國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文

兩供應商良率不確定下單週期數量採購之研究

A Single Period Procurement Policy when Facing Two Suppliers with Uncertain Yield Rates

研 究 生：陳佩宜

指導教授：洪一薰　博士

陳文智　博士

中華民國 九十九年 八月

兩供應商良率不確定下單週期數量採購之研究

A Single Period Procurement Policy when Facing Two Suppliers with Uncertain Yield Rates

研究生： 陳佩宜　　Student： Pei-I Chen

指導教授： 洪一薰 博士　　Advisor： Dr. I-Hsuan Hong

陳文智 博士　　Dr. Wen-Chih Chen

國立交通大學

工業工程與管理學系

碩士論文

A Thesis

Submitted To Department of Industrial Engineering and Management

College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master

in

Industrial Engineering

August 2010

Hsin-Chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年八月

兩供應商良率不確定下單週期數量採購之研究

研究生：陳佩宜　　　　　　　　　　　　　　　　指導教授：洪一薰 博士

陳文智 博士

國立交通大學工業工程與管理學系

中文摘要

近年來，由於顧客市場變大、技術快速進步的因素，許多產業都往往存在多家廠商可提供服務，因此當顧客需要購買產品時，往往有許多的選擇可以來滿足他的需求。但由於供應商在製造的過程中是充滿變動的，除了製造的良率無法確定外，產能也可能受限，或者是突發的天災人禍都有可能造成顧客向供應商訂購產品後卻拿不到足夠貨品的窘境。若是此顧客還要進一步加工以提供產品給下游顧客，那麼受到損失的不僅單是供應商，而是整條供應鏈利益都會受到影響。因此在這種充滿高度不確定的環境中，當一個組裝廠可有兩供應商可選擇時，他是否會選擇只忠於其中一家，或是向兩家皆訂購，並且需要訂購多少數量以減少可能會發生的損失來提高公司能獲得的利潤。

本研究主要以下游組裝廠角度，探討兩供應商的環境中，供應商生產良率為隨機不確定的情況下，組裝廠也面臨訂購成本、缺貨成本和廢料處理成本的狀況中，是否會採取向兩家供應商皆訂購的情況，或只偏好向某一家訂購。我們在單週期環境下以最小化成本為目標建構一個數學模型及求解方法，探討組裝廠對於訂單的分配的偏好，針對懲罰成本和數量相關的不同情境，找到最適合的最佳訂購量。

關鍵字：多個供應商、良率、隨機變數、訂購數量

A Single Period Procurement Policy when Facing Two Suppliers with Uncertain Yield Rates

Student: Pei-I Chen

Advisor: Dr. I-Hsuan Hong
Dr. Wen-Chih Chen

Department of Industrial Engineering and Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Because of the potential customer segment and rapid technological progress, more firms are built to serve the market. When a customer has more choices to choose, would a customer only choose one supplier or choose both suppliers? In this research, we assume the production yield rates of the suppliers are random variables, and the assembly firm needs to decide the order quantity. We consider the uncertain yield rates of the suppliers and the trade-off between shortage cost and salvage cost. We propose a single period model to determine the optimal order quantity of the assembly firm where the assembly firm minimizes its own cost. Then we find the condition that the assembly firm only orders from one supplier or two suppliers. Finally, we demonstrate our results by a numerical case and conduct the parameter analysis to observe how parameters affect the assembly firm's decision.

Keywords: Multiple Sourcing; Yield Rate; Random Variable; Order Quantity

致謝

我畢業了！在新竹已經待了六年的時間了，要開始面臨學生身份轉換成上班族的心情還是覺得惆悵與不捨。在交大的兩年，要感謝的人很多，首先必須感謝洪一薰老師在這兩年中不厭其煩的指導，在每次討論時往往給予許多的回饋與意見，除了在學術上不斷引領我們思考外也教導許多做事的道理。在洪一薰老師身上我看到了老師對於學術研究與工作認真堅持的態度，對於老師所給予的身教與言教我會好好記得，期待自己未來在工作崗位時也能像他做的一樣好。同時也要感謝陳文智老師、巫木誠老師與許錫美老師，在論文口試期間給予許多寶貴的意見，幫助我補足不完善的部分，才能夠將論文順利完成。

同時，也要感謝實驗室的鄧志鋒學長、齊哥、老柯和大葉學長，除了給予我很多想法外也不斷替我加油打氣。另外一起奮鬥的小多、扣斯、阿銘，沒有你們生活一定乏味很多，謝謝你們和我一起度過實驗室的生活。也要感謝許多大學的朋友們，聽我說心事分享我的喜怒哀樂，有你們的支持，我才可以在離家遙遠的新竹開心的笑著！

最後要感謝我的家人，總是在我背後默默的支持我，從來不給我任何的壓力，讓我可以全心全意專注的在學校事務中，使得我求學的路上總是沒有任何牽掛。接下來我也會好好的生活，請大家放心。很高興生活中有你們的存在，讓我的人生可以更加的完美！

陳佩宜

誌于　風城交大

中華民國九十九年八月

目錄

表目錄

圖目錄

第一章　　緒論

1.1 研究動機與背景

在一般決策環境中，環境往往是隨時變動、充滿高度不確定性的，公司在決策時除了會遭遇自身的條件限制，也會面臨不確定性較高或者競爭激烈的市場，因此取得的資訊並無法永遠百分之百的符合決策者的需求，以讓決策者做出完全精準的決策，所以能夠在充滿動態的環境下，針對所面臨的問題做出適當的決策以獲得較高的利潤，是各廠商都想達成得目標。對於廠商而言，想達到最大利潤的目標時，也可用反面的方法，也就是最小化成本來達到目的。因此，若有廠商販賣較有時效性的產品，那麼他可以從做好訂購決策來幫助他達到最佳利潤，因為好的訂購決策能大大的減少相關的購買成本或者懲罰成本。因此訂購數量問題已存在許久，Burton (1988)就曾指出供應商在製造、運輸、服務等項目都扮演了極重要的角色，而在高科技產業中相關的採購和服務成本約佔了總生產成本的80%，更甚有些零售商的採購成本更高達其總零售的90% (Stevenson，2002)。因此，對於訂購議題做一個較為準確的決策除了可以減少訂購成本之外，也可以避免日後會發生的缺貨成本(shortage cost)或者是處理多餘物料的廢料處理成本(salvage cost)，尤其當缺貨成本或廢料處理成本遠遠大於訂購價格或是最終銷貨價格時，是否能夠較為準確訂購以期望符合需求時，由此可知，數量訂購議題仍然有其重要性。

在採購的議題中，有些商品是具長期性交易的特色，但是有些則是具有易腐性和時效性的商品，像是食物、報紙等物品，不論是何種產品，都會面臨到相關的處理成本，例如持有成本(holding cost)、缺貨成本，而這些相關處理成本在短期的模式中影響更為顯著，因為在訂購數量不夠準確的情況下，就非常容易發生缺貨成本或廢料處理成本，缺貨除了會浪費生產線上已預訂好的計畫外，往往會造成商譽的損害並減低競爭力，長久之下會想購買公司產品的顧客就會越來越

少，甚至導致公司關閉的情況。而訂購太多原料時除了浪費資源外，也會多花費訂購成本且還會額外產生廢料處理成本，為了預防缺貨而多訂的原料數量則使得總成本提高。因此對於一個決策者而言，在成本最小化的目標下，能夠依據已知的需求，訂購恰當數量來達到最佳目標，是每位決策者都想達到的成效。

而採購議題又無可避免的會牽扯到和上游供應商的關係。製造環境中，必然存在不完美的生產系統，而此不完美的生產系統所造成的良率高低必會影響供應商提供給下游的數量。在現實的製造環境中，除了內在變動因素外，也存在像是操作失誤的外在變動因素，因此廠商的製造良率並無法永遠保持一個定值，這些變動因素都會使得製造良率呈現一個變動的狀態。因此我們無法獲得準確的良率，只能根據需求，藉由隨機的良率來推測可能發生的情形以決定向供應商訂購的最佳經濟訂購量，以避免訂購太少而產生缺貨的情形或者是因為訂購太多而產生多於存貨的情形。但是大致來說，良率和價格是呈現取捨關係的，良率較高的供應商大多銷售價格也較高，較高的銷售價格就有可能造成零售商較大的購買成本。有些決策者偏好向良率較高的供應商訂貨、有些偏好向價格較低的供應商訂貨、也有些則偏好向良率範圍變動較小、製程比較穩定的供應商訂購，因此在數量訂購的決策上，仔細考慮價格與良率的影響，也是關鍵的要素考慮之一。

而目前現行的採購制度中，為了避免將全部雞蛋放在同一籃子中的風險，因此許多公司採取多個供應商(multiple sourcing)的訂購策略，多個供應商數量包含兩個或以上的供應商，這些供應商之間也許存在互相競爭或合作的關係，自身條件也存在著差異，有些是銷售價格較便宜、有些是製程較穩定，良率比較高。每一個供應商皆具有本身的優勢，而決策者在考量本身的限制後再決定要向何者購買、需要訂購多少數量，以達到決策者想要最大化利潤或是最小化成本的目標。向多個供應商訂購可避免當其中一家供應商發生急遽變化時，還能有另一家支援廠商；同時向兩個廠商訂購可以對兩廠商都建立良好的合作默契，尤其在變化無常的現代化環境中，決策者需要為可能發生的所有事件做出相關的因應措施。此

外也可以讓供應商間產生競爭的意識，來達成更好的產品品質或是交易服務，因此如何確保貨源穩定，避免面臨缺貨的風險下，多個供應商的採購策略是值得被參考的。

在數量訂購相關的研究中，以往多針對一家供應商與一家零售商之間的訂購關係，在存貨考量的情形下，探討最佳的經濟訂購批量、最佳的再訂購點以及訂購週期。比較少研究針對多個供應商背景的訂購策略，因此本篇研究則是在多個供應商的成本、良率條件不一定相同的背景之下，討論最佳訂購數量，是否在多個供應商的情形下，買方仍只偏好向其中一家供應商訂購數量，或是在何種特定的條件下，買方皆會對供應商產生需求訂購。尤其產品處在單期具有時效性的環境下，往往會面臨到缺貨成本和廢物處理成本的考量，買家又要如何去做取捨，在製造良率沒有辦法完全固定的情形下，買家訂購原料時，若迫不得已要產生缺貨或者多餘貨品時的偏好如何，對於買家來說，缺貨成本或者是廢料處理成本影響較大，也會影響訂購的決策。

因此本篇研究是以組裝廠為角色，在末端需求、售出的貨品價格確定情況，在面對多元供應商的良率為隨機變數、銷售價格不同的條件之下，若是未做好訂購數量分配，則可能會造成多餘的訂購成本和缺貨成本以及廢料成本，因此本研究以最小化成本為目標，訂定單週期最佳的訂購數量。而訂購數量會因應各個不同參數，有多大的偏好以及敏感度的反應？這些參數如何影響零售商的成本，對於廠商而言會產生哪些管理意涵，也是值得研究討論的問題。

1.2 研究目的

本研究主要以下游組裝廠角度，探討存在兩供應商的環境中，供應商生產良率為隨機不確定的情況下，組裝廠面臨缺貨成本和廢料處理成本的狀況中，去決定最佳的訂購數量分配。本研究中，僅考慮單期情形，且未考慮銷售期間存貨的問題，在供應商告知組裝廠其原料銷售價格以及生產製造良率的大略資訊後，組

裝廠根據確定的終端需求去決定是否僅向一家供應商訂貨，或採取皆向兩家供應商訂購、並決定訂購多少原料，以避免可能會發生的缺貨、多貨情形，來達到最小化成本的目標。在此決策的過程中，供應商或許是互相競爭或是合作的狀態，但是由於本研究是站在組裝廠的角度，因此供應商之間的互動關係並不會影響組裝廠的決定，我們所考量的會是供應商和組裝廠之間的互動，包含供應商所提供的價格、良率，而組裝廠面對決策內部除了會面臨到訂購成本外，也要負擔起此單期產品可能發生多、缺貨情形所造成的懲罰成本，若是缺貨成本遠高於廢料處理成本，那麼在無法完全準確訂購的前提下，組裝廠將會偏好多訂購原料而較不願意承擔可能會發生缺貨情形的成本，反之則亦然，當廢料處理成本遠高於缺貨成本，那麼在無法完全準確訂購的前提下，組裝廠將會偏好缺貨而較不願意承擔處理費原料的成本。

在供應商和組裝廠的產能無限制、價格和數量沒有折扣的假設情形下，針對單一的原物料做單期的訂購決策，且不考慮交易過程中的運輸或者存貨成本，由於終端需求對於組裝廠而言是確定的，因此決策的考量應著重在訂購成本與懲罰成本和隨機良率對於決策的影響。一般來說，價格會和訂購數量呈現取捨關係，而製程較穩定、良率較高的廠商大多可以獲得較多的訂單數量，例如在2008年時，中芯晶片就發生因為晶片良率不如預期，雖然價格較為便宜，但仍使不少訂單回流至台積電(自動化在線，2008)。良率已被許多企業納入績效或是決策的考量，對於高科技產業而言，良率所造成利潤變化的影響程度也越來越重要了，良率不只發生在製造過程，在行銷販賣過程也會考量良率做為訂購標準，末端消費者或者是中間製造廠商可考量良率來訂定產品的允收標準，例如奇美的液晶顯示器產品的保固系統就標明在產生3個亮點內的螢幕皆屬於良品，產生3個以上亮點在保固期內可免費維修(奇美保固資訊，2009)。另外在供應鏈上，我們可以發現對成本造成一大影響的要點即是變動成本，包含存貨成本及廢料處理成本，兩者當然只能存在一種，在本研究中，並無探討多餘原料的剩餘價值，直接假設這些

多餘原物料已經沒有剩餘價值，則當這些變動成本的設定不同時，會對採購策略造成怎樣的影響。一般而言，缺貨成本較大時會偏向多訂原物料，廢料處理成本較大時則偏向訂購少一點的原物料。

因此針對以往多單一供應商的研究而言，本研究希望能以多個供應商的情境下手，在兩供應商的良率為隨機不確定，並在單週期訂購單一項原物料的情況之下，探討組裝廠對於訂單的分配，在達到最小化成本的目標下構建數學式，針對懲罰成本和數量相關的不同情境，找到最適合的最佳訂購量並且去做分析以希望能找到適合產業運用的經濟或者管理意涵。

第二章　文獻回顧

本研究主要目的乃針對供應鏈中的組裝廠面對多供應商時，會如何將其訂單分配給這些不完全相同的供應商。決策的過程中，在設備足夠的狀態下，供給面可滿足需求面，因此雖然假設供應商的產能是無限制的，但因為供應商在良率為隨機不確定，製造含有不良品的情況下，無法百分之百提供組裝廠訂單數量，又因為本研究只探討單期的訂購，因此無法利用二次訂購將不足的數量補足，因此在這類似報童模型的訂購背景中，在供應商良率隨機時，組裝廠面臨缺貨成本或是廢料處理成本的風險下，組裝廠如何分配訂單給供應商以達到最小化成本，是本研究所探討的重點。因此在文獻回顧中即根據本研究的核心與相關的問題背景，分為三個部分：供應鏈中存在多個供應商、良率為隨機的情形、存貨系統中報童模型的經濟訂購量。

2.1 多個供應商之相關文獻

在採購的策略上，大致可分為兩種，分別是單一供應來源(sole sourcing)和多個供應來源(multiple sourcing)。Schonberger (1982)、Freeland (1991)、Presutti (1992)針對在日本工廠管理中被廣泛實施的 JIT(just in time)制度研究，並指出此管理制度採取的則為單一供應來源策略，藉由單一供應可和供應商維持良好且長期的合作關係，並可降低和品質相關的檢驗工作成本。Presutti (1992)、Watts et al. (1992)、Wacker (1993)等人則以美國為例，他們認為由於美國自由競爭的經營風格，因此多採取多個供應策略，因為多個供應商的存在會讓供應商競爭而會有生產品品質變好以及價格較低的可能，此外也可以利用多個供應商供應物料以分散風險、降低缺貨發生的機會，來降低持有成本和缺貨成本的發生。

