

國立交通大學

資訊管理研究所

碩士論文

在跳躍擴散過程之下衡量有考慮破產保護的信用風險

Measuring Credit Risk and Modeling

Chapter 11 Proceedings of the U.S

Bankruptcy Code Under the

Jump-Diffusion Process

研究生：柯婷瑱

指導教授：戴天時 博士

中華民國九十九年六月

在跳躍擴散過程之下衡量有考慮破產保護的信用風險

**Measuring Credit Risk and Modeling Chapter 11 Proceedings of the
U.S Bankruptcy Code Under the Jump-Diffusion Process**

研 究 生：柯 婷 璿

Student: Ting-Tien Ke

指 導 教 授：戴 天 時

Advisor: Tian-Shyr Dai



A Thesis

Submitted to Institute of Information Management

College of Management

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master in Information Management

June 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年六月

在跳躍擴散過程之下衡量有考慮破產保護的信用風險

學生：柯婷瑱

指導教授：戴天時 博士

國立交通大學資訊管理研究所碩士班

摘要

如何評價債權人、股東及公司價值是研究公司資本結構及信用風險研究領域中的重要議題，金融海嘯爆發時，許多公司財務受到嚴重的影響，因而申請破產保護。因此，衡量破產保護對信用風險的影響顯得十分重要。目前有許多申請破產保護之下公司債與公司價值的研究，包括 Broadie, Chernov and Sundareasan (2007) 及 Broadie and Kaya (2007) 等結構式模型。但是這些都假定公司資產價值下探至一個外生給定的破產門檻 (bankruptcy barrier) 即發生違約事件。本篇論文以 BTT 數值方法分析股東與債權人的行為，模擬申請第十一章破產保護及進行策略性債務清償動作之下，公司、股東與債權人價值的變動。本篇的破產門檻為債權人與股東經過比較各自價值後決定最有利的門檻，該門檻與時間變動相依。並且考慮公司資產可能發生跳躍的情況，假設資產服從跳躍擴散過程，解決結構式模式下短期間 credit spread 趨近於零之問題。

關鍵字：信用風險、結構式模型、跳躍擴散、策略性債務清償、破產保護、破產門檻

**Measuring Credit Risk and Modeling Chapter 11
Proceedings of the U.S Bankruptcy Code Under the
Jump-Diffusion Process**

Student : Ting-Tien Ke

Advisor : Dr. Tian-Shyr Dai

Abstract

Evaluating the equity value, debt value and leveraged firm value is a significant issue in measuring optimal capital structure and credit risk. The global financial crisis had greatly weakened the financial status of many companies and caused some companies applying for Chapter 11 of the U.S Bankruptcy Code for bankruptcy protection. Thus, the effects of filing for Chapter 11 play an important role in credit risk studies. Broadie, Chernov and Sundareasan (2007) and Broadie and Kaya (2007) model the Chapter 11 proceedings by the structural model with an exogenous bankruptcy barrier. This thesis models endogenous bankruptcy barriers--- the default and liquidation decisions are determined by considering equity and debt holders' decisions in order to maximize themselves benefits. The firm value is assumed to follow the jump-diffusion process to generate larger short-term credit spread than the lognormal diffusion process to fit the market observations.

Keywords: Credit risk, Structural model, Jump-Diffusion process, Debt strategy service, Bankruptcy protection, Bankruptcy barriers.

誌謝

在交通大學資管所的兩年，感謝所有教導我的教授們，尤其是我的指導教授戴天時老師總是不斷的找錯誤，然後幫助我解決問題，真的感謝老師。

此外感謝一起奮鬥的伙伴在寫論文這條漫長的路上互相鼓勵及學習，以及王釗茹學姐的指導。

當然也要真誠的感謝我親愛的家人給了我最大的支持，謝謝所有幫助過我的人，謝謝。



目錄

摘要.....	I
ABSTRACT	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
第 1 章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的.....	1
1.3 研究架構.....	3
第 2 章 模型假設與符號定義	4
2.1 LOGNORMAL DIFFUSION PROCESS.....	4
2.2 JUMP-DIFFUSION PROCESS	4
2.3 COX, ROSS, AND RUBINSTEIN BINOMIAL TREE (CRR 二元樹).....	5
2.4 模型符號定義.....	6
第 3 章 文獻回顧.....	7
3.1 風險評價模型.....	7
3.2 建構 LATTICE 方法	20
第 4 章 研究方法.....	23
4.1 模型假設.....	23
4.2 模型建立.....	23
4.3 策略性債務清償之破產保護模型 (STRATEGIC DEBT SERVICE, SDS)	26
4.4 考慮寬限期之破產保護模型 (BANKRUPTCY WITH GRACE PERIOD, BGP)	31
4.5 考慮議價能力及寬限期之破產保護模型 (BANKRUPTCY WITH GRACE PERIOD AND BARGAINING POWER, BGP-BP).....	33
第 5 章 模擬分析.....	37
5.1 破產馬上清算模型.....	37
5.2 策略性債務清償之破產保護模型.....	38

5.3 考慮寬限期之破產保護模型.....	40
5.4 考慮議價能力及寬限期之破產保護模型.....	42
5.5 模型趨勢分析圖.....	43
第 6 章 結論與建議.....	53
6.1 結論.....	53
參考文獻.....	54
附錄.....	55



表目錄

【表格 1-1】不同破產處理方式模型.....	2
【表格 5-1】破產馬上清算模型數值結果.....	37
【表格 5-2】策略性債務清償之破產保護模型數值結果.....	38
【表格 5-3】考慮寬限期之破產保護模型數值結果.....	40
【表格 5-4】考慮議價能力及寬限期之破產保護模型數值結果.....	42
【表格 5-5】參數設定表 1.....	52
【表格 5-6】參數設定表 2.....	52



圖目錄

【圖 2-1】二期 CRR 樹.....	5
【圖 3-1】BK (2007)之 CRR 樹結構.....	8
【圖 3-2】三元樹結構.....	21
【圖 4-1】一期的折現示意圖.....	35
【圖 5-1】馬上清算模型之收斂圖.....	43
【圖 5-2】SDS 模型之債息支付頻率(CF)分析圖.....	44
【圖 5-3】SDS 模型之債息利率分析圖.....	44
【圖 5-4】SDS 模型之危機成本(W)分析圖.....	45
【圖 5-5】SDS 模型之清算成本(A)分析圖.....	45
【圖 5-6】SDS 模型之資產波動度(σ)分析圖.....	46
【圖 5-7】SDS 模型之稅率(τ)分析圖.....	46
【圖 5-8】SDS 模型之的 CREDIT SPREAD 趨勢圖.....	47
【圖 5-10】BGP 模型之清算成本(A)分析圖， $G=2$	48
【圖 5-11】BGP 模型之的 CREDIT SPREAD 趨勢圖.....	49
【圖 5-12】BGP 模型與 SDS 模型危機成本與債息支付頻率趨勢比較圖， $T=10$	49
【圖 5-13】BGP 模型與 SDS 模型趨勢比較圖， $T=10$	50
【圖 5-14】BGP-BP 模型之的 BARGAINING POWER 趨勢圖.....	50
【圖 5-15】BGP-BP 模型之財務危機成本趨勢圖.....	51
【圖 1】DAI (2009)二期 BTT 結構.....	55
【圖 2】本篇模型之二期 BTT 部分結構.....	56

第1章 緒論

1.1 研究背景與動機

如何評價債權人、股東及公司價值是信用風險研究領域中的重要議題，金融海嘯爆發時，許多公司財務受到嚴重的影響，包括了雷曼兄弟、克萊斯勒汽車公司和通用汽車公司等，因而申請破產保護。因此，衡量破產保護對信用風險的影響顯得十分重要。

當公司因經營不善或市場變化等因素而虧損，無法償還到期債務並難以維持經營時，該公司可向美國聯邦法院提出破產程序，包括常見的第七章直接清算及第十一章破產保護。公司或個人向法院申請第十一章破產程序時，可以同時要求重整其公司，在這種情況之下，申請人有一保護期限 (Grace Period)，可不受債權人的債務追討，也就是在此保護期限內並於破產法庭和債權人委員會之監察下，債務人仍佔有公司資產及繼續經營其業務。因此，只要多數債權人贊成及破產法庭確認以及債務人和債權人同意償還計劃，債務人通常會提議申請第十一章破產保護的計劃。如果企業沒有在保護期限內成功重組，公司還可以申請繼續延長保護期限，最長可以達六年，否則公司最終仍面臨停業清算。

公司發生財務危機時，債權人可能考量清算成本不會在公司破產後馬上清算公司，此時便提供股東策略性債務清償的機會。公司也可能因短期間資金週轉問題，將來可能回復正常營運，此時申請破產保護比公司被清算有利。本篇論文著重於探討，在公司申請破產保護行為及進行策略性債務清償動作之下，股東與債權人行為決策的動態過程。在結構式模型下，公司資產服從 lognormal process，短期間公司的 credit spread 趨近於零，因此假設公司資產服從跳躍擴散過程 (Jump-Diffusion Process)，考慮公司資產可能發生跳躍 (Jump) 的情況，使得短期間公司的 credit spread 明顯大於零，更符合真實世界的狀況。

1.2 研究目的

目前有許多申請破產保護之下公司債與公司價值的研究，包括 Broadie, Chernov and Sundareasan (2007)，以下簡稱為 BCS (2007) 及 Broadie and Kaya

(2007)，以下簡稱為 BK (2007) 等結構式模型。但是這些模型考慮的是一個與股東或債權人價值無關的外生破產門檻 (bankruptcy barrier)。若以外生的破產門檻來決定是否破產，可能會造成當破產發生時公司資產遠高於負債面額之不合理狀況，也無法反應內生門檻設定下的股東和債權人策略行為。例如 BK (2007) 模型下，在考慮寬限期的保護下，也會出現公司資產過低觸發內生違約門檻導致公司被清算的不合理現象。下表為各種不同破產後處理方式及本文可討論的模型。

【表格 1-1】不同破產處理方式模型

模型	違約門檻	違約後處理方式	考慮公司資產發生跳躍
Leland (1994)	內生	公司違約立刻被清算	無
FM (2004)	內生	公司違約進入破產狀態，股東需在寬限期內重整公司。破產後股東與債權人價值以 Sharing rule 分享	無
BK (2007)	外生及內生	公司違約進入破產狀態，股東需在寬限期內重整公司。 (1) 破產後股東與債權人價值根據 Sharing rule 分享 (2) 破產後累計應付債息及股利，待公司重整成功償還累計應付債息	無
BCS (2007)	外生	給定破產門檻與清算門檻且破產門檻高於清算門檻。股東根據公司資產價值決定進入破產狀態或是讓公司被清算	無
HK (2008)	內生	公司違約進入破產狀態，討論策略性債務清償之影響	無
本文	內生	公司違約進入破產狀態，可討論 Leland (1994)、FM (2004)、BK (2005) 及 HK (2008) 之模型	有

本篇論文主要分析股東與債權人的行為，模擬申請第十一章破產保護及進行策略性債務清償動作之下，公司、股東與債權人價值的變動。本篇的破產門檻為債權人與股東經過比較各自價值後決定最有利的門檻，且該門檻與時間變動相依。

因此 Merton (1974)、Black and Cox (1976) 及 Leland (1994) 的破產馬上清算模型、BK (2007) 的破產保護模型和 HK (2008) 的策略性債務清償模型皆是本篇論文模型的特殊解。

1.3 研究架構

本篇論文第 2 章為模型介紹與符號定義。第 3 章為文獻回顧，介紹不同的結構式信用風險評價模型及建構 Bino-Trinomial Tree 的方法。第 4 章說明本論文之研究方法。第 5 章為本論文模型之結果分析。第 6 章為結論與建議及後續可衍生的研究。



第2章 模型假設與符號定義

2.1 Lognormal Diffusion Process

令 V_t 為 t 時間點的公司正常營運的資產價值，在風險中立測度下的 lognormal diffusion process 為

$$V_t = V_0 e^{(r-q-0.5\sigma^2)t + \sigma z(t)} \quad (1)$$

公司破產狀態的資產價值，在風險中立測度下的 lognormal diffusion process 為

$$V_t = V_0 e^{(r-w-0.5\sigma^2)t + \sigma z(t)} \quad (2)$$

其中 $z(t)$ 為標準布朗運動， r 代表無風險利率， q 為公司正常營運時的資產支出比率 (payout ratio)， w 為公司破產後的財務危機成本 (distress cost)， σ 代表資產波動度。

2.2 Jump-Diffusion Process

令 V_t 為 t 時間點的公司正常營運的公司資產價值，在風險中立測度下的 Jump-Diffusion process 為

$$V_t = V_0 e^{(r-q-\lambda\bar{k}-0.5\sigma^2)t + \sigma z(t)} U(n(t)) \quad (3)$$

公司破產狀態的資產價值，在風險中立測度下的 Jump-Diffusion process 為

$$V_t = V_0 e^{(r-w-\lambda\bar{k}-0.5\sigma^2)t + \sigma z(t)} U(n(t)) \quad (4)$$

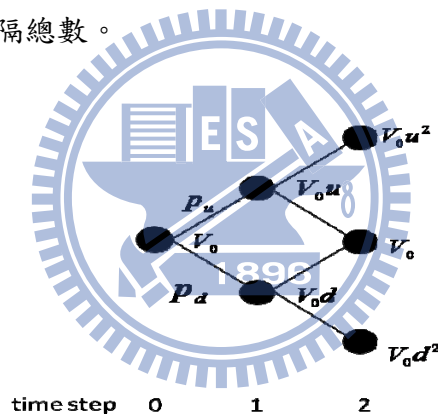
其中 $U(n(t)) = \prod_{i=0}^{n(t)} (1+k_i)$ 跳躍事件 $n(t)$ 為 Poisson process，其跳躍強度為 λ ，隨

機跳躍規模 $k_i (i > 0)$ 其中滿足 $\ln(1+k_i) \sim N(\gamma, \delta)$ ，其中 \bar{k} 定義為 $E(k_i) = e^{r+0.5\delta^2} - 1$ ， $k_0 = 0$ 。並假設 diffusion 項、隨機跳躍規模與 Poisson process 互為獨立。

2.3 Cox, Ross, and Rubinstein Binomial Tree (CRR 二元樹)

CRR 樹模擬公司資產的連續變動過程，假設公司資產服從 lognormal diffusion process，見第 (1) 式。初始價值為 V_0 ，下一期上升為 V_0u 的機率為 p_u ，下跌至 V_0d 的機率為 p_d ，其中 $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ ， $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ ， $p_u = \frac{e^{(r-q)\Delta t} - d}{u - d}$ ， $p_d = 1 - p_u$ 。

CRR 二元樹狀結構圖如下， Δt 為時間間隔 (time step)， $\Delta t = T/N$ ， T 為到期日， N 為離散的時間間隔總數。



【圖 2-1】二期 CRR 樹

2.4 模型符號定義

本文考慮策略性債務清償及破產保護，因此定義 $[i, j, k]$ 表示不同參數。其中 i 表示破產後累計的公司應付支出，本篇論文模型之設定為 $i = -1$ 表示沒有考慮累計公司應付支出，除 BK (2007) 的第三個模型考慮此參數，詳見 3.1.2.3 節。 j 代表公司目前所處的寬限期， $j = \{0, \dots, \bar{g}\}$ ， $j = 0$ 表示公司正常營運，策略性債務清償模型下的 $\bar{g} = T \times CF$ ，破產保護模型下的 $\bar{g} = G \times CF$ ，其中 CF 為一年的債息支付次數， G 為給定的寬限年限，在破產寬限期間累計的債息為

$$A_t[j] = C \sum_{t'=t_B}^t e^{(t-t')r} \quad , \quad t_B \text{ 為宣稱破產的時間點。} \quad k \text{ 為資產跳躍規模，}$$

$k = \{0, \pm 1, \dots, \pm m\}$ ， m 為一外生給定的參數， $k=0$ 表示公司資產沒有發生跳躍。本篇模型 BTT 結構見附錄【圖 2】。而 $[i, j]$ 為本模型中計算時用到的中間節點，參考附錄【圖 2】的 F、G、H 節點。



第3章 文獻回顧

3.1 風險評價模型

3.1.1 Leland (1994)

假定公司發行一永續債券，每年支付的連續債息為 C' 元，營業所得稅率為 τ ，稅盾效果為 $\tau C'$ 。假定公司破產時的清算成本為 α ，在股東極大化自身權益下，可透過平滑相接條件(smoothing pasting condition)，求得破產門檻為 V_B 。在破產門檻為 V_B 下的債券價格為 D ，股東權益為 E ，公司價值為 F ，其中 V 為公司資產初始價格， σ 為公司資產波動度、 q 為資產支出比率。封閉解如下

$$V_B = \left[\frac{(1-\tau)C'}{r} \right] \left[\frac{X}{1+X} \right] \quad (5)$$

$$D = \frac{C'}{r} \left[(1-\alpha)V_B - \frac{C'}{r} \right] \left[\frac{V}{V_B} \right]^{-X} \quad (6)$$

