採用 1000，600 和 425 rpm，

車削適當時間間隔以後便將刀片卸下，利用工具顯微鏡測量刀腹磨耗量 $V_B$ 之值。

利用工具顯微鏡在量測範圍內量取五點刀腹磨耗值，然後予以平均而得到平均刀腹磨耗值。每一切削條件皆進行到刀腹磨耗量 $V_B$ 之值接近或超過 0.4mm 才停止切削，實驗結束後得到固定主軸轉速下的刀腹磨耗函數。



圖十二、碳化鎢車刀在主軸轉速 600rpm 下刀腹磨耗變化情形圖

圖十二是仿原文的刀腹磨耗變化圖所繪出的，圖中虛線為資料所配適出的迴歸線，由圖可見固定轉速 600rpm 下的刀腹磨耗量與時間有著近似於線性的關係。我們因為難以取得實際刀具磨損的剖面資料，故以上述實例作根據，假設刀具磨損量與磨耗時間有著線性的關係，並且配適出刀腹磨耗量的模型，然後根據配適出的模型模擬出刀具磨損剖面資料。我們配適出每隔十分鐘在主軸轉速 600 rpm 之下的平均刀腹磨耗量函數為

$$V_{600} = 0.0926 + 0.002t, t = 10, 20, \dots, 150 (\text{分})。$$

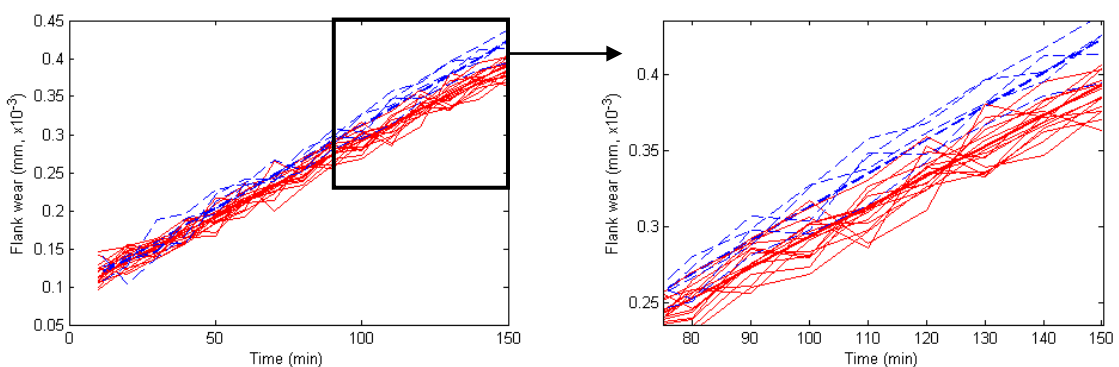
假設有二十組同款刀具在主軸轉速 600 rpm 進行切削實驗，用來了解該款刀具的壽命。但裝卸刀具過程中可能造成轉速不固定，或其他不明原因造成有五組刀具刀腹磨耗量函數的斜率發生改變，假設從原來 0.002 變為 0.0022。我們採用電腦模擬生成刀具磨損資料，以下是本例子的剖面資料模型：

$$V_{ij} = \begin{cases} 0.0926 + 0.002i + \varepsilon_{ij}, & j = 1, 2, \dots, 15 \\ 0.0926 + 0.0022i + \varepsilon_{ij}, & j = 16, 17, \dots, 20 \end{cases},$$

其中  $\varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1.6446 \times 10^{-4})$ ,  $i = 10, 20, \dots, 150$ 。而經過使平均數為零的轉換後剖面資料模型變為

$$V'_{ij} = \begin{cases} 0.2526 + 0.002i' + \varepsilon_{ij}, & j = 1, 2, \dots, 15 \\ 0.2686 + 0.0022i' + \varepsilon_{ij}, & j = 16, 17, \dots, 20 \end{cases}, i' = -70, -60, \dots, 70。$$

此例因為原先的斜率偏移，經過轉換後會變成截距與斜率都偏移，而此次偏移量相當於 (25) 式中  $\delta_1 = 4.8321$  和  $\delta_2 = 2.6096$ 。



圖十三、電腦生成的刀具磨損剖面資料圖

- 代表穩定狀態的刀具磨損函數，—— 為穩定狀態下生成的各剖面資料
- - - 代表偏移狀態的刀具磨損函數，- - - 為偏移狀態下生成的各剖面資料

圖十三是由電腦生成的刀具磨損資料，由圖可看出相對於穩定狀態有幾組明

顯偏移的剖面資料。我們套入前面所述的四種方法，看會不會與用肉眼觀察的結論一致。首先將整體的型一誤差 $\alpha$ 定為 0.05，接著就是將生成的刀具磨損資料套用各個方法，繪出管制圖或建置假設檢定，觀察是否能將失控的刀具資料剔除。

圖十四是方法 A 的  $T^2$  管制圖，圖中全部的點都在管制界限內，也就是說方法 A 並未將任何失控的刀具剖面資料挑出。由此可見對此例來說方法 A 毫無偵測力。而 OAAT 策略與剔除全部策略的結果是相同的。

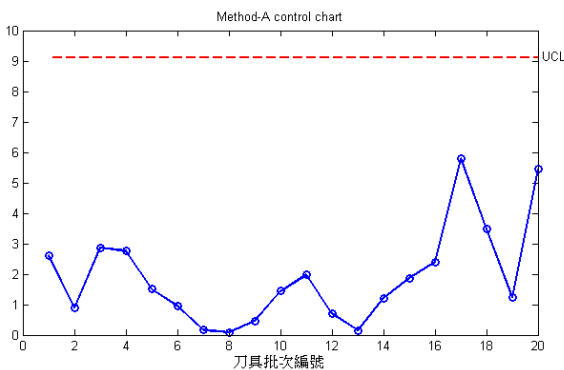
圖十五是方法 B 建置的初次  $T^2$  管制圖，傳統剔除策略最後結果剔除第 4、第 16、第 17、第 18、第 19、以及第 20 點。由此得知方法 B 找到了所有該被剔除的資料，但誤判了第 4 點，此組資料之剔除會浪費掉有用的資訊，影響到壽命分析的準確性。而施行 OAAT 策略的結果與剔除全部策略結果相同。

圖十六、圖十七以及圖十八是方法 C 所建置的三個初次 Shewhart 管制圖，其中截距和斜率管制圖都有資料超出管制界限的情形。如前所述，原本只有斜率偏移的資料，經過轉換後會造成截距與斜率都一起偏移。方法 C 先剔除掉了第 4、第 16、第 17、第 18、以及第 20 組刀具剖面資料，剔除掉之後再重新進行方法 C 的監控程序，另外發現第 19 點超出管制界限。而使用 OAAT 策略，則保留住第 4 組資料，並正確地把最後五組失控的磨損資料剔除。

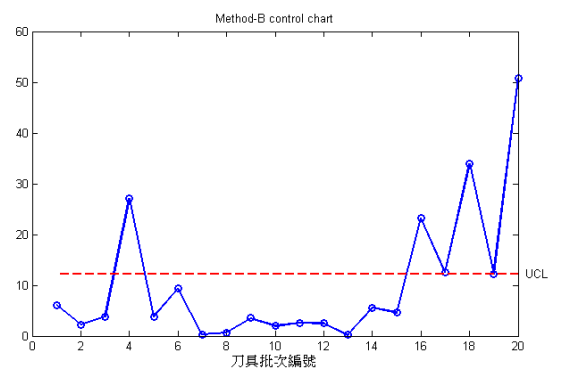
圖十九、圖二十與圖二十一為方法 D 建置的管制圖，剔除全部之策略結果誤判了穩定狀態的第 4 點，也留下了異常的第 19 組刀具磨損資料。同樣的也進行 OAAT 策略，剔除了最後五點，比起傳統剔除方法提高了偵測力，並且保留住原

