


國立交通大學

電信工程學系碩士班

碩士論文

結合多載波分碼多重進接及
渦輪多用戶偵測之上鏈基頻接收機的設計與模擬



Design and Simulation of an Uplink Baseband
Receiver for a Multicarrier CDMA System with
Turbo Multiuser Detection

研究生：陳永庭

指導教授：黃家齊 博士

中華民國九十三年六月

結合多載波分碼多重進接及
渦輪多用戶偵測之上鏈基頻接收機的設計與模擬
Design and Simulation of an Uplink Baseband
Receiver for a Multicarrier CDMA System with
Turbo Multiuser Detection

研究生：陳永庭

Student : Yong-Ting Chen

指導教授：黃家齊 博士

Advisor : Dr. Chia-Chi Huang

國立交通大學

電信工程學系碩士班



A Thesis

Submitted to Institute of Communication Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Communication Engineering

June 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年六月

結合多載波分碼多重進接及 渦輪多用戶偵測之上鏈基頻接收機 的設計與模擬

研究生：陳永庭

指導教授：黃家齊 博士

國立交通大學
電信工程研究所



本論文提出一結合多載波分碼多重進接系統和渦輪碼的上鏈基頻接收機。在上鏈傳輸系統中，使用者間互相的干擾是影響系統表現的主要原因，因此在我們的接收機中使用了多層級平行干擾消除，在每一層級中將資料決策後的結果重建以估計每位使用者對其它使用者的干擾訊號，然後於下一層級中將干擾訊號消除掉，由於本論文中重建干擾訊號的地方在渦輪解碼器後，故將之稱為渦輪多用戶偵測。由電腦模擬結果可以看出，在理想通道估計下，系統的表現可以趨近於單一使用者的理論值；在通道估計下，系統的表現則與通道估計的準確度有關。在作干擾訊號的重建時，使用軟式決策會比硬式決策好，但渦輪解碼器只有系統位元的軟式決策值，因此我們利用資訊傳遞演算法去推導出同位位元的軟式決策值，並由電腦模擬看出，在干擾嚴重時，同位位元使用軟式決策去重建干擾訊號的表現比用硬氏決策好。此外，我們也利用訊息傳遞演算法去推導出和渦輪解碼器相同的式子，並利用此演算法來解釋渦輪解碼。

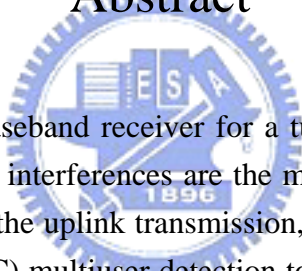
Design and Simulation of an Uplink Baseband Receiver for a Multicarrier CDMA System with Turbo Multiuser Detection

Student: Yong-Ting Chen

Advisor: Dr. Chia-Chi Huang

Institute of Communication Engineering
National Chiao Tung University

Abstract



We propose an uplink baseband receiver for a turbo coded multicarrier CDMA system. Because other users' interferences are the main cause of the degradation of the system's performance in the uplink transmission, we adopt a multi-stage parallel interference cancellation (PIC) multiuser detection to improve the performance. The interference is estimated and regenerated from the result of data decision in each stage, and it is canceled from the received signal in the next stage. In our proposal, the interference is regenerated from the soft decision of the turbo decoder, so we name this architecture turbo multiuser detection. From the result of the computer simulation, we can see that the system's performance can be improved to approach the theoretical single user bound on the condition of ideal channel estimation. The simulation result also shows that the performance improvement severely depends on the accuracy of channel estimation when turbo multiuser detection is applied. Besides, interference regeneration using soft decision performs better than one using hard decision. However, the turbo decoder offers only the soft decision of systematic bit, so we propose a method to derive the soft decision of parity bits of turbo code by using the concept of message passing algorithm. The simulation result shows that it performs better when soft decision of parity bits is used and the improvement is apparent especially when interference is serious. In the thesis, we also use the message passing algorithm to derive the same decoding equation of turbo decoder and explain the turbo decoder by using the message passing algorithm.

誌謝

首先我要感謝我的指導老師黃家齊教授在課業和研究上的指導，以及在人生觀和求學態度上給予寶貴的意見，使得我渡過了一段既溫馨又充實的研究所生涯。

其次我要感謝黃朝旺學長在課業上的教導和各方面做研究和生活上的幫助，以及帶我進入自行車登山的世界；我要感謝魏杏如學姊在課業上的教導和關心，留下的研究資料讓我的論文得以順利的完成；我還要感謝林暉景學長在使用工作站上的指導和找國防役時的意見和幫助；還有感謝陪伴我打了兩年桌球的古孟霖同學，不管是在課業還是運動上；此外，我還要感謝歐慈惠和林香君學姊和黃子豪學弟在很多地方上的幫助以及無線通訊實驗室裡每一位同學陪我渡過這一段快樂的時光。

最後我更要感謝我的家人，爸爸、媽媽和哥哥，從小到大對我的支持和鼓勵，才能讓我無後顧之憂地完成我的碩士學位。

目錄

第一章、簡介	1
第二章、渦輪碼	4
2.1 編碼器	5
2.2 解碼器	6
2.2.1 MAP 演算法	6
2.2.2 循環式 MAP 解碼	9
2.2.3 渦輪解碼器的虛擬碼	11
第三章、訊息傳遞演算法	15
3.1 MPA 的介紹	15
3.1.1 正規圖	16
3.1.2 在正規圖上的訊息傳遞	17
3.1.2.1 一個節點	17
3.1.2.2 兩個節點	19
3.1.2.3 兩個模組	23
3.1.3 應用	24
3.1.3.1 同等節點	24
3.1.3.2 白色高斯雜訊的外質機率.....	25
3.2 MPA 在渦輪解碼上的應用	26
3.2.1 籬笆狀圖及其相對的正規圖.....	26
3.2.2 利用 MPA 推導渦輪解碼	28
3.2.3 與最大後置機率渦輪解碼的比較 ...	32
3.2.4 利用 MPA 推導渦輪碼同位位元的軟 資訊	33
3.3 模擬結果與探討	35

第四章、多載波分碼多重進接系統傳送機架構和 通道模型	37
4.1 傳送機架構	37
4.2 展頻碼	40
4.2.1 m-序列	40
4.2.2 華氏碼	41
4.2.3 金氏碼	42
4.3 通道模型	43
4.4 上鏈多用戶環境	44
第五章、多載波分碼多重進接系統接收機與渦輪 多用戶偵測技術之結合	46
5.1 符號定義	46
5.2 接收機架構	47
5.3 領航訊號干擾消除	48
5.4 應用於頻域之渦輪多用戶偵測	50
5.4.1 使用者 u 的第 l 級偵測器	50
5.4.2 碼匹配、通道匹配及渦輪解碼	53
5.4.2.1 不經過渦輪解碼器的軟位元計算	55
5.4.2.2 經過渦輪解碼器的軟位元計算	57
第六章、通道估計架構	63
6.1 解展頻	63
6.2 通道估計	65
6.2.1 路徑選擇	68
6.2.2 路徑解相關	69
第七章、電腦模擬	70
7.1 模擬環境	70
7.2 模擬結果與討論	73

第八章、結論與未來發展的方向	80
附錄 A、結合多載波分碼多重進接及渦輪多用戶 偵測之下鏈基頻接收機的模擬與討 論	82
A.1 模擬環境	82
A.2 模擬結果與討論	84
參考文獻	88
個人簡歷	90



表目錄

表 3.1、正規圖的組成元件	17
表 3.2、渦輪碼模擬參數表	35



圖目錄

圖 2.1、碼率為 $1/3$ 的渦輪編碼器架構圖	5
圖 2.2、碼率為 $1/3$ 的渦輪解碼器架構圖	9
圖 3.1、正規圖的例子	16
圖 3.2、一個節點	18
圖 3.3、兩個節點	20
圖 3.4、以一個邊相連的兩個模組	23
圖 3.5、同等節點	24
圖 3.6、籬笆狀圖及其相對的正規圖	26
圖 3.7、碼率為 $1/3$ 的渦輪碼正規圖	29
圖 3.8、渦輪碼系統位元及同位位元	36
圖 4.1、MC-CDMA 上鏈傳送機架構圖(第 u 個用戶)	38
圖 4.2、上鏈多用戶傳輸模型	44
圖 5.1、MC-CDMA 上鏈接收機架構圖(第 u 個用戶)	47
圖 5.2、領航訊號干擾重建與消除架構圖	49
圖 5.3、平行干擾消除第 l 級偵測器	51
圖 5.4、第 l 級資料偵測解碼架構圖	52
圖 5.5、渦輪解碼架構圖	61
圖 6.1、以 FFT 匹配濾波器實現解展頻	64
圖 6.2、通道估計架構圖(第 u 位用戶)	65
圖 6.3、一階無限脈衝響應濾波器	66
圖 6.4、通道路徑選擇架構圖	67

圖 7.1、理想通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同 SNR 下的比較，其中渦輪多用戶偵測為經過三個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用三個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；使用者數目皆為 64，車速為 30 km/hr。..... 73

圖 7.2、理想通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較，其中渦輪多用戶偵測為經過三個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用三個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，車速為 30 km/hr。..... 74

圖 7.3、理想通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較，其中(x, y)代表渦輪多用戶偵測為經過 x 個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用 y 個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，車速為 30 km/hr。 75

圖 7.4、假設為完美路徑選擇的通道估計下雙路徑衰減
通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多
用戶偵測在不同使用者下的比較，其中渦輪多
用戶偵測為經過五個迴圈的多用戶偵測及一
次渦輪解碼(渦輪解碼使用七個迴圈)，最後在
經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，
車速為 30 km/hr，通道估計中的第一個 IIR
濾波器 α 值設為 0.75。 76

圖 7.5、假設為完美路徑選擇的通道估計下雙路徑衰減
通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多
用戶偵測在不同使用者下的比較，其中渦輪多
用戶偵測為經過五個迴圈的多用戶偵測及一
次渦輪解碼(渦輪解碼使用七個迴圈)，最後在
經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，
車速為 100 km/hr，通道估計中的第一個 IIR
濾波器 α 值設為 0.4。 77

第一章

簡介

最近在@live 數位時尚雜誌看到這樣一段話，"3G 的年代已經到來，手機的傳輸已經進入寬頻的年代，行動通訊已經不再停留在語音對話，在未來，你會看到更多人用 3G 手機觀賞動態影像、享受多人連線遊戲的手機服務！"，回顧歷史，第一代(1G)行動電話從 1980 年開始，屬於類比式的通訊系統，也就是多年前的中華黑金剛系列，它僅能提供語音服務；到第二代(2G)行動電話時升級至數位通訊系統，語音品質提高；而介於第二代和第三代間的 2.5G 行動通訊系統，傳輸速率約 32kbps，此時可以提供數據服務，其中最受歡迎的便是簡訊服務；直至目前的第三代，傳輸速率可達 2Mbps，它就像是隨身攜帶、一手掌握住的隨身寬頻。但是為了因應未來大量的多媒體傳輸和用戶數的增加，這樣還是不夠的，專家預估，第四代行動通訊系統可以達到 10Mbps 至 20Mbps。

目前第四代行動通訊系統還處於研究的階段，其中呼聲還滿高的系統之一為多載波分碼多重進接系統(Multicarrier CDMA，MC-CDMA)，它所使用的多載波調變技術—正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing，OFDM)調變可以有效的利用頻寬；又多重路徑下，傳輸速率高意味著容易產生 ISI(Inter symbol interference)，在頻率上即容易遇到頻率選擇性衰減通道，而 OFDM 調變則可以克服這一點；結合 CDMA 和 OFDM 可以看成是在頻率上作展頻，也就是賦予這個系統有多重進接，可以提供多個使用者使用。

目前的行動通訊系統皆會包含通道編碼，而渦輪碼則是近年來通道編碼領域上的一大突破，它不管在傳送端的編碼器和接收端的解碼器，都是巧妙地結合了一些已存在的觀念，使這個碼可以很接近夏隆通道容量(Shannon channel capacity)，換句話說，當要讓接收端的錯誤率很低時，在一定的頻寬下，渦輪碼所需的訊號雜訊比不需很高，且渦輪碼的設計亦可以讓它對於通道發生叢錯(Burst error)時有很高的抵抗力，我們將會在第二章介紹渦輪碼。

但渦輪碼一直被看作是一種工程上的發明，它的解碼器並非由數學一步步推演而來，在第三章中，我們將介紹一種近年提出的演算法，資訊傳遞演算法(Message passing algorithm, MPA)[1]，在參考資料[1]中，MPA 可用來推演出 LDPC(Low density parity check code)的解碼器，而本論文將會利用此演算法推導出渦輪解碼器以及在渦輪多用戶偵測中所需的同位位元的軟資訊。

本論文將 MC-CDMA 和渦輪碼結合在一起，在上鏈傳輸系統中，每個使用者皆會經過不同的通道到達接收機，因此每個使用者使用的正交碼的正交特性便會變得不完美，使得使用者的干擾成為系統表現的最大絆腳石，為了移除這個絆腳石，便有了使用多用戶偵測的 MC-CDMA 系統[2]；多用戶偵測系統中有一種是平行干擾消除法，亦即把前一級中其它使用者偵測出的資料重建成干擾消除掉，經過幾級後，重建的干擾愈來愈準確，因此在消除重建的干擾後，使用者的干擾便愈來愈少，其資料偵測的準確度也會愈來愈好，但是這樣的改善會趨於飽和。只使用多用戶偵測並沒有利用到接收訊號全部的資訊，既然訊號有經過渦輪編碼，何不利用渦輪解碼器所得到的資訊去重建干擾呢，因此渦輪多用戶偵測的做法便是將干擾重建的地方從解碼器前移到解碼器後[3][4]。

在第四章中我們將介紹使用渦輪編碼器的 MC-CDMA 傳送器的架構；在第五章中我們將介紹使用渦輪多用戶偵測的 MC-CDMA 接收器的架構，其中多用戶偵測器和渦輪解碼器互相傳遞的軟資訊會是這一章的重點。

我們知道，在作干擾重建時，必須將訊號和通道響應作相乘的動作，因此即使解碼後的訊號很準確，但估計的通道不準確，最後重建的干擾也不會太準確，因此通道估計不管是在多用戶偵測還是渦輪多用戶偵測中都是決定系統表現的關鍵，我們特別把通道估計獨立成一章，在第六章中介紹，這一章所介紹的通道估計只是基本的方法，尚有改進的空間。最後，第七章為電腦模擬和討論，第八章為結論及未來發展的方向。



第二章

渦輪碼

渦輪碼在 1993 年第一次被提出來[5]，渦輪碼的發明是結合了已經存在的演算法[6]和一些概念，並很有技巧地將它們結合在一起，使得渦輪碼有十分接近夏隆限制(Shannon limit)的表現。在本章中，我們將分別針對渦輪碼的編碼器和解碼器去討論渦輪碼的優點，最後並列出渦輪解碼器的虛擬碼(Pseudo-code)[7]。

我們首先定義以下的符號：

- E_c 為編碼後每個位元傳送到通道的能量
- N_0 為白色高斯雜訊的功率頻譜密度
- E1 表示第一個成分編碼器(Constituent encoder)
- E2 表示第二個成分編碼器
- D1 表示第一個成分解碼器
- D2 表示第二個成分解碼器
- $IT(\cdot)$ 表示經過交錯器的動作
- $DIT(\cdot)$ 表示經過解交錯器的動作
- m 表示成分編碼器的記憶體大小
- S 表示成分編碼器所有 2^m 種狀態的集合
- $\mathbf{x}^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_N^s) = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 為輸入成分編碼器的資訊位元，也是成分編碼器所產生的系統位元(Systematic bits)
- $\mathbf{x}^p = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_N^p)$ 為成分編碼器所產生的同位位元(Parity bits)

- $y_k = (y_k^s, y_k^p)$ 為 (x_k^s, x_k^p) 加上白色高斯雜訊(AWGN)的資料
- $y_a^b = (y_a, y_{a+1}, \dots, y_b)$
- $\mathbf{y} = \mathbf{y}_1^N = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ 為所收到的字元

2.1 編碼器

渦輪編碼器由兩個成分編碼器及一個交錯器所組成，如圖 2.1 所示。其中每個成分編碼器為遞迴系統式迴旋編碼器(Recursive systematic convolutional code)。

由於是系統式編碼，因此上下兩個成分編碼器會輸出相同但順序不同的系統位元，故我們只需傳送第一個成分編碼器產生的系統位元 x_k^s ，令一個用虛線表示的系統位元則可不送，也就是被穿孔掉(Punctured)，在解碼時被穿孔掉的資訊則利用經過通道的 x_k^s (也就是 y_k^s) 經過交錯器後取得，以替供第二個成分編碼器解碼之用，因此系統編碼配合穿孔可節省傳送所需的頻寬。

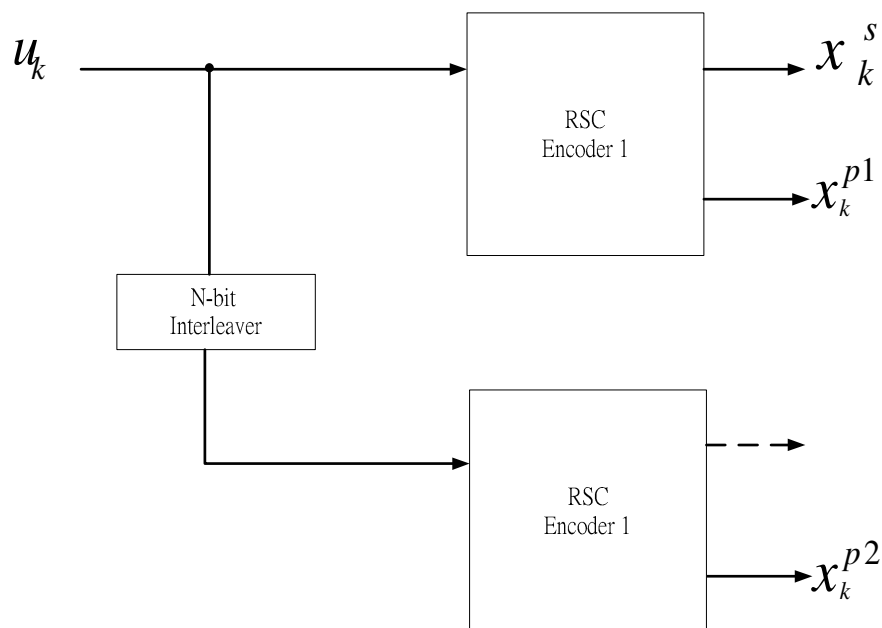


圖 2.1 碼率為 1/3 的渦輪編碼器架構圖

由於當迴旋編碼器的輸入權術(Input weight)小時，輸出權術也會比較小，而一個編碼器的表現好壞，其中一個就是看它產生的最小輸出權術，最小輸出權術愈大愈好，因此迴旋編碼器的表現會被輸入權術小的輸入給侷限住；但是若是遞迴式迴旋編碼器則不會如此，對遞迴式迴旋編碼器而言，輸入權術小，輸出權術不一定就會小，要看輸入權術的分佈為何，因此若配合交錯器打散輸入權術的分佈，則兩個成分編碼器同時產生輸出權術小的機率便會變小，使等效的最小輸出權術變大；此外交錯器愈大，則可以打得愈散，使兩個成分編碼器愈不容易產生相同數目的輸出權術，因此交錯器愈大則表現愈好。

因此渦輪編碼器使用了兩個遞迴系統式迴旋編碼器配合交錯器以節省傳送頻寬及提升等效的最小輸出權術。下一節裡我們將介紹渦輪碼在解碼器方面如何利用循環式解碼(Iterative decoding)提升表現。

2.2 解碼器(Decoder)



在 Berrou 等人所提出的渦輪碼的解碼器中，使用到了 Bahl 等人在約 20 年前所提出的最大後置機率(MAP)演算法，(又稱為 BCJR 演算法)，因此在 2.2.1 節中我們首先介紹 MAP 演算法，並指出此演算法在實際使用電腦處理時所造成在數值上的不穩定性，進而提出修改的版本[7]；接著在 2.2.2 節中我們將介紹 Berrou 如何把 MAP 演算法應用在循環式解碼(Iterative decoding)中；最後在 2.2.3 節中我們將列出渦輪解碼器的虛擬碼，使得讀者對於渦輪解碼的流程更加清楚。

2.2.1 MAP 演算法

在 MAP 解碼器中，如果 $P(u_k = +1 | \mathbf{y}) > P(u_k = -1 | \mathbf{y})$ ，解碼器便決定 $u_k = +1$ ，否則便決定 $u_k = -1$ 。若以數學式簡潔的來表示，則為：

$$\hat{u}_k = \text{sign}[L(u_k)]$$

其中 $L(u_k)$ 稱作對數可能性比例(Log-likelihood ratio)，並被定義為：

$$L(u_k) \triangleq \log \left(\frac{P(u_k = +1 | \mathbf{y})}{P(u_k = -1 | \mathbf{y})} \right)$$

若將上式利用編碼器狀態與輸入輸出的關係去分解，我們可以得到下式：

$$L(u_k) \triangleq \log \left(\frac{\sum_{S^+} p(s_{k-1} = s', s_k = s, \mathbf{y}) / p(\mathbf{y})}{\sum_{S^-} p(s_{k-1} = s', s_k = s, \mathbf{y}) / p(\mathbf{y})} \right) \quad (2-1)$$

其中 $s_k \in S$ 為編碼器在時間 k 時的狀態， S^+ 為 $u_k = +1$ 時所造成的編碼器狀態轉移 $(s_{k-1} = s') \rightarrow (s_k = s)$ 中所有的 (s', s) 集合，同樣的， S^- 則為 $u_k = -1$ 情況下的集合。

在(2-1)式中，我們可以把 $p(\mathbf{y})$ 消掉，並由[6]可知：

$$p(s', s, \mathbf{y}) = \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s) \quad (2-2)$$

其中

$$1. \alpha_k(s) \triangleq p(s_k = s, y_1^k) = \sum_{s' \in S} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s) \quad (2-3)$$

$$\text{且 } \alpha_0(0) = 1, \alpha_0(s \neq 0) = 0$$

$$2. \gamma_k(s', s) \triangleq p(s_k = s, y_k | s_{k-1} = s') = p(s | s') p(y_k | s', s) \\ = p(u_k) p(y_k | u_k) \quad (2-4)$$

$$3. \beta_k(s) \triangleq p(y_{k+1}^N | s_k = s)$$

$$\beta_{k-1}(s') = \sum_{s \in S} \beta_k(s) \gamma_k(s', s) \quad (2-5)$$

$$\text{且 } \beta_N(0) = 1, \beta_N(s \neq 0) = 0$$

從以上的定義，我們可以重寫(2-1)式成(2-6)式：

$$L(u_k) \triangleq \log \left(\frac{\sum_{S^+} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{S^-} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \beta_k(s)} \right) \quad (2-6)$$

從上述的定義我們發現， $\alpha_k(s)$ 的值會隨著 k 變大而愈來愈小， $\beta_k(s)$ 的值則會隨著 k 變小而愈來愈小，其例子如參考書籍[8]的表5.1。由於實際上硬體表示數字的精確度有限，當 k 值很大時將會造成可觀的誤差，為了降低這樣數值上的不穩定性，我們將上述的定義作以下的修正[7]：

$$\tilde{\alpha}_k(s) = \alpha_k(s) / p(y_1^k)$$

$$\tilde{\beta}_k(s) = \beta_k(s) / p(y_{k+1}^N | y_1^k)$$

經由以上的定義，則我們可以推導出如下的式子：

$$\tilde{\alpha}_k(s) = \frac{\sum_{s' \in S} \tilde{\alpha}_{k-1}(s') \gamma_k(s', s)}{\sum_{s'' \in S} \sum_{s' \in S} \tilde{\alpha}_{k-1}(s') \gamma_k(s', s'')} \quad (2-7)$$

$$\tilde{\beta}_{k-1}(s') = \frac{\sum_{s \in S} \tilde{\beta}_k(s) \gamma_k(s', s)}{\sum_{s \in S} \sum_{s'' \in S} \tilde{\alpha}_{k-1}(s'') \gamma_k(s'', s)} \quad (2-8)$$

$$L(u_k) \triangleq \log \left(\frac{\sum_{S^+} \tilde{\alpha}_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \tilde{\beta}_k(s)}{\sum_{S^-} \tilde{\alpha}_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s', s) \cdot \tilde{\beta}_k(s)} \right) \quad (2-9)$$

注意 $\tilde{\alpha}_k(s)$ 和 $\tilde{\beta}_k(s)$ 與(2-3)及(2-5)式具有相同的邊界條件。且使用新的定義去計算 $L(u_k)$ 與舊的定義的差別只在 $\alpha_k(s)$ 及 $\beta_k(s)$ 計算時的不同，因此為方便起見，本論文之後皆採用(2-3)及(2-5)的定義，僅在使用電腦模擬時換成(2-7)及(2-8)的定義。

2.2.2 循環式 MAP 解碼

上一節所介紹的 MAP 演算法，在計算 $\gamma_k(s',s)$ 時必須知道事前機率 $p(u_k)$ ，若無法得知 $p(u_k)$ 的值，只能將之設成 0.5，如此一來，此演算法相對於使用 Viterbi 演算法去解碼的表現便無太大的改進，且 MAP 相對於 Viterbi 演算法的複雜度又較高，因此單只使用一個 MAP 解碼器作解碼並不划算。Berrou 等人所提出的渦輪碼在編碼器使用平行的兩個成分編碼器，如 2.1 節所介紹；而解碼器便是使用兩個 MAP 成分解碼器，互相去估計對方所需的事前機率 $p(u_k)$ ，進而大幅改善解碼的表現。這一節裡我們將介紹如何將 MAP 演算法應用在渦輪解碼裡，圖 2.2 為渦輪解碼器的架構圖：