而多供應商情形下的最佳訂購量有不少學者深入的研究。Parlar and Wang

(1993)便是討論單期決策下，零售商面臨具有差異性的兩個供應商，在良率和需求都屬於隨機變數時，求取最適訂購批量並佐以實證數據驗證。而 Gerchak and Parlar (1990)則是考量兩供應商之間有不同的製造良率平均和變異數，並且得出當兩供應商之間差異越小時，則良率變異對於最佳訂購量決策的影響就會變小。Anupindi and Akella (1993)則是討論兩供應商的良率不確定，且會延遲到貨情形時對存貨的影響，零售商決定最適訂購量，並得到以下結論：當原始存貨大於一個最高上限門檻時，則不訂購；當介於最高和最低界線時，會向較不保障但是價格較便宜的供應商購買；原始存貨比最低界線還低時，則都向兩家供應商訂購。

Mohebbi and Posner (1998)則認為訂單分散至多個供應商之間的研究議題大致可分為兩部份，一部份是探討訂單分散對有效前置時間(effective lead times)的影響，討論包含有效前置時間的平均和變異數受到訂單分散的影響程度，另一部份則是探討在採用多供應商的策略下，相關成本對於各個供應商獲得訂單數量比例的影響。眾多學者則針對前置時間呈現隨機分配時，當供應模式由單一轉為多供應商時，訂單分散對有效前置時間的影響，例如 Sculli and Wu (1981)即是供應商前置時間服從常態(normal)分配時，當訂購策略由一供應商轉為兩供應商時，平均有效前置時間會降低，且在相同的服務水準下，零售商對兩供應商的再訂購點(reorder point)和存貨水準會比僅有單一供應商時要低。Pan et al. (1991)則是針對供應商的前置時間分別服從常態、指數(exponential)、均勻(uniform)分配時，若訂購策略由一供應商轉為兩供應商，則採購平均前置時間的改變。這些研究多表現出採用多供應商策略多能得到降低存貨和減少系統成本的好處。Ramasesh et al. (1991)則以最小化成本為目標，考量持有成本、缺貨成本和訂購成本存在時，兩供應商的前置時間分別是獨立且相同分配(independent and identical distribution)，當需求確定的時後，零售商最佳的訂購數量及再訂購點。

Ramasesh et al. (1993)則進一步討論並認為當供應商給零售商原料的前置時間屬於不同分配，並且採購價格也不一樣時，最小成本的方法能更有效分析不同

前置時間與採購價格之間的取捨。Lau and Lau (1994)則是在確定性需求下，探討不同供應商在前置時間和採購價格具有取捨特性下的採購策略，並且發現雙重供應的情形適合在成本參數皆適中時使用，且其最適合的需求分配量則依照成本參數組合來決定。Lau and Zhao (1994)則針對供應商前置時間和需求皆隨機的背景下，探討零售商採取兩供應商供應時的訂購策略，在服務水準的限制下，使持有和訂購成本最小化目標下，可得到訂單分配數量比例會隨前置時間而變化，且訂單分散可以使得持有成本降低。Sedarage et al. (1999)則是在最小化系統的相關成本目標下，針對多個不同供應商供應且前置時間和需求皆隨機的情形，決定供應商的數目、訂單分配數量、再訂購點，並且得出當前置時間變異變大時，供應商數目會增加，且將訂單分給多數供應商時，不一定能保證必有經濟效益。

由以上文獻可知，多個供應商的背景已經漸漸廣泛應用，因此確實有被研究的必要，並且可應用的範圍很大，除了可考量有差異性的供應商對於顧客決策的影響，也依據現實狀況探討良率或需求是隨機變數時的決策，這些都是本研究中的背景之一，而學者們另外考量在訂購時會發生的前置時間、長期下存貨的問題的背景雖然在本研究中未出現，但是可做為後續研究的方向，再加以補強。

2.2 良率為隨機之相關文獻

良率這個名詞已經普遍出現在製造業中，He and Zhang (2008)認為在一個供應鏈中，良率不確定會影響整體製造決策和績效，因此在一個製造商和一個經銷商的供應鏈結構中，當製造良率和需求不確定時，討論不同協商能力的供應鏈中的風險共享契約的最佳決策，在某些參數確定的設定下，良率不確定性反而可以增加供應鏈績效，減少雙重邊際效果(double marginalization)。當經銷商承擔較多良率未知風險時，製造商在同樣的訂購數量下，願意投入較多資源，同時，作者也發現製造商的生產數量通常會和經銷商的訂購數量成一線性關係。

傳統的文獻多假設無不良品的情形發生，但現實中製造過程往往會因為外在

或內在原因造成不良品發生。Porteus (1986)即考慮製程中會有不良品產生的情形，藉由一衡量製程品質水準的模式改善製程和產品的品質並導出經濟訂購批量。Cheng (1991)則是研究在非百分之百良率產生的製造過程中，若單位生產成本會跟隨需求變動時，探討此背景下的存貨模式和存貨策略。Salameh and Jaber (2000)則考慮非百分之百良率產生的製造過程中，廠商可以將瑕疵品以較低價的方式再賣出的情況下，討論此背景下的存貨模式和存貨策略。Huang (2004)則是討論非百分之百良率產生的製造過程中，將即時化想法加入供應商和零售商整合的供應鏈，討論此背景下存貨模式最佳的訂購策略。Kelle, Transchel and Minner (2009)討論在供應鏈中存在會影響訂購或者運送的存貨相關的成本，在良率是隨機情形下，若買家隸屬即時生產系統(JIT)下，應該如何決定訂購量以及安全庫存，以使成本最小化。並且得到以不確定良率能比平均良率更能提供嚴謹的服務水準以及最佳的裝載貨運量和準備策略的結論。

Bakal and Akcali (2006)、Mukhopadhyay and Ma (2009)皆面臨到再製業中，良率為不確定時的相關情況。Bakal and Akcali (2006)討論逆供應鏈中某再製造業的供給面和需求面是對價格具有敏感度的，在良率是隨機變數下應如何制定EOL(end-of-life)產品的購買價格和再製品的銷貨價格。並且知道在確定環境下若能延遲銷貨價格決定直到良率準確體現時，是比較有利的。Mukhopadhyay and Ma (2009)討論閉環系統(closed-loop)中，再製業中品質和需求不確定的情況之下的採購和訂購的數量決策。運用兩階段的隨機方法決定最佳數量，並且探討了參數改變時對最佳化情形的影響以及比較不同決策變數下最佳的利潤情形。

許多產業會面臨良率問題，不只製造業，甚至是農業也探討良率對其影響。Kazaz (2004)針對橄欖油業可隨時生長的特性，討論植物生長良率和需求不確定且良率和成本及價格是相依的情形下的製造計畫。在良率不好的情形下，製造商會承租其他農地；在良率好的情形下，製造商會製造橄欖油以及廢物利用。當橄欖油製造好後製造商會開始面臨需求不確定的情況。Kazaz (2004)並且證明對一

農地而言，最佳的承租空間會因為其他存在產品供應者而減少，且在有其他產品供應者的存在下，良率的變異增大，農地承租空間並不會絕對因此而變大。

因此由上述這些文獻我們可以發現，討論良率非百分之百的生產系統的確更重要也更貼近真實，尤其在良率為隨機的情況下，有時更能提供嚴謹的服務水準以及較高的計劃價值，因此考量良率問題對於會牽涉到製造的行業是有存在的必要。

2.3 報童模型與經濟訂購量之相關文獻

單期模式多討論於較具時效性的產品，而探討單期模式最典型的例子即是報童模型。報童模式主要考慮兩種成本，分別是缺貨成本及持有過多存貨的廢料處理成本。根據林進財(1991)的整理，傳統的報童模式大致具備四個條件，分別是只有一個零售商，且零售商面臨需求量是隨機變數、零售商只能訂購一次，即使需求過大也無法向外界緊急要求幫忙、商品具有時效性，在活動終止後，剩餘產品要立即處理、並多以最小化成本或者是最大化利潤為目標。而經濟訂購量則是存貨系統研究中重要的議題之一。此模式是由 Harris (1915)提出，他將成本包括了貨品購買成本、訂購成本和持有成本以找出使總成本可達最小的最佳訂購量，傳統的經濟訂購量在以下假設上進行，分別是可正確預測未來情形、需求固定且已知、原物料一次及時送達且前置時間固定、沒有訂貨數量折扣情形發生、也不允許缺貨後補。

在傳統的報童模式延伸中，Chien (1993)針對隨機需求，將模式加入產品成本和運輸費用，以探討最佳的運輸政策。Lau (1997)則是假設需求分別屬於均勻分配、指數分配和常態分配下的最佳訂購數量。Lau and Lau (1997)則是將報童延伸有兩次訂購機會，決策者假設需求為均勻分配前提下先考慮期初訂購量，開始銷售後會知道顧客需求為隨機並可知平均需求和標準差，再進行第二次訂購，結束銷售前的需求依舊是一隨機需求的情況下，決定兩次最佳訂購數量。黃允成

(2001)則針對易腐性產品，並在有數量折扣、需求隨機的前提下，應用報童模式求取最適訂購量和最佳定價以達最大利潤的目標。

Gallego and Moon (1993)、Moon and Choi (1994,1995)的研究則是針對需求自由分配時的報童問題去做存貨的探討，但他們的研究中都尚未考慮訂購時間。Gallego and Moon (1994)則是進一步細分討論當存貨模型為連續存貨檢視模型(continuous review model)和定期存貨檢視模型(periodic review model)時的最佳訂購量。Moon and Choi (1994)則針對服務水準受限的報童問題，在連續存貨檢視系統中決定最佳的訂購量和再訂購量。之後 Moon and Choi (1995)又接著探討若消費者的選擇會產生限制的狀況，當消費者面臨上游存貨水準低時，因為他無法確保上游可以提供足夠的貨品給他，所以消費者在決定訂購數量的過程會產生遲疑，故當上游存貨低於一個門檻值時，消費者可能會決定不購買，因此供應商將物品售出的機率就降低了，故作者假設消費者決策的時後會有猶豫的情況產生，探討需求自由分配的報童模式的最佳訂購點。此外 Khouja (1999)在研究中提出了一些報童存貨模式可被延伸的應用問題，例如存在多個供應商時的定價決策、產品訂購可以有銷貨折扣或是進貨數量折扣問題、具有隨機需求的多樣產品的報童存貨模式、產品具有替代性的報童存貨模式、多階層的存貨模式。Petruzzi and Dada (1999)即討論出了兩階層報童存貨模式的定價策略，Khouja (2000)則討論產品訂購有多重銷貨折扣發生，且因多重銷貨折扣故有多重售價，在假設需求函數是線性的情況下，決定最佳的訂購數量和初始定價。Dye and Ouyang (2005)則在假設存貨和銷售率有關的前提下，且產品具有時效性，但產品腐敗率為一常數，當顧客分別對缺貨接受程度為不允許缺貨、部分缺貨、可接收缺貨發生時，建立一個最佳經濟訂購模式。而 Adachi et al. (1999)則是將具時效性產品的產品週期分成三期並且訂定三種固定的價格，利用馬可夫過程(Markov process)，在平均利潤最大化的目標下求取最適的訂購數量。

由以上文獻我們可以知道報童模型應用在數量訂購的問題是很常見的，而延

伸的研究更是不少。由於我們所研究的背景是單一週期的一次訂購策略，因此我們可以應用報童模型訂購一次、產品具有時效性到我們的成本函數中，此外因為時效性的原因，報童模型可以將訂購情形分類成缺貨或超額兩類，而將缺貨與超額的範圍界定成兩個互斥事件，因此我們便可將此性質應用到我們的成本函數中，並區分為缺貨成本及廢料處理成本，然後再進一步討論。

2.4 本研究與過去研究不同之處

過去研究中，單週期一次訂購的模型中，雖多以報童模型為基礎來來構建目標函數，但是多以一供應商對一零售商的背景為主，較少針對多個供應商供應的單期訂購策略，此外報童模型多將需求設為隨機變數，探討數量訂購決策時則可分為訂購數量大於需求或者小於需求兩類討論，本研究則是將需求固定，假設良率為隨機變數，並將供應商的數量增為兩個，且不考慮產品有時間性的存貨成本存在，而是將單一週期以報童模型的概念將所有可能發生的情形分為發生缺貨和超額商品兩種分類，探討組裝廠對於兩供應商的數量訂購情形。

第三章　　兩供應商環境下產品良率隨機之單期訂購量研究

3.1 問題描述

本研究探討在供應鏈中，組裝廠已確切知道下游的需求時，在面臨上游兩供應商皆可提供產品，但是供應商的良率並非固定的情況，則組裝廠應該要如何在單期的訂購策略中利用一次訂購將訂單分散給兩供應商，以達到公司所設立最小化成本的目標。由於兩供應商的良率是隨機的，因此組裝廠也無法確定正確收到貨的數量，不論組裝廠多收到貨或少收到貨時，都會造成相關成本增加，因此在上游供應商告知組裝廠確定的銷售價格與其製造良率的隨機分配後，組裝廠依據這些資訊以及確定的需求後，決定要分別分配給兩供應商多少訂單數量，而本研究為了不複雜情況，因此假設組裝廠訂購貨品時並不會產生數量折扣，以免數量折扣的影響會遠大於懲罰成本的影響而改變組裝廠對兩供應商的抉擇，此外由於技術進步，故供應商的產能完全足夠，可以負擔組裝廠的要求，而組裝廠的產能也完全可以滿足下游確定需求，因此組裝廠在知道市場需求後，除了向訂購商訂購數量外也會同時生產產品，等到供應商的原料到位之後再進一步組裝，因此供應商的良率對於組裝廠來說，屬於未體現(before realization)的良率，因此不論組裝廠會從供應商一方收到多少原料數量，組裝廠皆會依照下游的需求先生產好數量以便進行加工。

就交易過程而言，消費者大多偏好價格較低、良率較高的廠商。但一般而言，良率較高的廠商價格也相對較高，當消費者只向製造良率較高廠商購買時或許可以因為良率較高而購買較少數量，但在單價較高的情況下，仍可能使得購買產品的成本超過只向製造良率較低的廠商訂購的購買成本。此外良率的標準差也可能會影響顧客的購買意願，有時雖然平均良率高，但若良率標準差也大時，那麼也不容易準確估計確實可獲得的產品數量，一般而言，良率標準差大時會降低銷售

價格，良率標準差較低時則可提高銷售價格。因此決策者在兩供應商良率平均和標準差與價格的取捨下，會怎樣向不同條件的供應商訂購數量，以盡量達到減少缺貨或超額情形發生，使總成本可以最小。所以在兩供應商條件不盡相同的情形下，組裝廠是否會有意願將需求訂單分散至兩廠商，或者仍只願意向其中一家廠商訂購。組裝廠在確定下游需求下，雖然供應商的產能是完全可供應組裝廠需求的，但由於我們只訂購一次，因此若是一開始的訂購數量沒有決定好的話，無法完全滿足下游需求時，便會面臨缺貨成本，而供應鏈中貨品流是環環相扣的，組裝廠的下游顧客拿不到產品時，除了代表此下游顧客有可能因為沒有產品可加工而產生多餘的原料庫存，再更下游的顧客也因此無法拿到貨品，因此對於整個供應鏈的各個角色而言，都損失了不少的商譽或者金錢。但是組裝廠若是收到過多的原料時，雖然可以完全滿足下游需求，不過因為組裝廠只生產了恰可滿足需求的確定數量，因此從供應商多送到組裝廠的原料則必須要由組裝廠自行處理掉，具時效性產品在有多餘產品情況下的處理可大致分為兩種，一種即為再以較低價格轉賣出去，另一種則為直接丟棄，本研究中則設定直接丟棄的方法，因此供應商需要面對一個和購買價格相比不算低的廢料處理成本，如此才不會使得組裝廠一窩蜂的多訂貨也不願意缺貨。

在一般的庫存模式中，往往存在著庫存成本與缺貨成本，為了要達到盡量減少成本的目標，因此在數量訂購的決策上能夠越精準的話，代表將會面臨到的這些成本也就越少。本研究雖然是建立在單期類似報童模型的訂購問題討論，但是也存在著如同一般庫存模式中會存在的成本，例如廢料處理成本就類似於庫存成本，因此根據這些供應鏈間所得到的資訊，訂購精準的原料數量可以減少可能發生的缺貨成本或者是廢料處理成本。因此訂購數量決策對組裝廠而言就變得重要了。由於現在有兩供應商可提供組裝廠選擇，每一個供應商的製造良率是屬於隨機變數，但是會服從於某種分配，供應商會告知組裝廠這些資訊，而讓組裝廠自行決定需要訂購的數量。

