

國立交通大學

電機學院 電信學程

碩士論文

MIMO-OFDM 系統之指數有效訊雜比映射計算

Exponential Effective Signal to Noise Ratio Mapping  
(EESM) Computation for MIMO-OFDM Systems

研究生：孫敏誠

指導教授：吳文榕 教授

中華民國一百年六月

MIMO-OFDM 系統之指數有效訊雜比映射計算

Exponential Effective Signal to Noise Ratio Mapping (EESM)  
Computation for MIMO-OFDM Systems

研究生：孫敏誠

Student : Min-Cheng Sun

指導教授：吳文榕 博士

Advisor : Dr. Wen-Rong Wu



Submitted to College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Communications Engineering

June 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一十年六月


# MIMO-OFDM 系統之指數有效訊雜比映射計算

學生：孫敏誠

指導教授：吳文榕 博士

國立交通大學 電機學院 電信學程 碩士班

## 摘要



指數有效訊雜比(SNR)映射(EESM)技術已經是廣泛地被使用在OFDM系統中來決定實際應用的調變和編碼組合或系統模擬的錯誤率估測中。EESM是將一在多路徑通道下OFDM系統的錯誤率對應到加成性白雜訊高斯通道的錯誤率。對單輸入單輸出(SISO)OFDM系統而言，EESM應用的容易而且效能也令人滿意。然而，對多輸入多輸出(MIMO)OFDM系統而言，EESM的應用會變得沒那麼的直接，且沒有唯一的作法。在本論文中，我們研究適用於最大似然偵測器(ML)的MIMO-OFDM系統的EESM計算。眾所皆知，ML偵測器的錯誤率可由自由距離(free distance)來計算。然而，自由距離的計算需要很高的計算複雜度。我們因此提出使用一個基於QR分解的方法來推導出一個下限值，使用這個下限值，我們發展出一個新的EESM計算方法。模擬結果顯示所提的方法不僅效能比傳統的EESM好而且擁有較低的計算複雜度。

# Exponential Effective Signal to Noise Ratio Mapping (EESM) Computation for MIMO-OFDM Systems

Student: Chin-Ning Shen

Advisor: Dr. Wen-Rong Wu

Degree Program of Electrical and Communication Engineering  
National Chiao Tung University

## Abstract

Exponential effective signal-to-noise-ratio (SNR) mapping (EESM) is widely used technique for OFDM systems to determine a modulation and coding set in real-time operation or predict error rate in system simulations. EESM maps the error rate of an OFDM system with a multipath channel to that with an additive white noise channel. For single-input-single-output (SISO) OFDM systems, the conduction of EESM is straightforward and its performance is satisfactory. For multi-input-multi-output (MIMO) OFDM systems, however, EESM computation is much more involved and there is no unique way to do the job. In this thesis, we study EESM computation for the MIMO-OFDM system with the maximum likelihood (ML) detector. It is known that the error rate of the ML detector can be calculated by the free distance. However, the calculation of the free distance requires high computational complexity. We then propose using a QR-decomposition-based method to derive a lower bound. Using the lower bound, we develop a new EESM computation method. Simulations show that the proposed method not only outperforms the conventional method, but also has lower computational complexity.

## 誌謝

首先，由衷的感謝我的指導教授吳文榕博士，在研究所求學期間的細心指導和諄諄教誨，並讓本論文能順利完成。老師嚴謹的教學態度，更是讓我受益匪淺。同時感謝口試委員李彥文副教授和薛木添助理教授及吳卓諭助理教授，對本篇論文的指正與建議，使本篇論文內容更加充實完備。

其次，感謝 Lab720 寬頻傳輸與訊號處理實驗室博士班的林鈞陶學長、謝弘道學長、李其翰學長、葉俊麟學長及碩二同學許愷珊、翁育朗、廖炳松、楊錫沅在我研究模擬和課業學習上遇到問題時，適時的給予指導和建議，同時感謝實驗室所有學弟妹們的協助。

最後，更要感謝我的太太岑霏和家人在我重拾課本這段期的鼓勵和支持，使得我能順利完成學業。



# 目錄

摘要 .....	i
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	vi
圖目錄 .....	vi
第一章 簡介 .....	1
第二章 傳統的 EESM 計算 .....	3
2.1 EESM .....	4
2.1.1 EESM 推導過程 .....	4
2.1.2 EESM 函數 .....	5
2.2 $\beta$ 值的校正 (Calibration of $\beta$ ) .....	5
2.2.1 校正 (Calibration) .....	6
2.2.2 $\beta$ 值校正流程 .....	7
2.3 等效訊雜比方法 (Effective SINR method) .....	8
2.3.1 SISO .....	8
2.3.2 SIMO .....	9
2.3.3 Alamouti 空時編碼 .....	10
第三章 MIMO 的 EESM 計算 .....	13
3.1 MIMO 系統 .....	14
3.1.1 系統模型 .....	14
3.1.2 最大相似準則(Maximum Likelihood Criterion) .....	15
3.1.3 最大化事後機率位元偵測(MAP Bit Detection) .....	16
3.1.4 最大對數取值近似之最大化事後機率法則(MAP-Log-MAP) .....	17
3.2 2x2 ML 接收器的 ESNR 計算 .....	18
3.3 所提的 QR-based BER 估計 .....	19
3.3.1 奇異值分解的方法(singular value decomposition; SVD) .....	21
3.3.2 正交與上三角矩陣分解的方法(orthonormal and upper-triangular;QRD) .....	23
3.4 提議的方法 (Proposed method) .....	25
第四章 模擬結果 .....	26
4.1 模擬系統模型 .....	26
4.2 SISO 系統下的結果 .....	29

4.3 MIMO 系統下的結果.....	30
第五章 結論 .....	35
參考資料 .....	36



## 表目錄

表 4-1 Ped A 和 Ped B 通道模型的延遲時間和功率 .....	27
表 4-2 OFDM 參數 .....	27
表 4-3 EESM 參數和 MSE.....	31

## 圖目錄

圖 2-1 EESM 功能 .....	3
圖 2-2 在通道模型下的 $\beta$ 值校正 .....	7
圖 3-1 Spatial multiplexing MIMO BICM system.....	15
圖 3-2 link error prediction of 2x2 SM ML receiver based on EESM.....	18
圖 4-1 Spatial multiplexing MIMO model.....	26
圖 4-2 (2, 1, 7) 二位元迴旋碼編碼器.....	27
圖 4-3 時域上的 channel B .....	28
圖 4-4 頻域上的 channel B .....	28
圖 4-5 channel B, QPSK CC=1/2 的校正, $\beta = 2.4$ .....	29
圖 4-6 channel B, 16QAM CC=1/2 的校正, $\beta = 8.8$ .....	30
圖 4-7 channel A, QPSK CC=1/2 的校正, $\beta = 2.97$ .....	31
圖 4-8 channel A, QPSK CC=1/2 的校正, $\alpha = 1.7, \beta = 0.6$ .....	32
圖 4-9 channel A, QPSK CC=1/2 的校正, EESM in [6]和所提的基於 QRD 方法 ....	32
圖 4-10 channel B, QPSK CC=1/2 的校正, $\beta = 1.1$ .....	33
圖 4-11 channel B, QPSK CC=1/2 的校正, $\alpha = 1, \beta = 3.51$ .....	33
圖 4-12 channel B, QPSK CC=1/2 的校正, EESM in [6]和所提的基於 QRD 方法 ...	34