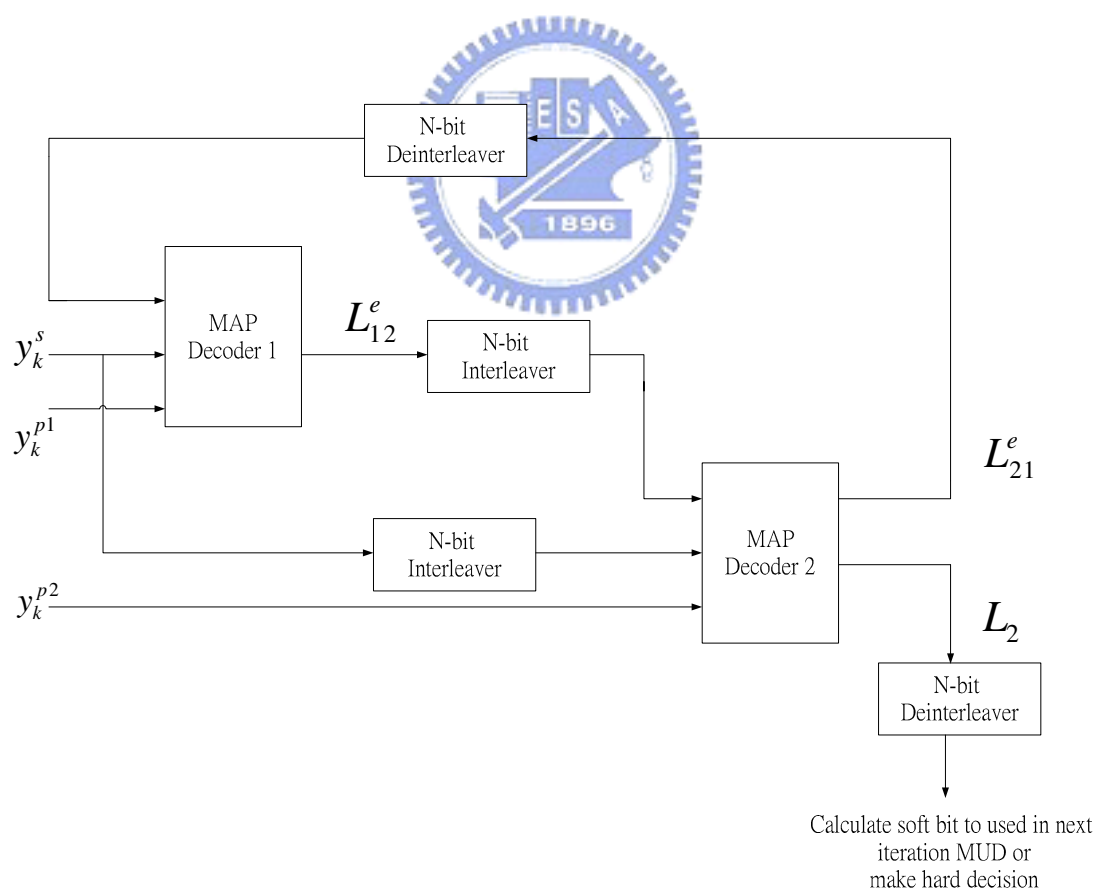


圖 2.2 碼率為 1/3 的渦輪解碼器架構圖

首先我們要改寫(2-4)式，我們令 $L^a(u_k) \triangleq \log\left(\frac{P(u_k=+1)}{P(u_k=-1)}\right)$ ，因為此式中

的 $P(u_k=-1)=1-P(u_k=+1)$ ，因此我們可以算出：

$$P(u_k=+1) = \frac{\exp(L^a(u_k))}{1+\exp(L^a(u_k))} = \frac{\exp(L^a(u_k)/2) \cdot \exp(L^a(u_k)/2)}{1+\exp(L^a(u_k))}$$

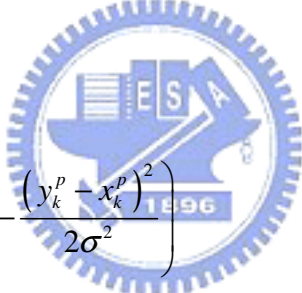
$$P(u_k=-1) = \frac{1}{1+\exp(L^a(u_k))} = \frac{\exp(L^a(u_k)/2) \cdot \exp(-L^a(u_k)/2)}{1+\exp(L^a(u_k))}$$

根據以上兩式，我們可以把 $P(u_k)$ 寫成：

$$P(u_k) = \frac{\exp(L^a(u_k)/2)}{1+\exp(L^a(u_k))} \cdot \exp(u_k \cdot L^a(u_k)/2) \quad (2-10)$$

$$= A_k \exp(u_k \cdot L^a(u_k)/2)$$

此外，



$$p(y_k | u_k) \propto \exp\left(-\frac{(y_k^s - u_k)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y_k^p - x_k^p)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$= \exp\left(-\frac{y_k^{s^2} + u_k^2 + y_k^{p^2} + x_k^{p^2}}{2\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(\frac{u_k y_k^s + y_k^p x_k^p}{2\sigma^2}\right) \quad (2-11)$$

$$= B_k \exp\left(\frac{u_k y_k^s + y_k^p x_k^p}{2\sigma^2}\right)$$

其中 $\frac{1}{\sigma^2} = \frac{E_c}{N_0/2}$ ；因此(2-4)可以寫成

$$\gamma_k(s', s) \propto \exp(u_k \cdot L^a(u_k)/2) \cdot \exp\left(\frac{u_k y_k^s + y_k^p x_k^p}{2\sigma^2}\right) \quad (2-12)$$

在(2-12)式中，我們之所以把常數項都去掉，是因為這些項在最後計算對數可能性比例時，皆會分子分母對消掉。接著我們把(2-12)式代入(2-6)式可得：

$$L(u_k) \triangleq \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{k-1}(s') \cdot p(u_k = +1) p(y_k | u_k) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{k-1}(s') \cdot p(u_k = -1) p(y_k | u_k) \cdot \beta_k(s)} \right)$$

$$= \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{k-1}(s') \cdot \exp(L^a(u_k)/2) \cdot \exp\left(\frac{y_k^s + y_k^p x_k^p}{2\sigma^2}\right) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{k-1}(s') \cdot \exp(-L^a(u_k)/2) \cdot \exp\left(\frac{-y_k^s + y_k^p x_k^p}{2\sigma^2}\right) \cdot \beta_k(s)} \right)$$

經過化簡，上式又可寫成：

$$L(u_k) = L^a(u_k) + \frac{2y_k^s}{\sigma^2} + L^e(u_k)$$

其中

$$L^e(u_k) = \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{k-1}(s') \cdot \exp\left(-\frac{y_k^p \times x_k^p}{\sigma^2}\right) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{k-1}(s') \cdot \exp\left(-\frac{y_k^p \times x_k^p}{\sigma^2}\right) \cdot \beta_k(s)} \right) \quad (2-13)$$

(2-13)式的第一項為事前機率的對數可能性比例，此值可由另一個 MAP 解碼器估計出來；第二項為系統位元的資訊；第三項為同位元元的資訊，稱為外質資訊(Extrinsic information)。因此對於第一個 MAP 解碼器 D1 而言，(2-13)可以寫成(2-14)式：

$$L_1(u_k) = \text{DIT}(L_{21}^e(\text{IT}(u_k))) + \frac{2y_k^s}{\sigma^2} + L_{r2}^e(u_k) \quad (2-14)$$

其中 $\text{DIT}(L_{21}^e(\text{IT}(u_k)))$ 表示 D2 傳給 D1 的外質資訊，也就是(2-13)式中的 $L^a(u_k)$ 項； $L_{r2}^e(u_k)$ 表示 D1 欲傳給 D2 的外質資訊。

2.2.3 渦輪解碼器的虛擬碼(Pseudo-code)

因為編碼器的做法比較直觀，因此這裡我們只列出解碼器的虛擬碼，但必須注意的是，因為編碼器使用了平行的兩個成分編碼器，因此無法同時滿足此兩個碼具有(2-5)式的邊界條件，因此我們只針對其

中一個成分編碼器去設計終結位元(Termination bits)，方法請詳閱參考書籍[8]的第 4.2.3 節。

首先解碼器必須知道編碼器的架構及白色高斯雜訊的功率頻譜密度。

● **設定初始值：**

D1：

$$\Delta \alpha_0^{(1)}(s) = 1 \text{ for } s = 0 \\ = 0 \text{ for } s \neq 0$$

$$\Delta \beta_N^{(1)}(s) = 1 \text{ for } s = 0 \\ = 0 \text{ for } s \neq 0$$

$$\Delta L_{21}^e(u_k) = 0 \text{ for } k = 1, 2, \dots, N$$

D2：

$$\Delta \alpha_0^{(2)}(s) = 1 \text{ for } s = 0 \\ = 0 \text{ for } s \neq 0$$

△ 於第一個迴圈計算出 $\alpha_N^{(2)}(s)$ 後，設定

$$\beta_N^{(2)}(s) = \alpha_N^{(2)}(s) \text{ for all } s$$



● **第 n^{th} 迴圈**

D1：

for $k=1:N$

△ 取得 $y_k = (y_k^s, y_k^{p1})$ ；其中 y_k^{p1} 為 E1 產生的同位位元經過 AWGN 通道後的值。

△ 利用(2-12)式計算所有可能的 $s' \rightarrow s$ 的 $\gamma_k(s', s)$ ，其中的 $L^a(u_k)$ 為 $\text{DIT}(L_{21}^e(\text{IT}(u_k)))$ 。

△ 對所有的 s ，利用(2-3)式計算 $\alpha_k^{(1)}(s)$ 。

end

for $k=N:-1:2$

△ 對所有的 s ，利用(2-5)式計算 $\beta_{k-1}^{(1)}(s)$ 。

End

for $k=1:N$

$$\Delta \text{ 計算 } L_{12}^e(u_k) = \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{k-1}^{(1)}(s') \cdot \exp\left(-\frac{y_k^{p1} \times x_k^{p1}}{\sigma^2}\right) \cdot \beta_k^{(1)}(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{k-1}^{(1)}(s') \cdot \exp\left(-\frac{y_k^{p1} \times x_k^{p1}}{\sigma^2}\right) \cdot \beta_k^{(1)}(s)} \right)$$

end

D2:

for $k=1:N$

△ 取得 $y_k = (y_k^s, y_k^{p2})$ ；其中 y_k^{p1} 為 E1 產生的同位位元經過 AWGN 通道後的值。

△ 利用(2-12)式計算所有可能的 $s' \rightarrow s$ 的 $\gamma_k(s', s)$ ，將式中的 y_k^s 換成經過交錯器的值 $IT(y_k^s)$ ，其中的 $L^e(u_k)$ 為 $IT(L_{12}^e(u_k))$ 。

△ 對所有的 s ，利用(2-3)式計算 $\alpha_k^{(2)}(s)$ 。

end

for $k=N:-1:2$

△ 對所有的 s ，利用(2-5)式計算 $\beta_{k-1}^{(2)}(s)$ 。

end



for $k=1:N$

$$\Delta \text{ 計算 } L_{21}^e(\text{IT}(u_k)) = \log \left(\frac{\sum_{s'} \alpha_{k-1}^{(2)}(s') \cdot \exp\left(-\frac{y_k^{p2} \times x_k^{p2}}{\sigma^2}\right) \cdot \beta_k^{(2)}(s)}{\sum_{s'} \alpha_{k-1}^{(2)}(s') \cdot \exp\left(-\frac{y_k^{p2} \times x_k^{p2}}{\sigma^2}\right) \cdot \beta_k^{(2)}(s)} \right)$$

end

● **做完最後一個迴圈之後**

for $k=1:N$

$$\Delta \text{ 計算 } L_2(\text{IT}(u_k)) = \text{IT}\left(L_{12}^e(u_k)\right) + \text{IT}\left(\frac{2y_k^s}{\sigma^2}\right) + L_{21}^e(\text{IT}(u_k))$$

Δ

if $\text{DIT}(L_2(\text{IT}(u_k))) > 0$

 decide $u_k = +1$

else

 decide $u_k = -1$

end



第三章

訊息傳遞演算法

(Message Passing Algorithm, 簡稱 MPA)

由於在渦輪多用戶偵測中，渦輪解碼器必須輸出系統位元 (Systematic Bit) 及同位位元 (Parity Bits) 的軟資訊回傳給多用戶偵測器，但是傳統渦輪解碼器只能得出系統位元的軟資訊，因此一般渦輪多用戶偵測為部份軟性 (Partial Soft) 多用戶偵測，亦即在同位位元部份使用渦輪解碼器得出系統位元軟資訊後，經硬性決策後再經過渦輪編碼器得出，因此同位位元在此處為一硬資訊。

在本章中，我們將介紹訊息傳遞演算法 [1]，並提出使用此種演算法導出渦輪碼同位位元軟資訊的方法，以提升傳統渦輪多用戶偵測的表現。

3.1 MPA 的介紹

MPA 的主要目的是將一個複雜的問題分解成許多簡單的問題。它的做法是將問題先表示成正規圖，並利用正規圖的結構及本質機率去推導局部的外質機率，然後再將此訊息傳遞給別處，作為別處問題的本質機率，然後最後便可算出整體的外質機率及後置機率。

3.1.1 正規圖(Normal Graph)

正規圖[9]由一群邊及節點所組成，圖 3.1 為一個節點及兩個節點的例子。我們將正規圖的物理意義整理成表 3.1。其中，節點所代表的意義為局部約束，而邊所代表的意義為變數，所謂的約束指的便是連結至此節點的變數必須符合某特定的關係，例如連結至此節點的變數皆必須相等，因此圖 3.1 中， N 所代表的為一特定的集合； A_i 代表的是一組 x_i 可能的值， $A_0 \times A_1 \times A_2$ 則代表 x_0 、 x_1 及 x_2 的完整集合，因此 N 包含於 $A_0 \times A_1 \times A_2$ 。 $\mu_{A \rightarrow B}(x)$ 指連結節點 A 的邊變數 x 的外質機率，對節點 B 而言則為與 B 節點連結的邊變數 x 的內質機率，因此 $\mu_{A \rightarrow B}(x)$ 為節點 A 傳給節點 B 的訊息。

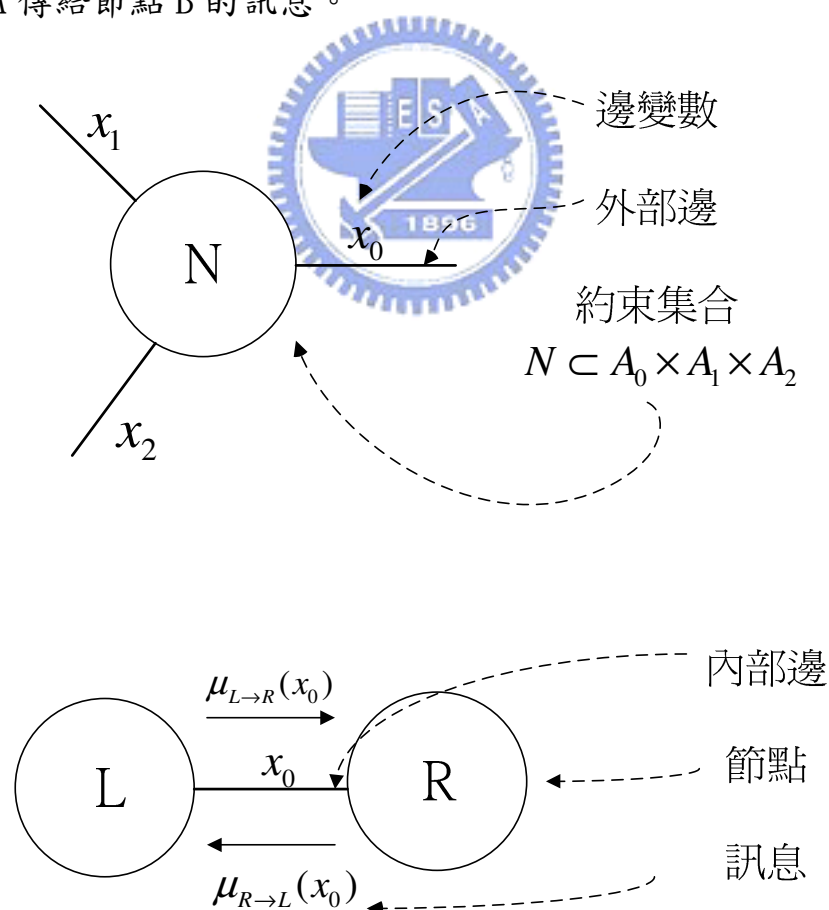


圖 3.1 正規圖的例子

	關係	目的
外部邊 (External edge)	符號變數	輸入輸出
內部邊 (Internal edge)	狀態變數	訊息傳遞
節點 (Node)	局部約束 (Local Constraint)	計算

表 3.1 正規圖的組成元件

3.1.2 在正規圖上的訊息傳遞

定義：

1. 本質機率： $P_E^{\text{int}}(x=a) = P(x=a)$
2. 後置機率： $P_E^{\text{post}}(x=a) = P(x=a|E)$
3. 外質機率： $P_E^{\text{ext}}(x=a) = c_x P(E|x=a)$

其中 $c_x = \frac{1}{\sum_{a \in A} P(E|x=a)}$

3.1.2.1 一個節點

首先我們先考慮一個節點的情況，如圖 3.2 所示，假設每個邊變數為獨立，且每個邊變數的本質機率為已知，則我們可以分別計算出每個邊變數的外質機率及後置機率，以邊變數 X_0 為例，其外質機率及後置機率可分別由(3-1)及(3-2)式計算出：

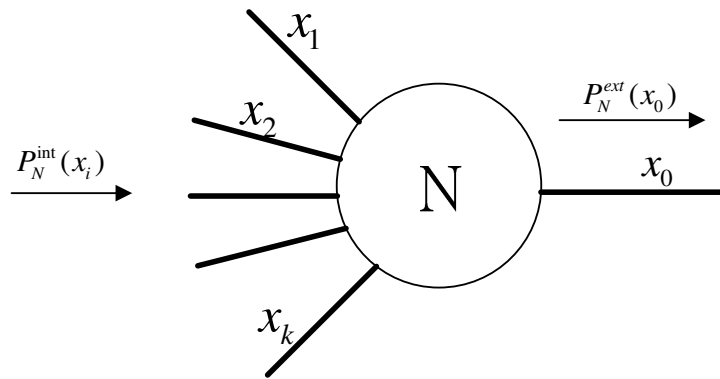


圖 3.2 一個節點

外質機率：

$$P_N^{ext}(x_0 = \alpha_0) = c_{x_0} P(N | x_0 = \alpha_0) = c_{x_0} \sum_{\substack{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \\ (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k) \in N}} \prod_{i=1}^K P_N^{int}(x_i = \alpha_i) \quad (3-1)$$

利用貝氏定理(Bayes' Theorem)，我們可以將後置機率拆解成如下的式子：

後置機率：

$$\begin{aligned} P_N^{post}(x_0 = \alpha_0) &= P(x_0 = \alpha_0 | N) = \frac{1}{P(N)} P(N | x_0 = \alpha_0) P(x_0 = \alpha_0) \\ &= \frac{1}{P(N)} \sum_{\substack{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k \\ (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k) \in N}} \prod_{i=0}^K P_N^{int}(x_i = \alpha_i) \end{aligned} \quad (3-2)$$

以下為(3-1)式的證明：

1.

連結至約束節點N的可能集合為：

$$N \subset A_0 \times A_1 \times \dots \times A_K$$

也就是說，當 $x_0 = \alpha_0, x_1 = \alpha_1, \dots, x_K = \alpha_K$ 時，事件N為真的條件是

$$(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_K) \in N$$

2.

$$\therefore \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \\ \in A_1 \times \dots \times A_K}} P(\{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K) = 1$$

$$\therefore P(N) = \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \\ \in A_1 \times \dots \times A_K}} P(N, \{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K)$$

3.

由2的結果，則條件機率

$$\begin{aligned} P(N | x_0 = \alpha_0) &= \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \\ \in A_1 \times \dots \times A_K}} P(N, \{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K | x_0 = \alpha_0) \\ &= \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \\ \in A_1 \times \dots \times A_K}} P(N | \{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K) P(\{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K | x_0 = \alpha_0) \\ &= \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \in A_1 \times \dots \times A_K \\ \sim \alpha_0}} P(\{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K | x_0 = \alpha_0) \\ &= \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \in A_1 \times \dots \times A_K \\ \sim \alpha_0}} P(\{x_i = \alpha_i\}_{i=1}^K) \quad \because \text{變數間為獨立} \\ &= \sum_{\substack{(\alpha_1, \dots, \alpha_K) \in A_1 \times \dots \times A_K \\ \sim \alpha_0}} \prod_{i=1}^K P(x_i = \alpha_i) \end{aligned}$$

3.1.2.2 兩個節點

接下來我們考慮兩個節點的情況，如圖 3.3 所示，如果我們把 L 及 R 兩個局部約束集合看成一個大約束集合 g，則套用(3-1)式，我們可以計算出每一個外部邊變數的外質機率，如(3-3)式所示。

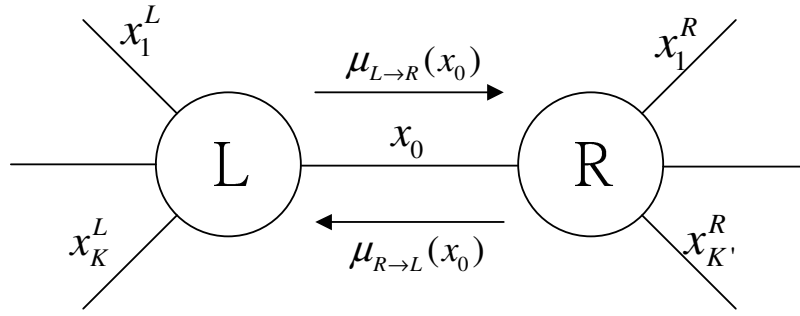


圖 3.3 兩個節點

假設我們將3.3圖的邊變數重新取名：

$$(x_0, x_1, x_2, \dots, x_{K+K'}) = (x_0, x_1^L, \dots, x_K^L, x_1^R, \dots, x_{K'}^R)$$

則 x_i 的外質機率 (i 介於0到 $K+K'$)：

$$P_g^{ext}(x_i) = c'_{x_i} \sum_{\substack{(x_0, x_1, \dots, x_{K+K'}) \in g \\ \sim \{x_i\}}} \prod_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^{K+K'} P_g^{int}(x_l) \quad (3-3)$$

由於整體的變數增加，所以可能發生的邊變數集合也變多，使得(3-3)式的複雜度很高。接下來我們將會介紹如何分開處理L和R的局部約束以使複雜度降低。

$$\begin{aligned} P(L, R | x_1^R) &= \sum_{\substack{x_0, \\ \{x_i^R\}_{i=2}^{K'}}} P(L, R, x_0, \{x_i^R\}_{i=2}^{K'} | x_1^R) \\ &= \sum_{\substack{x_0, \\ \{x_i^R\}_{i=2}^{K'}}} P(R | L, x_0, \{x_i^R\}_{i=1}^{K'}) P(L, x_0, \{x_i^R\}_{i=2}^{K'} | x_1^R) \quad \because \text{貝式定理} \\ &= \sum_{\substack{x_0, \\ \{x_i^R\}_{i=2}^{K'}}} P(R | x_0, \{x_i^R\}_{i=1}^{K'}) P(L, x_0, \{x_i^R\}_{i=2}^{K'} | x_1^R) \quad \because \text{馬可夫定理} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\substack{x_0, \\ \{x_i^R\}_{i=2}^{K'}}} P\left(R \mid x_0, \{x_i^R\}_{i=1}^{K'}\right) P\left(L \mid x_0, \{x_i^R\}_{i=1}^{K'}\right) P\left(x_0, \{x_i^R\}_{i=2}^{K'} \mid x_1^R\right) \quad \because \text{貝式定理} \\
&= \sum_{\substack{x_0, \\ \{x_i^R\}_{i=2}^{K'}}} P\left(R \mid x_0, \{x_i^R\}_{i=1}^{K'}\right) P(L \mid x_0) P_g^{\text{int}}(x_0) \prod_{i=2}^{K'} P_g^{\text{int}}(x_i^R) \quad \because \text{變數獨立}
\end{aligned}$$

假設 $P_g^{\text{int}}(x_0) = \frac{1}{|A_0|}$ 為均勻分布，則

$$\begin{aligned}
p_g^{\text{ext}}(x_1^R) &= c_{x_1^R} P(L, R \mid x_1^R) \\
&= c_{x_1^R} \sum_{\substack{x_0, \\ \{x_i^R\}_{i=2}^{K'}}} P\left(R \mid x_0, \{x_i^R\}_{i=1}^{K'}\right) P(L \mid x_0) \prod_{i=2}^{K'} P_g^{\text{int}}(x_i^R) \\
&= c_{x_1^R} \sum_{\substack{(x_0, x_1^R, x_2^R, \dots, x_{K'}^R) \in R \\ \sim \{x_1^R\}}} P(L \mid x_0) \prod_{i=2}^{K'} P_g^{\text{int}}(x_i^R) \\
&= c_{x_1^R} \sum_{\substack{(x_0, x_1^R, x_2^R, \dots, x_{K'}^R) \in R \\ \sim \{x_1^R\}}} P(L \mid x_0) \prod_{i=2}^{K'} P_R^{\text{int}}(x_i^R) \quad (3-4)
\end{aligned}$$

此處 $P(L \mid x_0)$ 可看成 $P_R^{\text{int}}(x_0)$

以上的證明簡言之，就是當有兩個節點 L、R 以一內部邊變數相連時，將其中一節點 L 在此內部邊變數的外質機率，看作是另一節點 R 的內質機率時，對 R 節點去算出的外部邊變數的外質機率，等於同時對 L 及 R 節點去算出的 R 那邊的外部邊變數的外質機率；將 L 及 R 反過來看也是一樣。因此我們由 L 節點的局部約束去算出 R 節點需要的內質機率後，再由 R 節點的局部約束去算出 R 節點其中一外部邊變數的外質機率，這樣個別去計算的複雜度會比對整體 g 的局部約束去計算其中一外部邊變數的外質機率的複雜度低很多。我們將兩個節點的 MPA 步驟整理如下：

步驟 1: 設定初始值

將內部邊邊數設為均勻分佈: $P_g^{\text{int}}(x_0) = \frac{1}{|A_0|}$

步驟 2(a): 計算從L節點傳至R節點的訊息

輸入: $P_L^{\text{int}}(x_i^L) \leftarrow P_g^{\text{int}}(x_i^L)$, $i=1,2,\dots,K$

計算: $P_L^{\text{ext}}(x_0) = c_{x_0}$, $\sum_{\substack{(x_0, x_1^L, x_2^L, \dots, x_K^L) \in L \\ \sim \{x_0\}}} \prod_{i=1}^K P_L^{\text{int}}(x_i^L)$