傳統報童模式多建立在需求為隨機，並且上游只有一個供應商可提供產品，在最小成本或最大利潤目標下決定一次訂購的最佳數量，本研究將應用報童模式，但是和傳統報童有些差異的地方則是本研究中，多考量良率為隨機變數，有兩個供應商可以供應物料，但需求則是固定的，我們建立一個以最小成本為目標的目標式，此目標式包含購買成本以及缺貨成本和廢料處理成本三項影響，而缺貨成本及廢料處理成本都會受到隨機良率以及需求的影響。因此組裝廠要決定最佳的訂購量，以盡量滿足需求並且減少缺貨或者多出貨的情況。

本章在良率隨機環境下，建構組裝廠的成本模型，以訂定最佳的訂購數量。最後分析成本模型中各參數對廠商成本的影響。我們可以將這些獲得的資訊與決策之間的關係如圖 3.1 表示。

圖 3.1：資訊與決策關係圖

本研究在下列限制下進行研究：

1. 本研究中討論廠商單期的數量訂購問題，上游兩供應商生產的產品為相同的單一種產品，因此組裝廠不會只偏好向某一家訂購，而是根據客觀可以知道的資訊決定數量的訂購。
2. 在供應商向組裝廠報價、組裝廠直到收到貨品前，上下游廠商都沒有辦法確切知道良率，屬於未體現的情形。因此假設良率為一隨機變數，並且兩供應商的良率隨機變數不一定屬於相同且獨立分佈(Identical Independent Distribution)。但對於連續函數而言，其定義域多為 0 至無限大，或是所有實數，但是對於良率來說，定義域只介於 0 到 1 之間的實數，因此大部分的連續函數會無法符合良率的概念，所以我們假設供應商所提供的分配函數的資料是原本就可將良率介於某一上下界的連

續分配函數。

3. 在本研究中欲討論的是供應商的良率對於組裝廠決策影響，因此組裝廠在自身這一階層的製造則假設為良率為百分之百。組裝廠會根據下游確定需求產生恰好的產品數量，然後等到供應商原料抵達時即可再加工或組合之類的後續動作。因此假設組裝廠生產無瑕疵品時可確定產生的缺貨成本或者物料處理成本和組裝廠沒有關聯。
4. 本研究中的成本函數會和訂購成本與缺貨和廢料處理成本有關，在探討這些成本對訂購數量的影響下，因此我們假設在做訂購數量的過程中，不會產生數量折扣情形發生，如此我們可以較為單純的討論各參數間對於決策變數的影響。
5. 此研究的背景是製造產能為充足的情況之下，所以供給面能充分滿足需求面，因此供應商可以充分滿足組裝廠需求，組裝廠也可充分滿足下游需求，故我們不需考慮產能擴充問題，且為了只討論簡單的狀況，假設兩供應商除了製造良率、價格不一之外，其餘條件相同。
6. 不論是供應商對組裝廠，或者是組裝廠對下游顧客，供應鏈裡上下游之間互相為中立的，也就是無領導者或是被領導者的概念。因為通常領導者是具有較大的決定決策權利，他擁有較多的資源或權利使得另一方總是做為較被動、弱勢的一方，因此領導力較大的一方往往可以做出一些要求像是數量折扣、低價收購的情形，因此假設本研究中任何一個角色皆無領導者或被領導者產生，而就單純根據供應鏈中資訊流向去做決策的制定。
7. 因為本論文主要應用報童模式決定最佳訂購量問題，因此和報童模式相關的懲罰成本考量方面，則著重缺貨成本和廢料處理成本，因此忽略掉交易中會出現的運輸成本以及購買過程中和行政有關的支出。

3.2 兩供應商環境下最佳訂購量之訂定

本節說明兩供應商提供原物料環境下，如何訂定最佳訂購數量。本節分成以下二部份說明研究的步驟，第一部分先定義兩供應商環境下單期的相關成本函數，接著再繼續探討第二部份要如何構建兩供應商環境下組裝廠的成本模型，以訂定最佳訂購量。

3.2.1 定義兩供應商環境下單期之超缺額數量函數

在本研究環境中，在上游有兩家供應商，下游有一家組裝廠。假設每一供應商都會對下游組裝廠報價，但是因為供應商製造過程中所耗費的成本並不是一樣的，因此價格並不一定會相同。組裝廠在決定訂購數量時會考慮三點要素，(1)對兩不同供應商訂購數量時，由於良率不固定而使得實際拿到貨品數量和確定需求的數量差所造成的缺貨成本，(2)對兩不同供應商訂購數量時，由於良率不固定而使得實際拿到貨品數量和確定需求的數量差所造成的廢料處理成本，(3)對兩供應商做因為原料定價和良率關係而對訂單分散組合所造成的原料購買成本。在組裝廠確定下游需求且知道上游供應商製造良率的隨機分配後，組裝廠決定訂單分配數量。我們先將所需用到符號給予定義，如表 3.1，並將兩上游供應商對下游組裝廠供應鏈的關係，如圖 3.2 表示：

表 3.1：參數符號說明

符號	定義
Q_i	組裝廠向供應商 i 訂購的數量，為決策變數，$i=1,2$
P_i	供應商 i 賣給組裝廠的價格，且 $P_i \geq 0$，$i=1,2$
Y_i	供應商 i 良率的隨機變數，$i=1,2$
$f_i(y_i)$	Y_i 的機率密度函數，$i=1,2$
α_i	供應商 i 良率下界，$i=1,2$
β_i	供應商 i 良率下界，$i=1,2$
P	組裝廠賣給顧客的價格，由於下游需求確定，因此價格也是固定的，且不影響組裝廠的總成本
D	組裝廠的確定需求，由於要討論的是在有需求的情況下訂單的分配情形，故 D>0
$C_{salvage}$	每超出一單位原料所需付出的廢料處理成本，且 $C_{salvage} \geq 0$
C_{short}	每不足一單位原料所需付出的缺貨成本，且 $C_{short} \geq 0$

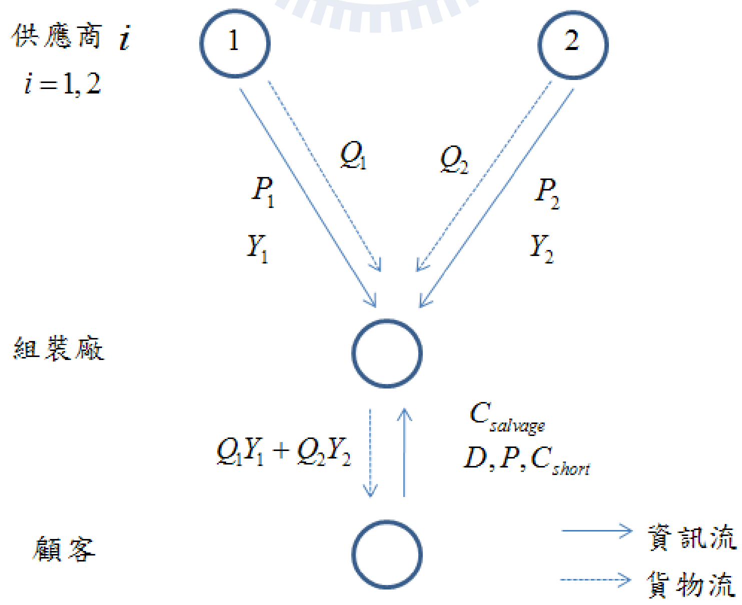

圖 3.2：上下游供應鏈關係圖

本研究中，由於組裝廠向供應商訂購原料後，組裝廠即刻準備之後加工所需

的部份，因此在供應商向組裝廠報價、組裝廠直到收到供應商貨品前，組裝廠沒有辦法確切知道供應商良率，因此組裝廠假設良率為一隨機變數，且可知的資訊流則包含供應商的售出價格和良率分配函數以及下游顧客的確定需求跟組裝廠賣給下游顧客的價格還有缺貨或者超額商品的懲罰成本。在資訊流被揭露之後，組裝廠就必須根據這些資訊決策訂購數量以達到最小成本的目的，之後則開始貨物流的流動，先經由供應商運送組裝廠所訂購的訂單給組裝廠，而組裝廠收到貨後進一步加工再賣給下游的顧客，但是由於供應商的良率並不是百分之百而是隨機變數，若在加上組裝廠加工時也會有不良品的影響，那麼便無法保證是供應商或是組裝廠造成下游需求無法被滿足，為了消除此因素，因此假設組裝廠良率為百分之百，會影響組裝廠可收到多少貨並且是否符合末端需求的關鍵就在於供應商的良率，所以組裝廠最多可以提供給末端顧客的產品數量即是組裝廠向兩供應商訂購的數量乘上良率的總合，若此總和大於需求就會產生廢料處理成本，若小於成本就會產生缺貨成本。

而組裝廠從兩供應商拿到原料和真實的需求的差異將如下式所示：

$$\text{Unit Over} = \max\{Q_iY_i + Q_jY_j - D, 0\}, \text{其中}\ i, j = 1, 2,\ i \neq j \tag{3.1}$$

因為組裝廠從兩供應商接收到原料總數量即是 $Q_iY_i + Q_jY_j$ ，當 $Q_iY_i + Q_jY_j > D$ 時，供給就會大於需求，並產生多於原料，其數量為 $Q_iY_i + Q_jY_j - D$ ；但若 $Q_iY_i + Q_jY_j < D$ 時，就會產生缺貨數量，而此時多出的原料數量即為 0。由於兩家供應商的良率皆是屬於 0 到 1 之間的隨機變數，若是發生(1)某一家供應商實際發生良率的數值較高時，而另一家供應商實際發生良率的數值也較高時，或者是(2)某一家供應商實際發生良率的數值較高時，但另一家供應商實際發生良率的較低時，除了可以滿足組裝廠需求外，還會造成超額商品的機會。因此假設我們把供應商 j 的良率為基準，將供應商 i 的良率做一替換，因此當 $\beta_i > y_i > \frac{D - Q_j y_j}{Q_i}$ 時必會產生超額商品的事件。因此我們可以計算出超額商品的期望數量即為：

$$E[\text{Unit Over}]=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\beta_i}\max\{Q_i y_i+Q_j y_j-D,0\}f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j$$
$$=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}}^{\beta_i}(Q_i y_i+Q_j y_j-D)f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j, \tag{3.2}$$

其中$i, j=1,2,\ i\neq j$

同理可證，組裝廠從兩供應商拿到原料和真實的需求不同而造成缺貨的部分則如下：

$$\text{Unit Short}=\max\{D-Q_iY_i-Q_jY_j,0\},\text{其中}\, i, j=1,2,\ i\neq j \tag{3.3}$$

當 $D>Q_i y_i+Q_j y_j$ 時，產生缺貨情形，其數量為 $D-Q_i y_i-Q_j y_j$；但若 $Q_i y_i+Q_j y_j>D$ 時，就會產生超額數量，而此時缺少的原料數量即為 0。類似超額商品敘述的部分，兩家供應商的良率皆是屬於 0 到 1 之間的隨機變數，若是某一家供應商實際發生良率的數值較高時，但另一家供應商實際發生良率的低於某個值時，仍然有機會產生缺貨的可能，此時就沒辦法符合組裝廠的需求。因此我們也是把供應商 j 的良率為基準，將供應商 i 的製造良率做形式上的替換，因此當 $\alpha_i<y_i<\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}$ 時必會產生商品短缺的事件。因此我們可以計算出商品短缺的期望數量即為：

$$E[\text{Unit Short}]=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\beta_i}\max\{D-Q_i y_i-Q_j y_j,0\}f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j$$
$$=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}}(D-Q_i y_i-Q_j y_j)f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j, \tag{3.4}$$

其中$i, j=1,2,\ i\neq j$

因此(3.2)及(3.4)即為此報童模型中，會產生的平均超額數量以及平均缺貨數量。

3.2.2 定義兩供應商環境下單期之成本函數

藉由前面結果得出了平均超額數量以及平均缺貨數量後，便可以利用此結果去計算和這些數量函數相關的廢料處理成本以及缺貨成本。而本研究中的成本函數即包含了三項之和，分別是原料訂購總成本 $Q_iP_i+Q_jP_j$、廢料處理總成本 $C_{salvage}E[\text{Unit Over}]$ 和缺貨總成本 $C_{short}E[\text{Unit Short}]$ 三個部分，並如以下所示：

我們將所有項次加總的總和即是總成本函數。將(3.2)及(3.4)代入後可以得出總成本函數，我們以TC表示如下：

$$
\begin{aligned}
TC=&Q_iP_i+Q_jP_j\\
&+C_{salvage}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}^{\beta_i}(Q_iy_i+Q_jy_j-D)f_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j\\
&+C_{short}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}(D-Q_iy_i-Q_jy_j)f_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j,
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

其中$i,j=1,2,\ i\neq j$

又兩供應商的良率皆是介於 0 到 1 之間的隨機變數，且良率的機率密度函數未限制何種分配，也未限制兩供應商的分配須屬於同一種分配，在此概念下我們進一步去做計算與求解。

由於組裝廠要同時決定對兩供應商的訂購數量，因此在達到最小成本的原則下，組裝廠即是對決定對TC做Q_i、Q_j一次偏微分，並令之為 0，因此將(3.5)對Q_i做一次微分，其數學式與結果如下：

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial TC}{\partial Q_i}\\
&=P_i+C_{salvage}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}^{\beta_i}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j\\
&\qquad-C_{short}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j\\
&=P_i\\
&+C_{salvage}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}^{\beta_i}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j+C_{salvage}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j\\
&-C_{short}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j-C_{salvage}\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j\\
&=P_i+C_{salvage}\mu_i-(C_{salvage}+C_{short})\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_jy_j}{Q_i}}y_if_i(y_i)dy_if_j(y_j)dy_j,
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

其中$i,j=1,2,\ i\neq j$

此一次微分式可以利用以下所標識的萊布尼茲微積分(Leibniz integral rule)的技巧來解決決策變數位於積分界線範圍裡的微積分方程式。而我們依據的式子即為$\frac{d}{d\alpha}\int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)}f(x,\alpha)dx=\frac{db(\alpha)}{d\alpha}f(b(\alpha),\alpha)-\frac{da(\alpha)}{d\alpha}f(a(\alpha),\alpha)+\int_{a(\alpha)}^{b(\alpha)}\frac{\partial}{\partial\alpha}f(x,\alpha)dx$，當被

積函數 $f(x,\alpha)$、以及積分範圍的上下界 a 與 b 可化為參數 α 的函數表示，且這些函數是連續並可微時，則 $f(x,\alpha)$ 對 x 積分後再對 α 微分時，結果如上所示。因此就我們的模型中，x 對應部份是 y_j，α 對應部份是 Q_i，$f(x,\alpha)$ 對應部份是 $\int_{\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}}^{\beta_i}(Q_i y_i+Q_j y_j-D)f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)$ 與 $\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}}(D-Q_i y_i-Q_j y_j)f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)$，因此照此步驟計算後可得(3.6)，之後繼續將(3.6)令為 0 並做移項簡化整理，可得到最佳訂購量 Q_1^* 所符合的方程式：

$$\begin{aligned}\frac{P_i+C_{salvage}\mu_i}{C_{salvage}+C_{short}}&=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_j y_j}{Q_i^*}} y_i f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j\\&=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}E[Y_i\,|\,Y_i<\frac{D-Q_j y_j}{Q_i^*}]f_j(y_j)dy_j,\end{aligned}\tag{3.7}$$

其中 $i,j=1,2,\ i\neq j$

同理，對 Q_j 的一次偏微分也如同上述萊布尼茲微積分的技巧，來解決決策變數位於積分界線範圍裡的微積分運算，因此計算過程相似於(3.6)，因此我們可以算出(3.5)對 Q_j 的一次微分，且其數學式與結果如下：

$$\frac{\partial TC}{\partial Q_j}=P_j+C_{salvage}\mu_j\text{-}(C_{salvage}+C_{short})\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}} y_j f_j(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j,\tag{3.8}$$