# 第一章 簡介

在未來的行動通訊系統中，高速的資料傳輸及隨時隨地的傳輸特性將在不同的移動環境扮演著關鍵角色。OFDM(orthogonal frequency division multiplexing)系統因其極高的頻譜使用率，有效的抗頻率選擇性衰落的能力，已經廣泛被應用在多種無線頻寬接取通訊中，同時也並被認為是第四代行動通訊的核心技術之一。

一個無線網路在使用前其效能需要被評估，這些效能評估通常是以模擬來實現，在實際上會將模擬分為兩個層級：鏈結層(Link Level)模擬和系統層(System Level)模擬。鏈結層模擬模型的行為是在觀察短時間中的單一鏈結，且模型建構通常會牽涉到 PHY 層的所有面向和 MAC 層的部分面向，系統層則會牽涉到 MAC 層的大部分面向，場景包含了多個「基地台」(Base Stations; BS)和多個「行動台」(Mobile Station; MS)。鏈結層的模擬可以用來研究在不同的 PHY 結構中的特性，如子載波排列方法，接收器架構，多重天線技術等。這些鏈結層的效能通常是以「位元錯誤率」(Bit Error Rate; BER)或「區塊錯誤率」(Block Error Rate; BLER)來表示，根據這些結果，我們可以進一步得知系統的傳輸平均數量。要模擬 BER 或 BLER 需要相當大的運算量。

因此就鏈結層的模擬而言，一般會使用一函數模型將 BER 或 BLER 表示為「訊雜比」(Signal-to-Noise Ratio; SNR)的函數，有了此函數模型模擬時間就可有效的縮短。一 OFDM 系統在一多路徑通道下可對應到加性白雜訊高斯通道(additive white Gaussian channel; AWGN)的 BER 或 BLER 的 SNR 稱為有效 SNR(effective SNR; ESNR)，只要計算出 ESNR，無需模擬我們即可得到 BER 和 BLER。傳統上，我們會使用次通道的平均 SNR 來計算 BER 和 BLER，但這方法在多路徑的通道中會變得非常不準確，不能當作 ESNR，在目前 OFDM 系統中已有兩種主要已知的 ESNR 的映射方法：指數有效訊雜比映射(Exponential Effective SINR Mapping; EESM)和互信息有效訊雜比映射(Mutual Information Effective SINR Mapping; MI-ESM)。EESM 和 MI-ESM 可以準確的算出 ESNR。

對於實際運作的 OFDM 系統 EESM/MI-ESM 也是必需的，因為在 OFDM 系統中，發送端需根據通道狀況的來選擇不同調變編碼方式，但只有接收端才知道通道的狀況，因此一般的作法是接收端先對通道質量進行評估，然後通過反饋通道把估測的通道訊息反饋給發送端，最後發送端即時的對系統參數進行調整來實現系統最佳化，上述的 EESM 或 MI-ESM 映射方法就讓接收端快速又有效的決定適合的調變編碼方式，同時也可大大的簡化用戶端反饋通道訊息的訊息量，從而降低系統中的信令負荷。

本論文旨在研究 EESM 的計算方法，我們先從文獻來探討 EESM 基本的概念及其映射函數的推導，其中包括在傳統的單輸入單輸出 (single-input-single-output ; SISO)OFDM 和多輸入多輸出 (multi-input-multi-output)OFDM 系統中，如何計算每一個子載波的 SNR 值和 ESNR 值。值得注意的是在 MIMO-OFDM 系統中，並沒有一定的數學公式可以計算每個子載波的 SNR 值，所以在計算 ESNR 值時並沒有一標準作法。接著我們會提出一個針對最大似然偵測器 (maximum likelihood detector; MLD) 所設計的 EESM 方法，我們的方法主要是基於 MLD 的一個特性，亦即錯誤率是由通道矩陣的自由距離 (free distance) 決定，但自由距離不容易計算，已有研究者 [1] 提出做法使用通道矩陣的 QR 分解可以對自由距離下限 (lower bound) 做一估計，我們因此提出使用此下限作為自由距離的估計，利用此估計我們發展一基於 QR 分解的 EESM 計算法，我們的方法不但有不錯的效能而且也比傳統的方法來的簡單，另一個好處是，QR 分解在 ML (maximum likelihood) 接收機中是一必要的元件，因此我們無需太多的額外電路來執行 EESM 的計算。

本論文的組織說明如下，第二章主要在介紹傳統 SISO/MIMO OFDM 系統中 EESM 值的推導及求取方法，第三章在介紹基於 QR 分解的 BER 估算並利用此分解提出一個新的 EESM 的方法，第四章是模擬結果，第五章則是結論。

## 第二章 傳統的EESM計算

EESM的基本目的是把OFDM系統即時通道狀態映射為一個ESNR，通過這個ESNR能從加成性的高斯雜訊(additive white Gaussian noise；AWGN)性能曲線上得出該通道狀態下系統的區塊錯誤率(block error rate；BLER)。圖2-1表示EESM函數的主要功能。

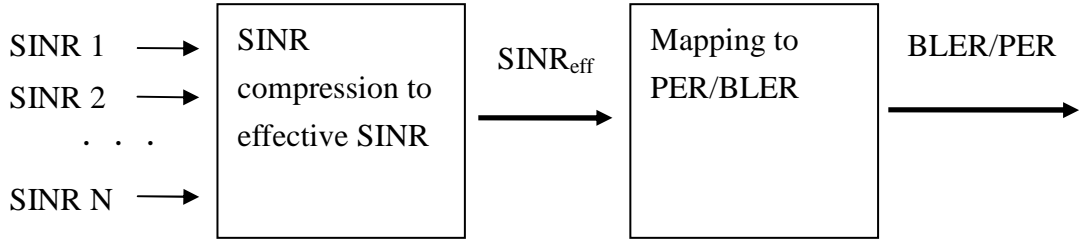


圖2-1 EESM功能

EESM應該滿足下面的基本等式：

$$\text{BLER}(\{\gamma_k\}) \approx \text{BLER}_{\text{AWGN}}(\gamma_{\text{eff}}) \quad (2.1)$$

其中， $\{\gamma_k\}$ 是指某一時刻所有子載波上的SNR的集合， $\text{BLER}(\{\gamma_k\})$ 是指即時通道狀態在給定的 $\{\gamma_k\}$ 下實際BLER， $\gamma_{\text{eff}}$ 為一ESNR， $\text{BLER}_{\text{AWGN}}(\gamma_{\text{eff}})$ 是ESNR下AWGN通道的BLER。為了使映射函數與通道無關，上述等式需要在每種通道實現下都須成立。

ESNR的計算函數如下：

$$\gamma_{\text{eff}} = \text{EESM}(\gamma, \beta) = -\beta \ln \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{\frac{-\gamma_i}{\beta}} \quad (2.2)$$

其中， $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N]$ 是每個子載波上的SNR， $\beta$ 是與編碼調變方式有關的比例因子，通過最優化這個參數，使EESM映射函數適用於任何編碼調變方式。本章節將會對EESM映射函數做簡單的推導證明，並如何對 $\beta$ 參數的優化做出說明。

## 2.1 EESM

在自適應OFDM系統中，接收端需要像發送端回報當前的通道狀況，發送端依據接收端提供的訊息決定當前的數據採用何種調變編碼方式以及多大的傳輸功率進行傳送。在兩條具有相同平均SNR的鏈路，可能因為瞬時SNR不同產生不同的BLER。EESM技術也可用在OFDM系統中決定瞬時通道狀態之ESNR，提供給發射端。下面主要分析EESM推導過程

