

國立交通大學

電機學院 電機與控制學程

碩士論文

具負載估測之降壓型直流轉換器順滑控制設計

Sliding-Mode Control Applied to DC-DC Buck

Converter Based on Payload Estimator

研究生：林 進 忠

指導教授：陳 永 平 教授

中華民國九十九年十二月

具負載估測之降壓型直流轉換器順滑控制設計

Sliding-Mode Control Applied to DC-DC Buck Converter Based on Payload Estimator

研究生：林進忠

Student : Chin-Chung Lin

指導教授：陳永平 教授

Advisor : Prof. Yon-Ping Chen



Submitted to College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

in

Electrical and Control Engineering

December 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年十二月

具負載估測之降壓型直流轉換器順滑控制設計

學生：林進忠

指導教授：陳永平 教授

國立交通大學 電機學院 電機與控制學程碩士班

摘 要

本論文研究之順滑模態控制器應用在降壓型直流轉換器，利用既有之積分型順滑模態控制器，並加入負載估測器以估測負載值，保持對不確定量之強健性。本文利用此順滑模態控制器產生之控制訊號，轉成固定頻率之脈波寬度調變訊號以控制降壓型直流轉換器之開關切換，使其輸出電壓到達期望值，且不因負載變動影響系統之輸出狀態。利用 MATLAB/SIMULINK 模擬上述降壓型直流轉換器與順滑模態控制器及負載估測器，由模擬結果驗證系統在不同負載變動下，輸出電壓均能達到設定值，且估測器能正確估測到負載值。此外能透過調整控制器之參數以改善暫態響應。

關鍵字：降壓型直流轉換器，積分型順滑模態控制器，負載估測

Sliding Mode Control Applied to DC-DC Buck Converter Based on Payload Estimator

Student : Chin-Chung Lin

Advisor : Prof. Yon-Ping Chen

Degree Program of Electrical and Computer Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this thesis, a general DC-DC Buck converter model is derived by the state space average method, which is valid for continuous conduction mode. A sliding mode controller with an integral term of error function is proposed for constant frequency PWM-based DC-DC Buck converter. To reduce the influence of system uncertainty, a first-order estimator is also applied to estimate the unknown payload. With the sliding mode control, the system trajectory could be successfully driven to the sliding surface in a finite time even though the payload changes. In the sliding mode, the system is stabilized and the output voltage reaches the desired value, which fulfills the control goal. Finally, the proposed control scheme is demonstrated by the numerical simulation results.

Keywords : DC-DC Buck Converter , Sliding-Mode Controller , Payload estimator

致 謝

兩年多的碩士生活也將隨著論文結束而告一個段落。記得當時參與交大在職專班考試時，是抱著考看看的心態應考，帶著些許的考運，也很感謝當時的面試委員給我這個機會能進入交大這個理工學術殿堂。這兩年多來，一下班幾乎都是到學校報到，起初的確是有點吃不消，畢竟快十年沒碰過厚厚一疊書了，也很感謝當時一同修課的同學們幫忙，大家來自不同的專業領域，也都各有所長，都在一起跟作業、考試拼戰，及在課堂上跟周公奮戰。

要先感謝陳永平教授帶領我進入學術理論的領域。在陳老師很有耐心的指導下，常常不厭其煩的在觀念上重複提點，就如陳老師在上課時總是不斷的提醒學生該注意的地方，使我對於控制理論這領域逐漸產生興趣。還要感謝兩位口試委員，楊谷洋教授及張浚林教授給予學生的論文口試指導，讓學生獲益良多。

論文能順利進行，很感謝已畢業的坤佑學長協助。此外更仰賴同事們在工作上的協助，感謝當時公司主管的推薦。也很感激父母這幾年來的碎碎念，一直提醒著我有空一定要去做在職進修，所以也不負他們所望的完成這個目標。

論文的完成就像做完一個案子一樣，畢竟無法達到完美，但在研究過程中，的確讓學生學到很多，沒注意到的一些小細節，可能都會讓模擬結果產生錯誤。對應到工作上，對每個細節都要注意到，反覆去驗證，避免案子越到後期，發生不可預期的錯誤而影響到案子的進行。

目 錄

	頁次
中文摘要	i
英文摘要	ii
致謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
符號說明	viii
第一章 緒論	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究方法與本文架構.....	2
第二章 降壓型直流轉換器之數學模型	4
2.1 狀態空間平均法建立降壓型直流轉換器之數學模型.....	4
2.1.1 電路結構.....	5
2.1.2 動作原理.....	5
2.1.3 狀態空間平均法之介紹.....	8
2.2 考慮非理想降壓型直流轉換器之狀態方程式.....	10
2.2.1 片段線性模型.....	10
2.2.2 利用狀態空間平均法建立降壓型直流轉換器之模型.....	12
2.3 模型分析.....	16
2.3.1 穩定性與控制性.....	16
2.3.2 不確定量分析.....	18
2.4 負載估測器的可行性.....	19
2.4.1 一階微分估測器.....	19
2.4.2 模型分析所得結果.....	19
第三章 降壓型直流轉換器之順滑控制器設計	21
3.1 順滑模態控制理論介紹.....	21
3.1.1 順滑模態控制原理.....	22
3.1.2 順滑函數之選擇－以單輸入雙線性系統為例.....	29
3.2 設計降壓型直流轉換器之順滑模態控制器.....	30
3.2.1 步驟一：選擇適當的順滑函數以達到控制目的.....	31

3.2.2	步驟二：設計控制法則使得系統在有限時間內達到順滑平面	34
第四章	降壓型直流轉換器之系統設計與模擬	36
4.1	系統規格與設計.....	36
4.2	數值模擬.....	36
4.2.1	與未做負載估測之順滑模態控制器之比較.....	38
4.2.2	不同負載狀況下之狀態輸出.....	41
4.2.3	控制器參數對控制器特性之影響.....	44
4.2.4	估測器之驗證.....	49
4.3	SimPowerSystems 電力電子模組模擬.....	51
4.3.1	低負載變動模擬.....	52
4.3.2	高負載變動模擬.....	54
第五章	結論與未來展望	57
參考文獻	58
附錄	61

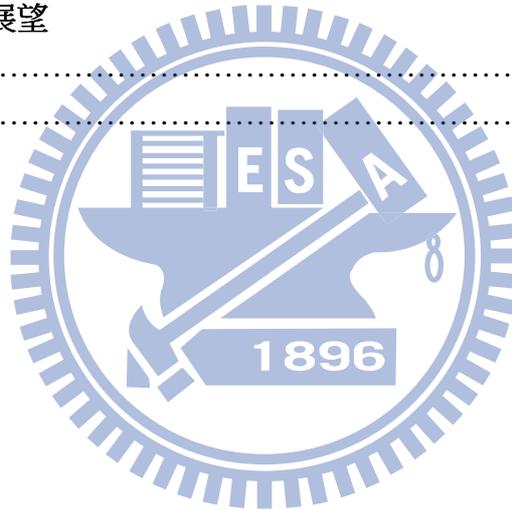


圖 目 錄

	頁次
圖 2.1.1 利用狀態空間平均法建立切換式電源轉換器之數學模型	4
圖 2.1.2 降壓型直流轉換器電路.....	5
圖 2.1.3 理想降壓型直流轉換器之等效電路.....	6
圖 2.1.4 A 點電壓之波形.....	6
圖 2.1.5 降壓型直流轉換器電感電壓與電流波形.....	8
圖 2.2.1 N 通道 MOS-FET 片段線性模型.....	11
圖 2.2.2 二極體片段線性模型.....	11
圖 2.2.3 非理想降壓型直流轉換器等效電路.....	12
圖 2.2.4 開關置於 1 之等效電路與電流方向.....	13
圖 2.2.5 開關置於 0 之等效電路與電流方向.....	15
圖 2.4.1 一階微分估測器.....	20
圖 3.1.1 切換函數與切換條件之關係圖.....	22
圖 3.1.2 迫近模態與順滑模態.....	23
圖 3.1.3 迫近條件式意圖.....	23
圖 3.1.4 當系統軌跡進入順滑平面，延遲 t_d 的時間才能切換輸入控制.....	25
圖 3.1.5 飽和函數 $sat(s)$	27
圖 4.2.1 模擬系統方塊圖.....	37
圖 4.2.2 負載範圍(0.5A~1A)之輸出狀態.....	39
圖 4.2.3 負載範圍(0.5A~1A)之順滑函數與控制輸入.....	40
圖 4.2.4 負載範圍(2A~4A)之輸出狀態.....	40
圖 4.2.5 負載範圍(2A~4A)之順滑函數與控制輸入.....	41
圖 4.2.6 低負載下之輸出狀態.....	42
圖 4.2.7 低負載下之順滑函數與控制輸入.....	42
圖 4.2.8 高負載下之輸出狀態.....	43
圖 4.2.9 高負載下之順滑函數與控制輸入.....	43
圖 4.2.10 順滑函數 s 較大時，參數 γ 對迫近速度之影響.....	45
圖 4.2.11 負載估測誤差值.....	46
圖 4.2.12 順滑函數 s 較大時，參數 σ 對迫近速度之影響.....	46

圖 4.2.13	增加 σ 值改善控制輸入之暫態響應.....	47
圖 4.2.14	增加 σ 值改善 x_1 輸出狀態之暫態響應.....	47
圖 4.2.15	β 值大小對誤差積分項及輸出狀態 x_2 之影響.....	48
圖 4.2.16	x_2 之一階微分項估測值.....	49
圖 4.2.17	R_L 估測值.....	50
圖 4.2.18	測試之負載變動與模擬值.....	50
圖 4.2.19	負載緩慢變動之輸出狀態.....	51
圖 4.3.1	低負載變動之輸出電流.....	52
圖 4.3.2	低負載變動之輸出電壓.....	53
圖 4.3.3	低負載變動之順滑函數與控制輸入.....	53
圖 4.3.4	低負載變動之負載估測值.....	54
圖 4.3.5	高負載變動之輸出電流.....	54
圖 4.3.6	高負載變動之輸出電壓.....	55
圖 4.3.7	高負載變動之順滑函數與控制輸入.....	55
圖 4.3.8	高負載變動之負載估測值.....	56
圖 A.1	系統方塊圖.....	61
圖 A.2	降壓型直流轉換器之數值模型.....	61
圖 A.3	順滑模態控制器.....	62
圖 A.4	一階微分估測器.....	62
圖 A.5	SimPowerSystems 建立之系統模型.....	63

符 號 說 明

- A : 系統狀態矩陣
 N : 雙線性項矩陣
 x_{2d} : 期望電壓值
 s : 順滑函數
 c : 順滑函數之係數向量
 ε : 順滑層厚度
 β : 誤差函數積分項之係數
 u : 控制輸入
 u_{eq} : 等效控制
 γ : 等效控制之係數 I
 σ : 等效控制之係數 II
 ρ : 一階微分器之係數



第一章 緒論

1.1 研究背景

直流轉換器常被廣泛應用於切換式電源供應器中，其輸入常是由交流電整流成直流電且經過濾波後，再經過直流轉換器得到調整之電壓值。一般安規之規定，用於直流電壓源供應器時需要加變壓器做隔離，其基本電路拓撲為降壓型、升壓型直流轉換器，再衍生其他電路拓撲如：升降壓型、全橋式轉換器等[1-3]。

應用在直流轉換器之開關控制方法，有脈衝寬度調變控制(PWM)與脈衝頻率調變控制(PFM)，或者兩者並具(PWM/PFM)之可切換控制。具有兩者控制方法之直流轉換器可在系統重載時，切到 PWM 控制，反之在輕載時，則做 PFM 控制，這樣在系統重載或輕載時能獲得較高效率[4]。直流轉換器之作用在於輸入電壓變動及負載變動情況下，均能控制輸出電壓到設定電壓值。

直流轉換器在其他應用方面，如 LED 照明、微控制器(MCU)電源應用等。在 LED 照明方面以降壓型直流轉換器最常被使用，為提高照明度常將多串 LED 先行串聯並在每一串加上降壓型直流轉換器，再將每個燈串以並聯方式連接。在每個燈串加入降壓型直流轉換器可以讓各燈串之間的電流保持相符，以提高 LED 本身的壽命，此外各別的降壓型直流轉換器還可以使用 PWM 或線性調整(Linear Dimming)進行調光。某些單電池的應用，其可供應的電壓範圍為 0.9V~1.5V 間，操作在此低電壓範圍之微控制器，其內部會整合升壓直流轉換器，提供 1.8V~3.3V 給輸出/輸入(I/O)腳位或其他周邊使用，而此升壓型直流轉換器在負載低時，效率也不能太差。

1.2 文獻回顧

傳統對於直流轉換器之控制偏向線性控制，這些方法是建立在系統之小訊號模型上，利用線性近似方法以建立小訊號模型，並且探討系統在操作點上之行為。假使系統參數變動或負載變動，傳統線性控制便無法作有效控制。因此非線性控制較適合應用在直流轉換器控制上，如模糊控制(Fuzzy logic control)、順滑模態控制(Sliding mode control)等[5]。由於直流轉換器因為使用開關切換，而形成兩個子系統，因此可變結構控制便適合使用在這類系統上。順滑模態控制對於系統參數允許在有界範圍裡變動，利用控制法則仍可維持系統穩定度[6]。

本論文利用積分型順滑函數來設計順滑模態控制器，並加入一階微分估測器[7]以估測負載變動。除了能利用積分型順滑函數以消除穩態誤差[8,9]，且又具備對不確定量變動有良好的強健性。導入負載估測器能實際去估測負載值，進而降低不確定量之影響，以增進控制器之強健性。

此外電路模擬在電力電子領域中是不可或缺的項目，這類的模擬軟體，如 Pspice、Psim 等在業界都普遍被使用[10-12]。模擬工作除了可以讓工程人員事先知道系統的實際電路行為，發生問題時也能做到除錯的動作，還能針對特別需求做模擬，如熱流模擬(Thermal simulation)。在理論模擬部分則以 Matlab/Simulink 在控制系統最被常使用到，分析系統穩定度及觀察系統暫態響應等，也是電力電子系統設計可選擇的工具之一，此外還提供多通道示波器功能，可以讓設計者觀察模擬系統的狀態，Matlab/Simulink 是分析電能轉換器特性的最佳選擇[13-15]。

1.3 研究方法與本文架構

利用積分型順滑模態控制器具有對抑制不確定量之干擾，與消除穩態誤差的優點，且加入負載估測器以增加系統對不確定量之強健性，使系統保證能在順滑

模態下，將輸出狀態控制到期望值。

在第二章中，簡介降壓型直流轉換器之電路與原理，並利用狀態空間平均法建立數學模型。第二節利用被動元件及開關元件之片段線性模型，以建立非理想降壓型直流轉換器之模型，且在第三節做模型分析。在第四節中介紹一階微分估測器。在第三章的第一節，介紹順滑模態控制理論，並講解順滑模態控制器設計步驟。在第二節中，設計順滑模態控制器之順滑函數及控制法則。

在第四章中，則先進行數值模擬，觀察改變控制器參數對控制器及系統特性之影響，並確認系統輸出狀態是否達到設定值及負載估測器之準確度，並與未加負載估測之順滑模態控制器比較。在第三節中，利用 SimPowerSystems 套件建立降壓型直流轉換器之電路，並加入脈波寬度調變訊號以控制開關切換，比較系統輸出狀態與理論值之差異。第五章為本文的結論與未來展望。



第二章 降壓型直流轉換器之數學模型

在本章的第一節將利用狀態空間平均法(State-space Average Method)建立降壓型直流轉換器的數學模型，第二節說明非理想元件模型取代電路元件成為非理想降壓型直流轉換器以及建立轉換器模型，在第三節則針對此一模型做進一步分析，第四節說明從模型分析結果來探討負載估測器的可行性。

2.1 狀態空間平均法建立降壓型直流轉換器之數學模型

Middlebrook 與 Ćuk[16,17]提出一狀態空間平均法(state-space averaging technique)建立切換式電源轉換器的線性化模型，包含功率級電路與 PWM 控制器在穩態點的線性化數學模型。如圖 2.1.1 所示，說明應用於順滑模態控制所需之系統狀態方程式的建立流程。本節將依此流程建立降壓型直流轉換器之數學模型。

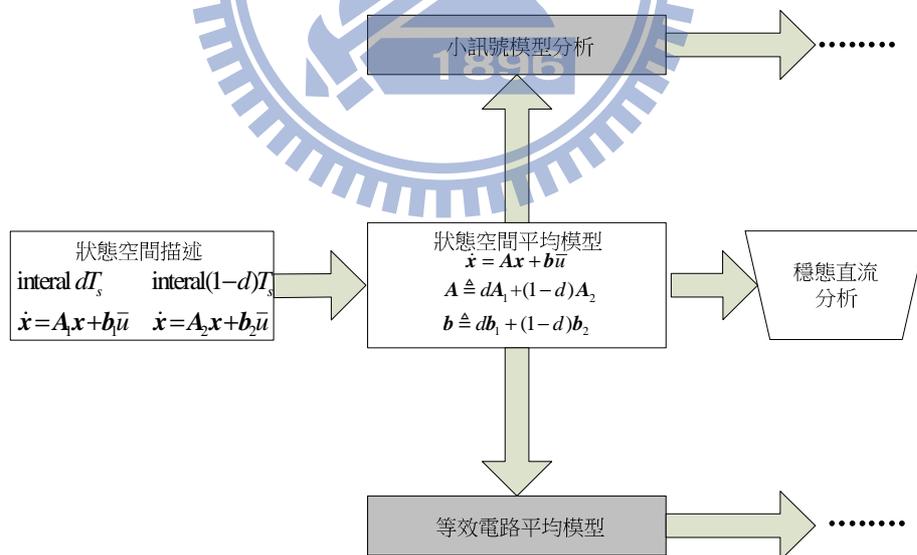


圖 2.1.1 利用狀態空間平均法建立切換式電源轉換器之數學模型

2.1.1 電路結構

如圖 2.1.2 所示為降壓型直流轉換器之基本電路，包含開關元件與低通濾波器兩部分，輸入端外接一理想直流電壓源 E ，輸出端負載假設為一純電阻性負載，以電阻 R_L 表示之。

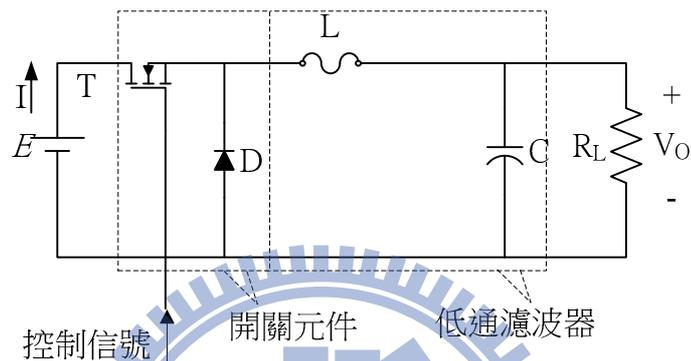


圖 2.1.2 降壓型直流轉換器電路

開關元件包括電晶體 T 與二極體 D ，並由外部控制信號控制，當控制命令為導通狀態，代表 T 導通， D 則因為逆向偏壓而截止。反之若為截止狀態，則 T 為截止， D 呈導通狀態。因為開關元件的導通與截止，其輸出端電壓波形可視為一週期性方波，除直流外亦含有高頻交流諧波。

假設控制信號輸出 PWM 控制信號為固定頻率切換，其切換頻率遠高於低通濾波器之截止頻率，高頻諧波容易導致電磁干擾(EMI)，可以利用低通濾波器隔離上述之交流諧波，並在系統輸出端獲得直流電壓輸出。目前開關元件之操作頻率可高達 MHz 等級，一般常見之電源轉換控制器其操作頻率為 100KHz~300KHz。