本誤判的第 4 點，降低了假警報率。對本例我們維持以上步驟重覆作了很多次實驗，整體結果都與此次相似，代表說結果是相當有可信度的，並且使用 OAAT 整體來說都能夠維持住原本的偵測力，還能夠降低假警報率。

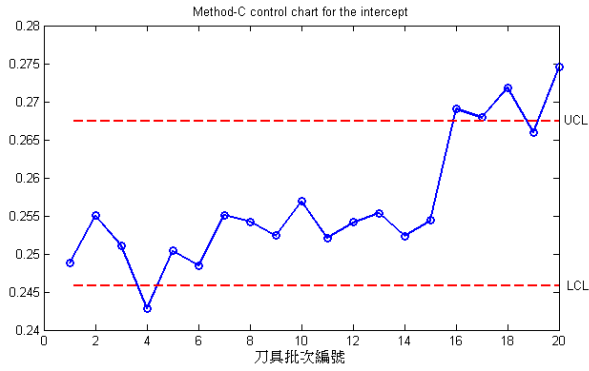
將這個例子套入方法 C 或 D 並且使用 OAAT 剔除策略，最後能夠剔除掉所有失控的刀具磨損資料，接著使用剩餘的剖面資料估計該款刀具管制中的磨耗量函數，得到  $\hat{V} = 0.0951 + 0.002t + \varepsilon$ ，其中  $\varepsilon \stackrel{iid}{\sim} N(0, 1.588 \times 10^{-4})$ 。雖然得到函數並不是百分之百準確，至少此例使用本文所介紹的監控方法可將所有失控的刀具資料剔除，並且估計函數與真實函數並無偏差太多。我們由此函數可以知道當  $t = 152.45$  分鐘時，磨耗量達到上限  $0.4\text{mm} \times 10^{-3}$ ，必須更換此刀具。所以使用第一階段剖面資料監控方法並結合 OAAT 剔除策略可將異常資料剔除，得到刀具在固定轉速下的壽命，以利車床作業員能在適當時間更換刀具。



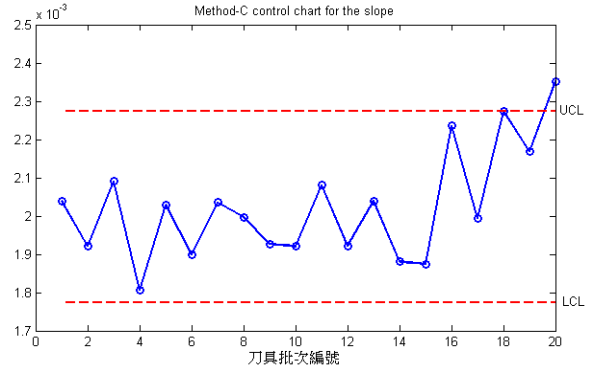
圖十四、方法 A 建置的管制圖



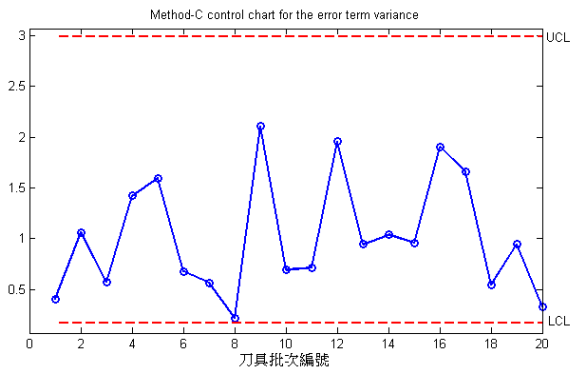
圖十五、方法 B 建置的管制圖



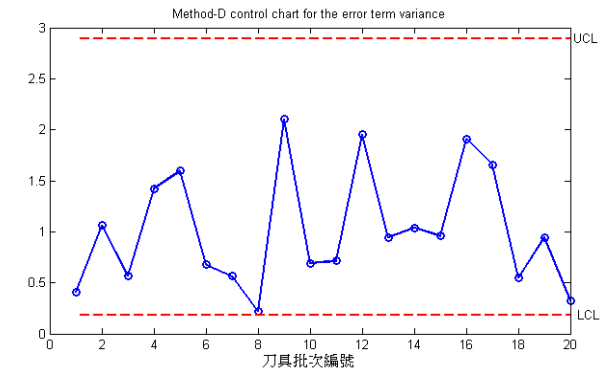
圖十六、方法 C 針對截距項建置的管制圖



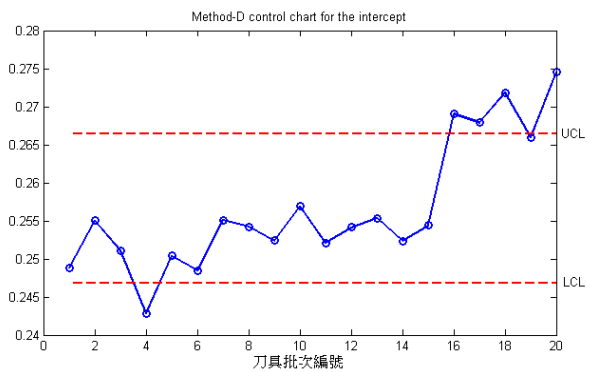
圖十七、方法 C 針對斜率項建置的管制圖



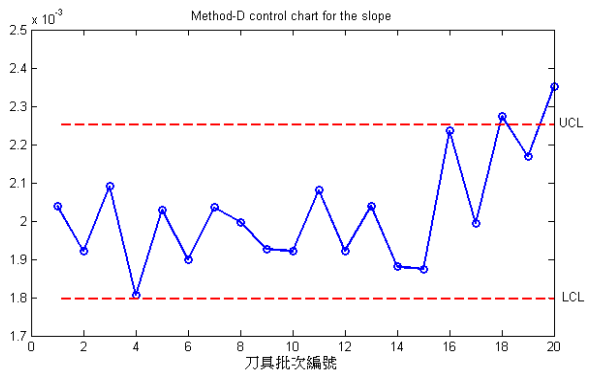
圖十八、方法 C 針對誤差變異數的管制圖



圖十九、方法 D 針對誤差變異數的管制圖



圖二十、方法 D 針對截距項建置的三倍標準差管制圖



圖二十一、方法 D 針對斜率項建置的三倍標準差管制圖



## 第五章 結論及未來展望

在這篇論文中，針對工具磨損所造成品質特性呈線性趨勢的製程，我們想要在第一階段製程分析中得到製程在穩定狀態下的製程參數，以供第二階段進行線上監控之用。我們將每個工具在汰換前所得到的品質特性資料視為一組剖面資料，使用第一階段監控線性剖面資料的方法，來分析第一階段所收集之歷史剖面資料，期望能夠將異常的工具磨損剖面資料偵測出來並剔除之。

