

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩 士 論 文

應用共同權重於麥氏生產力指數發展多週期生
產力評估模式



Employ common weights analysis to the Malmquist
productivity index for multiple periods performance
evaluation

研 究 生：林宗賢

指 導 教 授：劉復華 教授

中 華 民 國 九 十 九 年 七 月

應用共同權重於麥氏生產力指數發展多週期 生產力評估模式

學生：林宗賢

指導教授：劉復華 教授

國立交通大學工業工程與管理學系碩士班

摘要

本研究利用資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis, DEA)所演變而來的共同權重模式(Common Weights Analysis, CWA)，提出兩階段的分析方法，幫助績效評量者分析受評單位多週期的生產力變化。階段一利用各組織的多週期指標資訊，決定各期的指標權重，應用麥氏生產力指數(Malmquist productivity index, MPI)發展 CWA 的麥氏生產力指數(CWA-based MPI)來衡量各參與評比的組織每對前後兩週期間的生產力變化，並計算影響生產力變化的子評量指數(CWA-based sub-MPIs)：1. 個人競爭力變化(Self Competitiveness Shift, SCS)；2. 群體競爭力消長(Group Competitiveness Shift, GCS)。階段二以階段一為基礎，利用(Caves, Christensen, & Diewert, 1982)CCD 數值轉換概念，轉換 CWA-based MPI 成為 CWA/CCD-based MPI，使其滿足循環性檢定與時間倒數檢定，可衡量任意兩週期之間的生產力變化，使任一週期為標準衡量它期之生產力變化有穩健之分析結果，發展多週期間的生產力變化方法。最後，本研究應用我們所提出之多週期績效評量技術，評量 Fortune Global 500 中 11 家藥廠 2005 至 2008 四年間的生產力表現。

關鍵字：共同權重、資料包絡分析法、麥氏生產力指數

Employ common weights analysis to the Malmquist productivity index for multiple periods performance evaluation

Student: Tsung-Hsien LIN

Advisor: Fuh-Hwa F. LIU, Ph.D.

Department of Industrial Engineering and Management

National Chiao Tung University

Hsinchu City, Taiwan, Republic of China



The common weights analysis (CWA), derived from data envelopment analysis (DEA), can help the performance assessor to measure the efficiencies of a group of many units of assessment (UOAs) with multiple inputs and outputs. Phase I of this research is to develop a method to measure the CWA-based Malmquist productivity index for each UOA's productivity change between two adjacent periods. The productivity index further is decomposed into two sub-indices: Self Competitiveness Shift (*SCS*), and Group Competitiveness Shift (*GCS*). In Phase II, based on Phase I and employ the concept of (Caves, Christensen, & Diewert, 1982) we develop a CWA/CCD-based Malmquist productivity index for measuring each UOA's productivity change between any two periods. Most importantly the productivity index satisfies Time-reversal test and Circular test so that the multilateral performance analysis would avoid the bias from choosing the fixed comparison period. One could

measure the trend of productivity changes for each UOA directly. The productivity changes of Fortune Global 500 Pharmaceuticals companies between 2005 and 2008 are analyzed with our procedure.

Keywords: Common Weights Analysis, Data Envelopment Analysis, CCD, Malmquist productivity index.



誌 謝

首先學生在此由衷地感謝指導老師劉復華教授的悉心教導，讓本論文得以順利完成。學生自大學時代起即非常幸運地成為劉老師之導生與專題生。老師細心地引領研究方向與教導研究方法，適時地提點與指正研究問題，體貼地包容學生在學問上的不足，嚴格地訓練學生解決問題的能力，讓學生無論在大學部或碩士班的求學過程中獲益匪淺。老師除了在求學的過程中給予學生指導，在為人處事上所樹立的公正風範更是學生未來人生中追尋的理想。

感謝口試指導委員交通大學資訊與財金管理學系的林妙聰教授、與運輸科技與管理學系姚銘忠教授仔細地審查論文，並給予學生寶貴的意見，讓本論文得以更臻完善與嚴謹。

在兩年的碩士生涯中，實驗室的生活令人難以忘懷，感謝實驗室中學長姐，以及學弟妹的相互關懷與陪伴，同窗好友林晏生更是在研究過程中相互砥礪的好夥伴。林彥宏、葉士銓學弟們、與張雅棉、黃仕婷學妹們是實驗室中的開心果，有你們的存在讓績效評量實驗室的氣氛溫馨而愉快。另外，感謝其他實驗室的同學們，讓碩士的求學過程充滿能量。

我希望能將完成論文的喜悅與我的家人一同分享，讓你們驕傲是我求學的動力。我要謝謝我的爸媽與妹妹，無論我遇到什麼困難，你們總是默默地在背後無條件地支持我，讓我能夠順利地完成碩士學業。最後，再次感謝所有在研究過程中幫助過我的人們。

林宗賢 謹誌

于 交通大學工業工程與管理學系

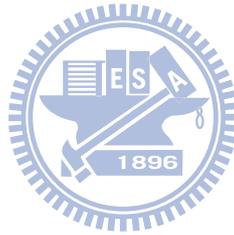
民國九十九年七月

目錄

摘要.....	i
ABSTRACT.....	ii
誌謝.....	iv
圖目錄.....	vi
表目錄.....	vii
符號表.....	viii
1. 簡介.....	1
2. 文獻回顧.....	5
2.1. 生產力衡量.....	5
2.2. 有母數之多週期生產力評量方法.....	7
2.2.1. 生產力評量指數.....	7
2.2.2. 生產函數.....	8
2.3. 資料包絡分析法—CCR 模式.....	8
2.4. 共同權重—CWA 模式.....	11
2.5. DEA 和 CWA 模式之不同.....	16
2.6. 麥氏生產力指數.....	19
2.6.1. DEA 與麥氏生產力指數之應用.....	20
2.6.2. DEA—CCR 模式與麥氏生產力指數之應用.....	20
2.6.3. DEA 與麥氏生產力指數之修正.....	23
2.6.4. 麥氏生產力指數之相關檢定.....	23
3. 問題描述與解決方法.....	26
3.1. 問題描述.....	26
3.2. DEA 與麥氏生產力指數應用上之缺失.....	26
3.3. 解決方法.....	27
3.3.1. 階段一—每對前後兩週期間的麥氏生產力指數.....	28
3.3.2. 階段二—具循環性之麥氏生產力指數.....	31
3.3.3. 以時間倒數檢定與循環性檢定檢測階段二之麥氏生產力指數.....	32
4. 數據例子分析.....	35
4.1. CWA-BASED MPI 計算.....	37
4.2. CWA/CCD-BASED MPI 計算.....	38
5. 研究貢獻與未來研究機會.....	41
參考文獻.....	43

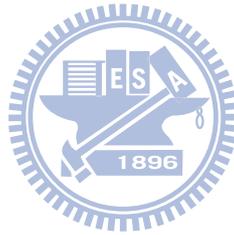
圖目錄

圖一：單一投入指標項與單一產出指標項之效率前緣.....	6
圖二：CWA 績效評量.....	12
圖三：DEA 績效評量與部份效率前緣 1	17
圖四：DEA 績效評量與部份效率前緣 2	18
圖五：兩週期之 CCR 產出導向圖形.....	22
圖六：UOA ₁ 之生產力分析.....	40



表目錄

表一：評比指標說明.....	35
表二：11 家藥廠 2005-2008 之資料.....	36
表三：各期共同權重.....	37
表四：每對前後兩週期的麥氏生產力指數與子生產力指數.....	37
表五：多週期生產力之直接比較.....	38
表六：具循環性之生產力指數與子生產力指數.....	40



符號表

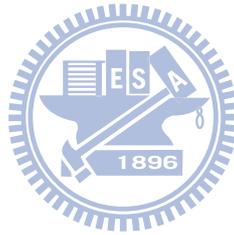
符號	定義
j	第 j 項受評單位
n	受評單位總個數
i	第 i 項投入指標
m	投入指標總個數
r	第 r 項產出指標
s	產出指標總個數
t	第 t 週期
T	週期總數
x_{ij}	第 j 項受評單位的第 i 項投入指標值
y_{rj}	第 j 項受評單位的第 r 項產出指標值
x_{io}	評量主角的第 i 項投入指標值
y_{ro}	評量主角的第 r 項產出指標值
x_{ij}^t	第 j 項受評單位，在第 t 週期的第 i 項投入指標值
y_{rj}^t	第 j 項受評單位，在第 t 週期的第 r 項產出指標值
X_i	單一週期中，所有受評單位第 i 項投入指標值之總和
Y_r	單一週期中，所有受評單位第 r 項產出指標值之總和



X_o^t	評量主角在第 t 期之投入指標向量
Y_o^t	評量主角在第 t 期之產出指標向量
*	各決策變數經由數學模式計算後得到之最佳解
ε	一極小之正值，稱之為正的阿基米德數(positive Archimedean infinitesimal constant)
E_o	評量主角的生產力數值
θ_o	評量主角之績效值
θ_o^*	評量主角在 CCR 模式中最佳績效值
v_{io}	評量主角在 CCR 模式中第 i 項投入指標權重
u_{ro}	評量主角在 CCR 模式中第 r 項產出指標權重
η^*	共同權重模式下之最佳整體綜合績效值
η	共同權重模式下之整體綜合績效值
Δ^*	在共同權重模式中，所有受評單位的虛擬產出差額與虛擬投入差額之總和
Δ_j^0	第 j 項受評單位虛擬產出之差額
Δ_j^I	第 j 項受評單位虛擬投入之差額
Δ_j	第 j 項受評單位虛擬產出之差額與虛擬投入差額之總和
V_i	第 i 項投入指標之共同權重
U_r	第 r 項產出指標之共同權重
V_i^t	第 i 項投入指標在第 t 期之共同權重

U_r^t	第 r 項產出指標在第 t 期之共同權重
Q_i	所有受評單位為了達到標竿值，第 i 項投入指標所需減少的差額總合
P_r	所有受評單位為了達到標竿值，第 r 項產出指標所需增加的差額總合
Q_i^t	所有受評單位在第 t 期為了達到標竿值，第 i 項投入指標所需減少的差額總合
P_r^t	所有受評單位在第 t 期為了達到標竿值，第 r 項產出指標所需減少的差額總合
q_{ij}	第 j 項受評單位為了達到標竿值，其第 i 項投入指標所需減少的差額
p_{rj}	第 j 項受評單位為了達到標竿值，其第 r 項產出指標所需減少的差額
q_{ij}^t	第 j 項受評單位在第 t 期為了達到標竿值，其第 i 項投入指標所需減少的差額
p_{rj}^t	第 j 項受評單位在第 t 期為了達到標竿值，其第 r 項產出指標所需減少的差額
π_j	在共同權重對偶模式中，第 j 項受評單位改善原模式差額總和之影響力
π_j^t	在共同權重對偶模式中，第 j 項受評單位改善原模式第 t 期差額總和之影響力
$M_o(\alpha, \beta)$	以資料包絡分析法為基本之第 α 期至 β 期的麥氏生產力指數
$D^\alpha(X_o^\beta, Y_o^\beta)$	評量主角第 β 期的指標資訊以第 α 期的效率前緣為標準評量所得之績效值
$P_A^{(\alpha, \beta)}$	表示 DMU _A 第 β 期的表現在第 α 期的包絡面上之投影位置
$\tilde{M}_o(\alpha, \beta)$	此指數用以說明時間倒數檢定與循環性檢定之特性
$\tilde{M}_o^C(\alpha, \beta)$	此指數用以說明 CCD 數值轉換方法之計算方式
$Q^\alpha(H_o^\beta)$	評量主角以第 α 期之共同權重為標準，評比第 β 期之投入與產出指標數值所得之績效值
H_o^β	評量主角在第 β 期之各指標數值之向量表示法

$M_o^I(\alpha, \beta)$	階段一以共同權重為基本之第 α 期至 β 期的麥氏生產力指數
$SCS_o^I(\alpha, \beta)$	階段一 UOA_o 以第 α 期至 β 期的指標資訊，透過與之同期的共同權重評量後，得到第 α 期至 β 期的績效比值
$GCS_o^I(\alpha, \beta)$	階段一 UOA_o 以第 α 期至 β 期的指標資訊為基準，分別與第 α 期至 β 期的共同權重評量後的績效比值之幾何平均。
$M_o^{II}(\alpha, \beta)$	階段二利用 CCD 方法轉換 $M_o^I(\alpha, \beta)$ 後之指數
$SCS_o^{II}(\alpha, \beta)$	階段二利用 CCD 方法轉換 $SCS_o^I(\alpha, \beta)$ 後之指數
$GCS_o^{II}(\alpha, \beta)$	階段二利用 CCD 方法轉換 $GCS_o^I(\alpha, \beta)$ 後之指數



1. 簡介

本研究乃研發一套方法用以評量一群性質相似的受評單位(Unit of Assessment, UOA)在連續週期下生產力的變化。績效評量者先收集各 UOA 於各週期在既定之各項評量指標的數據，再以本研究所發展的計量分析方法，衡量出各 UOA 在每個週期的生產力變化，同時也分析出各 UOA 在多週期下的生產力變化趨勢。

評量指標可區分為投入與產出指標兩種。以多投入項及多產出項來衡量各 UOA 的生產力時，投入與產出指標乘上與其相對應之權重加總後，分別為一項虛擬投入與一項虛擬產出。生產力之衡量即為虛擬產出與虛擬投入之比值，生產力之值愈大愈好。所以愈少的虛擬投入，與愈多的虛擬產出會提升 UOA 的生產力，而該如何決定各指標權重即為分析生產力之研究重點。既有之評量指標權重的兩種制定方法為利用有母數方法制定全體 UOA 之共同權重，與利用無母數方法使得各 UOA 制定其各別權重，本研究提出以無母數方法制定全體 UOA 之共同權重並進行多週期之生產力評量。

制定有母數共同權重有兩種較為普遍的方法：計算生產力指數及建構生產函數。生產力指數以各指標之價格做為該指標權重的建構基礎，可計算各 UOA 之生產力，並再進一步分析各 UOA 在兩個時間點的生產力變化。生產函數可經由統計學中的迴歸分析來進行建構，但需先設定生產函數的模式，或是生產函數中的各種參數設定，再估算生產邊界，或稱之為效率前緣。以一投入項與一產出項為例，效率前緣即某定量投入下之最大產出量，或某定量產出下之最小投入量，其為計算各 UOA 生產力之基準，並可再進一步分析各 UOA 在兩個時間點的生產力變化。視評量的需求而定，兩個時間點之間隔可為天、週、月、季、年等，兩個時間點可為前後相鄰，或是以其中一個時間點為固定之參考點，發展多週期生產力評量方法。有母數的生產力評量方法，需收集與估算各指標的相關權重，或是預設各種數學模式，在實務執行上相當不易，而且容易受到人