2.1.2 動作原理

圖 2.1.3 為理想的降壓型直流轉換器之等效電路，所謂理想的轉換器代表該電路中非電阻元件均無功率消耗。以圖 2.1.2 為例，電晶體 T 可視為無損失單軸單

輸出開關 (SPST, single pole single throw), 由外部控制器來控制其為導通或截止之狀態, 而二極體 D 亦可以無損失單切開關來取代。合併兩單軸單輸出開關為單軸雙輸出開關 (SPDT, single pole double throw), 如圖 2.1.3 中的開關元件 S。

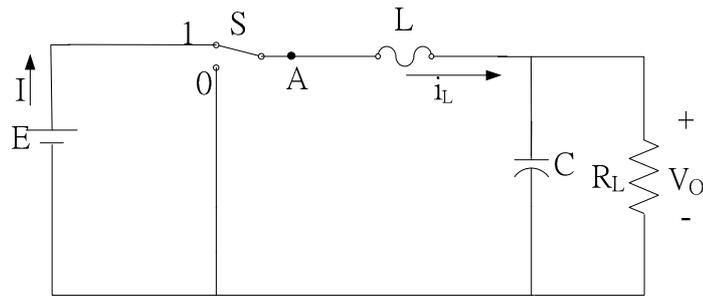


圖 2.1.3 理想降壓型直流轉換器之等效電路

當開關 S 置於 1 為導通狀態, A 點電壓等於輸入電壓 E , 反之若開關 S 置於 0 為截止狀態, A 點電壓等於零, 波形如圖 2.1.4 所示。

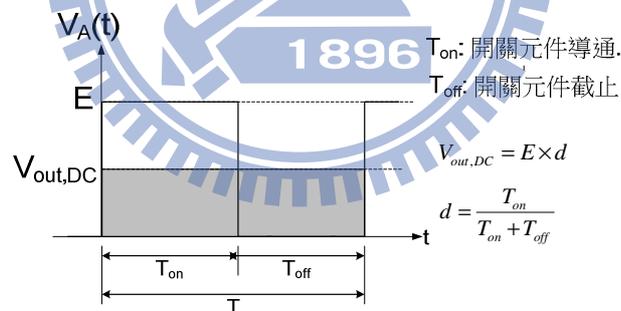


圖 2.1.4 A 點電壓之波形

d 定義為開關元件導通工作週期(duty-cycle), 根據傅立葉分析可知, A 點電壓為一週期性方波, 包含直流成份與奇次諧波, 其直流成份可表示為

$$V_{A,DC} = \frac{1}{T} \int_0^{T_{on}} V_A(t) dt = E \times d \quad (1)$$

為了在輸出端得到理想的直流電壓，利用低通濾波器隔離因為開關元件狀態切換所產生的高頻成分，可得 $V_{out,DC} = V_{A,DC}$ 。由此可知，輸出電壓等於輸入電壓乘上工作週期，又 $0 \leq d \leq 1$ ，故理想輸出電壓值最高等於輸入電壓，最低等於零，此為降壓型直流轉換器之基本特性與原理。

隨著負載的改變，輸出電流的平均值也隨著變化，然而在低通濾波器的電感電流因為其磁場特性限制電流方向無法瞬間改變，此一類型轉換器可分為連續操作模式(CCM, continuous-conduction mode)與非連續操作模式(DCM, discontinuous-conduction mode)。如圖 2.1.5(a)所示，實線為電感電流波形，虛線為電感電壓波形，圖中電感電流恆正為連續導通模式(CCM)。當開關 S 為導通狀態時，如圖 2.1.5(c)所示，因電源對電感充電故電流上升，同時對電容充電且此時在負載上面就會有帶極性電壓產生，假設系統此時操作於穩態，電容充電時間可忽略，則電感上的壓降為 $E - V_o$ ，此時開關 D 因為逆偏狀態而截止。若開關為截止狀態，如圖 2.1.5(d)所示，電感兩端的壓降為 $-V_o$ ，此時二極體為順向偏壓，且提供電感電流釋放路徑，故此二極體 又稱之為飛輪(flywheel)或自由轉輪(free-wheeling)二極體。

在開關交替變化下，使得電感電流變化範圍在 $I_{L(max)}$ 與 $I_{L(min)}$ 之間。假設存在 $I_{L(min)} < 0$ ，如圖 2.1.5(b)所示，因為電感電流必須衡正，所以非連續導通模式(DCM)存在第三種狀態，在此狀態下電感電流為零，換言之，電感電流是不連續的。當電感電流為零，此時負載所需的電流由輸出電容提供，所以負載端的電壓會迅速下降。

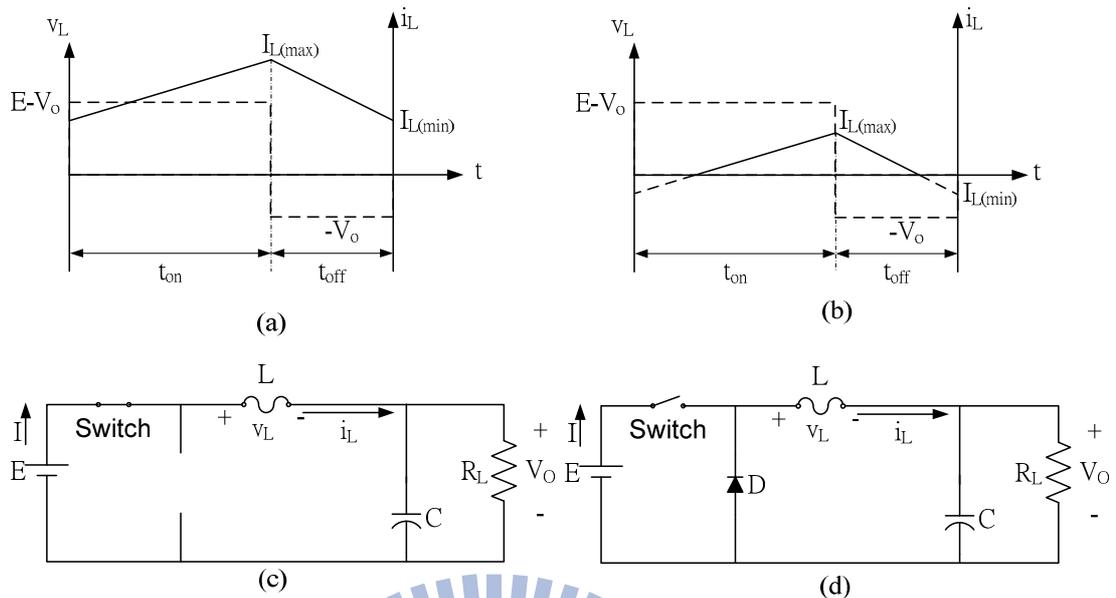


圖 2.1.5 降壓型直流轉換器電感電壓與電流波形

從圖 2.1.5(a)與(b)可知，電感電流存在一邊界值 $I_{L(\text{bound})}$ 使得系統分為連續與非連續導通模式，其中

$$i_L(t) = \frac{(E - V_o)}{L}t + I_{L(\text{min})} \quad (2)$$

令 $I_{L(\text{min})} = 0$ ，可得此一邊界條件：

$$I_{L(\text{bound})} = \frac{1}{2} \frac{(E - V_o)}{L} t_{on} = \frac{T_s E}{2L} d(1-d) \quad (3)$$

其中 T_s 為開關時間且 $T_s = t_{on} + t_{off}$ 。由(3)式可得電感電流的邊界值與電感值倒數成正比。

2.1.3 狀態空間平均法之介紹

目前切換式電壓轉換器建立模型的主要方法是由 Middlebrook 與 Ćuk 在 1977 年提出的狀態空間平均法 (State-Space Averaging Approach)。在單一的開關時間 T_s 內，對兩個因為開關切換而分別存在的狀態表示式加以平均，可得狀態空間平均模型，包含穩態(Steady-State DC model)與小信號模型(Small signal AC

model)。步驟如下：

步驟一：依開關狀態建立狀態方程式

若切換式電源轉換器於連續導通模式下工作時，依開關導通與否可得兩種電路狀態，當開關導通時，其狀態方程式為

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{b}_1 \\ v_o = \mathbf{c}_1 \mathbf{x} \end{cases} \quad (4)$$

當開關截止時，其狀態方程式為

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b}_2 \\ v_o = \mathbf{c}_2 \mathbf{x} \end{cases} \quad (5)$$

其中 \mathbf{A}_1 與 \mathbf{A}_2 為系統狀態矩陣， \mathbf{b}_1 與 \mathbf{b}_2 為常數向量， \mathbf{c}_1 與 \mathbf{c}_2 為輸出向量，此外

$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$ ，其中 $x_1 = i_L(t)$ 為電感上的電流， $x_2 = v_C(t)$ 為電容上面的電壓。

步驟二：利用工作週期(d, duty-cycle)取平均

設電源轉換器開關導通時間為 $d \cdot T_s$ ，則截止時間為 $(1-d) \cdot T_s$ ，取(4)與(5)兩式之平均後可得

$$\dot{\mathbf{x}} = [d\mathbf{A}_1 + (1-d)\mathbf{A}_2] \mathbf{x} + [d\mathbf{b}_1 + (1-d)\mathbf{b}_2] \quad (6)$$

$$v_o = [dc_1 + (1-d)c_2] \mathbf{x} \quad (7)$$

此二式即結合工作週期後的狀態方程式及輸出方程式。

步驟三：分離狀態方程式為直流與交流兩部分

令 $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}$ ，其中 $\bar{\mathbf{x}}$ 為狀態變數 \mathbf{x} 的穩態值， $\tilde{\mathbf{x}}$ 為狀態變數 \mathbf{x} 的時變擾動。

同理令 $d = \bar{d} + \tilde{d}$ ，其中 \bar{d} 為定值，可視為期望的工作週期(desired duty-cycle)， \tilde{d} 為

期望工作週期的時變擾動量。代入(6)式可得下式

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{b} + \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \left[(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\bar{\mathbf{x}} + (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) \right] \tilde{d} + (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\tilde{\mathbf{x}}\tilde{d} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{A} = \bar{d}\mathbf{A}_1 + (1 - \bar{d})\mathbf{A}_2$ ， $\mathbf{b} = \bar{d}\mathbf{b}_1 + (1 - \bar{d})\mathbf{b}_2$ 。

上式為狀態空間平均模型，假設此一電路經過適當的控制到達平衡點，該平衡點上的狀態方程式即為直流模型(dc model)，如下式所示

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{b} = 0 \quad (9)$$

換言之，從(9)式可求得系統之平衡點。(9)式代入(8)式可以化簡為

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \left[(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\bar{\mathbf{x}} + (\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2) \right] \tilde{d} + (\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\tilde{\mathbf{x}}\tilde{d} \quad (10)$$

同理可得

$$v_o = \bar{v}_o + \tilde{v}_o = \left[d\mathbf{c}_1 + (1 - d)\mathbf{c}_2 \right] (\bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}) = \mathbf{c}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{c}\tilde{\mathbf{x}} + \left[(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2)(\bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}) \right] \tilde{d} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{c} = \bar{d}\mathbf{c}_1 + (1 - \bar{d})\mathbf{c}_2$ ，而穩態輸出電壓為

$$\bar{v}_o = \mathbf{c}\bar{\mathbf{x}} \quad (12)$$

以上步驟可得切換式電壓轉換器之直流與小訊號模型，在某些論文有針對小訊號模型做進一步的研究與討論[18-20]。本論文是利用步驟二推導出的狀態方程式及輸出方程式設計控制器。

2.2 考慮非理想降壓型直流轉換器之狀態方程式

2.2.1 片段線性模型

所謂非理想之等效電路，就是考慮實際開關元件在導通時存在功率消耗，亦稱之為片段線性等效電路，而被動元件則是與元件本身特性有關，考慮其非理想的功率消耗。在降壓型直流轉換器中，主要電子元件之非理想特性簡述如下[21]：

(a) 電晶體：等效電路可視為一電壓控制開關，其狀態由閘-源極電壓控制。當開關截止時($V_{GS} < V_{GS(th)}$)，阻抗無限大，以一單軸單輸出開關(SPST)開路表示之。當開關導通時($V_{GS} > V_{GS(th)}$)，片段線性模型在源極(source)與汲極(drain)間視為一等效電阻，以 $r_{ds(on)}$ 表示之。N-通道 MOS-FET 之等效電路如圖 2.2.1(a) 所示，轉移曲線如圖 2.2.1(b) 所示。

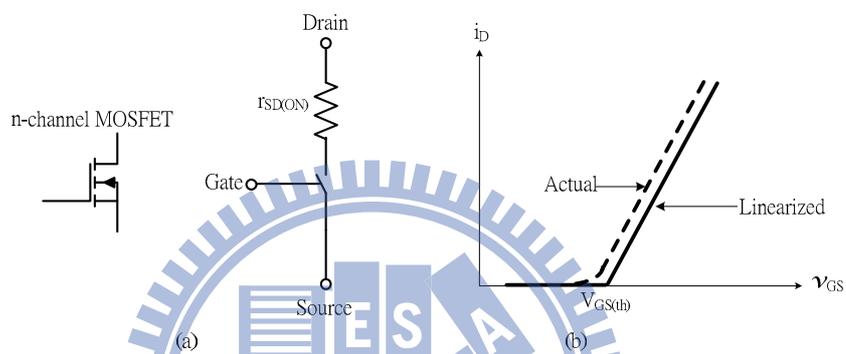


圖 2.2.1 N 通道 MOS-FET 片段線性模型

(b) 二極體：如圖 2.2.2 所示，為二極體片段線性模型，圖 2.2.2(a) 之等效電路包含一理想二極體，其目的在限制順偏時的電流方向。考慮切入電壓 V_{D0} ，導通後電流-電壓曲線之斜率的倒數以一等效電阻 r_D 取代，如圖 2.2.2(b) 所示。

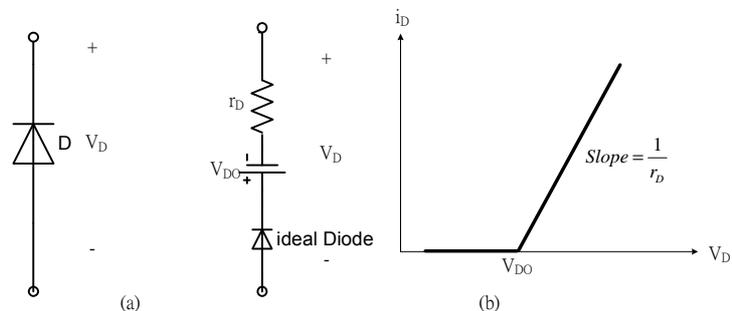


圖 2.2.2 二極體片段線性模型

(c) 電感：等效電路除了理想電感外，考慮繞線長短所造成的銅損，繞線長度越

長以及線徑越小，其等效串聯電阻(ESR，equivalent series resistance)值也越大，換言之，系統的效率越差。

- (d) 電容：實際的電容等效電路包含等效串聯電感(ESL)與等效串聯電阻(ESR)，前者可利用電路布局降低其非理想特性，後者則與電容本身材質有關。實務上輸出電壓的漣波必須小於輸出電壓的 1%，其中 90~95%的漣波來自於等效串聯電阻的非理想效應，故設計上多採用具有較低等效串連阻抗的電容，例如多層陶瓷電容(MLCC)，或採用多電容並聯以降低此一非理想效應。

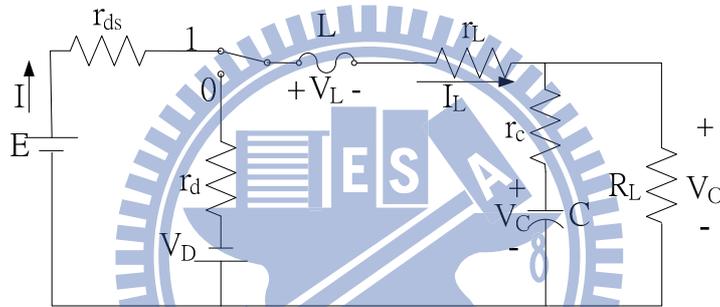


圖 2.2.3 非理想降壓型直流轉換器等效電路

若將片段線性模型取代理想被動元件，則成為非理想之電源轉換器等效電路，如圖 2.2.3 所示。

2.2.2 利用狀態空間平均法建立降壓型直流轉換器之模型

依據前述建立切換式電源轉換器之步驟，推導圖 2.2.3 之狀態方程式。令流經電感器之電流 $i_L(t)$ 與電容器不考慮等效串聯電阻之端電壓 $v_C(t)$ 為狀態變數，即

$$\begin{cases} x_1 = i_L(t) \\ x_2 = v_C(t) \end{cases} \quad (13)$$

以及輸出變數 $y = v_O(t)$ 。

將(13)式中的狀態變數分別對時間 t 微分，可以得到以下式子

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{di_L(t)}{dt} \\ \dot{x}_2 = \frac{dv_C(t)}{dt} \end{cases} \quad (15)$$

由上式可得狀態變數 x_1, x_2 的導數分別代表流經電感電流的變化量以及跨在電容兩端電壓的變化量。

步驟一：依開關切換建立狀態方程式

當圖 2.2.3 之 SPDT 開關切到位置 1，其等效電路與電流方向如圖 2.2.4 所示。

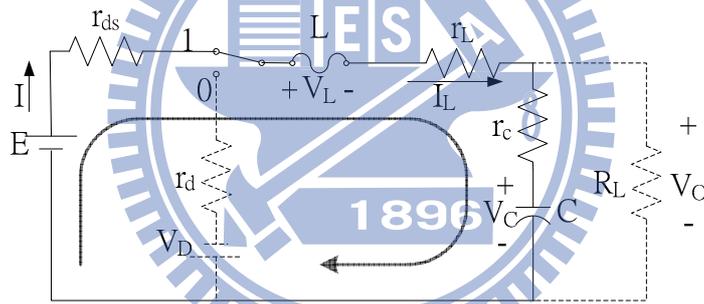


圖 2.2.4 開關置於位置 1 之等效電路與電流方向

依據 KVL 電壓定律可知：

$$\begin{cases} v_o = v_c + i_c r_c \\ E - i_L (r_{ds} + r_L) - v_L - v_o = 0 \end{cases} \quad (16)$$

將 $x_1 = i_L$, $x_2 = v_C$, $v_L = L\dot{x}_1$, $i_c = C\dot{x}_2$ 代入上列式子，可得下式

$$L\dot{x}_1 + r_c C\dot{x}_2 = -(r_{ds} + r_L)x_1 - x_2 + E \quad (17)$$

依據 KCL 電流定律可知

$$\frac{v_o}{R_L} + i_c = i_L \quad (18)$$

將上式改寫成下式

$$v_c + C(r_c + R_L) \frac{dv_c}{dt} = i_L R_L \quad (19)$$

將 $x_1 = i_L$, $x_2 = v_c$, $\dot{x}_2 = \frac{dv_c}{dt}$ 代入上式，可得下式

$$C(r_c + R_L) \dot{x}_2 = R_L x_1 - x_2 \quad (20)$$

綜合上列式子可得此開關置於位置 1 之狀態方程式為

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A_1 x + b_1 \quad (21)$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{-(r_{ds} + r_L)}{L} & \frac{-r_c}{L \left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} & \frac{-1}{L \left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} \\ 1 & \frac{-1}{C \left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} & \frac{-1}{CR_L \left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

輸出狀態方程式如下式所示

$$y = c_1 x \quad (22)$$

其中 $c_1 = \begin{bmatrix} \frac{r_c R_L}{r_c + R_L} & \frac{R_L}{r_c + R_L} \end{bmatrix}$ 。以上已經推導出開關狀態為 ON 時之狀態方程式及輸出狀態方程式。