本文研究了 Stover and Brill (1988)、Kang and Albin (2000)、Kim et al. (2003) 以及 Mahmoud and Woodall (2004) 所提出的第一階段剖面監控方法，但文獻中普遍都是使用失控訊號率來比較各個方法的績效，但是造成失控訊號率高，不單是偵測力大，也有可能是假警報率大所造成。而第一階段的一個目的是想要正確剔除掉異常的資料，並保留穩定的資料，所以偵測力與假警報率二者對第一階段來說都是很重要的，因此本文會從這兩個指標的角度進行績效比較。但是同時要比較兩個指標又比較麻煩，尤其二者之比較結果並不一致時如何評論各方法之績效也是一個問題，所以我們也考慮引用 Jaccard (1908) 所提出的 Jaccard 指標，提出一個結合偵測力與假警報率兩個指標的新指標，避免掉比較不只一個績效指標的困擾。

根據電腦模擬結果綜合來說，Kang and Albin (2000) 提出的  $T^2$  管制圖以及 Kim et al. (2003) 的三個 Shewhart 管制圖在截距偏移或斜率偏移的情況下表現比其他方法好。而經過轉換後，Kim et al. (2003) 的方法可對三個參數分開監控，能對製程偏

移的類型給使用者一些資訊。變異數偏移模型方面 Kim et al. (2003)提出的方法 C 與 Mahmoud and Woodall (2004)的方法 D 因為有專門監控變異數的管制圖，所以在變異數偏移情形下優於其他方法。綜合前面所述，我們建議使用方法 C 來作第一階段製程分析。

此篇論文還有另一個重點，也就是引入 Shiau and Sun (2009)提出的 OAAT 策略，與我們所使用的第一階段剖面資料監控方法結合，比起使用傳統剔除全部策略，此策略能夠降低假警報機率，並且還能保持原有的偵測力，對於正確找出異常的工具磨損資料有很大的幫助。

本論文只討論線性偏移的部分，但實際上工具磨損也有可能導致製程參數呈現非線性的趨勢，未來可以朝非線性的工具磨損問題去研究。



## 參考文獻

- [1] Jaccard, P (1908). “Nouvelles recherches sur la distribution florale”. *Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles* 44, pp. 223-270.
- [2] Kim, K., Mahmoud, M. A., and Woodall, W. H. (2003). “On the Monitoring of Linear Profiles”. *Journal of Quality Technology* 35, pp. 317-328.
- [3] Kang, L. and Albin, S. L. (2000). “On-Line Monitoring When the Process Yields a Linear Profile”. *Journal of Quality Technology* 32, pp. 418-426.
- [4] Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control* (6th ed.), John Wiley & Sons, New York, NY.
- [5] Mahmoud, M. A. and Woodall, W. H. (2004). “Phase I Analysis of Linear Profiles with Calibration Applications”. *Technometrics* 46, pp. 380-391.
- [6] Stover, F. S. and Brill, R. V. (1998). “Statistical Quality Control Applied to Ion Chromatography Calibrations”. *Journal of Chromatography A* 804, pp. 37–43.
- [7] Seber, G. A. F. (1984). *Multivariate Observations*, John Wiley, New York.
- [8] Shiau, J.-J. H. and Sun, J.-H. (2009). “A New Strategy for Phase I Analysis in SP-C”. *Quality and Reliability Engineering International*. (In Press) (Published online in Wiley InterScience, DOI: 10.1002/qre.1075)
- [9] Tracy, N. D., Young, J. C., and Mason, R. L. (1992). “Multivariate Control Charts for Individual Observations”. *Journal of Quality Technology* 24, pp. 88-95.

[10] Pearn, W. L., Hsu, Y.-C. (2007). “Optimal Tool Replacement for Processes with

Low Fraction Defective.” *European Journal of Operational Research* 180, pp.

1116-1129.

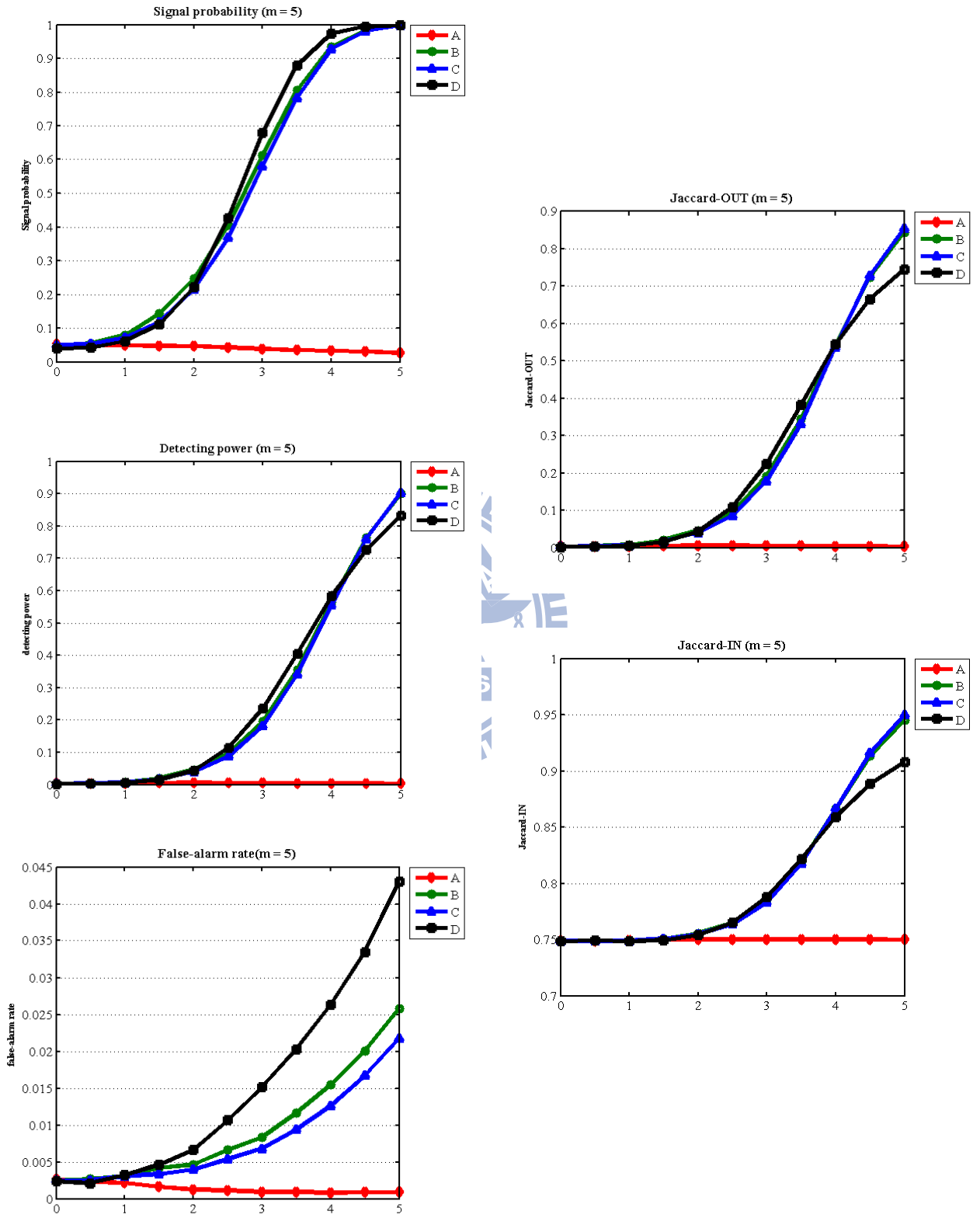
[11] 林維新 (2007), “碳化鎢車刀在各種不同切削速度累積作用下之刀具壽命分