輸出: $\mu_{L \rightarrow R}(x_0) \leftarrow P_L^{\text{ext}}(x_0)$

步驟 2(b): 計算從R節點傳至L節點的訊息

輸入: $P_R^{\text{int}}(x_{i'}^R) \leftarrow P_g^{\text{int}}(x_{i'}^R)$, $i'=1,2,\dots,K'$

計算: $P_R^{\text{ext}}(x_0) = c_{x_0}$, $\sum_{\substack{(x_0, x_1^R, x_2^R, \dots, x_{K'}^R) \in R \\ \sim \{x_0\}}} \prod_{i'=1}^{K'} P_R^{\text{int}}(x_{i'}^R)$

輸出: $\mu_{R \rightarrow L}(x_0) \leftarrow P_R^{\text{ext}}(x_0)$

步驟 3(a): 計算L節點的外質機率輸出

輸入: $P_L^{\text{int}}(x_0) \leftarrow \mu_{R \rightarrow L}(x_0)$ 及 $P_L^{\text{int}}(x_i^L) \leftarrow P_g^{\text{int}}(x_i^L)$, $i=1,2,\dots,K$

計算: $P_L^{\text{ext}}(x_i^L) = c_{x_i^L}$, $\sum_{\substack{(x_0, x_1^L, x_2^L, \dots, x_K^L) \in L \\ \sim \{x_i^L\}}} P_L^{\text{int}}(x_0) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^K P_L^{\text{int}}(x_l^L)$, $i=1,2,\dots,K$

輸出: $P_g^{\text{ext}}(x_i^L) \leftarrow P_L^{\text{ext}}(x_i^L)$, $i=1,2,\dots,K$

步驟 3(b): 計算R節點的外質機率輸出

輸入: $P_R^{\text{int}}(x_0) \leftarrow \mu_{L \rightarrow R}(x_0)$ 及 $P_R^{\text{int}}(x_{i'}^R) \leftarrow P_g^{\text{int}}(x_{i'}^R)$, $i'=1,2,\dots,K'$

計算: $P_R^{\text{ext}}(x_{i'}^R) = c_{x_{i'}^R}$, $\sum_{\substack{(x_0, x_1^R, x_2^R, \dots, x_{K'}^R) \in R \\ \sim \{x_{i'}^R\}}} P_R^{\text{int}}(x_0) \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i'}}^{K'} P_R^{\text{int}}(x_l^R)$, $i'=1,2,\dots,K'$

輸出: $P_g^{\text{ext}}(x_{i'}^R) \leftarrow P_R^{\text{ext}}(x_{i'}^R)$, $i'=1,2,\dots,K'$

3.1.2.3 兩個模組

當有兩個以上的節點時，我們可以將這些節點先分成兩個模組，如圖 3.4 所示，分成 L 及 R 模組，此時 L 和 R 間的訊息傳遞就可以使用上一節中所介紹的兩個節點訊息傳遞的方法，而 L 或 R 中若還包含兩個以上的節點時，則又可以繼續分解下去，直到分解成一個模組為一個節點。

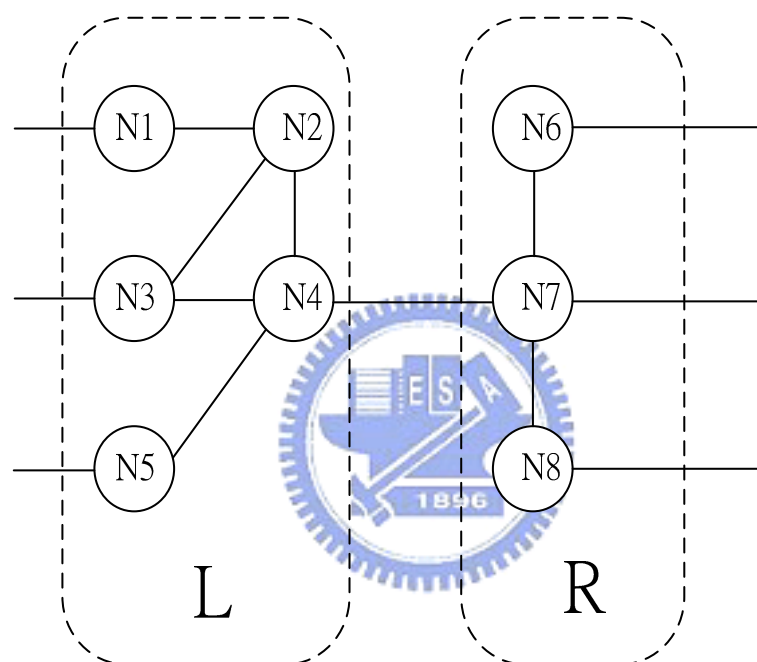


圖 3.4 以一個邊相連的兩個模組

3.1.3 應用

3.1.3.1 同等節點(Equality Node)

同等節點指的是與節點相連的變數被約束成必須相等，我們將同等節點表示成圖 3.5。在這種情形下外質機率的公式(3-1)可被簡化成如(3-5)式：

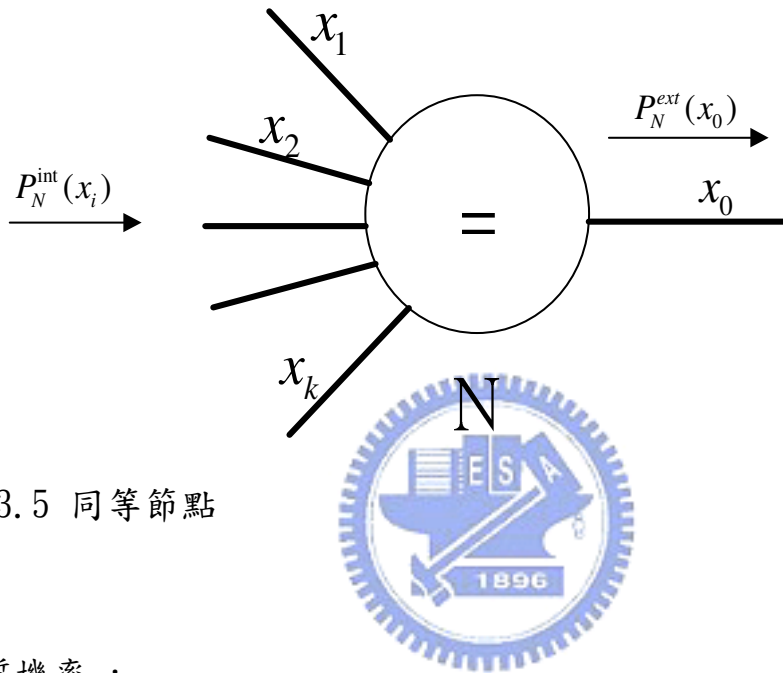


圖 3.5 同等節點

外質機率：

$$P_N^{ext}(x_0 = \alpha_0) = c_{x_0} \cdot P(N | x_0 = \alpha_0) = c_{x_0} \cdot \prod_{i=1}^K P_N^{int}(x_i = \alpha_0) \quad (3-5)$$

在二位元系統中，(3-5)式又可以用對數可能性比例(LLR)的方法來表示：(為了方便起見，這章裡的二位元指的是 1 和 -1)

$$\begin{aligned} LLR_{N \rightarrow x_0}(x_0) &= \log \frac{P_N^{ext}(x_0 = 1)}{P_N^{ext}(x_0 = -1)} = \log \frac{\prod_{i=1}^K P_N^{int}(x_i = 1)}{\prod_{i=1}^K P_N^{int}(x_i = -1)} \\ &= \sum_{i=1}^K LLR_{x_i \rightarrow N}(x_i) \end{aligned} \quad (3-6)$$

3.1.3.2 白色高斯雜訊的外質機率

假設我們傳送 x 訊號經過白色高斯雜訊通道後收到 y ：

$$y=x+n$$

且白色雜訊具有如下的機率分布：

$$P_n(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right)$$

則我們可以寫出 x 的後置機率為：

$$\begin{aligned} P_{AWGN}^{post}(x) &= P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x)}{P(y)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma P(y)} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}\right) P(x) \end{aligned} \quad (3-7)$$

其中 x 的外質機率為 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}\right)$.

3.2 MPA 在渦輪解碼上的應用

接下來我們將介紹如何把 MPA 應用至渦輪解碼上。由於渦輪編碼是由兩個編碼器加上一個交錯器所組成的，每一個編碼器皆可由一籬笆狀圖(Trellis diagram)來代表，因此我們首先會介紹籬笆狀圖的正規圖表示法，然後由此正規圖去推導我們所要的後置機率，此即為一個編碼器下的解碼方法；然後我們將把此正規圖擴展成渦輪編碼的正規圖，去推導渦輪碼系統位元和同位位元的後置機率，並將之與傳統渦輪解碼的方法作一比較。

3.2.1 籬笆狀圖及其相對的正規圖

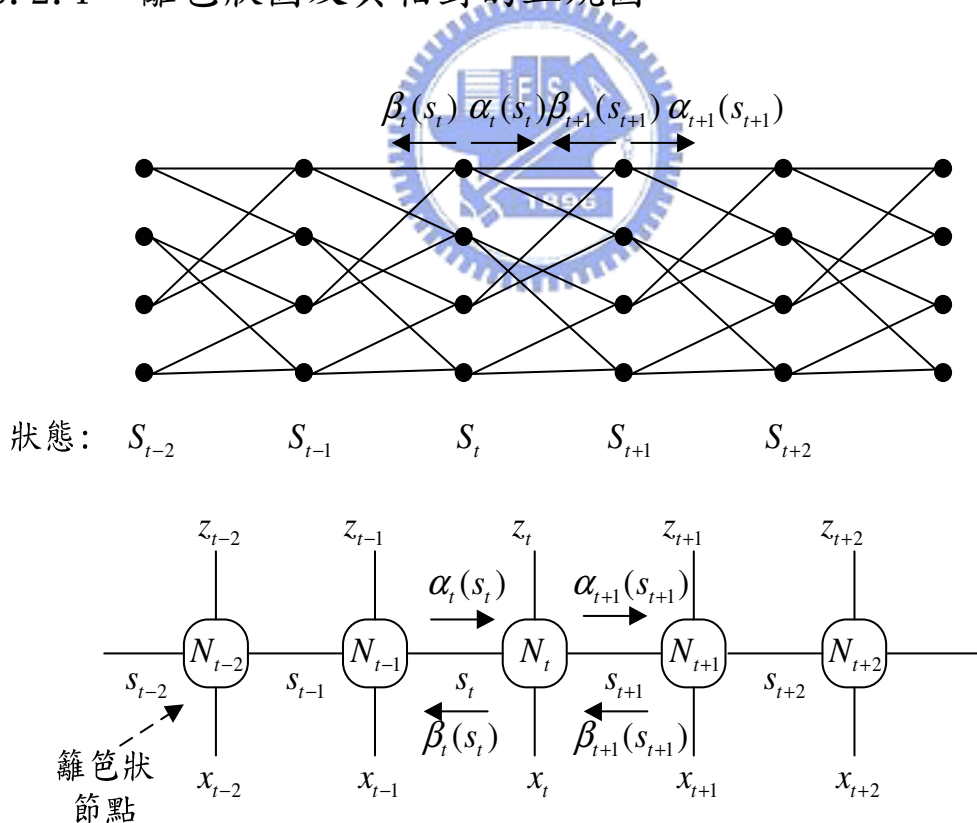


圖 3.6 籬笆狀圖及其相對的正規圖

在圖 3.6 中，我們以狀態數為四，碼率為 1/2 的編碼器為例，上方的圖為此編碼器的籬笆狀圖，而下方的圖則為等效的正規圖。其中 S_t 為在時間 t 時編碼器的狀態； x_t 及 z_t 則為在時間 t 時的編碼器輸出位元； N_t 則為時間 t 時所可能的 (S_t, S_{t+1}, x_t, z_t) 集合，此集合與編碼器的結構有關。

此外定義：

$$\alpha_t(s_t) = \mu_{N_{t-1} \rightarrow N_t}(s_t)$$

$$\beta_t(s_t) = \mu_{N_t \rightarrow N_{t-1}}(s_t)$$

$$\gamma_t(x_t, z_t) = \mu_{X_t \rightarrow N_t}(x_t) \mu_{Z_t \rightarrow N_t}(z_t)$$

由圖 3.6 的正規圖，及(3-1)式計算外質機率的公式可知， α 及 β 可以遞回的方式算出：

$$\alpha_{t+1}(s_{t+1}) = c_{s_{t+1}} \sum_{\substack{(s_t, s_{t+1}, x_t, z_t) \in N_t \\ \sim \{s_{t+1}\}}} \alpha_t(s_t) \gamma_t(x_t, z_t)$$

$$\beta_t(s_t) = c_{s_t} \sum_{\substack{(s_t, s_{t+1}, x_t, z_t) \in N_t \\ \sim \{s_t\}}} \beta_{t+1}(s_{t+1}) \gamma_t(x_t, z_t)$$

假設此編碼器為一系統性編碼器(Systematic encoder)，而 x_t 為系統位元， z_t 為同位位元，此時我們可以經由 MPA 算出系統位元 x_t 的外質機率及後置機率如下所示：

$$\text{外質機率: } \mu_{N_t \rightarrow X_t}(x_t) = c_{x_t} \sum_{\substack{(s_t, s_{t+1}, x_t, z_t) \in N_t \\ \sim \{x_t\}}} \alpha_t(s_t) \beta_{t+1}(s_{t+1}) \mu_{Z_t \rightarrow N_t}(z_t)$$

$$\begin{aligned} \text{後置機率: } P_N^{post}(x_t) &= c_{x_t} \mu_{N_t \rightarrow X_t}(x_t) \mu_{X_t \rightarrow N_t}(x_t) \\ &= c_{x_t} \sum_{\substack{(s_t, s_{t+1}, x_t, z_t) \in N_t \\ \sim \{x_t\}}} \alpha_t(s_t) \gamma_t(x_t, z_t) \beta_{t+1}(s_{t+1}) \end{aligned}$$

若訊號所經過的通道為白色高斯雜訊，由(3-7)式，則我們可以寫出 x_t 的對數可能性比例如(3-8)式所示：

由圖3.6：

$$\gamma_t(x_t, z_t) = \mu_{X_t \rightarrow N_t}(x_t) \mu_{Z_t \rightarrow N_t}(z_t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \right)^2 \exp\left(-\frac{\sum_{j=0}^1 (r_{t,j} - v_{t,j})^2}{2\sigma^2} \right)$$

其中 $(v_{t,0}, v_{t,1}) = (x_t, z_t)$

則 x_t 的對數可能性比例：

$$LLR: \Lambda(x_t) = \log \frac{\sum_{\substack{(s_t, s_{t+1}, x_t=1, z_t) \in N_t \\ \sim \{x_t\}}} \alpha_t(s_t) \exp\left(-\frac{\sum_{j=0}^1 (r_{t,j} - v_{t,j})^2}{2\sigma^2} \right) \beta_{t+1}(s_{t+1})}{\sum_{\substack{(s_t, s_{t+1}, x_t=-1, z_t) \in N_t \\ \sim \{x_t\}}} \alpha_t(s_t) \exp\left(-\frac{\sum_{j=0}^1 (r_{t,j} - v_{t,j})^2}{2\sigma^2} \right) \beta_{t+1}(s_{t+1})} \quad (3-8)$$

3.2.2 利用 MPA 推導渦輪解碼

上一節中我們介紹了傳送端一個編碼器的正規圖畫法及其系統位元的對數可能性比例表示法，由於渦輪編碼器為兩個編碼器及一個交錯器所形成，因此我們可以將圖 3.6 擴展至圖 3.7 以表示渦輪碼的正規圖。

圖 3.7 中，我們以 x_t^1 表示在時間 t 時的第一個編碼器同位位元，以 x_t^2 表示時間 t 時的第二個編碼器同位位元；以 z_t 表示時間 t 時的第一個編碼器系統位元，以 p_t 表示時間 t' 時的第二個編碼器系統位元；在碼率為 $1/3$ 的渦輪碼中，第一個編碼器在時間 t 時的系統位元會等於第二編碼器在時間 t' 時的系統位元 (t' 和 t 的關係取決於交錯器的設計)，又等於最後輸出的值 x_t^0 ，因此正規圖中我們用一同等節點將這三個邊變數連結在一起。

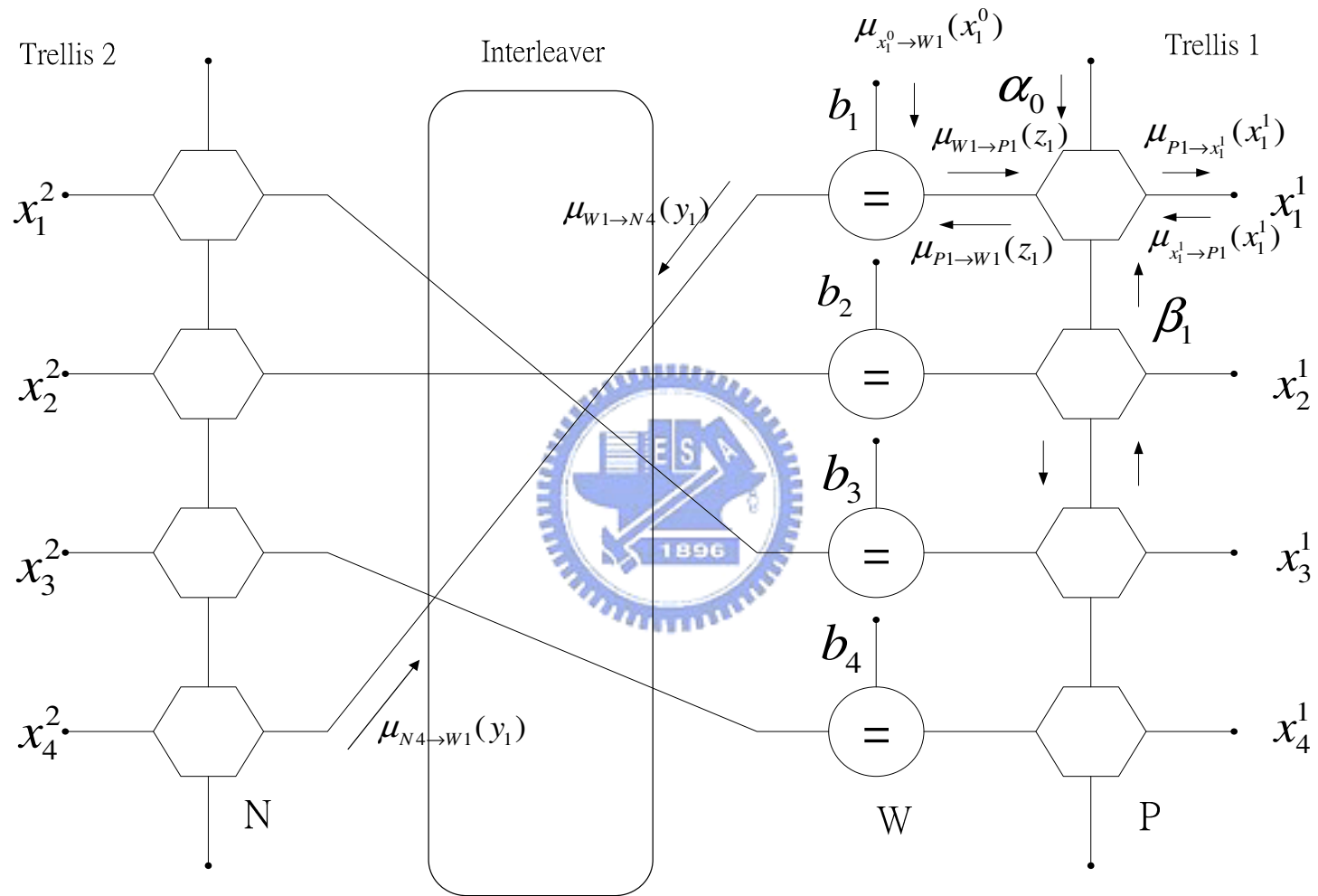


圖 3.7 碼率1/3的渦輪碼正規圖

接下來我們利用圖 3.7 推導出 x_t^0 的後置機率：

1.

首先因為一開始不曉得 $\mu_{N_t' \rightarrow W_t}(z_t)$ 的值，因此先設為 0.5，然後利用系統位元的本質機率計算出 $\mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t)$ 。

2.

接著使用上一節的方法去計算第一個成份編碼器的 $\alpha_t(s_t)$ 和 $\beta_t(s_t)$ 。

3.

以時間 $t=1$ 時為例，假設通道為白色高斯雜訊，則由圖 3.7 可知：

$$\mu_{P_1 \rightarrow W_1}(z_1) = c_{z_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \sum_{\substack{(s_0, s_1, z_1, x_1^1) \in P \\ -\{z_1\}}} \alpha_0(s_0) \exp\left(-\frac{(r_1^1 - x_1^1)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_1(s_1)$$

以傳統渦輪碼的觀點來看， $\mu_{P_t \rightarrow W_t}(z_t)$ 即為第一個編碼器產生給第二個編碼器的事前機率(Priori probability)。

4.

\therefore 同等節點： $y_1 = x_1^0 = z_1$

\therefore

$$\begin{aligned} \mu_{W_1 \rightarrow N_1}(y_1) &= c_{y_1} \mu_{x_1^0 \rightarrow W_1}(x_1^0) \mu_{P_1 \rightarrow W_1}(z_1) \\ &= c_{y_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(r_1^0 - x_1^0)^2}{2\sigma^2}\right) \mu_{P_1 \rightarrow W_1}(z_1) \end{aligned}$$

同時其它時間 W 節點傳給 N 節點的外質機率亦可算出，有了這些機率，我們便可以較準確的算出第二個編碼器 $\alpha_t'(s_t)$ 和 $\beta_t'(s_t)$ 的質。計算完 $\alpha_t'(s_t)$ 和 $\beta_t'(s_t)$ 的質後，我們又可算出第二個編碼器傳給第一個編碼器的事前機率，如此經過幾個迴圈後，這些機率將會愈來愈準確。

5.

經過幾個迴圈後，則 x_t^0 的後置機率以時間 $t=1$ 為例：

$$\begin{aligned}
 & \because x_1^0 = y_1 = z_1 \\
 & P_{W_1}^{post}(x_1^0) \\
 & = c_{x_1^0} \mu_{x_1^0 \rightarrow W_1}(x_1^0) \mu_{N_4 \rightarrow W_1}(x_1^0) \mu_{P_1 \rightarrow W_1}(x_1^0) \\
 & = c_{x_1^0} \mu_{x_1^0 \rightarrow W_1}(x_1^0) P_{W_1}^{int}(x_1^0) \mu_{P_1 \rightarrow W_1}(x_1^0) \\
 & = \frac{c_{x_1^0}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r_1^0 - x_1^0)^2}{2\sigma^2}\right) P_{W_1}^{int}(x_1^0) \sum_{\substack{(s_0, s_1, x_1^0, x_1^1) \in P \\ \sim \{x_1^0\}}} \alpha_0(s_0) \exp\left(-\frac{(r_1^1 - x_1^1)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_1(s_1)
 \end{aligned}$$

其中 $P_{W_1}^{int}(x_1^0) = \mu_{N_4 \rightarrow W_1}(x_1^0)$

6.

將上式推廣至一般形式：

$$\begin{aligned}
 & P_{W_t}^{post}(x_t^0) \\
 & = \frac{c_{x_t^0}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r_t^0 - x_t^0)^2}{2\sigma^2}\right) P_{W_t}^{int}(x_t^0) \sum_{\substack{(s_{t-1}, s_t, x_t^0, x_t^1) \in P \\ \sim \{x_t^0\}}} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \exp\left(-\frac{(r_t^1 - x_t^1)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)
 \end{aligned}$$

7.