同理，當圖 2.2.3 之 SPDT 開關切到位置 0，其等效電路與電流方向如圖 2.2.5 所示

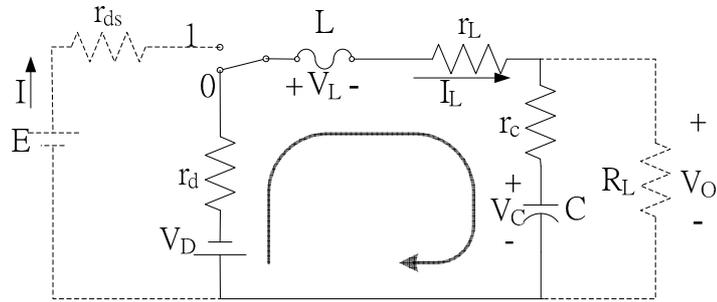


圖 2.2.5 開關置於位置 0 之等效電路與電流方向

依據 KVL 電壓定律可知

$$\begin{cases} V_D + i_L(r_d + r_L) + v_L = v_o \\ v_o = i_C r_C + v_C \end{cases} \quad (23)$$

將 $x_1 = i_L$, $x_2 = v_C$, $v_L = L\dot{x}_1$, $i_C = C\dot{x}_2$ 代入上式，可得下式

$$L\dot{x}_1 - Cr_C\dot{x}_2 = -x_1(r_d + r_L) + x_2 - V_D \quad (24)$$

依據 KCL 電壓定律可知：

$$\frac{v_o}{R_L} + i_C = i_L \quad (25)$$

將上式改寫成下列等式：

$$v_C + C(r_C + R_L)\frac{dv_C}{dt} = i_L R_L \quad (26)$$

將 $x_1 = i_L$, $x_2 = v_C$, $\dot{x}_2 = \frac{dv_C}{dt}$ 代入，可得下式

$$C(r_C + R_L)\dot{x}_2 = R_L x_1 - x_2 \quad (27)$$

綜合上列式子可得此開關置於位置 0 之狀態方程式為

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b}_2 \quad (28)$$

其中

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{-(r_d + r_L)}{L} + \frac{-r_c}{L\left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} & \frac{-1}{L\left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} \\ \frac{1}{C\left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} & \frac{-1}{CR_L\left(1 + \frac{r_c}{R_L}\right)} \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} \frac{-V_D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

輸出狀態方程式如下式所示

$$y = c_2 x \quad (30)$$

其中 $c_2 = \begin{bmatrix} \frac{r_c R_L}{r_c + R_L} & \frac{R_L}{r_c + R_L} \end{bmatrix}$ 。以上為開關狀態 OFF 時之狀態方程式及輸出狀態方程式。至此已經求得考慮非理想模型之狀態方程式。

步驟二：利用工作週期取狀態變數之平均

令 $\bar{u} = [0, 1]$ 為控制開關元件導通與截止狀態之工作週期，利用(6)(7)兩式可將前面所推導的狀態方程式改寫成如下所示

$$\dot{x} = [\bar{u}A_1 + (1 - \bar{u})A_2] x + [\bar{u}b_1 + (1 - \bar{u})b_2] \quad (31)$$

$$y = v_o = [\bar{u}c_1 + (1 - \bar{u})c_2] x = c_2 x \quad (32)$$

由上式可得結合工作週期後之狀態方程式及輸出狀態方程式。在下一節將依據上式所得之狀態方程式進行模型分析。

2.3 模型分析

2.3.1 穩定性與控制性

上述降壓型直流轉換器在固定時間內被切換為兩個子系統，分別為

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{b}_1 & \text{子系統1:當開關S為導通狀態} \\ \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{b}_2 & \text{子系統2:當開關S為截止狀態} \end{cases}$$

假設兩輸入矩陣 \mathbf{b}_1 與 \mathbf{b}_2 分別代表兩子系統之輸入，系統矩陣 \mathbf{A}_1 與 \mathbf{A}_2 分別為：

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

此兩子系統可視為兩線性非時變系統(Linear Time Invariant system, LTI system)，滿足系統穩定的條件其系統極點必須位在 S-domain 的左半平面[22]，分別為：

子系統 1：系統狀態矩陣 \mathbf{A}_1 的特徵值須小於零，所以 $a_{11}^1 + a_{22}^1$ 必須小於零。

子系統 2：系統狀態矩陣 \mathbf{A}_2 的特徵值須小於零，所以 $a_{11}^2 + a_{22}^2$ 必須小於零。

由(21)與(28)式可知，元件參數大於零，所以兩子系統滿足有限輸入有限輸出(Bounded-input Bounded-output, BIBO)之穩定條件。

在討論降壓型直流轉換器的控制器設計中，如果僅考慮理想降壓型直流轉換器的狀態平均模型，則在兩個子系統的狀態方程式之間存在 $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2$ 使得狀態空間平均模型(31)式結果為線性模型。然而，若考慮非理想降壓型直流轉換器，則 $\mathbf{A}_1 \neq \mathbf{A}_2$ 。由(21)式中的 \mathbf{A}_1 及(28)式中的 \mathbf{A}_2 ，再利用(31)式之結果，可得非理想降壓型直流轉換器之狀態空間平均模型，為以下式子

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}\bar{u} + \mathbf{N}\mathbf{x}\bar{u} + \mathbf{d} \quad (33)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-(r_d + r_L)}{L} + \frac{-r_C}{L\left(1 + \frac{r_C}{R_L}\right)} & \frac{-1}{L\left(1 + \frac{r_C}{R_L}\right)} \\ \frac{1}{C\left(1 + \frac{r_C}{R_L}\right)} & \frac{-1}{CR_L\left(1 + \frac{r_C}{R_L}\right)} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} \frac{E + V_D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} \frac{-(r_{ds} - r_d)}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad d' = \begin{bmatrix} \frac{-V_D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

由(33)式可知系統為單輸入之雙線性系統(Bilinear System)。針對此一雙狀態變數之單輸入雙線性系統， N 項可視為干擾(disturbance)，由於 N 項與 b 項為可匹配，所以可透過控制輸入掌控。

2.3.2 不確定量分析

由前述分析可知，非理想之降壓型直流轉換器的狀態方程式為單輸入雙狀態變數之雙線性系統，該系統是穩定且可控。以下分析則是針對系統不確定量對系統影響。

由狀態方程式可知，系統矩陣 A 與負載有關，在設計上會採用低等效串聯電阻 (Low ESR)之電容，故假設 $r_C \ll R_L$ ，且令變數 \bar{u} 為以下所示

$$\bar{u} = u + \frac{V_D}{E + V_D} \quad (35)$$

將 \bar{u} 代入(33)式可化簡為下式

$$\dot{x} = Ax + bu + Nxu \quad (36)$$

其中
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-(r_d + r_L + r_c)}{L} + \frac{-(r_{ds} - r_d)}{L} \times \frac{V_D}{E + V_D} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{CR_L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{(E + V_D)}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{-(r_{ds} - r_d)}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

由(36)式可知，負載 R_L 與矩陣 \mathbf{A} 有關，換言之，當負載改變時，將影響系統極點，但此改變不影響系統的穩定性。

2.4 負載估測器的可行性

2.4.1 一階微分估測器

在控制系統中，常會利用到訊號的微分量，在此情況下可單純地使用微分器 (Differentiator)，但微分器卻經常產生不必要的高頻雜訊，為了避免此現象，一般的作法是利用包含積分器的電路來近似微分的運算，稱為微分估測器 (derivative estimator)，在這一節中將設計一階的微分估測器 [7] 來當作降壓型直流轉換器之負載估測器。

2.4.2 模型分析所得結果

由上一節所推導之非理想降壓型直流轉換器模型，在此做進一步分析。將(36)式重新改寫如下式所示

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} n_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} u \quad (37)$$

由上式可發現在 \dot{x}_2 的關係式中與輸入 u 無關，其關係式如下：

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \quad (38)$$

其中 $a_{21} = \frac{1}{C}$, $a_{22} = \frac{-1}{CR_L}$, 顯然地, a_{22} 項與負載 R_L 有關, 若能取得 \dot{x}_2 的數值, 則可求得負載 R_L 。

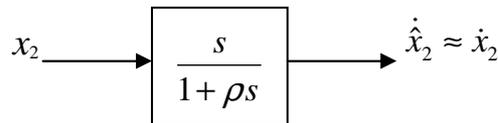


圖 2.4.1 一階微分估測器

由於此系統只有狀態變數 x_1 與 x_2 是可量測的, 並無法經由直接量測取得 \dot{x}_2 , 必須經由觀測器或估測器的方式求得, 因為(38)式為一簡單的一階方程式, 因此在本論文中將以下列的一階微分估測器來估計 \dot{x}_2 , 如圖 2.4.1 所示, 藉由 x_2 輸入此估測器可得到 \dot{x}_2 的近似值 $\hat{\dot{x}}_2$, 代入(38)式可得

$$\hat{\dot{x}}_2 \approx \frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{CR_L} x_2 \quad (39)$$

將此式整理後可得負載 R_L 的估測值 \hat{R}_L , 表為

$$\hat{R}_L = \frac{x_2}{x_1 - C\hat{\dot{x}}_2} \quad (40)$$

假設估測值夠準確, 那麼實際上的負載變動與所估測到的負載估測值之間的誤差應該近似於零。也就是說可以設計一個一階微分的估測器來估測實際負載。

下一章將以(36)式之狀態方程式設計順滑模態控制器以及(40)式來設計負載估測器, 控制目標為在有界輸入(bounded input, [0,1])將系統輸出電壓控制到期望值且不受負載變化影響其閉迴路系統之穩定性。

第三章 降壓型直流轉換器之順滑控制器設計

在第二章中對整個降壓型直流轉換器的非理想模型有完整的建構，在本章中將討論順滑模態控制器之設計。第一節討論順滑控制基本理論與設計步驟。第二節設計降壓型直流轉換器之順滑模態控制器。第三節討論負載估測器的設計。並在第四章中，將依本章之控制器利用 MATLAB/Simulink 做數值模擬。

3.1 順滑模態控制理論介紹

可變結構系統(Variable Structure System, VSS) 是一種結構可以改變的系統，包含兩個以上的子結構與切換條件(switching condition)，使得系統在符合條件下呈現相對應的子結構。換言之，可變結構控制是先使受控系統產生兩個以上的子結構，再利用刻意加入的切換條件達成控制目的的一種技術[23]。

根據文獻上的記錄，在 1950 年代，前蘇聯就已經有學者與工程師將可變結構系統應用在馬達控制上，並發現了一個重要的系統行為：順滑模態(sliding mode)，實際的高頻切換控制法則，使得系統的軌跡被控制到狀態空間中一個非線性與設計者選定的平面上，並使系統軌跡維持在此平面上，稱之為切換平面(switching surface)或順滑面(sliding surface)。被稱為切換平面是因為，當系統軌跡”低於”此一平面，在控制路徑上會得到強迫系統”上升”回到平面的增益，反之，若系統軌跡”高於”此一平面，控制路徑產生的增益強迫系統”下降”回到平面。簡而言之，順滑模態控制是，先使受控系統產生兩個以上的子結構，再利用刻意加入的切換條件使系統穩定在切換平面上的一種技術。

3.1.1 順滑模態控制原理

對一個單輸入系統 $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, u)$ 而言，通常切換條件 $u(\mathbf{x})$ 表示為

$$u(\mathbf{x}) = \begin{cases} u^+(\mathbf{x}) & s(\mathbf{x}) > 0 \\ u^-(\mathbf{x}) & s(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (41)$$

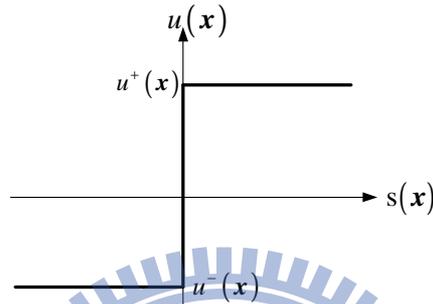


圖 3.1.1 切換函數與切換條件之關係圖

其中 $s(\mathbf{x})$ 為一切換函數 (switching function)，對時間必須是一次可微分的，且 $u^+(\mathbf{x}) \neq u^-(\mathbf{x})$ ，切換函數與切換條件之關係如圖 3.1.1 所示。切換函數將整個狀態空間分成三個子空間： $s(\mathbf{x}) > 0$ ， $s(\mathbf{x}) < 0$ ，與 $s(\mathbf{x}) = 0$ 。其中順滑平面 (sliding surface) $s(\mathbf{x}) = 0$ 必須是連續且包含平衡點 $\mathbf{x} = 0$ ，控制器的設計目標即是在順滑平面 $s(\mathbf{x}) = 0$ 中產生順滑模態，所以通常稱 $s(\mathbf{x})$ 為順滑函數 (sliding function)。

順滑模態的產生，首先是要確保軌跡能在有限的時間內接觸到順滑平面，此過程稱為迫近模態 (reaching mode)，而當系統進入順滑平面後，必須確保軌跡朝著平衡點逼近，在這個順滑平面中的系統行為即為順滑模態 (sliding mode)，如圖 3.1.2 所示，概略描繪出順滑模態控制的兩個模態，當 $t=0$ 時，系統初始狀態即被控制向順滑平面前進，並在有限的時間內到達，然後在往後的時間內，系統將不再脫離此順滑平面，且朝著平衡點移動，最終到達原點。

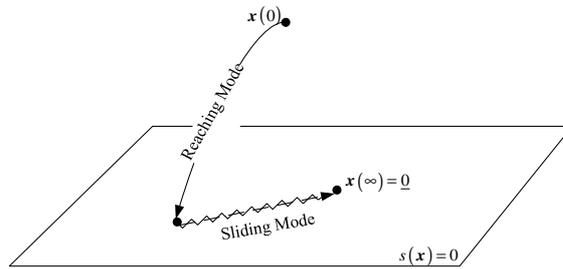


圖 3.1.2 迫近模態與順滑模態

保證系統軌跡進入順滑平面的條件，稱之為迫近條件(reaching condition)，說明如下：

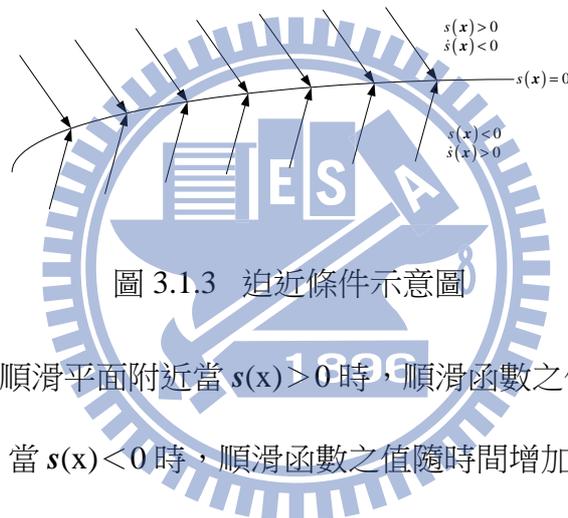


圖 3.1.3 迫近條件示意圖

如圖 3.1.3 所示，在順滑平面附近當 $s(x) > 0$ 時，順滑函數之值隨時間增加而遞減即 $\dot{s}(x) < 0$ ；反之，當 $s(x) < 0$ 時，順滑函數之值隨時間增加而增加即 $\dot{s}(x) > 0$ 。上述所選定之順滑函數 $s(x)$ 應滿足

$$\lim_{s \rightarrow 0} s(x) \dot{s}(x) < 0 \quad (42)$$

不等式(42)稱之為順滑條件 [23]代表順滑函數若滿足此一條件，則系統軌跡在順滑平面附近將保證迫近順滑平面。任一系統的順滑函數非唯一，但不論選擇何種型態的順滑函數，都必須滿足(42)式之條件，方可確定系統可以迫近順滑平面，然而此一條件並無法說明系統之行為能夠在有限時間內迫近順滑平面。以下介紹一個最常使用的迫近條件[23]

$$s(x) \dot{s}(x) < -\sigma |s(x)| \quad (43)$$

上式成立的條件為當 $s(\mathbf{x}) \neq 0$ 且 $\sigma > 0$ 。在此利用 Lyapunov 原理來說明此條件如何保證系統能在有限時間內接觸到順滑模態。選取 Lyapunov 函數 V 如下

$$V = \frac{1}{2} s^2(\mathbf{x}) \quad (44)$$

因為 $s(\mathbf{x})$ 對時間 t 是一次可微的，對(44)等式兩邊取時間 t 微分且當逼近條件(43)式成立時，可得

$$\dot{V} = s(\mathbf{x}) \dot{s}(\mathbf{x}) < -\sigma |s(\mathbf{x})| = -\sigma \sqrt{2V} < 0 \quad (45)$$

由上式可知， V 是一個 Lyapunov 函數，呈現遞減收斂的趨勢。且 $\sqrt{V} > 0$ 及 $dt > 0$ ，整理(45)式可得

$$\frac{dV}{\sqrt{2V}} < -2\sigma dt \quad (46)$$

將不等式(46)式左邊對 V 積分，不等式右邊對時間 t 積分，可得

$$\int_{V(0)}^{V(t)} \frac{1}{\sqrt{2V}} dV < -2\sigma t \quad (47)$$

上式整理後，可得

$$0 \leq \sqrt{\frac{V(t)}{2}} < \sqrt{\frac{V(0)}{2}} - \sigma t \quad (48)$$

當 $t = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{V(0)}{2}}$ 則上式成立。 V 必在時間 $t = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{V(0)}{2}}$ 之內收斂至 0。(48)式亦可寫成

$$0 \leq \sqrt{V(t)} < 0 \quad (49)$$

因為 t 是有限值，代表系統軌跡將在有限時間內進入順滑平面且保證順滑模態產生。

當系統軌跡進入順滑平面，將以順滑模態接近平衡點，需要無限大的切換頻率，然而在實際的系統因為延遲或磁滯並無法實現，但仍在順滑平面上以較高的

頻率切換並朝向平衡點前進，這樣的切換現象(震盪現象)稱之為跳切(chattering)。

上述過程知道，系統的迫近模態是屬於連續性軌跡接近順滑平面，然而進入順滑平面後，系統軌跡以不連續的切換條件連續的接近平衡點，換言之，如何證明跳切現象會朝向平衡點前進？一個最早與直接的近似概念，Filippov 法(the method of Filippov)引入的等效控制概念(the method of equivalent control)可獲得合理的解釋。

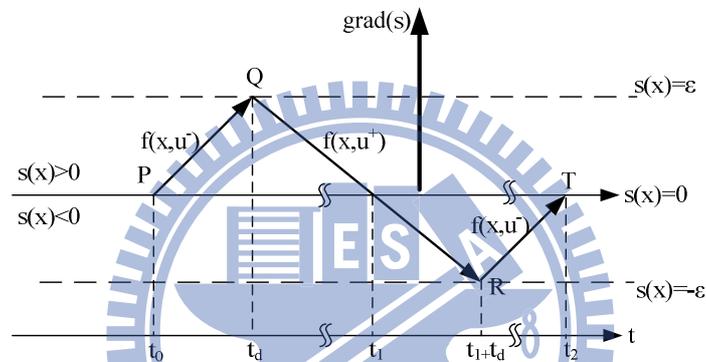


圖 3.1.4 當系統軌跡進入順滑平面，延遲 t_d 的時間才能切換輸入控制

在設計可變結構系統時，所處理的是狀態變數方程式。在此考慮單輸入線性系統之狀態方程式為

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (50)$$

當系統軌跡進入順滑平面，延遲 t_d 的時間才能切換輸入控制。假設第一次接觸到順滑平面時的時間為原點($t_0=0$)，系統軌跡如圖 3.1.4 所示。令控制輸入為

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{for } s > 0 \\ u^- & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (51)$$

其中 $u^+ \neq u^-$ 。 u 以不連續方式切換著，儘管在順滑模態兩邊的 $f(x, u)$ 不同，但其所造成的系統軌跡還是在順滑模態下運動著。順滑函數的一次微分如下式所示

$$\dot{s} = \text{grad}(s) \cdot \dot{\mathbf{x}} = \text{grad}(S) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \quad (52)$$