### 2.1.1 EESM推導過程

二位元相位偏移調變(BPSK) 在單個AWGN通道中的傳輸，假設其SNR為 $\gamma$ 且符元距離為1，則其錯誤機率  $P_e$  為


$$P_e(\gamma) = Q(\sqrt{2\gamma}) \quad (2.3)$$

當SNR很大時( $\text{SNR} \geq 6\text{dB}$ )，利用Chernoff union bound，公式(2.3)可寫為

$$P_e(\gamma) \leq e^{-\gamma} \quad (2.4)$$

當AWGN通道為 $N$ 個時，則錯誤機率為

$$P_e = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - P_e(\gamma_i)) \approx \sum_{i=1}^N e^{-\gamma_i} \quad (2.5)$$

式(2.5)中，第一個等式實際上是 $N$ 個符元的BLER。我們的目的是在相同的錯誤率下找一個等效的SNR。令 $\gamma_i = \gamma_{eff}$ ，由(2.5)，我們可以得到

$$Ne^{-\gamma_{eff}} = \sum_{i=1}^N e^{-\gamma_i} \quad (2.6)$$

解  $\gamma_{eff}$  可得到

$$\gamma_{eff} = -\ln \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\gamma_i} \quad (2.7)$$

對於四位元相位偏移調變(QPSK)，利用相同的推導方式可得到其結果為

$$\gamma_{eff, QPSK} = -2\ln \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{\gamma_i}{2}} \quad (2.8)$$

對於更高的調變，其推導會變得更複雜。更多的詳細推導可以參考[2]。

### 2.1.2 EESM函數

從BPSK擴展到QPSK表明(2.6)可以藉由 $\beta$ 取代因子2來擴展到更高的調變有編碼的傳送，或不同的通道狀況。這裡的假設使的我們在未來只需調整 $\beta$ 就可以將映射使用在各種傳輸環境上。因此，EESM函數就可以被定義成

$$\gamma_{eff} = \text{EESM}(\gamma, \beta) = -\beta \ln \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{\gamma_i}{\beta}} \quad (2.9)$$

這裡  $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N]$  是每個子載波的SNR， $\beta$  是與調變編碼方式(modulation coding set；MCS) 及通道型式有關的比例因子，通過最優化這個參數，使EESM函數適用於某一通道型式的某一MCS。下面將會提出 $\beta$ 參數的優化方法。

## 2.2 $\beta$ 值的校正 (Calibration of $\beta$ )

### 2.2.1 校正 (Calibration)

$\beta$  值的決定是一個漸進的尋找過程，其目標是使某一型態通道下的性能曲線都能對應到AWGN通道的性能曲線。對於每種MCS都需要一個對應的 $\beta$ 值。我們需要使用模擬的BLER來校正這個 $\beta$ 值。一般的校正的方法是將一個成本函數最小化，不同的成本函數會導到不同的結果。假設在第 $i$ 個通道實現下，子通道的SNR為 $\gamma_i$ ，經 $\beta$ 對應的ESNR為 $\gamma_{i,eff}(\beta, \gamma_i)$ ，模擬的BLER為 $P(\gamma_i)$ ，另 $\gamma_{i,eff}(\beta, \gamma_i)$ 所對應的AWGN通道的BLER為 $P_{AWGN}(\gamma_{i,eff}(\beta, \gamma_i))$ ， $\beta$ 值的校正表示式可表示如下：

$$\beta_{opt} = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^N \left[ P(\gamma_i) - P_{AWGN}(\gamma_{i,eff}(\beta, \gamma_i)) \right]^2 \quad (2.10)$$

上式中 $N$ 是參與校正的不同通道實現的數目，且BLER是取對數值(logarithm)。值得注意的是 $\gamma_i$ 的分布需涵蓋我們所要對應的BLER區間，其分布最好隨機，一般的作法是適當的改變所加入雜訊的大小。

(2.10)式中的誤差是以BLER來計算，我們也可用ESNR來計算。假設在第 $i$ 個通道實現下，子通道的SNR為 $\gamma_i$ ，模擬的BLER為 $p_i$ ，經 $\beta$ 對應的ESNR為 $\Gamma_{i,eff}(\beta, \gamma_i)$ ，另在AWGN通道下相同的BLER所對應的SNR為 $\Gamma_{AWGN}(p_i)$ ， $\beta$ 值的校正表示式可表示如下：

另一成本函數是最大誤差，可以實現所有曲線向AWGN通道曲線的逼近：

$$\beta_{opt} = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^N \left[ \Gamma_{i,eff}(\beta, \gamma_i) - \Gamma_{AWGN}(p_i) \right]^2 \quad (2.11)$$

上式中 $N$ 是參與校正的不同通道實現的數目，且ESNR是取分貝(dB)。跟(2.10)一樣， $\gamma_i$ 的分布需涵蓋我們所要對應的BLER區間，其分布最好隨機。

EESM在較低的SNR下會有比較低的靈敏度，也就是說大部分的BLER會被壓縮到一個小的範圍(接近1)，在很高的SNR範圍模擬的BLER的變化較大，校正後的誤差也較大，值得慶幸的是在實際應用上SNR無需涵蓋很大的範圍，對任一MCS而言，所要求的BLER不會有一個大的範圍。以802.16為例， $\beta$ 值校正的BLER範圍大約為 $2 \cdot 10^{-1}$ 至 $2 \cdot 10^{-3}$ ，另外以LTE為例，每一個通道質量指標(Channel Quality Indicator；CQI)也有規定必須BLER低於10%才可以使用。因此，在EESM的模擬中，我們將 $\beta$ 值的校正範圍設在BLER的 $10^{-0.2}$ 至 $10^{-2}$ 之間。

### 2.2.2 $\beta$ 值校正流程

每種調變編碼方式(MCS)下的 $\beta$ 值都需要經過模擬得到。流程如下：

1. 在給定的調變編碼(MCS)下，通過模擬得到AWGN通道下隨SNR變動的BLER參考曲線。
2. 依據頻率選擇性通道模型(如：ITU pedA, pedB, vehA, vehB)隨機產生多個即時通道實現，在每一個通道實現下，以某一個參數的變化(如雜訊的大小)模擬得到一條BLER曲線。
3. 最後，依據上述 $\beta$ 值的校正方法，計算出最佳的 $\beta$ 值。

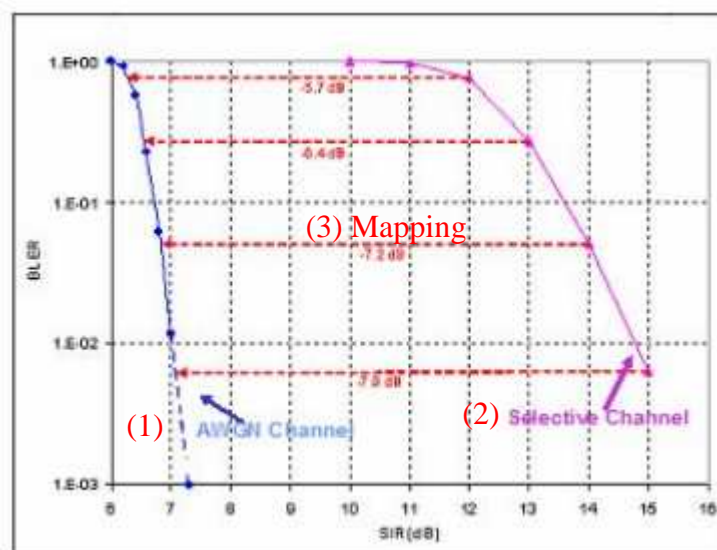


圖2-2 在通道模型下的 $\beta$ 值校正 [3]