其中 $i,j=1,2,\ i\neq j$

我們繼續將(3.8)令為 0 並做移項簡化整理，可得到最佳訂購量 Q_j^* 所符合的式子如下：

$$\begin{aligned}\frac{P_j+C_{salvage}\mu_j}{C_{salvage}+C_{short}}&=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}\int_{\alpha_i}^{\frac{D-Q_j^* y_j}{Q_i}} y_j f_i(y_i)dy_i f_j(y_j)dy_j\\&=\int_{\alpha_j}^{\beta_j}y_j F_i(\frac{D-Q_j^* y_j}{Q_i})f_j(y_j)dy_j,\end{aligned}\tag{3.9}$$

其中 $F_i(y_i)$ 是 $f_i(y_i)$ 的累積密度函數, 且 $i,j=1,2,\ i\neq j$

由(3.6)與(3.8)中可觀察出，若兩供應商良率的機率密度函數已知時，則可再進一

步準確的求出訂購量Q_i^*、Q_j^*。但由於目前通式表現中並無法得知良率的機率密度函數，因此無法直接求出訂購量Q_i^*、Q_j^*的通式。故後面部分我們則將以均勻分配為例子將這些步驟重現一次，並求得最佳訂購量。雖然我們無法在未知良率的機率密度函數下求得最佳訂購量，但依照目前的式子，我們仍然可對函數相關特性的部份繼續給予檢查和探討。首先我們先檢查總成本函數最小化的目標下，此函數是否為凸函數(convex function)。

由於組裝廠需同時決定兩訂購數量，我們需藉由海斯矩陣(Hessian Matrix)來檢驗函數的凹凸性。因此我們將利用(3.6)與(3.8)再進一步計算TC對Q_i、Q_j的二次偏微分以及TC各對Q_i、Q_j的一次偏微分，並將這式子再代入要做兩決策的海斯矩陣中，即$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 TC}{\partial Q_i^2} & \dfrac{\partial^2 TC}{\partial Q_i \partial Q_j} \\ \dfrac{\partial^2 TC}{\partial Q_j \partial Q_i} & \dfrac{\partial^2 TC}{\partial Q_j^2} \end{bmatrix}$，結果分別如下所示：

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial Q_i^2} = (C_{salvage} + C_{short}) \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_j(y_j) f_i\left(\frac{D - Q_j y_j}{Q_i}\right) \frac{(D - Q_j y_j)^2}{Q_i^3} dy_j, \quad \text{其中} i = 1, 2,\ i \neq j \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial Q_j^2} = (C_{salvage} + C_{short}) \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_j(y_j) f_i\left(\frac{D - Q_j y_j}{Q_i}\right) \frac{y_j^2}{Q_i} dy_j, \quad \text{其中} i = 1, 2,\ i \neq j \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial Q_i \partial Q_j} = \frac{\partial^2 TC}{\partial Q_j \partial Q_i} = (C_{salvage} + C_{short}) \int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_j(y_j) f_i\left(\frac{D - Q_j y_j}{Q_i}\right) \frac{(D - Q_j y_j) y_j}{Q_i^2} dy_j, \text{其中} i = 1, 2,\ i \neq j \tag{3.12}$$

又(3.10)與(3.11)中，由於$C_{salvage} + C_{short}$必為非負數值，又後面的機率密度函數必為非負數值，因此(3.10)與(3.11)的數值必為非負數值。並且藉由行列式值的運算我們可以得到此海斯矩陣的行列式值：

$$\{[\frac{\int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_j(y_j) f_i(w) z^2 dy_j}{Q_i^3}]\times[\frac{\int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_j(y_j) f_i(w) y_j{}^2 dy_j}{Q_i}]$$

$$-[\int_{\alpha_j}^{\beta_j} f_j(y_j) f_i(w)\frac{zy_j}{Q_i^2} dy_j]^2\} \times(C_{salvage}+C_{short})^2, \tag{3.13}$$

$$\text{其中}\, i=1,2,\ i\neq j,\ f_i(w)=f_i(\frac{D-Q_j y_j}{Q_i}),\ z=D-Q_j y_j$$

此行列式值經過計算與整理後，我們可以得到如(3.13)的結果，最後我們可以藉由科西不等式(Cauchy-Schwarz inequality)的性質，判斷此海斯矩陣的行列式值為非負數值。在此結論下我們可以再進一步探討矩陣中的元素的正負號以判斷函數凹凸性，由(3.10)、(3.11)、(3.13)的數值結果我們可以得出，在表 3.1 時，已經先給予 $C_{salvage}$、C_{short} 不為負數的限制，因此當 $C_{salvage}$、C_{short} 非同時為零時，可確定此目標總成本函數為一個凸函數。

Proposition 1：在兩供應商良率為連續隨機變數且機率分配函數未知的情況下，總成本函數如(3.5)的線性函數時，組裝廠的總成本函數是為一凸函數。

proof：

對於兩個可積且積分上下界範圍相同的函數 $\int_a^b f(x)$、$\int_a^b g(x)$，則各函數平方與兩函數相乘所構成的新函數也必可積分，並有科西不等式特色：

$$\int_a^b \left|f(x)^2\right| dx \times \int_a^b \left|g(x)^2\right| dx \geq \left|\int_a^b f(x)g(x)dx\right|^2$$

因此我們可以將(3.13)的行列式改為：

$$(C_{salvage}+C_{short})^2\{\int\left|\frac{\sqrt{f_j(y_j) f_i(w)}z}{Q_i^{3/2}}\right|^2 dy_j \times \int\left|\frac{\sqrt{f_j(y_j) f_i(w)}y_j}{Q_i^{1/2}}\right|^2 dy_j - \left|\frac{\sqrt{f_j(y_j) f_i(w)}y_j z}{Q_i^2} dy_j\right|^2\}$$

根據科西不等式，我們知道：

$$\int\left|\frac{\sqrt{f_j(y_j) f_i(w)}z}{Q_i^{3/2}}\right|^2 dy_j \times \int\left|\frac{\sqrt{f_j(y_j) f_i(w)}y_j}{Q_i^{1/2}}\right|^2 dy_j \geq \left|\frac{\sqrt{f_j(y_j) f_i(w)}y_j z}{Q_i^2} dy_j\right|^2$$

因此我們可以確定行列式值為一個非負數值。

3.2.3 良率屬於均勻分配

在此小節，將以均勻分配做此模型的應用說明。如前述說明，當決策者可以

知道良率的分配即當決策者知道良率的機率密度函數時，則可藉由此模型得到最小化成本的目標。假設目前兩供應商分別是供應商 1 和供應商 2，供應商良率分配皆是屬於均勻分配，供應商 1 的良率範圍介於 α_1 到 β_1 之間，供應商 2 的良率範圍介於 α_2 到 β_2 之間，因此在(3.5)中的 $f_1(y_1)$、$f_2(y_2)$ 機率密度函數的值分別為 $\dfrac{1}{\beta_1-\alpha_1}$ 和 $\dfrac{1}{\beta_2-\alpha_1}$，總成本函數最終則會得到如下結果：

$$
\begin{aligned}
TC &= Q_1P_1 + Q_2P_2 + C_{salvage}\int_{\alpha_2}^{\beta_2}\int_{\frac{D-Q_2y_2}{Q_1}}^{\beta_1}(Q_1y_1+Q_2y_2-D)dy_1dy_2 \\
&\quad + C_{short}\int_{\alpha_2}^{\beta_2}\int_{\alpha_1}^{\frac{D-Q_2y_2}{Q_1}}(D-Q_1y_1-Q_2y_2)dy_1dy_2 \\
&= C_{salvage}\frac{((D-Q_1\beta_1-Q_2\alpha_2)^3+(Q_1\beta_1+Q_2\beta_2-D)^3)}{6Q_1Q_2(\beta_1-\alpha_1)(\beta_2-\alpha_2)} \\
&\quad + C_{short}\frac{((D-Q_1\alpha_1-Q_2\alpha_2)^3+(Q_1\alpha_1+Q_2\beta_2-D)^3)}{6Q_1Q_2(\beta_1-\alpha_1)(\beta_2-\alpha_2)} + Q_1P_1 + Q_2P_2
\end{aligned} \tag{3.14}
$$

同樣的，接下來求解兩供應商良率服從均勻分配時，組裝廠對兩供應商的最佳訂購量。我們將 TC 對 Q_1、Q_2 做一次偏微分，並且得到以下的結果：

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial TC}{\partial Q_1} &= P_1 + \frac{C_{salvage}(3(D^2-Q_1{}^2\beta_1{}^2)-3DQ_2(\alpha_2+\beta_2)+Q_2{}^2(\alpha_2{}^2+\alpha_2\beta_2+\beta_2{}^2)}{6Q_1{}^2(\alpha_1-\beta_1)} \\
&\quad + \frac{C_{short}(3D^2-3Q_1{}^2\alpha_1{}^2-3DQ_2(\alpha_2+\beta_2)+Q_2{}^2(\alpha_2{}^2+\alpha_2\beta_2+\beta_2{}^2)}{6Q_1{}^2(\alpha_1-\beta_1)}
\end{aligned} \tag{3.15}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial TC}{\partial Q_2} &= P_2 + \frac{6Q_1 + C_{salvage}(\text{-}2Q_2\alpha_2{}^2+(\alpha_2+\beta_2)(3D-3Q_1\beta_1-2Q_2\beta_2))}{6Q_1(\alpha_1-\beta_1)} \\
&\quad + \frac{C_{short}(\text{-}2Q_2\alpha_2{}^2+(\alpha_2+\beta_2)(3D-3Q_1\alpha_1-2Q_2\beta_2))}{6Q_1(\alpha_1-\beta_1)}
\end{aligned} \tag{3.16}
$$

利用一次偏微分的式子令之為 0 後，求得聯立解即可獲得最佳的訂購量，因此將(3.15)和(3.16)令為 0 後可以得到的最佳訂購量如以下所示：

$$Q_1^* = \frac{D(C_{salvage} + C_{short})(\beta_2 - \alpha_2)}{\sqrt{u}},$$
$$\begin{aligned} u = {} & C_{salvage}{}^2 \beta_1^2 (\beta_2 - \alpha_2)^2 - 12P_2 (\beta_1 - \alpha_1)(C_{short}\alpha_1 + C_{salvage}\beta_1)(\beta_2 + \alpha_2) \\ & + C_{short}(C_{short}\alpha_1^2(\beta_2 - \alpha_2)^2 + 8P_1 (\beta_1 - \alpha_1)(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2)) \\ & + 2C_{salvage}(4P_1 (\beta_1 - \alpha_1)(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2) + C_{short}(-3\alpha_1\beta_1(\beta_2 + \alpha_2)^2 \\ & + 2(\alpha_1{}^2 + \beta_1{}^2)(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2))) - 12P_2{}^2(\beta_1 - \alpha_1)^2 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$Q_2^* = \frac{3D}{2(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2)} \times$$
$$(\alpha_2 + \beta_2 - \frac{(\beta_2 - \alpha_2)(2P_2 (\beta_1 - \alpha_1) + (C_{salvage}\beta_1 + C_{short}\alpha_1)(\beta_2 + \alpha_2))}{\sqrt{u}}),$$
$$\begin{aligned} u = {} & C_{salvage}{}^2 \beta_1^2 (\beta_2 - \alpha_2)^2 - 12P_2 (\beta_1 - \alpha_1)(C_{short}\alpha_1 + C_{salvage}\beta_1)(\beta_2 + \alpha_2) \\ & + C_{short}(C_{short}\alpha_1^2(\beta_2 - \alpha_2)^2 + 8P_1 (\beta_1 - \alpha_1)(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2)) \\ & + 2C_{salvage}(4P_1 (\beta_1 - \alpha_1)(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2) + C_{short}(-3\alpha_1\beta_1(\beta_2 + \alpha_2)^2 \\ & + 2(\alpha_1{}^2 + \beta_1{}^2)(\alpha_2{}^2 + \alpha_2\beta_2 + \beta_2{}^2))) - 12P_2{}^2(\beta_1 - \alpha_1)^2 \end{aligned} \tag{3.18}$$

我們可再進一步依照均勻分配的定義，將這些參數給予說明。因此$\frac{\beta_1 - \alpha_1}{2} = \mu_1$、$\frac{\beta_2 - \alpha_2}{2} = \mu_2$、$\frac{(\beta_1 - \alpha_1)^2}{12} = \sigma_1^2$，$\frac{(\beta_2 - \alpha_2)^2}{12} = \sigma_2^2$，$\mu_1$、$\mu_2$分別是兩供應商的平均良率，$\sigma_1^2$、$\sigma_2^2$分別是兩供應商的良率變異數，因此在決定訂購數量的解析解中，良率的平均和變異會影響訂購決策。

3.3 良率範圍皆屬於 0 至 1 均勻分配之決策情形與範圍之訂定

此部分我們則繼續針對決策者所有會做之決策的可能來進行參數的範圍界定與分析。首先在 3.2.3 節中我們已經先將最佳訂購量Q_1^*、Q_2^*求出，而在兩供應商良率皆介於 0 到 1 範圍時，我們可將(3.17)和(3.18)簡化為以下式子：

$$Q_1^* = \frac{D(C_{salvage}+C_{short})}{\sqrt{C_{salvage}{}^2+8C_{short}P_1+4C_{salvage}(C_{short}+2P_1-3P_2)-12P_2{}^2}} \tag{3.19}$$

$$Q_2^* = \frac{3}{2}\left(D-\frac{D(C_{salvage}+2P_2)}{\sqrt{C_{salvage}{}^2+8C_{short}P_1+4C_{salvage}(C_{short}+2P_1-3P_2)-12P_2{}^2}}\right) \tag{3.20}$$

為了能夠求得有理解，在(3.19)中有一個自然產生的限制，即為根號內的數值必須為正數，否則會形成複數解，而在(3.20)中則會產生兩個自然限制，即是根號內數值必須為正，並且Q_2^*需不為負數，即Q_2^*至少要大於或等於 0，否則可能會產生不合理的複數解或者是負數解，所以在前面所述的限制之下，我們所求出來的最佳訂購數量才會是一個合理的結果，否則將會出現無理解，使得所求出的答案是沒有意義的。而根據(3.19)我們可以得到$C_{salvage}{}^2+8C_{short}P_1+4C_{salvage}(C_{short}+2P_1-3P_2)-12P_2{}^2>0$的限制，並且求得以下的結果：

$$(C_{salvage}+C_{short}) > \frac{3}{4}\frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})} \tag{3.21}$$

而由(3.20)中則會產生兩個自然限制，其中一個自然限制即為根號內數值需不為負，因此$C_{salvage}{}^2+8C_{short}P_1+4C_{salvage}(C_{short}+2P_1-3P_2)-12P_2{}^2>0$也會得到同(3.21)結果，而$D-\frac{D(C_{salvage}+2P_2)}{\sqrt{C_{salvage}{}^2+8C_{short}P_1+4C_{salvage}(C_{short}+2P_1-3P_2)-12P_2{}^2}} \geq 0$則是為了讓訂購數量不為負的限制，此限制經過運算後則會得到以下結果：

$$(C_{salvage}+C_{short}) \geq \frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})} \tag{3.22}$$

由於要使得兩訂購數量皆符合限制，後續範圍討論和分析才有意義，因此我們透

過交集的方式，由(3.21)和(3.22)可以得知在$(C_{salvage}+C_{short}) \geq \dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$情況下時，所求出的訂購數量會是有理解。

在前述部分我們找出最佳訂購量為有理解時的參數範圍，下一部分我們則將針對組裝廠的所有決策組合討論參數的範圍限制與分析。對於組裝廠而言，他可以選擇只對單一供應商訂貨，或者是向兩供應商都訂貨，藉由(3.19)和(3.20)的討論，我們可以得到當組裝廠只向供應商 1 訂購全部所需的數量時，此情況成立條件為$(C_{salvage}+C_{short})=\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}=k$且$k \neq 0$；而當組裝廠只向供應商 2 訂購全部所需的數量時，此情況成立條件為$(C_{salvage}+C_{short})=\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}=k=0$，之後在$(C_{salvage}+C_{short})>\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$的限制下，我們可以發現組裝廠會將訂單需求分配至兩供應商。因此若一開始的參數符合某一家供應商全拿訂單時，當其他參數發生了變化而符合$(C_{salvage}+C_{short})>\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$時，則訂單就會發生轉移的情形，並且隨著這限制下，我們可以發現到向供應商 1 與向供應商 2 訂購數量的上下界，我們將所有可能的參數組合一一檢驗後，將所有結果整理並顯示在表 3.2 中：