上式的微量形式可表示為

$$\Delta s = \text{grad}(s) \cdot \Delta \mathbf{x} = \text{grad}(s) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \cdot \Delta t \quad (53)$$

在路徑 P-Q 的過程中， $\Delta s = \varepsilon$ ， $u = u^-$ ， $\Delta t = t_d$ ，

$$\Delta s = \varepsilon = \text{grad}(s) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \cdot t_d \quad (54)$$

在路徑 Q-R 的過程中， $\Delta s = -2\varepsilon$ ， $u = u^+$ ， $\Delta t = t_1 + t_d - t_d$ ，

$$\Delta s = -2\varepsilon = \text{grad}(s) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^+) \cdot t_1 \quad (55)$$

在路徑 R-T 的過程中， $\Delta s = \varepsilon$ ， $u = u^-$ ， $\Delta t = t_2 - t_1 - t_d$ ，

$$\Delta s = \varepsilon = \text{grad}(s) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \cdot (t_2 - t_1 - t_d) \quad (56)$$

綜合以上三式，可得 $\Delta s = 0$ 。從 P 點到 T 點的實際路徑是 P-Q-R-T 曲線路徑，從等效的觀點來看可將其視為 P-T 的直線路徑，此直線路徑式是由於等效控制所造成的。將單輸入線性系統狀態方程式(50)式改寫成下列式子

$$\frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \quad (57)$$

將上式移項整理可得下列式子

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \cdot \Delta t \quad (58)$$

由 P-Q-R-T 的曲線路徑可得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \cdot t_d + \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^+) \cdot t_1 + \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \cdot (t_2 - t_1 - t_d) \\ &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^+) \cdot t_1 + \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (59)$$

以上可推導出 P-T 的實際曲線路徑。

由於 P-T 的直線路徑是由等效控制 u_{eq} 所造成，將(57)式改寫成

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u_{eq}) \cdot \Delta t \quad (60)$$

將(59)代入(60)式並令 $\Delta t = t_2$ ，可得

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, u_{eq}) = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{1}{t_2} \left[\mathbf{f}(\mathbf{x}, u^+) \cdot t_1 + \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \cdot (t_2 - t_1) \right] \quad (61)$$

令 $\mu = \frac{t_1}{t_2}$ ， $1 - \mu = \frac{t_2 - t_1}{t_2}$ 帶入上式可得等效控制如下

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, u_{eq}) = \mu \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^+) + (1 - \mu) \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-) \quad (62)$$

換言之，在順滑模態下的系統可表示為

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u_{eq}) \quad (63)$$

由於等效控制 u_{eq} 為連續，所以順滑模態也是連續。在圖 3.1.4 中，為求得 $s(\mathbf{x}) = 0$ 會令 $\varepsilon \rightarrow 0$ ，使得系統軌跡一旦接觸了順滑平面就被限制在此平面上並朝向平衡點前進，然而缺點是系統將呈現嚴重跳切(chattering)現象。為改善此一缺點造成控制器無法實現，是以一個飽和函數(saturation function)來改善跳切現象，如圖 3.1.5 所示。

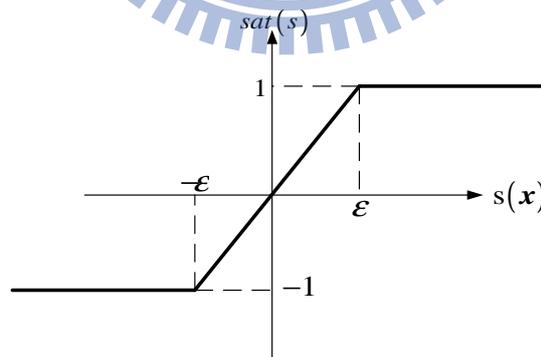


圖 3.1.5 飽和函數 $sat(s)$

此函數可視為在圖 3.1.4 中選取一個邊界層，當系統軌跡進入順滑平面，延遲 t_d 的時間才能切換輸入控制。將圖 3.1.5 表示成飽和函數 $sat(s)$ 如下

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} 1, & s > \varepsilon \\ \frac{s}{\varepsilon}, & |s| \leq \varepsilon \\ -1, & s < -\varepsilon \end{cases} \quad (64)$$

在還沒進入到邊界層時，亦即當 $|s| > \varepsilon$ ，可得 $\text{sat}(s) = \text{sgn}(s)$ 。換言之在系統軌跡尚未進入邊界層之前，假若系統滿足(43)式之迫近條件，軌跡將在有限時間內進入邊界層。系統軌跡一旦進入邊界層，系統切換條件由(64)式決定，軌跡將在順滑層內遊走，然而並不保證系統軌跡不會離開此一邊界層，因為順滑函數與系統狀態有關，一旦系統軌跡脫離此一邊界層，切換條件回到(43)式，在有限時間內再次回到邊界層。選取(64)式的飽和函數可以獲得降低高頻跳切現象的優點，然而付出的代價是系統的精確度，系統軌跡將不再逼近原點，而是在原點周圍遊動，範圍由飽和層的厚度決定。再者由於飽和層的厚度 ε 是有限值，因此不影響系統的穩定性。

系統軌跡將由起始點朝向順滑平面前進，一旦進入順滑平面軌跡將延著順滑平面前進，因此順滑控制系統具備下列兩種系統行為：

- (1) 迫近模態：迫使系統軌跡在有限時間內接觸到順滑平面或包含順滑平面之飽和層。
- (2) 順滑模態：將系統軌跡限制在順滑平面或包含順滑平面之飽和層，且最後逼近平衡點。

根據此特性，在設計順滑模態控制器通常會依據下列兩個設計步驟：

- (1) 選擇順滑函數 $s(\mathbf{x})$ 使得系統軌跡穩定在順滑平面 $s(\mathbf{x}) = 0$ 上。
- (2) 決定控制法則使得系統在有限時間內迫近順滑平面。

以下將以一有限單輸入雙線性系統為例，介紹順滑模態控制器之設計步驟。

3.1.2 順滑函數之選擇—以單輸入雙線性系統為例

考慮降壓型直流轉換器之單輸入雙線性系統(bilinear system)之狀態方程式，如下

$$\dot{x} = Ax + bu + Nxu \quad (65)$$

其中 $x \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ ， $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $b \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ ， $N \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ，以及 $u \in [0,1]$ 是一維變數(scalar -input)。根據上節介紹的設計步驟，此非線性系統之順滑模態控制器設計如下：

(步驟一)選擇順滑函數 $s(x)$ ，使得系統在順滑平面軌跡是穩定的。

令 $c \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ 為一行向量(row vector)使得順滑函數為

$$s(x) = cx \quad (66)$$

上式對時間微分可得

$$\dot{s}(x) = c\dot{x} \quad (67)$$

將(65)式代入上式，可得下式

$$\dot{s}(x) = cAx + (cb + cNx)u \quad (68)$$

假設 $cb + cNx \neq 0$ ，則在順滑平面 $s(x) = 0$ 存在等效控制 u_{eq} 使得

$$\dot{s}(x) \Big|_{u=u_{eq}} = 0 \quad (69)$$

將(68)代入上式可得等效控制 u_{eq}

$$u_{eq} = -(cb + cNx)^{-1} cAx \quad (70)$$

將上式代入(65)式，可得順滑平面上系統狀態方程式為

$$\dot{x} = Ax - (cb + cNx)^{-1} (b + Nx)cAx = \bar{A}_{eq}(x, c)x \quad (71)$$

其中 $\bar{A}_{eq}(x, c) = A - (cb + cNx)^{-1} (b + Nx)cA$ 。由於 $rank(c) = 1$ 且 $c\bar{A}_{eq}(x, c) = 0$ ，所

以 $\bar{\mathbf{A}}_{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ 至少有一根為零，所以設計時選取適當的順滑函數使得 $\bar{\mathbf{A}}_{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ 之根集合為 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, 0\}$ 。令 $\text{Re}\{\lambda_i | i = 1 \sim n-1\} < 0$ ，使得在順滑平面上之系統軌跡是穩定的。

(步驟二)設計控制法則，使得系統在有限時間內到達順滑平面。

在步驟一假設在順滑平面存在等效控制 u_{eq} 使得(55)式成立，此時令控制器之控制法則為以下式子

$$u = -(\mathbf{cb} + \mathbf{cNx})^{-1}(\mathbf{cAx} + \sigma \text{sgn}(s)) \quad (72)$$

其中 σ 為大於零之整數。將(68)與(72)兩式代入(43)式，可得

$$s\dot{s} = s \left[\mathbf{cAx} - (\mathbf{cb} + \mathbf{cNx})(\mathbf{cb} + \mathbf{cNx})^{-1}(\mathbf{cAx} + \sigma \text{sgn}(s)) \right] = -\sigma |s| < 0 \quad (73)$$

故(73)式滿足迫近與順滑條件(Reaching and Sliding Condition)，系統軌跡在有限時間內接觸到順滑平面並持續維持在此平面上。假設 $\mathbf{Cb} + \mathbf{CNx} \neq 0$ 成立，則選取(72)式之控制法則，系統將實現順滑模態控制。

3.2 設計降壓型直流轉換器之順滑模態控制器

在第二章中推導出降壓型直流轉換器之模型，考慮開關元件之實際非理想模型，推導出雙線性型式(Bilinear Form) 模型，且非匹配式不確定量 a_{22} 與系統狀態變數及負載有關，如下式所示

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{bu} + \mathbf{Nxu} \quad (74)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(r_d + r_L + r_c)}{L} + \frac{-(r_{ds} - r_d)V_D}{L(E + V_D)} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{CR_L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (E + V_D) \\ L \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(r_{ds} - r_d) & 0 \\ L & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

在第二章中說明系統因為開關切換而分成兩個穩定的子系統，由狀態方程式可驗證系統為可控，不會因為負載變化而發散。

設計步驟為先選定一順滑函數，且此順滑函數將導入誤差積分項，經由適當的選取函數參數，使系統軌跡在順滑平面上是穩定的。最後討論此順滑函數之逼近特性。在以往的控制器設計中，取誤差函數為狀態變數，其缺點是控制器必須確實掌握負載為何，故加入其他的估測與控制法則。在此將利用一階微分估測器來估測負載值。所設計的控制器目標是在負載變動下仍能正確控制系統輸出且能估測到實際負載值，也不因負載變動影響到控制器之穩定性。

3.2.1 步驟一：選擇適當的順滑函數以達到控制目的

在上一節所選取的順滑函數中，在此加入誤差積分項，其主要目的是為確實掌控系統軌跡的逼近模態，以及消除輸出的穩態誤差[9]。將(66)式之順滑函數加入誤差積分項後可得

$$s = \mathbf{c} \mathbf{x} + \beta \int_0^t (x_2 - x_{2d}) dt \quad (75)$$

其中 $\mathbf{c} = [1 \quad c_2]$ ， x_2 為輸出電壓， x_{2d} 為期望電壓值， β 值的選取與此誤差積分項的收斂速度有關。令誤差變數為

$$e = x_2 - x_{2d} \quad (76)$$

此式對時間微分後可得

$$\dot{e} = \dot{x}_2 \quad (77)$$

再將順滑函數(75)式對時間微分，且利用(76)及(77)兩式可得

$$\dot{s} = \dot{x}_1 + c_2 \dot{e} + \beta e \quad (78)$$

在順滑模態 $s = 0$ 下，根據等效控制原理可知，系統軌跡必須符合 $\dot{s}|_{u=u_{eq}} = 0$ ，由於

(78)式與輸入 u 無關，故

$$\dot{x}_1 + c_2 \dot{e} + \beta e = 0 \quad (79)$$

即

$$\dot{x}_1 = -c_2 \dot{e} - \beta e \quad (80)$$

此外，利用(76)與(77)兩式，可將(74)式中的 \dot{x}_2 的表示式改寫為

$$\dot{e} = \frac{1}{C} x_1 - \frac{1}{CR_L} e - \frac{1}{CR_L} x_{2d} \quad (81)$$

進一步對此式微分，並利用(81)式後成為

$$\ddot{e} = \frac{1}{C} (-c_2 \dot{e} - \beta e) - \frac{1}{CR_L} \dot{e} \quad (82)$$

經整理後可得

$$\ddot{e} + \frac{1}{C} \left(c_2 + \frac{1}{R_L} \right) \dot{e} + \frac{\beta}{C} e = 0 \quad (83)$$

在系統穩定條件下，令上式之特徵根 λ_1 與 λ_2 均位於複數平面的左半面上，即滿足 $Re(\lambda_1) < 0$ 與 $Re(\lambda_2) < 0$ ，故可得

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{1}{C} \left(c_2 + \frac{1}{R_L} \right) < 0 \\ \frac{\beta}{C} = \lambda_1 \lambda_2 > 0 \end{cases} \quad (84)$$

經整理後可決定順滑函數之參數 c_2 及 β 如下：

$$\begin{cases} c_2 = -\frac{1}{R_L} - C(\lambda_1 + \lambda_2) \\ \beta = C\lambda_1\lambda_2 \end{cases} \quad (85)$$

顯然地，選定特徵根 λ_1 與 λ_2 後，即可求出順滑函數(75)式，並產生適當的系統行為，達到控制目的。

在推導等效控制 u_{eq} 方面，將前面推導降壓型直流轉換器之非理想模型(74)式

改寫成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u + n_{11}x_1u \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{cases} \quad (86)$$

將(75)式對時間微分並將上式代入可得

$$\dot{s} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u + n_{11}x_1u + c_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2) + \beta(x_2 - x_{2d}) \quad (87)$$

其中 $a_{22} = -\frac{1}{CR_L}$ 與未知負載 R_L 有關，其餘各項均為已知，令

$$\hat{a}_{22} = -\frac{1}{C\hat{R}_L} \quad (88)$$

其中 \hat{R}_L 為未知負載 R_L 的已知估測項，則重新整理(88)式可得

$$\dot{s} = \alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \delta u - \beta x_{2d} + c_2\tilde{a}_{22}x_2 \quad (89)$$

其中 $\alpha_1 = a_{11} + c_2a_{21}$ 、 $\alpha_2 = a_{12} + c_2\hat{a}_{22} + \beta$ 與 $\delta = b_1 + n_{11}x_1$ 均為已知，而 $\tilde{a}_{22} = a_{22} - \hat{a}_{22}$ 為未知。利用負載估測值 \hat{R}_L 將(85)式之參數 c_2 改寫成

$$c_2 = -\frac{1}{\hat{R}_L} - C(\lambda_1 + \lambda_2) \quad (90)$$

此外 $\delta \neq 0$ ，由於在順滑平面 $s=0$ 存在等效控制 u_{eq} ，使得

$$\dot{s}\Big|_{u=u_{eq}} = \alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \delta u_{eq} - \beta x_{2d} + c_2\tilde{a}_{22}x_2 = 0 \quad (91)$$

整理後可得

$$u_{eq} = u_{eq}^o + \tilde{u}_{eq} \quad (92)$$

其中

$$u_{eq}^o = -\frac{1}{\delta}(\alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 - \beta x_{2d}) \quad (93)$$

$$\tilde{u}_{eq} = -\frac{1}{\delta}(c_2 \tilde{a}_{22} x_2) \quad (94)$$

在步驟二將利用上述之等效控制來設計控制法則。

3.2.2 步驟二：設計控制法則使得系統在有限時間內到達順滑平面

在上一步驟中，已設計出可達成控制目的之順滑函數，並求出等效控制 u_{eq} ，接著將設計控制法則使系統在有限時間內到達順滑平面。令控制法則為

$$u = u_{eq}^o - (|\tilde{u}_{eq}| + \sigma) \operatorname{sgn}(s) - \gamma s \quad (95)$$

在此加入 γs 項之目的為改善順滑函數逼近速度。 γ 與 σ 為大於零之任意數，且其大小與逼近速度有關，將在下一章的模擬作說明。

為了避免跳切現象的產生，在此仍然採用 3.2.1 節中的飽和函數(64)式來取代 $\operatorname{sgn}(s)$ 函數，將(94)式改寫成

$$u = u_{eq}^o - (|\tilde{u}_{eq}| + \sigma) \operatorname{sat}(s) - \gamma s \quad (96)$$

當系統軌跡在順滑層外時， $|s| > \varepsilon$ ，將上式代入(89)式，並在等式兩邊同乘 s 可得

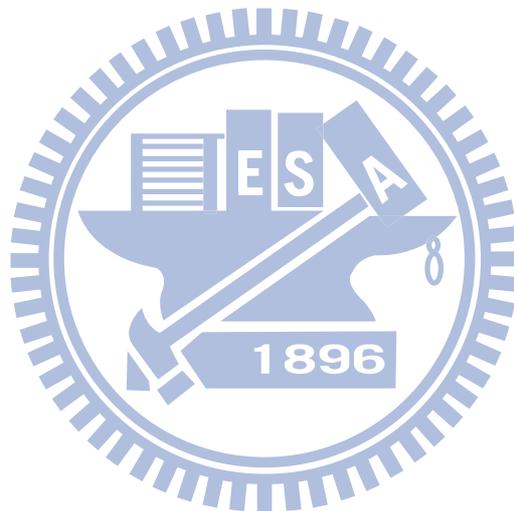
$$s\dot{s} = -\delta\gamma s^2 - \delta\sigma |s| < -\sigma |s| \quad (97)$$

滿足逼近與順滑條件(Reaching and Sliding Condition)，故系統軌跡在有限時間內將接觸並進入順滑層內，且之後將維持在順滑層內。

此外當順滑函數 s 較大時，即系統軌跡遠離順滑平面時，其逼近速度將由 γ 值決定。反之當順滑函數 s 較小時，即接近順滑平面時，則由 σ 值來決定。

在本章中簡述順滑模態控制理論與控制器設計步驟，選取一具有誤差積分型之順滑函數，並導入一階微分估測器來估測負載值且用來決定順滑函數之參數。在修正切換函數為飽和函數後，用來設計控制法則，讓系統在有限時間內到達順滑層，並保持在順滑層內。順滑函數與系統狀態有關，在負載變動下系統軌跡將

會跳離順滑層，一旦系統軌跡離開順滑層外，利用控制法則將其軌跡移動方向朝著順滑層移動。在下一章中將對此系統與控制器進行相關模擬與討論。



第四章 降壓型直流轉換器之系統設計與模擬

在本章的第一節，將討論此降壓型直流轉換電路之規格與元件設計，第二節利用 Matlab/Simulink 數值模擬來驗證控制器與估測器之設計並探討參數變化對控制器設計之影響。第三節利用 Matlab/SimPowerSystems 套件建立實際降壓型直流轉換器電路並模擬加入脈波寬度調變後，觀察其與理論值之差異。

4.1 系統規格與設計

在本章的模擬設計中，將依據以下規格來探討降壓型直流轉換器在連續導通模式下之操作行為，系統規格： $V_{in}=12V$ 、 $V_{desired}=5V$ 、 $V_D=0.7V$ 、 $L=1800\mu H$ 、 $C=2200\mu F$ 、 $r_{ds}=0.27\Omega$ 、 $r_L=1.38\Omega$ 、 $r_d=0.005\Omega$ 、 $r_c=0.117\Omega$ ，代入(33)式建立降壓型直流轉換器之非理想模型，而控制器之順滑層厚度 $\epsilon=0.09$ 。關於電感值大小可由(3)式選定，且電感值大小會影響到輸出電流漣波大小與降壓型直流轉換器之操作模式。在 2.2.1 節有提到電容值會影響到輸出電壓漣波大小，電容值選定可由下式決定

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{T_s^2(1-D)}{8LC} \quad (98)$$