析”, 技術學刊, 第 22 卷, 第 2 期, 161-165。

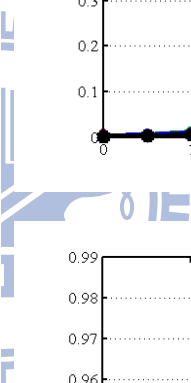
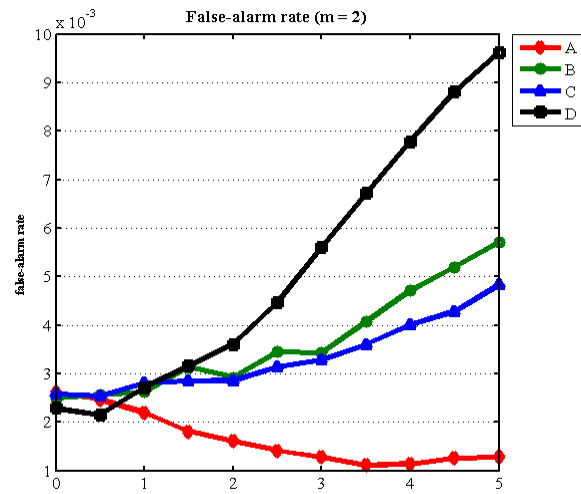
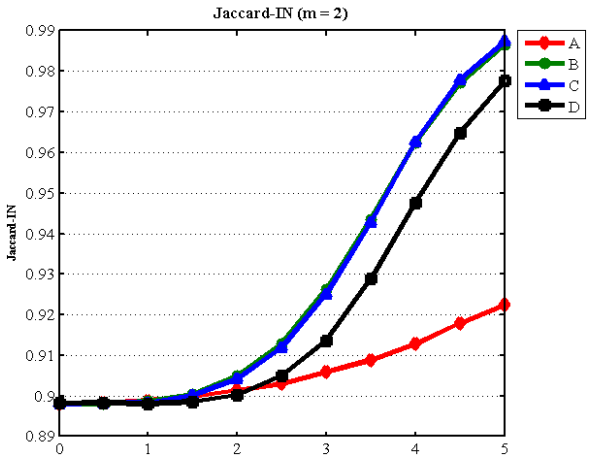
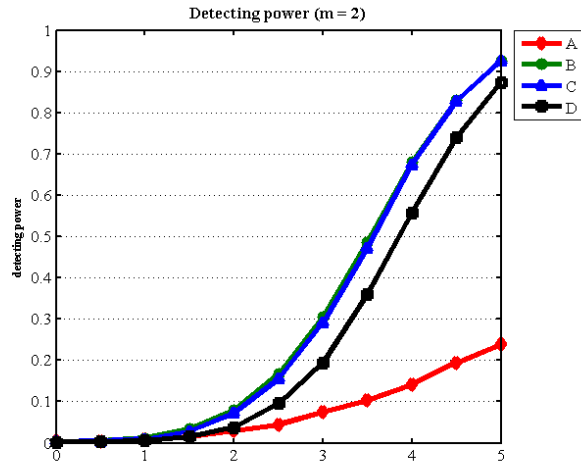
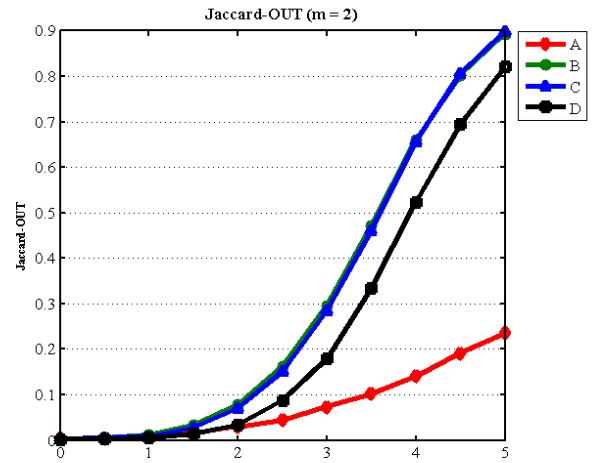
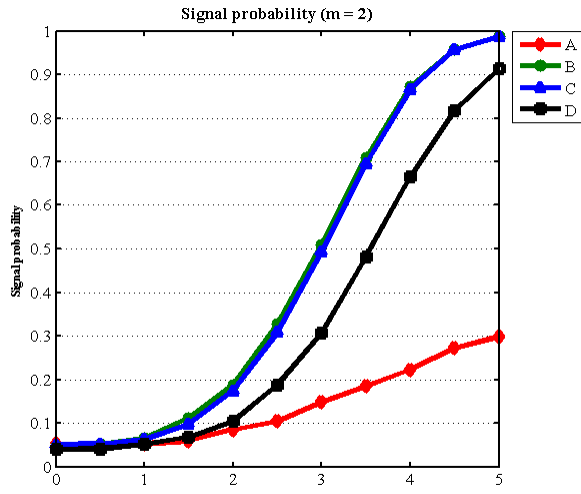


# 附錄A

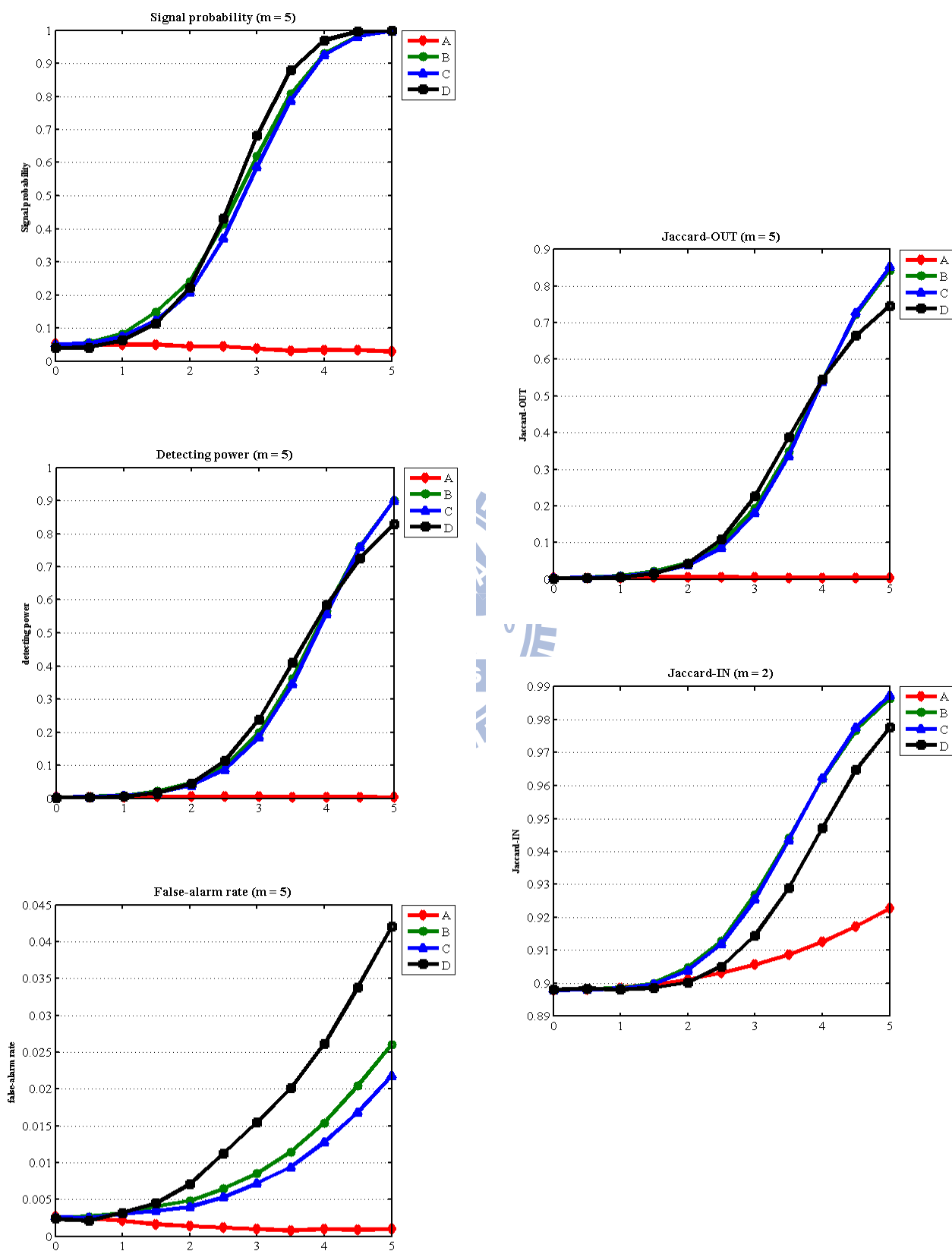
附圖A.1 截距偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 5$ )