圖2-2為 $\beta$ 值校正的一個範例。由文獻[4]的資料中顯示，在QPSK調變方式下，EESM能夠有精準的估計OFDM系統性能。在16QAM或64QAM等較高階的調變下，EESM的精準度會略有下降，這個問題可以使用更複雜的模型來修正，我們可以使用兩個 $\beta$ 值的校正，來增加EESM的精準度，數學表示式如下：

$$\gamma_{eff} = \text{EESM}(\gamma, \beta_1, \beta_2) = -\beta_1 \ln \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{\frac{-\beta_2 \gamma_i}{\beta_1}} \quad (2.12)$$

上式中 $N$ 是參與校正的不同通道實現的數目， $\gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N]$ 是每個子載波的SNR。

### 2.3 等效訊雜比方法 (Effective SNR method)

為了能夠有效使用EESM，首先要先計算待校OFDM系統的SNR值。在SISO-OFDM傳送中，SNR的計算很直覺，亦即接收到訊號的功率除以加上的雜訊，因此無需額外的複雜度。在波束成形(beamforming)和天線虛擬化(antenna virtualization)中也可以使用這種做法，因為在接收端可等效視為SISO系統。而在Alamouti的空時區塊碼(Space Time Coding; STC)中，則需要使用另一個不同的方法來計算。接下來將詳細的介紹各種系統的SNR計算。

#### 2.3.1 SISO

在SISO傳送中，每一個子載波的SNR可以簡單的表示為



$$SNR = \frac{\|H\|^2}{\sigma_0^2} \quad (2.13)$$

這裡的 $H$ 為子通道的響應， $\sigma_0^2$ 為雜訊的變異數，並假設傳送訊號的功率規化成1。

### 2.3.2 SIMO

對於單一輸出/多輸入(Single Input Multiple Output : SIMO)的系統，其SNR的計算跟SISO系統類似，以一個1x2的系統為例，接收端的訊號可表示為

$$y = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

其中， $s$ 表示傳送訊號， $\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$ 表示雜訊。假設接收端使用的是最佳線性接收機，響應為

$$G = \begin{bmatrix} h_1^* & h_2^* \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

則經接收機處理之後的訊號可表示為  $z=Gy$ ：

$$z = \|H\|_F^2 s + G \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$\|\cdot\|^2$  表示Forbenius norm，其定義為

$$\|x\|_F \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M |x_{ij}|^2} \quad (2.17)$$

因此SNR就可表示為

$$SNR = \frac{\|H\|_F^2}{\sigma_0^2} \quad (2.18)$$

其中， $\sigma_0^2$  為雜訊的變異數。

### 2.3.3 Alamouti空時編碼

Alamouti的空時碼可以完全的利用空間所提供的多樣性，以一個2x1 空時編碼為例其訊號係分兩個時間從兩個天線傳送出去等效的編碼矩陣可以用下式表示：

$$X = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

令通道在兩個傳送時間為不變且可表示為

$$H = [h_1 \quad h_2] \quad (2.20)$$

則接收端兩次所收到的訊號向可用一向量表示為

$$y = HX + v + n \quad (2.21)$$

其中， $v$ 表示干擾訊號， $n$ 為雜訊，上式可改寫成一等效的MIMO通道輸出型式：

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \sum_j \begin{bmatrix} v_{1,j} \\ v_{2,j}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

這裡的 $v_{i,j}$ 表示接收端天線 $i$ 從基地台 $j$ 收到的干擾。相對應的接收器為

$$\hat{H}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} h_1^* & h_2 \\ h_2^* & -h_1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

接收訊號可先經一匹配(matching) (2.23)的處理而得到 $z = \hat{H}_{2 \times 1} \cdot y$ 則

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2^* \end{bmatrix} = \|H\|_F^2 \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \sum_j \begin{bmatrix} t_{1,j} \\ t_{2,j}^* \end{bmatrix} + \hat{H}_{2 \times 1} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2^* \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

其中，接收到的干擾訊號為

$$\begin{bmatrix} t_{1,j} \\ t_{2,j}^* \end{bmatrix} = \hat{H}_{2 \times 1} \begin{bmatrix} v_{1,j} \\ v_{2,j}^* \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

根據上述的關係式，我們可計算等效的SINR為

$$SINR_{eff,1} = \frac{\|H\|_F^4}{\sum_j \|t_{1,j}\|^2 + \|H\|_F^2 \sigma_0^2} \quad (2.26)$$

$$SINR_{eff,2} = \frac{\|H\|_F^4}{\sum_j \|t_{2,j}\|^2 + \|H\|_F^2 \sigma_0^2} \quad (2.27)$$

其中， $\sigma_0^2$  為雜訊的變異數。

在沒有干擾的情況下，我們可以得到一個類似SIMO的結果：

$$SINR_{eff,i} = \frac{\|H\|_F^2}{\sigma_0^2} \quad (2.28)$$

類似的推導可以適用於其他不同維度的Alamouti編碼，結果會有一樣的表示式，差別只在不同的等效的接收矩陣 $\hat{H}_{ixj}$ 。



### 第三章 MIMO的EESM計算

MIMO 系統是一種使用多天線的無線通訊系統，能利用發射端的多個天線各自獨立發送訊號，同時在接收端也使用多個天線接收並恢復原資訊。由於 MIMO 可以在不需要增加頻寬或總發射功率損耗未增加的情況下大幅地增加系統的資料吞吐量 (throughput) 或傳送距離，使得此技術於近幾年受到許多矚目。MIMO 科技與平坦衰落通道 (flat fading channels) 兼用時最佳，因為可以降低接收端通道等化器之複雜度及維持接收端的低功率耗損，也因此 MIMO 多半與 OFDM 結合為複合技術。

MIMO 通訊技術包括以下的應用：

- 空間多工 (spatial multiplexing ; SM)：工作在 MIMO 天線配置下，能夠在不增加頻寬的條件下，比 SISO 系統能倍數的提升資訊傳輸速率，從而提高了頻譜的利用率。在發射端，高速率的數據流被分割為多個較低速率的子數據流，不同的子數據流在不同的發射天線上在相同頻段上發射出去。如果發射端與接收端的天線陣列之間構成的通道矩陣有足夠的維度，即能夠使得在不同發射天線上傳送的訊號之間能夠相互區別，因此接收機能夠區分出這些並行的子數據流，而不需付出額外的頻率或者時間資源。空間多工技術在高雜訊比條件下能大幅的提高通道容量。
- 空間多樣 (spatial diversity ; SD)：利用發射或接收端的多根天線所提供的多重傳輸途徑發送相同的資料，以增強資料的傳輸品質。
- 波束成型 (beamforming)：藉由多根天線產生一個具有指向性的波束，將能量集中在欲傳輸的方向，增加訊號品質，並減少與其他用戶間的干擾。

以上 MIMO 的應用並非相斥，而是可以相互配合應用的，如一個 MIMO 系統可以包含 SM 和 SD 的應用。其中 SM 已經為 IEEE 802.16 及 LTE 的採用標準之一。接下來本章將以 MIMO 的 SM 技術及以最大相似 (Maximum Likelihood ; ML) 為接收偵測準則的基礎，來探討在 MIMO-OFDM 系統中，如何與做 EESM，我們也提出一個以 QR 分解為基礎