為的干擾，間接導致評量結果失真。

利用無母數的績效評量方法，不必再預設生產函數或是各指標權重，使得評比結果較不易受到人為的干擾。以(Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)提出之資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis, DEA)為典型，輪流以各個 UOA 為被評量的主角，以線性規劃模型計算它相對於全部 UOA 的最高績效值時，推算出一組各指標的權重，即各個 UOA 分別各自主張決定各指標的權重。利用線性規劃的對偶模型，DEA 成功地將全體 UOA 區分為高效(efficient)與非高效(inefficient)兩類，而且每個非高效的 UOA 會有一組(可能不是全部)高效的 UOAs，將構成計算其績效值之標準，稱之為效率前緣。

利用 DEA 所計算出各 UOA 所屬的指標的權重不一致時，高效 UOAs 之間的評比仍有許多議題尚未明確解決。同樣地，每對非高效 UOAs 若它們的兩組高效 UOAs 不一致，即分別各有不同的效率前緣，則無法比較兩者之高下。(Adler, Friedman, & Sinuany-Stern, 2002)回顧許多針對這些問題予以探討的相關研究。雖然 DEA 的無母數分析法較之上述之有母數分析法容易執行，但是 DEA 的分析結果乃針對各個 UOA 分別求出為它自己設定的各指標的權重。雖然各 UOA 都能以此相同的方法計算出它最高的相對績效值，以此對各別 UOA 而言，達到公平的原則，仍然缺乏一組共同的基準做為計算每個 UOA 相對於全部 UOA 的絕對績效值。

在單一週期的績效分析時，因上述的缺失，DEA 無母數分析在應用上雖有限制，但的確有效地排除了有母數績效分析人為主觀介入或執行上的困難，仍然較具應用價值。在多週期生產力分析之範疇中，(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)首先以 DEA 無母數的分析為基礎，並應用麥氏生產力指數(Malmquist productivity index, MPI)，發展 DEA-based MPI 評比 UOA 在前後兩週期間的生產力差異，其應用層面廣泛，後續研究甚多如 (Chen & Ali, 2004)、(Liu & Wang, 2008)、(Chang, Choy, Cooper, & Ruefli, 2009)等。MPI 為一數學函數，可分析各 UOA 在兩個時間點的生產力變化。各 UOA 兩週期的 DEA-based MPI 需應用四

個 DEA 線性規劃模型計算出四組績效值，上述 DEA 的缺失使得麥氏生產力分析理論支持受到損毀。

(Liu & Peng, 2008)提出無母數共同權重制定方法(Common Weights Analysis, CWA)，以彌補 DEA 在生產力評量上之缺失。針對每一項投入與產出，加總所有 UOA 該項之指標數值，即為各項投入與產出總合，各項投入與產出總合乘上該項指標權重後，即為一項整體虛擬投入與一項整體虛擬產出。CWA 不同於 DEA 輪流以各 UOA 為被評量主角之評量方式，它應用線性規劃模型決定一組使得整體虛擬產出與整體虛擬投入之比值最大，即整體綜合績效值最大之共同權重，再利用此組共同權重計算各 UOA 的績效值。

(Fisher, 1922)提出好的評量指數必須滿足某些檢定。其中時間倒數檢定(Time reversal test)與循環性檢定(Circular test)在為本篇論文之重點。時間倒數檢定要求評量指數衡量前後兩週期間的生產力變化時，若兩期互為標準來衡量另一期的生產力變化之結果是一致的。循環性檢定要求評量指數直接衡量兩週期之間的生產力變化，與透過某一週期之間接比較之結果應一致，如此才可直接比較整串時間序列的生產力改變。若指數符合循環性檢定，表示多週期的評比具有一致性，挑選任一週期為標準期，與其它期兩相比較之結果，並不會因為標準期的變動而改變。(Pastor & Lovell, 2005)、(Hashimoto & Haneda, 2008)與(Kao, 2010)指出 DEA-based MPI 不符合循環性檢定，所以只能單純的比較兩週期之間的生產力變動。

本研究發展兩階段的分析方法。階段一利用 CWA 與(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)提出 CWA-based MPI 分析各 UOA 前後兩週期的生產力變化。首先利用兩個 CWA 線性規畫模型，計算出這兩週期的兩組共同權重，各 UOA 在此兩週期的表現分別以這兩組共同權重可計算出四筆績效值，再以此四筆績效值計算 CWA-based MPI。在此方法中，不但可以分析各 UOA 在每對前後兩週期間 CWA-based MPI，觀察其生產力變化，還可將其拆解而得知影響生產力變化的兩個子生產力指數(CWA-based sub-MPIs)，分別為個人競爭力變化(Self

Competitiveness Shift, SCS)，與群體競爭力消長(Group Competitiveness Shift, GCS)。SCS 為比較各 UOA 在前後兩週期內，自己是否進步、持平、或退步。GCS 可比較前後兩週期內自己的進步狀況，相對於群體表現的變化程度。綜合考量 SCS 與 GCS 可了解自己的競爭力與相對於群體表現的變化程度。

本研究階段二以階段一為基礎，應用(Caves, Christensen, & Diewert, 1982)的 CCD 指數轉換概念，轉換以 CWA-based MPI，使其符合循環性檢定與時間倒數檢定。接著挑選某一週期為標準期，直接衡量其它週期之生產力變化，分析各 UOA 的生產力變化趨勢。透過穩健的多週期生產力比較，使得多週期的評量結果更加具有實際的應用價值。

本研究第二章為相關的文獻回顧，首先說明生產力的衡量方式，接著為有母數的多週期生產力評量方法，與無母數的 DEA 與 CWA 方法，並比較 DEA 與 CWA 兩者之差異，再回顧有母數與無母數方法如何應用於 MPI 進行多週期的生產力分析，最後回顧幾個與評量指數相關的檢定並討論常用的指數轉換方法，可使得轉換後的績效指數符合檢定。第三章為問題描述與解決方法，解釋 DEA-based MPI 在應用上之缺失並提出解決方法，再提出本研究之兩階段評量方法。第四章為數據例子分析，本研究以績效評量者的角度對世界各大藥廠進行多週期的生產力評量，說明兩階段方法地該如何應用。第五章為本研究的貢獻與未來的研究機會。

2. 文獻回顧

在此章節共分為六小節，第一節說明生產力衡量之方式與效率前緣之觀念。第二節為有母數的多週期生產力評量方法。第三節以 DEA 中的 CCR 模式為例，說明無母數計量分析之特性。第四節為以 DEA 為基礎發展出來的 CWA，同樣也屬於無母數模式。第五節分析 DEA 與 CWA 之不同，並分析兩種模式之特性。第六節首先回顧以生產函數為基準的麥氏生產力指數，接著是以 DEA 為基礎的麥氏生產力指數，並回顧相關評量方法來修正以 DEA 為基礎的麥氏生產力指數，緊接著回顧幾個與評量指數相關的檢定，並說明各種檢定的特色，並討論常用的指數轉換方法，可使得轉換後的績效指數符合檢定。

2.1. 生產力衡量

此章節首先說明生產力之衡量方式，並分析投入與產出評量指標之特性，再說明效率前緣的形成方式。

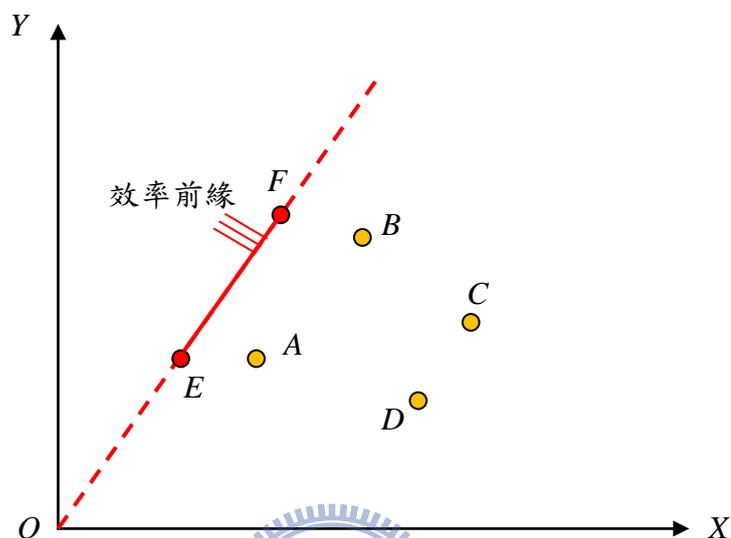
各 UOA 的生產力衡量是基於各種評量指標數據而計算之，且各評量指標可區分為投入與產出指標。以 UOA_o 表示第 o 個 UOA，其生產力為 E_o 。若此時 UOA_o 的評量指標只有一個投入指標項與一個產出指標項，其數量分別表示為 x_{1o} 、 y_{1o} ，則生產力 E_o 的計算方式為方程式(E1)。

$$E_o = \frac{y_{1o}}{x_{1o}} \quad (E1)$$

在只有單一投入指標項與單一產出指標項時，生產力的衡量即為產出指標值與投入指標值之比例。當其值較高，表示單位投入量可以製造較多的單位產出量，代表生產力較強，所以生產力 E_o 愈高愈好。若 UOA_o 具有愈小的投入指標值，與愈大的產出指標值，會使得生產力 E_o 愈高；換句話說，在衡量 UOA_o 的生產力時，投入指標項為望小項，產出指標項為望大項。

若 UOA_o 與其它 UOA 的生產力比較後，其單位投入可以創造出最高比例的單位產出，此時 UOA_o 的生產力表現凌駕於其它 UOA，稱為未被凌駕 UOA。所

有未被凌駕 UOA 將形成生產邊界，或是稱為效率前緣，包圍著被其所凌駕之 UOA。圖一以單一投入指標項與單一產出指標項為例說明效率前緣的形成方式，橫軸表示投入指標項之數值 X ，縱軸表示產出指標項之數值 Y ，共有六個 UOA，分別為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F ，互相比較其生產力之表現。



圖一：單一投入指標項與單一產出指標項之效率前緣

依據生產力 E_o 的計算公式，已知其為產出指標數值與投入指標數值之比值，即圖一中各 UOA 與原點 O 連線之斜率，斜率愈大表示其生產力愈高。由上圖可知 \overline{OE} 、 \overline{OF} 的斜率相同，表示 E 、 F 的生產力相同，同時 \overline{OE} 、 \overline{OF} 的斜率皆較 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 、 \overline{OD} 的斜率大，表示 E 、 F 的生產力表現較 A 、 B 、 C 、 D 好，即 E 、 F 的生產力表現凌駕於 A 、 B 、 C 、 D 。 E 、 F 兩者連線將形成效率前緣，所有其它的 UOA 皆會被包含在此效率前緣之內。

若此時將投入指標項增加至 m 個， x_{io} 表示 UOA _{o} 的第 i 個投入指標數值 ($i = 1, 2, \dots, m$)，產出指標項維持一個 y_{1o} ，則生產力 E_o 的計算方式為方程式(E2)。

$$E_o = \frac{y_{1o}}{x_{1o}v_{1o} + x_{2o}v_{2o} + \dots + x_{mo}v_{mo}} \quad (E2)$$

由於 UOA _{o} 的投入指標項不只一種，所以必須決定各投入指標項之權重 v_{io} ， $i = 1, 2, \dots, m$ 。績效評量者可主觀地決定各權重之值，直接計算有母數方法中之

各種生產力評量指數，亦可利用有母數方法中之生產函數之計算，透過迴歸分析模型決定各投入指標項之權重，即以單一產出項指標值為因變數，估計各項投入指標值之相關參數，也就是各投入指標項之權重。以上有母數方法所制定出之權重適用於所有的 UOA，大家皆使用相同的權重來進行評比。以上有母數的權重制定方法會在 2.2 節詳細介紹。

但是迴歸分析只能針對單一產出指標項進行其它投入指標項之權重估計，若此時產出指標項增加至 s 個， y_{ro} 表示 UOA_{*o*} 的第 r 個產出指標數值($r = 1, 2, \dots, s$)，則各指標之權重即不再適用以迴歸分析制定。此時生產力 E_o 的計算方式為方程式(E3)。

$$E_o = \frac{y_{1o}u_{1o} + y_{2o}u_{2o} + \dots + y_{so}u_{so}}{x_{1o}v_{1o} + x_{2o}v_{2o} + \dots + x_{mo}v_{mo}} \quad (E3)$$

由於產出指標項不只一種，所以也必須決定各產出指標項之權重 u_{ro} ， $r = 1, 2, \dots, s$ 。同樣地，績效評量者可主觀地決定各權重之值，直接計算有母數方法中之各種生產力評量指數。亦可透過無母數方法 DEA 決定出各別權重，即各 UOA 的指標權重不盡相同，或是 CWA 決定出一組共同權重，將適用於所有的 UOA。以上無母數的權重制定方法 DEA 與 CWA 分別會在 2.3 與 2.4 節詳細介紹，並在 2.5 節比較兩者之差異。

2.2. 有母數之多週期生產力評量方法

本節將討論有母數之多週期生產力評量方法，以往有母數的跨週期的生產力評量方法有以下兩個方式：1.計算生產力評量指數，2.建構生產函數。(Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005)有許多關於有母數評量方法的詳細介紹與說明。

2.2.1. 生產力評量指數

在衡量某 UOA 的生產力時，可簡單的定義為單位投入所製造的單位產出量，其值愈高表示單位投入可以獲得愈多的產出量，所以此時的指標可分為兩種，

分別為投入指標與產出指標，投入指標為望小項，產出指標為望大項。

績效評量者可選擇許多生產力評量指數，對某 UOA 進行跨週期的生產力衡量，例如拉氏指數(Laspeyres index)、裴氏指數(Paasche index)、費雪指數(Fisher index)、童氏指數(Törnqvist index)等。績效評量者在取得評比指標的相關數量資訊後，其衡量生產力改變的基本概念為以各指標之價格為該指標之權重架構，再代入各指數之方程式，衡量 UOA 之生產力變化。

2.2.2. 生產函數

面對多產出、投入指標的績效評量問題，生產函數可計算出生產邊界，生產邊界可簡單的定義為某定量投入下之最大可能產出量，或某定量產出下之最小可能投入量。生產函數中的參數可由所有 UOA 的各指標數值資訊估算而來，而生產函數又可分成兩種：1.固定式生產函數，2.隨機式生產函數。此兩者之共同特性為針對每一項產出指標預設一生產函數。固定式生產函數所估計之模式參數為一確定值，可描繪出固定的生產邊界；而隨機式生產函數所計算之生產邊界需多加考慮隨機因子，如天氣因素、罷工因素、環境景氣等，所以其計算之生產邊界會在一固定範圍間變動。