其中 T_s 為開關時間， D 為工作週期， ΔV_o 為輸出電壓漣波值，一般訂在輸出電壓 1% 內。故電感值選定後，再由上式決定電容值。在下一節將利用數值模擬來驗證順滑模態控制器之設計。

4.2 數值模擬

本節之模擬分為兩部分，在數值模擬的部分為利用 MATLAB/Simulink 建立

降壓型直流轉換器與順滑模態控制器之數學模型，來驗證順滑模態控制器之設計。在第二部分的降壓型直流轉換器數學模型則利用 SimPowerSystems 建立降壓型直流轉換器之電路並加入脈波寬度調變(PWM)控制開關之切換，並檢視輸出狀態是否符合預期。

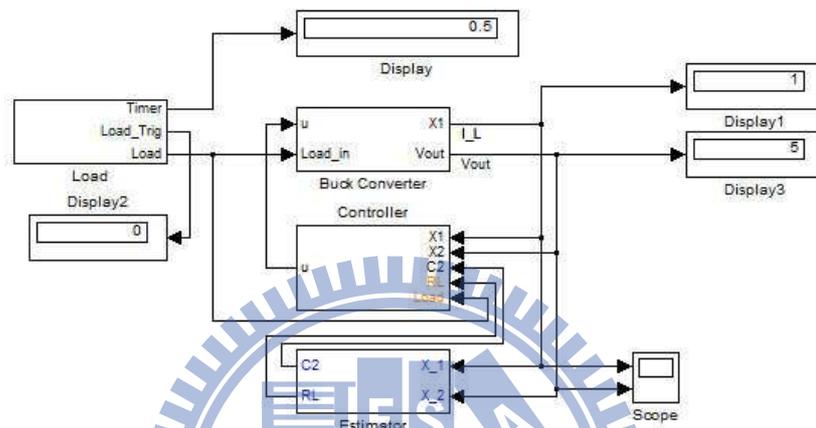


圖 4.2.1 模擬系統方塊圖

模擬系統之方塊圖如圖 4.2.1 所示，完整系統方塊圖請參閱附錄。模擬系統分為四個主要方塊，在 Buck Converter 方塊中建立降壓型直流轉換器之數學模型，Controller 方塊為順滑模態控制器，Estimator 方塊為一階微分估測器，而 Load 方塊則是依不同模擬需求產生之負載。簡單說明如下，當系統啟動時，控制器將依順滑模態控制理論將系統軌跡控制在順滑層內，且輸出狀態 x_2 將控制到預設值 x_{2d} 。在負載變動下，控制器將跳離順滑層外之系統軌跡拉回順滑層內，並且將輸出狀態控制到設定值，而負載估測器則將估測實際的負載值回傳給控制器，以調整控制器參數。以下模擬將與一未做負載估測之順滑模態控制器做比較，並觀察兩者之差異。此外將討論控制器參數對於控制器特性之影響及負載估測器之特性，並觀察在負載變動下，狀態輸出是否符合預期。

4.2.1 與未做負載估測之順滑模態控制器比較

以一降壓型直流轉換器為例，考慮系統本身因負載變動造成之不確定量，其狀態方程式如下

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{N}xu + d_r \quad (99)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-(r_d + r_L + r_c)}{L} + \frac{-(r_{ds} - r_d)}{L} \times \frac{V_d}{E + V_d} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{CR_L^0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{(E + V_D)}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{-(r_{ds} - r_d)}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad d_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R_L - R_L^0}{CR_L^0 R_L} x_2 \end{bmatrix}.$$

R_L^0 為設計控制器時預先設定之負載，且非匹配式不確定量 d_r 與負載及系統狀態變數有關。

由於受限降壓型直流轉換器之最大與最小功率設計，亦即系統負載是有範圍，故非匹配式不確定量 d_r 是有界的，其上限可表示成

$$|d_r(x, t)| \leq \delta^*(x, t) = \delta_{\max}^* \quad (100)$$

控制法則的設計將引用上式的結果，用來降低不確定量的影響。這是一般設計順滑模態控制器所常用之方法。以一未加負載估測之順滑模態控制器，是以負載變動最大值來降低不確定量的影響。在此選用(75)式之順滑函數，順滑參數則是採用根值指定法(pole assignment method)來求得[24]，其順滑函數參數如下式：

$$\mathbf{c} = k^T (\mathbf{A} - \lambda_2 \mathbf{I}_2)^{-1} \quad (101)$$

其中 $\mathbf{c} = [c_1 \quad c_2]$ ， k 為利用根值指定法所得之增益， λ_2 為其一指定特徵值，且位在左半面，即 $\text{Re}(\lambda) < 0$ 。利用(101)式所得之順滑函數參數值甚小，在實現上要達到此甚小之增益值並不容易[9]。控制法則之設計如下式：

$$\mu = \mu_{eq}^o - (1 + cNx)^{-1} (\|c\| \delta_{\max} + \sigma) \text{sat}(s) \quad (102)$$

其中 $x = [x_1 \quad x_2]^T$ ， $\mu_{eq}^o = -(1 + cNx)^{-1} (k^T x + \beta(x_2 - x_{2d}))$ ， δ_{\max} 為不確定量最大值。

在此設定 σ 值需大於 1，此與順滑函數之迫近速度有關。利用 4.1 節所選定之相同被動元件規格，並在不同負載範圍下做數值模擬，其輸出狀態、順滑函數與控制輸入模擬結果，如以下所示。

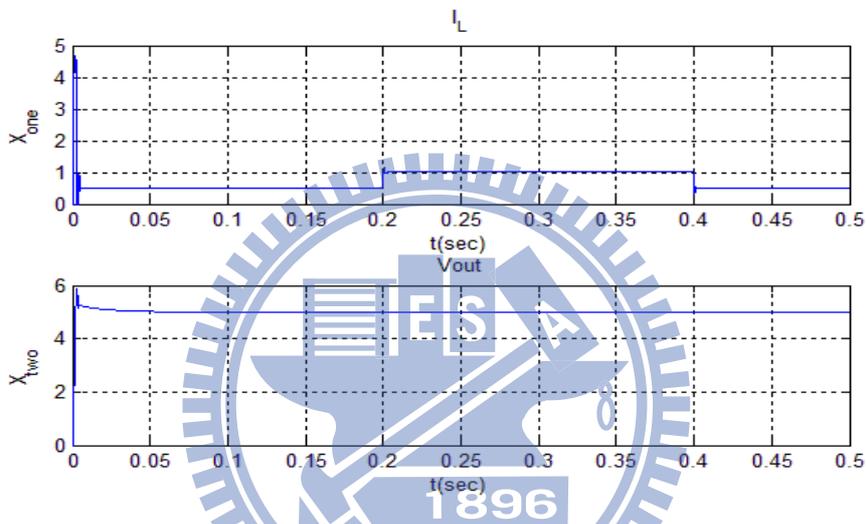


圖 4.2.2 負載範圍(0.5A~1A)之輸出狀態

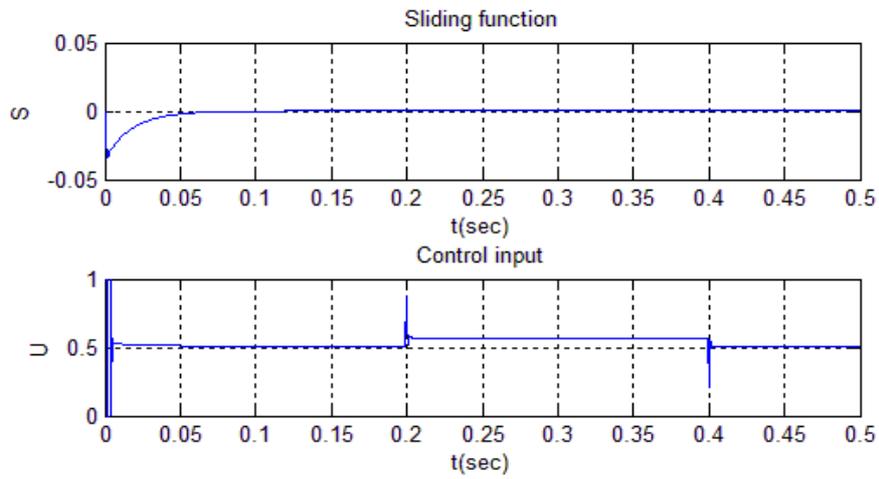


圖 4.2.3 負載範圍(0.5A~1A)之順滑函數與控制輸入

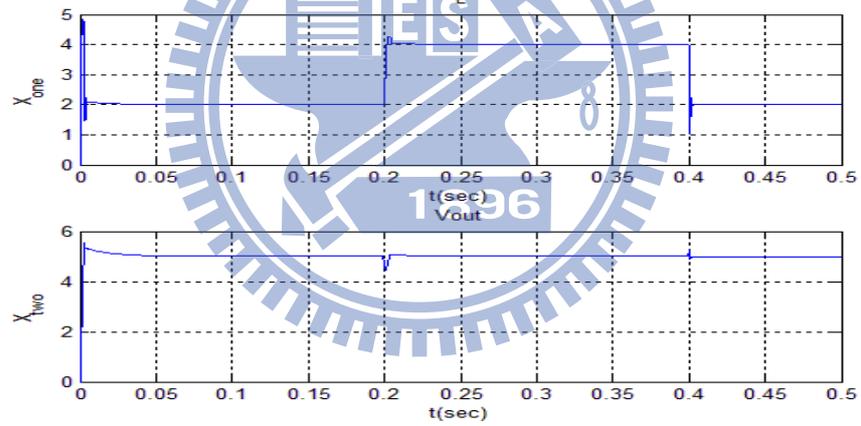


圖 4.2.4 負載範圍(2A~4A)之輸出狀態

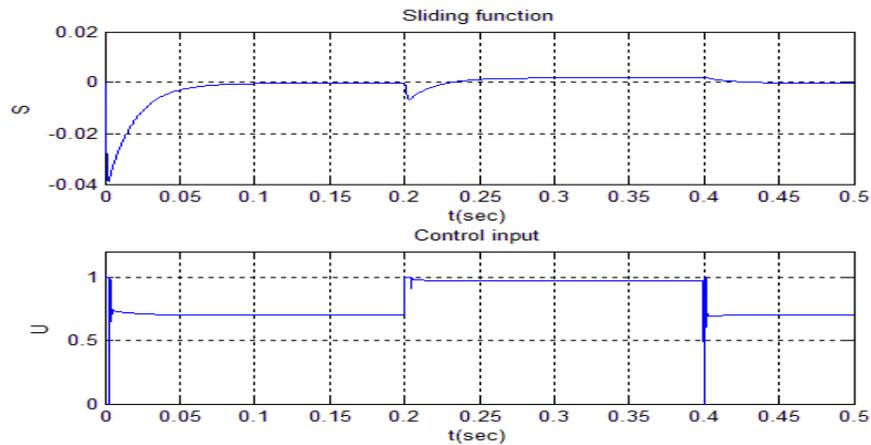


圖 4.2.5 負載範圍(2A~4A)之順滑函數與控制輸入

在低負載狀況下之輸出狀態，顯然地，未做負載估測之順滑模態控制器在 x_1 輸出狀態上，即輸出電流，在系統啟動時會有極大值(spike)出現，此時工作週期為最大，對電感充電使其達到飽和，這在實際上的降壓型直流轉換器應用時，易造成負載端之損壞，可加入緩啟動(soft start)電路來解決這種狀況，而在 x_2 輸出狀態上，即輸出電壓，在負載變動下則無影響。在順滑函數部分，未做負載估測之順滑模態控制器在系統啟動時，系統軌跡需在一段時間後才迫近順滑平面，且由於選取之順滑參數值甚小，故在負載變動下，順滑函數變動很小，一直保持在順滑層內。未做負載估測之順滑模態控制器，其優點在輸出狀態上可以很快速達到穩態，並對負載變動具有良好的強健性。但也由於未做負載估測，所以需求得不確定量之最大值，以降低其影響如(100)式。如能加入負載估測，則可估測實際負載變動，並將其視為已知量，便能降低不確定量之影響。以下為加入負載估測後的順滑模態控制器，並在不同負載變動範圍之數值模擬。

4.2.2 不同負載狀況下之狀態輸出

依據 4.1 節所設定之系統參數，驗證在高低負載變動下，觀察輸出狀態以及控制器之順滑函數是否符合預期。以下為負載輸出電流 0.5A~1A 之輸出狀態，如

圖 4.2.6 所示，及此負載範圍之順滑函數與控制輸入波形，如圖 4.2.7 所示。

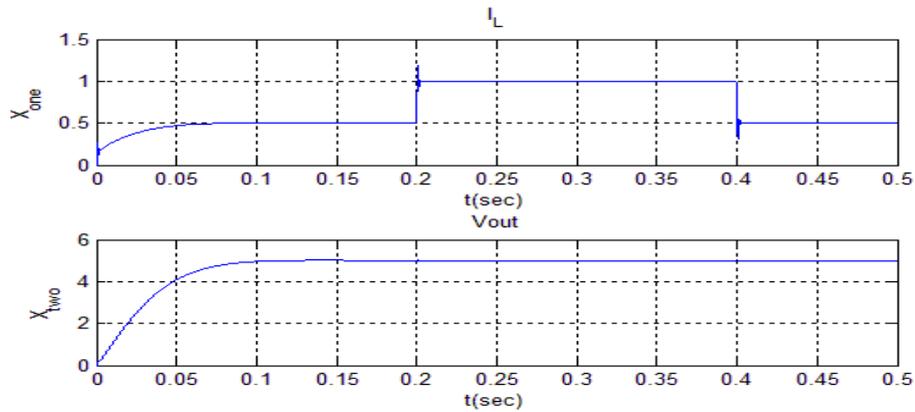


圖 4.2.6 低負載下之輸出狀態

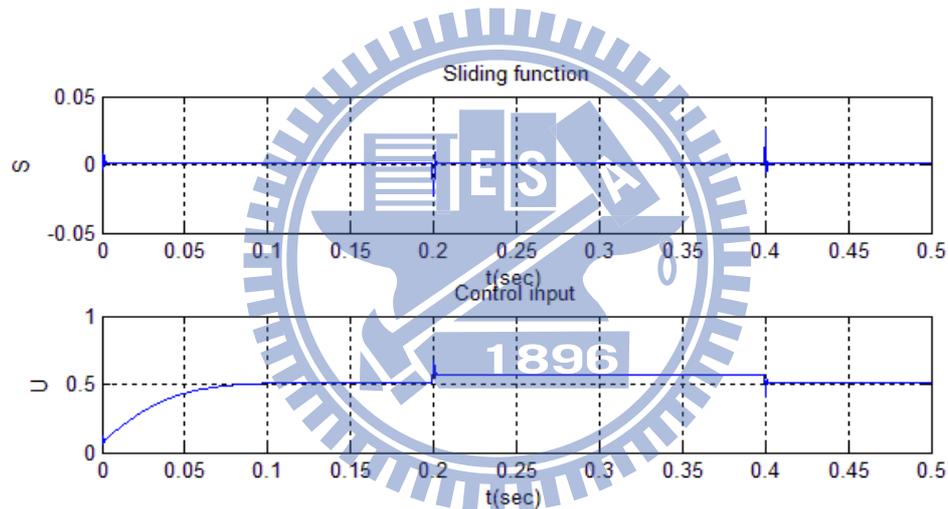


圖 4.2.7 低負載下之順滑函數與控制輸入

由上圖可知從系統起始到負載變動，系統軌跡均落在順滑層內。由於負載增加，故工作週期提高增加輸出電流，反之負載減少，則工作週期降低，觀察在負載變動下均不影響輸出電壓值。以下為負載輸出電流 2A~4A 之輸出狀態，如圖 4.2.8 所示，及此負載範圍之順滑函數與控制輸入波形如圖 4.2.9 所示。

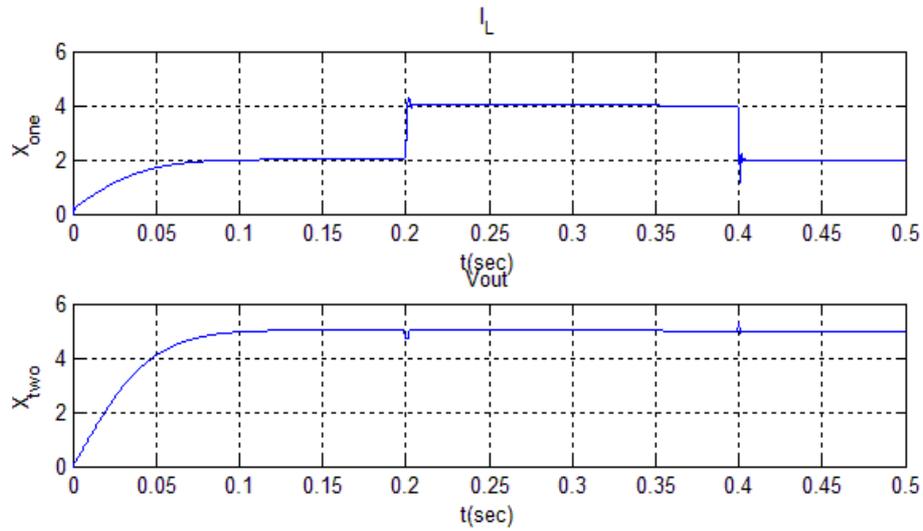


圖 4.2.8 高負載下之狀態輸出

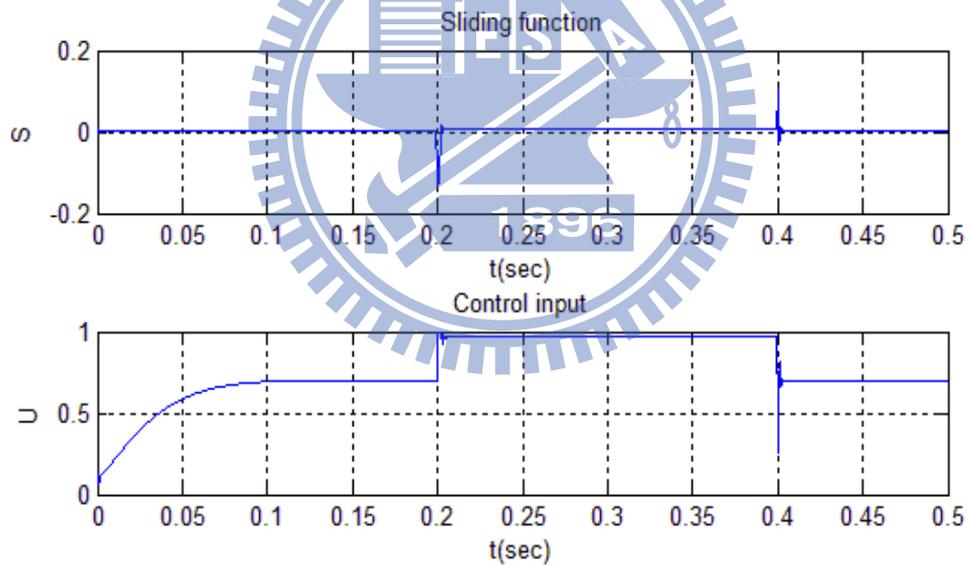


圖 4.2.9 高負載下之順滑函數與控制輸入

相較於低負載狀況，在高負載狀況下，工作週期需更加提高。由於控制器輸出端加入飽和函數限制，故在負載變動時，工作週期已經相當接近飽和值。負載變動時造成順滑函數跳離順滑層外，負載估測器需對負載變動做估測，等負載估測值穩定後，系統軌跡將在有限時間內回到順滑層內。

與未做負載估測之順滑模態控制器比較，由圖 4.2.2 與圖 4.2.6 可知，在系統啟始時，負載估測器需一段時間對預設負載做估測，所以輸出狀態在進入穩態的時間並不如未做負載估測快，控制輸入也是緩慢上升到穩定之工作週期。但在輸出電流比較上，並不會在系統啟始時產生瞬間極大值。在順滑函數比較上，在系統啟始時，也較未做負載估測之順滑模態控制器更快迫近到順滑平面，如圖 4.2.3 與圖 4.2.7 之順滑函數。