的方法應用在 EESM 上。

## 3.1 MIMO 系統

### 3.1.1 系統模型

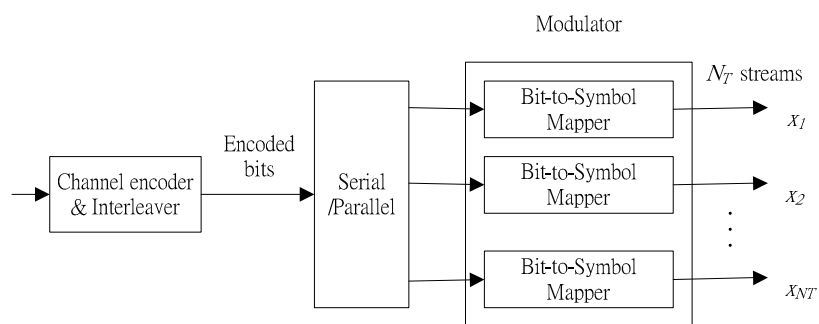
考慮一 MIMO 系統有  $N_t$  根傳輸天線以及  $N_r$  根接收天線。假設通道效應為平坦衰減(flat fading)，雜訊為 AWGN，則其輸入與輸出訊號之關係可表示如下：

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad \mathbf{y} \in C^{N_r}, \mathbf{H} \in C^{N_r \times N_t}, \mathbf{x} \in X^{N_t}, \mathbf{n} \in C^{N_r} \quad (3.1)$$

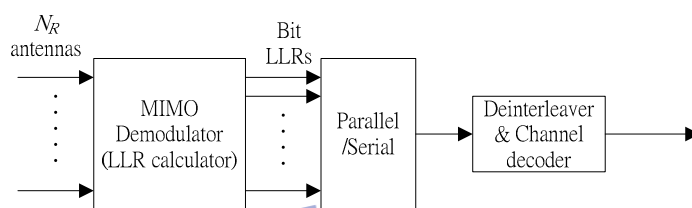
(3.1)中  $C$  表示複數空間； $X$  為此系統所使用之調變(modulation)之符元空間。 $\mathbf{x}$  為  $(N_t \times 1)$  的傳送訊號向量， $\mathbf{x} = [x_1 \cdots x_{N_t}]^T$ ，其對應星座點可為 QPSK、16QAM 等  $2^M$  可能之符元，( $M \geq 1$ )，向量  $\mathbf{x}$  中每個元素各自代表傳送天線所送出彼此間不具相關性的符元訊號； $\mathbf{y}$  為  $(N_r \times 1)$  的接收訊號向量， $\mathbf{y} = [y_1 \cdots y_{N_r}]^T$ ， $\mathbf{y}$  向量中每個元素各自代表接收天線所收到的符元訊號； $\mathbf{n}$  為  $(N_r \times 1)$  的可加性白高斯雜訊向量； $\mathbf{H}$  為  $(N_r \times N_t)$  複數通道矩陣(channel matrix)，如(3.2)：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,N_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & \cdots & h_{N_r,N_t} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

其中  $h_{n,m}$  代表第  $n$  根接收天線與第  $m$  根傳送天線間的通道響應，我們假設通道為平坦衰減，由此模型可知任一接收訊號皆為所有傳輸符元訊號的線性組合。一個廣泛使用在無線系統的架構上為 BICM(Bit-interleaved coded modulation：BICM)[5]，圖 3-1 顯示一個使用 MIMO 的 BICM 系統，也是我們後面考慮的系統。



(a)傳送端



(b)接收端

圖3-1 Spatial multiplexing MIMO BICM system

### 3.1.2 最大相似準則(Maximum Likelihood Criterion)

在接收器，其反向的操作如圖 3-1(b)所示，最關鍵的操作是在於使用 MIMO 偵測器來偵測傳送端產生的硬性或軟性符元，以提供解碼器(decoder)資訊來解碼資料。因為非線性的最大相似 (maximum likelihood ; ML) 接收器雖然計算複雜度會隨著傳送端天線數量增加而增加其運算複雜度，但其效能會比線性的解碼器來的好，所以有很多實際的案例會以 ML 偵測器的低複雜度近似法，特別是「球面解碼器」(Sphere Decoder) 來達成 ML 偵測器的效能表現。

最大相似 (maximum likelihood ; ML)接收器是在假設已知通道矩陣的情況下，找到一傳輸向量  $\mathbf{x}$  讓  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  與接收向量  $\mathbf{y}$  之間有最小距離或是平方錯誤(squared error)。理論上，最大相似接收器需要搜尋(exhaust search)所有可能的向量  $\mathbf{x}$  以找尋具有最小距離之解。

(3.3)為其數學的表示式：

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in X^{N_t}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (3.3)$$

上式中  $X^{N_t}$  是  $2^M$  個星座點所代表的柵格(lattice)，由上式中可知最大相似接收器的運算複雜度和天線數及調變方式成指數成長，以  $N_t \times N_r$  的 MIMO 系統和  $2^M$ -QAM 的系統為例，其所有可能解之總數為  $2^{N_t M}$ ，因此如何運用有限資源完成解碼動作，並能達到近似最佳接收器的錯誤率表現，便是 MIMO 系統解碼一重要的問題。

### 3.1.3 最大化事後機率位元偵測(MAP Bit Detection)

除了上述的硬性判決 ML 解調器外，另外可以使用軟性判決 ML 解調器來計算每一個串流(stream)的每一個位元的對數相似比值(log likelihood ratio, LLR)。

假設  $N_t \times N_r$  之 MIMO 複數通道矩陣  $\mathbf{H}$  內的每個元素(element)之實部與虛部均為高斯變數且變異數  $1/2$ ；且雜訊向量  $\mathbf{n}$  內的每個元素的實部及虛部均以 0 為平均值，以  $N_0/2$  為變異數  $\sigma_0^2$  的獨立變數，當傳送向量為  $\mathbf{x}$ ，接收向量為  $\mathbf{y}$  時，其條件機率可表示如下：

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{x} = \text{map}(\mathbf{s})) = \frac{1}{(\pi N_0)^N} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2\right) \quad (3.4)$$

其中  $\mathbf{x} = [x_1 \cdots x_{N_t}]^T$ ， $x_m = \text{map}(\mathbf{s}^m)$ ， $m = 1, \dots, M$  (gray mapping)， $\mathbf{s}^m$  為  $M \times 1$  向量， $M$  為一個符元所含的位元數。

最大化事後機率就是要使得事後機率(a posteriori probability, APP)為最大，通常此事後機率值(APP)是以對數相似比值(log likelihood ratio, LLR)來表示，定義如下：



$$L(b_{s,n}) = \log \left( P\{\mathbf{y} | b_{s,n} = 1\} / P\{\mathbf{y} | b_{s,n} = 0\} \right) \quad (3.5)$$

(3.5)式中的 LLR 可以重新表示為

$$L(b_{s,n}) = \log \left( \sum_{x_1 \in X, \dots, x_s \in X_n^{(1)}, \dots, x_{N_t} \in X} \exp \left( -\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 / \sigma_0^2 \right) \right) - \log \left( \sum_{x_1 \in X, \dots, x_s \in X_n^{(0)}, \dots, x_{N_t} \in X} \exp \left( -\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 / \sigma_0^2 \right) \right) \quad (3.6)$$