但是預設生產函數與收集專家資訊是相當不容易的，所以(Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)提出了資料包絡分析法(Data Envelopment Analysis, DEA)，有效地解決多指標績效評量的問題，引發了後續 DEA 的數學模式研究與探討，(Cooper, Seiford, & Tone, 2007)將之整理成冊，將資料包絡分析法做了詳細的介紹與說明。

接下來將回顧 DEA 中的 CCR 模式，說明其在多指標績效評量上的概念與方法。

2.3. 資料包絡分析法—CCR 模式

(Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978)首先提出 CCR(Charnes, Cooper, & Rhodes)

模式，基於柏拉圖最佳化的概念，可以評比多個性質相似，且在評比上具有多樣化指標特性的決策單位(Decision-Making Unit, DMU)之績效值。評量情境不同是 DMU 和 UOA 之最大的不同處：DMU 沒有共同的管理者或是績效評量者，所以其評量情境為同儕之間的互評，各自輪流決定對自己最有利之指標權重；UOA 有共同的管理者或是績效評量者，並且站在績效評量者的角度決定出一組適用於全體 UOA 之共同權重。

績效的基本概念是希望以較少的投入，獲得較大的產出，所以投入指標為望小指標，產出指標為望大指標。透過數學模式給予各指標相對應之權重後，各產出指標乘上其權重後之總和，即為虛擬產出；各投入指標乘上其權重後之總和，即為虛擬投入。各 DMU 的虛擬產出與虛擬投入之比值為績效值，其值愈大愈好。

在 CCR 模式中，假設目前共有 n 個 DMU 參與評比，透過 m 個投入指標與 s 個產出指標進行績效評量。 x_{ij} 和 y_{rj} 表示第 j 個 DMU $_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 的第 i 個投入指標數值($i = 1, 2, \dots, m$)，與第 r 個產出指標數值($r = 1, 2, \dots, s$)。CCR 模式讓各 DMU 輪流當評量主角，我們稱為 DMU $_o$ ，決定各投入指標權重 v_{io} ($i = 1, 2, \dots, m$)，與各產出指標權重 u_{ro} ($r = 1, 2, \dots, s$)，使得 DMU $_o$ 的績效值最大。以下為 CCR 模式的績效公式(E4)。

$$\theta_o = \frac{\sum_{r=1}^s y_{ro} u_{ro}}{\sum_{i=1}^m x_{io} v_{io}} \quad (E4)$$

方程式(E4)之分子為虛擬產出，分母為虛擬投入， θ_o 即為評量主角 DMU $_o$ 虛擬產出與虛擬投入之比值，即為績效值。DMU $_o$ 分別以 DMU $_1, DMU_2, \dots, DMU_n$ 輪流代入 CCR 的分數型數學模式(P1)，進行 n 次的輪流主觀評量。

(P1) CCR 分數型數學模式

$$\theta_o^* = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s y_{ro} u_{ro}}{\sum_{i=1}^m x_{io} v_{io}} \quad (1.0)$$

$$\text{st.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{ro}}{\sum_{i=1}^m x_{ij} v_{io}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (1.1)$$

$$u_{ro} \geq \varepsilon > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (1.2)$$

$$v_{io} \geq \varepsilon > 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (1.3)$$

目標式(1.0)中， θ_o^* 表示主角 DMU_o之績效值，為最大化 DMU_o之虛擬產出與虛擬投入之比值，讓 DMU_o以最小的虛擬投入獲得最大比例的虛擬產出。透過限制式(1.1)，可知所有 DMU_j ($j = 1, 2, \dots, n$)的績效值最大不可超過 1，當 θ_o^* 等於 1 時，表示 DMU_o為高效。本文中決策變數右上角之“*”意即經由數學模式計算後得到之最佳解。

限制式(1.2)、(1.3)中，所有投入與產出項權重必須大於一極小正值，使得所有指標的重要性都被計算至績效值內。以 ε 表示極小之正值，稱之為正的阿基米德數(positive Archimedean infinitesimal constant)，通常設定為 10^{-6} 。由於數學模式(P1)為分數型，可能會導致無窮解的情況產生，可轉換成投入導向線性模式(P2)如下。

(P2) CCR 投入導向線性模式

$$\theta_o^* = \text{Max} \sum_{r=1}^s y_{ro} u_{ro} \quad (2.0)$$

$$\text{st.} \quad \sum_{i=1}^m x_{io} v_{io} = 1, \quad (2.1)$$

$$\sum_{r=1}^s y_{rj} u_{ro} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_{io} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.2)$$

$$u_{ro} \geq \varepsilon > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (2.3)$$

$$v_{io} \geq \varepsilon > 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.4)$$

2.4. 共同權重—CWA 模式

(Liu & Peng, 2008)提出了共同權重模式(Common Weights Analysis, CWA),使績效評量者可以為所有的 UOA 決定一組權重,而各 UOA 基於此組權重可分別計算其績效值。

若現在有 n 個 UOA 接受績效評量者的評量,具有 m 個投入指標與 s 個產出指標。 x_{ij} 和 y_{rj} 表示第 j 個 UOA _{j} ($j = 1, 2, \dots, n$) 的第 i 個投入指標數值($i = 1, 2, \dots, m$),與第 r 個產出指標數值($r = 1, 2, \dots, s$)。績效評量者可以透過 CWA 模式,決定投入指標相對應的權重為 V_i ($i = 1, 2, \dots, m$),與產出指標相對應的權重為 U_r ($r = 1, 2, \dots, s$),使得所有 UOA 的整體綜合績效值最大。以下為 CWA 模式的整體綜合績效公式(E5)。

$$\eta = \frac{\sum_{r=1}^s Y_r U_r}{\sum_{i=1}^m X_i V_i} \quad (E5)$$

Y_r 表示所有 UOA 的第 r 項產出指標數值之總和, $Y_r = \sum_{j=1}^n y_{rj}$, $r = 1, \dots, s$ 。 X_i 表示所有 UOA 第 i 項投入指標數值之總和, $X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}$, $i = 1, \dots, m$ 。將各項產出與投入指標之總和乘上和其相對應的權重後,分別為整體虛擬產出與整體虛擬投入。整體虛擬產出與整體虛擬投入之比值即為 CWA 模式的整體綜合績效值。我們將再繼續介紹(Liu & Peng, 2008)所提出的 CWA 數學模式。以下(P3)為其所提出之分數型數學模式。

(P3) CWA 分數型模式

$$\Delta^* = \text{Min} \sum_{j=1}^n (\Delta_j^O + \Delta_j^I) \quad (3.0)$$

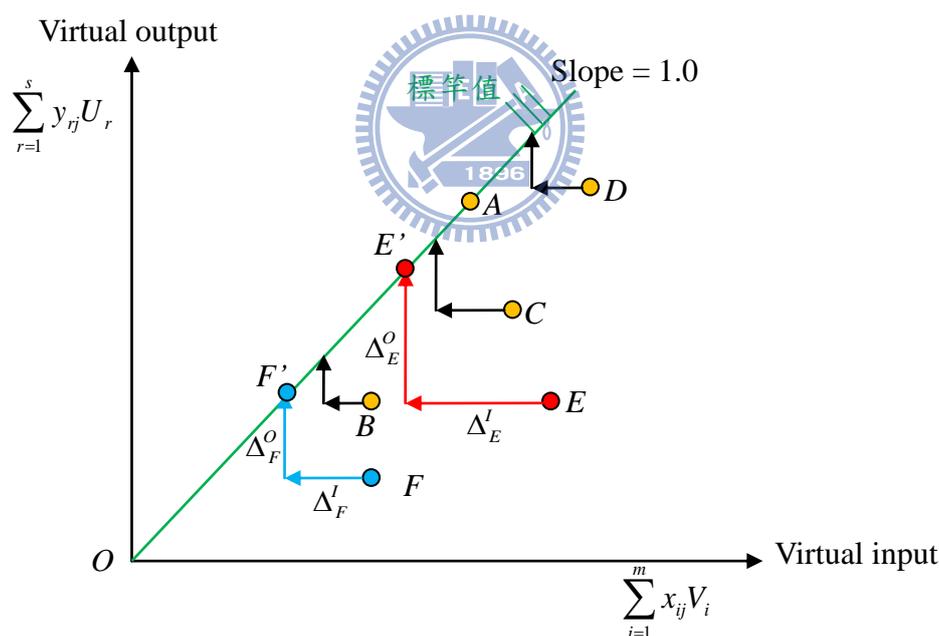
$$\text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r + \Delta_j^O}{\sum_{i=1}^m x_{ij} V_i - \Delta_j^I} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.1)$$

$$\Delta_j^O, \Delta_j^I \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.2)$$

$$U_r \geq \varepsilon > 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad (3.3)$$

$$V_i \geq \varepsilon > 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.4)$$

模式(P3)第一條限制式(3.1)表示各 UOA 的虛擬產出加上虛擬產出之差額 Δ_j^O ，與虛擬投入減少虛擬投入之差額 Δ_j^I 的比值，必須達到標竿值 1，標竿值 1 代表績效值為高效。各 UOA 為了使績效達到標竿值，必須改善虛擬投入與虛擬產出，也就是調整差額 Δ_j^O 、 Δ_j^I ，而目標式(3.0)為最小化所有 UOA 所需改善至標竿值的差額總和，使得大家可以透過最小的改善差額達到高效。以圖二說明 CWA 之數學模式，橫軸為虛擬投入(Virtual input) $\sum_{i=1}^m x_{ij}V_i$ ，縱軸為虛擬產出(Virtual output) $\sum_{r=1}^s y_{rj}U_r$ ，共有六個 UOA 接受評比，分別為 A、B、C、D、E、F。



圖二：CWA 績效評量

標竿值即為斜率等於 1 之斜直線，為各 UOA 績效值之共同比較基準。A 落在標竿值之上，並無虛擬投入差額與虛擬產出差額，其績效值等於 1。B、C、D、E、F 的虛擬投入與虛擬產出皆需改善某些差額後方可達到標竿值。以 E、F 為例，若要比較其績效表現，可直接比較其虛擬投入差額與虛擬產出差額之總和。E 的總差額為 $\Delta_E^I + \Delta_E^O$ ，F 的總差額為 $\Delta_F^I + \Delta_F^O$ ，差額總和愈多表示績效表現愈

差，需獲得更大的改善才能達到標竿值。從圖二可判斷 E 之差額總和較 F 大，所以 F 的績效表現較好。由於比較的標準相同，所以各 UOA 皆可透過同樣的方式進行績效值之比較。

可將分數型模式(P3)改為以下的線性模式(P4)。

(P4) CWA 線性模式 L1

$$\Delta^* = \text{Min} \sum_{j=1}^n (\Delta_j^O + \Delta_j^I) \quad (4.0)$$

$$\text{s.t.} \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r - \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i + (\Delta_j^O + \Delta_j^I) = 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (4.1)$$

$$\Delta_j^O, \Delta_j^I \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (4.2)$$

$$U_r \geq \varepsilon > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (4.3)$$

$$V_i \geq \varepsilon > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (4.4)$$

令 $\Delta_j = (\Delta_j^O + \Delta_j^I)$ ，將模式(P4)轉換成模式(P5)。

(P5) CWA 線性模式 L2

$$\Delta^* = \text{Min} \sum_{j=1}^n \Delta_j \quad (5.0)$$

$$\text{s.t.} \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r - \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i + \Delta_j = 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (5.1)$$

$$\Delta_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (5.2)$$

$$U_r \geq \varepsilon > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (5.3)$$

$$V_i \geq \varepsilon > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (5.4)$$

可將限制式(5.1)改寫為：

$$\Delta_j = -\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r + \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i \quad j=1, \dots, n. \quad (5.5)$$

所以目標式(5.0)可以用以下式子(5.6)表示：

$$\Delta^* = \text{Min} \sum_{j=1}^n \Delta_j = \sum_{j=1}^n \left(-\sum_{r=1}^s y_{rj} U_r + \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i \right) = -\sum_{r=1}^s \sum_{j=1}^n y_{rj} U_r + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} V_i. \quad (5.6)$$

$$\text{令 } Y_r = \sum_{j=1}^n y_{rj}, \quad X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

所以我們可以將改寫後的目標式(5.6)，轉換成下式(5.7)。

$$\Delta^* = \text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \Delta_j = -\sum_{r=1}^s Y_r U_r + \sum_{i=1}^m X_i V_i \quad (5.7)$$

所以目標式(5.0)可以轉換成(5.7)，消除模式(P5)中的決策變數 $\Delta_j, j=1, \dots, n$ ，成為模式(P6)。

(P6) CWA 線性模式 L3

$$-\Delta^* = \text{Max} \quad \sum_{r=1}^s Y_r U_r - \sum_{i=1}^m X_i V_i \quad (6.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s y_{rj} U_r - \sum_{i=1}^m x_{ij} V_i \leq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (6.1)$$

$$U_r \geq \varepsilon > 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (6.2)$$

$$V_i \geq \varepsilon > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (6.3)$$

模式(P6)中之目標式(6.0)表示整體綜合績效值在限制式(6.1)各 UOA 的績效值小於 1 的情況下，最大化整體虛擬產出之數值，並最小化整體虛擬投入之數值，也因而得到 CWA 模式的整體綜合績效公式。

若要透過以上的數學模式(P6)求解，模式使用者不知該如何設定正的阿基米德數 ε ，而正的阿基米德數的設定會影響模式的評比結果。為了解決設定 ε 之問題，模式(P6)中限制式(6.1)、(6.2)、(6.3)分別以 $\pi_j (j=1, 2, \dots, n)$ 、 $P_r (r=1, 2, \dots, s)$ 、及 $Q_i (i=1, 2, \dots, m)$ 為對偶變數，可將模式(P6)轉換成以下對偶模式(P7)，即可避免 ε 之設定問題。