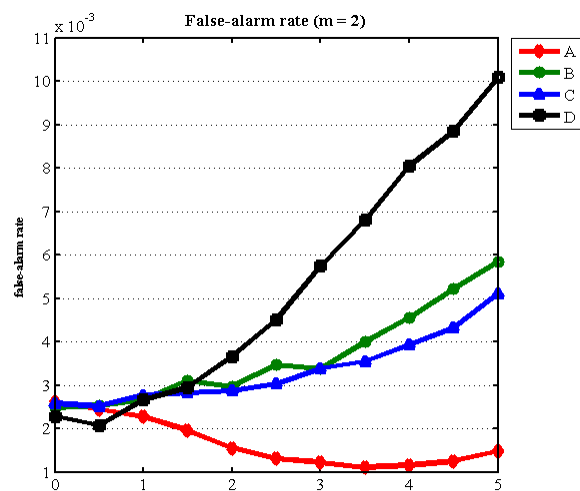
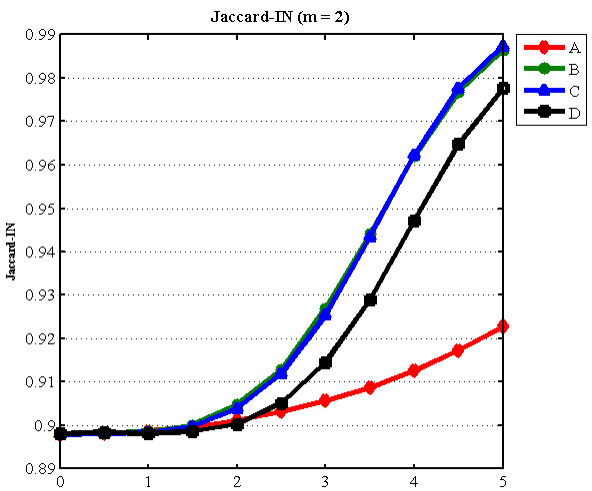
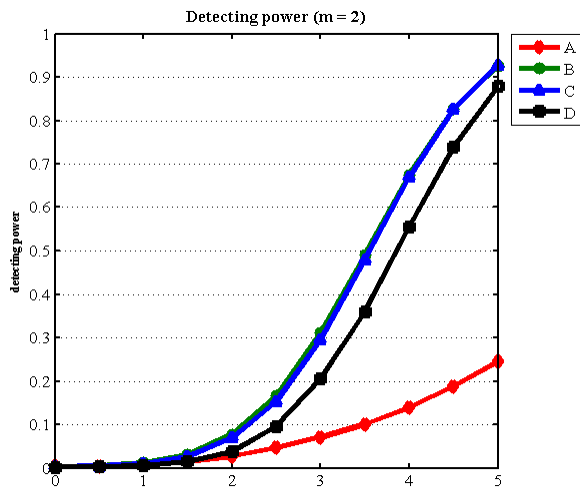
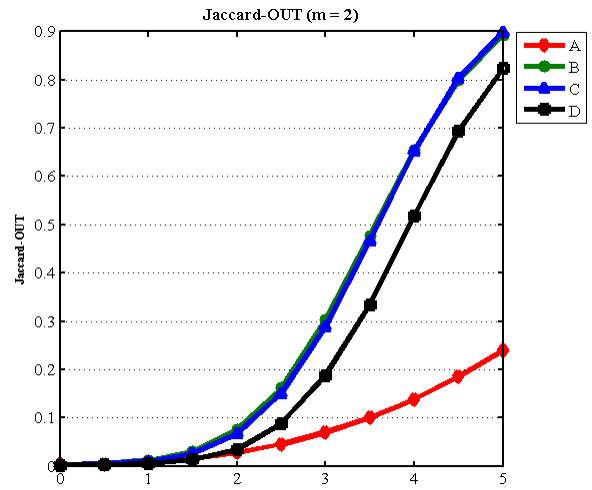
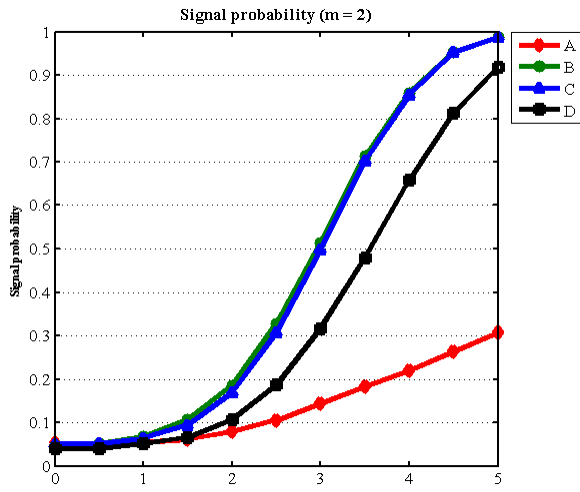
附圖A.2 截距偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 2$ )



附圖A.3 斜率偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 5$ )