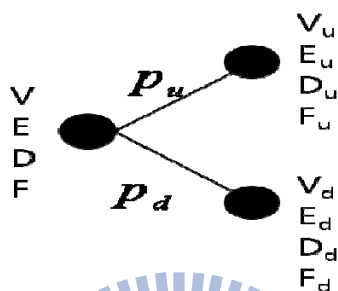
$$E = V - (1-\tau) \frac{C'}{r} + \left[(1-\tau) \frac{C'}{r} - V_B \right] \left[\frac{V}{V_B} \right]^{-X} \quad (7)$$

$$F = V + \frac{\tau C'}{r} \left[1 - \left(\frac{V}{V_B} \right)^{-X} \right] - \alpha V_B \left(\frac{V}{V_B} \right)^{-X} \quad (8)$$

$$X = \left[(r-q-0.5\sigma^2) + \left((r-q-0.5\sigma^2)^2 + 2\sigma^2 r \right)^{0.5} \right] / \sigma^2 \quad (9)$$

3.1.2 Broodie and Kaya (2007)

假設公司資產 V 服從 lognormal diffusion process，見第 (1) 式，討論不同破產後處理方式及評價方法。假定公司期初發行本金為 P 的 T 年債券，每年支付的連續債息為 C' 元，營業所得稅率為 τ 。資產支出比率為 q ，故每期的支出為 $\delta_t = V_t e^{q\Delta t} - V_t$ 元。利用 CRR 二元樹模擬公司資產隨機過程，假設公司資產初始價值為 V ，樹狀結構如下圖



【圖 3-1】BK (2007)之 CRR 樹結構

接下來討論三種破產處理方式，分別為 bankruptcy with Immediate Liquidation、Bankruptcy with Grace Period and Bargaining 及 Bankruptcy with Grace Period, Automatic Stay and Arrears Account。

3.1.2.1 Bankruptcy with Immediate Liquidation

首先檢視到期日節點狀態，由公司資產價值 V_T 推導股東 E 、債權人 D 及公司舉債後價值 F ，推導過程如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T \geq (1-\tau)C'\Delta_t + P, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = V_T[-1,0,0] + \delta_T - (1-\tau)C'\Delta_t - P \\ D[-1,0,0] = C'\Delta_t + P \\ F[-1,0,0] = V_T[-1,0,0] + \delta_T + \tau C'\Delta_t \end{bmatrix} \\
& \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T < (1-\tau)C'\Delta_t + P, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \\ F[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{10}$$

接著利用後推法 (backward induction) 折現求得股東與債權人價值。

$$\begin{aligned}
\tilde{E} &= e^{-r\Delta_t} (p_u E_u[-1,0] + p_d E_d[-1,0]) \\
\tilde{D} &= e^{-r\Delta_t} (p_u D_u[-1,0] + p_d D_d[-1,0])
\end{aligned} \tag{11}$$

因破產處理方式為馬上清算，若股東無法支付債息，債權人則會清算公司，否則股東支付債息以維持公司正常營運。判斷式如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } \tilde{E} + \delta_t \geq (1-\tau)C'\Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = \tilde{E} + \delta_t - (1-\tau)C'\Delta_t \\ D[-1,0,0] = \tilde{D} + C'\Delta_t \\ F[-1,0,0] = \tilde{D} + \tilde{E} + \delta_t + \tau C'\Delta_t \end{bmatrix} \\
& \text{若 } \tilde{E} + \delta_t < (1-\tau)C'\Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_t[-1,0,0] + \delta_t) \\ F[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_t[-1,0,0] + \delta_t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{12}$$

3.1.2.2 Bankruptcy with Grace Period and Bargaining

公司申請破產保護，因此破產後公司不會馬上被清算，公司可在寬限期內重整公司，若公司未能於寬限期內重整成功，公司會被清算。假設 V_B 為一外生破產門檻，為股東宣稱破產時的公司資產價值。考慮每個節點公司的可能狀態，如下：

(1) $V_T[-1,0,0] > V_B$ ，公司處於正常營運。


(2) $V_T[-1,0,0]=V_B$ ，公司處於破產邊緣或公司由破產狀態回復到正常營運。

(3) $V_T[-1,0,0]<V_B$ ，公司處於破產狀態。

公司破產未馬上被清算，採用 Nash bargaining game 的策略性債務清償方式，根據股東與債權人的議價能力決定彼此價值。假定股東的議價能力為 η ，債權人為 $1-\eta$ ，此時公司的價值為由股東與債權人以 sharing rule θ 共享， θ 為破產時間點當下所決定，最佳的共享方式滿足第 (13) 式

$$\theta^* = \arg \max \{ [\theta F[-1,0,0]]^\eta [(1-\theta)F[-1,0,0] - (1-\alpha)V_B]^{1-\eta} \} \quad (13)$$

微分求解



$$\theta^* = \eta \left(1 - \frac{(1-\alpha)V_B}{F[-1,0,0]} \right) \quad (14)$$

因此 $V_T[-1,0,0]=V_B$ 的股東與債權人價值分別如下

$$\theta^* F[-1,0,0] = \eta (F[-1,0,0] - (1-\alpha)V_B) \quad (15)$$

$$(1-\theta^*)F[-1,0,0] = (1-\eta)(F[-1,0,0] - (1-\alpha)V_B) + (1-\alpha)V_B \quad (16)$$

根據 (15)、(16) 式，可知公司破產之後，只需記錄公司價值 F ，股東與債權人價值分由公司價值 F 推導。

討論到期日節點狀態

(1) 當 $V_T[-1,0,0]>V_B$ ，公司處於正常營運，股東、債權人及公司價值推導過程如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T \geq (1-\tau)C'\Delta_t + P, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = V_T[-1,0,0] + \delta_T - (1-\tau)C'\Delta_t - P \\ D[-1,0,0] = C'\Delta_t + P \\ F[-1,0,0] = V_T[-1,0,0] + \delta_T + \tau C'\Delta_t \end{bmatrix} \\
& \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T < (1-\tau)C'\Delta_t + P, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \\ F[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{17}$$

(2) 當 $V_T[-1,0,0] < V_B$ ，公司到期日會被清算，因此期末公司價值如下

$$F[-1, j, 0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \bar{\delta}_T) \text{ for } j = \{1, \dots, \bar{g}\} \tag{18}$$



(3) 當 $V_T[-1,0,0] = V_B$ ，公司處於破產邊緣或即將由破產狀態回復到正常營運，因此需記錄兩種狀態的值。股東 E、債權人 D 及公司價值 F 推導過程如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T \geq (1-\tau)C'\Delta_t + P, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = V_T[-1,0,0] + \delta_T - (1-\tau)C'\Delta_t - P \\ D[-1,0,0] = C'\Delta_t + P \\ F[-1,0,0] = V_T[-1,0,0] + \delta_T + \tau C'\Delta_t \\ F[-1, j, 0] = V_T[-1,0,0] + \bar{\delta}_T + \tau C'\Delta_t \text{ for } j = 1, \dots, \bar{g} \end{bmatrix} \\
& \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T < (1-\tau)C'\Delta_t + P, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \\ F[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \\ F[-1, j, 0] = (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \bar{\delta}_T) \text{ for } j = 1, \dots, \bar{g} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{19}$$

此處假設到期日無法償還債務即被清算，有失公平性且寬限期也有自動縮短問題。本篇論文將修改此假設，延長到期日，以符合真實世界的情形。

已知期末節點股東、債權人與公司價值，利用後推法求出股東與債權人價值。根據破產門檻可分成三種情況。

- (1) 當 $V_t[-1,0,0] > V_B$ ，公司處於正常營運，將下一個時間點的股東與債權人價值折現，如下

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta_t} (p_u E_u[-1,0] + p_d E_d[-1,0]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta_t} (p_u D_u[-1,0] + p_d D_d[-1,0])\end{aligned}\quad (20)$$

接著判斷公司是否會被清算，若股東無法支付債息，債權人便清算公司，否則股東支付債息以維持公司正常營運。判斷式如下

$$\begin{aligned}\text{若 } \tilde{E} + \delta_t \geq (1-\tau)C'\Delta_t, \text{ 則 } & \left[\begin{array}{l} E[-1,0,0] = \tilde{E} + \delta_t - (1-\tau)C'\Delta_t \\ D[-1,0,0] = \tilde{D} + C'\Delta_t \\ F[-1,0,0] = \tilde{D} + \tilde{E} + \delta_t + \tau C'\Delta_t \end{array} \right] \\ \text{若 } \tilde{E} + \delta_t < (1-\tau)C'\Delta_t, \text{ 則 } & \left[\begin{array}{l} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_t[-1,0,0] + \delta_t) \\ F[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_t[-1,0,0] + \delta_t) \end{array} \right]\end{aligned}\quad (21)$$

股東權益不足以支付債息時，公司不應立即清算，應進入寬限期讓公司重整。本篇論文將修改外生破產門檻下，公司正常營運被清算的異常情況。

- (2) 當 $V_t[-1,0,0] < V_B$ ，公司處於破產狀態，未能在寬限期內成功重整則被清算，否則公司繼續營運。公司價值如下

$$F_t[-1,j,0] = \begin{cases} \bar{\delta}_t + e^{-r\Delta_t} (p_u F_u[-1,j+1] + p_d F_d[-1,j+1]) & \text{for } j=1, \dots, \bar{g}-1 \\ (1-\alpha)(V_t[-1,0] + \bar{\delta}_t) & \text{for } j=\bar{g} \end{cases} \quad (22)$$

- (3) 當 $V_t[-1,0,0]=V_B$ ，公司處於由正常營運到宣稱破產的破產邊緣或即將由破產狀態回復到正常營運，公司價值如下

$$\begin{aligned} F[-1,0,0] &= \delta_t + e^{-r\Delta t} (p_u F_u[-1,0] + p_d F_d[-1,1]) \\ F[-1,j,0] &= \left\{ \bar{\delta}_t + e^{-r\Delta t} (p_u F_u[-1,0] + p_d F_d[-1,1]) \text{ for } j=1, \dots, \bar{g} \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

公司價值已知，根據股東與債權人的議價能力求得彼此價值

$$\begin{aligned} E[-1,0,0] &= \eta(F[-1,0,0] - (1-\alpha)V_B) \\ D[-1,0,0] &= (1-\eta)(F[-1,0,0] - (1-\alpha)V_B) + (1-\alpha)V_B \end{aligned} \quad (24)$$

3.1.2.3 Bankruptcy with Grace Period, Automatic Stay and Arrears Account

假定公司發行永續債券，破產門檻為與時間無關的常數。公司違約後申請破產保護，因此破產後不會馬上被清算，並累計應付支出及應付債息，公司可在寬限期內重整公司，待公司回復正常營運償還累計債息。而此模型討論的公司價值是稅前息前淨利，(Earnings before interest and taxes, EBIT)。討論期末三種狀態，如下：

- (1) 當 $V_t[-1,0,0] > V_B$ ，公司處於正常營運

$$\begin{aligned} \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T \geq C'/r \text{ , 則 } & \left[\begin{aligned} E[-1,0,0] &= V_T[-1,0,0] + \delta_T - C'/r \\ D[-1,0,0] &= C'/r \end{aligned} \right] \\ \text{若 } V_T[-1,0,0] + \delta_T < C'/r \text{ , 則 } & \left[\begin{aligned} E[-1,0,0] &= 0 \\ D[-1,0,0] &= (1-\alpha)(V_T[-1,0,0] + \delta_T) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

- (2) 當 $V_t[-1,0,0] < V_B$

假設公司到期日仍在破產狀態會被清算，因此期末公司價值如下

$$\begin{aligned}
E[i, j, 0] &= 0 \\
D[i, j, 0] &= (1-\alpha)(V_T[-1, 0, 0] + S_i) \text{ for } j = \{1, \dots, \bar{g}\}
\end{aligned} \tag{26}$$

公司破產後，需要記錄公司累計應付支出，利用內插法計算每一期累計的應付支出，已知上限為 $\bar{S} = V_B(e^{q\Delta t} - 1)G$ ，利用 M 個格子作內插法。因此 $S_i = i\bar{S}/M$, $i = \{0, 1, \dots, M-1, M\}$ 。

(3) 當 $V_t[-1, 0, 0] = V_B$

$$\begin{aligned}
&\text{若 } V_T[-1, 0, 0] + \delta_T \geq C'/r, \text{ 則} \\
&\quad \left[\begin{array}{l} E[-1, 0, 0] = V_T[-1, 0, 0] + \delta_T - C'/r \\ D[-1, 0, 0] = C'/r \\ E[i, j, 0] = V_T[-1, 0, 0] + S_i - A_t[j] - C'/r \\ D[i, j, 0] = C'/r + A_t[j] \quad \text{for } j=1, \dots, \bar{g} \end{array} \right] \\
&\text{若 } V_T[-1, 0, 0] + \delta_T < C'/r, \text{ 則} \\
&\quad \left[\begin{array}{l} E[-1, 0, 0] = 0 \\ D[-1, 0, 0] = (1-\alpha)(V_T[-1, 0, 0] + \delta_T) \\ E[i, j, 0] = 0 \\ D[i, j, 0] = (1-\alpha)(V_T[-1, 0, 0] + S_i) \text{ for } j=1, \dots, \bar{g} \end{array} \right]
\end{aligned}$$

利用後推法求得股東價值、債權人價值與舉債公司價值

(1) 當 $V_t[-1, 0, 0] > V_B$ ，公司處於正常營運，將下一個時間點的股東與債權人價值折現

$$\begin{aligned}
\tilde{E} &= e^{-r\Delta t} (p_u E_u[-1, 0] + p_d E_d[-1, 0]) \\
\tilde{D} &= e^{-r\Delta t} (p_u D_u[-1, 0] + p_d D_d[-1, 0])
\end{aligned} \tag{27}$$

接著判斷公司是否會被清算，若股東無法支付債息，債權人便清算公司，否則股東支付債息以維持公司正常營運。判斷式如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } \tilde{E} + \delta_t \geq C'\Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = \tilde{E} + \delta_t - C'\Delta_t \\ D[-1,0,0] = \tilde{D} + C'\Delta_t \end{bmatrix} \\
& \text{若 } \tilde{E} + \delta_t < C'\Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)(V_t[-1,0,0] + \delta_t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{28}$$

然而股東權益不足以支付債息時，公司不應立即清算，應進入寬限期讓公司重整。

(2) 當 $V_t[-1,0,0] < V_B$

進入破產狀態後，累計應付債息及應付支出，待公司回復正常營運時需償還累計債息，若有剩餘分配給股東。假定本期累計應付支出已知 S_i ，下一期累計應付支出分別為 $S_u = S_i e^{r\Delta t} + \delta_u$ 及 $S_d = S_i e^{r\Delta t} + \delta_d$ 。根據線性內插法求得下一期股東價值如下：

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_u[i, j+1] &= E_u[i, j+1] + \frac{S_u - S_i}{S_{i+1} - S_i} (E_u[i+1, j+1] - E_u[i, j+1]) \\
\tilde{E}_d[i, j+1] &= E_d[i, j+1] + \frac{S_d - S_i}{S_{i+1} - S_i} (E_d[i+1, j+1] - E_d[i, j+1])
\end{aligned} \tag{29}$$

債權人價值，根據 (29) 式，以線性內插法可求得。

本期股東價值為

$$\tilde{E} = e^{-r\Delta t} (p_u \tilde{E}_u[i, j+1] + p_d \tilde{E}_d[i, j+1]) \tag{30}$$

股東會根據財務危機成本的考慮，選擇是否提早讓公司被清算

$$\begin{aligned}
& \text{若 } \tilde{E} \geq \omega V_t[-1, 0, 0] \Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[i, j, 0] = \tilde{E} - \omega V_t[-1, 0, 0] \Delta_t \\ D[i, j, 0] = \tilde{D} \end{bmatrix} \\
& \text{若 } \tilde{E} < \omega V_t[-1, 0, 0] \Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[i, j, 0] = 0 \\ D[i, j, 0] = (1 - \alpha)(V_t[-1, 0, 0] + S_i) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{31}$$

(3) 當 $V_t[-1, 0, 0] = V_B$

公司處於由正常營運到宣稱破產的破產邊緣或即將由破產狀態回復到正常營運，公司價值如下

$$\begin{aligned}
\tilde{E} &= e^{-r\Delta_t} (p_u E_u[-1, 0] + p_d \tilde{E}_d[-1, 1]) \\
\tilde{D} &= e^{-r\Delta_t} (p_u D_u[-1, 0] + p_d \tilde{D}_d[-1, 1])
\end{aligned} \tag{32}$$

若由正常營運到宣稱破產的破產邊緣

$$\begin{aligned}
& \text{若 } \tilde{E} + \delta_t \geq C' \Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1, 0, 0] = \tilde{E} + \delta_t - C' \Delta_t \\ D[-1, 0, 0] = \tilde{D} + C' \Delta_t \end{bmatrix} \\
& \text{若 } \tilde{E} + \delta_t < C' \Delta_t, \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[-1, 0, 0] = 0 \\ D[-1, 0, 0] = (1 - \alpha)(V_t[-1, 0, 0] + \delta_t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{33}$$

此處發生股東權益不足支付債息，觸發內生門檻導致公司被清算的不合理現象。即將由破產狀態回復到正常營運，需償還累計債息，否則公司被清算

$$\begin{aligned}
& \text{若 } \tilde{E} + S_i \geq A_t[j], \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[i, j, 0] = \tilde{E} + S_i - A_t[j] \\ D[i, j, 0] = A_t[j] + e^{-r\Delta_t} (p_u \tilde{D}_u + p_d \tilde{D}_d) \end{bmatrix} \\
& \text{若 } \tilde{E} + S_i < A_t[j], \text{ 則 } \begin{bmatrix} E[i, j, 0] = 0 \\ D[i, j, 0] = (1 - \alpha)(V_t[-1, 0, 0] + S_i) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{34}$$