在二位元系統中，則上式又可以對數可能性比例來表示：

$$\begin{aligned}
 & \Lambda(x_t^0) \\
 & = \log \frac{\frac{c_{x_t^0}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r_t^0 - 1)^2}{2\sigma^2}\right) P_{W_t}^{int}(x_t^0 = 1) \sum_{\substack{(s_{t-1}, s_t, x_t^0 = 1, x_t^1) \in P \\ \sim \{x_t^0\}}} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \exp\left(-\frac{(r_t^1 - x_t^1)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)}{\frac{c_{x_t^0}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r_t^0 + 1)^2}{2\sigma^2}\right) P_{W_t}^{int}(x_t^0 = -1) \sum_{\substack{(s_{t-1}, s_t, x_t^0 = -1, x_t^1) \in P \\ \sim \{x_t^0\}}} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \exp\left(-\frac{(r_t^1 - x_t^1)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)} \\
 & = \log \frac{P_{W_t}^{int}(x_t^0 = 1)}{P_{W_t}^{int}(x_t^0 = -1)} + \frac{2}{\sigma^2} r_t^0 + \Lambda_e(x_t^0) \quad (3-10)
 \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \Lambda_e(x_t^0) = \log \frac{\sum_{\substack{(S_t, S_{t-1}, x_t^0=1, x_t^1) \in P \\ \sim \{x_t^0\}}} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \exp\left(-\frac{(r_t^i - x_t^i)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)}{\sum_{\substack{(S_t, S_{t-1}, x_t^0=-1, x_t^1) \in P \\ \sim \{x_t^0\}}} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \exp\left(-\frac{(r_t^i - x_t^i)^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)}$$

3.2.3 與最大後置機率(MAP)渦輪解碼的比較

這一節裡我們將比較使用 MPA 與 MAP 的渦輪解碼所推導出的系統位元後置機率有什麼不同。

MAP 演算法中：

$$\alpha_t(s_t) = P(S_t, r_t^t)$$

$$\beta_t(s_t) = P(r_{t+1}^r | S_t)$$

$$\gamma_t(l', l) = P(q_t = k, S_t, r_t | S_{t-1}) \quad ; k = 0, 1$$

對於一碼率為 1/2 的系統迴旋編碼，它的系統位元 x_t 的對數可能性比例為[8]：

$$\begin{aligned} \Lambda(x_t) &= \log \frac{\sum_{(S_{t-1}, S_t) \in B_t^1} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) p_t(x_t = 1) \exp\left(-\frac{\sum_{i=0}^1 (r_{t,i} - x_{t,i}^1(S_t))^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)}{\sum_{(S_{t-1}, S_t) \in B_t^0} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) p_t(x_t = -1) \exp\left(-\frac{\sum_{i=0}^1 (r_{t,i} - x_{t,i}^0(S_t))^2}{2\sigma^2}\right) \beta_t(s_t)} \\ &= \log \frac{P_t(x_t = 1)}{P_t(x_t = -1)} + \frac{2}{\sigma^2} r_{t,0} + \Lambda_{1e}(x_t) \end{aligned} \quad (3-11)$$

在(3-11)式中， B_t^1 代表 $c_t = 1$ 時可能的 (S_{t-1}, S_t) 集合； B_t^0 代表 $c_t = 0$ 時可能的 (S_{t-1}, S_t) 集合； $x_{t,i}^1(S_t)$ 代表狀態為 S_t ，輸入 $x_t = 1$ 時的第 i 個輸出； $x_{t,i}^0(S_t)$ 代表狀態為 S_t ，輸入 $x_t = -1$ 時的第 i 個輸出；又因為是系統性編碼，所以 $x_{t,0}^1(S_t) = 1$ ， $x_{t,0}^0(S_t) = -1$ 。

首先我們注意到 MPA 及 MAP 的 α 、 β 、 γ 的定義不同，但物理意義是相同的，故我們可以把 MPA 及 MAP 中的 α 、 β 、 γ 看成是等效的。

比較(3-8)及(3-11)式，可以發現 MAP 推導的 LLR 比 MPA 推導的 LLR 多了本質機率 $p_i(x_i)$ ，但比較(3-10)式及(3-11)式又可發現 MAP 及 MPA 推導出的 LLR 相同。若不是在渦輪碼的情況下，MPA 的本質機率都設為 $1/2$ ，為一常數，此常數在分子分母會互相除掉，因此(3-8)式與(3-11)式在這種情況下是相同的。又在渦輪碼的情況下，由於(3-10)與(3-11)式相同，因此我們可以說渦輪解碼中，由 MPA 所推導出的系統位元的 LLR 與由 MAP 推導出的系統位元的 LLR 是相同的。

傳統渦輪碼中，並無以數學來說明，為何接收端渦輪解碼器中所傳遞的事前機率必須不包括系統位元的資訊，如果以 MPA 來看渦輪解碼，便能用數學的推演結果來證明。



3.2.4 利用 MPA 推導渦輪碼同位位元(Parity bits)的軟資訊

由於 MAP 及 MPA 所推導出的對數可能性比例具有等效性，因此我們可以利用 MPA 去推導渦輪碼同位位元的對數可能性比例，以作為渦輪多用戶偵測裡重建訊號之用。由圖 3.7，在計算系統位元的對數可能性比例時，我們已經得到 α 、 β 、 γ 及 P_t 的值：

$$P_t \triangleq \log \left(\frac{\mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_1 = 1)}{\mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_1 = -1)} \right) = \frac{2r_t^0}{\sigma^2} + L_{21}^e(x_t^0)$$

$$\because \mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = 1) + \mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = -1) = 1$$

\therefore

$$\mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = 1) = \frac{\exp(Pt)}{1 + \exp(Pt)}$$

$$\mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = -1) = \frac{1}{1 + \exp(Pt)}$$

利用 MPA 及圖 3.7，我們可以寫出同位位元 x_t^1 的對數可能性比例：

$$L(x_t^1) = \frac{2r_t^1}{\sigma^2} + \log \left(\frac{\sum_{(s_{t-1}, s_t, x_t^0, x_t^1=1) \in P} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \cdot P(x_t^0) \cdot \beta_t(s_t)}{\sum_{(s_{t-1}, s_t, x_t^0, x_t^1=0) \in P} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \cdot P(x_t^0) \cdot \beta_t(s_t)} \right) \quad (3-12)$$

$$= \frac{2r_t^1}{\sigma^2} + \log \left(\frac{\sum_{(s_{t-1}, s_t) \in A1+} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \cdot \mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = 1) \cdot \beta_t(s_t) + \sum_{(s_{t-1}, s_t) \in A1-} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \cdot \mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = -1) \cdot \beta_t(s_t)}{\sum_{(s_{t-1}, s_t) \in B1+} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \cdot \mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = 1) \cdot \beta_t(s_t) + \sum_{(s_{t-1}, s_t) \in B1-} \alpha_{t-1}(s_{t-1}) \cdot \mu_{W_t \rightarrow P_t}(z_t = -1) \cdot \beta_t(s_t)} \right)$$

其中

A1+ 代表輸入系統位元為 1 而輸出同位位元為 1 的集合；

A1- 代表輸入系統位元為 -1 而輸出同位位元為 1 的集合；

B1+ 代表輸入系統位元為 1 而輸出同位位元為 -1 的集合；

B1- 代表輸入系統位元為 -1 而輸出同位位元為 -1 的集合；

同理我們可得 $L(x_t^2)$ 。

在計算同位位元的對數可能性比例時，不需要重新計算 α 和 β 的值，因此複雜度並不高。

3.3 模擬結果與探討

以下我們以電腦來模擬渦輪解碼的系統位元錯誤率，及使用 MPA 渦輪解碼的同位位元的錯率，以驗證(3-12)式的正確性。

編碼器記憶體個數	3
碼率	1/3
2 個遞迴式迴旋編碼器之八進位表示式	(17, 15)
通道形式	白色高斯雜訊
交錯器形式	隨機
交錯器長度	100
迴圈數目	5
取樣數目	1e7 位元

表 3.2 渦輪碼模擬參數表

由圖 3.8 的模擬結果可以看出，兩個同位位元的錯誤率只比系統位元(即資訊位元)的錯誤率高了一些，這表示系統位元受到的保護較好，這是合理的。而經由 MPA 推導出的同位位元的解碼方法也的確與系統位元一樣具有低錯誤率的表現。

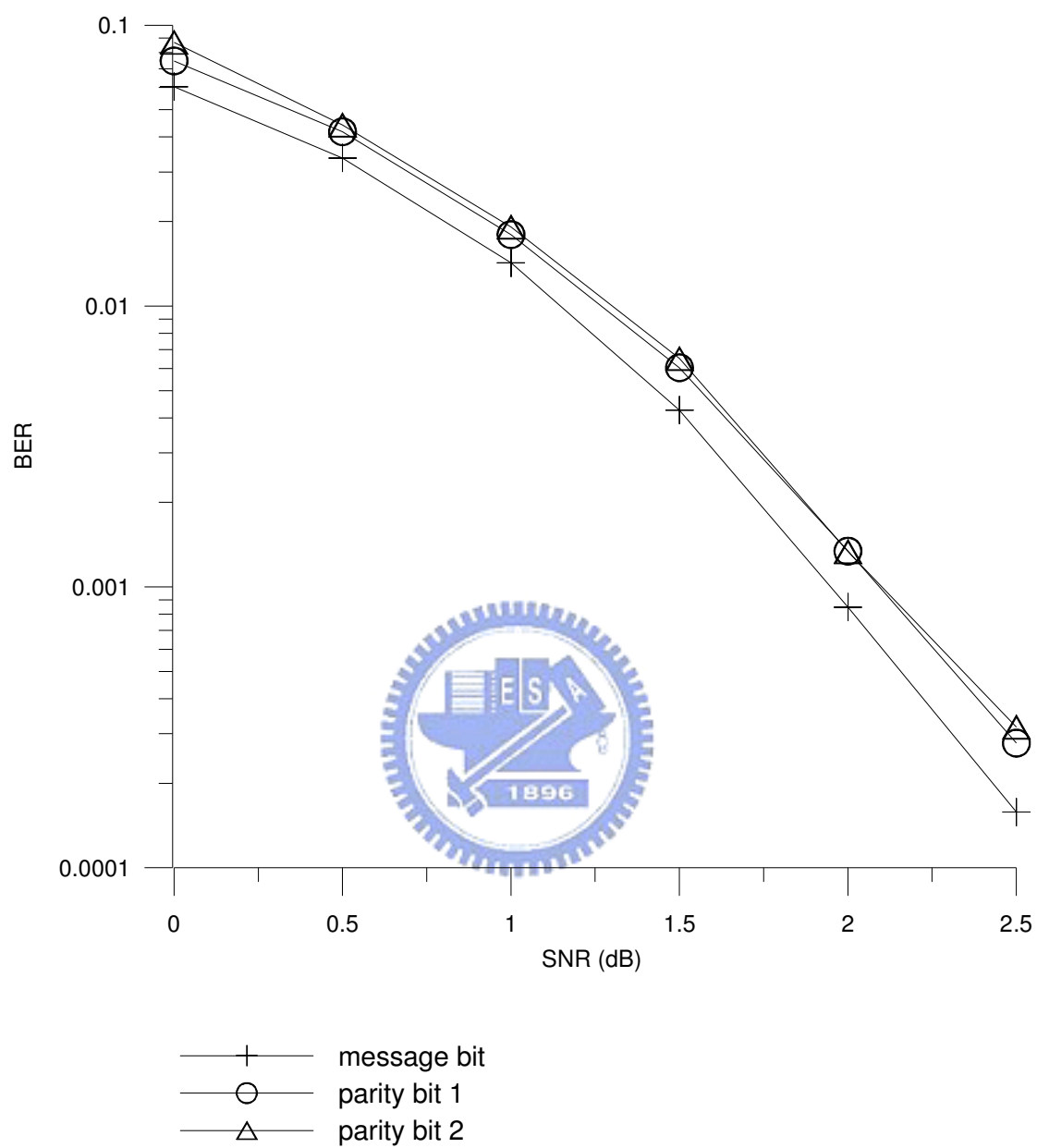


圖 3.8 渦輪碼系統位元及同位位元的錯誤率

第四章

多載波分碼多重進接(MC-CDMA)系統傳送機架構和通道模型

本章將建構一使用渦輪編碼的 MC-CDMA 系統上鏈傳送機架構，並對系統所使用之展頻碼、通道模型和上鏈多用戶環境做詳細的介紹。本論文中假設其它蜂巢的干擾為零，故架構中不包含攪亂碼。

4.1 傳送機架構



圖 4.1 為 MC-CDMA 系統的傳送機架構圖。每個用戶要傳送的訊號分為資料訊號(Data signal)與領航訊號(Pilot signal)。頻域的資料訊號依序經過碼率為 1/3 的渦輪編碼、外部交錯器、QPSK 調變、展頻，也就是說原先的資料經過渦輪編碼後得到一個系統位元和兩個同位元，之後再將它們經過外部交錯器，目的是為了減少因衰減通道所造成資料在時間上有衰減的相關性，(相對於在渦輪編碼器中的內部交錯器，因此稱為外部交錯器)；編碼後的資料經並列變串列轉換器後傳至 QPSK 作調變的動作；調變後的資料先複製成 N 組資料(N 為 FFT 或展頻碼的長度)，每一組資料再分別乘上展頻碼的各個切片(chip)，可視為將 N 組資料放在不同的次載波上傳送。

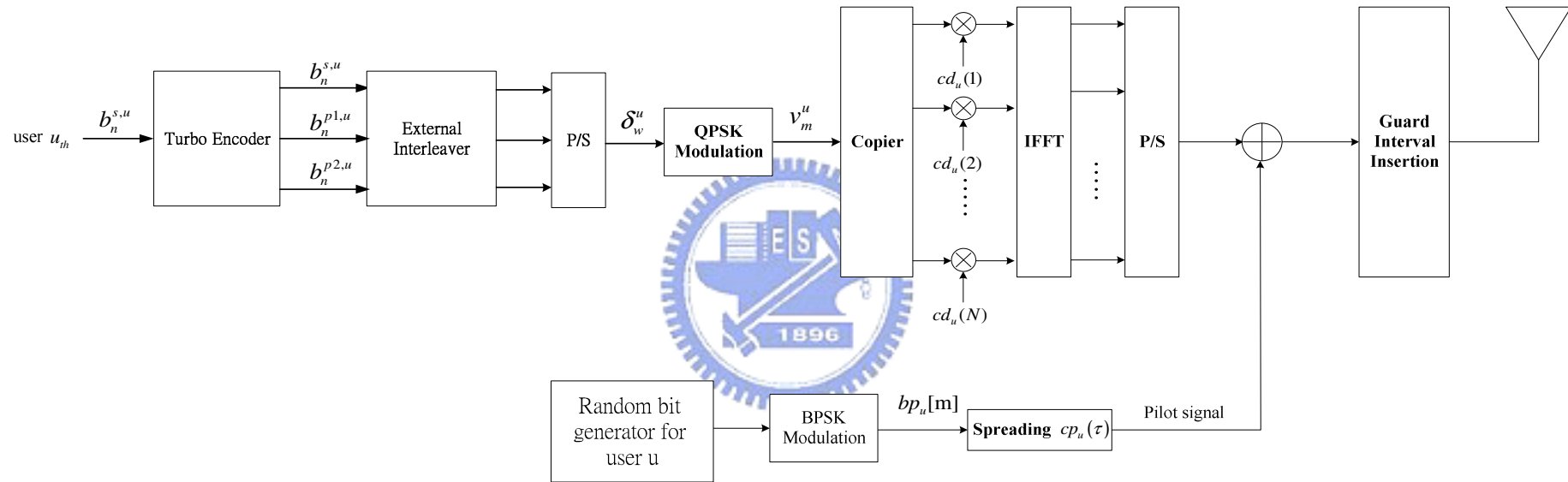


圖4.1 MC-CDMA上鏈傳送機架構圖（第 u 個用戶）

為了降低 MAI 的影響，採用彼此正交的華氏碼(Walsh code)區分每個用戶的資料訊號，而有良好相關性的金氏碼(Gold code)則用來區分不同用戶的領航訊號。接著做 IFFT 運算轉換成時域訊號，再加入時域上的領航訊號。領航訊號的目的是在接收端作為估計每個用戶的通道之用，其產生方法是利用隨機位元產生器產生隨機的位元後再經 BPSK 調變，然後再由金氏碼展頻而得。在傳送訊號前，每個資料框要加上護衛間隔。圖 4.1 中的符號說明如下：

- $b_n^{s,u}$: 第 u 個用戶的第 n 個資訊位元(或稱作系統位元)。
- $b_n^{p1,u}$: 第 u 個用戶的第 n 個資訊位元所產生的第一個同位位元。
- $b_n^{p2,u}$: 第 u 個用戶的第 n 個資訊位元所產生的第二個同位位元。
- δ_w^u : $b_n^{s,u}$ 、 $b_n^{p1,u}$ 及 $b_n^{p2,u}$ 經過並列變串列轉換器後的第 w 個位元。
- v_m^u : 對 δ_w^u 作 QPSK 調變後的第 m 個符元。

依照上述的傳送機架構，則第 u 個用戶欲傳給基地台的第 m 個傳送資料符元的第 τ 個切片可表示成如下：

$$D_m^u(\tau) = v_m^u \times \left[\sum_{k=0}^{N-1} cd_u(k) \exp(j2\pi k\tau/N) \right] \quad (4-1)$$

其中

- $D_m^u(\tau)$: 第 u 個用戶的第 m 個傳送資料符元的第 τ 個切片。
- v_m^u : 第 u 個用戶的第 m 個傳送資料符元(Data symbol)。
- $cd_u(k)$: 第 u 個用戶資料訊號展頻碼的第 k 個切片。
- N : IFFT 的長度。

假設第 u 個用戶領航訊號其展頻碼為 $cp_u(\tau)$ ，則第 u 個用戶的領航訊號

$P_m^u(\tau)$ 為：

$$P_m^u(\tau) = bp_u[m] \times cp_u(\tau) \quad (4-2)$$

其中

$bp_u[m]$ ：第 u 個用戶的第 m 個傳送領航符元 (Pilot symbol)。

$cp_u(\tau)$ ：第 u 個用戶領航訊號展頻碼的第 τ 個切片。

每個用戶欲傳給基地台的訊號 $s_m^u(\tau)$ 即為其資料訊號與領航訊號相加：

$$s_m^u(\tau) = D_m^u(\tau) + P_m^u(\tau) \quad (4-3)$$



4.2 展頻碼

展頻碼對於系統效能有顯著的影響。選用展頻碼的原則是：找到一組支援多用戶並且彼此互相關值小的展頻碼。以下將分別探討本系統所使用的三種展頻碼：m-序列、華氏碼與金氏碼。

4.2.1 m-序列

當一個序列其二元符號 0 和 1 出現的機率相同時，稱之為隨機二元序列 (Random binary sequence)。m-序列由擁有許多隨機二元序列的特性：

- 平衡性(Balance property)：在每一週期的 m-序列中，1 的總數比 0 的總數多一個。
- 活動性(Run property)：“run” 的意義為 0 或 1 在週期序列中連續出現的長度。例如“run” 長度為 1 的機率等於 $\frac{1}{2}$ ，“run” 長度為 2 的機率等於 $\frac{1}{4}$ ，“run” 長度為 3 的機率等於 $\frac{1}{8}$ 。對於長度為 m 的線性回饋平移暫存器(Linear feedback shift register)產生的 m-序列，其“run” 的總數為 $\frac{(N+1)}{2}$ ， $N \triangleq 2^m - 1$ 。
- 相關性(Correlation property)：m-序列的自相關函數為週期性。m-序列的週期為 $2^m - 1$ ， m 是平移暫存器的長度。定義一週期為 T_b 之週期訊號 $p(t)$ 的自相關函數為

$$R_c(\tau) = \frac{1}{T_b} \int_{-T_b/2}^{T_b/2} p(t)p(t-\tau)dt \quad (4-4)$$

$$T_b = NT_c$$

其中 T_c 為切片時間。根據上式的定義，m-序列的自相關函數可表示如下：

$$R_c(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{(N+1)}{NT_c} |t|, & |t| \leq T_c \\ -1/N, & \text{for the remainder of the period} \end{cases} \quad (4-5)$$

4.2.2 華氏碼

在一傳送機和接收機同步的系統中，華氏碼提供完美的正交性，任兩個不同華氏碼的互相關值為零。但在不同步的系統中，相異華氏碼之間的互相關值無法預測其大小，此外，華氏碼的自相關值亦無法掌握。

華氏碼是由一組稱為哈得馬矩陣(Hadamard matrices)的特殊方陣群所產生。欲得到 $N \times N$ 的哈得馬矩陣 \mathbf{H}_N 以產生所需要長度為 $N = 2^n$ 的華氏碼可依照如下的遞迴步驟：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_1 &= [1] \\
 \mathbf{H}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{H}_4 &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & \bar{\mathbf{H}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 \mathbf{H}_N &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{N/2} & \mathbf{H}_{N/2} \\ \mathbf{H}_{N/2} & \bar{\mathbf{H}}_{N/2} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_N \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4-6}$$

其中 \mathbf{h}_i 為 \mathbf{H}_N 矩陣中第 i 列的列向量，即一個長度為 N 的華氏碼。任意兩個不同華氏碼間滿足下列特性：

$$\mathbf{h}_i \mathbf{h}_j^T = \sum_{k=1}^N h_{ik} h_{jk} = \begin{cases} N & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \tag{4-7}$$

亦即兩相異華氏碼之間滿足正交的特性。

4.2.3 金氏碼

金氏碼是一符合低互相關值同時碼的個數也夠多的特殊序列。其優點為互相關係數是可預測且平均分佈的。在本節中將介紹金氏碼產生的方法和其相關值的特性。

金氏碼是由兩個為偏好碼對(preferred pair)的 m -序列所組成。選定一組偏好碼對 m -序列 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} ，序列 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 皆是長度為 $N = 2^m - 1$ 的 m -序列：

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \{a_n\} = (a_0 a_1 \dots a_{N-1}) \\ \mathbf{b} &= \{b_n\} = (b_0 b_1 \dots b_{N-1}) \end{aligned} \quad (4-8)$$

由 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 產生的金氏碼為：

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \oplus \mathbf{b}, \mathbf{a} \oplus T\mathbf{b}, \mathbf{a} \oplus T^2\mathbf{b}, \dots, \mathbf{a} \oplus T^{N-1}\mathbf{b}\} \quad (4-9)$$

其中 T 為移位運算(shift operation)，共有 $2^m + 1$ 個金氏碼。

一組偏好碼對的互相關值已證明必定為下列三個值： $-t(m)$ 、 -1 和 $t(m)-2$ ，其中 $t(m)$ 的定義如下：

$$t(m) = \begin{cases} 1 + 2^{\frac{m+1}{2}} & \text{若 } m \text{ 為奇數} \\ 1 + 2^{\frac{m+2}{2}} & \text{若 } m \text{ 為偶數} \end{cases} \quad (4-10)$$

在所產生的碼集合 $G(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 中，任兩對碼的互相關值皆符合上述偏好碼對的特性。

為了與 FFT 的長度相對應，我們在金氏碼的最後加上一個額外的切片，並令其大小等於原金氏碼第一個切片的值，以補齊碼的長度。

4.3 通道模型

雙路徑衰減通道(Two-path fading channel)為一動態無線通道，它的通道基頻脈衝響應為：

$$h(t) = a_1(t)\delta(t) + a_2(t)\delta(t - \tau) \quad (4-11)$$

其中 τ 為第二條路徑相對於第一條路徑的延遲。

其中 $a_1(t)$ 、 $a_2(t)$ 為兩條路徑的複數增益，可表示成 N 個弦波相加，分別由兩獨立(independent)之傑克衰變通道模型(Jake's fading channel model)所產生。

$$a_k(t) = \frac{1}{\sqrt{N_f}} \sum_{n=1}^N \exp(j2\pi f_n t + \phi_{k,n}) \quad k = 1, 2 \quad (4-12)$$

其中 $f_n = f_d \cos(\frac{2\pi n}{N_f})$ ， f_d 為最大都普勒頻率(Doppler frequency)， $\phi_{k,n}$ 是第 k 條路徑第 n 個弦波的初始相位。

4.4 上鏈多用戶環境

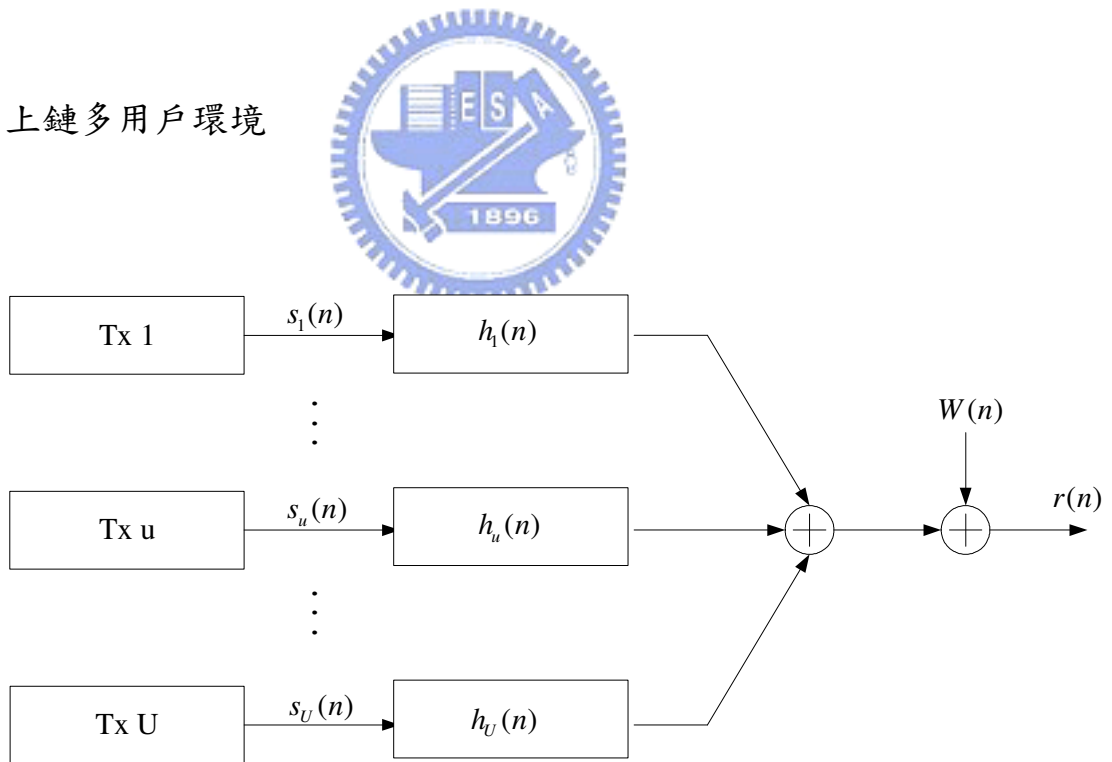


圖 4.2 上鏈多用戶傳輸模型

如上圖 4.2 所示，對上鏈傳輸的基地台接收機而言，所接收到的訊號是來自不同用戶的訊號經過獨立通道的總和：

$$r(n) = \sum_{u=1}^U s_u(n) * h_u(n) + W(n)$$

其中

$s_u(n)$: 第 u 個用戶的傳送訊號。

$h_u(n)$: 第 u 個用戶傳送訊號所經過的通道。

$W(n)$: 加成性白色高斯雜訊(AWGN)。



第五章

多載波分碼多重進接(MC-CDMA)系統接收機與渦輪多用戶偵測技術(TMUD)之結合

本章中，我們將介紹結合 MC-CDMA 及渦輪多用戶偵測技術的上鏈接收機架構，利用傳統的多用戶偵測技術[1]，將多用戶偵測後的軟資訊輸出給渦輪解碼器，由渦輪解碼器輸出系統位元及同位位元的軟資訊，經訊號重建後回傳給多用戶偵測器，如此經過幾個迴圈後，便能降低 MAI 的影響，進而提升系統的用戶容量與效能。

在假設通道的估計為完美及同步已經完成的情形下，我們使用電腦模擬後發現使用渦輪多用戶偵測技術將大幅降低 MAI 的影響，使得系統的效能趨近於單一使用者時的效能。

5.1 符號定義

本節中列出上下標常見符號的意義，其它符號則在往後出現時定義：

- u 為使用者的索引
- l 為渦輪多用戶偵測的迴圈的索引
- n 為通道編碼前的時間索引
- w 為通道編碼及並列變串列轉換器 (Parallel to serial converter) 後的時間索引

- m 為經 QPSK 調變後的時間索引，也就是 OFDM 符元的索引
- k 為 OFDM 符元中次載波 (Subcarrier) 的索引
- s 指系統位元， $p1$ 指第一個同位位元， $p2$ 指第二個同位位元
- I 指 QPSK 符元中實數的值； Q 指 QPSK 符元中虛數的值
- $m1$ 指第一個 MAP 解碼器； $m2$ 指第二個 MAP 解碼器