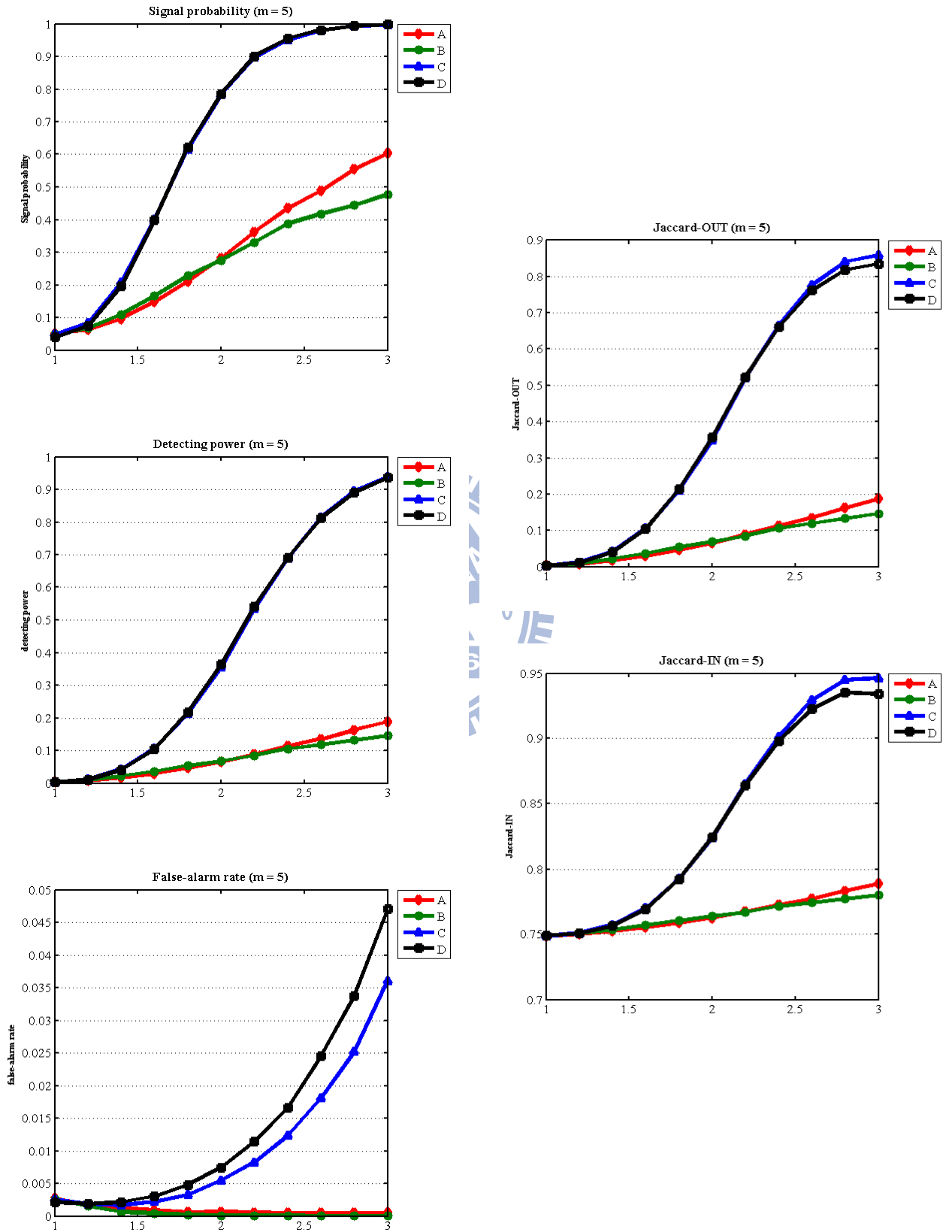


附圖A.4 斜率偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 2$ )

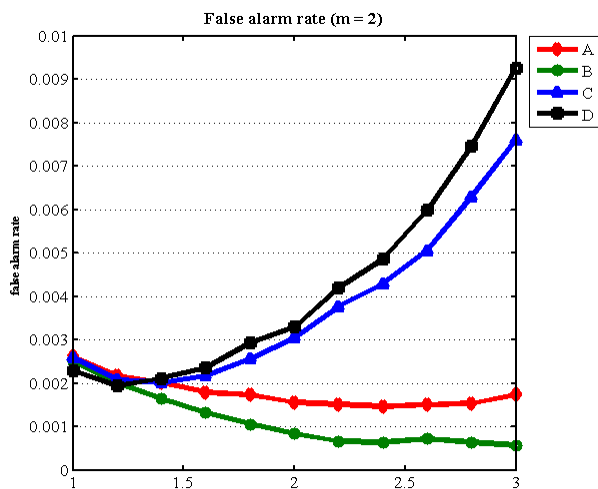
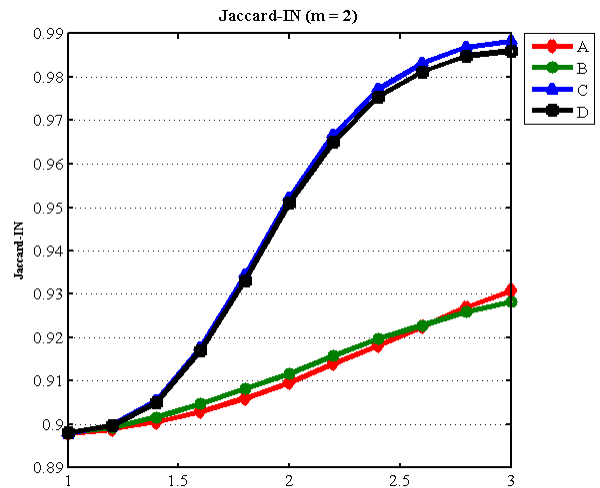
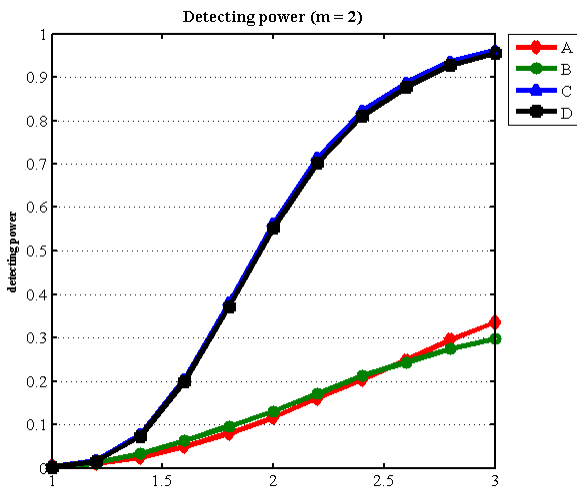
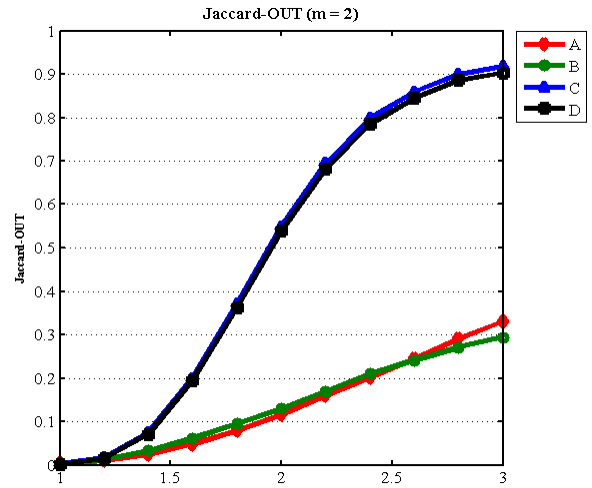
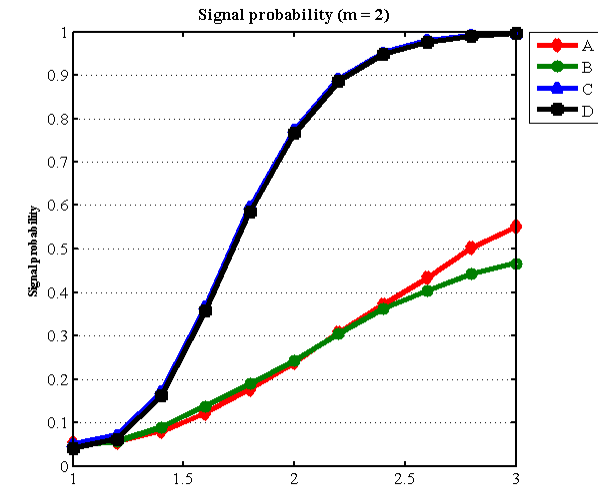




附圖A.5 變異數偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 5$ )