(P7) CWA 對偶模式 D1

$$\text{Max} \quad \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s P_r + \sum_{i=1}^m Q_i \right) \quad (7.0)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n y_{rj} \pi_j - P_r = Y_r, \quad r=1, \dots, s, \quad (7.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \pi_j + Q_i = X_i, \quad i=1, \dots, m, \quad (7.2)$$

$$\pi_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (7.3)$$

$$P_r \geq 0, \quad r=1, \dots, s, \quad (7.4)$$

$$Q_i \geq 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (7.5)$$

模式(P7)中， P_r 表示對第 r 項產出指標，所有 UOA 為了達到標竿值，所需增加的差額變數總合； Q_i 表示對第 i 項投入指標，所有 UOA 為了達到標竿值，所需減少的差額變數總合。 π_j 為限制式(6.1)的陰影價格(Shadow price)，可指出何者為達到標竿值的 UOA。當 $\pi_j > 0$ 表示限制式(6.1)中 UOA $_j$ 的績效表現與標竿值之間沒有差額 Δ_j 存在，其績效值等於標竿值 1；換句話說， $\pi_j = 0$ 表示限制式(6.1)中 UOA $_j$ 的績效表現與標竿值之間有差額 Δ_j 存在，其績效值低於標竿值 1。對於各 UOA 而言， π_j 表示若放寬績效值的上限，即限制式(6.1)中的等式右邊(Right-hand side)增加 1 單位，可使目標式改善 π_j ，即減少所有 UOA 與標竿值之差額總和。假若此時有多個 UOA $_j$ 的績效值等於標竿值 1，可進一步比較 π_j 對於所有 UOA 與標竿值之差額總和之影響力，若 $\pi_j > \pi_i$ ，表示 UOA $_j$ 對於整體差額總和的影響力較大，所以我們在排名上使得 UOA $_j$ 的名次高於 UOA $_i$ 。

$$\text{令 } \sum_{j=1}^n p_{rj} = P_r, \quad \sum_{j=1}^n q_{ij} = Q_i$$

將模式(P7)轉換成模式(P8)。

(P8) CWA 對偶模式 D2

$$\text{Max } \varepsilon \sum_{j=1}^n \left(\sum_{r=1}^s p_{rj} + \sum_{i=1}^m q_{ij} \right) \quad (8.0)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n y_{rj} \pi_j = \sum_{j=1}^n (y_{rj} + p_{rj}), \quad r=1, \dots, s, \quad (8.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \pi_j = \sum_{j=1}^n (x_{ij} - q_{ij}), \quad i = 1, \dots, m, \quad (8.2)$$

$$\pi_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (8.3)$$

$$p_{rj} \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \quad j = 1, \dots, n, \quad (8.4)$$

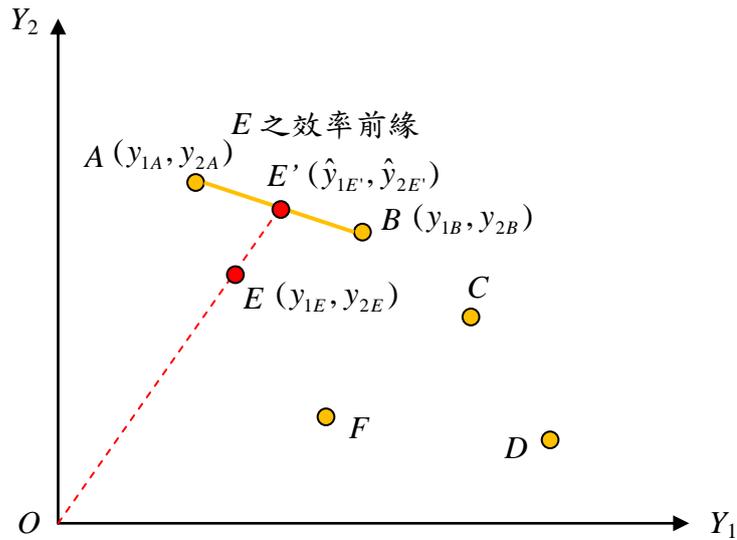
$$q_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n. \quad (8.5)$$

我們可以將目標式(8.0)中， ε 的值定為 1，這樣的設定並不會影響模式求解的結果。模式(P8)為本研究主要的解題模式。

2.5. DEA 和 CWA 模式之不同

DEA 中 CCR 模式的精神為讓各 DMU 輪流當被評量主角，決定各指標權重使得它的績效值最大。由績效公式(E4)可以發現當各 DMU 輪流當被評量的主角時，每個 DMU 會決定屬於自己的指標權重，加重它自己表現較佳的指標權重，或是減低它自己表現較差的指標權重，發展屬於自己在評比群體中的相對特殊性。

DEA 能成功地將所有 DMU 分為未被凌駕與被凌駕兩群，或稱之為高效與非高效兩群。高效群間的效率前緣皆為本身，績效值間相互比較的基準不同，所以無法評斷其間各 DMU 的高下；各非高效 DMU 所對應到的效率前緣可能不相同，所以也不能將非高效群加以排序。圖三、圖四以單一投入指標項與兩項產出指標項為例說明 DEA 中 CCR 模式此種特性，令投入項數值皆等於 1，橫軸表示第一項產出指標項之數值 Y_1 ，縱軸表示第二項產出指標項之數值 Y_2 ，共有六個 DMU，分別為 A、B、C、D、E、F。



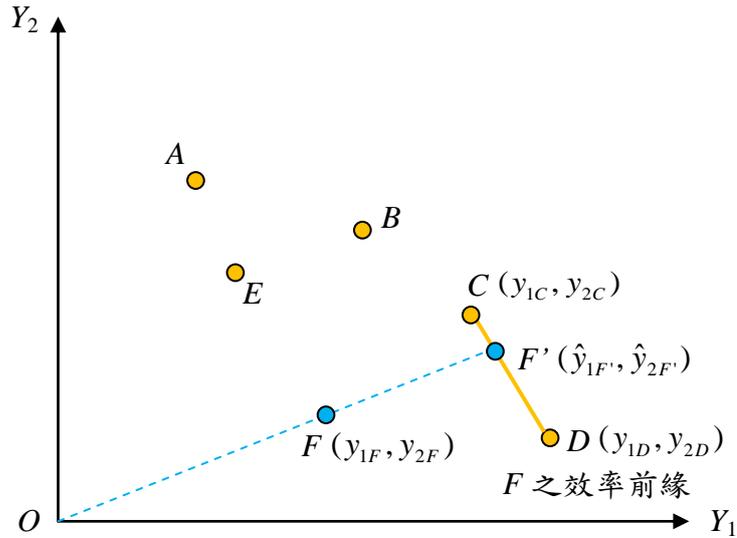
圖三：DEA 績效評量與部份效率前緣 1

評量 E 之績效時，可由圖三發現 A 、 B 構成 E 之效率前緣， A 和 B 之績效值皆等於 1。 A 、 B 彼此都沒有相對的參考集合，所以其效率前緣皆為本身，即計算績效值的標準不相同，導致 A 、 B 之間優劣無法比較。 A 、 B 績效表現凌駕 E 之績效表現，在圖三中可發現 \overline{AB} 中 E' 點為 E 之改善目標， \overline{AB} 連線即為 E 之效率前緣。 O 與 E 之連線及其延伸為 E 之改善方向， E 的兩產出項改善一定比例 θ_E^* 後即可到達 E' ，可以下列數學方程式(E6)與(E7)表達之。

$$\theta_E^* y_{1E} = \hat{y}_{1E'} = \lambda_{AE}^* y_{1A} + \lambda_{BE}^* y_{1B} \quad (E6)$$

$$\theta_E^* y_{2E} = \hat{y}_{2E'} = \lambda_{AE}^* y_{2A} + \lambda_{BE}^* y_{2B} \quad (E7)$$

$1/\theta_E^*$ 即為 E 之績效值， $(\hat{y}_{1E'}, \hat{y}_{2E'})$ 為兩個產出項之投影點。對 E 而言， λ_{AE}^* 與 λ_{BE}^* 分別為 A 與 B 構成 E 在 \overline{AB} 上投影點 E' 之權重組合，若 λ_{AE}^* 較 λ_{BE}^* 大，表示 E 參考 A 的比重較 B 大；若 λ_{BE}^* 較 λ_{AE}^* 大表示 E 參考 B 的比重較 A 大。



圖四：DEA 績效評量與部份效率前緣 2

評量 F 之績效時，可由圖四發現 C 、 D 構成 F 之效率前緣，其績效值皆等於 1。 C 、 D 彼此都沒有相對的參考集合，所以其效率前緣皆為本身，即計算績效值的標準不相同，同樣導致 C 、 D 之間優劣無法比較。 C 、 D 績效表現凌駕 F 之績效表現，在圖四中可發現 \overline{CD} 中 F' 點為 F 之改善目標， \overline{CD} 即為 F 之效率前緣。 O 與 F 之連線及其延伸為 F 之改善方向， F 的兩產出項改善一定比例 θ_F^* 後即可到達 F' ，可以下列數學方程式(E8)與(E9)表達之。

$$\theta_F^* y_{1F} = \hat{y}_{1F'} = \lambda_{CF}^* y_{1C} + \lambda_{DF}^* y_{1D} \quad (E8)$$

$$\theta_F^* y_{2F} = \hat{y}_{2F'} = \lambda_{CF}^* y_{2C} + \lambda_{DF}^* y_{2D} \quad (E9)$$

$1/\theta_F^*$ 即為 F 之績效值， $(\hat{y}_{1F'}, \hat{y}_{2F'})$ 為兩個產出項之投影點。對 F 而言， λ_{CF}^* 與 λ_{DF}^* 分別為 C 與 D 構成 F 在 \overline{CD} 上投影點 F' 之權重組合，若 λ_{CF}^* 較 λ_{DF}^* 大，表示 F 參考 C 的比重較 D 大；若 λ_{DF}^* 較 λ_{CF}^* 大表示 F 參考 D 的比重較 C 大。

由圖三、圖四發現 E 之效率前緣為 \overline{AB} ， F 之效率前緣為 \overline{CD} ，兩者在計算績效值的標準不相同，即 λ_{AE}^* 與 λ_{BE}^* 不同於 λ_{CF}^* 與 λ_{DF}^* ，所以無法就績效值直接評

斷其高下。

(Andersen & Petersen, 1993)提出超高效的概念，使得評量主角跳脫其它的 DMU 所形成的評量集合，以其它 DMU 所形成的效率前緣為基準，計算其最高績效值。這種方法可能會使得原本屬於高效群的 DMU 之績效值超過 1，再根據績效值進行排序。(Doyle & Green, 1994)提出交叉效率概念，某 DMU 以各 DMU 所主張的指標權重為基準，計算出多組績效值，將這些績效值取算術平均即為 DMU 之交叉績效值。計算出所有 DMU 的交叉效率值後，可將 DMU 依其值高低加以排序。(Adler, Friedman, & Sinuany-Stern, 2002)回顧了許多如上所述的 DEA 相關之績效排序問題。

CWA 模式的主要精神為決定出一組適用於所有 UOA 之共同權重，使得整體 UOA 的虛擬產出與虛擬投入和標竿值的差額總和為最小，消弭各 UOA 彼此相對的特殊性質，使得整體 UOA 的整體綜合績效最大。由整體綜合績效公式(E5)，可以發現這組共同權重適用於各 UOA，且透過圖二說明 CWA 使得大家的評比標準一致，在同一基準上接受評比，解決了 DEA 中效率前緣不一致之情況，可供績效評量者或是組織管理者做後續的處理與分析。

2.6. 麥氏生產力指數

近年來，在多週期的評比方法中，麥氏生產力指數(Malmquist productivity index, MPI)愈來愈受到重視，它可以分析某 UOA 在兩個不同的週期內的生產力差異。MPI 原分成以最小化成本為概念的投入導向之距離函數，與最大化獲利為概念的產出導向之距離函數，比較 UOA 前後兩期的生產力差異。

(Caves, Christensen, & Diewert, 1982)在(Malmquist, 1953)發表了投入與產出比值的距離函數以後，為其命名，並加以擴展。此研究首先假設各 UOA 其內部的生產架構不是固定的，而且顧客的喜好也會改變，造成生產函數變動。將麥氏生產力指數應用於評比一間公司在兩個不同週期的生產力差異時，在上述的假設下，可以將其應用於評比兩家不同的公司在同一時間點，或是不同時間點

的生產力差異。資料包絡分析法可以不預設各期的生產函數，(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)首先將 DEA 與 MPI 結合，提出 DEA-based MPI，也帶動了許多後續的相關研究，本研究將在以下 2.6.1 節回顧。

2.6.1. DEA 與麥氏生產力指數之應用

(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)首先將 DEA 應用於 MPI。此研究的主要目的是評量 DMU 在前後兩週期內的生產力變化，並深入分析造成 DMU 生產力改變的原因。此研究提出 DEA-based MPI 來衡量相鄰兩週期之間的生產力改變，並分別計算 DMU 的技術效率改變(Technical Efficiency Change, TEC_o)、效率前緣的平均移動(Frontier Shift, FS_o)，分析造成生產力改變是來自於技術效率改變，或是效率前緣的平均移動。

(Chen & Ali, 2004)應用 DEA-based MPI 評量電腦產業，並深入解構效率前緣的平均移動，分析各家公司相鄰兩週期間的策略改變，並歸納何種策略改變對於公司的生產力是有助益的。(Liu & Wang, 2008)以台灣的半導體封裝測試廠為多週期評量對象，應用 DEA 中的 SBM 模式與 Super-SBM 模式，對各工廠進行生產力評量，並透過 MPI 深入分析各工廠的策略改變。(Chang, Choy, Cooper, & Ruefli, 2009)衡量美國會計公司在 2002 年沙賓法案(Sarbanes-Oxley Act)頒布前後的生產力改變。(Hashimoto, Sugita, & Haneda, 2009)應用 DEA 中 CCR 的 Positive 模式與 Negative 模式，衡量日本各縣市在 1975 至 2002 年間的生活品質改變，並找出影響效率前緣移動的縣市，其研究顯示各縣市的生活品質在「泡沫經濟」的期間逐漸提升，但在「消失的十年」中逐步下降。

我們將在以下詳述(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)的 DEA-based MPI。

2.6.2. DEA—CCR 模式與麥氏生產力指數之應用

以下方程式(E10)為(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)所提出的麥氏生

產力指數 $M_o(\alpha, \beta)$ 。

$$M_o(\alpha, \beta) = \left\{ \left[\frac{D^\alpha(X_o^\beta, Y_o^\beta)}{D^\alpha(X_o^\alpha, Y_o^\alpha)} \right] \times \left[\frac{D^\beta(X_o^\beta, Y_o^\beta)}{D^\beta(X_o^\alpha, Y_o^\alpha)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= (R_1 * R_2)^{\frac{1}{2}}. \quad (E10)$$

他們用此指數評量 UOA_o 前後兩週期的生產力變化，即 $(\alpha, \beta) = (t, t + 1)$ 。

被評量的 DMU_o 在第 t 期與 $(t + 1)$ 期的指標數據分別為 (X_o^t, Y_o^t) 與 (X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}) ，麥