在本節中利用第二章中建立降壓型直流轉換器之數學模型做數值模擬，來驗證系統在負載變動時是否穩定，並觀察輸出狀態是否達到預期目標。然而在輸出狀態中，並無法看出實際在固定頻率切換時開關導通或截止所造成的變化。

4.2.3 控制器參數對控制器特性之影響

在 3.2 節中推導順滑模態控制器之設計，在控制器的輸出端加入飽和函數，限制其輸出在 0~1 範圍內變動，使得控制器的輸出符合實際降壓型直流轉換器開關控制之工作週期。以下數值模擬將討論參數 γ 、 σ 、 β 對控制器特性之影響。

當順滑函數 s 較大時，如圖 4.2.10 所示，且由(97)式可知系統軌跡之迫近速度將由參數 γ 來決定，亦即選取較大 γ 值來得到較快之迫近速度。以下是利用系統參數值與負載變動建立一個順滑函數 s 較大的環境，來進行模擬。以 $\gamma=0,1,10$ 為例，比較 γ 值對迫近速度之影響。

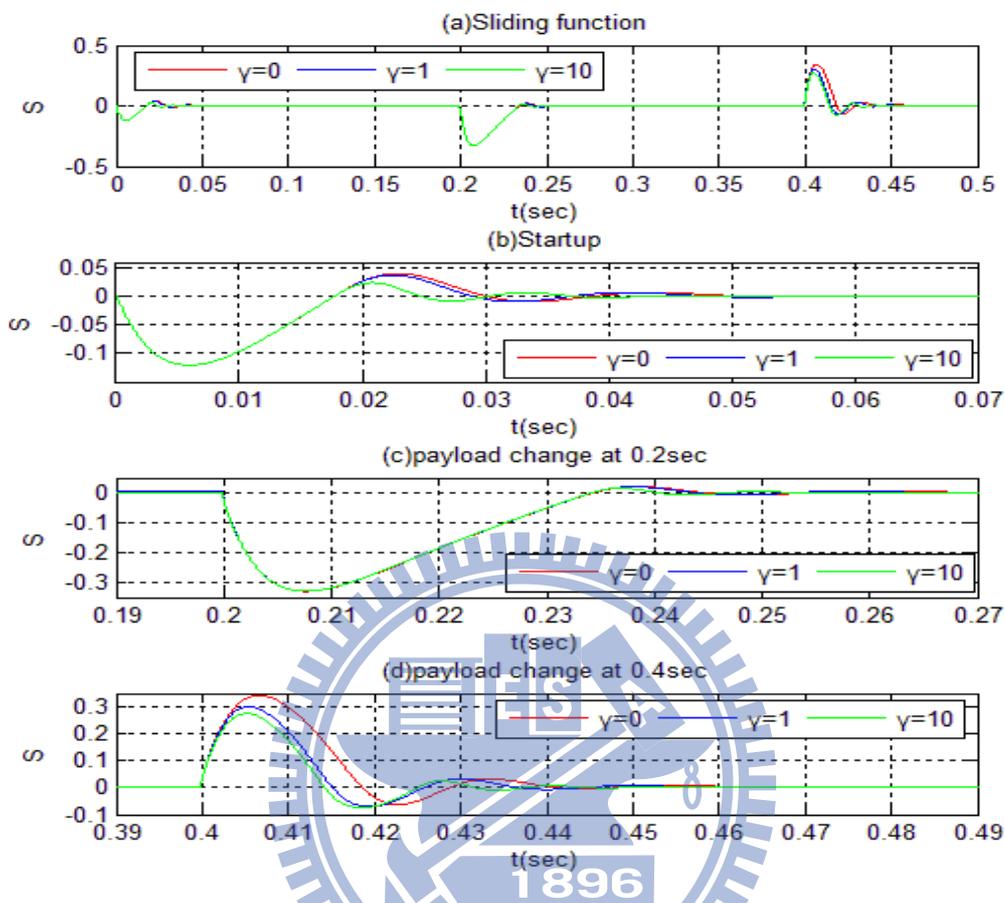


圖 4.2.10 順滑函數 s 較大時，參數 γ 對迫近速度之影響

由上圖可知系統在啟動時，由於狀態輸出尚未達到穩態，造成系統軌跡離開順滑平面，由於負載估測器需對負載做估測，系統軌跡將於一定時間內回到順滑層內。在系統進入穩態後，順滑函數之誤差積分項趨於定值。在負載變動下造成系統軌跡跳離順滑層外，待負載估測穩定後，亦會在一定時間拉回順滑層內。觀察負載估測器之誤差程度，如圖 4.2.11，顯然地在系統啟始時，負載估測誤差較大，造成系統軌跡離開順滑平面，但在估測穩定後，系統軌跡逐漸迫近順滑平面。此外較大 γ 值對於負載估測值之準確度也有所幫助。

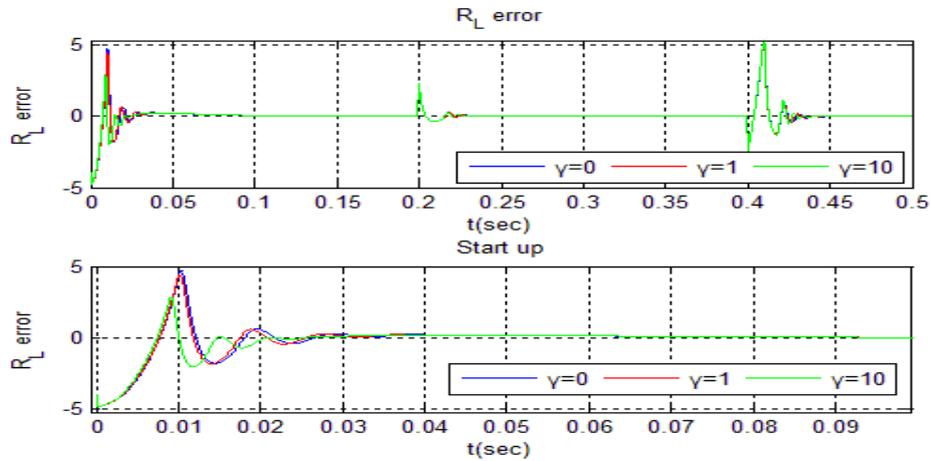


圖 4.2.11 負載估測誤差值

當平滑函數 s 較小時，如圖 4.2.12 所示。由(97)式可知系統軌跡之逼近速度會由 σ 來決定，以下以 $\sigma=0.1, 0.5$ 為例，並令 $\gamma=0$ ，比較 σ 值大小對逼近速度之影響。

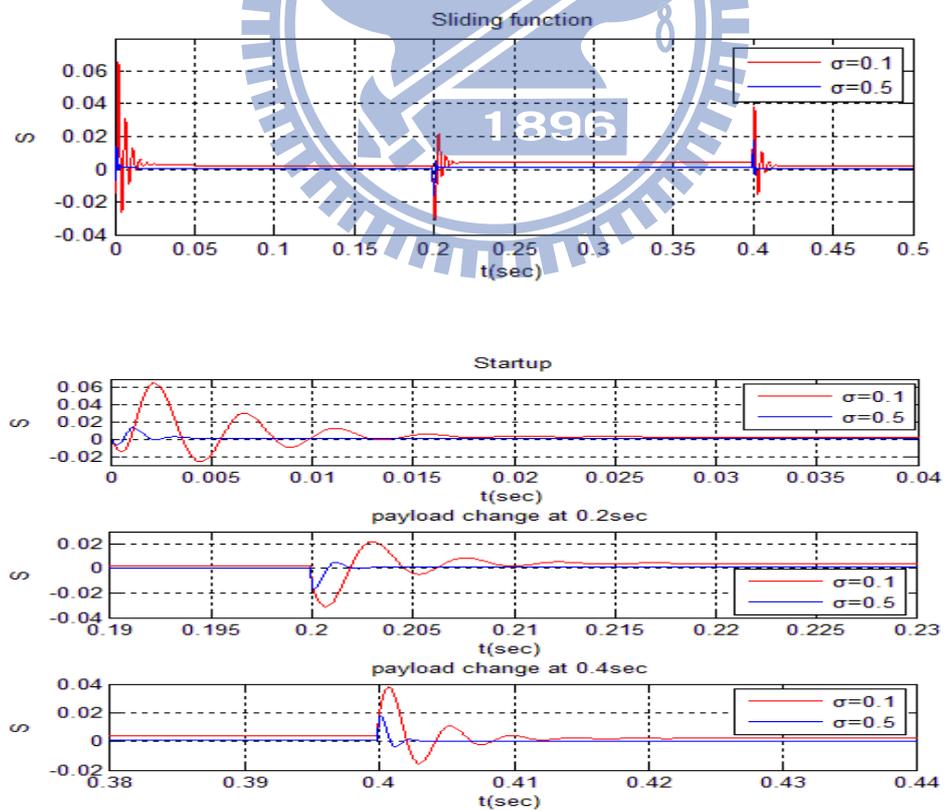


圖 4.2.12 在平滑函數 s 較小時，參數 σ 對逼近速度之影響

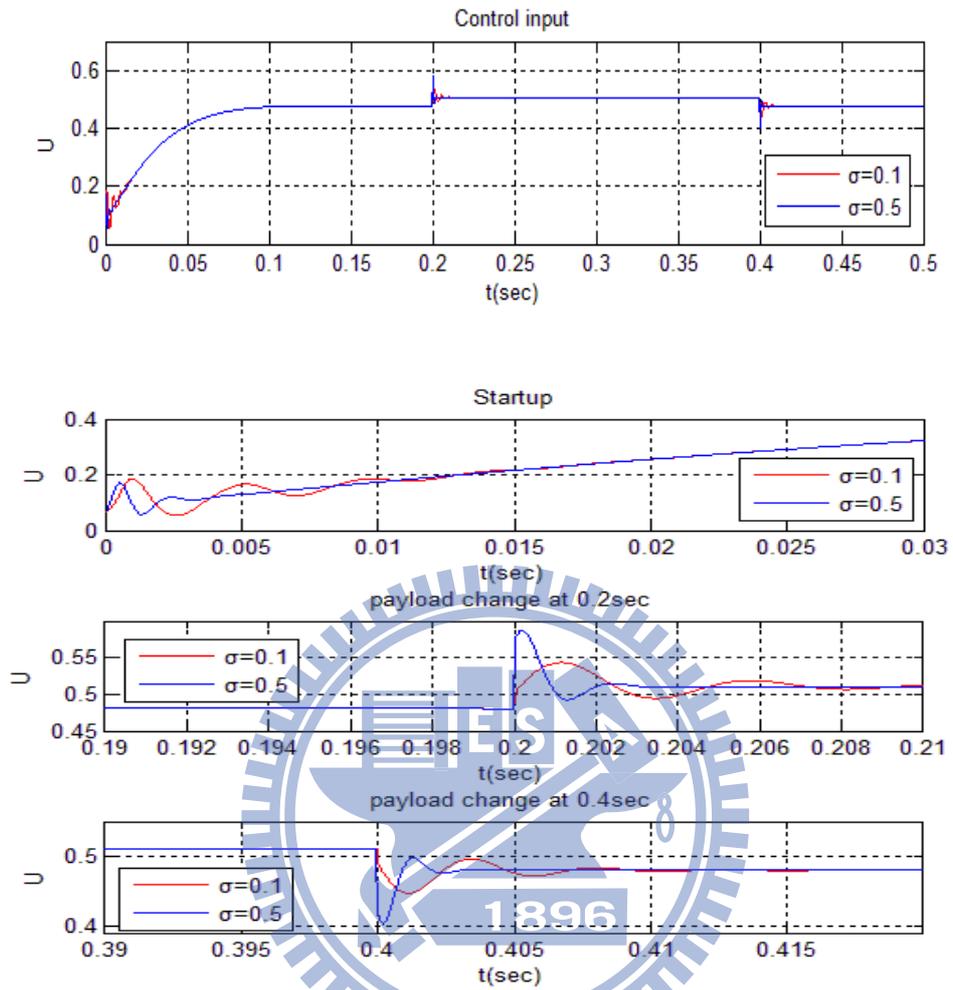


圖 4.2.13 增加 σ 值改善控制輸入之暫態響應

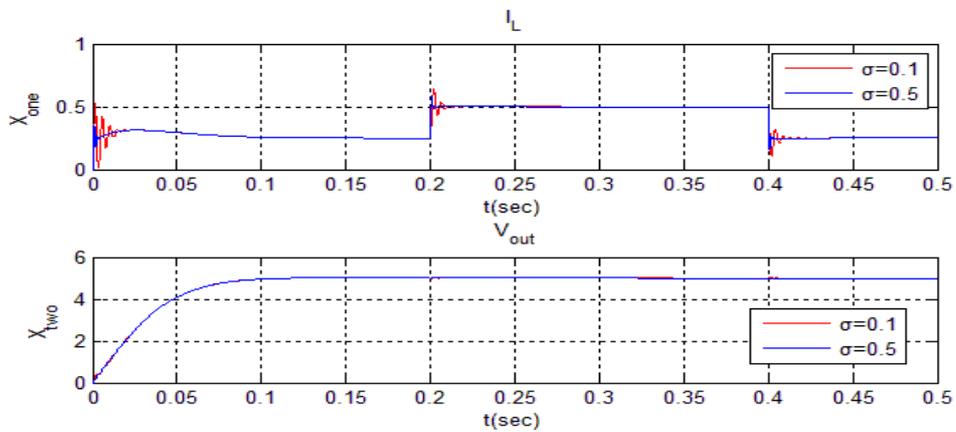


圖 4.2.14 增加 σ 值改善 x_1 輸出狀態之暫態響應

由圖 4.2.12 及圖 4.2.13 可得知選取較大 σ 值可以改善順滑函數與控制輸入之暫態響應，也可得到較快的迫近速度。且由(86)式可知 \dot{x}_1 項與控制輸入有關，而 \dot{x}_2 項則與控制輸入無關，增加 σ 值亦可改善 x_1 輸出狀態之暫態響應，如圖 4.2.14 所示。但對 x_2 之輸出狀態則無影響。對於不同的順滑函數 s 變動範圍，可以利用改變控制器之 γ 、 σ 參數值大小來得到較好之暫態響應。

在順滑函數(75)式中的誤差積分項，其收斂速度由參數 β 所決定， β 值與所選用電容值及特徵值大小有關， β 值越大其積分項越快趨於定值，如圖 4.2.15(b)。在系統啟動時，由 4.2.15(a)可知 β 值越大，輸出狀態 x_2 越快達到設定值 x_{2d} ，也就是穩態誤差越快接近零。不同 β 值對輸出狀態 x_2 之影響，如圖 4.2.15(c)。

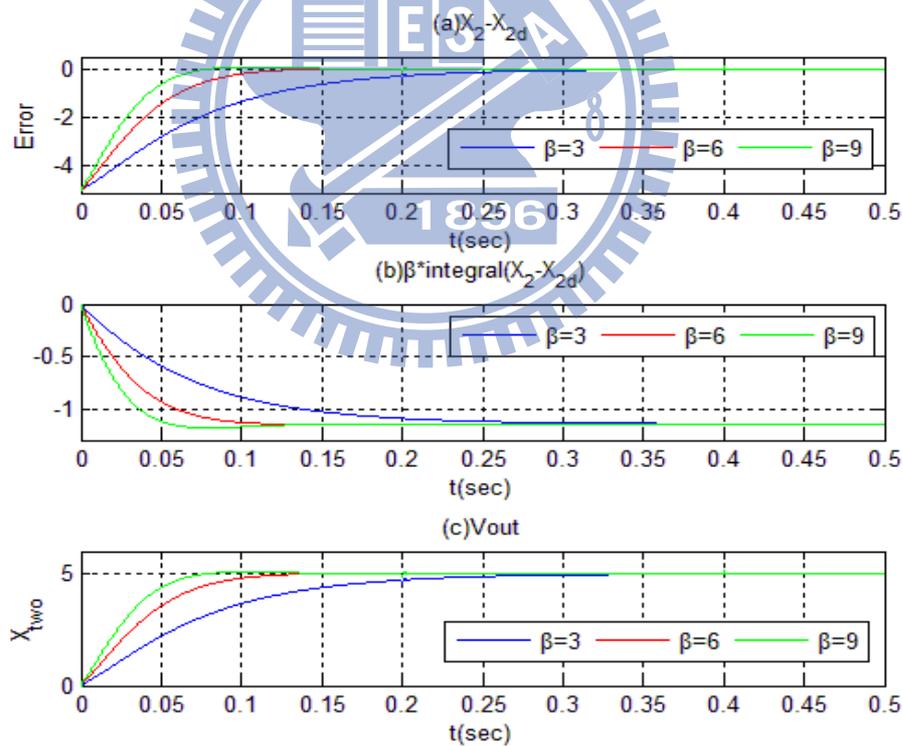


圖 4.2.15 β 值大小對誤差積分項及輸出狀態 x_2 之影響

4.2.4 估測器之驗證

在 2.4 節介紹利用一階微分估測器來估測實際負載值，其中相關參數 ρ 值大小會影響到 \hat{x}_2 估測值準確性，如圖 4.2.16 所示。顯然地， ρ 值越大($\rho=0.1$)則一階微分估測器所得 \hat{x}_2 估測值較不準確。反之 ρ 值越小則所得 \hat{x}_2 估測值較準確。在 R_L 估測值方面，如圖 4.2.17 所示， ρ 值越小則所得 R_L 估測值較準確。由(40)式可知 \hat{x}_2 估測值在與選取電容值(μF 級)相乘後，與 x_1 狀態值相比其值相當小，故 R_L 估測值準確度方面亦受限於當時負載狀況之輸出狀態所影響。此外負載估測器在系統啟始及負載變動時，仍需一段時間進行估測。