5.2 接收機架構

本論文提出之 MC-CDMA 系統上鏈接收機架構如上圖 5.1 所示。首先假設系統已達到理想的同步。無線電頻率(Radio frequency, RF)訊號經由射頻頭端 (RF front end) 轉換成基頻訊號 \mathbf{r} 後，接著移除訊號護衛間隔的部分，再經過 FFT 轉換，可得到第個 k 次載波上的訊號，提供給基頻接收機進行後續的處理，其中 m 是傳送資料符元時間的索引符號。

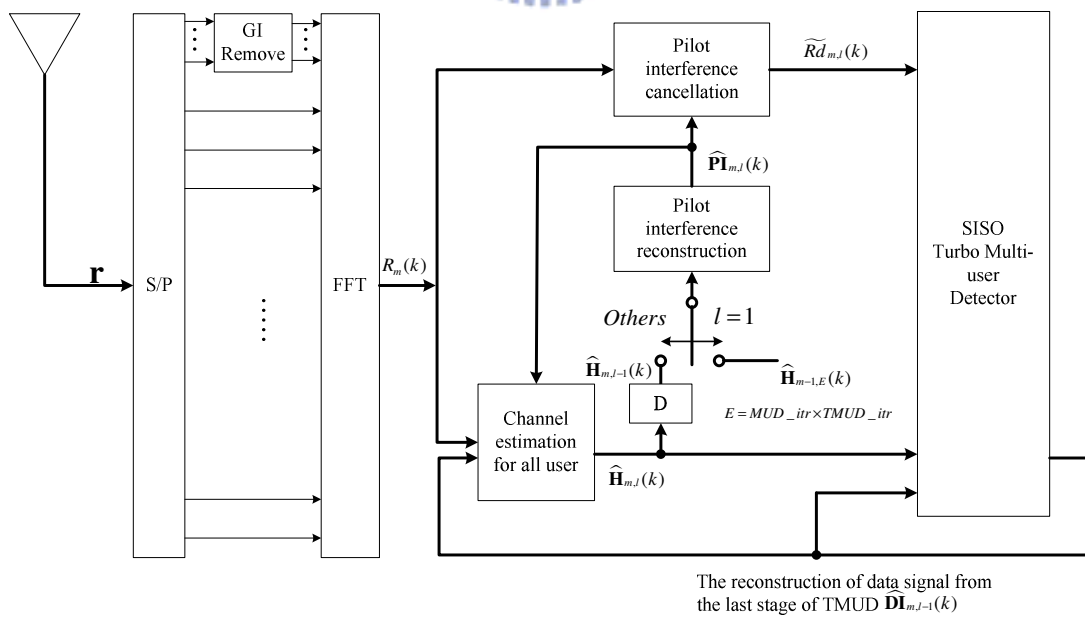


圖 5.1 MC-CDMA 上鏈接收機架構圖 (第 u 個用戶)

頻域訊號 $R_m(k)$ 的訊號處理主要包含兩部分。一部份利用接收訊號中每個用戶領航訊號的成分，分別對每個用戶進行通道估計，假設通道估計的結為 $\hat{\mathbf{H}}_m(k) = \{\hat{H}_m^1(k), \hat{H}_m^2(k), \dots, \hat{H}_m^U(k)\}$ ， $\hat{H}_m^u(k)$ 代表第 u 個用戶在第 k 個次載波上所估出之通道頻率響應(Channel frequency response)。

另一部份是使用上述通道估計的結果去重建每個用戶的領航訊號，接著再扣除中 $R_m(k)$ 所有用戶領航訊號的部分 $\hat{\mathbf{P}}\mathbf{I}_m(k)$ ，領航訊號干擾消除(Pilot interference cancellation) 的目的在於減少領航訊號對資料訊號偵測的干擾。最後將剩餘的資料訊號 $\widetilde{Rd}_m(k)$ 進行多層級的平行干擾消除多用戶資料偵測。

本章中，我們先假設通道的估計為完美的，此章的重點在於多用戶偵測器和渦輪碼之間的訊號傳遞。通道估計的方法和影響將在第六章中介紹。



5.3 領航訊號干擾消除

為配合上鏈接收機多用戶偵測技術的使用，每位用戶必須傳送一已知的領航訊號供接收機通道估計之用。令領航訊號的能量等於資料訊號的能量。為了不使領航訊號干擾資料的決策，進行資料偵測之前，先消除所有用戶的領航訊號干擾(圖 5.2)。

根據通道估計與頻域的領航訊號展頻碼重建領航訊號干擾，第 u 位用戶在第 k 個次載波上重建之領航訊號 $\hat{P}I_{m,l}^u(k)$ 可表示為：

$$\hat{P}I_{m,l}^u(k) = \begin{cases} \hat{H}_{m-1,E}^u(k) \times bp_u[m] \times CP_u(k) & \text{if } l=1 \\ \hat{H}_{m,l-1}^u(k) \times bp_u[m] \times CP_u(k) & \text{others} \end{cases} \quad (5-2)$$

其中 $CP_u(k)$ 代表第 u 個用戶領航訊號的頻域展頻碼。然後扣除中 $R_m(k)$ 所有重建領航訊號的部分，即

$$\widetilde{Rd}_{m,l}(k) = R_m(k) - \sum_{u=1}^U \widehat{PI}_{m,l}^u(k) \quad (5-2)$$

所得為剩餘的資料訊號 $\widetilde{Rd}_{m,l}(k)$ 。

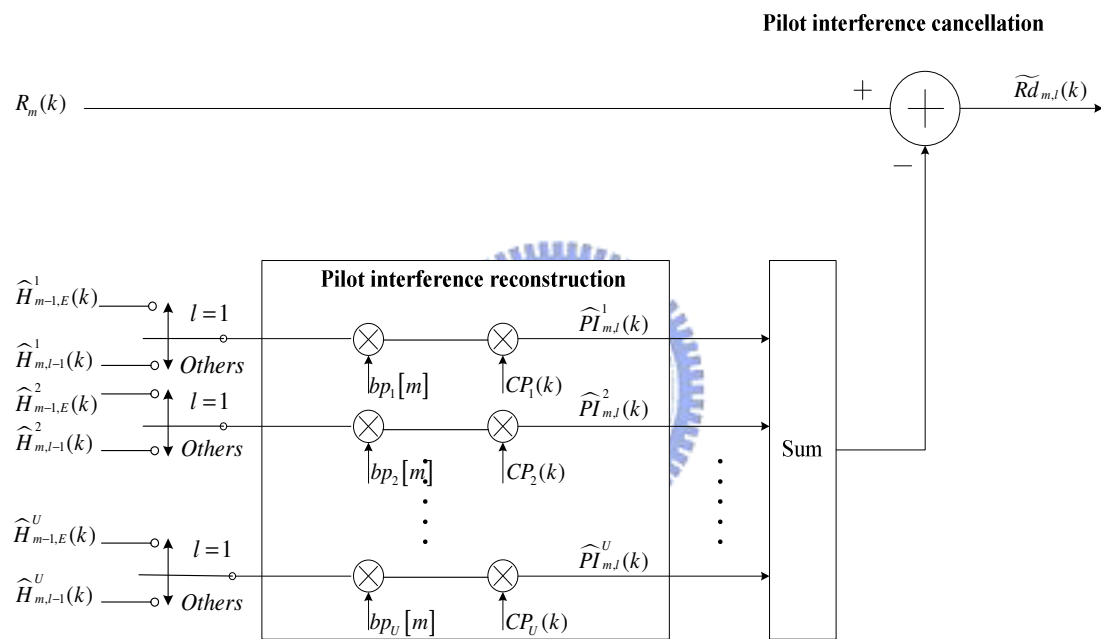


圖 5.2 領航訊號干擾重建與消除架構圖

5.4 應用於頻域之渦輪多用戶偵測技術

我們採用多層級的平行干擾消除多用戶偵測器。在每一級偵測器中主要包含三個動作：消除其他用戶的資料干擾訊號、資料檢測解碼與資料重建。資料重建的目的在於模擬用戶本身資料對其他用戶造成的干擾，下一層級根據前一層級重建的資料訊號消除其他用戶的多重進接干擾。平行干擾消除每增加一層級，對個別用戶的接收機而言，其訊號與雜訊比將獲得改善，因此經過多層級的干擾消除後，能得到更精確的偵測結果。

5.4.1 使用者 u 的第 l 級偵測器

第 l 級的偵測器如圖 5.3 所示，在 $l=1$ 時尚無偵測過的資料，因此在這一級中不作消除其他用戶的資料干擾訊號，直接將 $\widetilde{Rd}_{m,l}(k)$ 送入碼匹配、通道匹配和渦輪解碼的方塊中。當 $l>1$ 時，才扣除前一級重建的 MAI。

$$\widetilde{RC}_{m,l}^u(k) = \begin{cases} \widetilde{Rd}_{m,l}(k) & \text{if } l=1 \\ \widetilde{Rd}_{m,l}(k) - \sum_{i \neq u} \widehat{DI}_{m,l-1}^i(k) & \text{if } l>1 \end{cases} \quad (5-3)$$

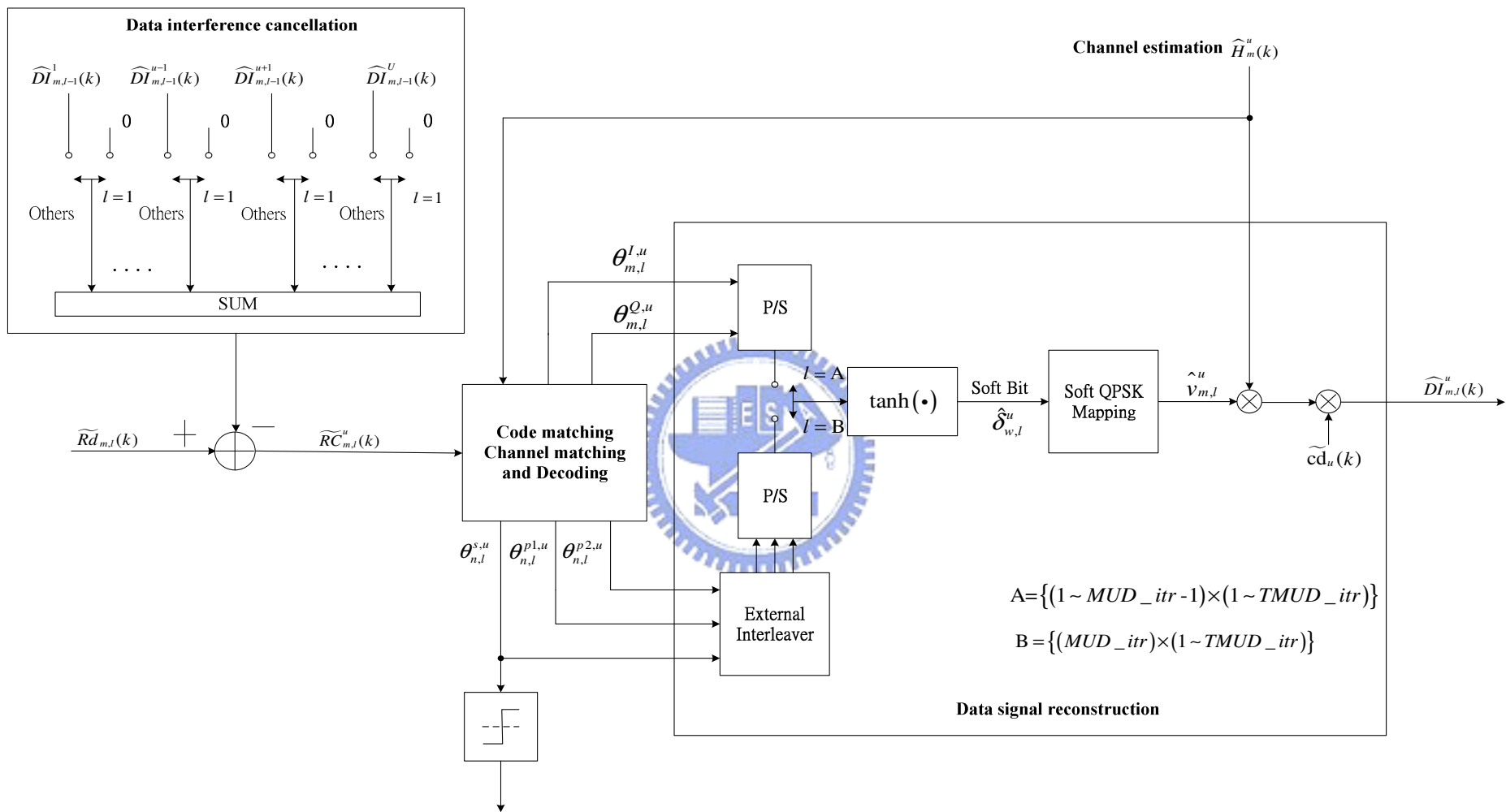


圖5.3 平行干擾消除第 l 級偵測器

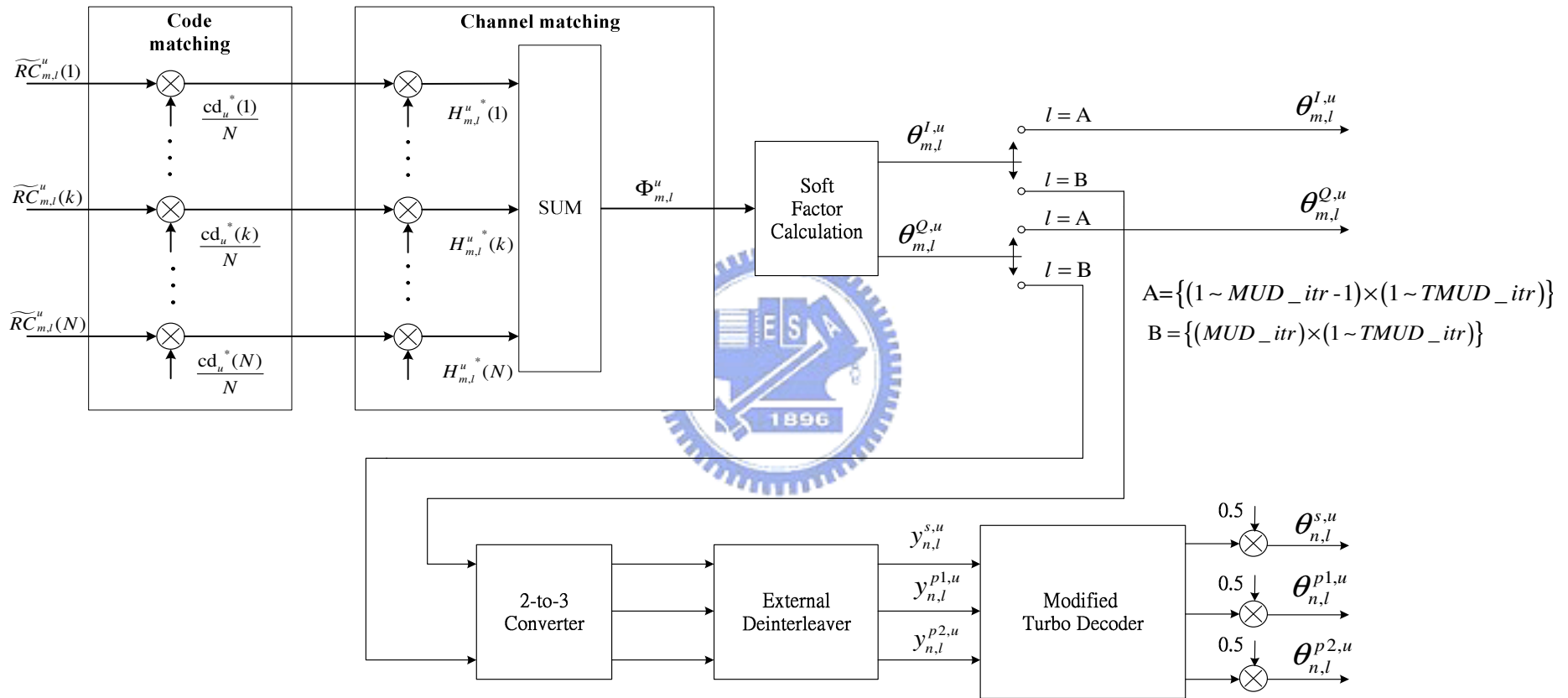


圖 5.4 第 l 級資料偵測解碼架構圖

在進行渦輪多用戶偵測時，我們將迴圈 l 分成兩個集合 A 及 B。A 集合代表只做傳統的多用戶偵測工作[1]，而不包含渦輪解碼的動作；B 集合則包含了傳統的多用戶偵測工作和渦輪解碼的動作。如圖 5.4 所示：

$$\begin{aligned} A &= \{(1 \sim MUD_itr - 1) \times (1 \sim TMUD_itr)\} \\ B &= \{(MUD_itr) \times (1 \sim TMUD_itr)\} \end{aligned} \quad (5-4)$$

例如：

$$MUD_itr = 3 ; TMUD_itr = 2$$

$$\text{則 } A = \{1, 2, 4, 5\} ; B = \{3, 6\}$$

經過碼匹配、通道匹配(及渦輪解碼)後，在把結果經訊號重建回傳給下一級作為估計的 MAI 之用。下一節我們將詳細介紹碼匹配、通道匹配和渦輪解碼的關係。



5.4.2 碼匹配、通道匹配及渦輪解碼

如圖 5.4，由扣除領航訊號後的資料訊號 $\widetilde{RC}_{m,l}(k)$ 對每位用戶做資料檢測，即直接針對每位用戶執行碼匹配與通道匹配，這裡我們使用的通道匹配方式為最大比例合併(Maximum Ratio Combining, MRC)。

$$\Phi_{m,l}^u = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\widetilde{RC}_{m,l}^u(k) c d_u(k) \widehat{H}_{m,l}^{u*}(k)}{N} \quad (5-5)$$

在傳送端與 $\Phi_{m,l}^u$ 相對應的為 v_m^u ，若沒有雜訊及其他用戶的干擾，且假設通道估計為完美的，則 $\Phi_{m,l}^u = \sum_{k=0}^{N-1} |H_{m,l}^u(k)|^2 \times v_m^u$ 。在用戶數目夠多時，我們可以把用戶的總干擾看作是高斯雜訊，因此

$$P(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u) | \text{Re}(v_m^u)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m,l}^{u,R}} \times \exp\left(-\frac{\left(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u) - \sum_{k=1}^{N-1} |H_{m,l}^u(k)|^2 \times \text{Re}(v_m^u)\right)^2}{2(\sigma_{m,l}^{u,R})^2}\right)$$

$$P(\text{Im}(\Phi_{m,l}^u) | \text{Im}(v_m^u)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m,l}^{u,I}} \times \exp\left(-\frac{\left(\text{Im}(\Phi_{m,l}^u) - \sum_{k=1}^{N-1} |H_{m,l}^u(k)|^2 \times \text{Im}(v_m^u)\right)^2}{2(\sigma_{m,l}^{u,I})^2}\right)$$

其中

$$(\sigma_{m,l}^{u,R})^2 = \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)^2 - \left(\sum_{k=1}^{N-1} |H_{m,l}^u(k)|^2\right)^2 \times \text{Re}(v_m^u)^2$$

$$(\sigma_{m,l}^{u,I})^2 = \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)^2 - \left(\sum_{k=1}^{N-1} |H_{m,l}^u(k)|^2\right)^2 \times \text{Im}(v_m^u)^2 \quad (5-6)$$

$$\text{令 } H_{m,l}^{u,\text{eff}} = \sum_{k=1}^{N-1} |H_{m,l}^u(k)|^2$$

且假設 $\text{Re}(v_m^u) = \{+1, -1\}$ ， $\text{Im}(v_m^u) = \{+1, -1\}$

則對數可能性比例：

$$L_l(\text{Re}(v_m^u)) = \log\left(\frac{P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u))}{P(\text{Re}(v_m^u) = -1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u))}\right)$$

$$L_l(\text{Im}(v_m^u)) = \log\left(\frac{P(\text{Im}(v_m^u) = +1 | \text{Im}(\Phi_{m,l}^u))}{P(\text{Im}(v_m^u) = -1 | \text{Im}(\Phi_{m,l}^u))}\right)$$

5.4.2.1 不經過渦輪解碼器的軟位元計算

計算軟位元時，必須使用到後置機率，而後置機率可以從對數可能性比例中抽取出來。

在(5-7)式中的對數可能性比例，並非使用後置機率，而是使用外質機率的方式來近似，因此較不準確。如果我們使用渦輪解碼來計算對數可能性比例，則是使用估計的後置機率來計算，而且利用了時間上多樣性(Time diversity)，因此準確度較高。在本節中我們先介紹不經過渦輪解碼器的軟位元計算方法。

$$\begin{aligned}
 L_l(\text{Re}(v_m^u)) &\approx \log \left(\frac{P(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u) | \text{Re}(v_m^u) = +1)}{P(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u) | \text{Re}(v_m^u) = -1)} \right) = \log \left(\frac{\exp \left(\frac{-(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u) - H_{m,l}^{u,\text{eff}} \times (+1))^2}{2(\sigma_{m,l}^{u,R})^2} \right)}{\exp \left(\frac{-(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u) - H_{m,l}^{u,\text{eff}} \times (-1))^2}{2(\sigma_{m,l}^{u,R})^2} \right)} \right) = \frac{2H_{m,l}^{u,\text{eff}} \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)}{(\sigma_{m,l}^{u,R})^2} \\
 L_l(\text{Im}(v_m^u)) &\approx \log \left(\frac{P(\text{Im}(\Phi_{m,l}^u) | \text{Im}(v_m^u) = +1)}{P(\text{Im}(\Phi_{m,l}^u) | \text{Im}(v_m^u) = -1)} \right) = \log \left(\frac{\exp \left(\frac{-(\text{Im}(\Phi_{m,l}^u) - H_{m,l}^{u,\text{eff}} \times (+1))^2}{2(\sigma_{m,l}^{u,I})^2} \right)}{\exp \left(\frac{-(\text{Im}(\Phi_{m,l}^u) - H_{m,l}^{u,\text{eff}} \times (-1))^2}{2(\sigma_{m,l}^{u,I})^2} \right)} \right) = \frac{2H_{m,l}^{u,\text{eff}} \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)}{(\sigma_{m,l}^{u,I})^2}
 \end{aligned} \tag{5-7}$$

軟位元(Soft bit) $\hat{\delta}_w^u$ 可以寫成：

$$\hat{\delta}_w^u = \begin{cases} (+1) \times P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)) + (-1) \times P(\text{Re}(v_m^u) = -1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)) & \text{if } w=2m \\ (+1) \times P(\text{Im}(v_m^u) = +1 | \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)) + (-1) \times P(\text{Im}(v_m^u) = -1 | \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)) & \text{if } w=2m+1 \end{cases}$$

又

∴

$$L_l(\text{Re}(v_m^u)) = \log \left(\frac{P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u))}{P(\text{Re}(v_m^u) = -1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u))} \right) = \log \left(\frac{P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u))}{1 - P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u))} \right)$$

∴

$$P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)) = \frac{\exp(L_l(\text{Re}(v_m^u)))}{1 + \exp(L_l(\text{Re}(v_m^u)))}$$

則

$$\begin{aligned} & (+1) \times P(\text{Re}(v_m^u) = +1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)) + (-1) \times P(\text{Re}(v_m^u) = -1 | \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)) \\ &= \frac{\exp(L_l(\text{Re}(v_m^u))) - 1}{\exp(L_l(\text{Re}(v_m^u))) + 1} = \tanh\left(\frac{L_l(\text{Re}(v_m^u))}{2}\right) \end{aligned}$$

同理

$$\begin{aligned} & (+1) \times P(\text{Im}(v_m^u) = +1 | \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)) + (-1) \times P(\text{Im}(v_m^u) = -1 | \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)) \\ &= \frac{\exp(L_l(\text{Im}(v_m^u))) - 1}{\exp(L_l(\text{Im}(v_m^u))) + 1} = \tanh\left(\frac{L_l(\text{Im}(v_m^u))}{2}\right) \end{aligned}$$

由(5-7)式：

$$\begin{aligned} \tanh\left(\frac{L_l(\text{Re}(v_m^u))}{2}\right) &= \tanh\left(\frac{H_{m,l}^{u,eff} \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)}{(\sigma_{m,l}^{u,R})^2}\right) \\ \tanh\left(\frac{L_l(\text{Im}(v_m^u))}{2}\right) &= \tanh\left(\frac{H_{m,l}^{u,eff} \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)}{(\sigma_{m,l}^{u,I})^2}\right) \end{aligned}$$

$$\text{令 } \theta_{m,l}^{I,u} = \frac{H_{m,l}^{u,eff} \text{Re}(\Phi_{m,l}^u)}{(\sigma_{m,l}^{u,R})^2} \quad \text{及} \quad \theta_{m,l}^{Q,u} = \frac{H_{m,l}^{u,eff} \text{Im}(\Phi_{m,l}^u)}{(\sigma_{m,l}^{u,I})^2} \quad (5-8)$$

則根據前面的推導，軟位元(Soft bit) $\hat{\delta}_w^u$ 可以寫成：

$$\hat{\delta}_{w,l}^u = \begin{cases} \tanh(\theta_{m,l}^{I,u}) & \text{if } w=2m \\ \tanh(\theta_{m,l}^{Q,u}) & \text{if } w=2m+1 \end{cases} \quad (5-9)$$

5.4.2.2 經過渦輪解碼器的軟位元計算

在做完通道匹配後，為了進行渦輪解碼的動作，我們將 $(\text{Re}(\Phi_{m,l}^u), \text{Im}(\Phi_{m,l}^u))$ 經過二進三出的轉換後，假設得到 $(\tilde{\epsilon}_{n,l}^{s,u}, \tilde{\epsilon}_{n,l}^{p1,u}, \tilde{\epsilon}_{n,l}^{p2,u})$ ，再經過外部解交錯器後得到 $(\epsilon_{n,l}^{s,u}, \epsilon_{n,l}^{p1,u}, \epsilon_{n,l}^{p2,u})$ 。令渦輪碼的內部交錯器的長度為 P ，且定義：

$$\mathcal{E}_{n,l}^{M1,u} = (\epsilon_{n,l}^{s,u}, \epsilon_{n,l}^{p1,u})$$

$$\mathcal{E}_{n,l}^{M2,u} = (\epsilon_{n,l}^{s,u}, \epsilon_{n,l}^{p2,u})$$

先考慮渦輪碼的一個區塊(Block)，定義：

$$\mathcal{E}_l^{M1,u} = (\mathcal{E}_{1,l}^{M1,u}, \mathcal{E}_{2,l}^{M1,u}, \dots, \mathcal{E}_{P,l}^{M1,u})$$

為進入渦輪解碼器中第一個MAP解碼器的資料

$$\mathcal{E}_l^{M2,u} = (\mathcal{E}_{1,l}^{M2,u}, \mathcal{E}_{2,l}^{M2,u}, \dots, \mathcal{E}_{P,l}^{M2,u})$$

為進入渦輪解碼器中第二個MAP解碼器的資料

則我們可以計算 $[b_n^{s,u}, b_n^{p1,u}, b_n^{p2,u}]$ 的對數可能性比例，

對第一個 MAP 解碼器而言：

$$L_l^1(b_n^{s,u}) = \log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1 | \mathcal{E}_l^{M1,u})}{P(b_n^{s,u} = -1 | \mathcal{E}_l^{M1,u})} \right)$$

$$L_l^1(b_n^{p1,u}) = \log \left(\frac{P(b_n^{p1,u} = +1 | \mathcal{E}_l^{M1,u})}{P(b_n^{p1,u} = -1 | \mathcal{E}_l^{M1,u})} \right)$$

對第二個 MAP 解碼器而言：

$$L_l^2(b_n^{s,u}) = \log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1 | \mathcal{E}_l^{M2,u})}{P(b_n^{s,u} = -1 | \mathcal{E}_l^{M2,u})} \right)$$

$$L_l^2(b_n^{p2,u}) = \log \left(\frac{P(b_n^{p2,u} = +1 | \mathcal{E}_l^{M2,u})}{P(b_n^{p2,u} = -1 | \mathcal{E}_l^{M2,u})} \right)$$

我們先看第一個 MAP 解碼器：

$$L_l^1(b_n^{s,u}) = \log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1 | \mathcal{E}_l^{M1,u})}{P(b_n^{s,u} = -1 | \mathcal{E}_l^{M1,u})} \right) = \log \left(\frac{\sum_{S^+} \frac{P(s_{n-1} = s', s_n = s, \mathcal{E}_l^{M1,u})}{P(\mathcal{E}_l^{M1,u})}}{\sum_{S^-} \frac{P(s_{n-1} = s', s_n = s, \mathcal{E}_l^{M1,u})}{P(\mathcal{E}_l^{M1,u})}} \right) \quad (5-10)$$

其中 $s_n \in S$ 為渦輪編碼器內第一個遞迴式系統迴旋編碼器在時間 n 時的狀態(State).