表 3.2：所有訂購決策的參數的範圍

$(P_1,P_2,C_{salvage},C_{short})$	$(C_{salvage}+C_{short})=\frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}=k$, 且 $D\neq0$		$(C_{salvage}+C_{short})>\frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$, 且 $D\neq0$	
	$k=0$	$k\neq0$	$(C_{salvage}+C_{short})>\frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}=0$	$(C_{salvage}+C_{short})>\frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}\neq0$
(+,+,+,+)		選供應商 1		皆向兩家訂購
(0,+,+,+)		選供應商 1		皆向兩家訂購
(+,0,+,+)				皆向兩家訂購
(+,+,0,+)		選供應商 1		皆向兩家訂購
(+,+,+,0)		選供應商 1		皆向兩家訂購
(+,0,+,0)				皆向兩家訂購
(0,0,+,+)				皆向兩家訂購
(+,0,0,+)			皆向兩家訂購	
(0,0,+,0)		選供應商 1		
(+,0,0,0)	選供應商 2			
(0,0,0,0)	無法符合限制的參數組合			
(+,+,0,0)				
(0,+,+,0)				
(0,+,0,+)				
(0,0,0,+)				
(0,+,0,0)				

將表 3.2 整理後可得到訂購量的上下界，且可看出參數範圍的資訊大致可分成兩種情形。

(I) 當 $(C_{salvage}+C_{short}) > \dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$

當 $(C_{salvage}+C_{short}) > \dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$ 時，組裝廠會對兩供應商皆採取訂貨的策略。要符合 $(C_{salvage}+C_{short}) > \dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$ 限制時，缺貨成本跟廢料處理成本經過分析後不可同時為零元，所以在此前提下，即使供應商賣給組裝廠的價格有零元的情況時，我們也不會只向免費得那一家訂購所需的數量，因為這樣做的話就如同將雞蛋放在同一個籃子裡，因此發生缺貨或者超額商品的風險就變大了，所以組裝廠會選擇將訂單分配給兩供應商，以減少這些風險，並且將(3.19)、(3.20)代入(3.14)中我們可求得最小總成本式子為：

$$TC = \frac{D(6P_2 - C_{salvage})}{4} + \frac{D\sqrt{(C_{salvage}{}^2 + 8C_{short}P_1 + 4C_{salvage}(C_{short} + 2P_1 - 3P_2) - 12P_2{}^2)}}{4} \tag{3.23}$$

且當參數組合若恰符合 $(C_{salvage}+C_{short}) > \dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})} = 0$ 時，我們 P_2 將 $C_{salvage}$ 令為零，代入(3.19)、(3.20)後可以將 Q_1^*、Q_2^* 簡化，並將簡化後的 Q_1^*、Q_2^* 再代入(3.14)可將總成本簡化，並整理如下：

$$Q_1^* = \frac{D\sqrt{C_{short}}}{\sqrt{8P_1}},$$
$$Q_2^* = \frac{3}{2}D, \tag{3.24}$$
$$TC = \frac{D\sqrt{2C_{short}P_1}}{2}$$

且由表 3.2 我們可以觀察到，當兩供應商良率都介於 0 到 1 之間時，在兩供應商良率平均一樣，僅價格不同時，依舊有可能向兩家都訂購。因為模型中存在缺貨成本，因此若在平均良率都 0.5 的情況下只向便宜的供應商訂

購時，仍然有可能發生此供應商良率為 0 的情形，所以會偏好向兩家皆訂購。再加上要發生兩供應商良率皆為 0 的機率會比一家供應商良率為 0，另一家非 0 的機率小，所以只向一家訂購的情況下確實會發生缺貨的機會較大，因此會採取兩家訂購方式。而訂購數量則需考量價格和其他的參數組合決定。

(II) 當 $(C_{salvage}+C_{short})=\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$

當 $(C_{salvage}+C_{short})=\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$ 且其值不為零時，代回(3.20)時，我們發現 Q_2^* 的解為零，因此可以看出組裝廠就只會向供應商 1 訂購全部所需的需求，且此時缺貨成本跟廢料處理成本經過分析後不可同時為零，當參數符合這樣的比例且其值不為零時，組裝廠在供應商售貨價格與懲罰成本之間可以找到一個平衡點，因此對於組裝廠而言他只會向供應商 1 訂購全部所需數量，我們利用 $(C_{salvage}+C_{short})=\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$ 代入(3.19)、(3.20)後可以將原來較複雜的 Q_1^*、Q_2^* 形式簡化，並將簡化後的 Q_1^*、Q_2^* 再代入(3.14)可將總成本簡化，並整理如下：

$$
\begin{aligned}
&Q_1^*=\frac{D(2P_2+C_{salvage})}{(2P_1+C_{salvage})},\\
&Q_2^*=0,\\
&TC=\frac{D(C_{salvage}C_{short}+2(C_{salvage}+C_{short})P_1+4P_2{}^2)}{2(2P_2+C_{salvage})}
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

而當 $(C_{salvage}+C_{short})=\dfrac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$ 且其值為零時，此式子只會在缺貨成本、廢料處理成本和供應商 2 賣給組裝廠價格為零時會成立，組裝廠在此也會找到一平衡點，即只向供應商 2 訂購全部所需數量。由於此時的缺貨成本、廢料處理成本皆為零元，因此對於組裝廠而言，已經不具有任何懲罰成本互相權衡的限制了，因此組裝廠不必擔心缺貨或者超額問題，加上當供應商 2 賣給組裝廠價格

為零元，供應商 1 賣給組裝廠價格卻不為零元，因此組裝廠會只向供應商 2 購買，並向供應商 2 購買全部所需數量。因此將 $C_{salvage}$ 、C_{short} 、P_2 為零時代入(3.19)與(3.20)與(3.14)，我們可以發現組裝廠對兩供應商的訂購數量及總成本分別是：

$$\begin{aligned} &Q_1^{*}=0, \\ &Q_2^{*}\frac{3}{2}D, \\ &TC=0 \end{aligned} \tag{3.26}$$

由於此小節是以均勻分配為例的範圍探討，因此對組裝廠而言，兩供應商的良率範圍皆是 0 到 1 之間，所以兩供應商的平均良率皆為 0.5，所以在組裝廠需求為 D 的情況下，當他只向供應商 2 訂購時，組裝廠會考慮供應商 2 提供不良品機率為 0.5，所以組裝廠除了會向供應商 2 訂購確定需求 D 外，也會多訂購產生不良品的期望值，即為 $\frac{1}{2}D$，因此最後組裝廠向供應商 2 訂購的數量即會是 $\frac{3}{2}D$，並且所花的總成本會因為沒有產生懲罰成本，也只向售價為零的供應商 2 購買，故總成本為零。因此由討論結果可知，當 $(C_{salvage}+C_{short})=\frac{(2P_2+C_{salvage})^2}{(2P_1+C_{salvage})}$ 時，組裝廠只會向其中一家供應商訂購。

由表 3.2 我們也可觀察到一現象，當一供應商銷售價格為 0 時，組裝廠不一定必向此供應商訂購全部需求。當有缺貨成本產生時，如果只向售價為 0 的供應商訂購，若最後無法拿到貨品時，說不定要付出更多的缺貨成本。同樣的，存在廢料處理成本時，若只向售價為 0 的供應商訂購，也有可能發生拿到超過預期的量，所以他可能會向兩家供應商都訂購，只是一家訂購較多數量，另一家較少。因此在價格為 0 的情況下不代表一定會全拿訂單。

第四章　　案例說明與參數分析

4.1 數值範例說明

本節將針對3.2節的解析解做一數值範例說明，以驗證模式的可行性。現有兩供應商，分別為供應商1與供應商2，一個組裝廠，代入方程組中求解。兩供應商的良率均屬於均勻分配，供應商1的良率範圍介於0.6到0.8，供應商2的良率範圍介於0.4到0.8，假設供應商1賣給組裝廠的原料價格 P_1 為900，供應商2賣給組裝廠的原料價格 P_2 為600，組裝廠的確定需求 D 為10,000，並且組裝廠產生缺貨情形時的缺貨成本 C_{short} 為1,300，產生超額情形時的廢料處理成本 $C_{salvage}$ 為1,500。將這些數字依循3.2節所述步驟，代入所述的(3.17)和(3.18)，求取方程組的解，我們可以得到最佳訂購量是 $(Q_1^*, Q_2^*) = (8,036,\ 6,200)$，且代入總成本函數得到最小成本為12,400,000。

由此範例我們可以看到雖然供應商1的價格大於供應商2，但是由於供應商1的平均良率較大，良率標準差也較小，因此仍有一定的市場佔有率存在，而供應商2則以較低價為其優勢。故兩供應商在良率與價格的取捨下，再加上存在著缺貨成本和廢料處理成本，能找到一個對組裝廠而言可最小化成本的最佳解。我們可將總成本的目標函數圖與決策變數之間的關係利用數學軟體Mathematica計算並且表示如下：

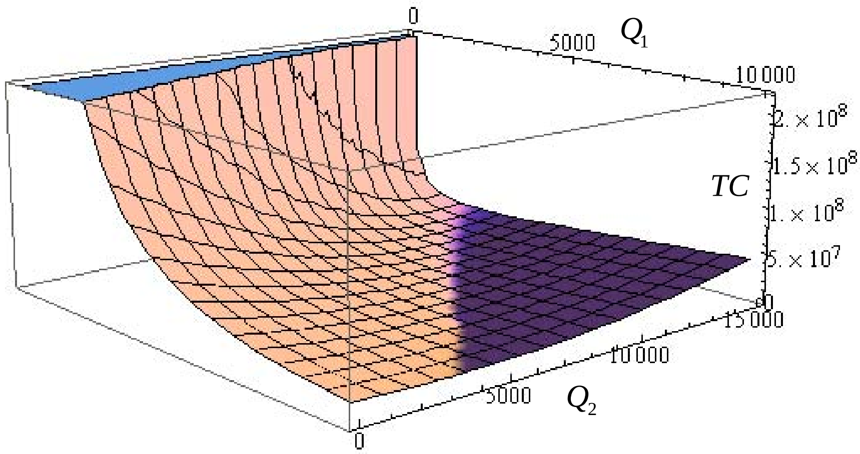

圖 4.1：組裝廠的成本模型之目標函數

$(\alpha_1=0.6, \beta_1=0.8, \alpha_2=0.4, \beta_2=0.6, C_{short}=1{,}500,$

$C_{salvage}=1{,}300, P_1=900, P_2=600, D=10{,}000)$

4.2 模型參數分析

由上一節數值範例中，說明了當組裝廠已知下游顧客所需需求與供應商的銷售價格、並面臨缺貨成本以及廢料處理成本，同時知道供應商的製造良率是屬於均勻分配下的隨機變數，組裝廠對於兩供應商的最佳訂購量，在本節中將繼續將這些參數包括(1) D、(2) P_1和P_2、(3) $C_{salvage}$和C_{short}、(4) y_1和y_2來進行敏感度分析，以了解模型之參數設定對於廠商成本之影響。而我們將以 $(D, P_1, P_2, C_{sal}, C_{short}, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = (10{,}000,\ 900,\ 600,\ 1{,}300,\ 1{,}500, 0.6, 0.8, 0.4, 0.8)$ 為基準進行敏感度分析。

4.2.1 D之參數分析

D的涵義是組裝廠下游的確定需求，當參數係數只改變D，而其他參數係數皆不變時，我們可以藉由(3.17)和(3.18)明顯的看出訂購數量式子中的D是可以被提出的，因此這些式子在敏感度分析中可寫成D乘以某個常數項，即如以下所

示：

$$
\begin{aligned}
&Q_1^* = D\times A,\ A=\frac{(C_{salvage}+C_{short})(\beta_2-\alpha_2)}{\sqrt{u}},\\
&u = {C_{salvage}}^2\beta_1^2(\beta_2-\alpha_2)^2-12P_2\,(\beta_1-\alpha_1)(C_{short}\alpha_1+C_{salvage}\beta_1)(\beta_2+\alpha_2)\\
&\quad +C_{short}(C_{short}\alpha_1^2(\beta_2-\alpha_2)^2+8P_1\,(\beta_1-\alpha_1)({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2))\\
&\quad +2C_{salvage}(4P_1\,(\beta_1-\alpha_1)({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2)+C_{short}(-3\alpha_1\beta_1(\beta_2+\alpha_2)^2\\
&\quad +2({\alpha_1}^2+{\beta_1}^2)({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2)))-12{P_2}^2(\beta_1-\alpha_1)^2
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

$$
\begin{aligned}
&Q_2^* = D\times B,\ B=\frac{3}{2({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2)}\times\\
&(\alpha_2+\beta_2-\frac{(\beta_2-\alpha_2)(2P_2\,(\beta_1-\alpha_1)+(C_{salvage}\beta_1+C_{short}\alpha_1)(\beta_2+\alpha_2))}{\sqrt{u}}),\\
&u = {C_{salvage}}^2\beta_1^2(\beta_2-\alpha_2)^2-12P_2\,(\beta_1-\alpha_1)(C_{short}\alpha_1+C_{salvage}\beta_1)(\beta_2+\alpha_2)\\
&\quad +C_{short}(C_{short}\alpha_1^2(\beta_2-\alpha_2)^2+8P_1\,(\beta_1-\alpha_1)({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2))\\
&\quad +2C_{salvage}(4P_1\,(\beta_1-\alpha_1)({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2)+C_{short}(-3\alpha_1\beta_1(\beta_2+\alpha_2)^2\\
&\quad +2({\alpha_1}^2+{\beta_1}^2)({\alpha_2}^2+\alpha_2\beta_2+{\beta_2}^2)))-12{P_2}^2(\beta_1-\alpha_1)^2
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

因此我們可以得到需求D和訂購數量之間的關係是呈現正比關係的，所以當D變大(縮小)N 倍時，訂購數量也會變大(縮小)N 倍，所以我們將此性質代入(3.14)中，可算出新的總成本函數，以TC'如下表示：

$$
\begin{aligned}
TC' &= N\times(Q_1P_1+Q_2P_2+C_{short}\frac{((D-Q_1\alpha_1-Q_2\alpha_2)^3+(Q_1\alpha_1+Q_2\beta_2-D)^3)}{6Q_1Q_2(\beta_1-\alpha_1)(\beta_2-\alpha_2)}\\
&\quad +C_{salvag}\frac{((D-Q_1\beta_1-Q_2\alpha_2)^3+(Q_1\beta_1+Q_2\beta_2-D)^3)}{6Q_1Q_2(\beta_1-\alpha_1)(\beta_2-\alpha_2)})\\
&= N\times TC
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

由(4.3)可以發現，需求和總成本之間也是呈現正比關係。此外由(4.1)、(4.2)可看出當其他參數組合不變，只有需求D變動時，組裝廠決策的模式並不會改變，因為訂購量只會隨D變動倍數成長，因此原本若不向某一供應商訂購時，即使需求變動時，依舊不向此供應商訂購。我們以如下數據：$(P_1,P_2,C_{sal},C_{short},\alpha_1,\beta_1,\alpha_2,\beta_2)=(900,\ 600,\ 1{,}300,\ 1{,}500,\ 0.6,\ 0.8,\ 0.4,\ 0.8)$做需求的敏感度分析並以(3.19)、(3.20)和(3.14)的結果，可得零售商的最佳訂購量以及總成本，並如下表及圖所示：

表 4.1：改變 D 之最佳訂購量

D	P_1	P_2	$C_{salvage}$	C_{short}	Q_1	Q_2	TC'
10^4	900	600	1,300	1,500	8,036	6,200	1.24×10^7
2×10^4	900	600	1,300	1,500	16,072	12,400	2.48×10^7
3×10^4	900	600	1,300	1,500	24,108	18,600	3.72×0^7
4×10^4	900	600	1,300	1,500	32,144	24,800	4.96×10^7
5×10^4	900	600	1,300	1,500	40,180	31,000	6.20×10^7