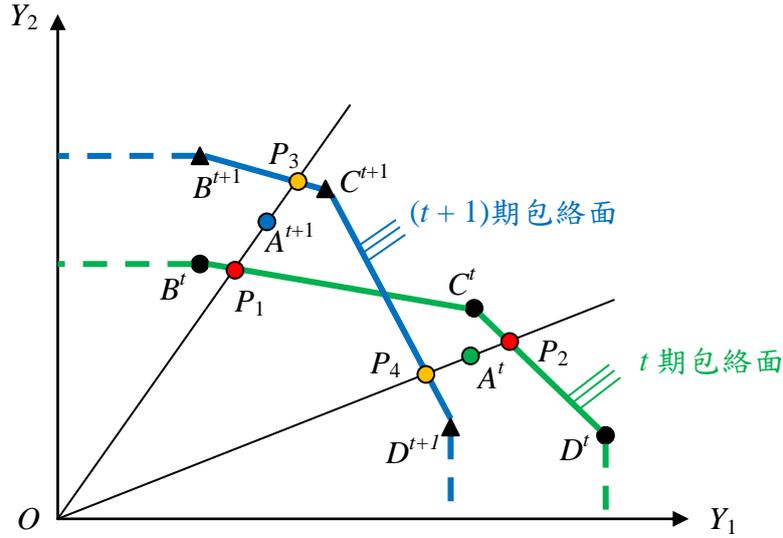
氏生產力指數 $M_o(t, t+1)$ 在方程式(E10)中由四個距離函數 $D^\alpha(X_o^\beta, Y_o^\beta)$ 所構成。

$D^\alpha(X_o^\beta, Y_o^\beta)$ 表示評量主角 DMU_o 第 β 期的指標資訊以第 α 期的效率前緣為標準

評量所得之績效值，其有四種組合： $D^t(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})$ ， $D^t(X_o^t, Y_o^t)$ ， $D^\alpha(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})$ ，

$D^{t+1}(X_o^t, Y_o^t)$ 。

我們將以下例說明方程式(E10)麥氏生產力指數中的四個距離函數 $D^\alpha(X_o^\beta, Y_o^\beta)$ 。假設目前有四個 DMU 參與評比，分別為 A、B、C、與 D，透過一個投入指標與兩個產出指標 (Y_1, Y_2) 來進行績效評量，令各投入指標值皆等於 1。各 DMU 皆有前後兩期的指標資訊，以 DMU_A 為例，其第 t 與 $(t + 1)$ 期之兩項產出值在圖形上的座標位置分別為表示為 A^t 、 A^{t+1} 。各 DMU 以 CCR 模型評量後，可用圖五表示評量結果。



圖五：兩週期之 CCR 產出導向圖形

首先以 A 、 B 、 C 、與 D 在第 t 期的數據，分別為 A^t 、 B^t 、 C^t 、 D^t ，利用 CCR 模式(P2)分析得知 B^t 、 C^t 、 D^t 在第 t 期屬於高效群，將形成之第 t 期的包絡面如圖五所示。相同地，也可得到第 $(t+1)$ 期的包絡面。以 $P_A^{(\alpha,\beta)}$ 表示 DMU_A 第 β 期的表現在第 α 期的包絡面上之投影位置(Projection point)，在圖五中四個投影位置分別為 $P_1 = P_A^{(t,t+1)}$ 、 $P_2 = P_A^{(t,t)}$ 、 $P_3 = P_A^{(t+1,t+1)}$ 、及 $P_4 = P_A^{(t+1,t)}$ ，可視圖五得知其位置。距離函數 $D^\alpha(X_A^\beta, Y_A^\beta)$ 可用方程式(E11)表示：

$$D^\alpha(X_A^\beta, Y_A^\beta) = \overline{OA^\beta} / \overline{OP_A^{(\alpha,\beta)}} \quad (E11)$$

接下來可利用方程式(E10)，進一步分析 DMU_A 在兩週期內的生產力改變。 $R_1 = [D^t(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}) / D^t(X_o^t, Y_o^t)] = (\overline{OA^{t+1}} / \overline{OP_1}) / (\overline{OA^t} / \overline{OP_2})$ ，表示此時 DMU_A 的第 t 期與第 $(t+1)$ 期的資訊，分別為 A^t 、與 A^{t+1} ，以第 t 期的包絡面為參考標準，其目的在於比較 DMU_A 第 t 期與第 $(t+1)$ 期的生產力。若 $R_1 > 1$ ，表示在第 t 期中， A^{t+1} 的績效表現較 A^t 佳，解釋 DMU_A 第 $(t+1)$ 期的生產力大於第 t 期。

第二個分式 $R_2 = [D^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}) / D^{t+1}(X_o^t, Y_o^t)] = (\overline{OA^{t+1}} / \overline{OP_3}) / (\overline{OA^t} / \overline{OP_4})$ ，表示 A^t 、與 A^{t+1} ，皆以第 $(t+1)$ 期的包絡面為參考標準，比較 DMU_A 第 t 期與第 $(t+1)$ 期的生產力。若 $R_2 < 1$ ，表示在第 $(t+1)$ 期中， A^t 的績效表現較 A^{t+1} 佳，解釋 DMU_A 第 t 期的生產力大於第 $(t+1)$ 期。

(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)說明不能單獨透過 R_1 或是 R_2 比較前後兩期的生產力改變，所以 $M_o(t, t+1)$ 將 R_1 與 R_2 取幾何平均，計算 DMU_A 第 t 期至 $(t + 1)$ 期的生產力變化。但是以DEA為基礎的麥氏生產力指數，在評量各DMU每對前後兩週期的生產力改變時，會有失真之問題。以下研究針對DEA的缺失進行修正。

2.6.3. DEA 與麥氏生產力指數之修正

(Pastor & Lovell, 2005)提出 global MPI，此方法仍延續 DEA 之架構，讓各週期的各 DMU 建構出一個共同的包絡面，各週期的各 DMU 再依據此包絡面決定使其績效為最大的指標權重組合，透過同一包絡面評量兩週期之間的生產力改變。此方法看似統一了各週期的包絡面，實際上各週期的各 DMU 仍參考不同的效率前緣。此外，當各週期的各 DMU 一同建構一個相同的包絡面時，必須假設各週期的情況必須相同或類似，當週期數愈大，其運用及參考價值也就愈低。

(Kao, 2010)提出一共同權重模式，並修正(Pastor & Lovell, 2005)的 global MPI，用以解決傳統 DEA 在多週期生產力評量上之缺失。(Kao, 2010)的共同權重制定方法類似(Pastor & Lovell, 2005)的模式，即讓各週期各 UOA 一同制定一組共同權重，再依此組共同權重計算各週期各 UOA 之績效值，進一步衡量各 UOA 兩週期的生產力變化。在此評量模式下，並未修正(Pastor & Lovell, 2005)的生產力評量缺失，同樣也必須假設各週期的情況必須相同或類似。

2.6.4. 麥氏生產力指數之相關檢定

(Fisher, 1922)提出幾項有關評量指數的檢定用以評選好的評量指數。以下將以 MPI 為例，說明各檢定之特性。

- (1) 時間倒數檢定(Time reversal test): 一指數衡量前後兩週期間的生產力變化時，若兩期互為標準來衡量另一期的生產力變化之結果是一致的。此檢定可用方程式(E12)表示。

$$\tilde{M}_o(t, t+1) = 1/\tilde{M}_o(t+1, t) \quad (E12)$$

(2) 循環性檢定(Circular test): 直接比較第 α 期與第 β 期之間的生產力變化結果，與間接透過第 τ 期比較後之結果相同。此檢定如方程式(E13)。

$$\tilde{M}_o(\alpha, \beta) = \tilde{M}_o(\alpha, \tau) \times \tilde{M}_o(\tau, \beta) \quad (E13)$$

DEA-based MPI 符合時間倒數檢定，表示兩週期透過此評量方法所得之結果是一致的。但是(Pastor & Lovell, 2005)、(Hashimoto & Haneda, 2008)與(Kao, 2010)指出其不符合循環性檢定，所以 DEA-based MPI 在評量多週期生產力變化時不具一致性，不能直接比較多週期間的生產力變化。

為了比較多週期之生產力變化，(Hashimoto & Haneda, 2008)提出累積的麥氏生產力指數(Cumulative DEA-based MPI)，以所有觀察週期的第一期為標準(standard)，對往後總共 T 週期的所有週期做兩兩相比，可表示為 $M_o(1, t)$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ 。但是此方法有一缺陷在於標準期改變後會產生不一致的評比結果，原因是其仍不符合循環性檢定。

有許多生產力評量指數都無法符合循環性檢定，包括費雪指數(Fisher index)與童氏指數(Törnqvist index)。(Eltető & Köves, 1964)與(Szule, 1964)分別獨立提出一數值轉換方法，以三位作者之姓簡稱為 EKS，可將費雪指數轉換成具有循環性之評量指數，且(Caves, Christensen, & Diewert, 1982)也利用 EKS 方法成功地將童氏指數轉換成具有循環性質的 CCD 指數。以 MPI 為例，說明 CCD 轉換方法的計算方程式(E14)。

$$\tilde{M}_o^C(\alpha, \beta) = \prod_{\gamma=1}^T [M_o(\alpha, \gamma) \times M_o(\gamma, \beta)]^{\frac{1}{T}} \quad (E14)$$

$\tilde{M}_o^C(\alpha, \beta)$ 表示具循環性之麥氏生產力指數，其衡量第 α 期與第 β 期之間的生產力變化結果時，使得此兩週期分別透過總共 T 期($\gamma = 1, 2, \dots, T$)的間接生產力比較後，構成具循環性之評量指數。由於轉換過後的指數具備循環性質，所以可任意挑選某一週期為多週期時間序列的比較標準，對各週期做兩兩相比，

表示為 $\tilde{M}_o^C(\varphi, t)$ ， φ 表示任一週期為標準期， $t = 1, 2, \dots, T$ 。當標準期改變時並不會影響衡量之結果，將在第三節證明此性質。

本研究將利用 CCD 的轉換數值之概念於我們所提出之新評量方法中，賦予麥氏生產力指數循環性質，使得多週期的生產力評量結果更加具有實際的應用價值。



3. 問題描述與解決方法

本研究在此章節中分析 DEA-based MPI 之缺失並提出兩階段評量方法，提出相關的解決方法與發展可直接比較多週期生產力變化之評量方法。

3.1. 問題描述

DEA 各模型之評量均以一個決策單位（公司）作為主角，求得其最佳之相對績效。每個決策單位輪流作為被評量主角，如第一章與第二章所述，這存在一些性質於分析本問題時值得顧慮。本研究利用共同權重分析的方法分析 n 家公司，在總共 T 個連續週期中的生產力變化。不再分別以各個決策單位作為主角，而以公正的第三者績效評量分析的立場進行評比，所以我們稱此 n 家公司為受評單位(UOA)。在此評量中，透過 m 個投入指標與 s 個產出指標進行績效評量。 x_{ij}^t 和 y_{rj}^t 表示第 j 個 UOA $_j$ ($j=1, 2, \dots, n$) 在第 t 期中 ($t=1, 2, \dots, T$)，第 i 項投入指標數值 ($i=1, 2, \dots, m$)，與第 r 項產出指標數值 ($r=1, 2, \dots, s$)。令各 UOA 在各 t 期 ($t=1, 2, \dots, T$) 中的各投入指標權重為 V_i^t ($i=1, \dots, m$)，與各產出指標權重為 U_r^t ($r=1, \dots, s$)。

3.2. DEA 與麥氏生產力指數應用上之缺失

DEA 與 MPI 之應用，會使得多週期的績效評量有失公平性。本研究以資料包絡分析法中的 CCR 模式為例，在以下詳細敘述造成此情形之原因。

接續本文 2.6.2 節之例，並佐以圖五為說明，假設目前被評量的主角為 DMU $_A$ ，已知方程式(E10)中， R_1 表示此時 DMU $_A$ 的第 t 期與第 $(t+1)$ 期的指標資訊，分別為 A^t 、與 A^{t+1} ，皆以第 t 期的包絡面為參考標準，其目的在於比較 DMU $_A$ 第 t 期與第 $(t+1)$ 期的生產力變化； R_2 表示 A^t 、與 A^{t+1} ，皆以第 $(t+1)$ 期的包絡面為參考標準，比較 DMU $_A$ 第 t 期與第 $(t+1)$ 期的生產力變化。

首先分析 R_1 。當 A^t 以第 t 期的包絡面為參考標準時，其效率前緣為 $\overline{C^t D^t}$ ，

A^t 會在 $\overline{C^t D^t}$ 上產生一投影點 P_2 。同樣的，當 A^{t+1} 以第 t 期的包絡面為參考標準時，其效率前緣為 $\overline{B^t C^t}$ ，會在 $\overline{B^t C^t}$ 上產生一投影點 P_1 。透過以上的分析，可得知雖然 A^t 、 A^{t+1} 皆以第 t 期的包絡面為參考標準，可是它們的效率前緣不同，既然效率前緣不同，即績效值的比較基準不同，其所產生的相對績效值便無法比較，也就無法透過 R_1 評量 A 的生產力變化。

接下來分析 R_2 。當 A^t 以第 $(t + 1)$ 期的包絡面為參考標準時，其效率前緣為 $\overline{C^{t+1} D^{t+1}}$ ， A^t 會在 $\overline{C^{t+1} D^{t+1}}$ 上產生一投影點 P_4 。同樣的，當 A^{t+1} 以第 $(t + 1)$ 期的包絡面為參考標準時，其效率前緣為 $\overline{B^{t+1} C^{t+1}}$ ，會在 $\overline{B^{t+1} C^{t+1}}$ 上產生一投影點 P_3 。我們同樣可以發現，雖然 A^t 、 A^{t+1} 皆以第 $(t + 1)$ 期的包絡面為參考標準，可是它們的效率前緣不同，同前段所述， R_2 無法比較 A 的生產力變化。

綜合以上之說明，由於評比主角在各期參考的效率前緣不同，會使得 DEA 與麥氏生產力指數應用上出現評比失真之問題。



3.3. 解決方法

為了解決參考集合不同的問題，所以本研究引進(Liu & Peng, 2008)的共同權重模式取代資料包絡分析法，使得每一期都有一組共同權重，解決參考集合變動之問題，這樣所計算出的麥氏生產力指數才可以公平地衡量每對前後兩週期間的生產力變化。首先將所有 UOA 各 t 期($t = 1, 2, \dots, T$)的指標資訊依序代入以下的以模式(P8)為基準的共同權重模式，觀察模式的陰影價格(Hillier & Lieberman, 2008)，求出每一期的各投入指標權重 V_i^t ($i = 1, \dots, m$)，與各產出指標權重 U_r^t ($r = 1, \dots, s$)。