股東會判斷是否足夠支付累計債息回復到正常營運，否則選擇讓公司被清算。

3.1.3 Hwang and Kang (2008)

假設公司資產服從 lognormal diffusion process，假定公司期初發行本金為 P 的 T 年債券，每年支付的離散債息為 C 元，營業所得稅率為 τ 、支出比率為 q 。討論策略性債務清償對公司價值 F 、股東權益 E 及債權人價值 D 之影響。根據賽局理論假設下，股東與債權人知道彼此的策略，並根據對方策略做出對自己最有利的決策。

在公司正常營運下，股東價值滿足 (35) 式部分微分方程式 (Partial Difference Equation, PDE)

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2\frac{\partial^2E}{\partial V^2}+(r-q)V\frac{\partial E}{\partial V}+\frac{\partial E}{\partial t}=rE-qV,(t_{i-1}<t<t_i) \quad (35)$$

在公司正常營運下，債權人價值滿足 (36) 式 PDE

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2\frac{\partial^2D}{\partial V^2}+(r-q)V\frac{\partial D}{\partial V}+\frac{\partial D}{\partial t}=rD[0,0],(t_{i-1}<t<t_i) \quad (36)$$

公司宣稱破產之後，不發放股利且不支付債息，但累計應付債息，待公司回復正常營運需償還累計債息。

股東價值滿足 (37) 式 PDE

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2\frac{\partial^2E}{\partial V^2}+(r-w)V\frac{\partial E}{\partial V}+\frac{\partial E}{\partial t}=rE,(t_{i-1}<t<t_i) \quad (37)$$

債權人價值滿足 (38) 式 PDE

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2\frac{\partial^2D}{\partial V^2}+(r-w)V\frac{\partial D}{\partial V}+\frac{\partial D}{\partial t}=rD,(t_{i-1}<t<t_i) \quad (38)$$

檢視到期日

公司在正常營運之下的債權人、股東及公司舉債後價值如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } V_i[-1,0,0] \geq (1-\tau)C + P, \text{ 則 } \left[\begin{array}{l} E[-1,0,0] = V_i[-1,0,0] - (1-\tau)C - P \\ D[-1,0,0] = C + P \\ F[-1,0,0] = V_i[-1,0,0] + \tau C \end{array} \right] \\
& \text{若 } V_i[-1,0,0] < (1-\tau)C + P, \text{ 則 } \left[\begin{array}{l} E[-1,0,0] = 0 \\ D[-1,0,0] = (1-\alpha)V_i[-1,0,0] \\ F[-1,0,0] = (1-\alpha)V_i[-1,0,0] \end{array} \right] \quad (39)
\end{aligned}$$

公司在破產狀態之下的債權人、股東及公司舉債後價值如下

$$\begin{aligned}
& \text{若 } V_i[-1,j,0] \geq (1-\tau)A(t) + P, \text{ 則 } \left[\begin{array}{l} E[-1,j,0] = V_i[-1,j,0] - (1-\tau)A_t[j] - P \\ D[-1,j,0] = A_t[j] + P \\ F[-1,j,0] = V_i[-1,j,0] + \tau A_t[j] \end{array} \right] \\
& \text{若 } V_i[-1,j,0] < (1-\tau)A(t) + P, \text{ 則 } \left[\begin{array}{l} E[-1,j,0] = 0 \\ D[-1,j,0] = (1-\alpha)V_i[-1,j,0] \\ F[-1,j,0] = (1-\alpha)V_i[-1,j,0] \text{ for } j=1, \dots, \bar{g} \end{array} \right] \quad (40)
\end{aligned}$$

此模型在到期日時，公司會被清算，股東無法進行策略性債務清償。

利用顯性有限差分法 (explicit finite difference) 求得股東與債權人價值分別如下

股東價值為 $E(k,i) = a(i)E(k+1,i-1) + (1+b(i))E(k+1,i) + c(i)E(k+1,i+1) + d(i)$

債權人價值為 $D(k,i) = a(i)D(k+1,i-1) + (1+b(i))D(k+1,i) + c(i)D(k+1,i+1)$

其中 (k,i) 代表時間為 $k\Delta t$ 下，公司資產價值為 $i\Delta V$ 。在正常營運狀態下

$$a(i) = \frac{1}{2}[(\sigma i)^2 - (r-q)i]\Delta t, \quad b(i) = -[(\sigma i)^2 + r]\Delta t, \quad c(i) = \frac{1}{2}[(\sigma i)^2 + (r-q)i]\Delta t,$$

$$d(i) = qi\Delta V\Delta t。在破產狀態下 a(i) = \frac{1}{2}[(\sigma i)^2 - (r-w)i]\Delta t, \quad b(i) = -[(\sigma i)^2 + r]\Delta t,$$

$$c(i) = \frac{1}{2}[(\sigma i)^2 + (r-w)i]\Delta t, \quad d(i) = 0。$$

利用顯性有限差分法求得的股東與債權人價值分別記為 \tilde{E} , \tilde{D}

考慮折現後公司所處的狀態

若公司處於正常營運需要支付債息 C , 若不支付債息則進入破產狀態

$$\begin{aligned} & \text{若 } \tilde{E} - (1-\tau)C \geq E[-1,0,0] \text{ , 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = \tilde{E} - (1-\tau)C \\ D[-1,0,0] = \tilde{D} + C \end{bmatrix} \\ & \text{若 } \tilde{E} - (1-\tau)C < E[-1,0,0] \text{ , 則 } \begin{bmatrix} E[-1,0,0] = \tilde{E} \\ D[-1,0,0] = \tilde{D} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (41)$$

若公司處於破產狀態，在賽局理論假設下，債權人知道股東可能故意宣稱破產不支付債息，而考慮清算公司，股東亦知道債權人想要清算公司而考慮償還累計債息。若債權人不清算公司且股東判斷償還累計債息後公司回復正常營運之價值較高，會先償還累計債息回復到正常營運。否則，債權人要清算公司，股東會比較償還累計債息與公司被清算之公司價值，選擇償還債息或是讓公司被清算。判斷式如下，

$$\text{if(a)} E[-1,0,0] - (1-\tau)A_t[j] \geq \tilde{E}$$

or

$$\text{(b)} \tilde{D} < (1-\alpha)V_t[-1,0,0] \text{ and } E[-1,0,0] - (1-\tau)A(t) \geq \text{Max}[(1-\alpha)V_t[-1,0,0] - A_t[j] - P, 0]$$

$$\begin{aligned} E[-1, j, 0] &= E[-1,0,0] - (1-\tau)A_t[j] \\ D[-1, j, 0] &= D[-1,0,0] + A_t[j] \end{aligned} \quad (42)$$

$$\text{if } \tilde{D} < (1-\alpha)V_t[-1,0,0]$$

$$\begin{aligned} E[-1, j, 0] &= \text{Max}[(1-\alpha)V[-1,0,0] - A_t[j] - P, 0] \\ D[-1, j, 0] &= \text{Min}[(1-\alpha)V[-1,0,0], A_t[j] + P] \end{aligned} \quad (43)$$

Otherwise,

$$\begin{aligned} E[-1, j, 0] &= \tilde{E} \\ D[-1, j, 0] &= \tilde{D} \end{aligned} \quad (44)$$

3.2 建構 Lattice 方法

3.2.1 Hilliard and Schwartz (2005)

假設 V_t 為時間點 t 的公司資產價值，並且服從 Jump-Diffusion process，取對數定義為 \bar{V}_t

$$\bar{V}_t \equiv \ln \frac{V_t}{V_0} \equiv X_t + Y_t \quad (45)$$

其中 $X_t \equiv (r - \lambda \bar{k} - q - w - 0.5\sigma^2)t + \sigma z(t)$ ， $Y_t \equiv \sum_{i=0}^{n(t)} \ln(1 + k_i)$

因此，在 $2*(2m+1)$ 的格子，公司資產的價值可表示成

$$\bar{V}_{(i+1)\Delta t} = \bar{V}_{i\Delta t} + b\sigma\sqrt{\Delta t} + jh \quad (46)$$

其中 $i = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ， $b \in \{-1, 1\}$ 代表公司資產下跌或上升， $j = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m\}$

表示資產跳躍的規模， $h = \sqrt{\gamma^2 + \delta^2}$ 為跳躍的規模大小

跳躍節點的機率

$$\sum_{j=-m}^{j=m} (jh)^i q_j = \mu'_i \equiv E \left[\sum_{a=0}^{n(t)} \ln(1 + k_a) \right]^i, i = 1, 2, \dots, 2m \quad (47)$$

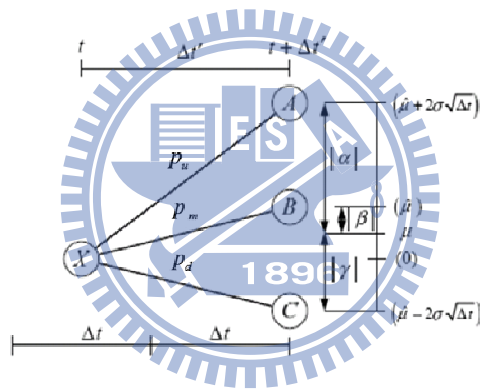
且分支機率合為 1

$$\sum_{j=-m}^{j=m} q_j = 1 \quad (48)$$

3.2.2 Dai, Wang, Lyuu and Lui (2009)

以 Bino-Trinomial Tree (BTT) 評價在 Jump-Diffusion process 下的衍生性金融商品。BTT 結構如附錄【圖 1】所示，跳躍節點為三元樹結構，解決非線性誤差並且降低時間複雜度。

給定於時間 t 下的 CRR 二元樹節點 X ，時間間隔為 Δt ，則可從 X 點連接時間 $\Delta t + \Delta t'$ 下的三個唯一存在的節點成為三元樹結構。X 連接的中點為 B 點，為時間 $\Delta t + \Delta t'$ 下最接近 μ 的點，而 A 與 C 點分別為 B 的鄰接點。三元樹結構如下圖所示



【圖 3-2】三元樹結構

根據公司資產符合對數常態模型，故

$$\mu \equiv (r - q - \lambda \bar{k} - 0.5\sigma^2)\Delta t' \quad (49)$$

$$Var = \sigma^2 \Delta t' \quad (50)$$

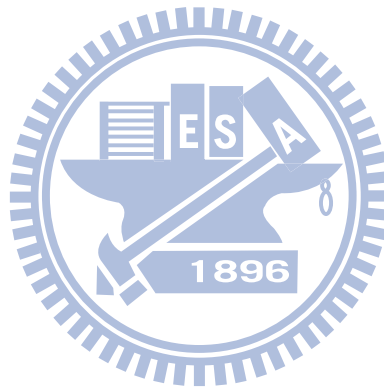
根據下列三個等式，以 Cramer's rule 求出三個 branches 的機率。

$$p_u \alpha + p_m \beta + p_d \gamma = 0 \quad (51)$$

$$p_u (\alpha)^2 + p_m (\beta)^2 + p_d (\gamma)^2 = Var \quad (52)$$

$$p_u + p_m + p_d = 1 \quad (53)$$

其中定義 $\beta \equiv \hat{\mu} - \mu$, $\alpha \equiv \hat{\mu} + 2\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu$, $\gamma \equiv \hat{\mu} - 2\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu$, $\hat{\mu} \equiv \ln(B/X)$ (54)



第4章 研究方法

4.1 模型假設

假設公司資產 V 服從 Jump-Diffusion process，見第 (2) 式，假定公司期初發行本金為 P 的 T 年債券，每年支付的離散債息為 C 元，營業所得稅率為 τ ，連續股利率為 q 。討論不同破產保護方式對公司資產 F 、股東權益 E 及債權人價值 D 之影響。

本篇論文以 BTT，BTT 樹結構見附錄【圖 2】模擬資產過程，因此將 T 年轉換為 N 個時間間隔，每一時間間隔為 Δt ， $\Delta t = T/N$ 。

4.2 模型建立

4.2.1 三元樹結構

本篇論文考慮資產支出比例及清算成本 (α) 等參數，因此修改 Dai (2009) BTT 樹的三元樹分支機率，使結果更精確。根據下列三個等式以 Cramer's rule 求解可得公司正常營運下的三元樹分支機率。

$$p_u e^\alpha + p_m e^\beta + p_d e^\gamma = e^{0.5\sigma^2\Delta t} \quad (55)$$

$$p_u (e^\alpha)^2 + p_m (e^\beta)^2 + p_d (e^\gamma)^2 = e^{2\sigma^2\Delta t} \quad (56)$$

$$p_u + p_m + p_d = 1 \quad (57)$$

同理可求得公司破產後的三元樹機率。

證明:

令 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ ，其中 $\mu_X = \mu\Delta t$ ， $\sigma_X = \sigma\sqrt{\Delta t}$

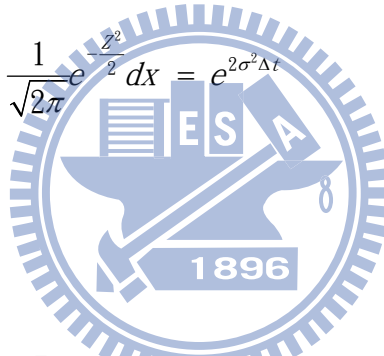
令 $Y = X - \mu_X \sim N(0, \sigma^2\Delta t)$ ，將 Y 改寫成 $Y = \sigma\sqrt{\Delta t}Z$ ，其中 $Z \sim N(0, 1)$

令 $W = e^Y = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}Z}$ ，其分配為對數常態分配平均數表示如下

$$E[e^{\sigma\sqrt{\Delta t}Z}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\sigma\sqrt{\Delta t}Z} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} dx = e^{\frac{1}{2}\sigma^2\Delta t}$$

$$E[e^{2\sigma\sqrt{\Delta t}Z}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\sigma\sqrt{\Delta t}Z} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} dx = e^{2\sigma^2\Delta t}$$

4.2.2 股利支付



$$DIV = V \times \left[u \times (p_u' - p_u) + d \times (p_d' - p_d) \right] \times e^{-rdt} \quad (58)$$

股利推導過程如下

假設一期 CRR 二元樹，payout ratio=0，公司資產在時間點 t_1 之期望值為

$$V \times (u \times p_u' + d \times p_d') \quad (59)$$

若在時間點 t_0 支付股利 DIV ，公司資產和股利在時間點 t_1 之期望值為

$$V \times (u \times p_u + d \times p_d) + DIV \times e^{rdt} \quad (60)$$

在風險中立測度之下，令 (59) 與 (60) 式相等，求解得出 DIV 。其中 $p_u' = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$ ，
 $p_d' = 1 - p_u'$ ， $p_u = \frac{e^{(r-q)\Delta t} - d}{u - d}$ ， $p_d = 1 - p_u$ 。而公司在破產狀態的 $p_u = \frac{e^{(r-w)\Delta t} - d}{u - d}$ 。

同理可證，三元樹結構每期應支付的股利為 DIV 為

$$DIV = V \times \left[u \times (p_u' - p_u) + m \times (p_m' - p_m) + d \times (p_d' - p_d) \right] \times e^{-rdt} \quad (61)$$

4.2.3 破產馬上清算模型 (Bankruptcy with Immediate Liquidation, BWIL)

破產馬上清算模型為破產保護模型之特例，公司破產後馬上被清算，無破產保護效果。期末節點股東、債權人與公司資產價值為

$$\left[\begin{array}{l} \text{If } V_\tau[-1, 0, k] \geq P + (1 - \tau)C, \\ \left[\begin{array}{l} E[-1, 0, k] = V_\tau[-1, 0, k] - P - (1 - \tau)C \\ D[-1, 0, k] = P + C \\ F[-1, 0, k] = V_\tau[-1, 0, k] + \tau C \end{array} \right. \end{array} \right] \quad (62)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{If } V_\tau[-1, 0, k] < P + (1 - \tau)C, \\ \left[\begin{array}{l} E[-1, 0, k] = 0 \\ D[-1, 0, k] = (1 - \alpha)V_\tau[-1, 0, k] \\ F[-1, 0, k] = (1 - \alpha)V_\tau[-1, 0, k] \end{array} \right. \end{array} \right]$$

根據期末的資產跳躍節點求得期望值

$$E[-1, 0] = \sum_{k=-m}^{k=m} q_k E[-1, 0, k]$$

$$D[-1, 0] = \sum_{k=-m}^{k=m} q_k D[-1, 0, k] \quad (63)$$

利用後推法(backward induction)，求得股東、債權人與公司價值

若公司資產沒有跳躍，則為 CRR 二元樹結構，參考附錄【圖 2】，由節點 G 與節點 H 折現至節點 B。折現後的股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta t} (p_u E_u[-1,0] + p_d E_d[-1,0]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta t} (p_u D_u[-1,0] + p_d D_d[-1,0])\end{aligned}\quad (64)$$

若公司資產有跳躍，為三元樹結構，參考附錄【圖 2】，由節點 F、節點 G 與節點 H 折現至節點 A，且節點 F 為最接近 μ 的三元樹中點。折現後的股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta t} (p_u E_u[-1,0] + p_m E_m[-1,0] + p_d E_d[-1,0]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta t} (p_u D_u[-1,0] + p_m D_m[-1,0] + p_d D_d[-1,0])\end{aligned}\quad (65)$$