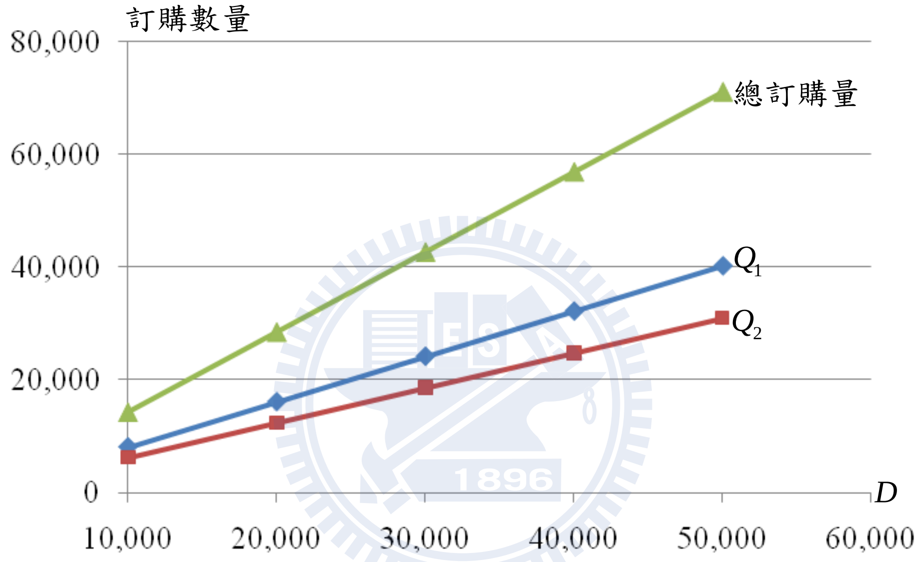

圖 4.2：不同 D 對於訂購數量的影響

因此整理目前所得資訊，我們可知道當其他參數皆不變，只有需求變動時，則最佳的訂購量運用開始所求得的決策數再乘上需求變動倍數即可，而所花費的成本也是原來所預測出的數值再乘上需求變動倍數即可，組裝廠並不會因為需求變動，而產生由單一家訂購變成兩家訂購、兩家訂購變成單一訂購或者是由某一供應商訂購而轉向另一供應商訂購的決策模型的改變。

4.2.2 P_1、P_2之參數分析

P_1是供應商 1 賣給組裝廠的價格，針對P_1部分做參數分析時，除了P_1數值有改變外，其餘參數皆無改變。經由(3.17)和(3.18)我們可以看出P_1只會出現在分母的部份，因此對(3.17)而言，P_1越大則所求出的數值即Q_1越小，對(3.18)而言，P_1

越大則扣掉一個較小的數值所得到的結果即為Q_2，而Q_2會越大。藉由(3.17)和(3.18)我們可以簡單得看出此性質，此外我們也可以利用數值分析的例子來發現其性質，因此我們將其餘參數皆用原來的$(D, P_2, C_{sal}, C_{short}, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = (10{,}000,\ 600,\ 1{,}300,\ 1{,}500, 0.6, 0.8, 0.4, 0.8)$數值代入，以(3.17)、(3.18)和(3.14)的結果，可以得零售商的最佳訂購量以及總成本，並如下表及圖所示：

表 4.2：改變P_1之最佳訂購量

D	P_1	P_2	$C_{salvage}$	C_{short}	Q_1	Q_2	TC
10^4	900	660	1,300	1,500	13,036	59	10^7
10^4	900	700	1,300	1,500	11,559	1,873	1.05×10^7
10^4	900	800	1,300	1,500	9,331	4,609	1.15×10^7
10^4	900	900	1,300	1,500	8,036	6,200	1.24×10^7
10^4	900	1,000	1,300	1,500	7,164	7,272	1.32×10^7
10^4	900	1,100	1,300	1,500	6,525	8,056	1.38×10^7
10^4	900	1,200	1,300	1,500	6,032	8,662	1.45×10^7
10^4	900	1,300	1,300	1,500	5,636	9,149	1.51×10^7
10^4	900	1.400	1,300	1,500	5,309	9,551	1.56×10^7
10^4	900	1,500	1,300	1,500	5,033	9,890	1.61×10^7

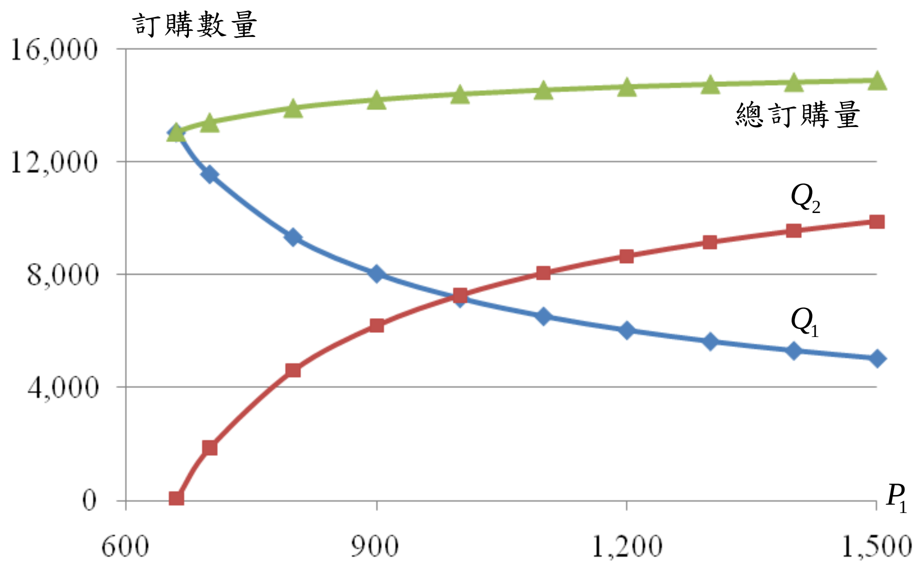

圖 4.3：不同 P_1 對於訂購數量的影響

由圖 4.3 可知，當供應商 1 的銷售價格變大時，組裝廠會減少對供應商 1 的訂購數量而將這些減少的數量轉移到供應商 2 的身上，因此 Q_1 會逐漸變少而 Q_2 數量會逐漸變多，等到 P_1 大到一定程度時，這時候再向供應商 1 訂購原料時則較不划算，所以這時候向供應商 2 訂購的數量便會超過向供應商 1 訂購的數量。而由於組裝廠減少對價格逐漸升高的供應商 1 的訂購數量，轉而去向價格較低的供應商 2 訂購，因此在同樣的花費之下便可向供應商 2 訂購較多的產品數量，因此由圖 4.3 可以看出 Q_2 增加的趨勢會比 Q_1 減少的趨勢大，因此整體的總訂購量會逐漸上升。而在此參數組合下，當 P_1 漸小並且售價約 660 元左右時，幾乎可拿下全部的訂單。

同理，P_2 是供應商 2 賣給組裝廠的價格，而針對 P_2 部分做參數分析時，除了 P_2 數值有改變外，其餘參數一樣。因此對(3.17)而言，P_2 只出現在分母，故 P_2 越大時則等同扣掉一越大的數來當分母的數值，因此求出的即 Q_2 越大，對(3.18)而言，P_2 雖同時出現在分子與分母，但在分子部份會讓數值越來越大，在分母部份會讓數值越來越小，所以得到的 Q_2 會越來越大。藉由式子我們可以簡單看出此性質，此外我們也可以利用數值分析的例子來發現其性質，因此我們用原來的 $(D, P_1, C_{sal}, C_{short}, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = (10{,}000,\ 900,\ 1{,}300,\ 1{,}500, 0.6, 0.8, 0.4, 0.8)$ 數值代

入，以(3.17)、(3.18)和(3.14)的結果，可以得零售商的最佳訂購量以及總成本，並如下表及圖所示：

表 4.3：改變 P_2 之最佳訂購量與成本

D	P_1	P_2	$C_{salvage}$	C_{short}	Q_1	Q_2	TC
10^4	900	0	1,300	1,500	4,790	10,738	0.70×10^7
10^4	900	100	1,300	1,500	5,058	10,343	0.80×10^7
10^4	900	200	1,300	1,500	5,382	9,873	0.90×10^7
10^4	900	300	1,300	1,500	5,785	9,298	10^7
10^4	900	400	1,300	1,500	6305	8,569	1.09×10^7
10^4	900	500	1,300	1,500	7,008	7,597	1.17×10^7
10^4	900	600	1,300	1,500	8,036	6,200	1.24×10^7
10^4	900	700	1,300	1,500	9,744	3,916	1.29×10^7
10^4	900	785	1,300	1,500	12,635.	104	1.31×10^7

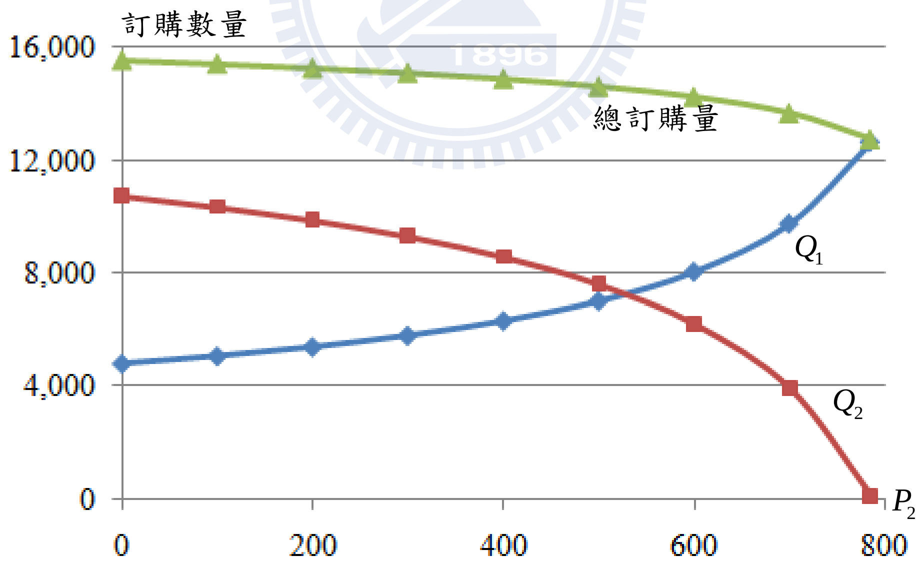

圖 4.4：不同 P_2 對於訂購數量的影響

由圖 4.4 可知，當供應商 2 的銷售價格變大時，組裝廠會減少對供應商 2 的訂購數量而將這些減少的數量轉移到供應商 1 的身上，因此 Q_2 會逐漸變少而 Q_1 數量會逐漸變多，但在同樣的花費之下能向供應商 1 訂購的數量沒有向供應商 2

訂購的多，因此由圖 4.4 可以看出Q_1增加的趨勢會比Q_2減少的趨勢小，因此整體的總訂購量會逐漸下降。而等到P_2大到一定程度時，這時候再向供應商 2 訂購極不划算，所以便會停止向供應商 2 的訂購。在此參數組合下，當P_2大到約 800 元左右時，已經不具有任何優勢了，因此對於Q_2的訂購趨近於零。

此外我們也將不同的銷售價格P_1、P_2對於成本函數的影響以圖表示如下：

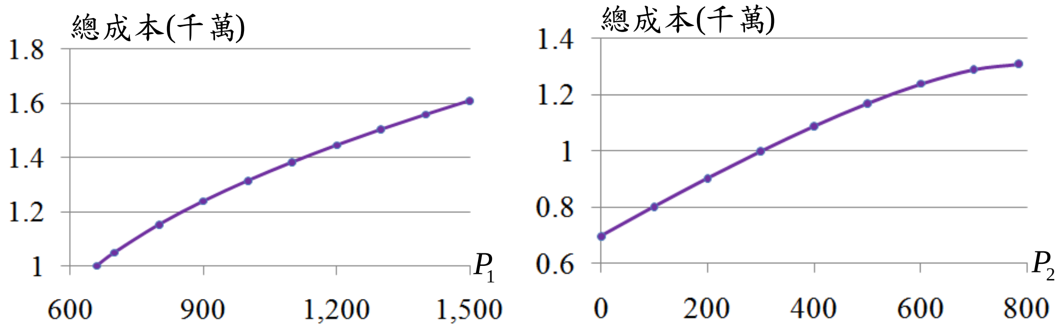

圖 4.5：不同P_1、P_2對於成本函數的影響

由圖 4.5 我們也可以得知，當價格參數開始變大時，P_1會使總訂購量緩慢增加，因此P_1越大時，成本增加的趨勢也較大、P_2則會使總訂購量逐漸減少，但是減少的速度較快，但由於P_2的價格變高了，即使訂購量減少成本仍是逐漸上升，只是和P_1上升的情況相比，P_2漸大時成本增加的趨勢較緩，但是整體而言，兩參數變大時，成本都是呈現增加的狀態。

4.2.3 $C_{salvage}$、C_{short}之參數分析

由於從(3.17)和(3.18)無法簡單的看出$C_{salvage}$會對決策造成怎樣的影響，因此我們先利用數值分析進一步檢驗，除了$C_{salvage}$數值有改變外，其餘參數皆用原來的 $(D, P_1, P_2, C_{short}, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = (10{,}000,\ 900,\ 600,\ 1{,}500,\ 0.6,\ 0.8,\ 0.4,\ 0.8)$ 數值代入，以(3.17)、(3.18)和(3.14)的結果，可以得零售商的最佳訂購量以及總成本，並如下表及圖所示：

表 4.4：改變 $C_{salvage}$ 之最佳訂購量與成本

D	P_1	P_2	$C_{salvage}$	C_{short}	Q_1	Q_2	TC
10^4	900	600	0	1,500	6,623	8,266	1.208×10^7
10^4	900	600	260	1,500	6,979	7,735	1.217×10^7
10^4	900	600	520	1,500	7,292	7,276	1.224×10^7
10^4	900	600	780	1,500	7,568	6,875	1.230×10^7
10^4	900	600	1,040	1,500	7,815	6,519	1.235×10^7
10^4	900	600	1,300	1,500	8,036	6,200	1.240×10^7
10^4	900	600	1,560	1,500	8,237	5,914	1.244×10^7
10^4	900	600	1,820	1,500	8,419	5,654	1.248×10^7
10^4	900	600	2,080	1,500	8,586	5,417	1.251×10^7
10^4	900	600	2,340	1,500	8,740	5,200	1.254×10^7
10^4	900	600	2,600	1,500	8,881	5,001	1.257×10^7

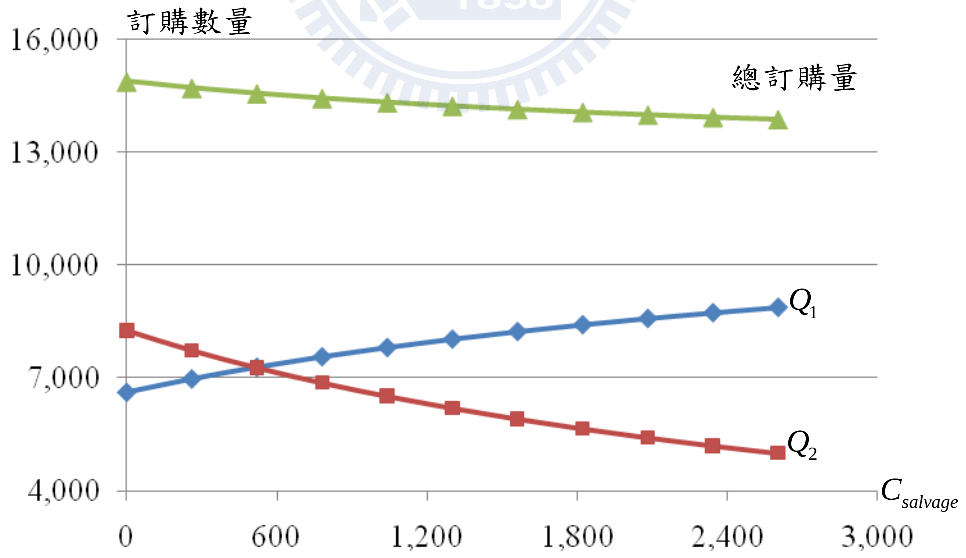

圖 4.6：不同 $C_{salvage}$ 對於訂購數量的影響

由圖 4.6 可知，此範例會使得當組裝廠面臨的廢料處理成本變大時，組裝廠的總訂購量是逐漸減少，以減少發生超額的情形。在此範例中，組裝廠趨向增加

跟價格較高的供應商 1 的訂購數量，並減少跟供應商 2 的訂購數量，雖然供應商 2 的價格較便宜，但是在良率與標準差表現較不好的情況下，較不具優勢。因此組裝廠採取向較貴但是較穩定的供應商 1 訂購數量，組裝廠較可以掌控取得貨品的數量範圍，以避免產生過多的超額數量。