其中， $X_n^b$  表示第 n 個位元為 b 位元值的傳送符元集合， $\sigma_0^2$  為雜訊的變異數。

### 3.1.4 最大對數取值近似之最大化事後機率法則(MAP-Log-MAP)

上一小節介紹的最大化事後機率法則(MAP)雖然可以達到理論上的最佳解碼效果，但其解碼複雜度和傳送向量  $\mathbf{x}$  中所載的位元數一樣成指數成長的關係，因此我們採用最大對數取值近似之最大化事後機率法則(MAX-Log-MAP)來簡化運算，則(3.6)可表示如下：

$$L(b_{s,n}) \approx \frac{1}{\sigma_0^2} \left( \min_{x_1 \in X, \dots, x_s \in X_n^{(1)}, \dots, x_{N_t} \in X} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 - \min_{x_1 \in X, \dots, x_s \in X_n^{(0)}, \dots, x_{N_t} \in X} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \right) \quad (3.7)$$

換言之，在計算傳送向量  $\mathbf{x}$  中的每個位元  $b_{s,n}$  的軟性解調輸出值時，即等效於尋找(3.7)該兩項各自的最小值後，再將其相減即可。 $L(b_{s,n})$  表示了該位元解碼結果的可信度，如果  $L(b_{s,n})$  的值為很大的正值或負值時，代表  $b$  為 0 或 1 的可信度很高，反之，若  $L(b_{s,n})$  的值在 0 附近徘徊時，代表為 0 或 1 的機率相近，解碼結果可信度較低，軟性解調輸出值可輸入反交錯器後再輸入通道解碼器做軟式的解碼。

### 3.2 2x2 ML 接收器的 ESNR 計算

文獻[6]中提出一個方法能夠在使用 ML 為接收器的 2x2 MIMO 系統中計算接收端每一根接收天線的每一個次載波的 SNR 值，並將此 SNR 值運用在上一章討論的 EESM 中，在此我們先敘述一下其作法。圖 3-2 表示一使用 ML 接收器之 2x2 SM-MIMO 系統。

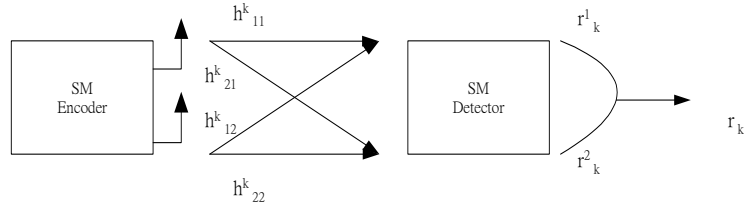


圖3-2 link error prediction of 2x2 SM ML receiver based on EESM

在此系統中，接收端的每一個子載波的 SNR 可以用以下式子表示

$$\gamma_k^1 = \frac{\sigma_0^2 H_{1k}^2 + |\det(\mathbf{H}_k)|^2}{\sigma_0^2 (\sigma_0^2 + H_{2k}^2)}$$

$$\gamma_k^2 = \frac{\sigma_0^2 H_{2k}^2 + |\det(\mathbf{H}_k)|^2}{\sigma_0^2 (\sigma_0^2 + H_{1k}^2)} \quad (3.8)$$

其中

$$\begin{cases} H_{1k}^2 = |h_{11}^k|^2 + |h_{21}^k|^2 \\ H_{2k}^2 = |h_{12}^k|^2 + |h_{22}^k|^2 \\ \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} h_{11}^k & h_{12}^k \\ h_{21}^k & h_{22}^k \end{bmatrix} \end{cases}$$

$\gamma_k^1$  和  $\gamma_k^2$  可以互相結合計算出平均的事後 SNR 值  $\gamma_k$ ，表示式如

$$\frac{\gamma_k}{\gamma_k + 1} = \left( \frac{\gamma_k^1}{\gamma_k^1 + 1} + \frac{\gamma_k^2}{\gamma_k^2 + 1} \right) / 2 \quad (3.9)$$

利用(3.8)和(3.9)，可以直接算出使用 MMSE 接收器的事後 SNR 值  $\gamma_k$ ，並由(2.9)式可獲得有效的 SNR 公式

$$SINR_{eff\_MMSE} = -\beta_{MMSE} \ln \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e^{-\frac{\gamma_k}{\beta_{MMSE}}} \right) \quad (3.10)$$

以上所提的 ESNR 的計算法是藉於 MMSE 偵測法算出事後 SNR，將此 SNR 當做 BLER 的等效參數，再應用到 EESM。此作法理論上應只能應用在 MMSE 的接收機，但文獻[6]將此法也應用到 ML 接收機，雖然 ML 偵測器的 BLER 和 MMSE 事後 SNR 有定性的正相關，但真正的定量關係可能無法由(3.10)來描述，因此使用文獻[6]的  $\beta$  校正法無法保證使用 ML 接收機時可以得到最佳的結果。

### 3.3 所提的 QR-based BER 估計

上一節中討論在使用 ML 接收器 2x2 MIMO SM 系統中，文獻[6]如何在接收端計算每個子載波 SNR 值，因而可以利用 EESM 的公式計算出有效的 SNR 值並校準  $\beta$  值，如前所述此法可能不是最佳，我們將提出一個以 QR 分解為基礎的 EESM 演算法，此法的效能可以接近最佳，在此之前我們先定義一個名詞自由距離(free distance)如下：

$$d_{free} = \min_{x_i, x_j \in X^M, x_i \neq x_j} \left\| \mathbf{H}(x_i - x_j) \right\|^2 \quad (3.11)$$

其中， $(x_i - x_j)$  代表兩個可能傳送向量的向量差。

利用文獻[7]定義的符元向量錯誤率來作為推導的基礎，如下

$$P_e = \sum_{k=1}^K \frac{1}{K} \sum_{\mathbf{b}(k)}^B P(\mathbf{b}(k)) \sum_{\mathbf{c}(k) \neq \mathbf{b}(k)}^{B-1} P(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k) | \mathbf{H}(k)) \quad (3.12)$$

其中  $k$  代表子載波的指標， $K$  是全部子載波的數目， $B$  是可能的符元向量個數， $\mathbf{H}(k)$  為子載波  $k$  的通道頻率響應， $P(\mathbf{b}(k))$  為發生的  $\mathbf{b}(k)$  機率。我們假設每個子載波的符元向量錯誤率是統計獨立的且每個符元向量出現的機率都是相等的，同時再根據文獻[7]利用 Chernoff bound 可得

$$P(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k) | \mathbf{H}(k)) \leq \exp(-\gamma(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k))) \quad (3.13)$$

其中  $-\gamma(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k)) = \frac{\Phi}{4\sigma_0^2}$ ， $\Phi = \mathbf{H}(k) [\mathbf{b}(k) - \mathbf{c}(k)]^2$ ， $\sigma_0^2$  為雜訊的變異數。因此，可

將(3.12)式再簡化成

$$\begin{aligned}
P_e &= \sum_{k=1}^K \frac{P(\mathbf{b}(k))}{K} \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^B \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^{B-1} P(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k) | \mathbf{H}(k)) \\
&\leq \sum_{k=1}^K \frac{P(\mathbf{b}(k))}{K} \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^B \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^{B-1} \exp(-\gamma(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k))) \\
&\leq \sum_{k=1}^K \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^B \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^{B-1} \exp(-\gamma(\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k))) \\
&\leq \sum_{k=1}^K \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^B \sum_{\mathbf{b}(k)\mathbf{c}(k)\neq\mathbf{b}(k)}^{B-1} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{H}(k)[\mathbf{b}(k) \rightarrow \mathbf{c}(k)]\|^2}{4\sigma_0^2}\right)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