在破產馬上清算模型下，公司破產後馬上被清算。因此折現後，必須判斷公司是否被清算，判斷示如下

$$\begin{aligned}\text{If } \tilde{E} \geq (1-\tau)C, & \left[\begin{array}{l} E[-1,0,k] = \tilde{E} - (1-\tau)C + \text{DIV} \\ D[-1,0,k] = \tilde{D} + C \\ F[-1,0,k] = \tilde{D} + \tilde{E} + \tau C + \text{DIV} \end{array} \right] \\ \text{If } \tilde{E} < (1-\tau)C, & \left[\begin{array}{l} E[-1,0,k] = 0 \\ D[-1,0,k] = (1-\alpha)V_i[-1,0,k] \\ F[-1,0,k] = (1-\alpha)V_i[-1,0,k] \end{array} \right]\end{aligned}\quad (66)$$

4.3 策略性債務清償之破產保護模型 (Strategic Debt Service, SDS)

在現實世界當中存在公司破產後沒有馬上被清算的情況，債權人考量清算成本而延遲清算公司，因此提供股東策略性債務清償的機會，即有破產保護效果。因此公司狀態可分為正常營運及破產但未被清算狀態，公司破產後不支付股利及債息，並且累計應付債息，待公司回復正常營運時需償還累計債息。期末節點股東、債權人與公司價值如下

若公司處於正常營運狀態

$$\begin{aligned}
& \text{If } V_T[-1,0,k] \geq P_T + (1-\tau)C, \left[\begin{array}{l} E[-1,0,k] = V_T[-1,0,k] - P_T - (1-\tau)C \\ D[-1,0,k] = P_T + C \\ F[-1,0,k] = V_T[-1,0,k] + \tau C \end{array} \right] \\
& \text{If } V_T[-1,0,k] < P_T + (1-\tau)C, \left[\begin{array}{l} E[-1,0,k] = 0 \\ D[-1,0,k] = (1-\alpha)V_T[-1,0,k] \\ F[-1,0,k] = (1-\alpha)V_T[-1,0,k] \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{67}$$

若公司處於破產狀態

$$\begin{aligned}
& \text{If } V_T[-1,0,k] \geq P_T + (1-\tau)A_T[j], \left[\begin{array}{l} E[-1,j,k] = V_T[-1,0,k] - P_T - (1-\tau)A_T[j] \\ D[-1,j,k] = P_T + A_T[j] \\ F[-1,j,k] = V_T[-1,0,k] + \tau A_T[j] \end{array} \right] \\
& \text{If } V_T[-1,0,k] < P_T + (1-\tau)A_T[j], \left[\begin{array}{l} E[-1,j,k] = 0 \\ D[-1,j,k] = (1-\alpha)V_T[-1,0,k] \\ F[-1,j,k] = (1-\alpha)V_T[-1,0,k] \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{68}$$

根據期末跳躍的節點求得期望值

$$\begin{aligned}
E[-1,j] &= \sum_{k=-m}^{k=m} q_k E[-1,j,k] \\
D[-1,j] &= \sum_{k=-m}^{k=m} q_k D[-1,j,k]
\end{aligned} \tag{69}$$

後推法折現時，考慮股東會進行策略性債務清償行為，因此股東會選擇對自己有利的路徑

- 若下一期為債息支付日，股東可選擇下一期償還累計債息回復正常營運狀態或待在破產狀態且多累計一期債息。根據股東選擇的路徑，下一期股東與債權人價值 $\hat{E}[j]$ 、 $\hat{D}[j]$ 分別如下：

$$\hat{E}_u[-1,j] = \max(E_u[-1,0] - (1-\tau)A_T[j]e^{r\Delta t}, E_u[-1,j+1])$$

$$\widehat{E}_d[-1, j] = \max(E_d[-1, 0] - (1 - \tau)A_t[j]e^{r\Delta t}, E_d[-1, j+1])$$

若股東選擇回復正常營運

$$\widehat{D}_u[-1, j] = D_u[-1, 0] + A_t[j]e^{r\Delta t}, \widehat{D}_d[-1, j] = \{D_d[-1, 0] + A_t[j]e^{r\Delta t}$$

否則待在破產狀態並多欠一期債息

$$\widehat{D}_u[-1, j] = D_u[-1, j+1], \widehat{D}_d = D_d[-1, j+1]$$

- 若下一期非債息支付日，股東可選擇下一期償還累計債息回復正常營運或是維持破產狀態。根據股東選擇的路徑，下一期股與債權人價值 $\widehat{E}[j]$ 、 $\widehat{D}[j]$ 分別如下：

$$\widehat{E}_u[-1, j] = \max(E_u[-1, 0] - (1 - \tau)A_t[j]e^{r\Delta t}, E_u[-1, j])$$

$$\widehat{E}_d[-1, j] = \max(E_d[-1, 0] - (1 - \tau)A_t[j]e^{r\Delta t}, E_d[-1, j])$$

若股東選擇回復正常營運

$$\widehat{D}_u[-1, j] = D_u[-1, 0] + A_t[j]e^{r\Delta t}, \widehat{D}_d[-1, j] = \{D_d[-1, 0] + A_t[j]e^{r\Delta t}$$

否則待在破產狀態並多欠一期債息

$$\widehat{D}_u[-1, j] = D_u[-1, j], \widehat{D}_d = D_d[-1, j]$$

接著討論折現後公司的狀態，分別為正常營運及破產狀態

(1) 若公司為正常營運

在公司資產沒有跳躍的情況下，折現後的股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta} (p_u \hat{E}_u[-1,0] + p_d \hat{E}_d[-1,0]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta} (p_u \hat{D}_u[-1,0] + p_d \hat{D}_d[-1,0])\end{aligned}\quad (70)$$

在公司資產發生跳躍的情況下，折現後的股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta} (p_u \hat{E}_u[-1,0] + p_m \hat{E}_m[-1,0] + p_d \hat{E}_d[-1,0]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta} (p_u \hat{D}_u[-1,0] + p_m \hat{D}_m[-1,0] + p_d \hat{D}_d[-1,0])\end{aligned}\quad (71)$$

公司處於正常營運需要發放股利，股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}E[-1,0,k] &= \tilde{E} + \text{DIV} \\ D[-1,0,k] &= \tilde{D}\end{aligned}\quad (72)$$

若為債息支付日，需支付債息，股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}E[-1,0,k] &= \tilde{E} + \text{DIV} - (1-\tau)C \\ D[-1,0,k] &= \tilde{D} + C\end{aligned}\quad (73)$$

(2) 若公司為破產狀態

在公司資產沒有跳躍的情況下，折現後的股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta} (p_u \hat{E}_u[-1,j] + p_d \hat{E}_d[-1,j]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta} (P_u \hat{D}_u[-1,j] + p_d \hat{D}_d[-1,j])\end{aligned}\quad (74)$$

在公司資產發生跳躍的情況下，折現後的股東與債權人價值為

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta t}(p_u \hat{E}_u[-1, j] + p_m \hat{E}_m[-1, j] + p_d \hat{E}_d[-1, j]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta t}(p_u \hat{D}_u[-1, j] + p_m \hat{D}_m[-1, j] + p_d \hat{D}_d[-1, j])\end{aligned}\quad (75)$$

公司處於破產狀態，在賽局理論假設下，股東會考慮債權人的行為做決策，債權人會考慮清算公司後的剩餘價值做決策。

股東知道債權人可能隨時會清算公司，因此判斷償還累計債息後公司回復正常營運之價值較高，會先償還累計債息回復到正常營運。若股東決定不提前償還累計債息但債權人想要清算公司，股東需比較償還累計債息與公司被清算之公司價值，選擇償還債息或是讓公司被清算，判斷式如下：

$$\text{if(a) } E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] > \tilde{E}$$

or

$$\text{(b) } \tilde{D} < (1 - \alpha)V_i[-1, 0, k] \text{ and } E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] \geq \max((1 - \alpha)V_i[-1, 0, k] - A_t[j] - P_t, 0)$$

$$\begin{aligned}E[-1, j, k] &= E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] \\ D[-1, j, k] &= D[-1, 0, k] + A_t[j]\end{aligned}\quad (76)$$

若債權人想要清算公司且公司被清算後的股東價值較償還債息後的股東價值高，股東會選擇讓公司被清算。

$$\text{if } \tilde{D} < (1 - \alpha)V_i[-1, 0, k] \text{ and } E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] < \max((1 - \alpha)V_i[-1, 0, k] - A_t[j] - P_t, 0)$$

$$\begin{aligned}E[-1, j, k] &= \text{Max}[(1 - \alpha)V_i[-1, 0, k] - A_t[j] - P_t, 0] \\ D[-1, j, k] &= \text{Min}[(1 - \alpha)V_i[-1, 0, k], A_t[j] + P_t]\end{aligned}\quad (77)$$

若股東不想提前償還且債權人也不想清算公司，則

$$\begin{aligned}E[-1, j, k] &= \tilde{E} \\ D[-1, j, k] &= \tilde{D}\end{aligned}\quad (78)$$

4.4 考慮寬限期之破產保護模型 (Bankruptcy with Grace Period, BGP)

將 SDS 模型加入寬限期條件，若未在寬限期 G 年內成功重整公司，公司則被清算。而在寬限期間股東不受債權人之債務追討。

考慮期末節點公司已破產但仍處於寬限期內的特殊狀況，基於公平性債權人不能清算公司，並修正到期日自動縮短之錯誤。因此本篇論文將 T 年延長為 $\bar{T} = T + G$ 年。期末節點股東、債權人與公司價值如下

期末節點可分為二種情況探討

(1) $t = \bar{T}$

若公司處於正常營運狀態

$$\text{If } V_{\bar{T}}[-1, 0, k] \geq P_{\bar{T}}, \begin{bmatrix} E[-1, 0, k] = V_{\bar{T}}[-1, 0, k] - P_{\bar{T}} \\ D[-1, 0, k] = P_{\bar{T}} \\ F[-1, 0, k] = V_{\bar{T}}[-1, 0, k] \end{bmatrix} \quad (79)$$

其中 $P_{\bar{T}} = P \times e^{rG}$

若公司處於破產狀態，股東、債權人與公司價值推導方式如下

$$\begin{aligned} \text{If } V_{\bar{T}}[-1, 0, k] \geq P_{\bar{T}} + (1 - \tau)A_T[j]e^{rG}, & \begin{bmatrix} E[-1, j, k] = V_{\bar{T}}[-1, 0, k] - P_{\bar{T}} - (1 - \tau)A_T[j]e^{rG} \\ D[-1, j, k] = P_{\bar{T}} + A_T[j]e^{rG} \\ F[-1, j, k] = V_{\bar{T}}[-1, 0, k] + \tau A_T[j]e^{rG} \end{bmatrix} \\ \text{If } V_{\bar{T}}[-1, 0, k] < P_{\bar{T}} + (1 - \tau)A_T[j]e^{rG}, & \begin{bmatrix} E[-1, j, k] = 0 \\ D[-1, j, k] = (1 - \alpha)V_{\bar{T}}[-1, 0, k] \\ F[-1, j, k] = (1 - \alpha)V_{\bar{T}}[-1, 0, k] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (80)$$

(2) $t = T$

若公司處於正常營運狀態

$$\text{If } V_T[-1, 0, k] \geq P_T + (1 - \tau)C, \left[\begin{array}{l} E[-1, 0, k] = V_T[-1, 0, k] - P_T - (1 - \tau)C \\ D[-1, 0, k] = P_T + C \\ F[-1, 0, k] = V_T[-1, 0, k] + \tau C \end{array} \right] \quad (81)$$

若公司處於破產寬限期內，股東與債權人價值由後推法求得，本節接下來會討論。
若公司未在寬限期內重整成功，公司被清算

$$\left[\begin{array}{l} E[-1, \bar{g}, k] = 0 \\ D[-1, \bar{g}, k] = (1 - \alpha)V_T[-1, 0, k] \\ F[-1, \bar{g}, k] = (1 - \alpha)V_T[-1, 0, k] \end{array} \right] \quad (82)$$

接著討論後推法，折現方式與 SDS 模型相同。根據公司折現後當期的營運狀態可分成二種情如，如下：

(1) 若公司處於正常營運狀態

在 $T < t < \bar{T}$ 之下，若公司回復正常營即償還債務

$$\text{If } V_t[-1, 0, k] \geq P_t, \left[\begin{array}{l} E[-1, 0, k] = V_t[-1, 0, k] - P_t \\ D[-1, 0, k] = P_t \\ F[-1, 0, k] = V_t[-1, 0, k] \end{array} \right] \quad (83)$$

在 $0 < t < T$ ，判斷式與 SDS 模型相同，見 (72) 式與 (73) 式。

(2) 若公司處於破產狀態

若公司在破產寬限期內，則股東與債權人價值如下

$$\begin{aligned} E[-1, j, k] &= \tilde{E} \\ D[-1, j, k] &= \tilde{D} \end{aligned} \quad (84)$$

若公司破產後但未在寬限期內重整成功，債權人將會清算公司。此時股東可以考慮償還累計債息以維持公司營運。股東與債權人價值如下：

在 $0 \leq t < T$ 之下，公司回復正常營運，股東償還累計債息後的價值比公司清算的價值高。

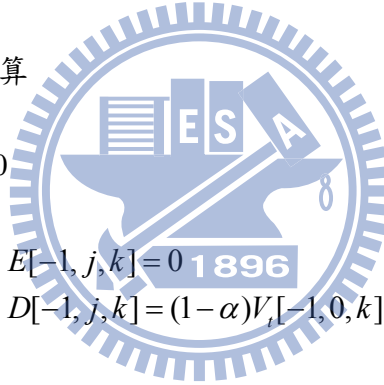
if $E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] \geq 0$

$$\begin{aligned} E[-1, j, k] &= E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] \\ D[-1, j, k] &= D[-1, 0, k] + A_t[j] \end{aligned} \quad (85)$$

否則，股東選擇公司被清算

if $E[-1, 0, k] - (1 - \tau)A_t[j] < 0$

$$\begin{aligned} E[-1, j, k] &= 0 \\ D[-1, j, k] &= (1 - \alpha)V_t[-1, 0, k] \end{aligned} \quad (86)$$



在 $T < t < \bar{T}$ 之下，公司沒有新增的債息，因此累計的債息為 $A_T[j]e^{r(t-T)}$ ，其它判斷式和上述相同，見 (84)、(85)、(86) 式。

4.5 考慮議價能力及寬限期之破產保護模型 (Bankruptcy with Grace Period and Bargaining Power, BGP-BP)

修改 BK (2007) 模型之外生破產門檻為內生破產門檻，更加符合市場狀況。並考慮期末節點公司已破產但仍處於寬限期內的特殊狀況。

期末節點可分為二種情況探討

(1) $t = \bar{T}$

公司處於正常營運狀態

$$\text{If } V_{\bar{t}}[-1,0,k] + \delta_{\bar{t}} \geq P_{\bar{t}}, \left[\begin{array}{l} E[-1,j,k] = V_{\bar{t}}[-1,0,k] + \delta_{\bar{t}} - P_{\bar{t}} \\ D[-1,j,k] = P_{\bar{t}} \\ F[-1,j,k] = V_{\bar{t}}[-1,0,k] + \delta_{\bar{t}} \end{array} \right] \quad (87)$$

否則公司被清算

$$\text{If } V_{\bar{t}}[-1,0,k] + \delta_{\bar{t}} < P_{\bar{t}}, \left[F[-1,\bar{g},k] = (1-\alpha)(V_{\bar{t}}[-1,0,k] + \delta_{\bar{t}}) \right] \quad (88)$$

(2) $t=T$

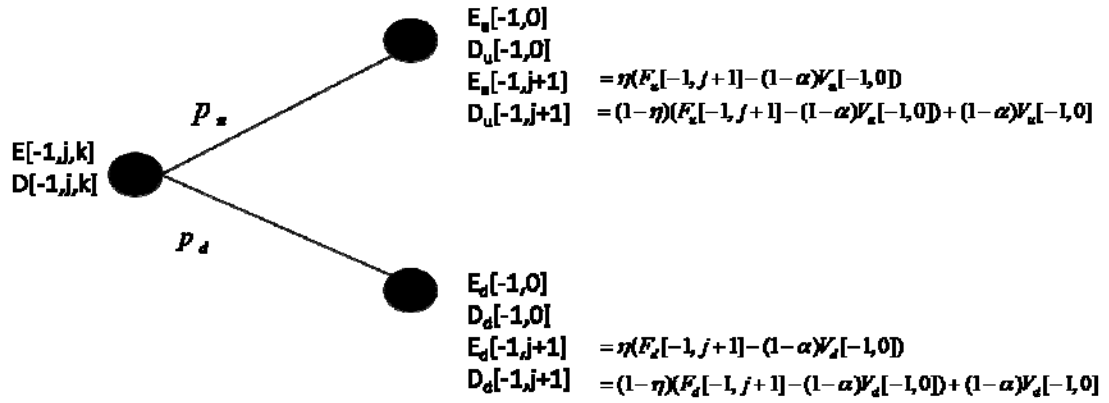
公司處於正常營運狀態

$$\text{If } V_T[-1,0,k] + \delta_T \geq P_T + (1-\tau)C, \left[\begin{array}{l} E[-1,0,k] = V_T[-1,0,k] - P_T - (1-\tau)C + \delta_T \\ D[-1,0,k] = P_T + C \\ E[-1,0,k] = V_T[-1,0,k] + \tau C + \delta_T \end{array} \right] \quad (89)$$