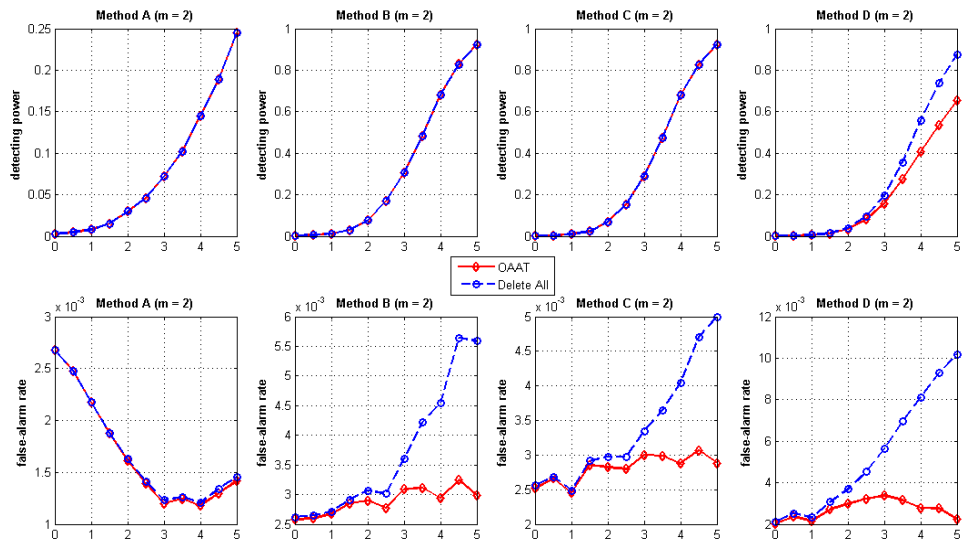
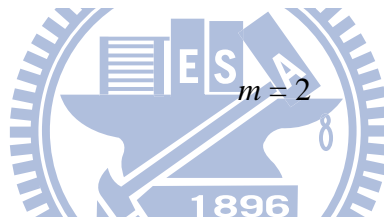
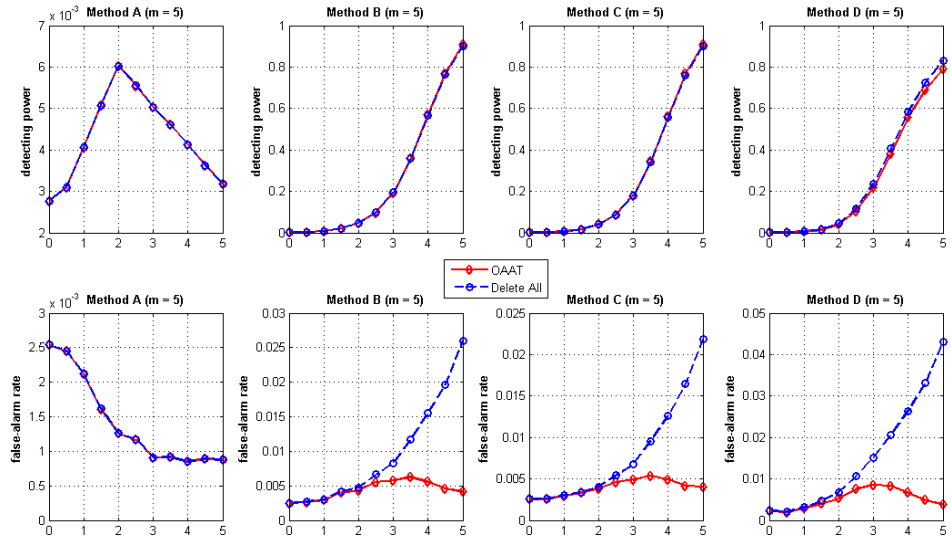


附圖A.6 變異數偏移時四個方法的指標績效圖( $m = 2$ )



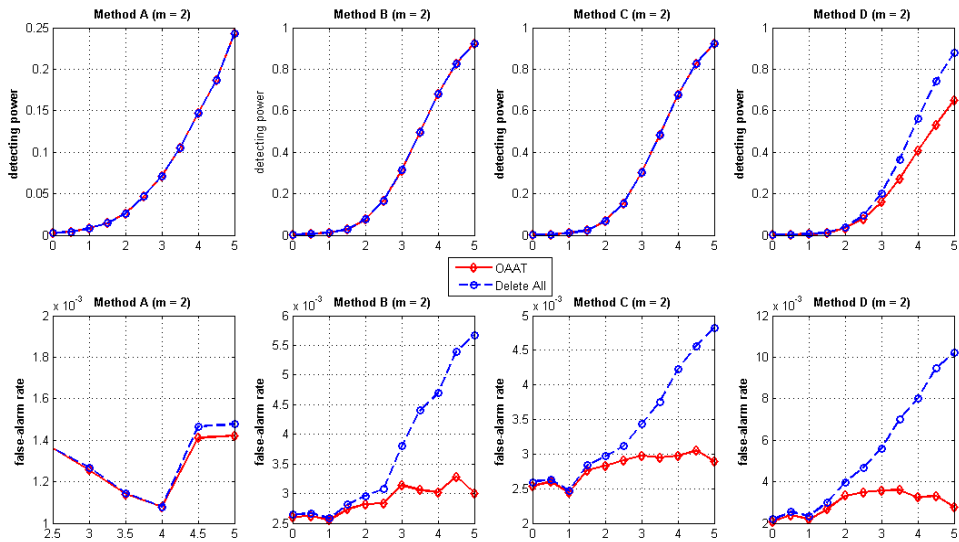
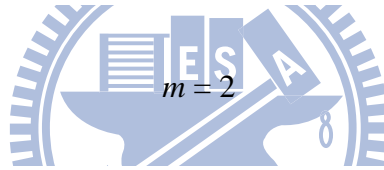
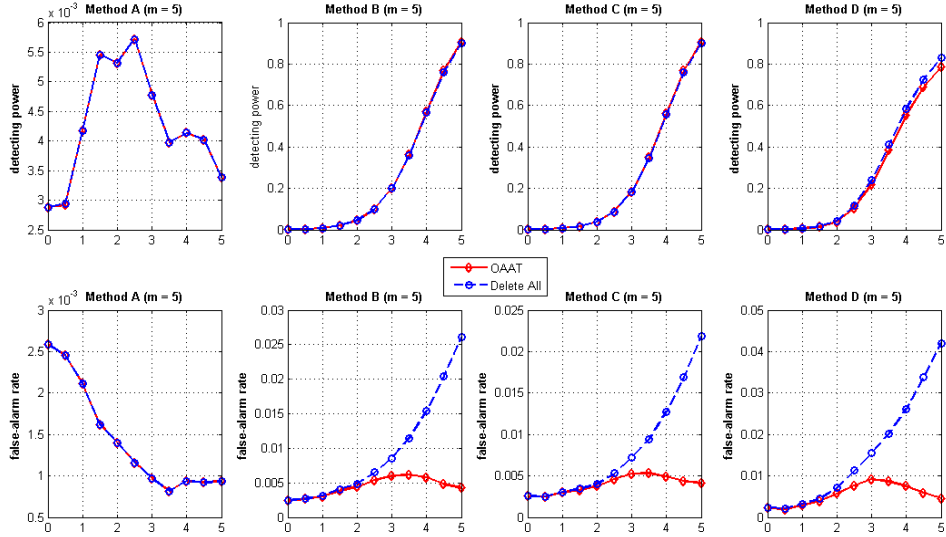
附圖A.7 截距偏移使用 OAAT 與剔除全部策略的偵測力與假警報率比較圖