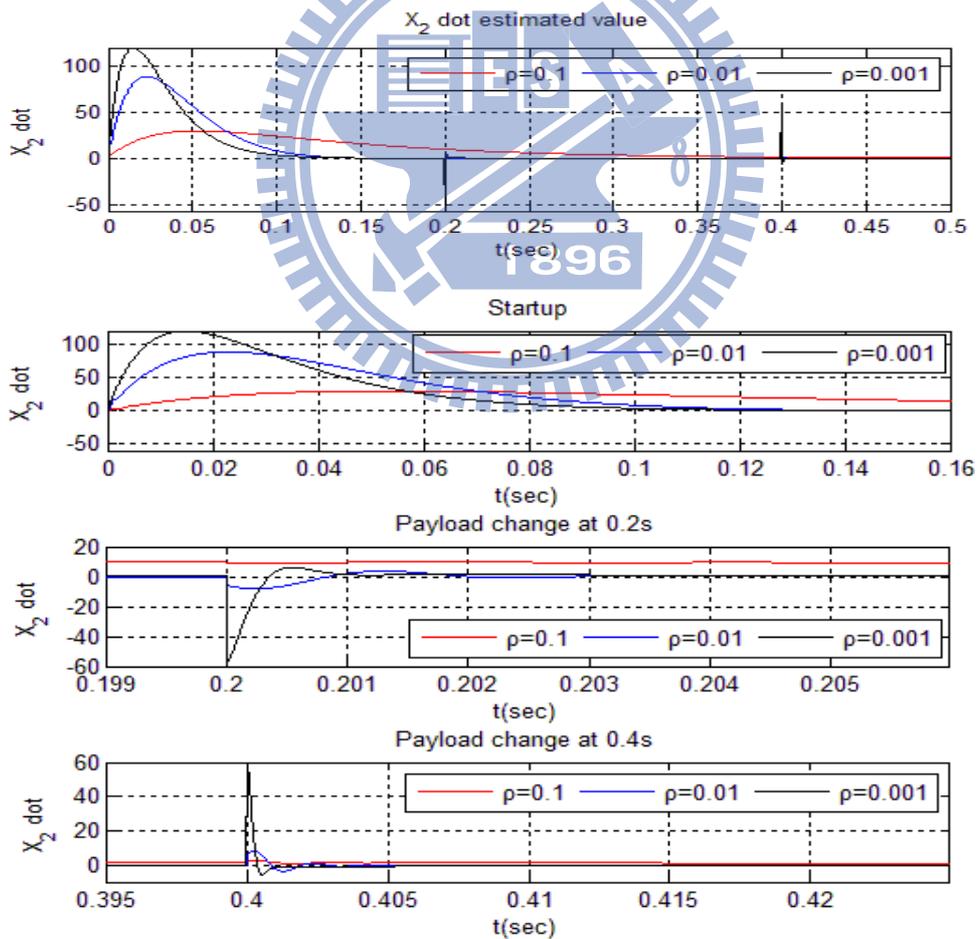


圖 4.2.16 \hat{x}_2 估測值

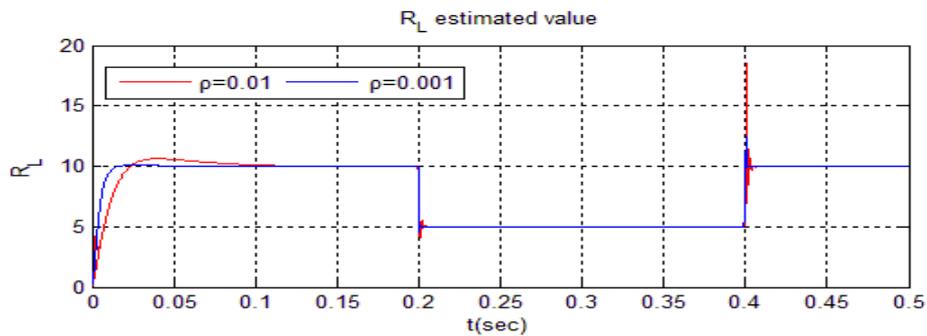


圖 4.2.17 R_L 估測值

為了模擬方便，負載變動皆以步階函數來表現，如圖 4.2.17 所示，但實際上的負載變動可能不是這麼理想的變化。以一個負載變動較為緩慢來驗證負載估測器的準確度，如圖 4.2.18(a)所示。由模擬所得 R_L 估測值的結果很接近所設定之負載變動，如圖 4.2.18(b)所示，其一階微分估測器之參數 $\rho=0.001$ 。觀察其輸出狀態，在負載變動時， x_1 狀態為緩慢變動，而 x_2 之狀態則不受影響，如圖 4.2.19 所示。

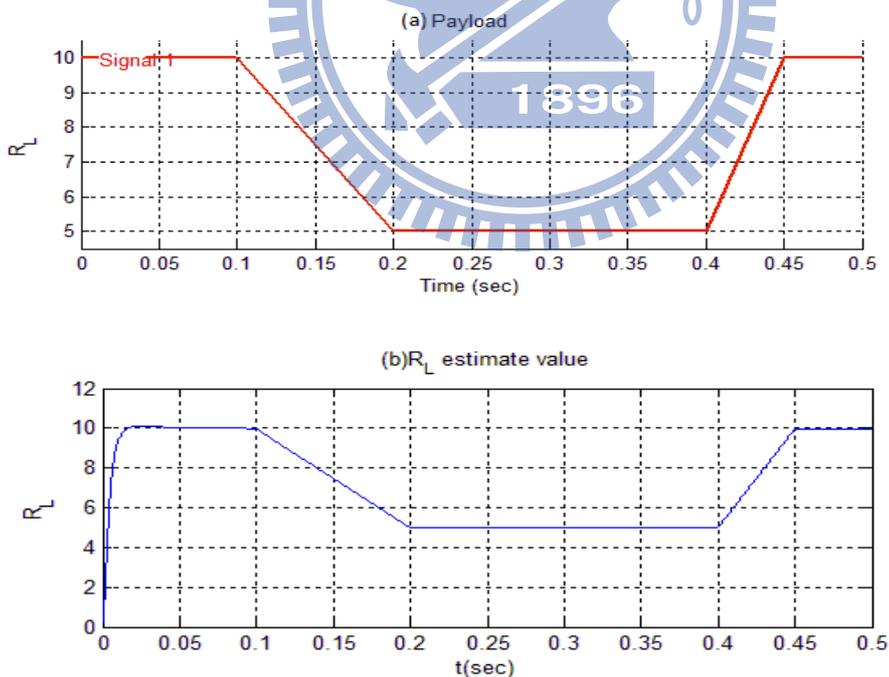


圖 4.2.18 測試之負載變動與模擬值

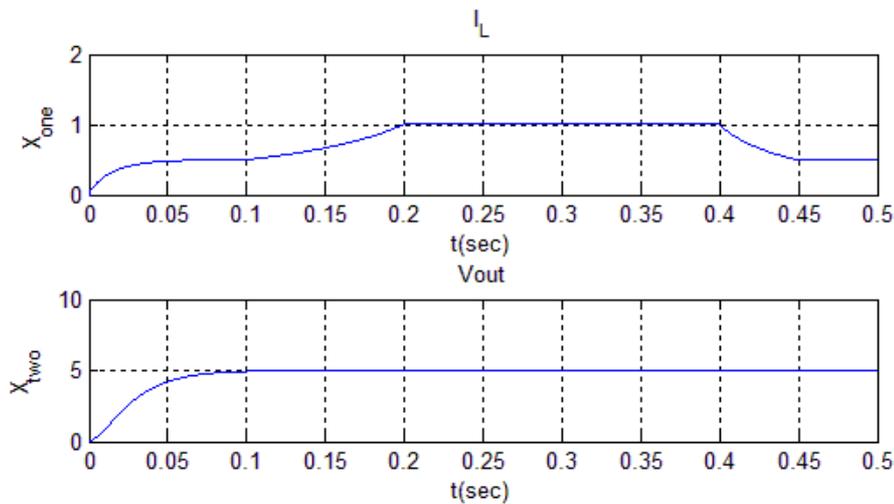


圖 4.2.19 負載緩慢變動之輸出狀態

4.3 SimPowerSystems 電力電子模組模擬

在之前所做的數值模擬，僅針對降壓型直流轉換器之數學模型做模擬，並不是對實際的電子電路做模擬，無法看到真實電路之行為，例如電感上之電流漣波或輸出電壓之漣波等，這是由於之前模擬是利用控制輸入做為工作週期代替實際上開關元件之控制。MATLAB\Simulink 提供了 SimPowerSystems 套件，是針對在做電力電子方面的模擬。在本節的模擬將利用 SimPowerSystems 建立實際降壓型直流轉換器之電路，保留之前做數值模擬時所建立的順滑模態控制器方塊。利用順滑模態控制器輸出訊號與一固定頻率(40KHz)鋸齒波比較，此外需加入 RS 正反器避免發生開關無法關閉之非理想狀況，以產生固定周期之 PWM 控制訊號 [9]。

以下模擬分別對低負載變動與高負載變動之狀態輸出與順滑函數及控制輸出，所得結果與上一節所做數值模擬來做比較，期望利用 SimPowerSystems 套件建立之電路模擬，其結果能接近理論值。

4.3.1 低負載變動模擬

在低負載變動模擬結果其輸出狀態如圖 4.3.1 及圖 4.3.2，平滑函數與控制輸入之模擬結果如圖 4.3.3。由模擬結果來看，利用 Simpowersystems 套件建立之電路，其模擬結果更接近實際電子電路之行為，例如流經電感上之輸出電流漣波波形，如圖 4.3.1(b)。比較圖 4.3.1 及圖 4.3.2 之輸出狀態與圖 4.2.8，其模擬結果相當接近。觀察圖 4.3.3(b)之平滑函數，由於受到 x_1 之輸出狀態會有漣波現象，所以平滑函數也會產生類似的漣波，並非產生跳切現象。在此負載變動範圍之負載估測值很接近實際 R_L 值($R_L=5$)，如圖 4.3.4。