若公司處於破產寬限期內，股東與債權人價值由後推法求得，本節接下來會討論。若公司未能在寬限期內重整成功，則公司被清算

$$F[-1,\bar{g},k] = (1-\alpha)(V_T[-1,\bar{g},k] + \delta_T) \quad (90)$$

接著討論後推法，折現時根據下一期節點的狀態(正常營運或破產狀態)折現，見【圖 4-1】。根據 BK (2007)，公司在破產狀態時只需記錄舉債公司價值，股東與債權人價值可根據舉債的公司價值推導。



【圖 4-1】一期的折現示意圖

根據【圖 4-1】，以下一期公司資產上升、下跌都未下探至 V_B ，正常營運為例。

$$\begin{aligned}\tilde{E} &= e^{-r\Delta t} (p_u E_u[-1, 0] + p_d E_d[-1, 0]) \\ \tilde{D} &= e^{-r\Delta t} (p_u D_u[-1, 0] + p_d D_d[-1, 0])\end{aligned}\quad (91)$$

其它情況，可根據【圖 4-1】推導。折現後股東價值為 \tilde{E} ，債權人價值為 \tilde{D} ，公司價值為 \tilde{F}

(1) 若公司處於正常營運狀態

$$\text{If } V_t[-1, 0, k] + \delta_t \geq P_t, \begin{bmatrix} E[-1, 0, k] = V_t[-1, 0, k] + \delta_t - P_t \\ D[-1, 0, k] = P_t \end{bmatrix} \text{ and } T < t < \bar{T} \quad (92)$$

$$\text{If } \tilde{E} + \delta_t \geq (1 - \tau)C, \begin{bmatrix} E[-1, 0, k] = \tilde{E} + \delta_t - (1 - \tau)C \\ D[-1, 0, k] = \tilde{D} + C \end{bmatrix} \text{ and } 0 \leq t < T \quad (93)$$

(2) 公司處於破產寬限期內

$$\text{If } \tilde{E} + \delta_t < (1 - \tau)C, \begin{bmatrix} F[-1, j, k] = \tilde{F} + \delta_t \text{ for } j = 1, \dots, \bar{g} - 1 \end{bmatrix} \quad (94)$$

(3) 若未在寬限期內重整成功，則公司被清算

$$F[-1, \bar{g}, k] = (1 - \alpha)(V_i[-1, 0, k] + \bar{\delta}_i) \quad (95)$$



第5章 模擬分析

5.1 破產馬上清算模型

將破產馬上清算模型的到期日 T 設為 200 年模擬 Leland (1994) 模型，根據【表格 5-1】顯示破產馬上清算模型的結果逼近 Leland (1994) 永續債券解。參數設定： $V_0=100$ ， $r=5\%$ ， $q=3\%$ ， $\alpha=0.5$ ， $F=C/r$ ， $\lambda=0$ 。且收斂速度隨著時間間隔 Δt 增加，數值結果也愈接近 Leland (1994) 永續債券解。見【圖 5-1】。

【表格 5-1】破產馬上清算模型數值結果

σ	τ	C	破產馬上清算模型		Leland (1994)		相對誤差 (破產馬上清算 -Laland (1994))	
			Equity	Debt	Equity	Debt	Equity	Debt
0.1	0.15	3	49.2440	59.2282	49.1179	59.4627	0.26%	-0.39%
		4	32.8303	76.3456	32.6622	76.9811	0.51%	-0.83%
		5	17.7413	86.6540	17.5261	88.4838	1.23%	-2.07%
	0.35	3	61.1193	59.6524	61.0236	59.8414	0.16%	-0.32%
		4	48.2580	78.7023	48.1324	79.1087	0.26%	-0.51%
		5	35.6564	95.5896	35.5052	96.5999	0.43%	-1.05%
0.2	0.15	3	52.2777	52.5685	52.1395	52.9486	0.27%	-0.72%
		4	38.7624	63.9531	38.5969	65.1830	0.43%	-1.89%
		5	27.0030	72.6710	26.7348	73.6482	1.00%	-1.33%
	0.35	3	62.6696	54.5754	62.5709	55.0040	0.16%	-0.78%
		4	51.4131	68.2863	51.3008	69.5020	0.22%	-1.75%
		5	41.0493	80.1439	40.8717	81.3257	0.43%	-1.45%

5.2 策略性債務清償之破產保護模型

參數設定: $V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $q=3\%$, $w=0$, $c=0.05$, $\sigma=0.2$, $\lambda=0$

【表格 5 - 2】策略性債務清償之破產保護模型數值結果

α	τ	T	CF	SDS			SDS-破產馬上清算模型		
				Equity	Debt	Firm	Equity	Debt	Firm
0	0	5	1	26.4339	73.5661	100.0000	0.0032	-0.0032	0.0000
			4	25.3479	74.6521	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000
			12	25.1160	74.8840	100.0000	0.0001	-0.0001	0.0000
		10	1	30.9247	69.0753	100.0000	1.9167	-1.9167	0.0000
			4	29.8290	70.1710	100.0000	2.1490	-2.1490	0.0000
			12	29.5752	70.4248	100.0000	2.1862	-2.1862	0.0000
		20	1	37.5329	62.4671	100.0000	6.4586	-6.4586	0.0000
			4	36.3400	63.6600	100.0000	6.8358	-6.8358	0.0000
			12	36.0661	63.9339	100.0000	6.9095	-6.9095	0.0000
0	0.35	5	1	31.7815	73.5820	105.3635	0.0764	-0.1228	-0.0463
			4	31.0828	74.6606	105.7434	0.0619	-0.1010	-0.0391
			12	30.9286	74.8913	105.8199	0.0568	-0.1003	-0.0435
		10	1	38.6436	69.7515	108.3951	0.4585	-1.6280	-1.1695
			4	37.8462	70.8568	108.7030	0.4765	-1.8162	-1.3397
			12	37.6733	71.1032	108.7764	0.4838	-1.8474	-1.3635
		20	1	47.7520	64.4120	112.1640	2.5776	-5.4537	-2.876
			4	46.7100	65.6425	112.3525	2.4741	-5.7338	-3.2596
			12	46.4438	65.9274	112.3712	2.4170	-5.7765	-3.3595
0.5	0.35	5	1	32.5567	61.4622	94.0189	0.8517	-3.4593	-2.6077
			4	31.9897	62.6851	94.6748	0.9688	-4.0912	-3.1224
			12	31.8652	62.9552	94.8204	0.9934	-4.0698	-3.0764
		10	1	40.6867	56.4593	97.1461	2.5017	-7.3861	-4.8845
			4	40.0401	57.6403	97.6805	2.6704	-8.0002	-5.3298
			12	39.8962	57.9039	97.8002	2.7068	-8.0285	-5.3217
		20	1	51.2936	49.5004	100.7940	6.1192	-14.9273	-8.8081
			4	50.6013	50.6653	101.2666	6.3654	-15.5373	-9.1719
			12	50.4460	50.9271	101.3731	6.4191	-15.6177	-9.1986

根據【表格 5-2】債權人考慮清算成本時，股東有策略性債務清償的機會，因此股東的價值較破產馬上清算模型的價值高，相對地，債權人與公司價值較低。

接著討論不同參數設定下的分析，參數基本設定見【表格 5-5】，分別討論 CF 、 c 、 w 、 α 、 σ 、 τ 變動對股東、債權人、公司價值及信用風險之影響。

- (1) 見【圖 5-2】，隨著債息支付頻率增加，股東價值遞減，債權人與公司價值遞增，信用風險遞減。
- (2) 見【圖 5-3】，隨著債息利率增加，股東價值遞減，債權人與公司價值先遞增後遞減，信用風險遞增。因為債息利率過高時，債券性質可能為垃圾債券，此時過高的債息反而會損害到債權人及公司價值。
- (3) 見【圖 5-4】，財務危機成本過高時，因股東剩餘價值降低，而選擇讓債權人清算。因此，隨著財務危機成本增加，股東價值遞減，債權人與公司價值先遞減後遞增，信用風險遞減，唯到期日較長時信用風險先遞增後遞減。
- (4) 見【圖 5-5】，清算成本的存在會使得債權人延遲清算公司，因此清算成本愈高，股東價值愈高，債權人與公司價值愈低，信用風險愈高。
- (5) 見【圖 5-6】，公司資產波動度愈高，股東價值愈高，債權人與公司價值愈低，信用風險愈高。
- (6) 見【圖 5-7】，稅率存在有稅盾效果，對股東、債權人與公司價值皆有利，因此稅率愈高，股東、債權人與公司價值遞增，信用風險遞減。

最後討論考慮資產發生跳躍情況下，即公司資產服從 Jump-diffusion process 對信用風險之影響，見【圖 5-8】。在短期間，公司信用風險明顯大於公司資產服從 lognormal diffusion process 下的信用風險，並成反向變動關係。

5.3 考慮寬限期之破產保護模型

基本參數設定: $V_0=100$, $P=80$, $r=5\%$, $q=1\%$, $\tau=0.35$, $c=0.1$, $\sigma=0.2$, $\lambda=0$

【表格 5-3】考慮寬限期之破產保護模型數值結果

α	w	T	G	CF	BGP			BGP-SDS			
					Equity	Debt	Firm	equity	debt	Firm	
0.5	0	5	2	1	21.9223	75.5201	97.4424	-3.4202	8.2172	4.7970	
				4	21.8415	76.2407	98.0822	-3.0537	8.1059	5.0522	
				12	21.7326	75.7206	97.4532	-3.0623	7.3994	4.3371	
		3	1	23.7747	74.0732	97.8480	-1.5678	6.7703	5.2025		
			4	23.2770	73.0363	96.3132	-1.6182	4.9015	3.2833		
			12	23.1797	72.9473	96.1270	-1.6152	4.6262	3.0109		
	10	2	2	1	20.1879	82.4833	102.6712	-9.7090	18.4293	8.7203	
				4	20.0799	81.5955	101.6754	-9.2485	16.5976	7.3491	
				12	20.0082	81.6601	101.6682	-9.1925	16.4501	7.2576	
		3	1	21.7793	79.7960	101.5753	-8.1177	15.7420	7.6244		
			4	21.4697	78.1926	99.6623	-7.8587	13.1948	5.3361		
			12	21.4318	77.6469	99.0787	-7.7689	12.4369	4.6680		
0.5	0.05	5	2	1	21.9025	75.5247	97.4272	0.2207	3.2685	3.4893	
				4	21.1612	78.7347	99.8959	0.9245	2.2777	3.2022	
				12	20.8525	79.1494	100.0019	0.9350	1.6815	2.6164	
			3	1	23.3460	75.0769	98.4229	1.6643	2.8208	4.4850	
				4	21.9777	77.2819	99.2595	1.7410	0.8249	2.5659	
				12	21.6562	78.3107	99.9668	1.7387	0.8428	2.5814	
		10	2	2	1	20.1765	82.4909	102.6674	-0.8199	8.1611	7.3412
					4	19.1123	84.4296	103.5419	-0.0366	5.4806	5.4441
					12	18.7662	84.9498	103.7160	0.0328	4.5091	4.5419
			3	1	21.1295	80.8323	101.9619	0.1331	6.5025	6.6356	
				4	19.5977	82.9956	102.5933	0.4489	4.0466	4.4955	
				12	19.2292	83.8209	103.0501	0.4959	3.3802	3.8761	

根據【表格 5-3】可知，隨著寬限期增加，股東的價值越高，債權人價值越低。且考慮寬限期之破產保護模型的公司價值與債權人價值較 SDS 模型的高，而股東價值受到危機成本及債息支付頻率等參數的影響不一定會比策略性債務清償模型高。

首先討論不同參數設定下的分析，參數基本設定見【表格 5-5】，分別討論 w 與 α 的變動對股東、債權人、公司價值及信用風險之影響，而其它參數分析之趨勢和 SDS 模型相同。

- (1) 見【圖 5-9】，隨著財務危機成本增加，股東價值遞減，債權人與公司價值遞增，信用風險遞減。
- (2) 見【圖 5-10】，隨著清算成本增加，股東價值不受影響，債權人與公司價值遞減，信用風險遞增。

接著討論考慮資產發生跳躍情況下，即公司資產服從 Jump-diffusion process 對信用風險之影響，見【圖 5-11】。在短期間，公司信用風險明顯大於公司資產服從 lognormal diffusion process 下的信用風險，並成反向變動關係。

最後討論考慮寬限期之破產保護模型與策略性債務清償模型之差異。

- (1) 考慮危機成本下的 SDS 模型與 BGP 模型因受債息支付頻率影響的效果不一樣，因此是造成 BGP 模型的股東價值不一定較 SDS 模型來得大的原因之一，見【圖 5-12】。
- (2) 考慮危機成本下，檢視寬限期的影響，隨著寬限期增加，BGP 模型股東價值愈高，甚至超過 SDS 模型，而債權人價值及公司價值越低，信用風險越高。因此也是造成 BGP 模型的股東價值不一定較 SDS 模型來得大的原因之一，見【圖 5-13】

5.4 考慮議價能力及寬限期之破產保護模型

基本參數設定: $V_0=100$, $P=60$, $r=5\%$, $q=3\%$, $w=0.01$, $\sigma=0.2$, $c=5\%$, $\eta=0.5$, $\lambda=0$

【表格 5-4】考慮議價能力及寬限期之破產保護模型數值結果

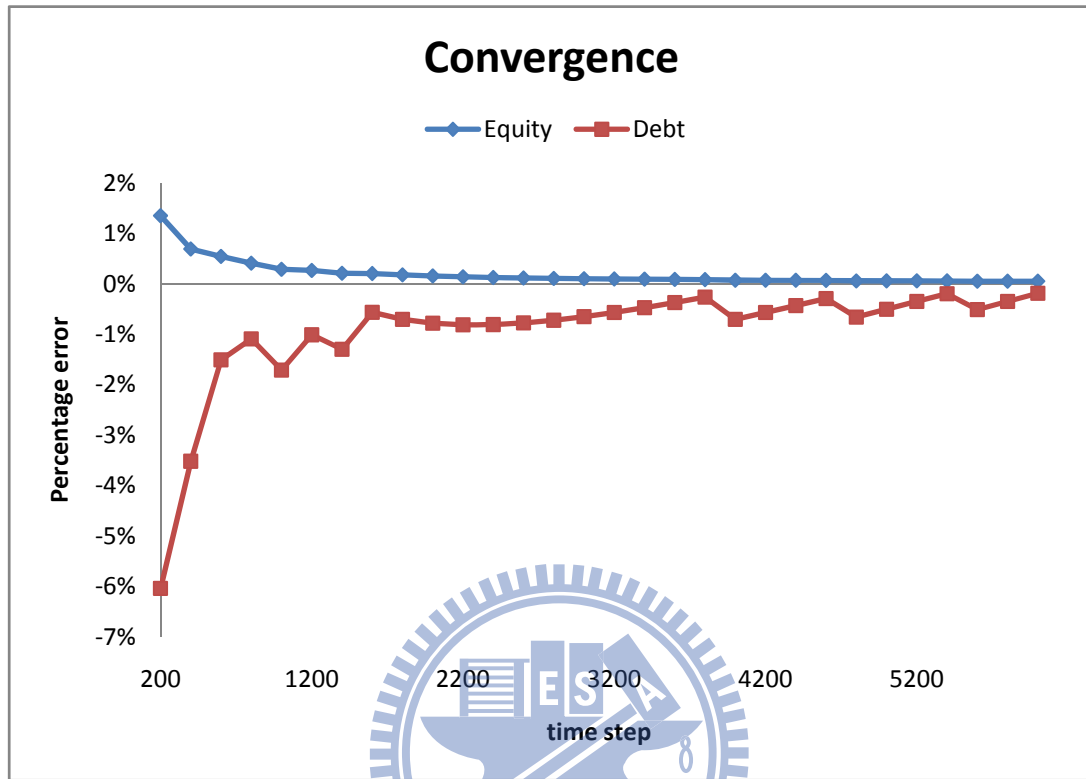
τ	α	w	T	G	BGP-BP			BGP-BP 減 BK(2007)			
					Equity	Debt	Firm	Equity	Debt	Firm	
0	0.5	0.01	10	1	42.9371	55.2215	98.1586	0.3702	2.6976	3.0677	
				15	1	43.6438	54.6377	98.2815	0.8722	3.3203	4.1925
			0.05	5	1	41.6753	56.8242	98.4994	0.0244	1.8448	1.8693
				10	1	42.8915	55.0118	97.9034	0.7157	2.8791	3.5948
				15	1	43.6045	54.4069	98.0114	1.3350	3.5916	4.9266
0.25	0.5	0.01	5	1	45.0243	56.9443	101.9687	0.1548	1.7001	1.8549	
				10	1	48.6416	55.4161	104.0577	1.1858	2.6277	3.8135
				15	1	51.0803	55.1115	106.1918	2.2057	3.3699	5.5756
			0.05	5	1	44.9702	56.8418	101.8120	0.2829	1.7798	2.0627
				10	1	48.5905	55.1753	103.7659	1.5259	2.7781	4.3040
				15	1	51.0391	54.8004	105.8395	2.6666	3.5609	6.2275