最後，符元向量錯誤率可簡化成

$$P_e \geq S \times \exp\left\{-\frac{d_{free}}{4\sigma_0^2}\right\}, S = K \times B \times (B-1) \tag{3.15}$$

要計算自由距離需很大的運算量，以下討論通道矩陣之奇異值分解(singular-value decomposition ; SVD)和 QR 分解(QR decomposition ; QRD)，利用這些分解我們可以用很低的複雜度來估計自由距離。

### 3.3.1 奇異值分解的方法(singular value decomposition ; SVD)

假設  $\mathbf{H}$  為 MIMO 系統的通道矩陣，透過 SVD 可得到  $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*$  (\*表示 Hermitian transpose),  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  為  $N_r \times N_r$  和  $M \times M$  的單元矩陣(unitary matrix),  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$  為  $N_r \times M$  的對角矩陣， $\mathbf{\Lambda}$  對角線上的  $\lambda_M$  表示通道矩陣奇異值。我們將討論自由距離與通道矩陣  $\mathbf{H}$  的最小奇異值的關係。由 free distance 的定義，先定義  $x_i$  為星座圖上任一符元與  $X_i$  表示符元的集合的最小距離為

$$d_{\min}(X_i) = \min_{x_i, x_j \in X_i, x_i \neq x_j} \|x_i - x_j\|^2 \quad (3.16)$$

然後定義符元向量星座圖  $X^M$  的最小距離為

$$d_{\min}(X^M) = \min_{x, x' \in X^M, x \neq x'} \|x - x'\|^2 \quad (3.17)$$

在 SM-MIMO 系統中， $X_i$  通常是沒有相關性。由文獻[9]中可以得到

$$d_{\min}(X^M) = \min\{d_{\min}(X_1), d_{\min}(X_2), \dots, d_{\min}(X_M)\} \quad (3.18)$$

由(3.18)， $d_{\min}(X^M)$  根據 QAM 星座圖計算可得  $d_{\min}(X^M) = d_{\min}(X_1) = d_{\min}(X_2) = \dots = d_{\min}(X_M)$ 。根據參考文獻[8]，利用 Rayleigh-Ritz 理論，可以推導出基於 SVD 的自由距離下限為

$$d_{free} \geq \lambda_M^2 d_{\min}(X^M) \quad (3.19)$$

其中  $M$  表示資料流的總層數， $\lambda_M$  是對應通道矩陣  $H$  的最小奇異值。由於  $M$  的大小不會影響最小距離的計算，所以並不會改變自由距離的值。(3.19)式的下限值指出自由距離可以被  $\lambda_M$  和  $d_{\min}(X^M)$  所計算得到。由上面推導可知，對於每個通道矩陣  $H$  的  $d_{\min}(X^M)$  都是相同的，因此，可以很容易地直接忽略此項。唯一需要計算的則是每個通道矩陣  $H$  的最小奇異值  $\lambda_M$ 。基於 SVD 的方法，我們可以很容易的估計自由距離，但是 SVD 的方法有一個主要的問題是它的下限值可能會不夠緊。一個解決這個問題方法是根據文獻[1]所提出一個基於 QRD 的方法來找出自由距離的下限值。本論文就是利用基於 QRD

的方法來提出一個新的 EESM 演算法。

### 3.3.2 QR分解的方法(QR decomposition ; QRD)

MIMO 通道矩陣  $\mathbf{H}$  在執行 QR 分解後，可得到  $\mathbf{H}=\mathbf{QR}$ ，其中， $\mathbf{Q}$  是一個  $N_r \times M$  的正交矩陣(column-wise orthonormal matrix)， $\mathbf{R}$  是一個  $M \times M$  包含對角元素為正實數的上三角矩陣(upper-triangle matrix)。

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & \dots & R_{1,M} \\ 0 & R_{2,2} & \dots & R_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R_{M,M} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

根據文獻[1]，利用 QRD 的方法可以推導出自由距離的下限值如下

假設兩個傳送訊號向量為  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T$ ， $\mathbf{x}' = [x'_1, x'_2, \dots, x'_M]^T$ ，且  $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}'$ ，則

$$\|\mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\|^2 = \sum_{i=1}^M \left| \sum_{j=i}^M R_{i,j} \cdot (x_j - x'_j) \right|^2 \quad (3.21)$$

設  $k$  為整數，且當  $i > k$  時， $x_i = x'_i$ ，但是  $x_k \neq x'_k$ ，從(3.21)利用  $\mathbf{R}$  的上三角特性可得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\|^2 &= \sum_{i=1}^k \left| \sum_{j=i}^k R_{i,j} \cdot (x_j - x'_j) \right|^2 \\ &\geq [\mathbf{R}]_k^2 |x_k - x'_k|^2 \\ &\geq [\mathbf{R}]_k^2 \cdot d_{\min}(X^M) \end{aligned} \quad (3.22)$$

將(3.22)式的兩邊最小化，可整理成

$$\begin{aligned} d_{free} &\geq \left[ \min_{1 \leq k \leq M} [\mathbf{R}]_k^2 \right] \cdot d_{\min}(X^M) \\ &= [\mathbf{R}]_{\min}^2 \cdot d_{\min}(X^M) \end{aligned} \quad (3.23)$$

其中， $[\mathbf{R}]_{\min}^2$  表示矩陣  $\mathbf{R}$  對角線上的最小值元素。因此，可得在 QRD 中自由距離的下限值。由 SVD 的結果(3.19)與 QRD 的結果(3.23)，根據參考文獻[9]，可得兩者的關係為

$$\prod_{k=1}^l \lambda_k^2 \geq \prod_{k=1}^l r_k^2, l = 1, 2, \dots, M \quad (3.24)$$

其中， $\lambda_k$  是  $\mathbf{H}$  的奇異值， $r_k$  為  $\mathbf{R}$  的對角線上元素。當  $l=M$ ，則上式等式成立。由上式可以知， $\lambda_M^2 \leq r_M^2$ ，這裡  $r_M = [\mathbf{R}]_{\min}$ 。最後得證  $\lambda_M \leq [\mathbf{R}]_{\min}$ 。由證明可知，QR 分解法得到的下限比 SVD 法還緊。

令  $[\mathbf{R}]_{\min,k}$  為第  $k$  個子載波通道矩陣經 QR 分解後之 R 矩陣對角線最小值，利用(3.23)，(3.15)式，我們可以近似一子載波的錯誤率為：

$$P_e \geq S \times \exp \left\{ - \frac{[\mathbf{R}]_{\min,k}^2 \cdot d_{\min}(X^M)}{4\sigma_0^2} \right\}, S = K \times B \times (B-1) \quad (3.25)$$

我們因此可用(3.23)來計算 MIMO-OFDM 系統之 EESM。



### 3.4 提議的方法 (Proposed method)

在上一節中我們已經證明 QR 分解中的  $[\mathbf{R}]_{min}$  值會大於 SVD 中的  $\lambda_M$ ，所以 QR 分解自由距離的下限值會比 SVD 的自由距離下限緊，而且由(3.25)可知，(2.9)的 EESM 計算法中的定量法則可以被滿足，這跟文獻[6]的方法有所不同。因此，在 MIMO 系統的 EESM 中，我們考慮將 QR 分解中的  $[\mathbf{R}]_{min}$  值來取代接收端的事後 SNR 的計算。