S^+ 則表示 $b_n^{s,u} = +1$ 時所有可能的 $(s_{k-1} = s') \rightarrow (s_k = s)$ 的集合,

S^- 則表示 $b_n^{s,u} = -1$ 時所有可能的 $(s_{k-1} = s') \rightarrow (s_k = s)$ 的集合.

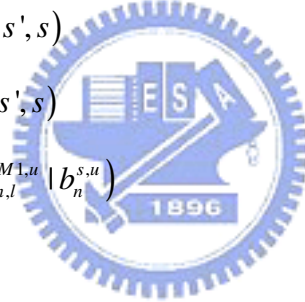
由 BCJR 演算法[2]可知,

$$P(s_{n-1} = s', s_n = s, \mathcal{E}_l^{M1,u}) = \alpha_{n-1}(s') \cdot \gamma_n(s', s) \cdot \beta_n(s)$$

$$\text{其中 } \alpha_n(s) = \sum_{s' \in S} \alpha_{n-1}(s') \gamma_n(s', s)$$

$$\beta_{n-1}(s') = \sum_{s \in S} \beta_n(s) \gamma_n(s', s)$$

$$\gamma_n(s', s) = P(b_n^{s,u}) P(\epsilon_{n,l}^{M1,u} | b_n^{s,u})$$



令 $H_{n,l}^{s,u}(k)$ 為系統位元的通道頻率響應

$H_{n,l}^{p1,u}(k)$ 為第一個同位位元的通道頻率響應

$H_{n,l}^{p2,u}(k)$ 為第二個同位位元的通道頻率響應

$$\text{且 } H_{n,l}^{s,u,eff} = \sum_{k=1}^{N-1} |H_{n,l}^{s,u}(k)|^2$$

$$H_{n,l}^{p1,u,eff} = \sum_{k=1}^{N-1} |H_{n,l}^{p1,u}(k)|^2$$

$$H_{n,l}^{p2,u,eff} = \sum_{k=1}^{N-1} |H_{n,l}^{p2,u}(k)|^2$$

$$\text{及 } (\sigma_{n,l}^{s,u})^2 = (\epsilon_{n,l}^{s,u})^2 - (H_{n,l}^{s,u,eff})^2 \times (b_n^{s,u})^2$$

$$(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2 = (\epsilon_{n,l}^{p1,u})^2 - (H_{n,l}^{p1,u,eff})^2 \times (b_n^{p1,u})^2$$

$$(\sigma_{n,l}^{p2,u})^2 = (\epsilon_{n,l}^{p2,u})^2 - (H_{n,l}^{p2,u,eff})^2 \times (b_n^{p2,u})^2$$

因此 (5-10) 式可以寫成：

$$\begin{aligned}
L_l^1(b_n^{s,u}) &= \log \left(\frac{\sum_{s'} P(s_{n-1} = s', s_n = s, \mathcal{E}_l^{M1,u})}{\sum_{s^-} P(s_{n-1} = s', s_n = s, \mathcal{E}_l^{M1,u})} \right) \\
&= \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{n-1}(s') \cdot P(b_n^{s,u} = +1) \cdot P(\mathcal{E}_{n,l}^{M1,u} | b_n^{s,u} = +1) \cdot \beta_n(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{n-1}(s') \cdot P(b_n^{s,u} = -1) \cdot P(\mathcal{E}_{n,l}^{M1,u} | b_n^{s,u} = -1) \cdot \beta_n(s)} \right) \\
&= \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{n-1}(s') \cdot P(b_n^{s,u} = +1) \cdot \exp \left(-\frac{(\mathcal{E}_{n,l}^{s,u} - H_{n,l}^{s,u,eff} \times (+1))^2}{2(\sigma_{n,l}^{s,u})^2} - \frac{(\mathcal{E}_{n,l}^{p1,u} - H_{n,l}^{p1,u,eff} \times b_n^{p1,u}(s', +1))^2}{2(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} \right) \cdot \beta_n(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{n-1}(s') \cdot P(b_n^{s,u} = -1) \cdot \exp \left(-\frac{(\mathcal{E}_{n,l}^{s,u} - H_{n,l}^{s,u,eff} \times (-1))^2}{2(\sigma_{n,l}^{s,u})^2} - \frac{(\mathcal{E}_{n,l}^{p1,u} - H_{n,l}^{p1,u,eff} \times b_n^{p1,u}(s', -1))^2}{2(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} \right) \cdot \beta_n(s)} \right)
\end{aligned}$$

其中 $b_n^{p1,u}(s', +1)$ 為前一個狀態為 s' ，及 $b_n^{s,u} = +1$ 時的第一個同位位元輸出；
 $b_n^{p1,u}(s', -1)$ 為前一個狀態為 s' ，及 $b_n^{s,u} = -1$ 時的第一個同位位元輸出。

經過化簡，上式又可寫成：

$$L_l^1(b_n^{s,u}) = \log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1)}{P(b_n^{s,u} = -1)} \right) + \frac{2H_{n,l}^{s,u,eff} \mathcal{E}_{n,l}^{s,u}}{(\sigma_{n,l}^{s,u})^2} + L_l^{1e}(b_n^{s,u}) \quad (5-11)$$

其中

$$\begin{aligned}
L_l^{1e}(b_n^{s,u}) &= \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{n-1}(s') \cdot \exp \left(-\frac{(\mathcal{E}_{n,l}^{p1,u} - H_{n,l}^{p1,u,eff} \times b_n^{p1,u}(s', +1))^2}{2(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} \right) \cdot \beta_n(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{n-1}(s') \cdot \exp \left(-\frac{(\mathcal{E}_{n,l}^{p1,u} - H_{n,l}^{p1,u,eff} \times b_n^{p1,u}(s', -1))^2}{2(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} \right) \cdot \beta_n(s)} \right) \\
&= \log \left(\frac{\sum_{s^+} \alpha_{n-1}(s') \cdot \exp \left(-\frac{\mathcal{E}_{n,l}^{p1,u} \times H_{n,l}^{p1,u,eff} \times b_n^{p1,u}(s', +1)}{(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} \right) \cdot \beta_n(s)}{\sum_{s^-} \alpha_{n-1}(s') \cdot \exp \left(-\frac{\mathcal{E}_{n,l}^{p1,u} \times H_{n,l}^{p1,u,eff} \times b_n^{p1,u}(s', -1)}{(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} \right) \cdot \beta_n(s)} \right)
\end{aligned}$$

此式中的 $\log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1)}{P(b_n^{s,u} = -1)} \right)$ 為第二個MAP所計算的 $L_l^{2e}(b_n^{s,u})$ 經過內部解交錯器的值。

比較(5-11)式和(5-8)式可知, (5-11)式中的 $\frac{H_{n,l}^{s,u,eff} \epsilon_{n,l}^{s,u}}{(\sigma_{n,l}^{s,u})^2}$, $\frac{H_{n,l}^{p1,u,eff} \epsilon_{n,l}^{p1,u}}{(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2}$ 及 $\frac{H_{n,l}^{p2,u,eff} \epsilon_{n,l}^{p2,u}}{(\sigma_{n,l}^{p2,u})^2}$, 可由(5-8)式的 $\theta_{m,l}^{I,u}$ 及 $\theta_{m,l}^{Q,u}$ 經二進三出的轉換器得到。

$$\text{並且令 } (y_{n,l}^{s,u}, y_{n,l}^{p1,u}, y_{n,l}^{p2,u}) = \left(\frac{H_{n,l}^{s,u,eff} \epsilon_{n,l}^{s,u}}{(\sigma_{n,l}^{s,u})^2}, \frac{H_{n,l}^{p1,u,eff} \epsilon_{n,l}^{p1,u}}{(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2}, \frac{H_{n,l}^{p2,u,eff} \epsilon_{n,l}^{p2,u}}{(\sigma_{n,l}^{p2,u})^2} \right)$$

因此不論是要經過渦輪解碼器或不經過渦輪解碼器都必須計算 $\theta_{m,l}^{I,u}$ 及 $\theta_{m,l}^{Q,u}$, 我們把此計算稱作為軟因素計算(Soft factor calculation), 如圖 5.4 所示。

令 $\text{IT}(x_n)$ 表示將 x_n 經過內部交錯器後在時間 n 上的值; $\text{DIT}(x_n)$ 表示將 x_n 經過內部解交錯器後在時間 n 上的值。

則同理我們可以計算第二個 MAP 解碼器的對數可能性比例:

$$L_l^2(\text{IT}(b_n^{s,u})) = \text{IT} \left(\log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1)}{P(b_n^{s,u} = -1)} \right) \right) + \text{IT} \left(\frac{2H_{n,l}^{s,u,eff} \epsilon_{n,l}^{s,u}}{(\sigma_{n,l}^{s,u})^2} \right) + L_l^{2e}(\text{IT}(b_n^{s,u})) \quad (5-12)$$

此式中的 $\log \left(\frac{P(b_n^{s,u} = +1)}{P(b_n^{s,u} = -1)} \right)$ 為第一個MAP所計算的 $L_l^{1e}(b_n^{s,u})$

渦輪解碼器經過幾個迴圈後得到系統位元的對數可能性比例的同時, 我們可利用在第二個MAP解碼器已經計算出的一些訊息如 α 及 β 的值來計算兩個同位位元的對數可能性比例, 如(5-13)式所示:

$$L_l^2(\text{IT}(b_n^{p1,u})) = \frac{2H_{n,l}^{p1,u,eff} \epsilon_{n,l}^{p1,u}}{(\sigma_{n,l}^{p1,u})^2} + \quad (5-13)$$

$$\log \left(\frac{\sum_{(s',s) \in A1+} \alpha_{n-1}(s') \cdot \text{IT}(P(b_n^{s,u} = +1)) \cdot \beta_n(s) + \sum_{(s',s) \in A1-} \alpha_{n-1}(s') \cdot \text{IT}(P(b_n^{s,u} = -1)) \cdot \beta_n(s)}{\sum_{(s',s) \in B1+} \alpha_{n-1}(s') \cdot \text{IT}(P(b_n^{s,u} = +1)) \cdot \beta_n(s) + \sum_{(s',s) \in B1-} \alpha_{n-1}(s') \cdot \text{IT}(P(b_n^{s,u} = -1)) \cdot \beta_n(s)} \right)$$

其中 A1+ 代表輸入系統位元為 1 而輸出同位位元為 1 的集合
 A1- 代表輸入系統位元為 -1 而輸出同位位元為 1 的集合
 B1+ 代表輸入系統位元為 1 而輸出同位位元為 -1 的集合
 B1- 代表輸入系統位元為 -1 而輸出同位位元為 -1 的集合

同理我們可得 $L_l^1(b_n^{p2,u})$ 。最後我們將 $L_l^2(\text{IT}(b_n^{s,u}))$ ， $L_l^2(\text{IT}(b_n^{p1,u}))$ 分別經過內部解交錯器後再連同 $L_l^1(b_n^{p2,u})$ 個別乘以 0.5 後得到 $\theta_{n,l}^{s,u}$ ， $\theta_{n,l}^{p1,u}$ 及 $\theta_{n,l}^{p2,u}$ 。

計算同位位元的對數可能性比例的方法為利用第四章所介紹的訊息傳遞演算法,由於在最後一個迴圈時要多計算同位位元的對數可能性比例，因此將原先渦輪解碼器中的 MAP 解碼器改稱作 Modified MAP 解碼器，如圖 5.5 所示。

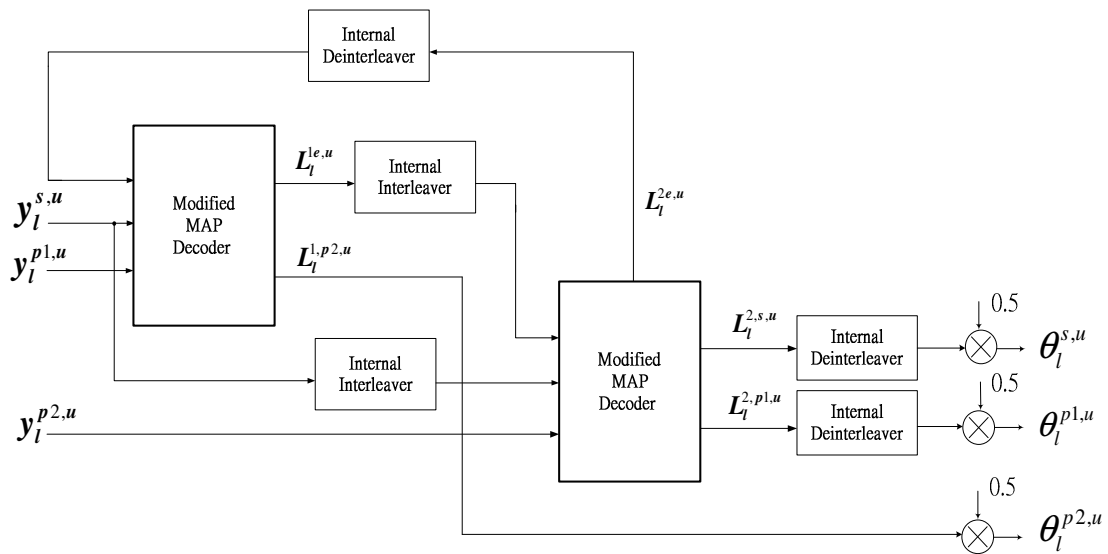


圖 5.5 渦輪解碼器架構圖

其中

$$\mathbf{y}_l^{s,u} = (y_{1,l}^{s,u}, y_{2,l}^{s,u}, \dots, y_{P,l}^{s,u})$$

$$\mathbf{y}_l^{p1,u} = (y_{1,l}^{p1,u}, y_{2,l}^{p1,u}, \dots, y_{P,l}^{p1,u})$$

$$\mathbf{y}_l^{p2,u} = (y_{1,l}^{p2,u}, y_{2,l}^{p2,u}, \dots, y_{P,l}^{p2,u})$$

$$\mathbf{L}_l^{1e,u} = (L_l^{1e}(b_1^{s,u}), L_l^{1e}(b_2^{s,u}), \dots, L_l^{1e}(b_p^{s,u}))$$

$$\mathbf{L}_l^{2e,u} = (L_l^{2e}(\text{IT}(b_1^{s,u})), L_l^{2e}(\text{IT}(b_2^{s,u})), \dots, L_l^{2e}(\text{IT}(b_p^{s,u})))$$

$$\mathbf{L}_l^{2,s,u} = (L_l^2(\text{IT}(b_1^{s,u})), L_l^2(\text{IT}(b_2^{s,u})), \dots, L_l^2(\text{IT}(b_p^{s,u})))$$

$$\mathbf{L}_l^{2,p1,u} = (L_l^2(\text{IT}(b_1^{p1,u})), L_l^2(\text{IT}(b_2^{p1,u})), \dots, L_l^2(\text{IT}(b_p^{p1,u})))$$

$$\mathbf{L}_l^{2,p2,u} = (L_l^2(\text{IT}(b_1^{p2,u})), L_l^2(\text{IT}(b_2^{p2,u})), \dots, L_l^2(\text{IT}(b_p^{p2,u})))$$

$$\boldsymbol{\theta}_l^{s,u} = (\theta_{1,l}^{s,u}, \theta_{2,l}^{s,u}, \dots, \theta_{P,l}^{s,u})$$

$$\boldsymbol{\theta}_l^{p1,u} = (\theta_{1,l}^{p1,u}, \theta_{2,l}^{p1,u}, \dots, \theta_{P,l}^{p1,u})$$

$$\boldsymbol{\theta}_l^{p2,u} = (\theta_{1,l}^{p2,u}, \theta_{2,l}^{p2,u}, \dots, \theta_{P,l}^{p2,u})$$



同理如 5.4.2.1 節中所介紹的軟位元與對數可能性比例的關係，
我們可以寫出經由渦輪解碼器後的軟位元：

$$\hat{\delta}_{w,l}^u = \begin{cases} \tanh\left(\frac{L_l^2(b_n^{s,u})}{2}\right) = \tanh(\theta_{n,l}^{s,u}) & \text{if } w=3n \\ \tanh\left(\frac{L_l^2(b_n^{p1,u})}{2}\right) = \tanh(\theta_{n,l}^{p1,u}) & \text{if } w=3n+1 \\ \tanh\left(\frac{L_l^2(b_n^{p2,u})}{2}\right) = \tanh(\theta_{n,l}^{p2,u}) & \text{if } w=3n+2 \end{cases} \quad (5-14)$$

第六章

通道估計架構

上鏈傳輸中，每個用戶的訊號經過不同的通道到達基地台，接收機需要估出所有用戶的通道以提供多層級的平行干擾消除進行干擾訊號重建與消除的動作，如第五章所介紹。本章將詳細描述此一通道估計的方法。

為了估計每位用戶的通道，所有用戶必須在傳送端傳送一已知的領航訊號，此領航訊號會經過通道並與自己的資料訊號以及其他使用者的領航訊號和資料訊號加成在一起，然後在接收端轉換成基頻訊號後經過 FFT 的動作，因為已經作了 FFT 的動作，所以在估計通道時，我們便直接在頻域上對領航訊號作解展頻，在 6.1 節中我們將介紹在頻域解展頻的原理。然後在 6.2 節中把頻域解展頻應用在通道估計架構中。

6.1 解展頻

我們採用 FFT 匹配濾波器(FFT matched filter)的觀念完成解展頻的動作。以下將對如何以 FFT 匹配濾波器實現解展頻做詳細的解釋。假設 $x_1(n)$ 、 $x_2(n)$ 是兩個長度為 N 之序列， $X_1(k)$ 、 $X_2(k)$ 則為 $x_1(n)$ 與 $x_2(n)$ 的 FFT 轉換， $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的互相關函數 $\Gamma_{x_1 x_2}(\tau)$ 可表示如下：

$$\begin{aligned}\Gamma_{x_1x_2}(\tau) &= \sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)x_2^*[(m-\tau)_N] \\ &= \text{IFFT}\{X_1(k)X_2^*(k)\}\end{aligned}$$

(6-1)

其中 $(\cdot)_N$ 為 $(\cdot) \bmod N$ 。由上式可知，兩訊號之互相關函數可由其頻域訊號相乘之後，再做一 IFFT 的轉換獲得。

若 $x_1(n)$ 與 $x_2(n)$ 為相同之 m -序列 $c(n)$ ，則 $c(n)$ 的自相關係數為：

$$\begin{aligned}\Gamma_c(\tau) &= \sum_{m=0}^{N-1} c(m)c^*[(m-\tau)_N] \\ &= \text{IFFT}\{C(k)C^*(k)\} \\ &= \begin{cases} -1 & , \tau \neq 0 \\ N & , \tau = 0 \end{cases}\end{aligned}\tag{6-2}$$

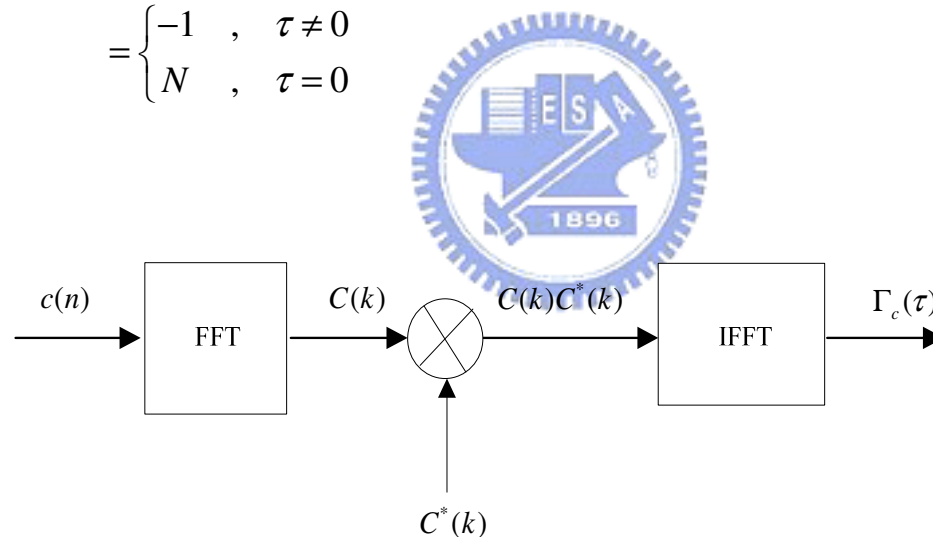


圖 6.1 以 FFT 匹配濾波器實現解展頻

展頻碼 $c(n)$ 的自相關函數亦可由頻域上之展頻碼 $C(k)$ 先相乘後再做 IFFT 轉換得之。自相關函數相當於展頻碼解展頻的結果，在系統完美同步的假設下 $(\tau=0)$ ，可得到一高峰(peak)值。上圖 6.1 即為如何以 FFT 匹配濾波器實現解展頻的示意圖。

6.2 通道估計

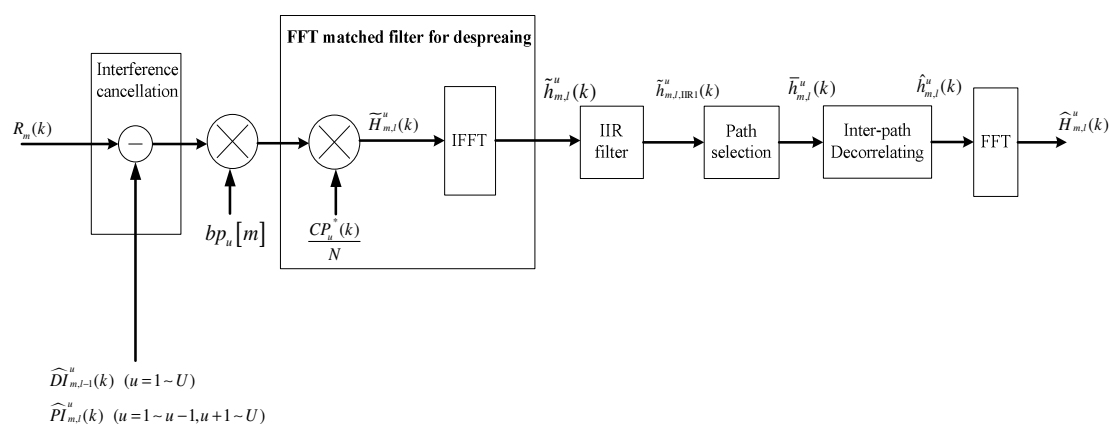


圖 6.2 通道估計架構圖(第 u 位用戶)

應用於本系統的通道估計架構如上圖 6.2 所示。首先，頻域訊號 $R_m(k)$ 消除全部用戶的資料訊號干擾和其他用戶的領航訊號干擾可得到粗略僅包含有第 u 位用戶領航訊號成分的訊號。其中全部用戶的資料訊號干擾為來自多用戶偵測器前一級回授的資料重建訊號；其他用戶的領航訊號干擾在 $l=1$ 時，使用前一個符元最後一級所估出的通道來重建，而 $l>1$ 時，則使用目前符元的前一級所估出的通道來重建，如第五章中圖 5.1 所示。本論文中的通道估計每一級皆會更新，而[2]中的通道估計則不會。

由於領航訊號是利用隨機位元產生器產生隨機的位元 $bp_u[m]$ 後再經 BPSK 調變，然後再由金氏碼展頻而得，因此在接收端必須有相同且同步的隨機位元產生器去產生 $bp_u[m]$ 來作匹配的動作。讓每個符元的領航訊號的相位有隨機 0 或 180 度的變化，可以使其他使用者殘餘的領航訊號在不同符元上和目標使用者的領航訊號匹配後，出現相