【表格 5-4】為修改 BK (2007)模型之錯誤(到期日自動縮短)且破檻門檻為內生破產門檻。數值結果顯示修正寬限期後的股東、債權人與公司價值都較大。

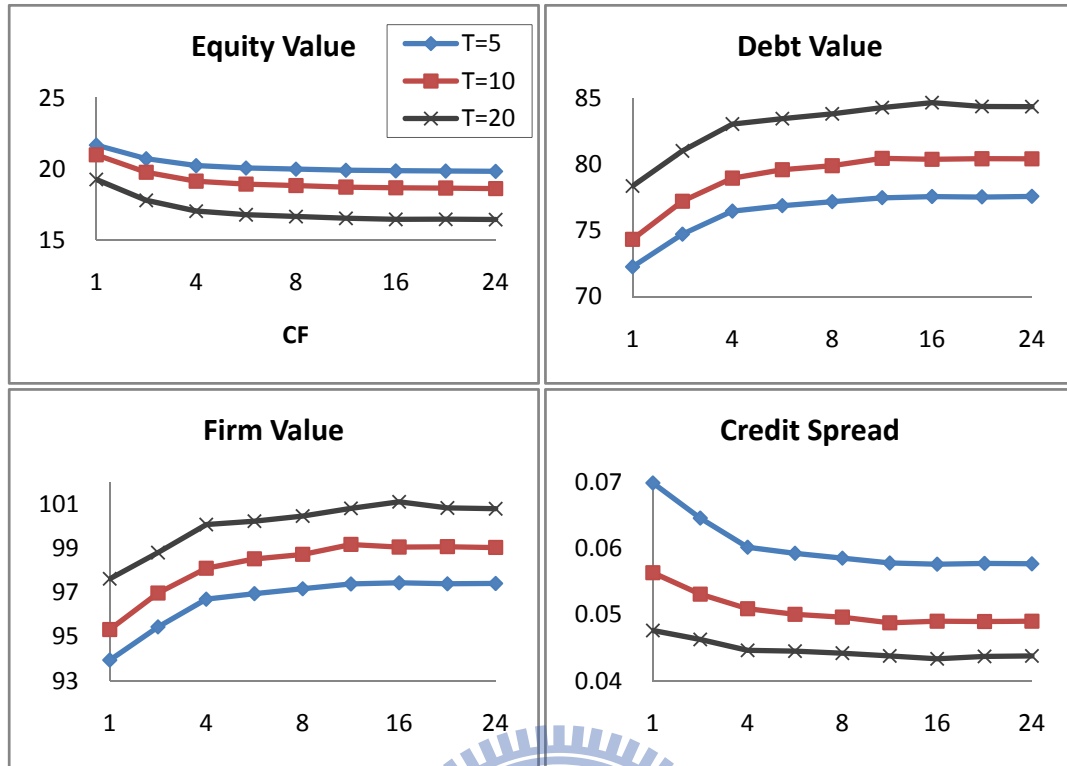
首先討論不同參數設定下的分析，參數基本設定見【表格 5-6】，分別討論 w 與 η 的變動對股東、債權人、公司價值及信用風險之影響。

- (1) 見【圖 5-14】，隨著財務危機成本增加，股東價值、債權人與公司價值遞減，信用風險遞增。
- (2) 見【圖 5-15】，隨著議價能力增加，股東議價能力越強，價值越高，公司價值與債權人與相對遞減，信用風險遞增。