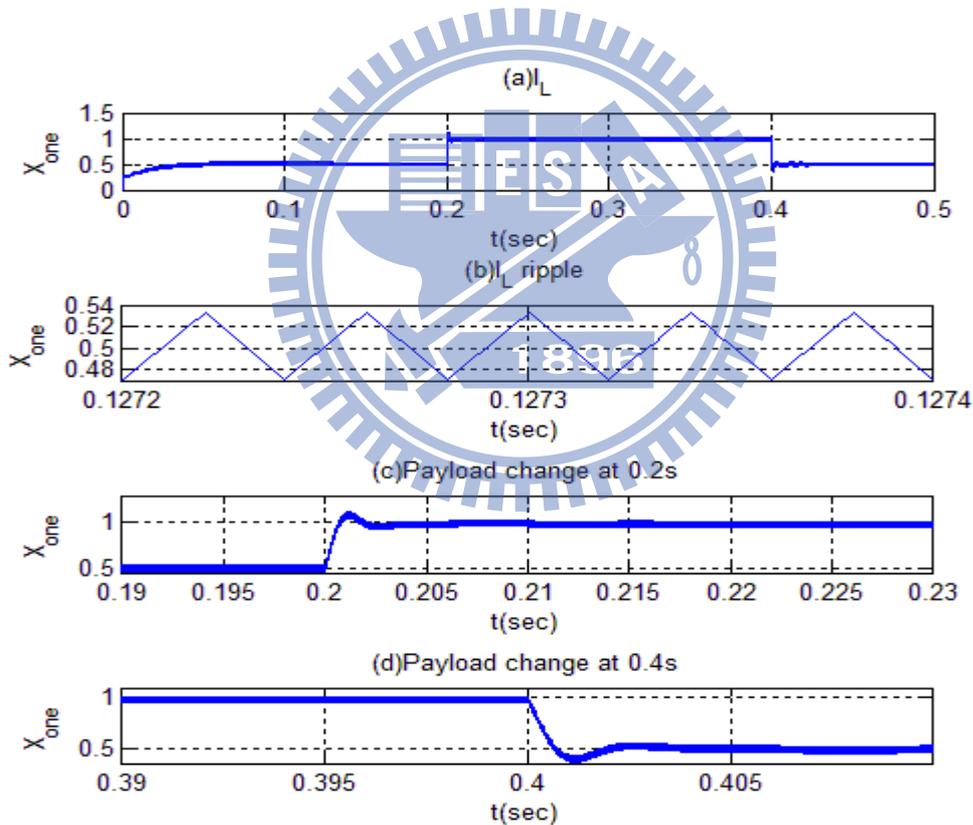


圖 4.3.1 低負載變動之輸出電流

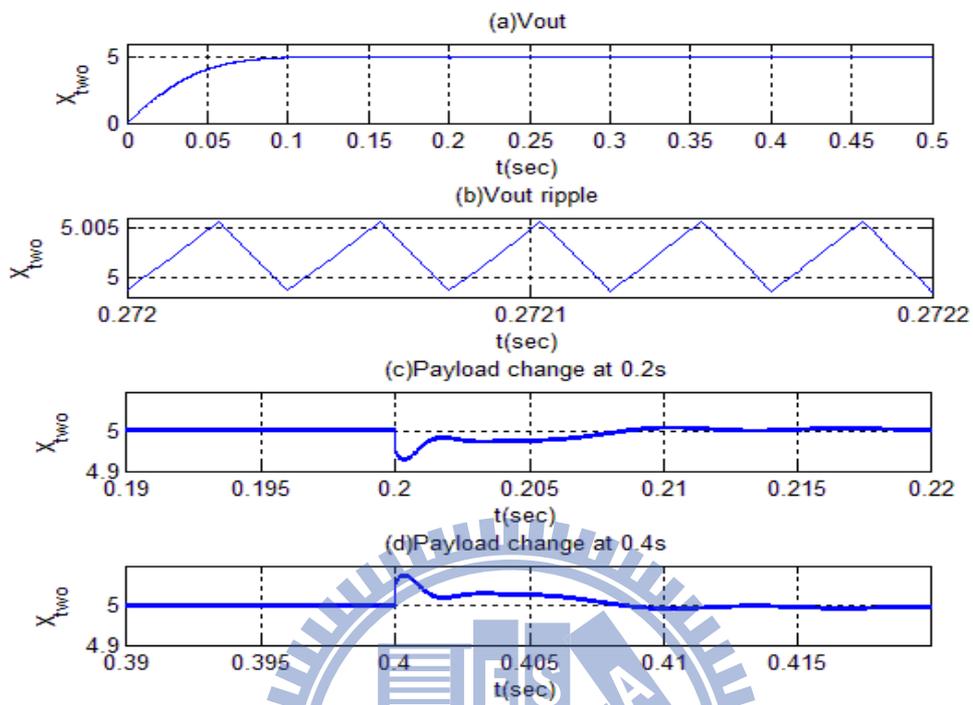


圖 4.3.2 低負載變動之輸出電壓

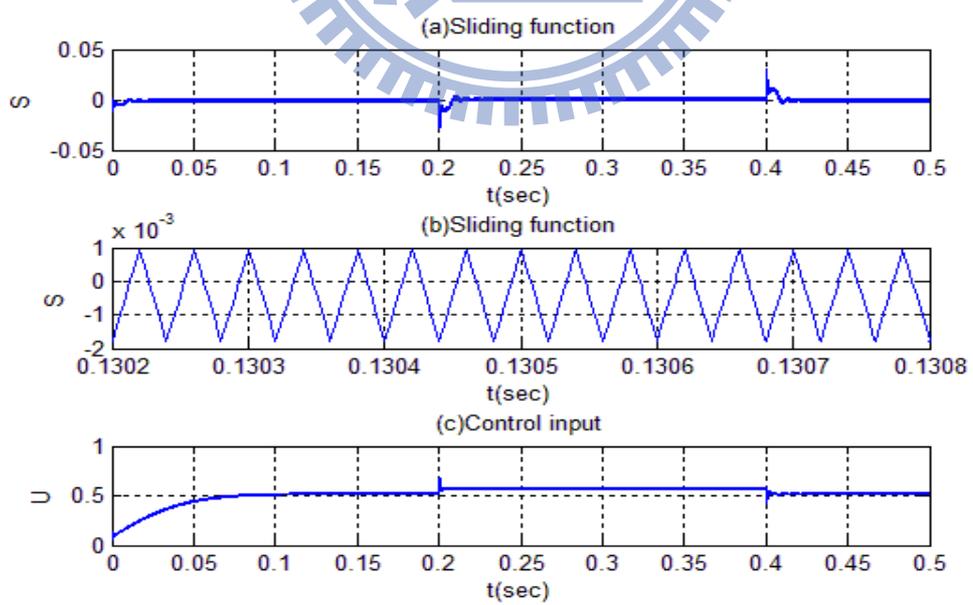


圖 4.3.3 低負載變動之順滑函數與控制輸入

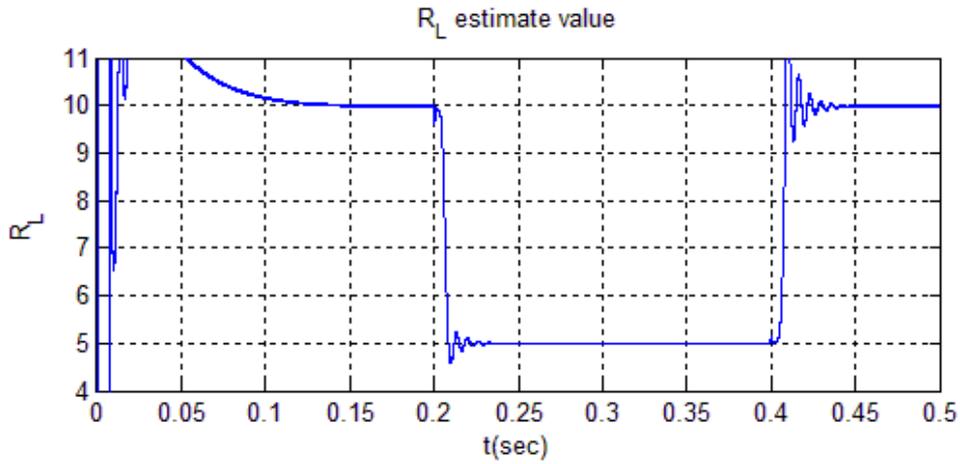


圖 4.3.4 低負載變動之負載估測值

4.3.2 高負載變動模擬

在高負載變動情況下其輸出狀態如圖 4.3.5 及圖 4.3.6，平滑函數與控制輸入之模擬結果如圖 4.3.7。

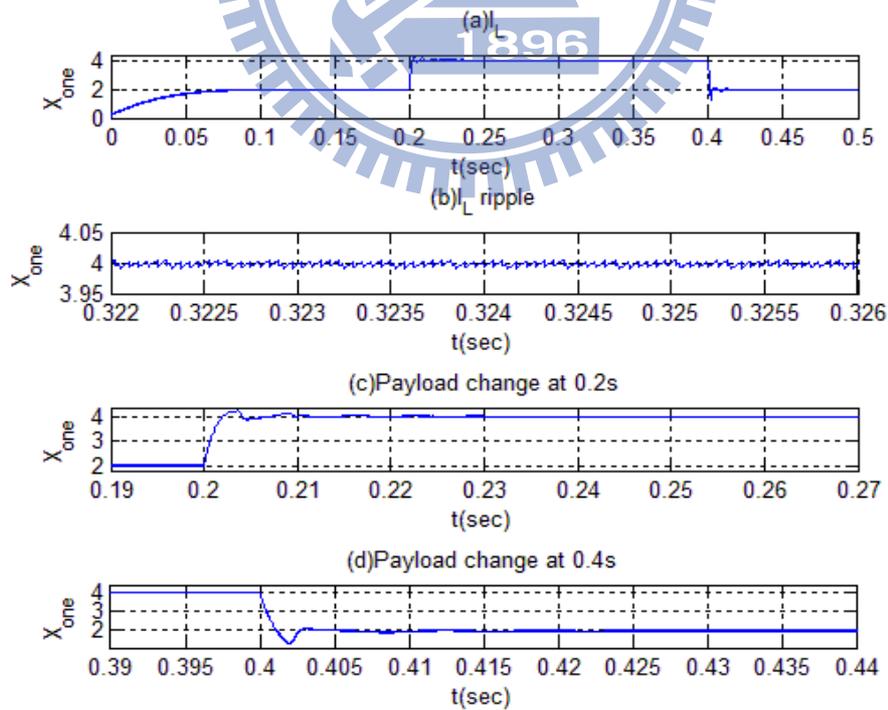


圖 4.3.5 高負載變動之輸出電流

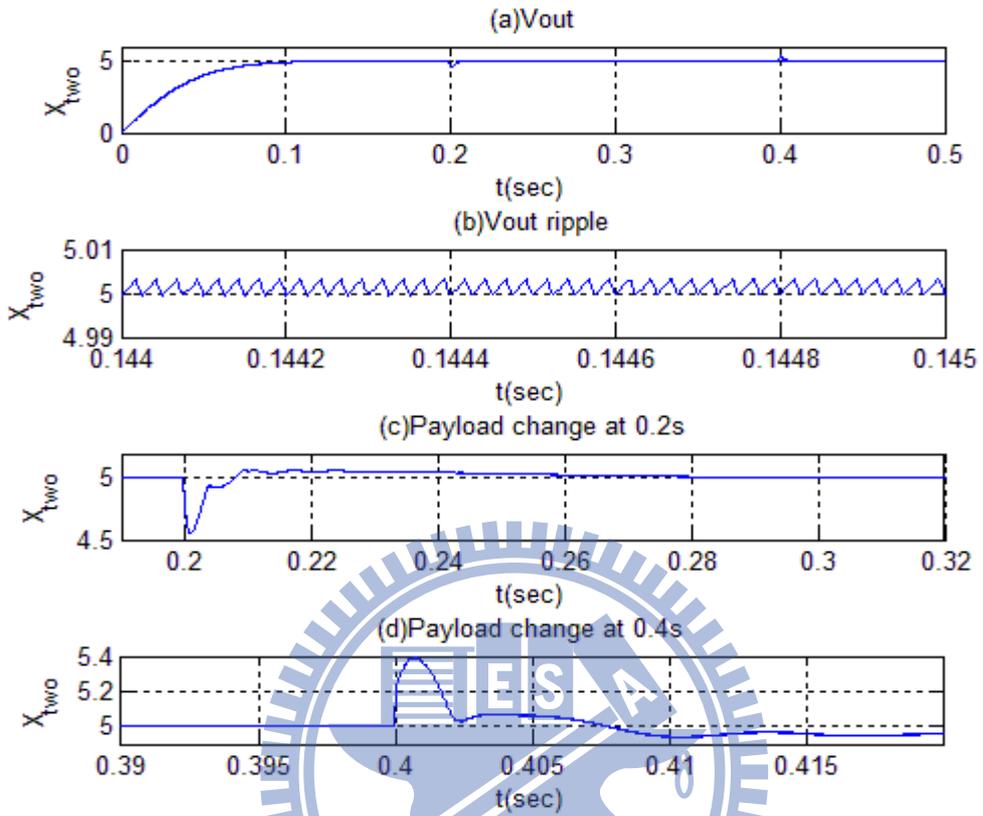


圖 4.3.6 高負載變動之輸出電壓

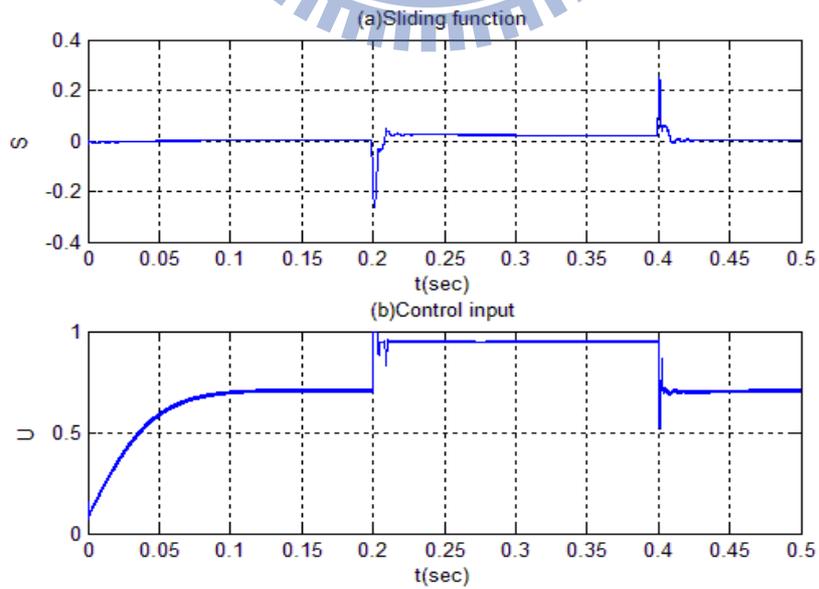


圖 4.3.7 高負載變動之順滑函數與控制輸入

由圖 4.3.7(b)可知，在高負載變動之狀況下，工作週期更需提高以提升輸出電流。負載估測值與實際負載($R_L=1.25$)相當接近，如圖 4.3.8。

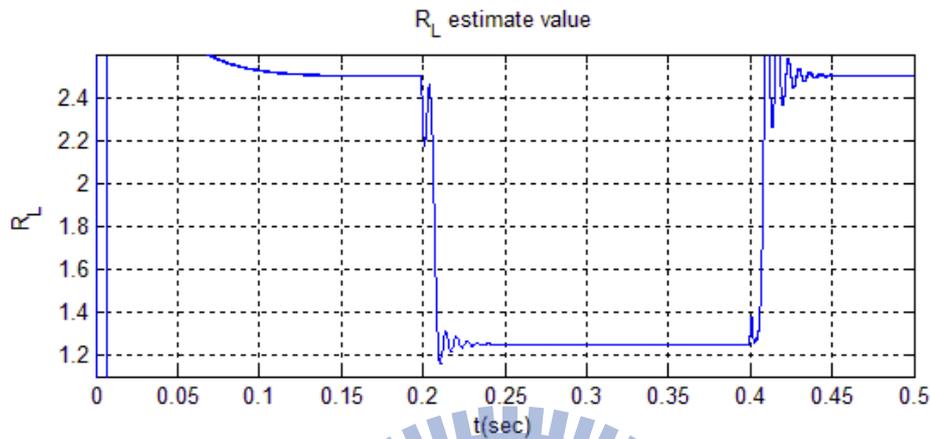


圖 4.3.8 高負載變動之負載估測值

本節模擬以加入 PWM 訊號來控制開關切換，使其電路行為更接近實際降壓型直流轉換器，且其結果與理論值亦十分接近。在本章中，利用降壓型直流轉換器非理想數學模型做數值模擬，並使用 Simpowersystems 套件建立實際降壓型直流轉換器電路做模擬，其模擬結果與理論值相比較，在負載變動下系統輸出均能達到穩定，且在順滑模態下，均能保持在順滑層內。

第五章 結論與未來展望

本論文利用既有積分式順滑模態控制器設計，並加入一階微分估測器來估測負載值，除了不用事先求得不確定量之上限外，所得估測值能掌握不確定量之變動，因此能降低不確定量之影響。在選定順滑函數後加入輸出電壓與期望電壓值之誤差積分項，並利用順滑層以抑制跳切現象產生，且讓系統軌跡在有限時間內進入順滑層。順滑函數控制目的並不是把系統軌跡控制到原點，當負載變動時系統軌跡離開順滑層，待負載估測穩定後，將在有限時間回到順滑層。當系統軌跡穩定在順滑層內，代表輸出電壓控制到期望電壓值，達成所要求之控制目的。此外改變控制器之相關參數可以改善系統之暫態響應。

利用 Simpowersystems 套件建立之降壓型直流轉換器電路，其模擬結果與理論值相當接近。在輕載或重載情況下，控制器仍能將輸出電壓控制到期望電壓值。負載估測器對於估測負載變動與實際上的負載值很接近，在實現上須付出額外的硬體來設計此一階微分估測器。此外在與未加負載估測之順滑模態控制器比較下，在系統啟動時進入穩態較緩慢外，對於不確定量仍能保有其強健性。未來發展可朝改進負載估測速度方面著手，在系統啟動時及負載變動時，使系統能快速達到穩態。

參考文獻

- [1] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, *Power Electronics, Converters, applications, and Design*, third edition, Wiley, New York, 2003.
- [2] R. W. Erickson, D. Maksimović, *Fundamentals of Power Electronics*, second edition, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 2001.
- [3] 梁適安, *交換式電源供給器之理論與實務設計*, 全華科技圖書股份有限公司, 台北, 民國 83 年。
- [4] 周志敏等編著, *DC/DC 模組化實用電路*, 全華科技圖書股份有限公司, 台北, 民國 95 年。
- [5] E. Hamit, "Comparison of fuzzy, PI and fixed frequency sliding mode controller for DC-DC converters," *International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics*, pp.684-689, Bodrum, Turkey, 2007.
- [6] H. S. Ramirez, "On the generalized PI sliding mode control of DC-to-DC converters: A tutorial," *International Journal of Control*, Vol.76, Issue 9, pp. 1018 – 1033, 2003.
- [7] C.-C. Cheng, C.-Y. Juan, "Design of derivative estimator using adaptive integral variable structure technique," *Proc. of the American Control Conference*, Vol.5, pp.3187-3191, Chicago, USA, Jun 2000.
- [8] Y. P. Chen, "Sliding mode controller design of a single-link flexible manipulator under gravity," *International Journal of Control*, vol. 52, pp.101-117, 1990.
- [9] 吳坤祐, 「順滑控制在降壓型直流轉換器之應用」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國 96 年。
- [10] V. G. Shankar, C. Udhayashankar, "A new method for DC-AC conversion using

- simplified multilevel inverter-design and analysis using PSIM," *INCACEC 2009*, pp.1-7, Tamilnadu, India, 2009.
- [11] N. D. Muhamad, J.A. Aziz, "Simulation of power electronic converters with sliding mode control using PSpice," *Power and Energy Conference*, pp231-236, Malaysia, 2008
- [12] N. Mohan, *Power electronics : Computer simulation, analysis, and education using PSPICE*, Minnesota Power Electronic Research and Education, Minnesota, 1992.
- [13] 徐瑞隆，*電力電子學電腦輔助設計分析與設計*，新文京開發出版股份有限公司，台北，民國 97 年。
- [14] V. F. Pires, J. F. Silva, "Teaching Nonlinear Modeling, Simulation, and Control of Electronic Power Converters Using Matlab/Simulink," *IEEE Trans. on Education*, Vol. 45, No.3, Aug. 2002.
- [15] 李宜達，*控制系統設計與模擬使用 MATLAB/SIMULINK*，全華科技圖書股份有限公司，台北，民國 98 年。
- [16] S. C'uk, R. D. Middlebrook, "A general unified approach to modeling switching DC-to-DC converters in discontinuous conduction mode," *Proc. of IEEE PESC Conf.*, pp.18-34, 1977.
- [17] S. C'uk, R. D. Middlebrook, "A general unified approach to modeling switching-converter power stages", *International Journal of Electronics*, pp.521-550, 1977
- [18] V. Vorperian, "Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch. Continuous conduction mode," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol.26, pp.490-496, May 1990.
- [19] M. Veerachary, "Modeling of cascade buck converters," *Proc. of the ISCAS'03*,

Vol.3, pp.347-350, 2003.

- [20] M.K. Kazimierczuk, S. T. Nguyen, "Small-signal analysis of open-loop PWM flyback dc-dc converter for CCM," *Aerospace and Electronics Conference*, pp.69-76, Dayton、USA, May 1995.
- [21] A. S. Sedra, K. C. Smith, *Microelectronic Circuits*, Fourth ed., Oxford University Press, USA, 1998.
- [22] C. T. Chen, *Linear systems Theory and design*, Third ed., Oxford University Press, USA, 1999.
- [23] 陳永平，張浚林，*可變結構控制設計*，修訂版，全華科技圖書股份有限公司，台北，民國 97 年。
- [24] Y. P. Chen, J. L. Chang, K. M. Lai, "Stability Analysis and Bang-Bang Sliding Control of a Class of Single-Input Bilinear Systems," *IEEE Trans. on Auto. Cont.*, Vol. 45, No. 11, pp.2150-2154, 2000.



附錄 A MATLAB/SIMULINK 模擬方塊圖

如圖 A.1 所示，為系統方塊圖，分為四部分，Buck Converter 方塊，Controller 方塊，Estimator 方塊以及 Load 方塊。

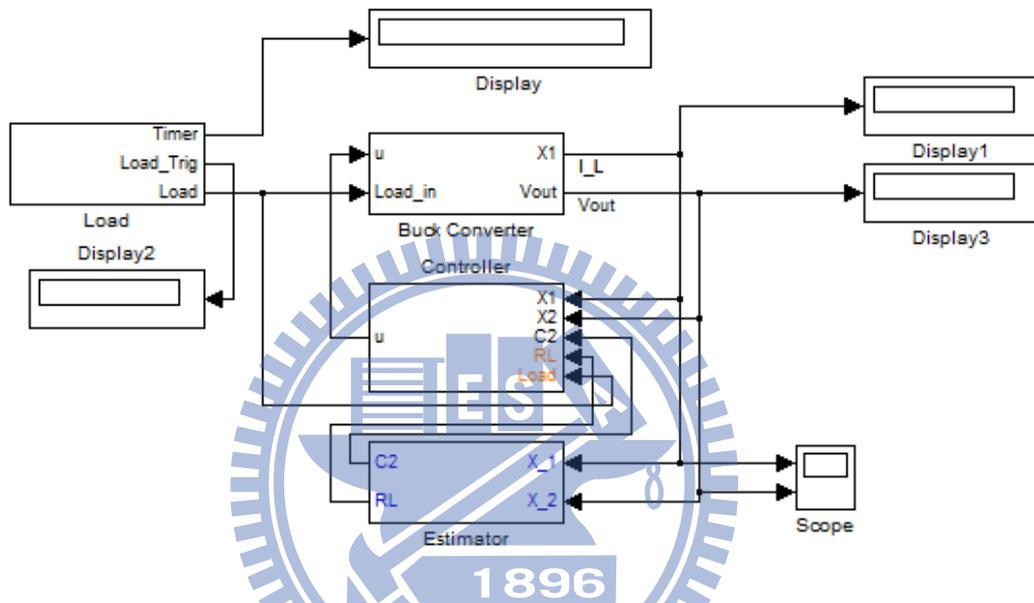


圖 A.1 系統方塊圖

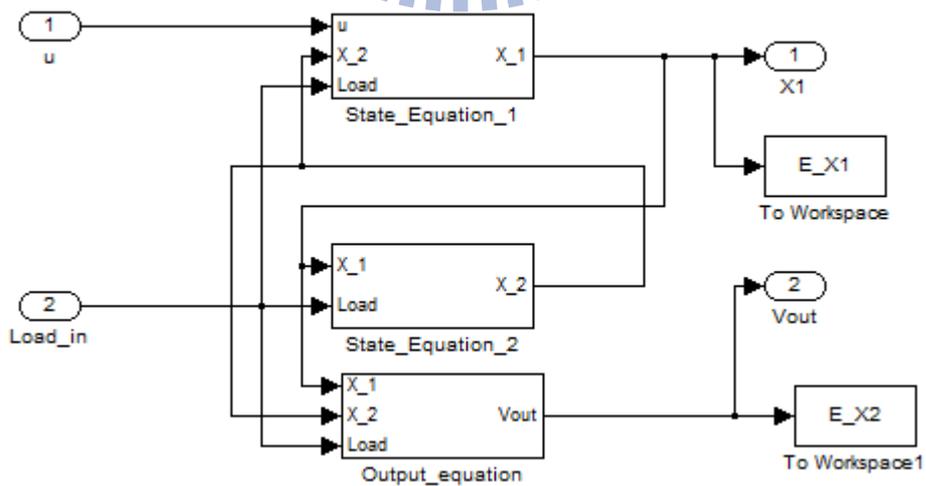


圖 A.2 降壓型直流轉換器之數值模型

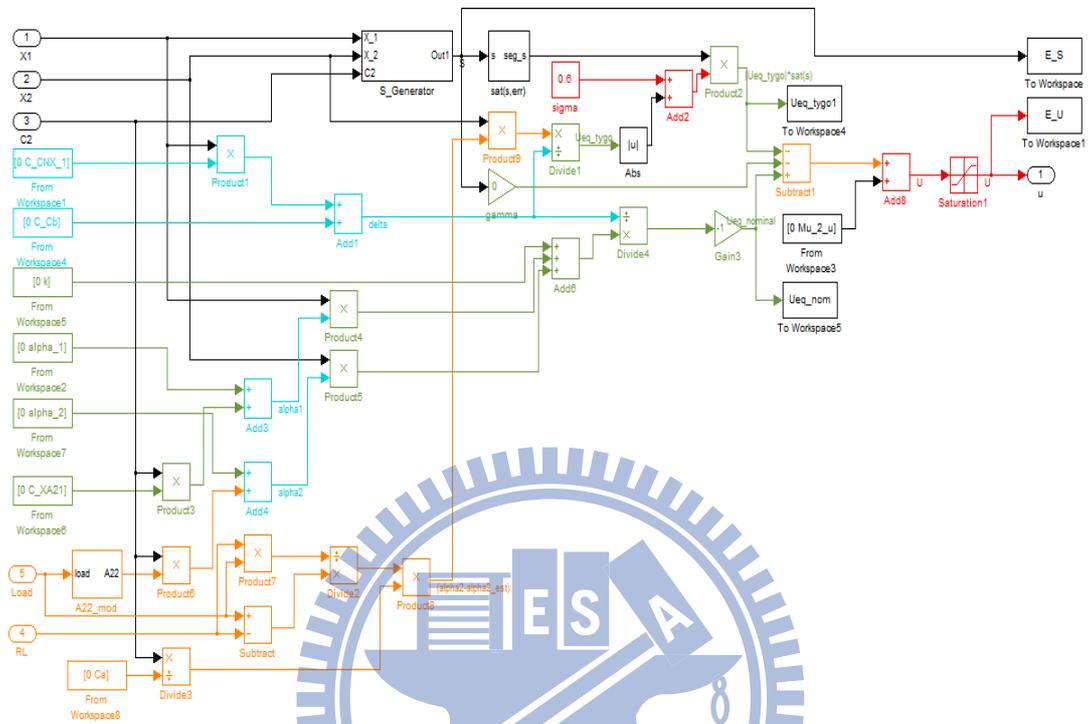


圖 A.3 順滑模態控制器

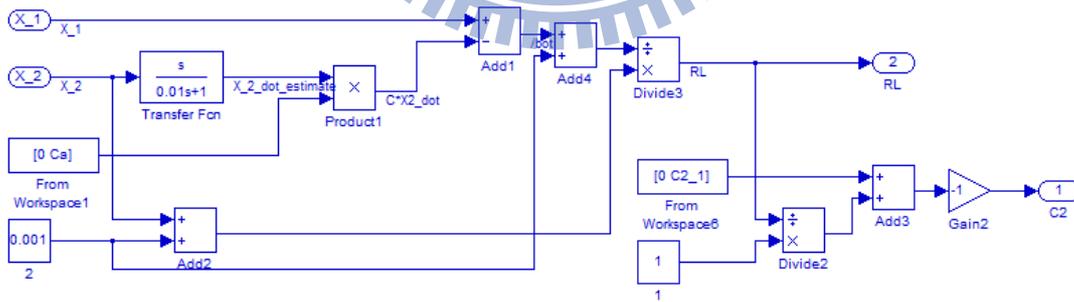


圖 A.4 一階微分估測器

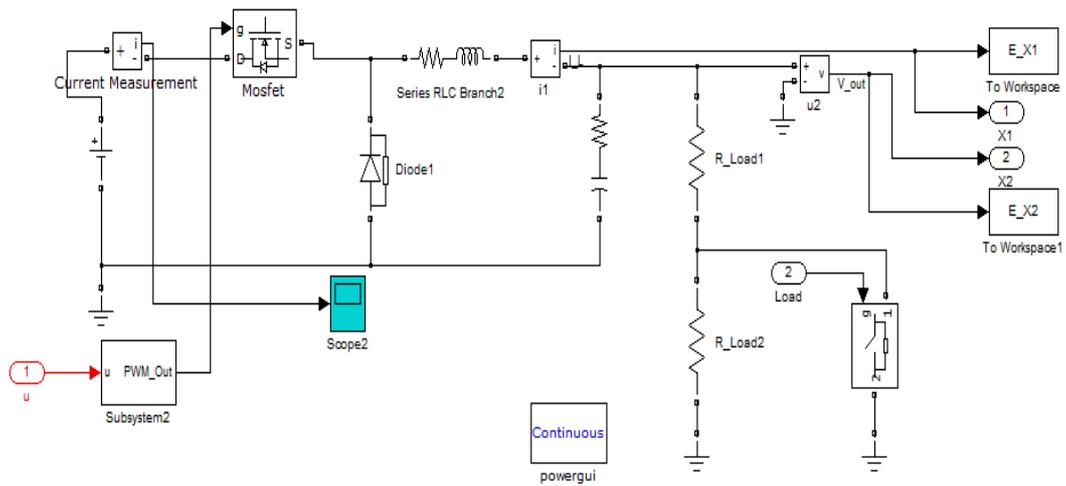


圖 A.5 利用 SimPowerSystems 套件建立降壓型直流轉換器電路