同理，由於從(3.17)和(3.18)無法簡單的看出 C_{short} 會對決策造成怎樣的影響，因此我們先利用數值分析進一步檢驗。除了 C_{short} 數值有改變外，其餘參數皆用原來的 $(D, P_1, P_2, C_{sal}, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = (10{,}000,\ 900,\ 600,\ 1{,}300,\ 0.6,\ 0.8,\ 0.4,\ 0.8)$ 數值代入，以(3.17)、(3.18)和(3.14)的結果，可以得零售商的最佳訂購量以及總成本，並如下表及圖所示：

表 4.5：改變 C_{short} 之最佳訂購量與成本

D	P_1	P_2	$C_{salvage}$	C_{short}	Q_1	Q_2	TC
10^4	900	600	1,300	0	9,497	1,512	1.023×10^7
10^4	900	600	1,300	250	8,318	4,083	1.085×10^7
10^4	900	600	1,300	500	7,958	5,129	1.129×10^7
10^4	900	600	1,300	750	7,859	5,659	1.164×10^7
10^4	900	600	1,300	1,000	7,872	5,951	1.193×10^7
10^4	900	600	1,300	1,250	7,939	6,114	1.218×10^7
10^4	900	600	1,300	1,500	8,036	6,200	1.240×10^7
10^4	900	600	1,300	1,750	8,149	6,238	1.259×10^7
10^4	900	600	1,300	2,000	8,270	6,244	1.277×10^7
10^4	900	600	1,300	2,250	8,395	6,227	1.293×10^7
10^4	900	600	1,300	2,500	8,522	6,196	1.307×10^7
10^4	900	600	1,300	2,750	8,648	6,154	1.320×10^7
10^4	900	600	1,300	3,000	8,773	6,104	1.332×10^7

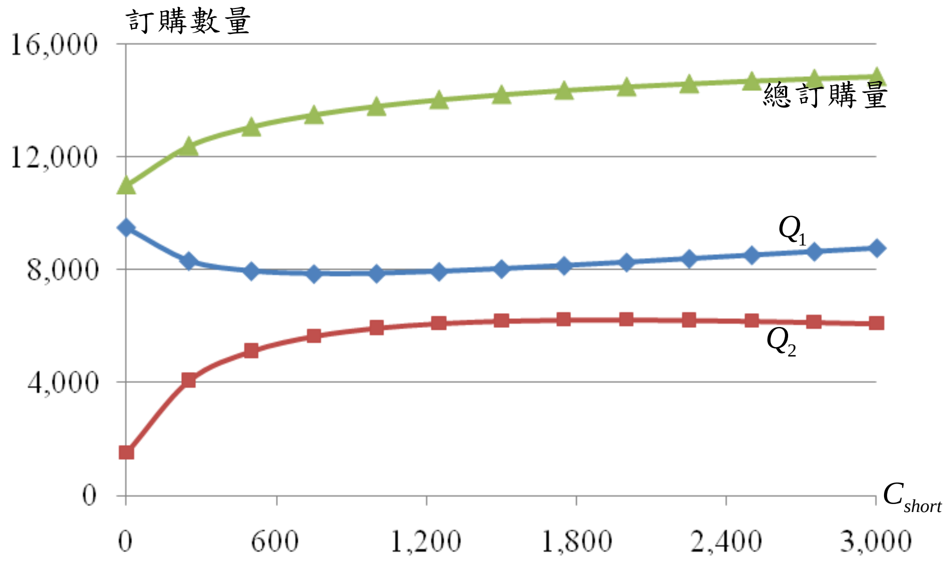

圖 4.7：不同 C_{short} 對於訂購數量的影響

圖 4.7 可知，當組裝廠面臨的缺貨成本變大時，組裝廠的總訂購數量會逐漸變大以避免產生缺貨情況時要付出過大的成本的。在 C_{short} 數字不大、約 500 左右時，組裝廠會偏向雖然良率情況較不好但較便宜的組裝廠 2 訂購，而減少向供應商 1 的訂購。但當 C_{short} 超過一定程度時，則向兩家較均勻的訂購以維持較友好的合作關係，而當 C_{short} 大到一個範圍時，若產生缺貨時會對決策者極嚴重的損失，因此組裝廠會非常謹慎的訂購數量，因此組裝廠會繼續增加向較穩定的供應商 1 的訂購數量，並且減少對較不穩定的供應商 2 訂購數量，但是整體而言訂購數量漸增以避免缺貨。

藉由圖 4.6、圖 4.7 我們可以觀察到在我們的範例中，缺貨成本和廢料處理成本越來越大時，組裝廠會偏好向價格較貴但是良率條件較好的供應商 1 訂購較多的數量。在缺貨成本和廢料處理成本的考量下，決策者必需要更謹慎的訂購數量以避免這些懲罰成本的發生，因此向良率較高並且標準差較小的供應商訂購可以達到減少這些懲罰成本的發生。

此外我們也將不同的銷售價格 $C_{salvage}$、C_{short} 對於成本函數的影響以圖表示如下：

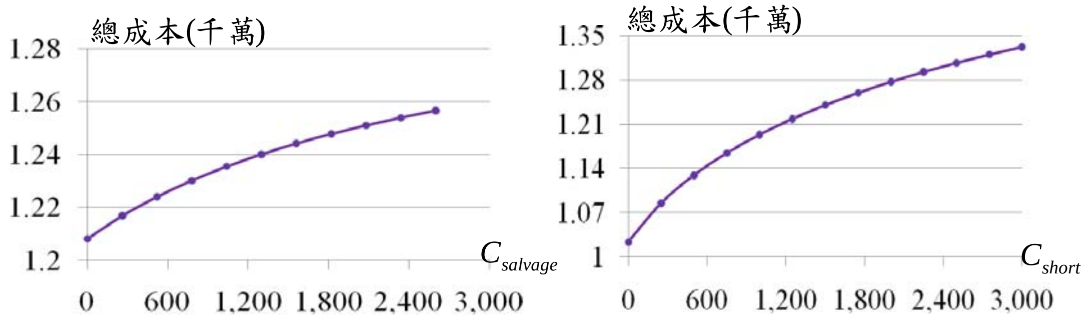

圖 4.8：不同 $C_{salvage}$ 、C_{short} 對於成本函數的影響

在我們的範例中，當懲罰參數開始變大時，都會使總成本增加。由圖 4.8 我們可以得知，$C_{salvage}$ 使得總訂購量變化趨勢較緩，因此成本增加趨勢也緩慢，C_{short} 在前面數字較小時向兩供應商訂購的數量有較明顯的變化，因此成本上升趨勢較急，之後當 $C_{salvage}$ 越大時，訂購的數量變化趨勢變緩，因此成本增加的趨勢也較緩了。不論參數會使得訂購數量變大或減少，整體而言，兩參數對於總成本的影響都是呈現增加的狀態。

4.2.4 y_1 、y_2 之參數分析

對於 y_1 的參數分析，我們同樣先利用數值分析進一步檢驗，除了 α_1 、β_1 數值有改變外，其餘參數皆用原來的數值代入，其數據內容如下：$(D,P_1,P_2,C_{sal},C_{short},\alpha_2,\beta_2)=(10{,}000,\ 900,\ 600,\ 1{,}300,\ 1{,}500,\ 0.4,\ 0.8)$，此部分參數分析我們將做兩種情況的改變，分別是供應商 1 的標準差固定但是平均良率改變、以及供應商 1 的平均良率固定但是標準差改變時的兩種可能，以探討組裝廠對於兩供應商訂購數量的變化，我們以(3.17)、(3.18)的結果，可以得零售商的最佳訂購量，並如下表及圖所示：

(1) 供應商 1 平均良率改變但標準差固定

表 4.6：供應商 1 平均良率改變、標準差固定之最佳訂購量

α_1	β_1	α_2	β_2	供應商 1 之良率變異係數 CV_1	Q_1	Q_2
0	0.2	0.4	0.8	1.732051	5,430	14,638
0.1	0.3	0.4	0.8	0.866025	5,741	13,633
0.2	0.4	0.4	0.8	0.57735	6,089	12,506
0.3	0.5	0.4	0.8	0.433013	6,482	11,235
0.4	0.6	0.4	0.8	0.34641	6,929	9,787
0.5	0.7	0.4	0.8	0.288675	7,442	8,126
0.55	0.75	0.4	0.8	0.266469	7,728	7,200
0.6	0.8	0.4	0.8	0.247436	8,036	6,200
0.65	0.85	0.4	0.8	0.23094	8,370	5,118
0.7	0.9	0.4	0.8	0.216506	8,733	3,941
0.75	0.95	0.4	0.8	0.203771	9,128	2,659
0.8	1	0.4	0.8	0.19245	9,560	1,256

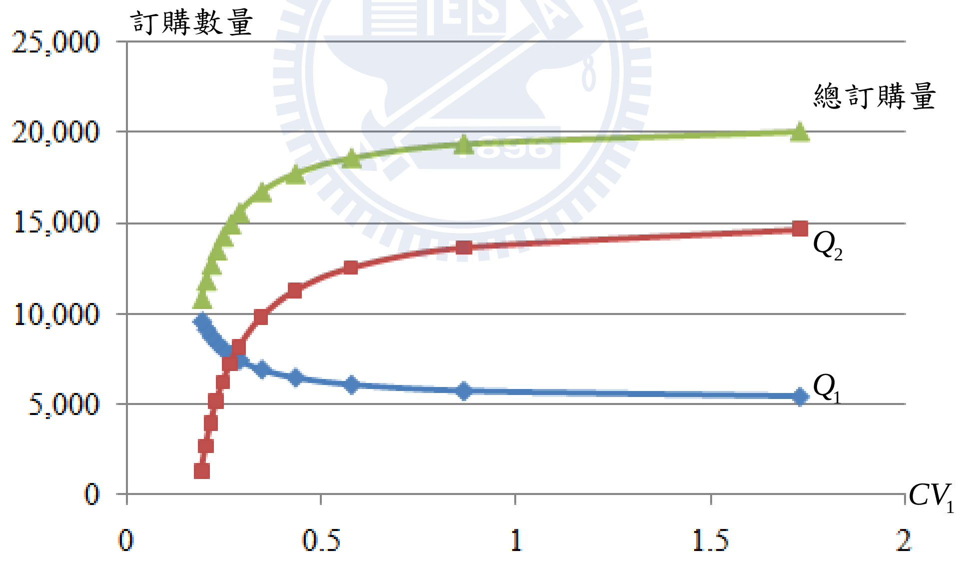

圖 4.9：供應商 1 不同平均良率對於訂購數量的影響

由圖 4.9 可以看出，對於供應商 1 來說，平均良率越大，會讓變異係數變小，較佔有優勢，因此可以使得收到的訂單數量增加，而使得組裝廠減少對供應商 2 的購買數量。也因為良率越大時，需訂購的數量就越少，因此在變異係數小的部分代表平均良率大，因此訂購數量會減少。

(2) 供應商 1 標準差改變但平均良率固定

表 4.7：供應商 1 標準差改變、平均良率固定之最佳訂購量

α_1	β_1	α_2	β_2	供應商 1 之良率變異係數 CV_1	Q_1	Q_2
0.65	0.75	0.4	0.8	0.123718	1,0117	4,168
0.6	0.8	0.4	0.8	0.247436	8,036	6,200
0.55	0.85	0.4	0.8	0.371154	6,736	7,450
0.5	0.9	0.4	0.8	0.494872	5,828	8,310
0.45	0.95	0.4	0.8	0.61859	5,152	8,945
0.4	1	0.4	0.8	0.742307	4,625	9,435

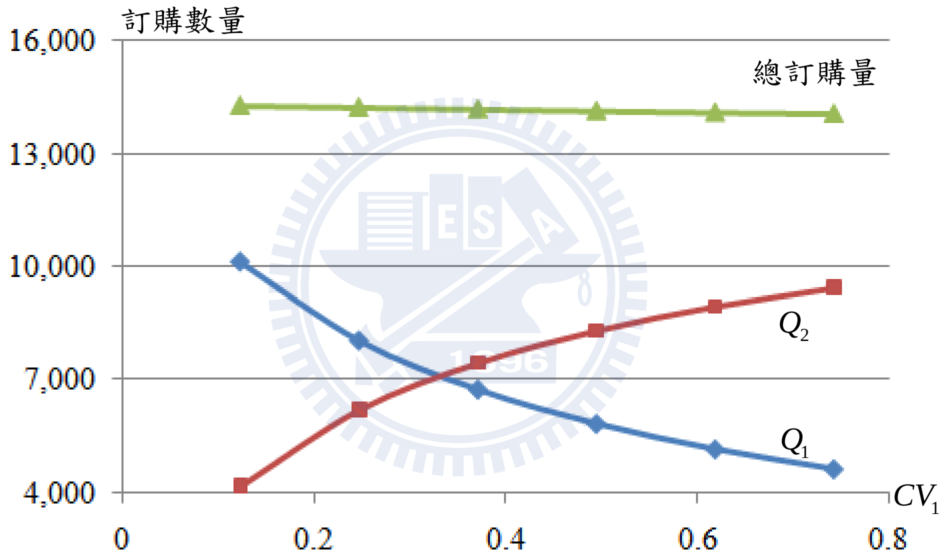

圖 4.10：供應商 1 不同良率標準差對於訂購數量的影響

由圖 4.10 可以看出，對於供應商 1 來說，標準差越小，會讓變異係數變小，較佔有優勢，因此可以使得收到的訂單數量增加，而使得組裝廠減少對供應商 2 的購買數量。而當標準差逐漸變大時，能取得原料數量的範圍浮動較大，因此總訂購的數量變動不大，以免產生過多的缺貨或超額。

由圖 4.9、圖 4.10 我們可以發現，對於供應商 1 來說，不論平均良率變大或者標準差變小時，都會讓變異係數變小，並且可以使得收到的訂單數量增加，而使得組裝廠減少對供應商 2 的購買數量。此外對於供應商 1 而言，我們可藉由圖

4.9、圖 4.10 看出改變標準差時對於供應商 1 可獲得的訂單數量的影響會比改變平均良率時對於供應商 1 可獲得的訂單數量影響要來的大。

而對於 y_2 的參數分析，我們同樣先利用數值分析進一步檢驗，除了 α_2 、 β_2 數值有改變外，其餘參數皆用原來的數值代入，其數據內容如下：$(D, P_1, P_2, C_{sal}, C_{short}, \alpha_1, \beta_1) = (10{,}000,\ 900,\ 600,\ 1{,}300,\ 1{,}500, 0.6, 0.8)$ ，我們也將做兩種情況的改變，分別是供應商 2 的標準差固定但是平均良率改變、以及供應商 2 的平均良率固定但是標準差改變時的兩種可能，以探討組裝廠對於兩供應商訂購數量的變化，我們以(3.17)、(3.18)的結果，可以得零售商的最佳訂購量，並如下表及圖所示：

(1) 供應商 2 平均良率改變但標準差固定

表 4.8：供應商 2 平均良率改變、標準差固定之最佳訂購量

α_1	β_1	α_2	β_2	供應商 2 之良率變異係數 CV_2	Q_1	Q_2
0.6	0.8	0.26	0.66	0.753066	12,596	203
0.6	0.8	0.3	0.7	0.69282	10,840	2,963
0.6	0.8	0.35	0.75	0.629837	9,230	5,025
0.6	0.8	0.4	0.8	0.57735	8,036	6,200
0.6	0.8	0.45	0.85	0.532939	7,116	6,862
0.6	0.8	0.5	0.9	0.494872	6,384	7,212
0.6	0.8	0.55	0.95	0.46188	5,789	7,370
0.6	0.8	0.6	1	0.433013	5,295	7,405