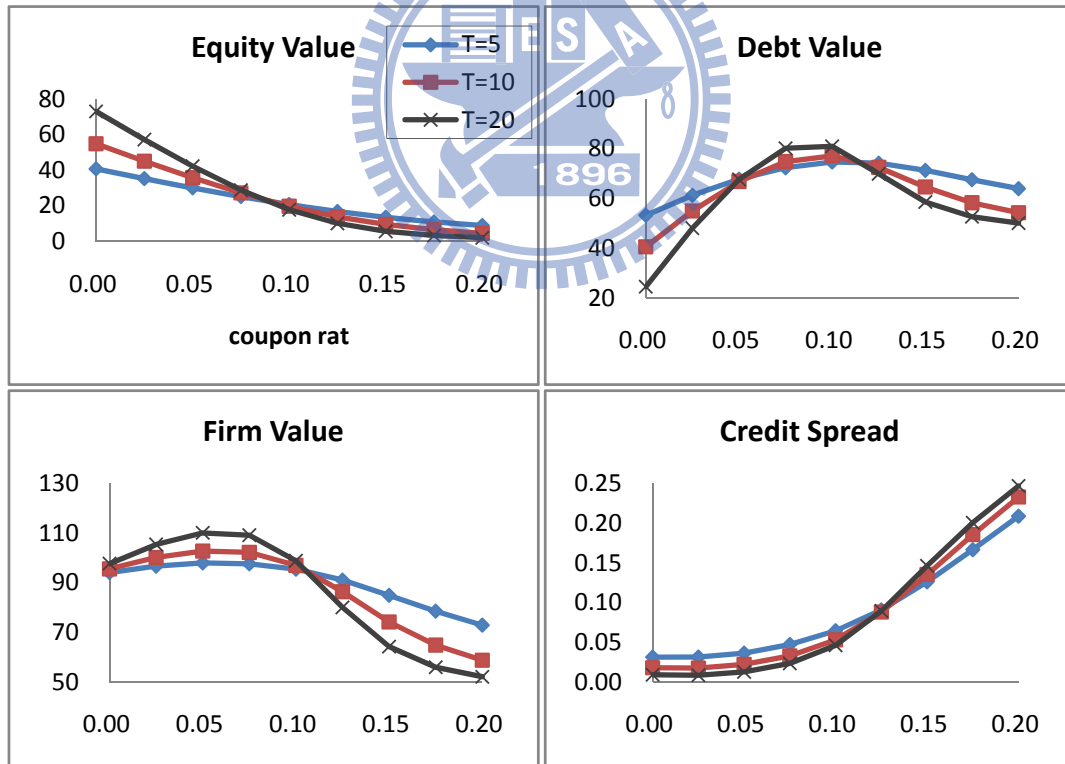
5.5 模型趨勢分析圖



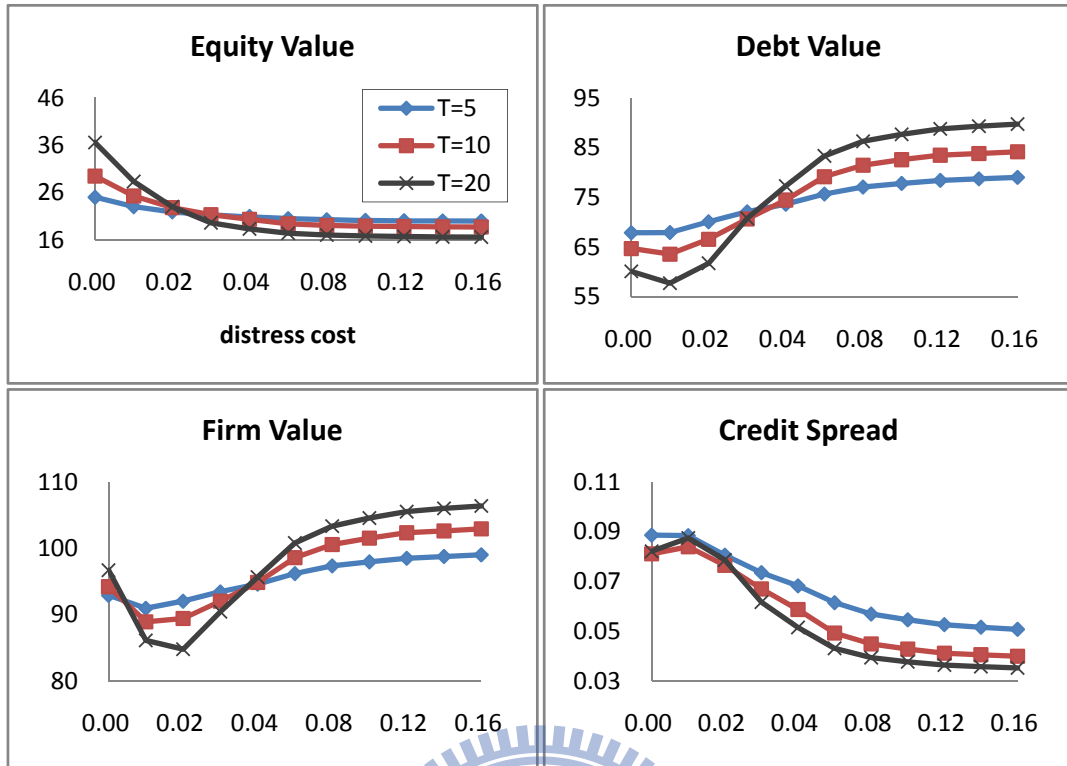
【圖 5-1】馬上清算模型之收斂圖



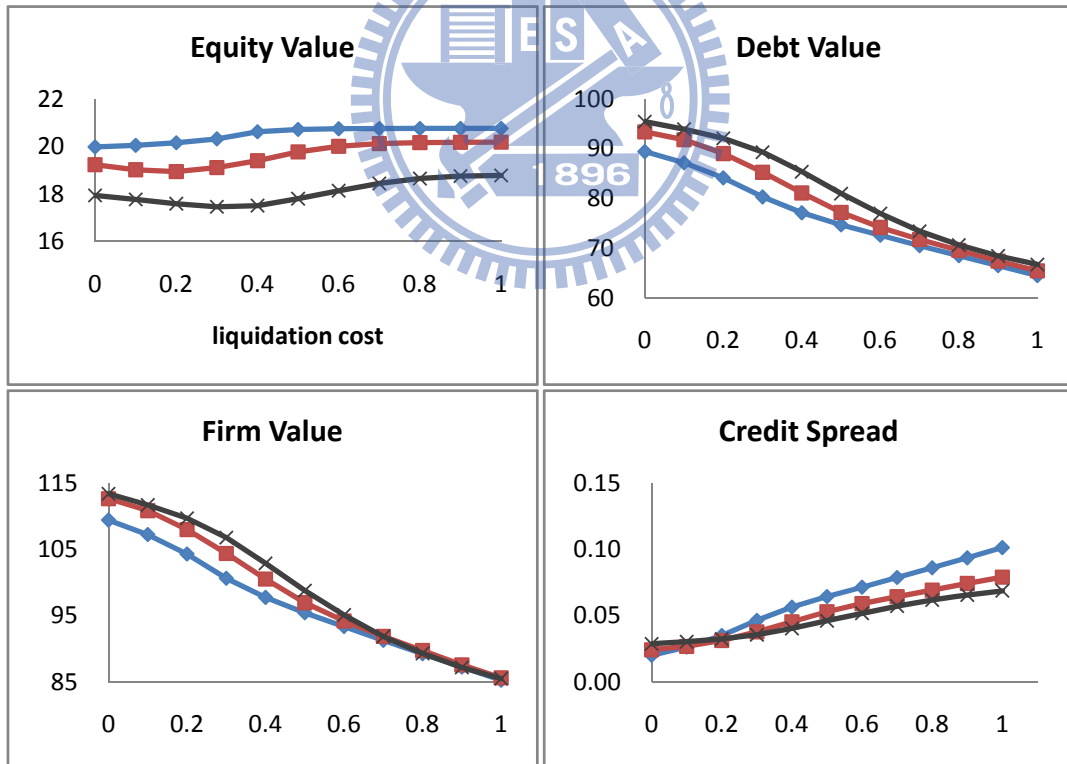
【圖 5-2】SDS 模型之債息支付頻率(CF)分析圖



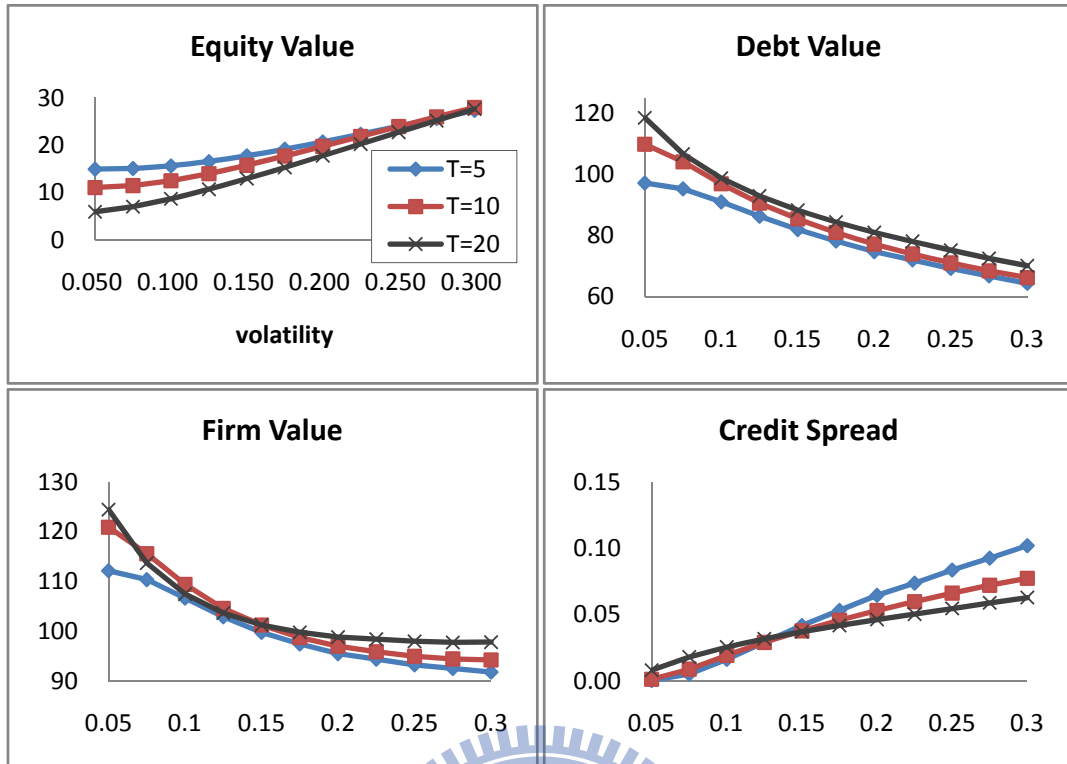
【圖 5-3】SDS 模型之債息利率分析圖



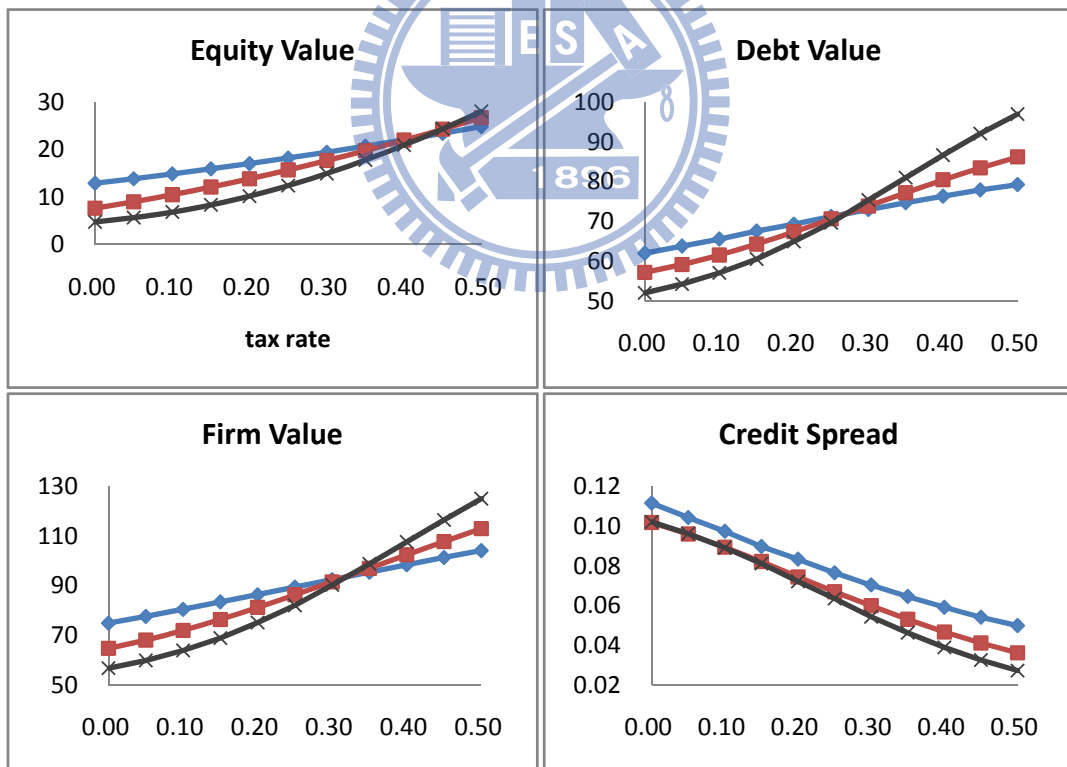
【圖 5-4】SDS 模型之危機成本(w)分析圖



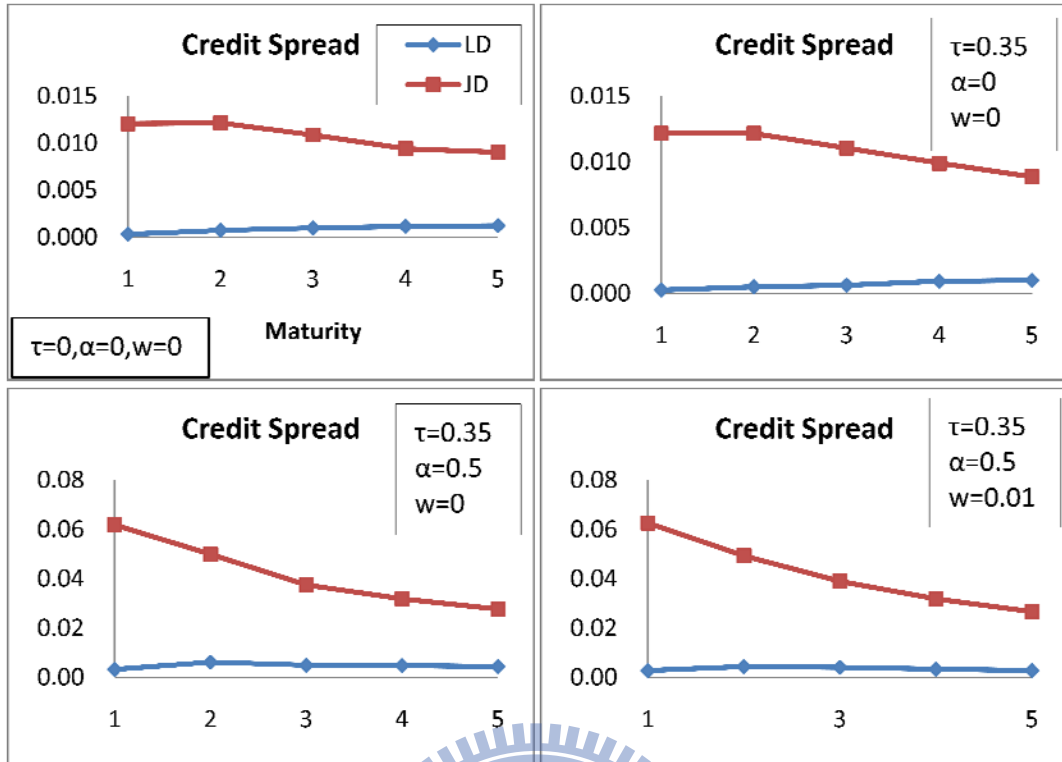
【圖 5-5】SDS 模型之清算成本(α)分析圖



【圖 5-6】SDS 模型之資產波動度(σ)分析圖

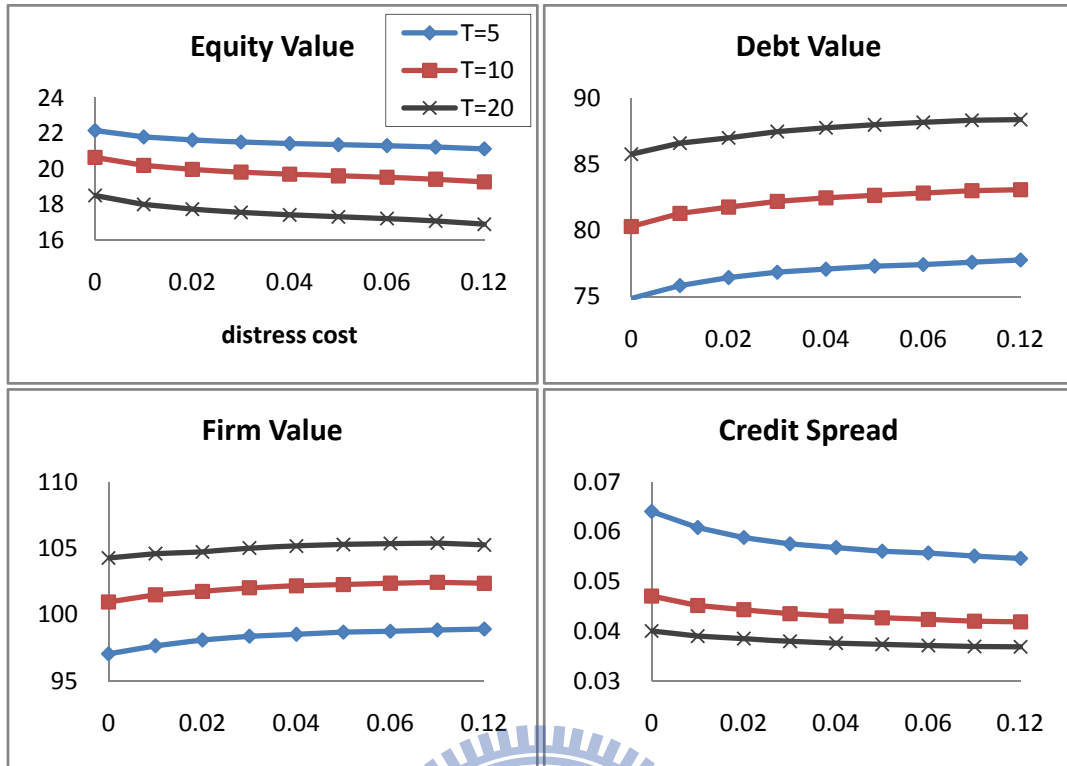


【圖 5-7】SDS 模型之稅率(τ)分析圖

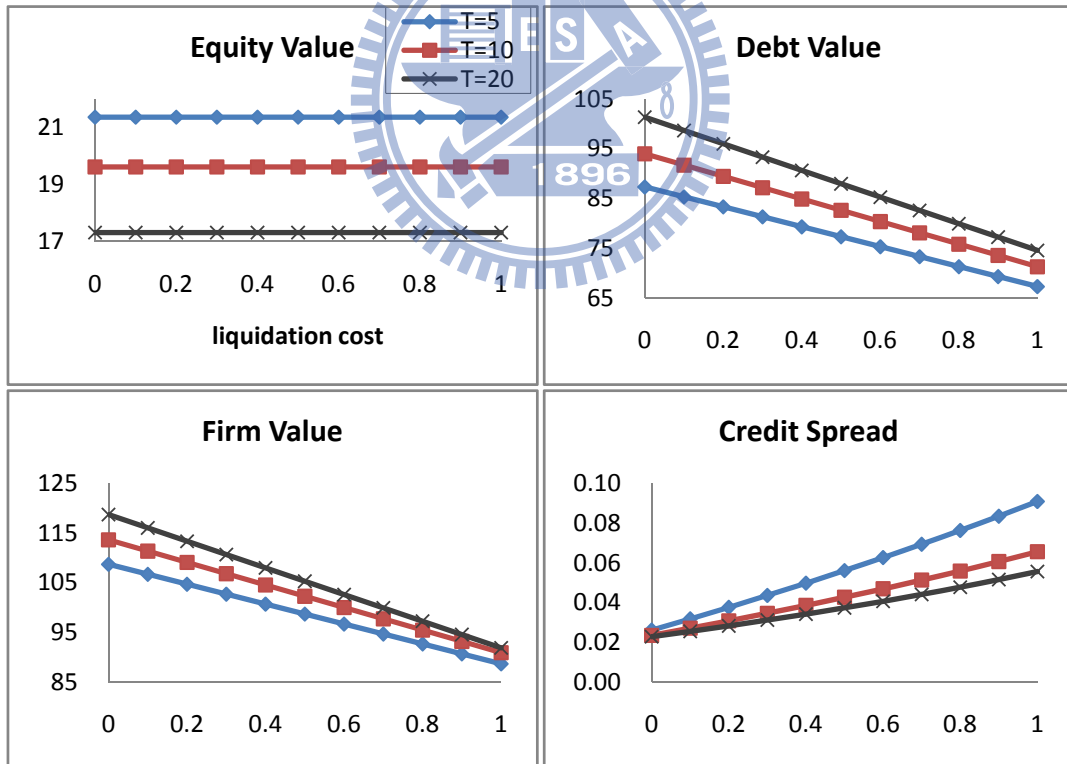


【圖 5-8】SDS 模型之的 Credit Spread 趨勢圖

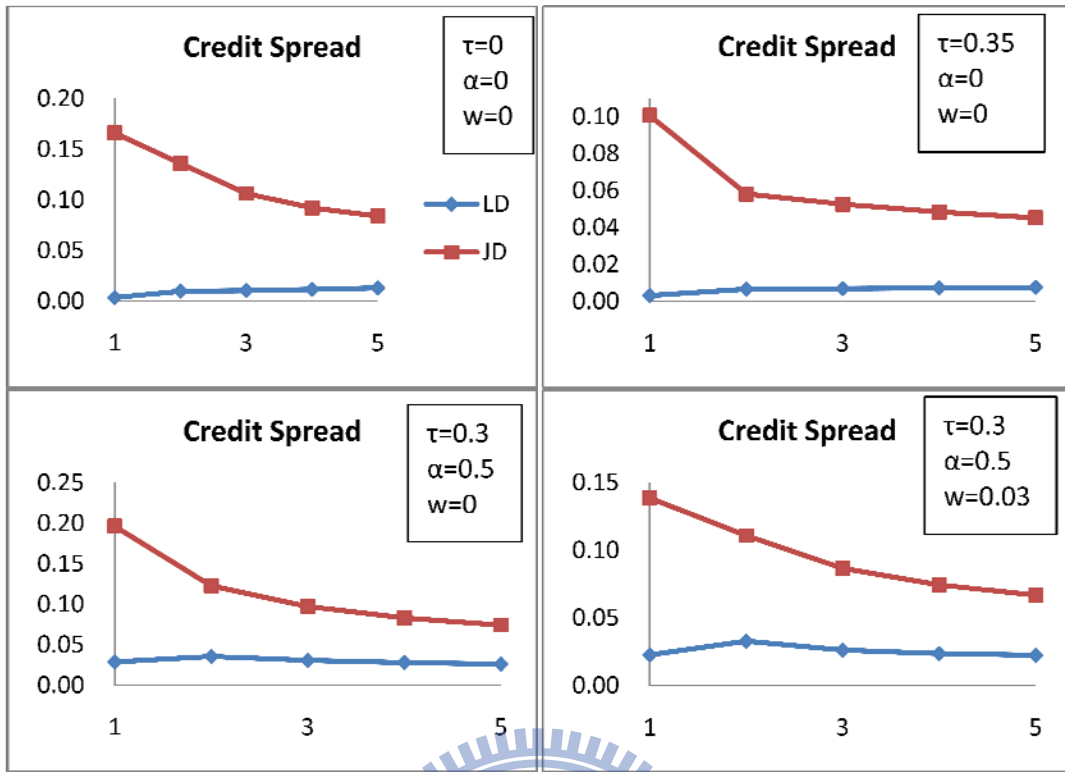
LD 表示資產服從 lognormal diffusion process，JD 表示資產服從 Jump diffusion process。參數設定為 $V_0 = 100$ ， $r = 0.08$ ， $q = 3\%$ ， $CF=2$ ， $C=5\%$ ， $P=80$ ， $\lambda=3$ ， $\sigma=0.1$ ， $\gamma=-0.005$ ， $\delta=0.1$



【圖 5-9】BGP 模型之危機成本(w)分析圖，G=2

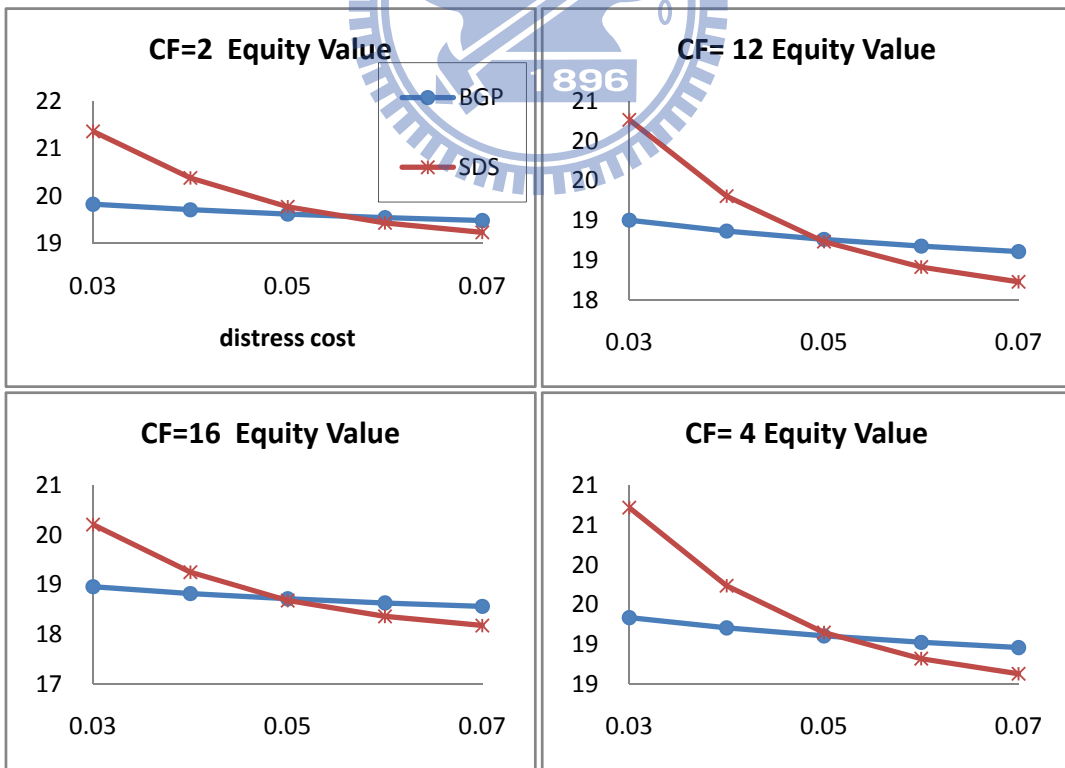


【圖 5-10】BGP 模型之清算成本(α)分析圖，G=2

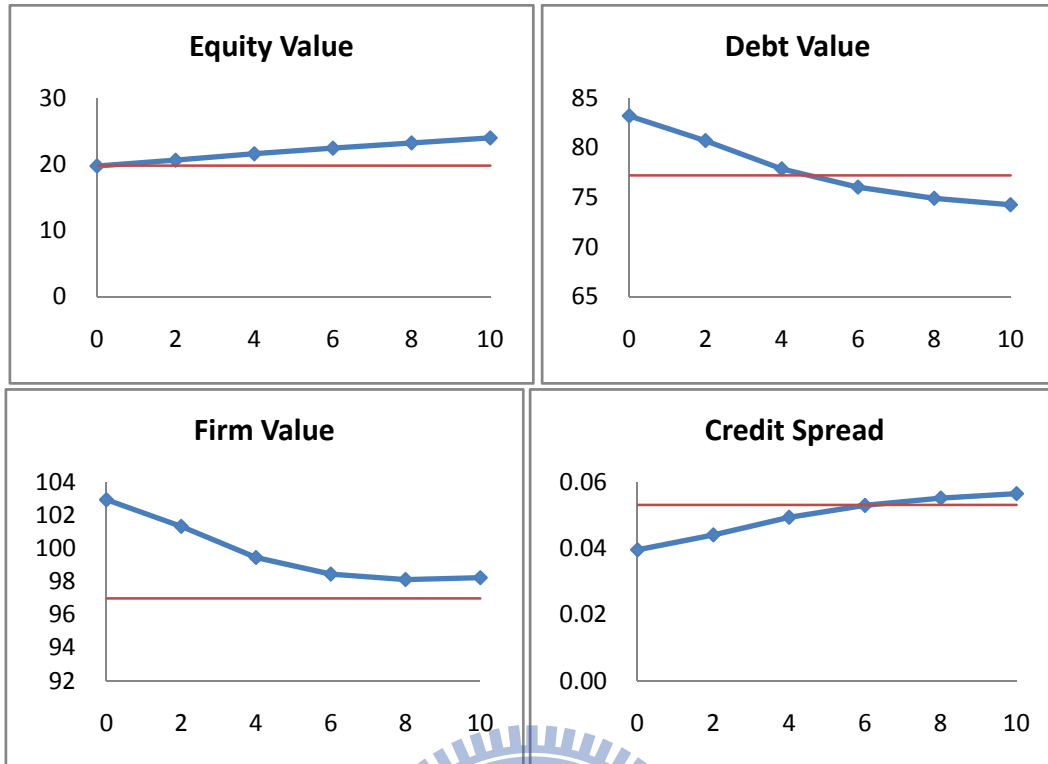


【圖 5-11】BGP 模型之的 Credit Spread 趨勢圖

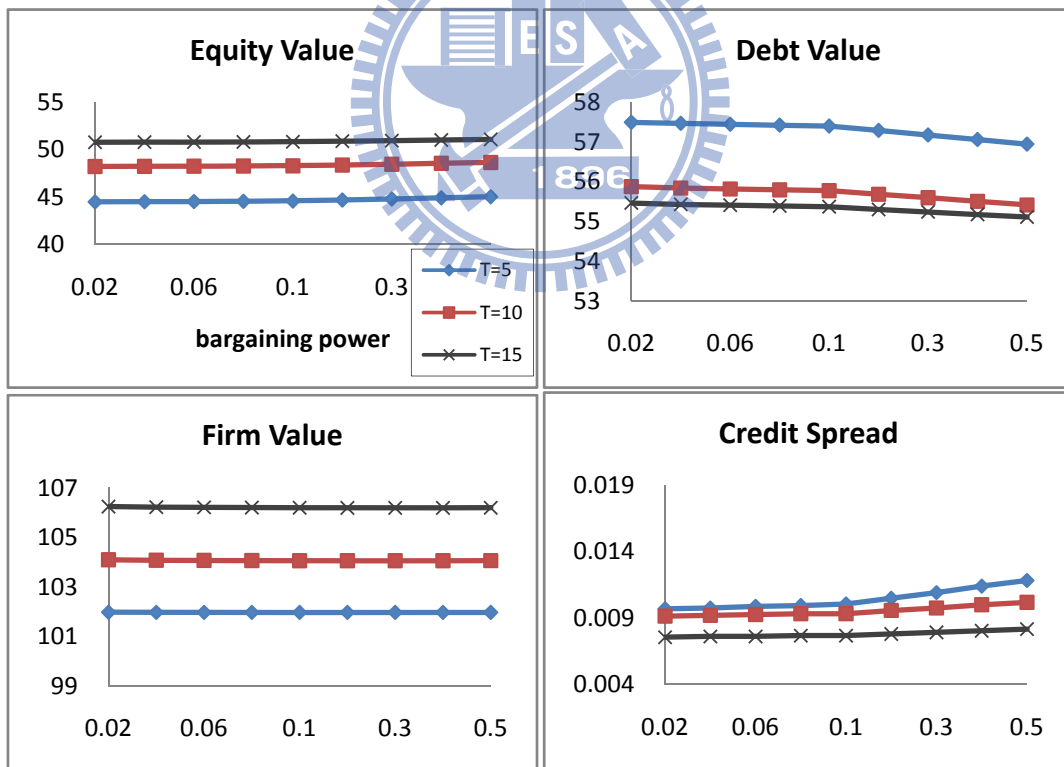
LD 表示資產服從 lognormal diffusion process，JD 表示資產服從 Jump diffusion process。參數設定為 $V_0 = 100$ ， $r = 0.05$ ， $q = 3\%$ ， $CF=2$ ， $C=1\%$ ， $P=80$ ， $\lambda=3$ ， $\sigma=0.1$ ， $\gamma=-0.005$ ， $\delta=0.1$