$m = 5$



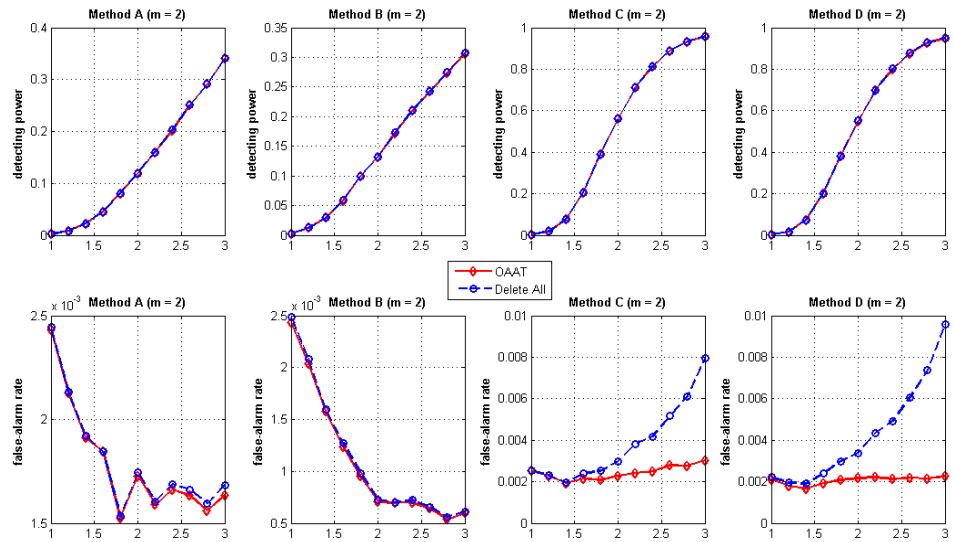
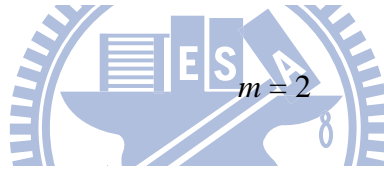
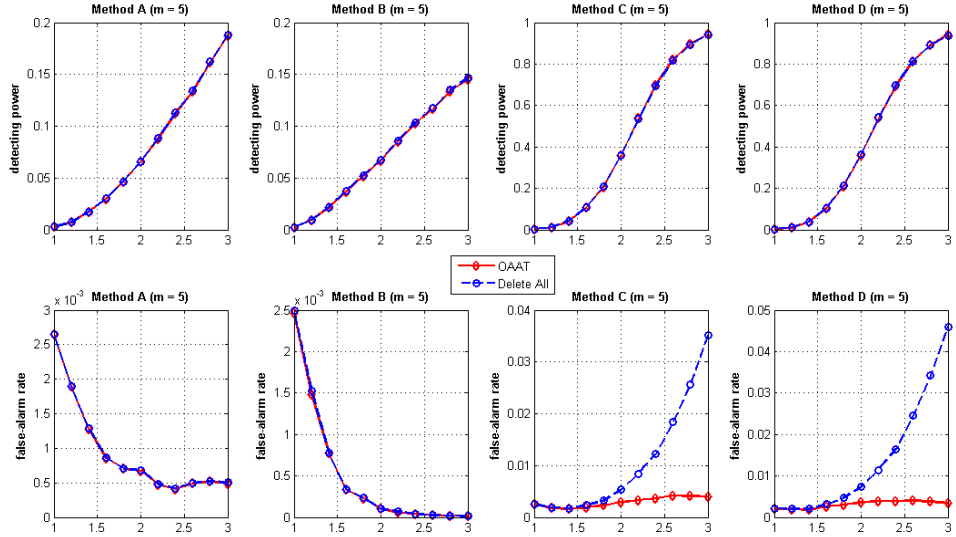
附圖A.8 斜率偏移使用 OAAT 與剔除全部策略的偵測力與假警報率比較圖

$m = 5$



附圖A.9 變異數偏移 OAAT 與剔除全部策略的偵測力與假警報率比較圖

$m = 5$



## 附錄B

根據 (11) 式假設轉換後線性工具磨損模型為  $y_{ij} = B_{0j} + B_{1j}x_i + \varepsilon_{ij}$ ，其中  $B_{0j}, B_{1j}$  為第  $j$  組剖面資料的參數，以及  $\varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_j^2)$ 。若該組剖面資料是穩定的，則代表  $B_{0j} = B_0, B_{1j} = B_1, \sigma_j^2 = \sigma^2$ 。根據 (12) 和 (13) 式可以知道第  $j$  組剖面資料參數最

小平方法估計量的分佈為  $b_{0j} = \bar{y}_j \sim N(B_{0j}, \frac{\sigma_j^2}{n}), b_{1j} = \frac{S_{xy(j)}}{S_{xx}} \sim N(B_{1j}, \frac{\sigma_j^2}{S_{xx}})$ 。

如同 (24) 式的偏移參數設定，截距與斜率參數偏移模型為

$$\begin{aligned} \text{截距: } & B_{0j} = B_0 + \delta \sigma_j / \sqrt{n}, j = k - m + 1, \dots, k, \\ & B_{0j} = B_0, \text{ o.w.} \\ \text{斜率: } & B_{1j} = B_1 + \delta \sigma_j / \sqrt{S_{xx}}, j = k - m + 1, \dots, k. \\ & B_{1j} = B_1, \text{ o.w.} \end{aligned}$$

我們以方法 C 分開監控截距與斜率管制圖為例，其中平均估計量的期望值與變異

數為  $E(\bar{b}_0) = B_0 + \delta \frac{m\sigma}{k\sqrt{n}}, \text{Var}(\bar{b}_0) = \frac{\sigma^2}{nk}, E(\bar{b}_1) = B_1 + \delta \frac{m\sigma}{k\sqrt{S_{xx}}}, \text{Var}(\bar{b}_1) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}k}$ ，而

$$E(b_{0j} - \bar{b}_0) = -\delta \frac{m\sigma}{k\sqrt{n}},$$

$$\text{Var}(b_{0j} - \bar{b}_0) = \frac{(k-1)\sigma^2}{nk}, j = k - m + 1, \dots, k.$$

所以  $\frac{(b_{0j} - \bar{b}_0)}{\sqrt{\frac{(k-1)\sigma^2}{nk}}} \sim N\left(\frac{-m\delta}{\sqrt{k(k-1)}}, 1\right), j = k - m + 1, \dots, k$ ，且  $k(n-2)MSE/\sigma^2 \sim \chi_{(n-2)k}^2$ ，加

上兩者獨立，所以可以得到  $\frac{(b_{0j} - \bar{b}_0)}{\sqrt{\frac{(k-1)\sigma^2}{nk}}} \frac{\sqrt{\frac{(k-1)\sigma^2}{nk}}}{\sqrt{\frac{k(n-2)MSE}{\sigma^2 k(n-2)}}} = \frac{(b_{0j} - \bar{b}_0)}{\sqrt{\frac{(k-1)MSE}{nk}}}$  是服從非中心化的  $t$  分配

(noncentral  $t$  distribution)，自由度為  $k(n-2)$ ，非中心化參數為  $\frac{-m\delta}{\sqrt{k(k-1)}}$ 。同樣地可

以得到  $\frac{(b_{1j} - \bar{b}_0)}{\sqrt{\frac{(k-1)MSE}{kS_{xx}}}}$  也是服從非中心化的  $t$  分配，自由度與非中心化參數也相同。

由以上性質可以算出兩不同參數偏移模型在使用方法 C 監控，偵測力都是相同的，這也就可以說明第三章電腦模擬結果為何截距與斜率兩者呈現結果近乎相同。