位隨機 0 或 180 度的變化，但目標使用者則不會，接下來經過一階無限脈衝響應濾波器時，則其他使用者殘餘的領航訊號所造成的干擾則會因鄰近的干擾相近但有正負的差別而相消。

接著把訊號通過 FFT 匹配濾波器做領航訊號的解展頻，可得到第 u 位用戶粗略估計的通道脈衝響應 $\tilde{h}_{m,l}^u(k)$ ，其中 CP_u 是頻域的領航訊號展頻碼，除上 N 是正為了正規化(normalize)自相關係數。我們必須估出全部用戶的通道資訊以提供多用戶偵測接收機做後續的處理。

由於通道估計的準確度會受到雜訊與通道衰減等因素的影響，我們將粗估之通道脈衝響應 $\tilde{h}_{m,l}^u(k)$ 經過一個一階無限脈衝響應濾波器 (First order IIR filter) 與路徑選擇(Path selection)方塊，以得到更精確的通道估計。

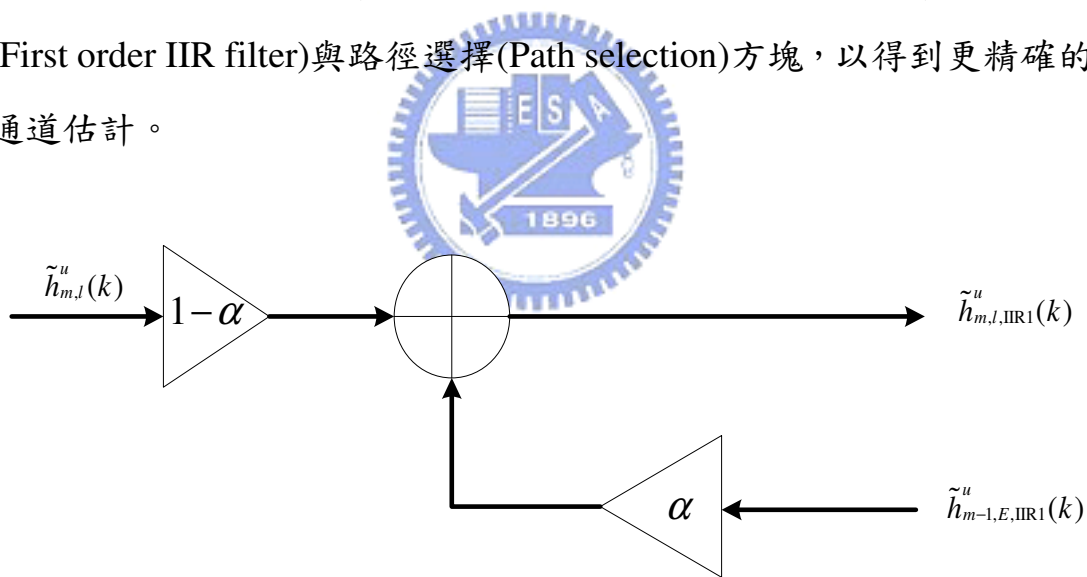


圖 6.3 一階無限脈衝響應濾波器

上圖為一階無限脈衝響應濾波器，是一個低通的濾波器，可降低每個符元中雜訊的強度。 α 是它的衰減因子，其大小的選擇和訊號雜訊比(SNR)、通道變化快慢有關。 α 愈大，濾波器頻寬愈小，因此當雜訊大時，選用較大的 α 值平均效果較好。然而平均太長，通道響應

便無法及時更新，當通道變化快(車速快)時，則選用較小的 α 值。一階無限脈衝響應濾波器的數學式子可表示如下：

$$\tilde{h}_{m,l,\text{IIR1}}^u(k) = (1 - \alpha) \times \tilde{h}_{m,l}^u(k) + \alpha \times \tilde{h}_{m-1,E,\text{IIR1}}^u(k) \quad (6-3)$$

其中 E 表示最後一級。

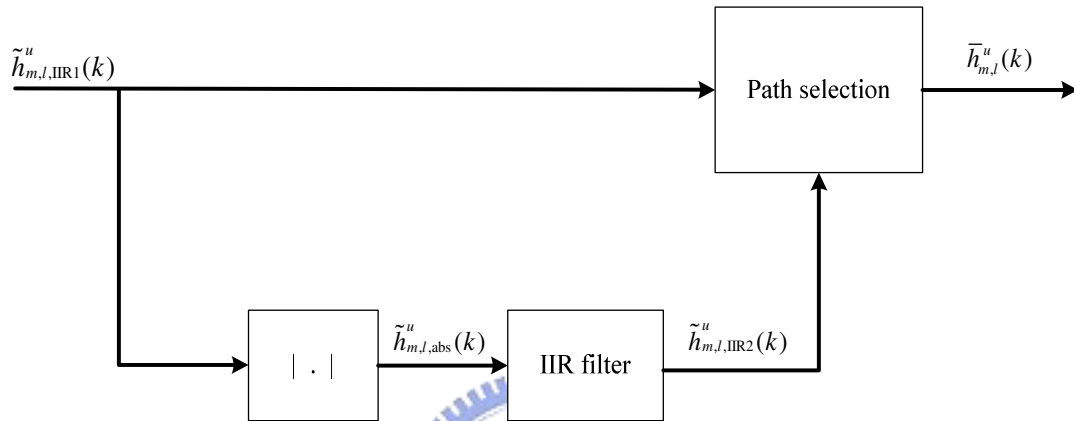


圖 6.4 通道路徑選擇架構圖

我們藉由第一個 IIR 濾波器平均的動作降低雜訊對通道估計的干擾。而路徑選擇機制中，取絕對值後的第二個 IIR 濾波器目的在於平均通道衰減對路徑振幅大小的影響，因此需要較長的平均長度，最後經由一次的路徑選擇找出通道脈衝響應的位置，如圖 6.4 所示。

通道估計進行至此，確認了通道脈衝響應中路徑位置的部分。然而，我們在傳送端以金氏碼作為領航訊號的展頻碼，由於金氏碼的自相關特性並不完美，也就是其自相關值不全為零，相異路徑間會出現交互的影響，因此，上述估計的通道脈衝響應 $\bar{h}_{m,l}^u(k)$ 大小並不準確。我們採用一個路徑解相關(Inter-path Decorrelating)機制，透過路徑相關矩陣的反矩陣運算，消除路徑間的交互關係，修正粗估的路徑大

小。最後估計出之通道脈衝響應 $\hat{h}_{m,l}^u(k)$ 再經由 FFT 轉換後得到頻率通道響應 $\hat{H}_{m,l}^u(k)$ ，提供給後續的多用戶偵測器利用。

6.2.1 路徑選擇

本小節將介紹兩種選擇路徑位置的作法。第一個方法為先找出平均結果 $\tilde{\mathbf{h}}_{m,l,\text{IIR2}}^u = \{\tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(1), \tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(2), \dots, \tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(N)\}$ 中能量最強的路徑 $\tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(k)_{\max}$ ，並決定一臨界值 $E_{th,l}$ ， $E_{th,l}$ 為與最大能量路徑 $\tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(k)_{\max}$ 的能量差，又定義 Th_l 等於 $(\tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(k)_{\max} - E_{th,l})$ 。路徑位置選擇的準則是僅保留原估計通道脈衝響應 $\tilde{h}_{m,l,\text{IIR}}^u(k)$ 中能量強度大於 Th_l 的路徑，只留下能量與最大能量路徑的能量差小於臨界值 $E_{th,l}$ 的路徑，其餘路徑位置設為零，視為雜訊和通道衰減所造成的假象。即

$$\bar{h}_{m,l}^u(k) = \begin{cases} 0 & , \tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(k) < Th_l \\ \tilde{h}_{m,l,\text{IIR1}}^u(k) & , \tilde{h}_{m,l,\text{IIR2}}^u(k) \geq Th_l \end{cases} \quad (6-4)$$

第二個作法是將移動平均的結果依照其能量排列，根據排列結果留下 $\tilde{h}_{m,l,\text{IIR1}}^u(k)$ 中能量前 l 強的路徑，捨棄其他路徑。

6.2.2 路徑解相關

不完美的展頻碼特性導致不同路徑的訊號會相互影響，所以，通道估計效能受限於用戶本身領航訊號展頻碼不全為零的自相關值。假設所有用戶的展頻碼在接收機為已知，以第 m 個符元、通道脈衝響應路徑個數 P 為例，第 i 個路徑延遲為 τ_i 與第 j 個路徑延遲為 τ_j 的相關值 ρ_{ij} 為

$$\rho_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} cp_u(k) \times cp_u^* \left((k - (\tau_j - \tau_i))_N \right) \quad (6-5)$$

則路徑相關矩陣可表示為

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1P} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{P1} & \rho_{P2} & \cdots & \rho_{PP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1P} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{P1} & \rho_{P2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

實際的通道脈衝響應向量 $\hat{\mathbf{h}}$ 與未經過路徑解相關的通道脈衝響應向量 $\bar{\mathbf{h}}$ 的關係式如下所示：

$$\bar{\mathbf{h}} = \mathbf{R} \times \hat{\mathbf{h}}$$

因此透過路徑相關矩陣的反矩陣運算，可消除路徑間的交互影響，得到實際的通道脈衝響應：

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{R}^{-1} \times \bar{\mathbf{h}} \quad (6-6)$$

其中 $\hat{\mathbf{h}} \triangleq \left[\hat{h}_m^u(\tau_1) \quad \cdots \quad \hat{h}_m^u(\tau_P) \right]^T$ 、 $\bar{\mathbf{h}} \triangleq \left[\bar{h}_m^u(\tau_1) \quad \cdots \quad \bar{h}_m^u(\tau_P) \right]^T$ 。此外，當所需路徑解相關的路徑數目增加，反矩陣龐大的運算量在實作上並不可行，因此，我們僅針對路徑選擇後的路徑位置進行路徑解相關。

第七章

電腦模擬

本論文提出在 MC-CDMA 上鏈基頻接收機下，結合多用戶偵測 (MUD) 及渦輪碼的渦輪多用戶偵測 (TMUD) 架構；並使用 MPA 演算法推導出渦輪碼同位位元的軟資訊，以作為干擾重建之用，因此我們在渦輪解碼器後所得到的系統位元和同位位元都是軟性的，我們將之稱作全軟性 (Full-soft) 的渦輪多用戶偵測，另一種做法是將渦輪解碼器後所得到的系統位元的軟資訊作硬式決策後輸入與傳送端相同的渦輪編碼器去得到同位位元，此時只有系統位元是軟性的，同位位元則為硬性的，我們將之稱作部份軟性 (Partial-soft) 的渦輪多用戶偵測。

因此在本章中，我們的電腦模擬將針對使用渦輪多用戶偵測的系統 (TMUD) 及只使用多用戶偵測的系統 (MUD) 去作比較；以及全軟性 (Full-soft) 和部分軟性 (Partial-soft) 渦輪多用戶偵測系統的比較。

7.1 模擬環境

電腦模擬之假設條件為：

- 假設接收機已知所有用戶的展頻碼。
- 假設系統已完成載波同步與符元同步。
- 假設傳送機的功率放大器與類比數位轉換器 (Analog to digital convertor) 是線性的。
- 假設來自其它蜂巢的干擾為零。

MC-CDMA 系統設定：

調變(modulation)	QPSK
載波頻率(carrier frequency)	2GHz
頻寬(total bandwidth)	0.64MHz
次載波個數(number of subcarriers)	64
有效符元時間(useful symbol time)	100us
護衛間隔(guard interval)	25us
整個符元時間(overall symbol time)	125us
資料速率(data rate)	16/3Kbps
展頻因數(spreading factor)	64
車速(vehicle speed)	30 km/hr(100 km/hr)
都普勒頻率(Doppler frequency)	55.56 Hz (185.19 Hz)
路徑個數(path number)	2
最大延遲擴散(max delay spread)	18.75us
領航訊號與資料訊號的功率比值 (Pilot to signal power ratio , PSPR)	1
通道匹配方法	最大比例合併

渦輪碼設定：

碼率	1/3
編碼器記憶體個數	3
交錯器形式	隨機交錯器
交錯器大小	1000 bits

電腦模擬的通道模型為：

- 等能量之雙路徑瑞雷衰減通道 (Rayleigh fading channel)，其衰減模型(fading pattern)由傑克衰變通道模型所產生。

傳送機與接收機的架構已於四、五、六章中介紹過，這裡則不再重述。



7.2 模擬結果與討論

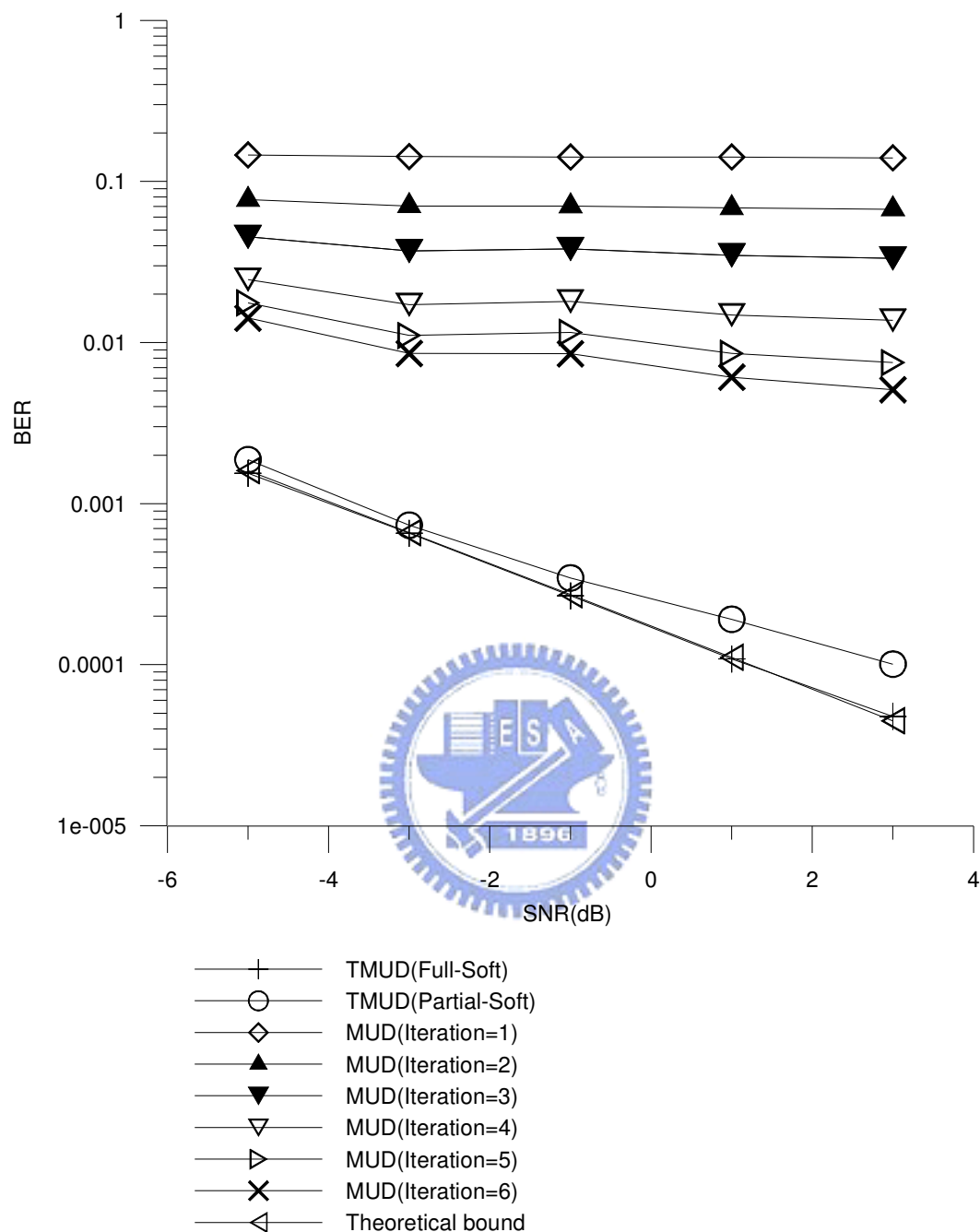


圖 7.1 理想通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同 SNR 下的比較，其中渦輪多用戶偵測為經過三個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用三個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；使用者數目皆為 64，車速為 30 km/hr。

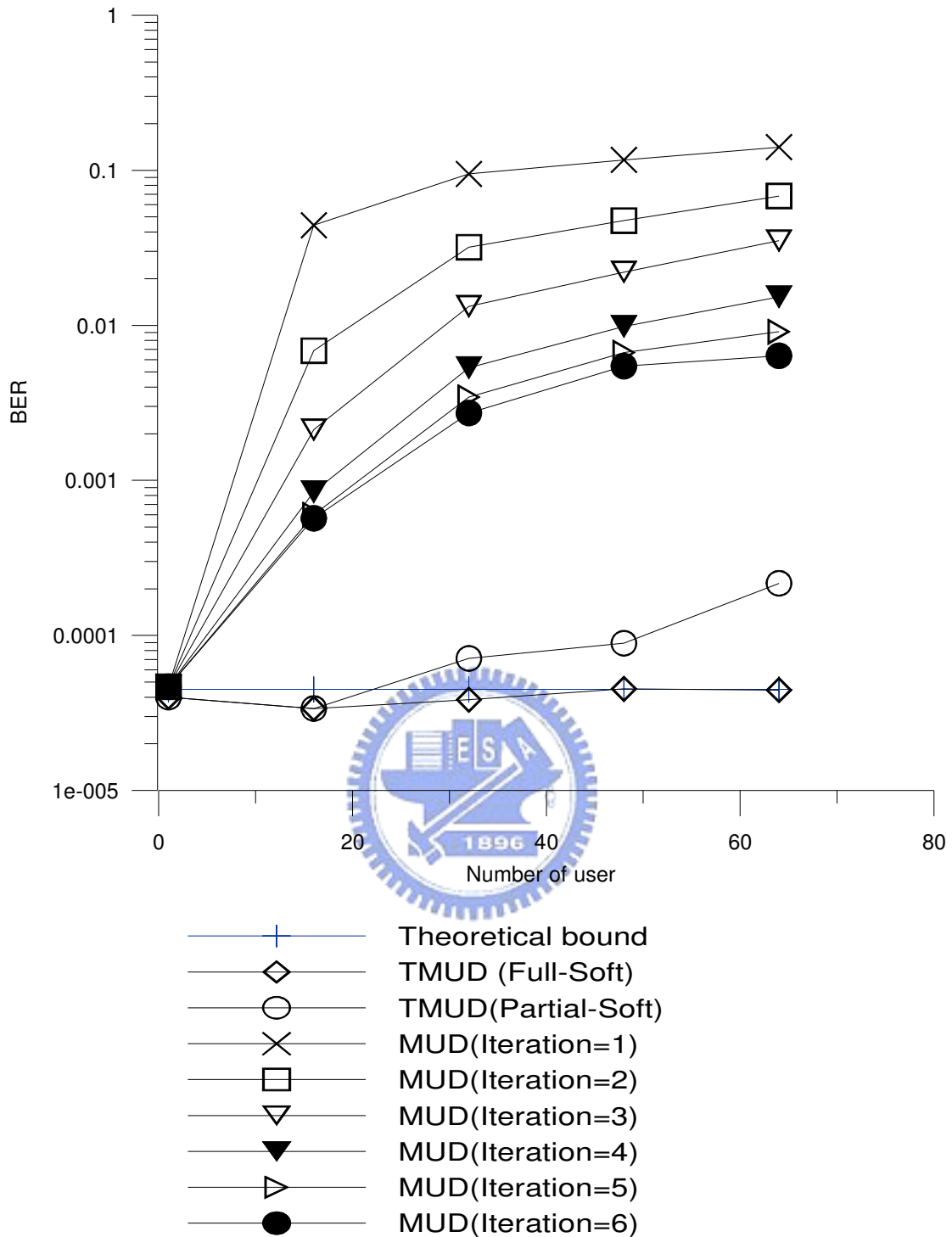


圖 7.2 理想通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較，其中渦輪多用戶偵測為經過三個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用三個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，車速為 30 km/hr。

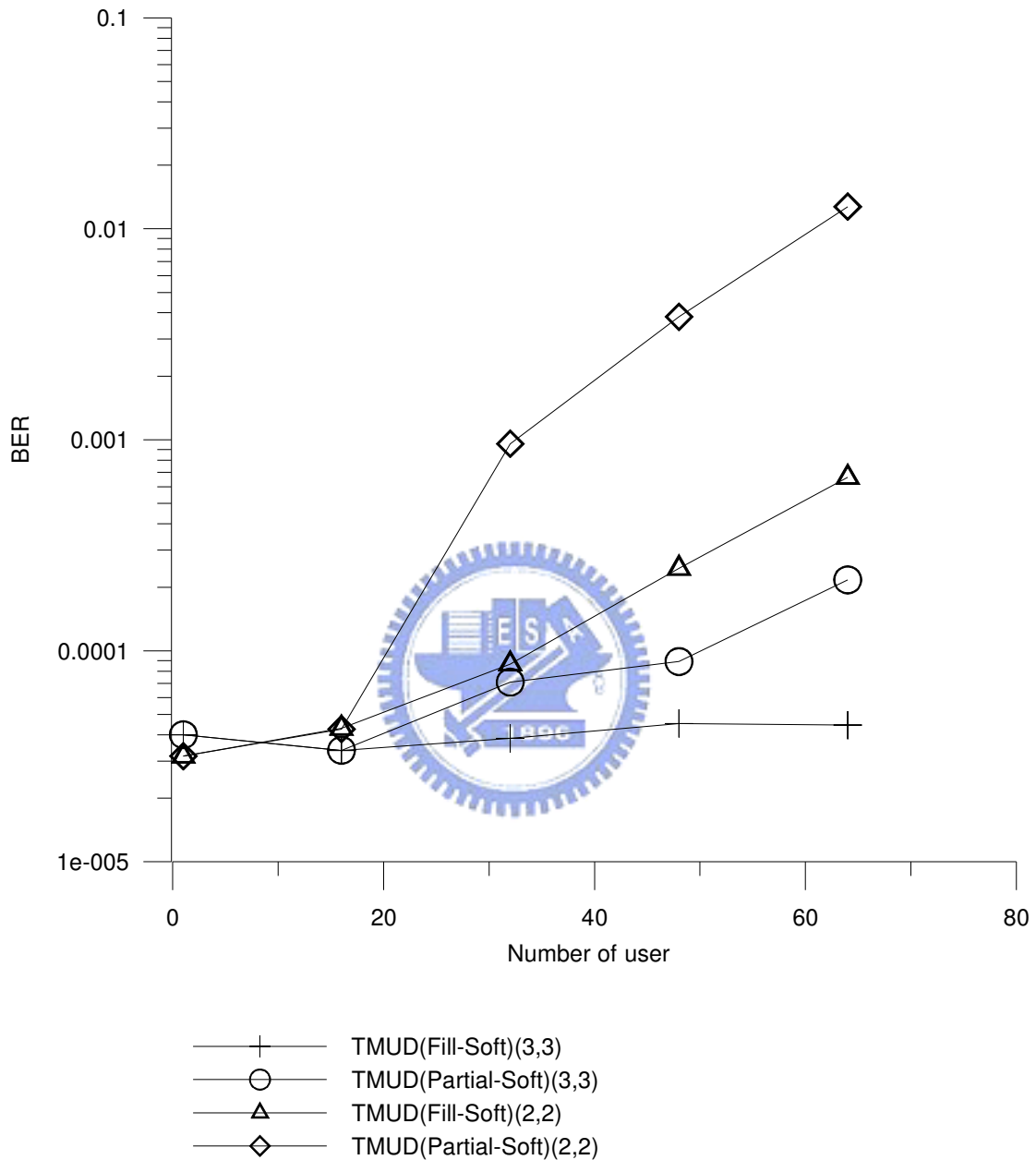


圖 7.3 理想通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較，其中(x, y)代表渦輪多用戶偵測為經過 x 個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用 y 個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，車速為 30 km/hr。

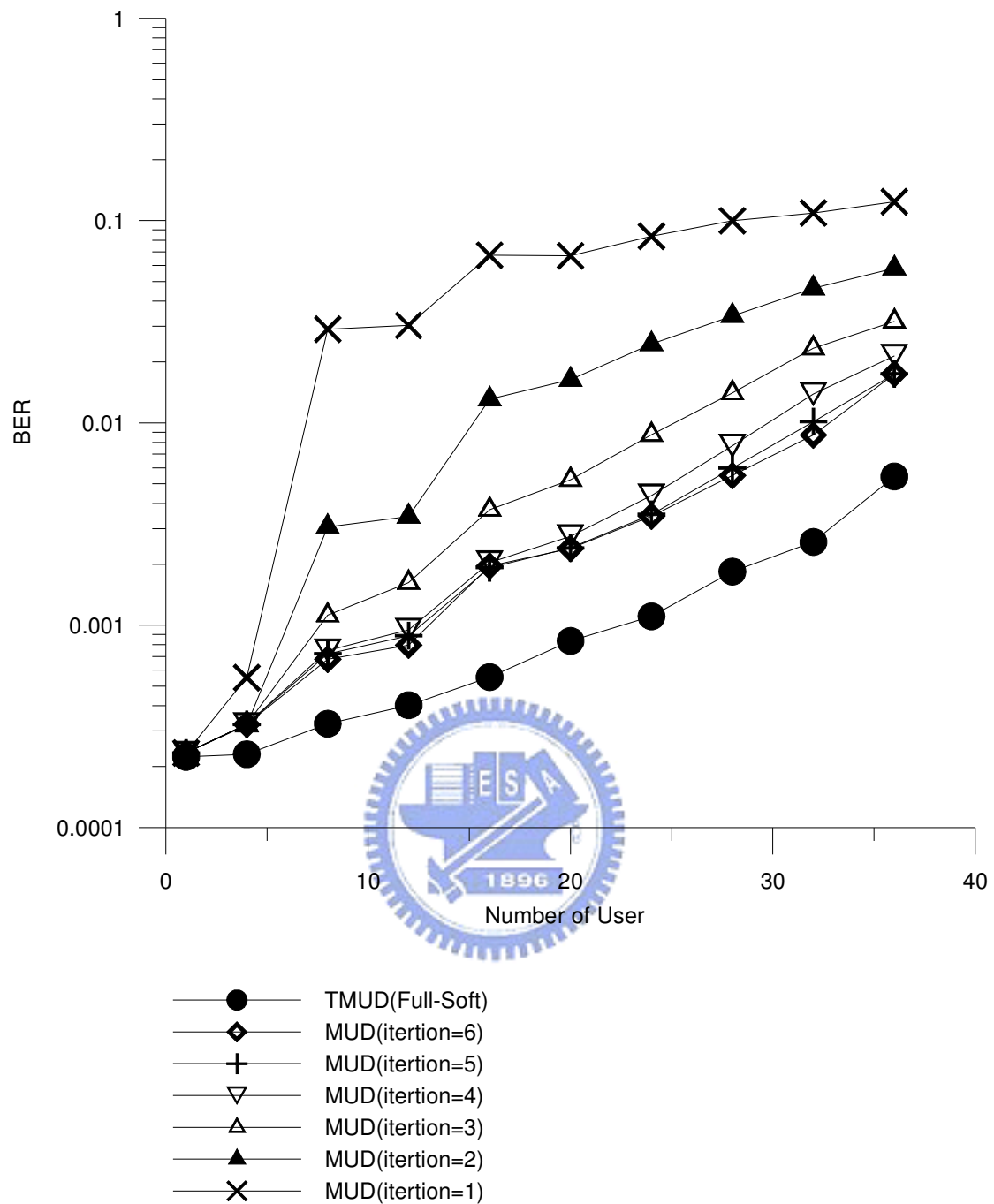


圖 7.4 假設為完美路徑選擇的通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較，其中渦輪多用戶偵測為經過五個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用七個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，車速為 30 km/hr，通道估計中的第一個 IIR 濾波器 α 值設為 0.75。