(P9)

$$\text{Max } \varepsilon \sum_{j=1}^n \left(\sum_{r=1}^s p_{rj}^t + \sum_{i=1}^m q_{ij}^t \right) \quad (9.0)$$

$$s.t. \sum_{j=1}^n y_{rj}^t \pi_j^t = \sum_{j=1}^n (y_{rj}^t + p_{rj}^t), \quad r=1, \dots, s, \quad (9.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^t \pi_j^t = \sum_{j=1}^n (x_{ij}^t - q_{ij}^t), \quad i=1, \dots, m, \quad (9.2)$$

$$\pi_j^t \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad (9.3)$$

$$p_{rj}^t \geq 0, \quad r=1, \dots, s, \quad j=1, \dots, n, \quad (9.4)$$

$$q_{ij}^t \geq 0, \quad i=1, \dots, m, \quad j=1, \dots, n. \quad (9.5)$$

3.3.1. 階段一一每對前後兩週期間的麥氏生產力指數

計算出每一期的共同權重 (U_r^*, V_i^*), $t=1, \dots, T$ 後，我們將(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)所提出之麥氏生產力指數之數學符號改寫，表示以共同權重模式為基本的麥氏生產力指數 $M_o^1(t, t+1)$ 。以下方程式(E15)改寫自方程式(E10)。

$$M_o^1(\alpha, \beta) = \left\{ \frac{Q^\alpha(H_o^\beta)}{Q^\alpha(H_o^\alpha)} \times \left[\frac{Q^\beta(H_o^\beta)}{Q^\beta(H_o^\alpha)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (E15)$$

我們將麥氏生產力指數評量的主角 UOA 稱為 UOA_o 。方程式(E15)中 $H_o^\beta = [X_o^\beta \ Y_o^\beta]$ ，表示 UOA_o 在第 β 期中各項投入與產出指標數量的向量表示法，投入指標向量為 $X_o^\beta = [x_{1o}^\beta \ x_{2o}^\beta \ \dots \ x_{mo}^\beta]$ ，產出指標向量為 $Y_o^\beta = [y_{1o}^\beta \ y_{2o}^\beta \ \dots \ y_{so}^\beta]$ 。
 $Q^\alpha(H_o^\beta)$ 為績效函數，其計算方式如(E16)所示。

$$Q^\alpha(H_o^\beta) = \frac{\sum_{r=1}^s U_r^{\alpha*} y_{ro}^\beta}{\sum_{i=1}^m V_i^{\alpha*} x_{io}^\beta} \quad (E16)$$

在方程式(E16)中， $Q^\alpha(H_o^\beta)$ 表示 UOA_o 以第 α 期之共同權重為標準，評比第 β 期之投入與產出指標數值所得之績效值。當 $(\alpha, \beta) = (t, t+1)$ ，我們可以依序計算出方程式(E15)中的四個績效函數 $Q^\alpha(H_o^\beta)$ ： $Q^t(H_o^t)$ 、 $Q^t(H_o^{t+1})$ 、 $Q^{t+1}(H_o^t)$ 、 $Q^{t+1}(H_o^{t+1})$ 。依序計算出績效值後，可以計算出 $M_o^1(t, t+1)$ ，觀察 UOA_o 每對前

後兩週期的生產力變化。

進一步將方程式(E15)，仿照方程式(Färe, Grosskopf, Lindgren, & Roos, 1994)的指數拆解方式，將方程式(E15)等號可以改寫成方程式(E17)，獲得子生產力指數(CWA-based sub-MPIs)：1. 個人競爭力變化(Self Competitiveness Shift, *SCS*)；2. 群體競爭力消長(Group Competitiveness Shift, *GCS*)。

$$M_o^1(\alpha, \beta) = \left[\frac{Q^\beta(H_o^\beta)}{Q^\alpha(H_o^\alpha)} \right] \left[\frac{Q^\alpha(H_o^\beta) Q^\alpha(H_o^\alpha)}{Q^\beta(H_o^\beta) Q^\beta(H_o^\alpha)} \right]^{\frac{1}{2}} = SCS_o^1(\alpha, \beta) \times GCS_o^1(\alpha, \beta) \quad (E17)$$

本研究將在以下分別討論此兩 CWA-based sub-MPIs。

3.3.1.1. 個人競爭力變化(Self Competitiveness Shift, *SCS*)

當 α 與 β 為相鄰前後兩週期，即 $(\alpha, \beta) = (t, t+1)$ 。

$$SCS_o^1(t, t+1) = \left[\frac{Q^{t+1}(H_o^{t+1})}{Q^t(H_o^t)} \right] = R_3 \quad (E18)$$

$SCS_o^1(t, t+1)$ 表示 UOA_o 以第 t 期與 $(t+1)$ 期的指標資訊，透過與之同期的共同權重評量後，得到第 t 期與 $(t+1)$ 期的績效比值，也就是第 t 期至 $(t+1)$ 期的績效成長率。換句話說，即比較 UOA_o 在前後兩週期內，前期的自己和後期的自己之績效值，績效值是否有所提升，藉此判斷生產力是否有所增減。在透過我們的評量技術分析後，可以觀察 $SCS_o^1(t, t+1)$ 是否大於 1 來分析自身的競爭力變化。

$SCS_o^1(t, t+1)$ 共有三種情況，分別為 > 1 、 $= 1$ 、與 < 1 ，分別表示績效成長、持平、或下降。

3.3.1.2. 群體競爭力消長(Group Competitiveness Shift, *GCS*)

當 α 與 β 為相鄰前後兩週期，即 $(\alpha, \beta) = (t, t+1)$ 。

$$GCS_o^1(t, t+1) = \left\{ \left[\frac{Q^t(H_o^{t+1})}{Q^{t+1}(H_o^{t+1})} \right] \times \left[\frac{Q^t(H_o^t)}{Q^{t+1}(H_o^t)} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} = (R_4 * R_5)^{\frac{1}{2}} \quad (E19)$$

對於各 UOA_o 而言，在每一期中，群體相對於自己的競爭力會有所不同。若群體相對於自己的競爭力是較和緩的，那麼 UOA_o 可以得到較高的績效值；若群

體相對於自己的競爭力是較強烈的，使得 UOA_o 得到的績效值較低。我們將分別以 UOA_o 前後兩期的自己為標準，比較 UOA_o 在每對前後兩週期間，相對於群體之表現。

$GCS_o^1(t, t+1)$ 中， R_4 表示 UOA_o 以第 $(t+1)$ 期的指標資訊為基準 H_o^{t+1} ，分別透過第 t 期與 $(t+1)$ 期的共同權重評量，即 (V_i^*, U_r^*) 與 (V_i^{t+1*}, U_r^{t+1*}) 評量後之績效比值。 R_4 有三種情況，分別為 > 1 、 $= 1$ 、與 < 1 ，表示 UOA_o 相對於群體而言，其競爭力衰弱、持平、或上升。 R_5 表示 UOA_o 以第 t 期的指標資訊為基準 H_o^t ，分別透過第 t 期與 $(t+1)$ 期的共同權重評量，即 (V_i^*, U_r^*) 與 (V_i^{t+1*}, U_r^{t+1*}) 評量後之績效比值。 R_5 有三種情況，分別為 > 1 、 $= 1$ 、與 < 1 ，表示 UOA_o 相對於群體而言，其競爭力衰弱、持平、或上升。

但是我們不能單獨由 R_4 或 R_5 來決定相對於 UOA_o 群體的競爭力消長，其單獨評比會有誤差，所以綜合考量第 t 期與第 $(t+1)$ 期的 UOA_o 後，將 R_4 與 R_5 取幾何平均，得到群體競爭力消長指數 $GCS_o^1(t, t+1)$ 。 $GCS_o^1(t, t+1)$ 有三種情況，分別為 > 1 、 $= 1$ 、與 < 1 ，表示 UOA_o 相對於群體而言，其競爭力衰弱、持平、或上升。

$M_o^1(t, t+1)$ 由 $SCS_o^1(t, t+1)$ 與 $GCS_o^1(t, t+1)$ 之組合所構成。在九個可能的組合之中，其中四個可幫助績效評量者深入分析生產力之變化，分別為 $(> 1, > 1)$ 、 $(> 1, < 1)$ 、 $(< 1, > 1)$ 與 $(< 1, < 1)$ 。首先比較組合 1 與組合 2，它們皆表示 UOA_o 績效進步。在組合 1 中， $GCS_o^1(t, t+1) > 1$ 表示 UOA_o 進步的幅度小於群體之進步表現。在組合 2 中， $GCS_o^1(t, t+1) < 1$ 表示 UOA_o 進步的幅度大於群體之表現，其有可能為進步或退步。接著比較組合 3 與組合 4，它們皆表示 UOA_o 績效退步。在組合 1 中， $GCS_o^1(t, t+1) > 1$ 表示 UOA_o 退步的幅度大於群體之表現，其有可

能為進步或退步。在組合 2 中， $GCS_o^1(t, t+1) < 1$ 表示 UOA_o 退步的幅度小於群體之退步表現。

3.3.2. 階段二—具循環性之麥氏生產力指數

本研究將利用(Caves, Christensen, & Diewert, 1982)的 CCD 轉換數值方法，轉換階段一 CWA-based MPI 為 CWA/CCD-based MPI。轉換方式如方程式(E20)。

$$M_o^{\text{II}}(\alpha, \beta) = \prod_{\gamma=1}^T [M_o^1(\alpha, \gamma) \times M_o^1(\gamma, \beta)]^{\frac{1}{T}} \quad (\text{E20})$$

在計算 $M_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 之前，需透過方程式(E15)，計算第 α 期與全部週期間的麥氏生產力指數 $M_o^1(\alpha, \gamma)$, $\gamma = 1, \dots, T$ ，與第 β 期與全部週期間的麥氏生產力指數 $M_o^1(\gamma, \beta)$, $\gamma = 1, \dots, T$ 。透過以上的計算方式， $M_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 表示在衡量第 α 期與 β 期之間的生產力變化時，使得第 α 期與第 β 期分別透過總共 T 期 ($\gamma = 1, 2, \dots, T$) 的間接生產力比較後，再構成具循環性之評量指數。由於轉換過後的指數具備循環性質，任兩期之間的直接比較與透過第三期的間接比較，其衡量結果保持不變。此時，可任意挑選某一週期為多週期時間序列的比較標準，對各週期做兩兩相比，表示為 $M_o^{\text{II}}(\varphi, t)$ ， φ 表任一週期為標準期， $t = 1, 2, \dots, T$ 。當標準期改變時並不會影響衡量之結果，使得 $M_o^{\text{II}}(\varphi, t)$ 可直接比較多週期間的生產力變化。

在階段一中 $M_o^1(\alpha, \beta)$ 的子評量指數 $SCS_o^1(\alpha, \beta)$ 與 $GCS_o^1(\alpha, \beta)$ 也可進一步進行數值轉換如方程式。

$$SCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta) = \prod_{\gamma=1}^T [SCS_o^1(\alpha, \gamma) \times SCS_o^1(\gamma, \beta)]^{\frac{1}{T}} \quad (\text{E21})$$

$$GCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta) = \prod_{\gamma=1}^T [GCS_o^1(\alpha, \gamma) \times GCS_o^1(\gamma, \beta)]^{\frac{1}{T}} \quad (\text{E22})$$

如此一來， $SCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 與 $GCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 皆滿足循環性檢定，所以可直接量測

多週期間生產力變化。φ表任一週期為標準期， $SCS_o^{II}(\varphi, t)$ 與 $GCS_o^{II}(\varphi, t)$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ 。

3.3.3. 以時間倒數檢定與循環性檢定檢測階段二之麥氏生產力指數

階段一中， $M_o^I(\alpha, \beta)$ 、 $SCS_o^I(\alpha, \beta)$ 、 $GCS_o^I(\alpha, \beta)$ 皆滿足時間倒數檢定，但是 $M_o^I(\alpha, \beta)$ 並不滿足循環性檢定，因為 $GCS_o^I(\alpha, \beta)$ 也不滿足循環性檢定。本研究將在以下證明轉換後的麥氏生產力指數 $M_o^{II}(\alpha, \beta)$ 與 sub-MPIs 滿足時間倒數檢定與循環性檢定。

(1) 時間倒數檢定於 $M_o^{II}(\alpha, \beta)$ 、 $SCS_o^{II}(\alpha, \beta)$ 、 $GCS_o^{II}(\alpha, \beta)$

檢驗 $M_o^{II}(\alpha, \beta) \times M_o^{II}(\beta, \alpha)$ 是否等於 1。

$$\begin{aligned}
 & M_o^{II}(\alpha, \beta) \times M_o^{II}(\beta, \alpha) \\
 &= \prod_{\gamma=1}^T \left[M_o^I(\alpha, \gamma) \times M_o^I(\gamma, \beta) \times M_o^I(\beta, \gamma) \times M_o^I(\gamma, \alpha) \right]^{\frac{1}{T}} \quad (E23)
 \end{aligned}$$

已知 $M_o^I(\alpha, \beta)$ 滿足時間倒數檢定。所以方程式 (E23) 中：

$M_o^I(\alpha, \gamma) \times M_o^I(\gamma, \alpha) = 1$ ，且 $M_o^I(\gamma, \beta) \times M_o^I(\beta, \gamma) = 1$ 。方程式 (E23) 化簡後可得知

$$M_o^{II}(\alpha, \beta) \times M_o^{II}(\beta, \alpha) = 1。$$

方程式 (E23) 可根據 (E17) 進一步改寫為方程式 (E24)。

$$\begin{aligned}
 & \prod_{\gamma=1}^T \left[M_o^I(\alpha, \gamma) \times M_o^I(\gamma, \beta) \times M_o^I(\beta, \gamma) \times M_o^I(\gamma, \alpha) \right]^{\frac{1}{T}} \\
 &= \prod_{\gamma=1}^T \left\{ \left[SCS_o^I(\alpha, \gamma) \times GCS_o^I(\alpha, \gamma) \right] \times \left[SCS_o^I(\gamma, \beta) \times GCS_o^I(\gamma, \beta) \right] \right\}^{\frac{1}{T}} \\
 & \quad \times \left[SCS_o^I(\beta, \gamma) \times GCS_o^I(\beta, \gamma) \right] \times \left[SCS_o^I(\gamma, \alpha) \times GCS_o^I(\gamma, \alpha) \right] \\
 &= \prod_{\gamma=1}^T \left[SCS_o^I(\alpha, \gamma) \times SCS_o^I(\gamma, \beta) \times SCS_o^I(\beta, \gamma) \times SCS_o^I(\gamma, \alpha) \right]^{\frac{1}{T}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \prod_{\gamma=1}^T \left[GCS_o^1(\alpha, \gamma) \times GCS_o^1(\gamma, \beta) \times GCS_o^1(\beta, \gamma) \times GCS_o^1(\gamma, \alpha) \right]^{\frac{1}{T}} \\
& = \left[SCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta) \times SCS_o^{\text{II}}(\beta, \alpha) \right] \times \left[GCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta) \times GCS_o^{\text{II}}(\beta, \alpha) \right] = 1 \quad (\text{E24})
\end{aligned}$$