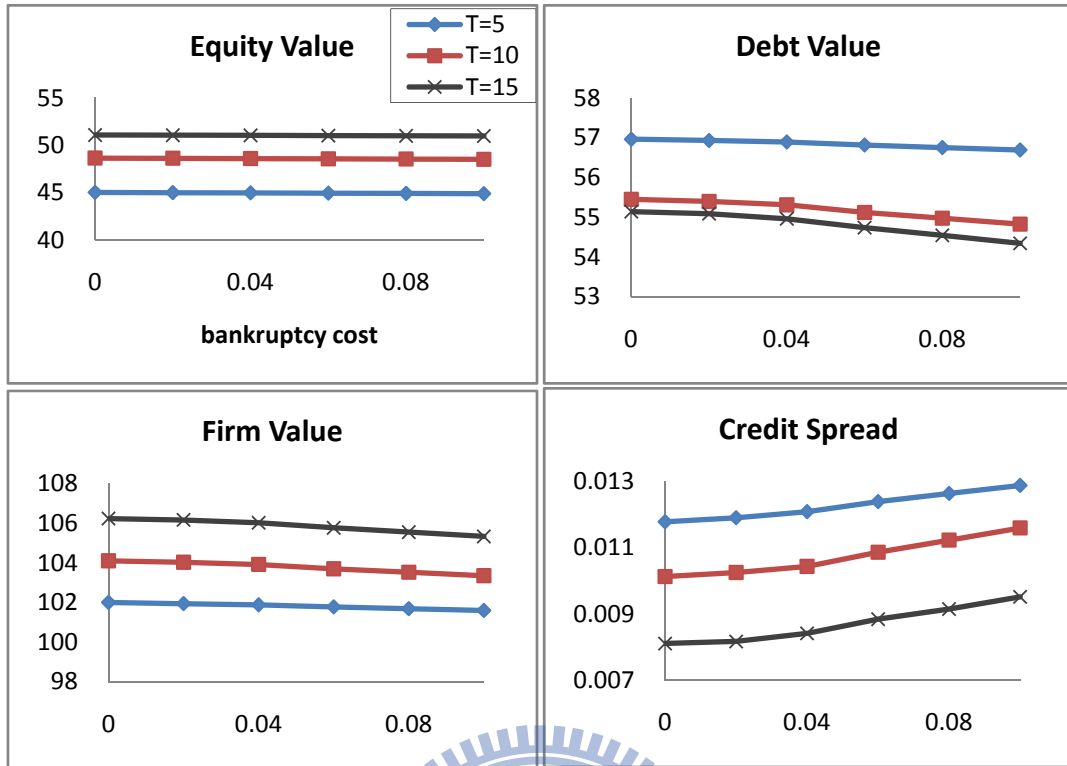
【圖 5-12】BGP 模型與 SDS 模型危機成本與債息支付頻率趨勢比較圖， $T=10$



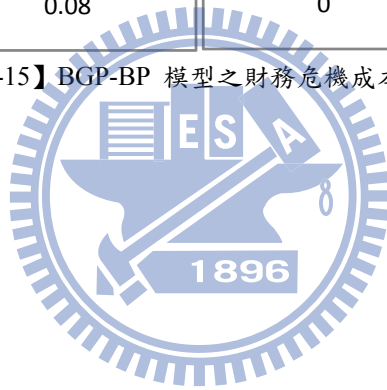
【圖 5-13】BGP 模型與 SDS 模型趨勢比較圖，T=10



【圖 5-14】BGP-BP 模型之的 bargaining power 趨勢圖



【圖 5-15】BGP-BP 模型之財務危機成本趨勢圖



【表格 5-5】參數設定表 1

符號	意義	初始設定值
V_0	公司資產初始值	100
r	無風險利率	0.05
q	資產支出比例	0.01
σ	資產波動度	0.2
τ	稅率	0.35
α	清算成本	0.5
w	財務危機成本	0.05
T	債券到期日	5,10,20
P	債券票面價值	80
c	債息利率	0.1
CF	債息支付頻率	2
λ	資產跳躍強度	0
γ	考慮資產跳躍的期望值	0
δ	考慮資產跳躍的波動度	0

【表格 5-6】參數設定表 2

符號	意義	初始設定值
V_0	公司資產初始值	100
r	無風險利率	0.05
q	資產支出比例	0.03
σ	資產波動度	0.2
τ	稅率	0.25
α	清算成本	0.5
w	財務危機成本	0.01
T	債券到期日	5,10,15
P	債券票面價值	60
c	債息利率	0.05
CF	債息支付頻率	$1/\Delta t$
η	議價能力	0.5
λ	資產跳躍強度	0
γ	考慮資產跳躍的期望值	0
δ	考慮資產跳躍的波動度	0

第6章 結論與建議

6.1 結論

本篇論文考慮資產發生跳躍的情況下，使用 BTT 評價債權人及股東價值。本文探討不同破產後的處理方式，包括策略性債務清償之破產保護模型、考慮寬限期之破產保護模型及考慮議價能力及寬限期之破產保護模型。

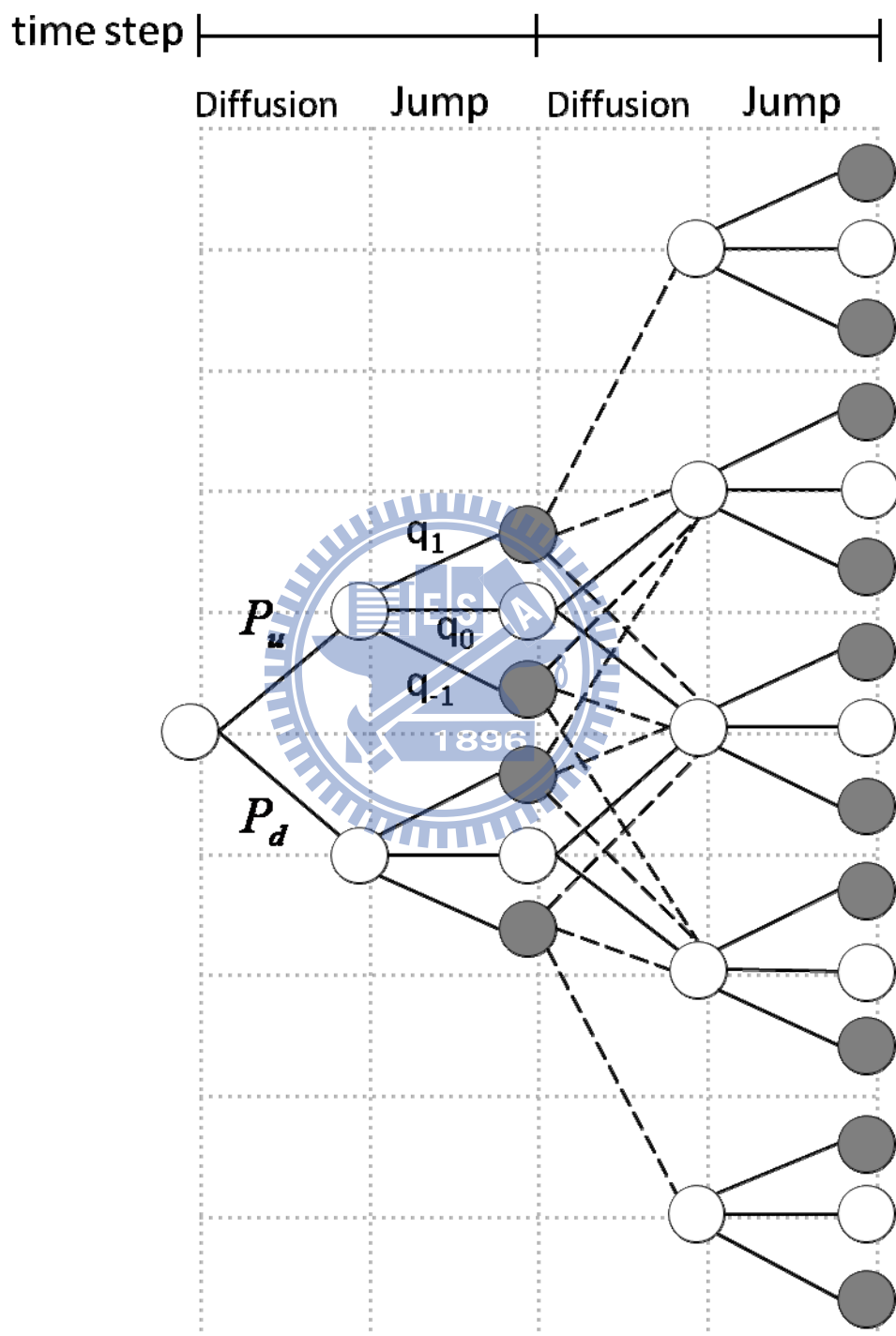
策略性債務清償之破產保護模型，分析股東與債權人動態決策的過程，並且修正本金折現問題，使股東與債權人之價值更為精確，同時也顯示了清算成本及財務危機成本分別為債權人及股東的決策阻力。考慮寬限期之破產保護模型，因金融風暴後，申請破產保護對公司的信用風險顯得的重要。在有寬限期的限制下，股東需在有限的期間內重整公司，因此股東價值相對較低，債權人也因受到保障，公司的信用風險也較低。考慮議價能力及寬限期之破產保護模型，在破產後不累計應付債息而是用股東與債權人之議價能力來決定彼此的價值，因此股東與債權人之價值受到議價能力之影響。

本篇論文考慮資產發生跳躍的方式，更加地符合市場的變化，反應出短期間公司可能發生巨大變化。破產為內生門檻且與時間相依，解決外生門檻在門檻過低時公司已破產卻沒被清算或是未達門檻卻被清算的不合理現象及 BK (2007) 在寬限期保護下，觸發內生門檻被清算的不合理現象像。而 Leland (1994)的破產馬上清算模型，BK (2007) 的破產保護模型和 HK (2008)的策略性債務清償模型皆是本篇論文的特殊解。

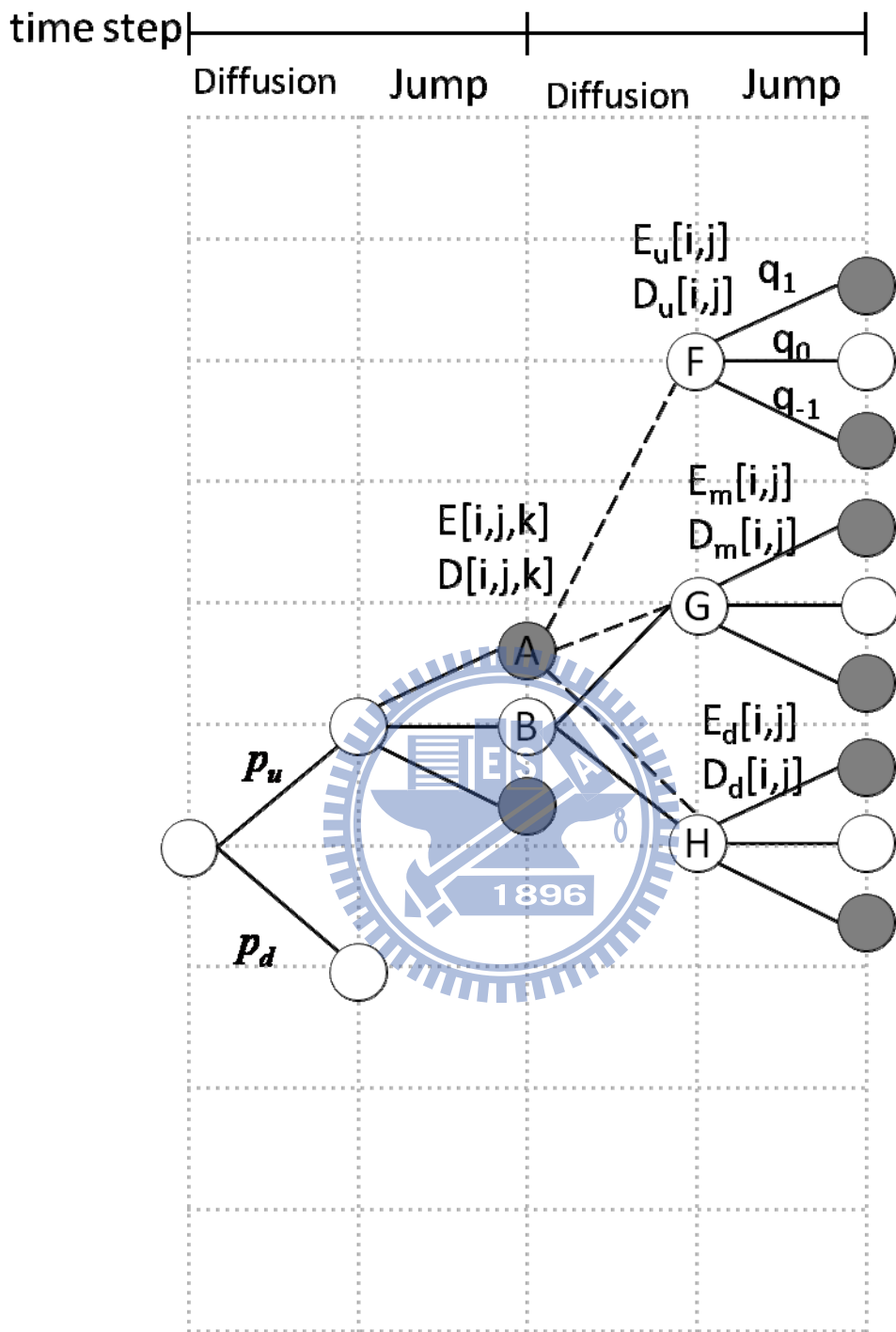
參考文獻

- [1] H. Leland, “Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure”, *Journal of Finance*, vol. 49, No. 4, pp. 1213-1252, September, 1994
- [2] J. E. Hilliard and A. Schwartz, “Pricing European and American Derivatives under a Jump-Diffusion Process”, *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, vol.40, No.3, pp. 671-691, September, 2005
- [3] J. C. Cox, S. A. Ross, and M. Rubinstein, “Option Pricing: A Simplified Approach”, *Journal of Finance Economics*, vol. 7, No.3, pp. 229-264, September, 1979
- [4] K. Hwang and J. Kang, “How Does Creditor’s Liquidation Decision Affect Debt and Equity Values”, *Working Paper*, 2008
- [5] M. Broadie, and O. Kaya, “A Binomial Lattice Method for Pricing Corporate Debt and Modeling Chapter 11 Proceedings”, *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, vol. 42, No. 2, pp. 279-312, June, 2007
- [6] M. Broadie, M. Chernov and S. Sundaresan, “Optimal Debt and Equity Values in the Presence of Chapter 7 and Chapter 11”, *Journal of Finance*, vol. 62, No. 3, pp. 1341-1377, June, 2007
- [7] P. Francois and E. Morellec, “Capital Structure and Asset Prices: Some Effects of Bankruptcy Procedures”, *Journal of Business*, vol.77, No.2, pp. 387-412, April, 2004
- [8] T.S. Dai, C.J. Wang, Y.D. Lyuu, and Y.C. Liu, “An Efficient and Accurate Lattice for Pricing Derivatives under a Jump-Diffusion Process” *Working Paper*, 2010

附錄



【圖 1】Dai (2009)二期 BTT 結構



【圖 2】本篇模型之二期 BTT 部分結構

全文完