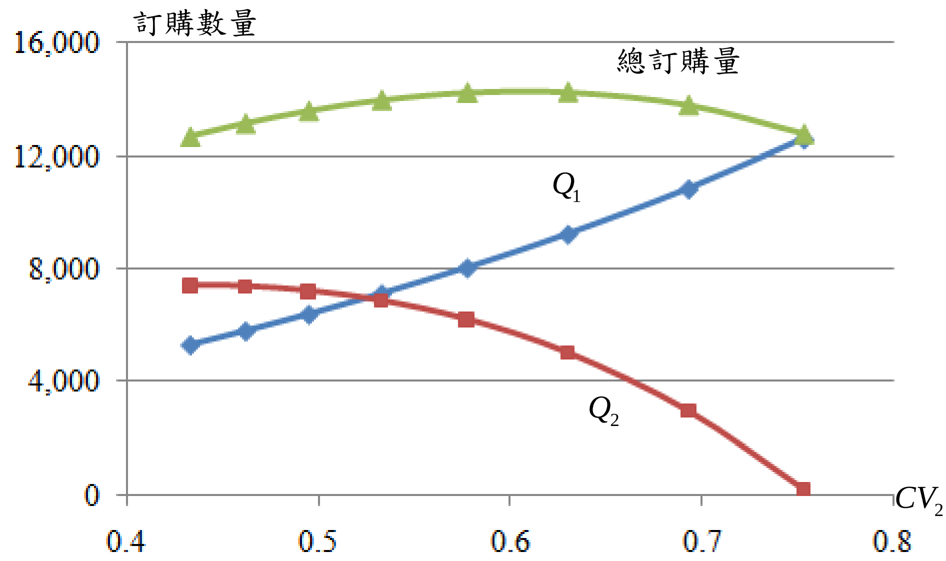

圖 4.11：供應商 2 不同平均良率對於訂購數量的影響

由圖 4.11 可以看出，對於供應商 2 來說，平均良率越大，使得收到的訂單數量增加，而使得組裝廠減少對供應商 1 的購買數量。而圖形的右半邊在平均良率越低時，供應商 2 既標準差大、平均良率也低，因此數量訂購部份會產生較大的變化，所以總訂購量會先升後降，且在此範例中，供應商 2 原先的標準差就比較大，因此當平均再降到 0.46 左右時，幾乎沒有競爭力，因此得到訂單數量快趨近於零。

(2) 供應商 2 標準差改變但平均良率固定

表 4.9：供應商 2 標準差改變、平均良率固定之最佳訂購量

α_1	β_1	α_2	β_2	供應商 2 之良率變異係數 CV_2	Q_1	Q_2
0.6	0.8	0.55	0.65	0.144338	2,540	13,400
0.6	0.8	0.5	0.7	0.288675	4,801	10,454
0.6	0.8	0.45	0.75	0.433013	6,635	8,047
0.6	0.8	0.4	0.8	0.57735	8,036	6,200
0.6	0.8	0.35	0.85	0.721688	9,077	4,825
0.6	0.8	0.3	0.9	0.866025	9,845	3,809
0.6	0.8	0.25	0.95	1.010363	10,413	3,056
0.6	0.8	0.2	1	1.154701	10,840	2,490

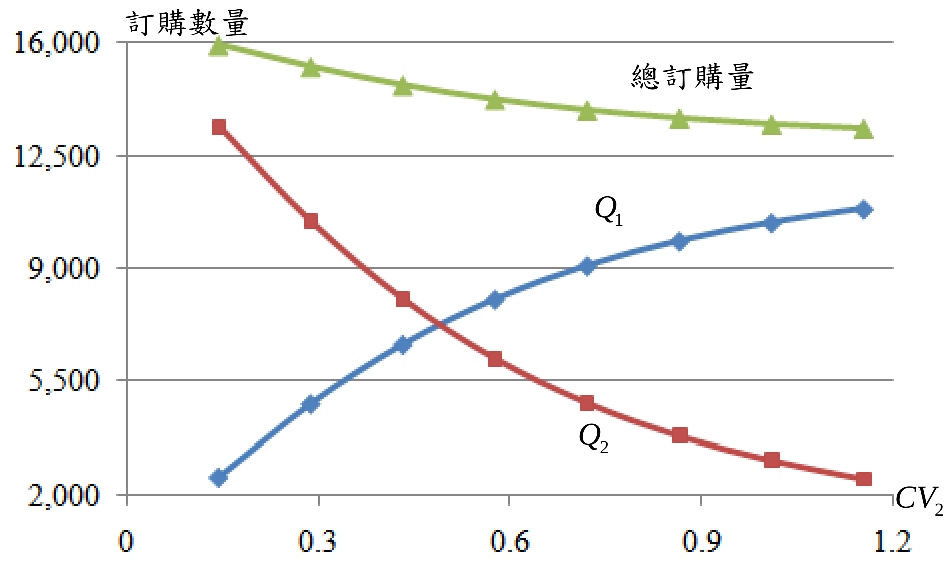

圖 4.12：供應商 2 不同良率標準差對於訂購數量的影響

由圖 4.12 可以看出，對於供應商 2 來說，標準差越小，可以使得收到的訂單數量增加，而使得組裝廠減少對供應商 1 的購買數量。在標準差逐漸變大越靠近圖形右端時，由於此時標準差變的極大，能取得原料數量的範圍浮動也大，因此總訂購的數量會減少，以免產生較多的缺貨或超額情形。

同樣的我們也可以發現，對於供應商 2 來說，不論平均良率變大或者標準差變小時，都會讓變異係數變小，並且可以使得收到的訂單數量增加，而使得組裝廠減少對供應商 1 的購買數量。此外對於供應商 2 而言，我們可藉由圖 4.11、圖 4.12 看出改變標準差時對於供應商 2 可獲得的訂單數量的影響會比改變平均良率時對於供應商 2 可獲得的訂單數量影響要來的大。

因此對於一個組裝廠而言，當供應商的良率標準差改變時，會對組裝廠的數量決策造成較大的數量變化，也因此對於一個供應商而言，控制良率標準差會比控制平均良率較來的有意義。

4.3 小結

在上述的案例中，我們假設兩供應商的製造良率是介於非 0 到 1 之間的範圍，由 4.2 節的參數分析的所有表格中，我們可以看到，並非價格較便宜的供應

商永遠可以拿到較多的訂單，會影響組裝廠成本的原因還包括了缺貨成本和廢料處理成本，以及供應商的良率狀況，因此組裝廠需多方考量這些因素後才能做出最佳的決定。藉由此章的參數分析，我們可以發現，會影響決策變數的參數中，需求、銷售價格對於訂購數量的影響是比較直觀的，因此決策者若只面臨需求或價格變動時，可以較快的反應，而懲罰成本對於訂購數量的影響則必須再進一步探討，因為某一種懲罰成本還需面臨價格與另一種懲罰成本取捨的考量，因此就需要再多一些資訊進行討論。

在範例中我們可以發現，當系統存在懲罰成本時，那麼跟良率較高、標準差較小的廠商訂購可以較有效的控制獲得的原料以避免缺貨或超額情形發生，因此就交易的環境來說，決策者對於價格與良率的取捨應該會較以良率為重，除非是價格便宜的程度有到一定的門檻，這時較能以價格取向為主。因此這也解釋了大廠商雖然價格較貴但是市場佔有率較大的原因，因為製造良率的條件較好，因此消費者在購買時會比較有保障

第五章　　結論與未來研究方向

5.1 結論

本研究在組裝廠的角度下，探討當組裝廠面臨兩供應商時，若供應商的製造良率皆為隨機變數時，則組裝廠在缺貨成本、廢料處理成本及購買成本的考量下，會在何種情況只向其中一家供應商訂購所有的需求數量，而何時情況則會將訂單分散給兩廠商。我們以報童模式為基礎探討這種單一週期訂購問題，由於通式解需確定良率分配才可再進一步探討，因此我們以均勻分配為基礎，並分析模型各參數對成本的影響。以下則為本研究之結論：

(1) 利用報童模式做單一週期的訂購策略，且供應商製造良率非界於 0 到 1 之間的均勻分配時，此模型可解外，亦可以達到最小化成本的目的。此外，我們在兩供應商製造良率恰屬於 0 到 1 之間的均勻分配時，我們可找出組裝廠訂購策略的範圍。

(2) 當供應商良率皆為均勻分配時，組裝廠需求的變動並不會改變組裝廠的決策模式，也就是不會有向單一家訂購變成分散訂單的情形發生。而懲罰成本對於決策的變化需要進一步的討論較能確認對系統的影響。

(3) 以最小化成本為目標，考量了供應商的銷售價格和懲罰成本的影響，在兩供應商製造良率皆屬於 0 到 1 之間的均勻分配時，可以得到一個判斷式，可使得組裝廠在這些資訊下，判斷要向單一供應商訂購或者是分散訂單。

(4) 在系統存在缺貨成本和廢料處理成本時，價格較貴但是良率條件較好的供應商可以獲得較大的市場佔有率。

5.2 未來研究方向

未來研究發展方向，可從以下幾點進行：

(1) 可加入組裝廠對供應商訂購時有允收標準，若是供應商無法達到標準時，需

賠償組裝廠一些費用。而組裝廠供貨給下游顧客時，懲罰成本也可以根據下由顧客的允收標準來制訂。

(2) 除了良率時隨機變數外，需求也是隨機變數。

(3) 購買數量可以有折扣發生。

(4) 針對高良率、高價格廠商及低良率、低價格供應商的管理方法。

參考文獻

Adachi, Y., T. Nose, and S. Kuriyama. 1999. Optimal Inventory Control Policy Subject to Different Selling Prices of Perishable Commodities. *International Journal of Production Economics* **60** 389–394.

Anupindi, R., and R. Akella. 1993. Diversification Under Supply Uncertainty. *Management Science* **29** 944-963.

Bakal, I. S., and E. Akcali. 2006. Effects of Random Yield in Remanufacturing with Price-Sensitive Supply and Demand. *Production and Operations Management* **15** 407-420.

Burton, T. T. 1988. JIT/Repetitive Sourcing Strategies: Tying the Knot' with Your Suppliers. *Production and Inventory Management* **29** 38-41.

Cheng, C. E. 1991. An Economic Order Quantity Model with Demand-Dependent Unit Production Cost and Imperfect Production Processes. *IIE Transactions* **23** 23-28.

Chien, T. W. 1993. Determine Profit-Maximizing Production Shipping Policies in a One-To One Direct Shipping, Stochastic Demand Environment. *European Journal of Operational Research* **64** 83-102.

Dye, C. Y., and L. Y. Ouyang. 2005. An EOQ Model for Perishable Items under Stock-Dependent Selling Rate and Time-Dependent Partial Backlogging. *European Journal of Operational Research* **163** 776-783.

Freeland, J. R. 1991. A Survey of Just-In-Time Purchasing Practices in the United States. *Production and Inventory Management Journal* **32** 43-50.

Gallego, G., and I. Moon. 1993. The Distribution Free Newsboy Problem: Reviews and Extensions. *Journal of the Operational Research Society* **44** 825-834.

Gerchak, Y. and M. Parlar. 1990. Yield Variability, Cost Tradeoffs and Diversification in the EOQ Model. *Naval Research Logistics* **37** 341-354.

Harris, F. W. 1915. What Quantity to Make at Once. *The Library of Factory Management, Vol. V. Operation and Costs.* A. W. Shaw Company, Chicago.

He, R., and J. Zhang. 2008. Random Yield Risk Sharing in a Two-Level Supply Chain. *International Journal of Production Economics* **112** 769-781.

Huang, C. K. 2004. An Optimal Policy for a Single Vendor Single Buyer Integrated Production-Inventory Problem with Process Unreliability Consideration. *International Journal of Production Economics* **91** 91-98.

Kazaz, B. 2004. Production Planning under Yield and Demand Uncertainty with Yield-Dependent Cost and Price. *Manufacturing and Service Operations Management* **6** 209–224.

Kelle, P., S. Transchel, and S. Minner. 2009. Buyer-Supplier Cooperation and Negotiation Support with Random Yield Consideration. *International Journal of Production Economics* **118** 152-159.

Khouja, M. 1999. The Single-Period (News-Vendor) Problem: Literature Review and Suggestions for Future Research. *The International Journal of Management Science* **27** 537-553.

Khouja, M. 2000. Optimal Ordering, Discounting, and Pricing in the Single-Period Problem. *International Journal of Production Economics* **65** 2201-2216.

Lau, H. S, and A. H. –L. Lau. 1994. Coordinating Two Suppliers with Offsetting Lead Time and Price Performance. *Journal of Operations Management* **11** 327-337.

Lau, H. -S., and L.-G. Zhao. 1994. Dual Sourcing Cost-Optimization with Unrestricted Lead-Time Distributions and Order-Split Proportions. *IIE Transactions* **26** 66-75.

Lau, H. S., and H. L. Lau. 1997. A Semi-Analytical Solution for a Newsboy Problem with Mid-Period Replenishment. *Journal of the Operational Research Society* **48** 1245-1253.

Lau, H. 1997. Simple Formulas for the Expected Costs in the Newsboy Problem: An Educational Note. *The European Journal of Operational Research* **100** 557–561.

Mohebbi, E., and M. J. M. Posner. 1998. Sole versus Dual Sourcing in a Continuous-Review Inventory System with Lost Sales. *Computer and Industrial Engineering* **34** 321-336.

Moon, I., and S. Choi. 1994. The Distribution Free Continuous Review Inventory System with a Service-Level Constraint. *Computers and Industrial Engineering* **27** 209-212.

Moon, I., and S. Choi. 1995. The Distribution Free Newsboy Problem with Balking. *Journal of the Operational Research Society* **46** 537-542.

Mukhopadhyay, S. K., and H. Ma. 2009. The Role of Quality Uncertainty in Remanufacturing Decisions. *International Journal of Business and Systems Research* **3** 387-412.

Pan, A. C., R. V. Ramasesh, J. C. Hayya, and J. K. Ord. 1991. Multiple Sourcing: The Determination of Lead Times. *Operations Research Letters* **10** 1–7.

Parlar, M., and D. Wang. 1993. Diversification Under Yield Randomness in Two Simple Inventory Models. *European Journal of Operational Research* **66** 52-64.

Petruzzi, N. C., and M. Dada. 1999. Pricing and the Newsvendor Problem: A Review with Extensions *Operation Research* **47** 183-194.

Porteus, E. L. 1986. Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Cost Reduction. *Operation Research* **34** 137-144.

Presutti, Jr. W. D. 1992. The Single Source Issue: US and Japanese Sourcing Strategies. *International Journal of Purchasing and Management* **28** 2-9.

Ramasesh, R. V., J. K. Ord, J. C. Hayya, and A. Pan. 1991. Sole versus Dual Sourcing in Stochastic Lead-Time (s,Q) Inventory Models. *Management Science* **37** 428–443.

Ramasesh, R. V., J. K. Ord, and J. C. Hayya. 1993. Note: Dual Sourcing with Nonidentical Suppliers. *Naval Research Logistics* **40** 279–288.

Salameh, M. K., and M. Y. Jaber. 2000. Economic Production Quantity Model for

Items with Imperfect Quality. *International Journal of Production Economics* **64** 59-64.

Schonberger, R. J. 1982. *Japanese Manufacturing Techniques.* Free Press, New York.

Sculli, D., and S.Y. Wu. 1981. Stock Control Two Supplier and Normal Lead Times. *Journal of the Operational Research Society* **32** 1003-1009.

Sedarage, D., O. Fujiwara, and H. T. Luong. 1999. Determining Optimal Order Splitting and Reorder Level for N-Supplier Inventory Systems. *European Journal of Operational Research* **116** 389–404.

Stevenson, W. J. 2002. *Production Operations Management* 7th Edition, McGraw-Hill companies, Inc.

Wacker, K. A. 1993. Uncommon Common Sense. *Quality Progress* **26** 97-100.

Watts, C. A., K. Y. Kim, and C. K. Hahn. 1992. Linking Purchasing to Corporate Competitive Strategy. *International Journal of Purchasing and Materials Management* **31** 1-8.

林進財 (1990),「多站報童存貨決策問題之集中存貨政策對期望成本的影響效果」。國立交通大學管理科學系博士論文。

黃允成 (2001),「報童模式在機率性需求與數量折扣下最適訂購量與訂價策略之研究」。*工業工程學刊*第十八卷第六期 43-52.

自動化在線,2008
http://www.autooo.net/ic/tech/2009-04-19/26896.html
上網日期:2009/10/28

奇美保固資訊,2009
http://www.chimei.com.tw/warranty-monitor.asp
上網日期:2010/01/15