由方程式(E24)可知 CWA/CCD sub-MPIs 皆滿足時間倒數檢定。

(2) 循環性檢定於 $M_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 、 $SCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 、 $GCS_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$

檢驗 $M_o^{\text{II}}(\alpha, \beta)$ 是否等於 $M_o^{\text{II}}(\alpha, \tau) \times M_o^{\text{II}}(\tau, \beta)$ 。

$$\begin{aligned}
& M_o^{\text{II}}(\alpha, \tau) \times M_o^{\text{II}}(\tau, \beta) \\
& = \prod_{\gamma=1}^T \left[M_o^1(\alpha, \gamma) \times M_o^1(\gamma, \tau) \times M_o^1(\tau, \gamma) \times M_o^1(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}} \quad (\text{E25})
\end{aligned}$$

已知 $M_o^1(\alpha, \beta)$ 滿足時間倒數檢定。所以在方程式 (E25) 中，

$M_o^1(\gamma, \tau) \times M_o^1(\tau, \gamma) = 1$ 。方程式(E25)化簡後可得方程式(E26)。

$$M_o^{\text{II}}(\alpha, \tau) \times M_o^{\text{II}}(\tau, \beta) = \prod_{\gamma=1}^T \left[M_o^1(\alpha, \gamma) \times M_o^1(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}} = M_o^{\text{II}}(\alpha, \beta) \quad (\text{E26})$$

由(E26)可發現 CWA/CCD MPI 滿足循環性檢定。

方程式(E25)可根據(E17)進一步改寫為方程式(E27)。

$$\begin{aligned}
& \prod_{\gamma=1}^T \left[M_o^1(\alpha, \gamma) \times M_o^1(\gamma, \tau) \times M_o^1(\tau, \gamma) \times M_o^1(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}} \\
& = \prod_{\gamma=1}^T \left\{ \left[SCS_o^1(\alpha, \gamma) \times GCS_o^1(\alpha, \gamma) \right] \times \left[SCS_o^1(\gamma, \tau) \times GCS_o^1(\gamma, \tau) \right] \right\}^{\frac{1}{T}} \\
& \quad \times \left[SCS_o^1(\tau, \gamma) \times GCS_o^1(\tau, \gamma) \right] \times \left[SCS_o^1(\gamma, \beta) \times GCS_o^1(\gamma, \beta) \right] \\
& = \prod_{\gamma=1}^T \left[SCS_o^1(\alpha, \gamma) \times SCS_o^1(\gamma, \tau) \times SCS_o^1(\tau, \gamma) \times SCS_o^1(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}} \\
& \quad \times \prod_{\gamma=1}^T \left[GCS_o^1(\alpha, \gamma) \times GCS_o^1(\gamma, \tau) \times GCS_o^1(\tau, \gamma) \times GCS_o^1(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \prod_{\gamma=1}^T \left[SCS_o^I(\alpha, \gamma) \times SCS_o^I(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}} \times \prod_{\gamma=1}^T \left[GCS_o^I(\alpha, \gamma) \times GCS_o^I(\gamma, \beta) \right]^{\frac{1}{T}} \\
&= SCS_o^{II}(\alpha, \beta) \times GCS_o^{II}(\alpha, \beta) \tag{E27}
\end{aligned}$$

由方程式(E27)可知 CWA/CCD sub-MPIs 皆滿足循環性檢定。



4. 數據例子分析

近年來各種新型的傳染病不斷發生，包括令人聞之色變的 SARS 與最近的新型流感，而世界各地的政府、衛生單位不斷地投入各種資源發展新的疫苗、篩檢方法、與抗病藥物。各大藥廠當然也會隨著頻繁的傳染病發生，改變本身的生產架構或是營運策略，符合愈來愈多的藥物或是疫苗需求，使得自己在傳染病流行的未來，保持獲利與競爭力。

本研究綜合 (Chen & Ali, 2004)與(Seiford & Zhu, 1999)的績效評比指標，並從 Fortune Global 500 中，挑選 2005 至 2008 年獲利皆為正值的藥廠，在 Fortune Global 500 中的資料為 2006 至 2009 年，表示這些藥廠在市場中較具競爭力，以供我們進行後續的生產力分析。各投入與產出指標類別如表一所示。

表一：評比指標說明

No.	指標名稱	特性質
1	Assets (\$ millions)	望小
2	Stockholder's equity (\$ millions)	望小
3	Employees (persons)	望小
4	Revenues (\$ millions)	望大
5	Profits (\$ millions)	望大

本研究從 Fortune Global 500 中挑選出 11 家藥廠。各藥廠在 2005 至 2008 年的評比指標值， $t=1$ 表示 2005 年， $t=2$ 表示 2006 年， $t=3$ 表示 2007 年， $t=4$ 表示 2008 年。各指標的數值資料如表二所示。

現在總共有 $n=11$ 個 UOA，擁有 $m=3$ 個投入指標，與 $r=2$ 個產出指標。總共 $T=4$ 個週期中，將各 t 期($t=1, \dots, 4$)所有 UOA 的指標資訊輪流代入模式(P9)，觀察與各限制式相對應的陰影價格，可以決定出每一期的共同權重。各期的共同權重如表三所示。本研究利用 Microsoft Office 中的 Excel 記錄各指標數據，並透過 Lingo 執行模式計算，最後再透過 Excel 整理與計算麥氏生產力指數。

表二：11 家藥廠 2005- 2008 之資料

UOA _j	Firms	投入指標			產出指標	
		x'_{1i}	x'_{2i}	x'_{3i}	y'_{1i}	y'_{2i}
<i>t</i> = 1						
1	Johnson & Johnson	58,025	37,871	115,600	50,514	10,411
2	Pfizer	117,565	65,627	106,000	51,353	8,085
3	GlaxoSmithKline	46,692	12,551	100,728	39,366	8,753
4	Roche Group	52,631	26,497	68,218	28,496	4,644
5	Sanofi-Aventis	102,219	55,012	97,181	35,429	2,806
6	Novartis	57,732	32,990	90,924	32,212	6,130
7	AstraZeneca	24,840	13,597	64,900	23,950	4,706
8	Abbott Laboratories	29,141	14,415	59,735	22,338	3,372
9	Merck	44,846	17,917	61,500	22,012	4,631
10	Wyeth	35,841	11,994	49,732	18,756	3,656
11	Bristol-Myers Squibb	28,138	11,208	43,000	20,222	3,000
Sum.		597,670	299,679	857,518	344,648	60,194
<i>t</i> = 2						
1	Johnson & Johnson	70,556	39,318	122,200	53,324	11,053
2	Pfizer	114,837	71,358	98,000	52,415	19,337
3	GlaxoSmithKline	50,011	18,370	102,695	42,731	9,915
4	Roche Group	60,961	32,723	74,372	34,703	6,285
5	Sanofi-Aventis	102,542	60,130	100,000	36,998	5,026
6	Novartis	68,008	41,111	100,735	37,020	7,175
7	AstraZeneca	29,932	15,304	66,000	26,475	6,043
8	Abbott Laboratories	36,178	14,054	66,663	22,476	1,717
9	Merck	44,570	17,560	60,000	22,636	4,434
10	Wyeth	36,479	14,653	50,060	20,351	4,197
11	Bristol-Myers Squibb	25,575	9,991	43,000	17,914	1,585
Sum.		639,649	334,572	883,725	367,043	76,767
<i>t</i> = 3						
1	Johnson & Johnson	80,954	43,319	119,200	61,095	10,576
2	Pfizer	115,268	65,010	86,600	48,418	8,144
3	GlaxoSmithKline	61,714	19,116	103,483	45,447	10,432
4	Roche Group	69,058	40,055	78,604	40,315	8,135
5	Sanofi-Aventis	105,143	65,123	99,495	39,977	7,204
6	Novartis	75,452	49,223	98,200	39,800	11,946
7	AstraZeneca	47,957	14,778	67,400	29,559	5,595
8	Abbott Laboratories	39,714	17,779	68,697	25,914	3,606
9	Merck	48,351	18,185	58,900	24,198	3,275
10	Wyeth	42,717	18,211	50,527	22,400	4,616
11	Bristol-Myers Squibb	26,172	10,562	42,000	19,977	2,165
Sum.		712,500	361,361	873,106	397,100	75,694
<i>t</i> = 4						
1	Johnson & Johnson	84,912	42,511	118,700	63,747	12,949
2	Pfizer	111,148	57,556	81,800	48,296	8,104
3	GlaxoSmithKline	56,637	11,403	99,003	44,654	8,439
4	Roche Group	71,487	41,789	80,080	44,268	8,288
5	Sanofi-Aventis	100,062	62,364	98,213	42,179	5,637
6	Novartis	78,299	50,288	96,717	41,459	8,195
7	AstraZeneca	46,784	15,912	65,000	31,601	6,101
8	Abbott Laboratories	42,419	17,480	68,838	29,528	4,881
9	Merck	47,196	18,758	55,200	23,850	7,808
10	Wyeth	44,032	19,174	47,426	22,834	4,418
11	Bristol-Myers Squibb	29,552	12,241	35,000	21,366	5,247
Sum.		712,528	349,476	845,977	413,782	80,067

表三：各期共同權重

t	投入項權重			產出項權重	
	V_1^{t*}	V_2^{t*}	V_3^{t*}	U_1^{t*}	U_2^{t*}
1	1.00	1.00	1.19	4.33	1.00
2	1.00	1.00	1.00	3.77	1.00
3	1.00	1.00	1.00	3.77	1.25
4	1.00	1.00	1.00	3.35	1.00

4.1. CWA-based MPI 計算

在計算出每一期的共同權重後，可透過方程式(E17)計算各 UOA 每對前後兩週期之間的麥氏生產力指數 $M_o^1(t, t+1)$ 與兩個生產力調整指數：個人競爭力變化 $SCS_o^1(t, t+1)$ 、群體競爭力消長 $GCS_o^1(t, t+1)$ ， $t = 1, \dots, 3$ 。每對前後兩週期的麥氏生產力指數，與各生產力調整指數如表四所示。

表四：每對前後兩週期的麥氏生產力指數與子生產力指數

UOA _j	MPI			Sub-MPIs					
	$M_o^1(t, t+1)$			$SCS_o^1(t, t+1)$			$GCS_o^1(t, t+1)$		
	$t=1$	2	3	1	2	3	1	2	3
1	0.964	1.082	1.041	0.932	1.094	0.920	1.034	0.989	1.132
2	1.093	0.931	1.063	1.025	0.945	0.939	1.066	0.985	1.131
3	1.020	0.987	1.071	1.000	1.000	0.946	1.020	0.987	1.133
4	1.074	1.046	1.061	1.022	1.058	0.937	1.051	0.989	1.132
5	1.026	1.065	1.077	0.962	1.075	0.952	1.066	0.991	1.131
6	0.997	1.043	1.000	0.956	1.058	0.882	1.043	0.986	1.134
7	1.038	0.944	1.091	1.016	0.956	0.963	1.021	0.988	1.132
8	0.874	1.088	1.126	0.848	1.094	0.995	1.031	0.994	1.131
9	1.043	1.023	1.080	1.001	1.033	0.953	1.042	0.990	1.133
10	1.050	0.999	1.023	1.009	1.012	0.903	1.041	0.988	1.132
11	0.913	1.119	1.142	0.880	1.126	1.009	1.038	0.994	1.132

從表四，以 UOA₁ (Johnson & Johnson) 為例，從 2005 至 2006 年 $M_o^1(1, 2) = 0.964 < 1$ ，表示 UOA₁ 從 2005 至 2006 年生產力下降，而我們可藉由兩個 sub-MPIs：個人競爭力變化 $SCS_o^1(1, 2)$ 、群體競爭力消長 $GCS_o^1(1, 2)$ 分析 UOA₁ 生產力下降之來源。 $SCS_o^1(1, 2) = 0.932 < 1$ ，與 $GCS_o^1(1, 2) = 1.034 > 1$ 表示 UOA₁ 績效退步，且由於 $GCS_o^1(1, 2) = 1.034 > 1$ ，表示對於 UOA₁ 而言，UOA_o 退步的幅度大於群體之表現，其有可能為進步或退步。

4.2. CWA/CCD-based MPI 計算

透過方程式(E20)、(E21)與(E22)的 CCD 數值轉換方式，使得轉換後的生產力評量指數可直接評估各藥廠的多週期生產力改變。此時我們以第 1 週期為標準期為，即 $\alpha = 1$ ，衡量各週期之生產力變化 $\beta = 1, \dots, 4$ ，CWA-based MPI 與 sub-MPIs 如表五所示。 α 可任意改變時，其衡量結果皆保持一致。舉例來說， $M_1^{\text{II}}(1, \beta)$ 中四個值分別為 1、0.966、1.042 與 1.089，若皆除以 0.966，其四個值將等於 $M_1^{\text{II}}(2, \beta)$ ，即 $\alpha = 2$ 。

表五：多週期生產力之直接比較

OUA _o	MPI				Sub-MPIs							
	$M_o^{\text{II}}(1, \beta)$				$SCS_o^{\text{II}}(1, \beta)$				$GCS_o^{\text{II}}(1, \beta)$			
	$\beta=1$	2	3	4	$\beta=1$	2	3	4	$\beta=1$	2	3	4
1	1	0.966	1.046	1.089	1	0.932	1.019	0.938	1	1.036	1.026	1.161
2	1	1.098	1.026	1.090	1	1.025	0.969	0.910	1	1.071	1.058	1.198
3	1	1.021	1.009	1.081	1	1.000	1.000	0.946	1	1.021	1.009	1.143
4	1	1.076	1.126	1.195	1	1.022	1.082	1.014	1	1.052	1.041	1.179
5	1	1.026	1.094	1.179	1	0.962	1.034	0.985	1	1.067	1.058	1.197
6	1	0.999	1.042	1.044	1	0.956	1.011	0.892	1	1.045	1.031	1.170
7	1	1.042	0.986	1.075	1	1.016	0.971	0.936	1	1.025	1.015	1.149
8	1	0.874	0.950	1.068	1	0.848	0.928	0.924	1	1.031	1.023	1.157
9	1	1.044	1.067	1.149	1	1.001	1.034	0.985	1	1.043	1.032	1.167
10	1	1.053	1.053	1.079	1	1.009	1.021	0.922	1	1.043	1.032	1.169
11	1	0.914	1.022	1.166	1	0.880	0.991	1.000	1	1.039	1.031	1.166