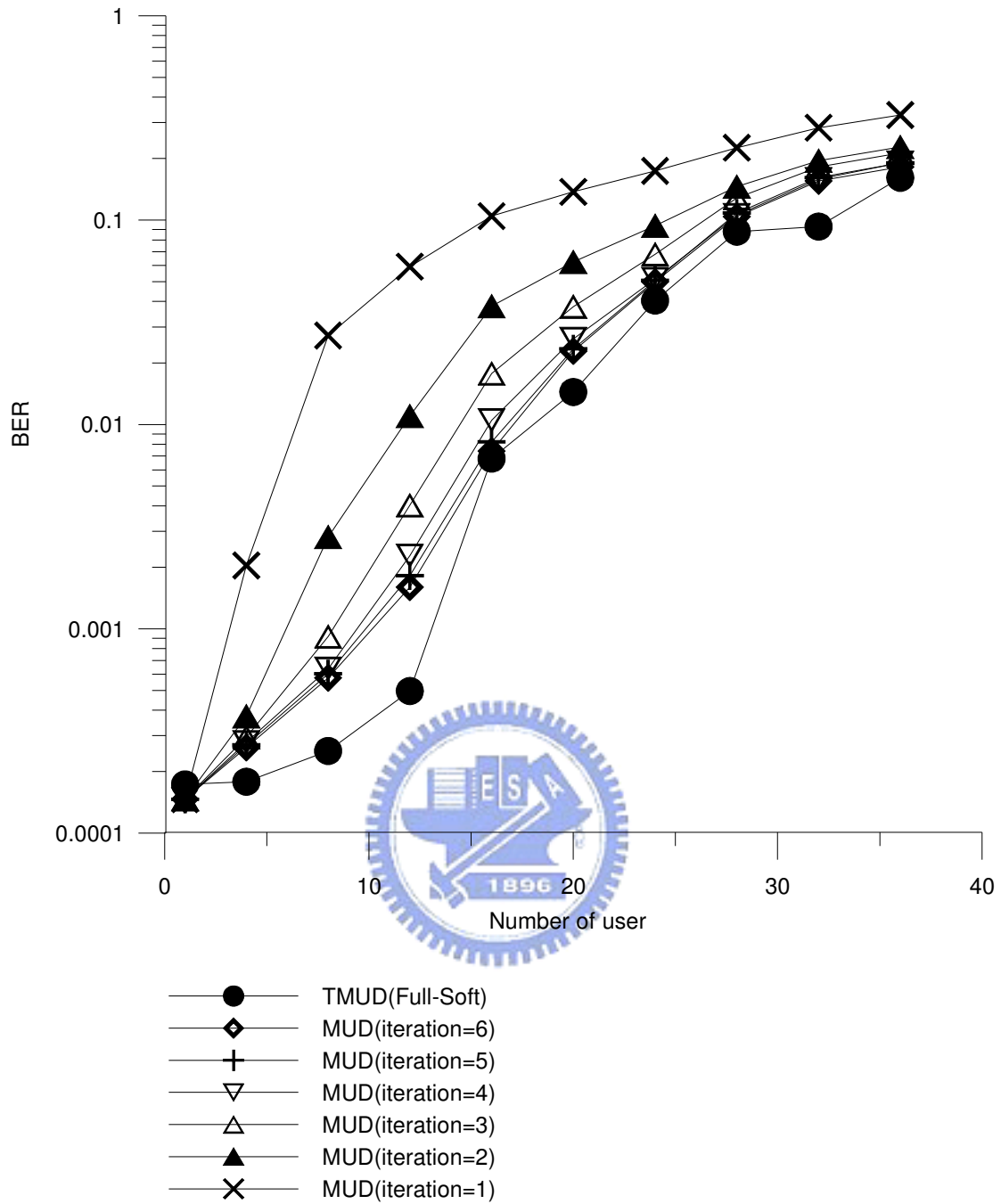


圖 7.5 假設為完美路徑選擇的通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較，其中渦輪多用戶偵測為經過五個迴圈的多用戶偵測及一次渦輪解碼(渦輪解碼使用七個迴圈)，最後在經一個迴圈的多用戶偵測；且 SNR 皆為 3dB，車速為 100 km/hr，通道估計中的第一個 IIR 濾波器 α 值設為 0.4。

以上的模擬，我們比較了在 MC-CDMA 下使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測的差別，我們先假設不管是使用多用戶偵測還是渦輪多用戶偵測的系統中都有渦輪解碼器，只是多用戶偵測的干擾消除是從渦輪解碼器前得到的訊號重建後回饋去消除，但是渦輪多用戶偵測的干擾消除則是從渦輪解碼器後得到的訊號重建後回饋去消除，因此在比較位元錯誤率時，我們皆是在渦輪解碼器前去作比較。

在圖 7.1 和圖 7.2 中我們可以看到理想通道估計下，在不同 SNR 下或不同使用者下，使用渦輪多用戶偵測皆可以趨近於系統最佳的理論值，其中的理論值的曲線由[10]中的公式(23)得到，其公式如下：

$$P_{bit} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{2+\rho}} - \frac{\sqrt{\rho}}{(\sqrt{2+\rho})^3} \right] \quad (7-1)$$

其中 ρ 為一個位元的 SNR，在 FFT 長度為 64 的 MC-CDMA 中若一個切片 (Chip) 的 SNR 為 μ 時， ρ 則為 $64 \times \mu$ 。

由圖 7.1 和圖 7.2 我們皆可以看到使用渦輪多用戶偵測的系統表現相對於多用戶偵測皆有大幅度的改善。從圖 7.1、圖 7.2 和圖 7.3 我們皆可以看到全軟性的渦輪多用戶偵測皆比部分軟性的渦輪多用戶偵測好，尤其在使用者增加時，兩者差距愈大，這是因為在使用者少時，在作渦輪解碼時，使用全軟性的渦輪解碼所得到的同位位元的軟位元趨近硬位元，因為渦輪解碼器可以十分確定此同位位元是+1 或-1 的關係，因此使用者少時，全軟性和部分軟性的渦輪多用戶偵測表現差不多，但當使用者增加時，干擾增加，此時渦輪解碼器不能很確定同位位元是為+1 或-1，此時若使用部分軟性，強制使同位位元變成+1 或-1，便會讓系統的表現下降。

圖 7.3 我們比較了使用不同迴圈數的渦輪多用戶偵測，在這個圖中我們更可以看到使用全軟性和部分軟性渦輪多用戶偵測的差別。

圖 7.4 和圖 7.5 中我們加入了通道估計的機制分別去看車速為 30 km/hr 和 100 km/hr 下多用戶偵測和渦輪多用戶偵測的差別。在圖 7.4 中我們可以看到多用戶偵測在經過六個迴圈後的表現已經達到飽和，而渦輪多用戶偵測則可以使此系統的錯誤率表現在躍進一次，在使用者的數目為 32 時有和多用戶偵測下數目為 20 的表現一樣。不過很明顯的，在通道估計不是理想的情況下，使用渦輪多用戶偵測的表現並無像在理想通道估計下那樣大幅度的改善，尤其當通道估計很差時，如車速為 100 km/hr 時的圖 7.5，在使用者很多時幾乎沒有改進，這是因為當通道估計很差時，即使渦輪解碼後的位元錯誤率比解碼前低，但是在作干擾重建時，必須將這些解碼後的軟位元再乘上估計的通道，因此一個較準的資訊乘上一個很不準的資訊，其資訊還是不準的，因此如何改善通道估計的準確度，是本論文未來工作的一個重要的課題。

第八章

結論與未來發展的方向

本論文中介紹了渦輪碼，及資訊傳遞演算法(Message passing algorithm, MPA)，並利用 MPA 推導出渦輪碼解碼的方法，其式子與 [8] 中的相同，也就是說我們利用 MPA 解釋了渦輪解碼為何是那樣設計的。簡單來說，MPA 可以用複雜度較低的方法來求解後置機率但又可以達到很好的表現，其方法就是把大問題拆解成很多個小問題，互相傳遞資訊並各個擊破。而渦輪碼在傳送端使用了兩個成份編碼器，若在接收端要一次去解碼，複雜度會很高，因此渦輪解碼便使用了兩個成份解碼器去解，這兩個成份解碼器會互相傳遞資訊並各個擊破，其傳遞的方法可用 MPA 推導出來。本論文還利用了 MPA 去推導出渦輪碼裡同位位元的對數可能性比例，或稱作軟資訊，以作為渦輪多用戶偵測裡，干擾訊號的重建，並從電腦的模擬裡可以看出，全軟性的渦輪多用戶偵測在使用者數目增加時，會比部分軟性的渦輪多用戶偵測的表現好。

在參考資料[1]中，MPA 原本是用來解 LDPC(Low density parity check code)的，因此 MPA 演算法或許可以在套用在其它的通道解碼器中，這是未來可以發展的方向之一。

此外，本論文將[2]中所提出的多用戶偵測架構加入了渦輪解碼使其成為渦輪多用戶偵測，從電腦模擬的結果可以看出，在理想通道估計下，使用渦輪多用戶偵測可以使系統的表現趨近於單一使用者下

的理論值(Theoretic bound or Single user bound)。但是在通道估計並非理想的情況下，渦輪多用戶偵測相對於多用戶偵測的改進便會受限於通道估計的準確度，因此通道估計的改進是未來可以發展的方向之二，我們可以考慮針對領航訊號的自相關性的改善或是加入適當的適應性訊號處理以提高通道估計的準確度。

此外，本論文的系統是上鏈接收機，因此通道估計會較不準確，但是在下鏈接收機中，只有一個領航訊號，此時通道估計可以較準確，而下鏈系統容量需求通常也比上鏈系統大，因此我們可以考慮在下鏈系統中加入渦輪多用戶偵測來增加系統的容量，其想法是原本華氏碼在長度為 N 時，僅能提供 N 組正交的展頻碼，此時我們可以使用其它正交特性較差，但能提供較多組的展頻碼，然後利用渦輪解碼將其它使用者的干擾重建出來扣掉，也就是說，我們不僅使用展頻碼來區分使用者，也使用了渦輪碼來區分使用者，這是未來可以發展的方向之三。我們已使用電腦模擬對下鏈接收機系統作了簡單的模擬，詳見附錄 A。

附錄 A

結合多載波分碼多重進接及 渦輪多用戶偵測之下鏈基頻接收機 的模擬與討論

本附錄將原本上鏈基頻接收機的電腦模擬程式作一些修改，使其成為下鏈基頻接收機的電腦模擬程式，主要是將每個使用者的通道設定為相同，並使整個系統只擁有一個領航訊號，接收機只需針對此領航訊號作通道估計，且在作通道估計時省去 IIR 濾波器的動作，此外，當使用者的數目在 64 個以內時，我們使用長度為 64 的華氏碼來區分不同的使用者，當使用者數目超過 64 個時，超過的使用者則使用長度為 63 的金氏碼再加上一個位元使其長度為 64，並讓此位元與金氏碼的第一個位元相同；且領航訊號和全部使用者訊號的功率比為 0.2 : 1。其它架構則與上鏈基頻接收機相同。

A.1 模擬環境

電腦模擬之假設條件為：

- 假設接收機已知所有用戶的展頻碼。
- 假設系統已完成載波同步與符元同步。
- 假設傳送機的功率放大器與類比數位轉換器(Analog to digital convertor)是線性的。
- 假設來自其它蜂巢的干擾為零。

電腦模擬的通道模型為：

- 等能量之雙路徑加成性白色高斯雜訊通道。
- 等能量之雙路徑瑞雷衰減通道 (Rayleigh fading channel)，其衰減模型(fading pattern)由傑克衰變通道模型所產生。

MC-CDMA 系統設定：

調變(modulation)	QPSK
載波頻率(carrier frequency)	2GHz
頻寬(total bandwidth)	0.64MHz
次載波個數(number of subcarriers)	64
有效符元時間(useful symbol time)	100us
護衛間隔(guard interval)	25us
整個符元時間(overall symbol time)	125us
資料速率(data rate)	16/3Kbps
展頻因數(spreading factor)	64
車速(vehicle speed)	30 km/hr
都普勒頻率(Doppler frequency)	55.56 Hz
路徑個數(path number)	2
最大延遲擴散(max delay spread)	18.75us
領航訊號與資料訊號的功率比值 (Pilot to signal power ratio, PSPR)	0.2
通道匹配方法	最大比例合併

渦輪碼設定：

碼率	1/3
編碼器記憶體個數	3
交錯器形式	隨機交錯器
交錯器大小	1000 bits

A.2 模擬結果與討論

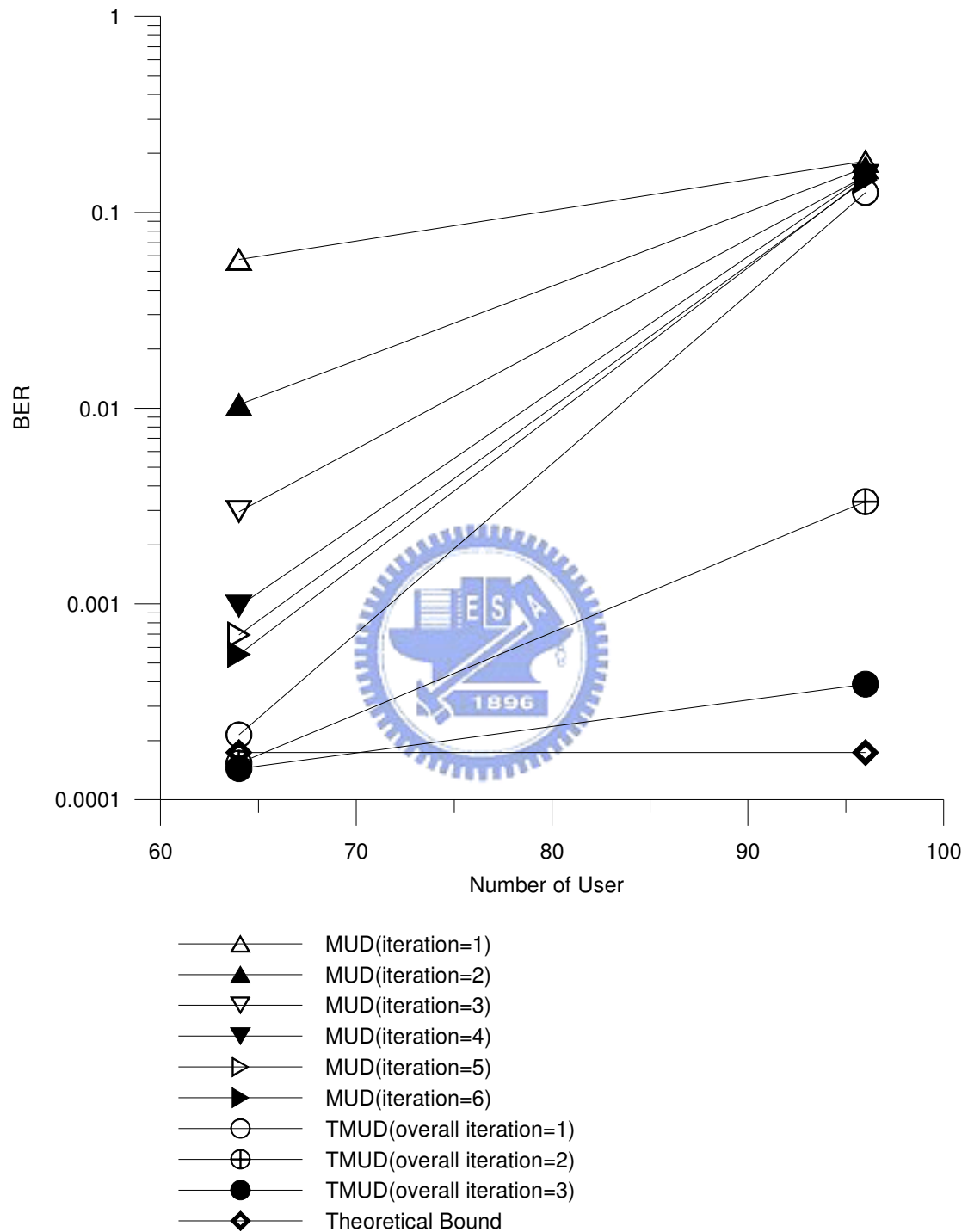


圖 A.1 下鏈傳輸系統中，假設為完美路徑選擇的通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較。車速為 30 km/hr。

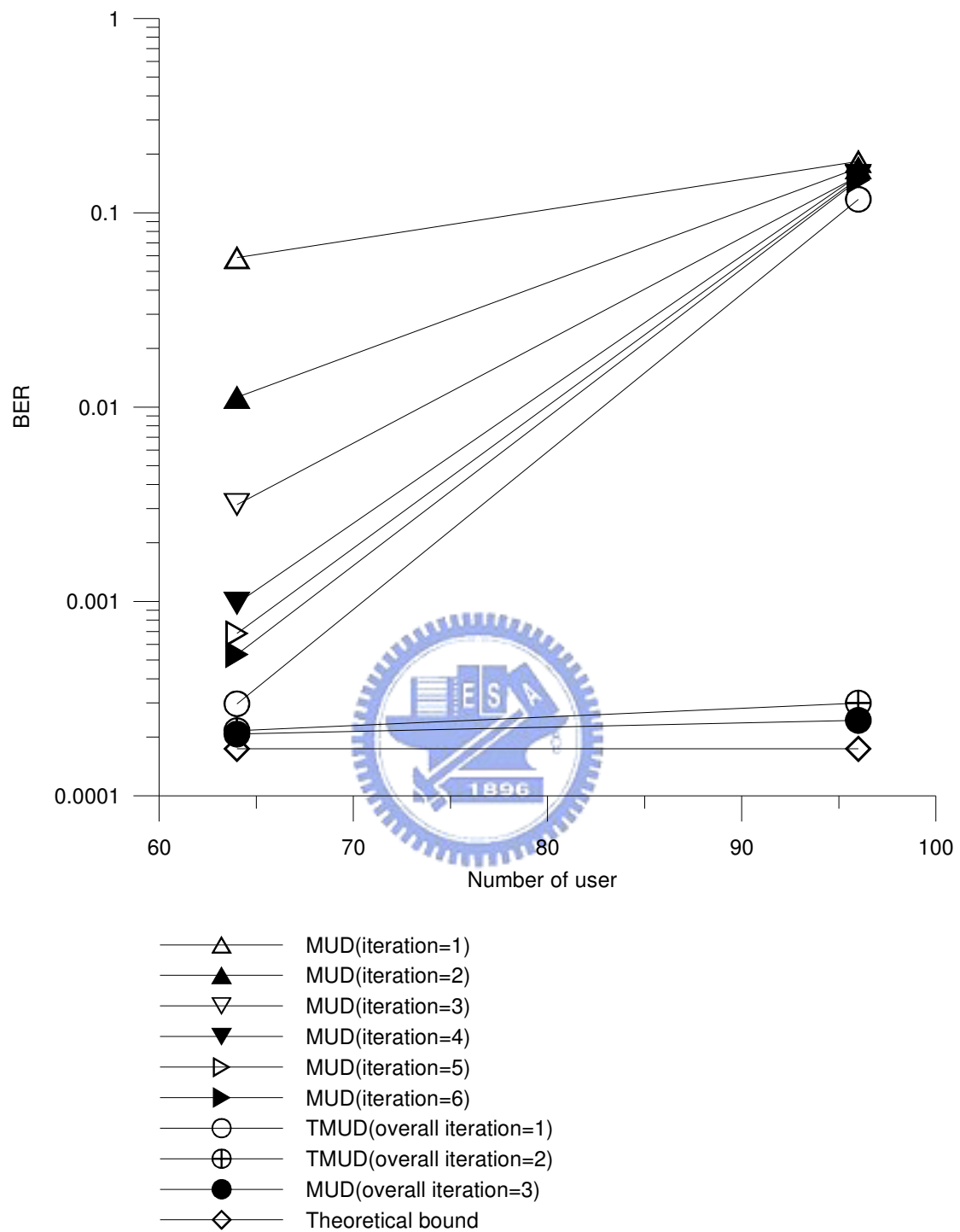


圖 A.2 下鏈傳輸系統中，假設為完美路徑選擇的通道估計下雙路徑衰減通道之 MC-CDMA 系統使用多用戶偵測和渦輪多用戶偵測在不同使用者下的比較。車速為 100 km/hr。

圖 A.1 及 A.2 中，我們比較了不同迴圈的多用戶偵測及渦輪多用戶偵測在不同使用者下的錯誤率表現，其中 N 個迴圈的渦輪多用戶偵測代表作 N 次這樣的動作："多用戶偵測三個迴圈及一次渦輪解碼(七個迴圈)"，最後再作多用戶偵測一個迴圈，然後在此處偵測錯誤率。

從模擬結果可以看出，當使用者的數目為 64 個時，使用多用戶偵測在幾個迴圈後便能使錯誤率表現趨近於單一使用者理論值的表現，但是當使用者的數目到達 96 個時，使用多用戶偵測幾乎沒有什麼改善，此時若使用渦輪多用戶偵測，則在五個迴圈後，錯誤率表現則能趨近於單一使用者理論值的表現；這是因為使用者的數目在 64 個以內時，所有用來區分使用者的展頻碼彼此間皆有很好的正交特性，因此不需要渦輪解碼器的幫忙，只要使用多用戶偵測便能將其它使用者的干擾消除殆盡，但是當使用者的數目到達 96 個時，系統中用來區分使用者的展頻碼的正交特性變得很差，此時只使用多用戶偵測無法將干擾消除乾淨，甚至從模擬結果可以看出，錯誤率表現沒有什麼改善，但是此時若能借助渦輪解碼器的幫忙，便能使系統的表現有顯著的提升，也就是說，此時系統利用了渦輪碼和展頻碼來區分使用者。

比較圖 A.1 及圖 A.2，在車速為 30 km/hr 時，渦輪多用戶偵測必須作五個迴圈才能達到趨近單一使用者理論值的表現，但在車速為 100 km/hr 時，僅需要三個迴圈便能達到趨近單一使用者理論值的表現，這是因為渦輪解碼器在時間上相關性小的通道表現比較好。

下鏈系統中，渦輪多用戶偵測在非理想通道估計時能有這樣的表現，主要是在下鏈系統中的通道估計可以較上鏈系統中準確。但在上鏈系統中，估計通道時所遇到干擾較大，必須使用 IIR 濾波器將干擾

壓下， α 值選得太小，無法有效抵抗干擾， α 值選得太大，則又跟不上通道的變化，因此上鏈系統的通道估計還有改進的空間。



參考文獻

- [1] John L. Fan , Constrained Coding and Soft Iterative Decoding.
- [2] Hsing-Ju Wei, Design and Simulation of an Uplink Baseband Receiver for a Multicarrier CDMA System, NCTU Master Thesis, 2003.
- [3] Kafle, P.L.; Sesay, A.B., Performance of turbo coded multicarrier CDMA with iterative multiuser detection and decoding, Electrical and Computer Engineering, 2001. Canadian Conference on Volume: 1 , 13-16 May 2001.
- [4] Kaiser, S.; Hagenauer, J., Multi-carrier CDMA with iterative decoding and soft-interference cancellation, Global Telecommunications Conference, 1997. GLOBECOM '97., IEEE , Volume: 1 , 3-8 Nov. 1997.
- [5] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, “Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes,” Proc. 1993 Int. Conf. Comm.,pp.1064-1070.
- [6] L. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, “Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate,” IEEE Trans. Inf. Theory, pp.284-287, Mar. 1974.
- [7] William E. Ryan, “A Turbo Code Tutorial.”
- [8] Turbo Codes : principle and application. B. Vucetic & J. Yuan

- [9] G.D. Forney, Jr., "Codes on graphs: normal realizations," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 47, no. 2, pp520-548, Feb. 2001.
- [10] J.E. Mazo, "Exact Matched Filter Bound for Two-Beam Rayleigh Fading" , IEEE trans. on communications, 1991.
- [11] Therodore S. Rappaport, Wireless Communications Principles and Practice, Prentice Hall PTR, 1996.
- [12] J. G. Proakis, Digital Communications, New York: McGraw-Hill, 1989.
- [13] Simon Haykin, Communication System, 4th ed. John Wiley & Sons, 2001.
- [14] Mei-Ling Wang, A Study on Downlink Receiver Design for OFDM/CDMA-based Mobile Communication System, NCTU Master Thesis, 2001.

個人簡歷

基本資料

姓名：陳永庭

性別：男

生日：西元 1980 年 2 月 29 日

出生地：台中市

學歷



2002.9~2004.6 國立交通大學電信工程學系碩士班 畢業

1998.9~2002.6 國立成功大學電機工程學系 畢業

1995.9~1998.6 國立台中第一高級中學 畢業

1992.9~1995.6 台中市立居仁國中 畢業

1986.9~1992.6 台中市立進德國小 畢業