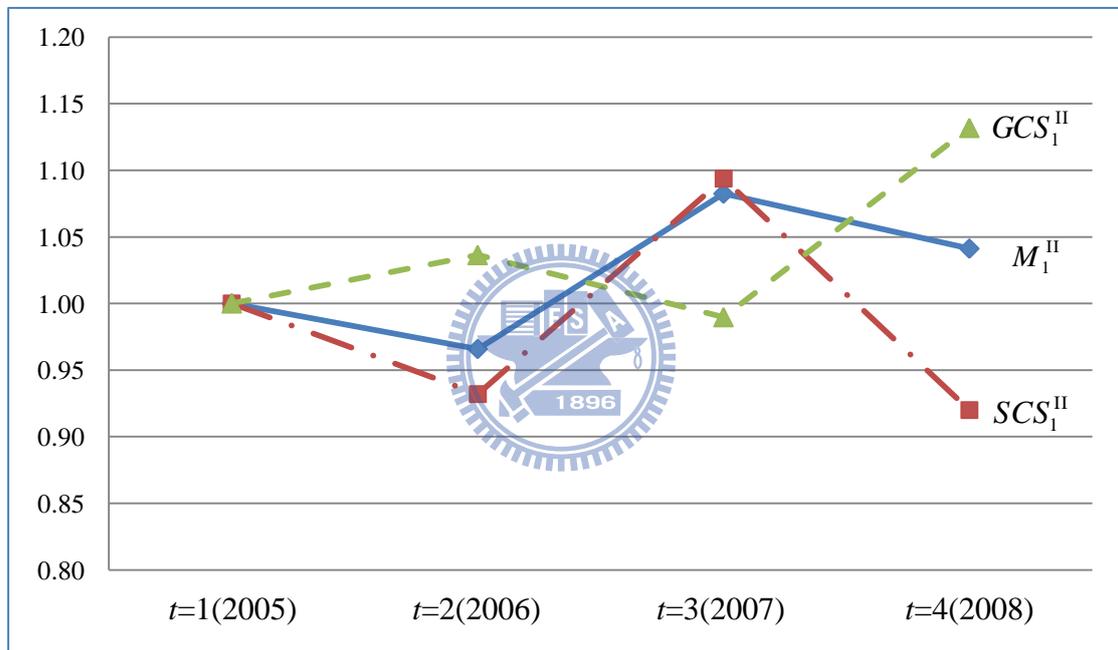
對於 UOA₁ 而言，由表五可得知 UOA₁ 的生產力指數 $M_1^{\text{II}}(1, \beta)$ ，與生產力調整指數 $SCS_1^{\text{II}}(1, \beta)$ 、 $GCS_1^{\text{II}}(1, \beta)$ 皆有所波動。生產力調整指數中，兩者的消長趨勢幾乎呈現相反走勢：2005 至 2006 年， $M_1^{\text{II}}(1, 2) = 0.966 < 1$ 表示生產力下降。由於 $SCS_1^{\text{II}}(1, 2) = 0.932 < 1$ 且 $GCS_1^{\text{II}}(1, 2) = 1.036 > 1$ ，表示 UOA₁ 績效退步，且其退步的幅度大於群體之表現，可能為進步或退步。2005 至 2007 年， $M_1^{\text{II}}(1, 3) = 1.046 > 1$ 表示生產力上升。由於 $SCS_1^{\text{II}}(1, 3) = 1.019 > 1$ 上升、 $GCS_1^{\text{II}}(1, 3) = 1.026 > 1$ ，表示 UOA₁ 績效進步，但是進步幅度小於群體之表現。2005 至 2008 年， $M_1^{\text{II}}(1, 4) = 1.089 > 1$ 表示生產力上升。由於 $SCS_1^{\text{II}}(1, 4) = 0.938 < 1$ 與 $GCS_1^{\text{II}}(1, 4) = 1.161 > 1$ ，表示 UOA₁ 的績效退步，且競爭力表現較群體差。

若要評量 UOA_o 相鄰兩週期間 t 與 $(t + 1)$ 的生產力改變，可以從表五計算得知，並記錄於表六。因為 CWA/CCD-based MPI 滿足循環性檢定，所以 $M_o^{II}(t, t+1)$ 將等於 $M_o^{II}(1, t+1)/M_o^{II}(1, t)$ 。如同 $M_o^{II}(t, t+1)$ ，CWA/CCD-based sub-MPIs 也皆滿足循環性檢定，所以 $SCS_o^{II}(t, t+1)$ 等於 $SCS_o^{II}(1, t+1)/SCS_o^{II}(1, t)$ ， $GCS_o^{II}(t, t+1)$ 等於 $GCS_o^{II}(1, t+1)/GCS_o^{II}(1, t)$ 。在單一週期內，生產力並不會產生變化，由表五可得知 $M_o^{II}(1, 1)$ 、 $SCS_o^{II}(1, 1)$ 與 $GCS_o^{II}(1, 1)$ 其值皆等於 1。本研究將以 UOA_1 為例，佐以圖六來說明表六之資訊。

圖六中縱軸表示各指數之數值，在 $t=1$ 的起始數值為 1，橫軸表示時間序列。2005 至 2006 年， $M_1^{II}(1, 2) = 0.966 < 1$ 表示生產力下降。由於 $SCS_1^{II}(1, 2) = 0.932 < 1$ 且 $GCS_1^{II}(1, 2) = 1.036 > 1$ ，表示 UOA_1 績效退步，且其退步的幅度大於群體之表現，可能為進步或退步。2006 至 2007 年， $M_1^{II}(2, 3) = 1.083 > 1$ 表示生產力上升。由於 $SCS_1^{II}(2, 3) = 1.094 > 1$ 與 $GCS_1^{II}(2, 3) = 0.990 < 1$ ，表示 UOA_1 績效進步，而且進步幅度較群體之表現佳。2007 至 2008 年， $M_1^{II}(3, 4) = 1.041 > 1$ 表示生產力上升。由於 $SCS_1^{II}(3, 4) = 0.920 < 1$ 與 $GCS_1^{II}(3, 4) = 1.132 > 1$ ，表示 UOA_1 的績效退步，並且競爭力表現較群體差。

表六：具循環性之生產力指數與子生產力指數

UOA _o	MPI			Sub-MPIs					
	$M_o^{II}(t, t+1)$			$SCS_o^{II}(t, t+1)$			$GCS_o^{II}(t, t+1)$		
	$t=1$	2	3	1	2	3	1	2	3
1	0.966	1.083	1.041	0.932	1.094	0.920	1.036	0.990	1.132
2	1.098	0.934	1.063	1.025	0.945	0.939	1.071	0.988	1.132
3	1.021	0.988	1.071	1.000	1.000	0.946	1.021	0.988	1.133
4	1.076	1.047	1.062	1.022	1.058	0.937	1.052	0.989	1.132
5	1.026	1.066	1.077	0.962	1.075	0.952	1.067	0.991	1.131
6	0.999	1.043	1.001	0.956	1.058	0.882	1.045	0.986	1.136
7	1.042	0.946	1.091	1.016	0.956	0.963	1.025	0.990	1.133
8	0.874	1.087	1.125	0.848	1.094	0.995	1.031	0.993	1.130
9	1.044	1.023	1.077	1.001	1.033	0.953	1.043	0.990	1.130
10	1.053	1.000	1.024	1.009	1.012	0.903	1.043	0.989	1.133
11	0.914	1.118	1.141	0.880	1.126	1.009	1.039	0.993	1.131



圖六：UOA₁之生產力分析

5. 研究貢獻與未來研究機會

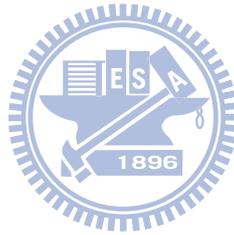
本研究利用資料包絡分析法所演變出來的共同權重模式，結合麥氏生產力指數，發展多指標與多週期生產力評量技術，幫助績效管理者為各受評單位決定每一週期之指標共同權重，讓每一期內的受評單位皆透過相同的評比標準評比，解決以往資料包絡分析法與麥氏生產力指數之應用上的評比誤差。在階段一中，本研究利用共同權重模式結合麥氏生產力指數，並拆解成兩個子生產力指數，分別為個人競爭力的變化與群體競爭力消長。階段二以階段一為基礎，利用 (Caves, Christensen, & Diewert, 1982) 的數值轉換概念，賦予麥氏生產力指數循環性質，可用以直接觀察各受評單位多週期之間的生產力變化。

本研究所發展出來的評量方法，未來可供績效評量者對其它產業進行評比，依據不同的產業挑選適當的評量指標，進行多週期生產力評估。管理者也可使用本研究之生產力評量技術。當管理者在評量各受評單位的生產力表現時，除了可以利用本研究使用的共同權重模型計算各指標之權重外，亦可根據其本身的經營理念，主觀地限制各指標權重之區間，如此評量的結果會更加符合管理者的需求，找出管理者心中最具生產潛力的受評單位。(Liu & Peng, 2009) 提出在共同權重模式中加入虛擬權重限制之數學模型，可使得評量結果符合管理者之需求。以投入項為例，每一項虛擬投入佔整體的虛擬投入的比重會在數學模型中受到限制，以數學式表示為 $B_i^L \leq \frac{x_{io} V_i}{\sum_{i=1}^m x_{io} V_i} \leq B_i^U$ ，其中 B_i^L 與 B_i^U 分別表示 DMU_o。

第 i 項虛擬投入佔全體虛擬投入比重之下限及上限。

未來研究中還可使用 (Liu, Peng, & Chang, 2006) 所提出之 (Most Compromising Common Weights, MCWA) 來計算各週期的各組共同權重，其計算績效值的基本概念為使得各 UOA 相互妥協，找到最折衷的共同權重使得各 UOA 的績效值最大。除此之外，當績效評量者或是管理者在進行生產力評量時，由於各受評單位間的規模或性質可能差異過大，造成評量出來的權重有極端化的

情形，嚴重扭曲評量之結果。為了解決此問題，(Liu & Peng, 2010)提出在共同權重概念下，根據各 UOA 的績效落差程度將之分為若干群，再分別計算各群內之指標的權重值，使得整體的績效排名更為合理，其評量結果更具參考價值。最後，可將虛擬權重限制之概念融合(Liu & Peng, 2010)之共同權重的分群概念與手法，應用麥氏生產力指數，使得生產力表現的評量不僅符合管理者的經營理念，也能將各受評單位依據其本身之規模分群，深入發展更為穩健之多週期生產力評量技術。



參考文獻

- [1] Adler, N., Friedman, L., & Sinuany-Stern, Z. (2002). Review of ranking methods in the data envelopment analysis context. *European Journal of Operational Research*, 140 (2), pp. 249-265.
- [2] Andersen, P., & Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39 (10), pp. 1261-1264.
- [3] Caves, D. W., Christensen, L. R., & Diewert, W. E. (1982). Multilateral comparisons of output, input, and productivity using superlative index numbers. *The Economic Journal*, 92 (365), pp. 73-86.
- [4] Caves, D. W., Christensen, L. R., & Diewert, W. E. (1982). The economic theory of index numbers and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrica*, 50 (6), pp. 1393-1414.
- [5] Chang, H., Choy, H.-L., Cooper, W. W., & Ruefli, T. W. (2009). Using Malmquist Indexes to measure changes in the productivity and efficiency of US accounting firms before and after the Sarbanes-Oxley Act. *Omega*, 37 (5), pp. 951-960.
- [6] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2 (6), pp. 429-444.
- [7] Chen, Y., & Ali, A. I. (2004). DEA Malmquist productivity measure: New insights with an application to computer industry. *European Journal of Operational Research*, 159 (1), pp. 239-249.
- [8] Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Boston: Springer Science+Business Media.
- [9] Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis*. Boston: Springer US.
- [10] Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in data envelopment analysis: Derivatives, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society*, 45 (5), pp. 567-578.
- [11] Eltető, Ö., & Köves, P. (1964). One index computation problem of international comparisons. *Statistikai Szemle*, 7, pp. 507-518.
- [12] Färe, R., Grosskopf, S., Lindgren, B., & Roos, P. (1994). *Productivity Developments in Swedish Hospitals: A Malmquist Output Index Approach*.

Boston: Kluwer Academic Publishers.

- [13] Fisher, I. (1922). *The Making of Index Numbers*. Boston: Houghton Mifflin.
- [14] Hashimoto, A., & Haneda, S. (2008). Measuring the change in R&D efficiency of the Japanese pharmaceutical industry. *Research Policy*, 37 (10), pp. 1829-1836.
- [15] Hashimoto, A., Sugita, T., & Haneda, S. (2009). Evaluating shifts in Japan's quality-of-life. *Socio-Economic Planning Sciences*, 43 (4), pp. 263-273.
- [16] Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2008). *Introduction to Operations Research*.
- [17] Kao, C. (2010). Malmquist productivity index based on common-weights DEA: The case of Taiwan forests after reorganization. *Omega*, 38 (6), pp. 484-491.
- [18] Liu, F.-H. F., & Peng, H.-H. (2009). A systematic procedure to obtain a preferable and robust ranking of units. *Computers & Operations Research*, 36 (4), pp. 1012-1025.
- [19] Liu, F.-H. F., & Peng, H.-H. (2010). Classify DEA units by scales and with common sets of weights. *OR Spectrum*, p. (submitted).
- [20] Liu, F.-H. F., & Peng, H.-H. (2008). Ranking of units on the DEA frontier with common weights. *Computers & Operations Research*, 35 (5), pp. 1624-1637.
- [21] Liu, F.-H. F., & Wang, P.-H. (2008). DEA Malmquist productivity measure: Taiwanese semiconductor companies. *International Journal of Production Economics*, 112 (1), pp. 367-379.
- [22] Liu, F.-H. F., Peng, H.-H., & Chang, H.-W. (2006). Ranking DEA efficient units with the most compromising common weights. *The Sixth International Symposium on Operations Research and Its Applications*, (pp. 219-234). Xinjiang.
- [23] Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifference surfaces. *Trabajos de Estadística*, 2 (4), pp. 209-242.
- [24] Pastor, J. T., & Lovell, C. K. (2005). A global Malmquist productivity index. *Economics Letters*, 88 (2), pp. 266-271.
- [25] Seiford, L. M., & Zhu, J. (1999). Profitability and marketability of the top 55 U.S. Commercial banks. *Management Science*, 45 (9), pp. 1270-1288.
- [26] Szule, B. (1964). Indices for multiregional comparisons. *Przegląd, Statystyczny*, 3, pp. 239-254.