以圖 3-2 的 MIMO 系統為例，傳統的方法要先利用(3.8)和(3.9)式計算出事後 SNR 值  $\gamma_k$ ，再用(3.10)計算有效的 SNR 值並依上述的  $\beta$  值校正方法來算出最佳的  $\beta$  值，完成 EESM。現在，我們提議可先將 N 個子載波中第  $k$  個子載波的 2x2 MIMO 通道矩陣做 QR 分解，並從 R 上三角矩陣對角元素中，取出最小的  $[\mathbf{R}]_{min,k}$  值，而在接收端的子載波  $k$  的事後 SNR 值  $\gamma_k$ ，則可以以下列表示式來取代

$$\gamma_k = \frac{\alpha \cdot |[\mathbf{R}]_{min,k}|^2}{\sigma_0^2} \quad (3.26)$$

其中， $\alpha$  是比率因子， $\sigma_0^2$  是雜訊的變異數。之後，再利用(3.10)和依上述的  $\beta$  值校正方法來算出最佳的  $\beta$  值，完成 EESM。

在(3.26)式中加入  $\alpha$  的比率因子，是因為在不同 MIMO 通道矩陣中， $[\mathbf{R}]_{min,k}$  值有可能會太小導致 EESM 後的 BLER 效能曲線無法準確的對應到在 AWGN 的參考校能曲線上，事實上這也是補償(3.25)中未被考慮的常數項係數。加入  $\alpha$  的比率因子後的 EESM 演算法，類似於(2.13)式，使用兩個  $\beta$  值來做 EESM，可預期其映射後的準確度會比使用單一個變數還要好。

## 第四章 模擬結果

### 4.1 模擬系統模型

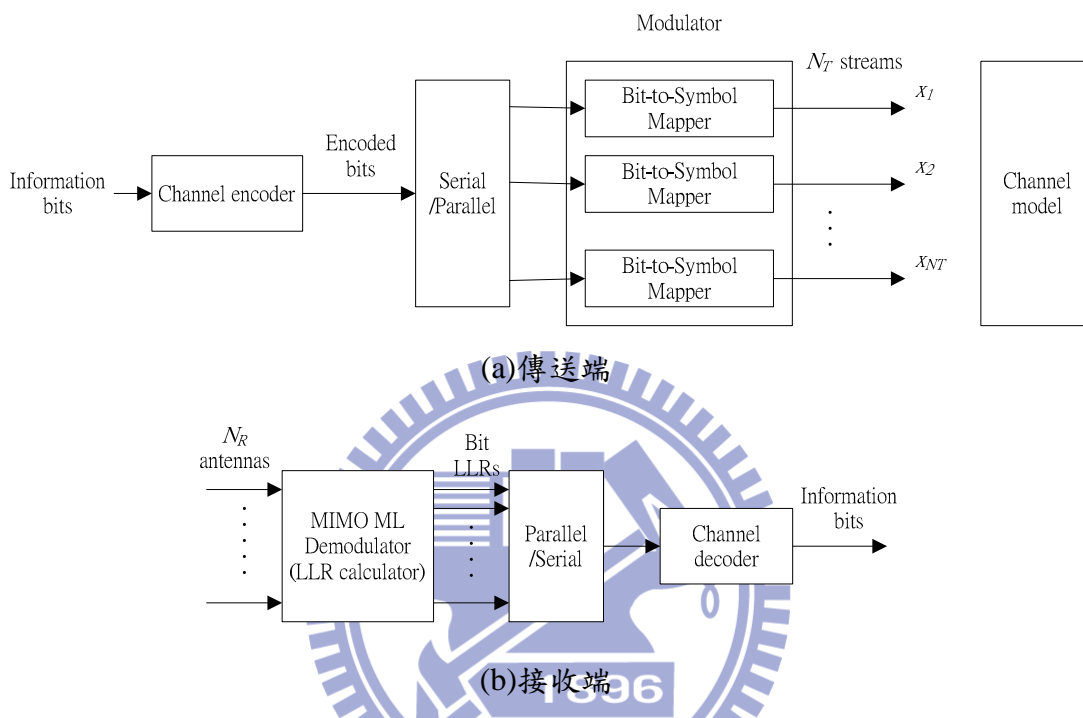


圖4-1 Spatial multiplexing MIMO model

上圖為本篇論文的模擬系統架構，通道邊碼的部分我們使用的(2,1,7)之迴旋碼，此碼為IEEE 802.16e-2005規格中的其中一種編碼方式。其碼字生成多項式(code generator polynomial)為：

$$g^{(1)}(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^6$$

$$g^{(2)}(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^5 + x^6$$

此碼之記憶級數(memory order)為6，亦即 $m=6$  碼率(code rate)為1/2，亦即 $R=1/2$ ，如圖4-2所示。在接收端的解碼器部分，我們使用Matlab內建的Viterbi解碼器。

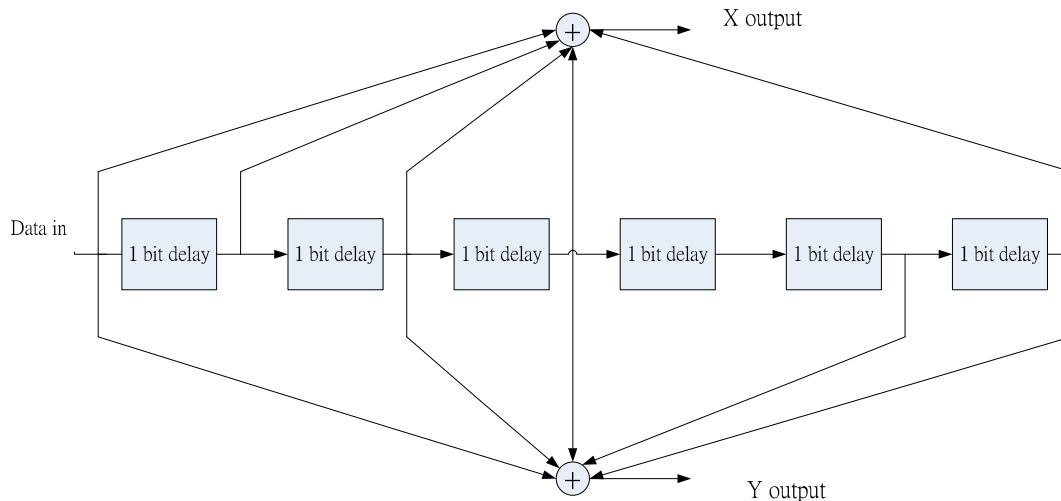


圖4-2：(2,1,7)二位元迴旋碼編碼器

在通道模型方面，如表4-1所示，使用的是國際電信聯盟(International Telecommunication Union；ITU)推薦使用的徒步通道A和B(可表示為Ped A 和Ped B)[10]，在模擬中，我們沒有考慮延遲的問題，每根Tap都是連續的。圖4-3和4-4分別為Ped B在時域及頻域的一個範例響應。

Tap	Channel A		Channel B	
	Relative Delay(ns)	Average Power(dB)	Relative Delay(ns)	Average Power(dB)
1	0	0	0	0
2	110	-9.7	200	-0.9
3	190	-19.2	800	-4.9
4	410	-22.8	1200	-8
5	-	-	2300	-7.8
6	-	-	3700	-23.9

表 4-1 Ped A 和 Ped B 通道模型的延遲時間和功率

在 OFDM 參數中，如表 4-2 所示，則是基於 IEEE802.16e-2005[11]的標準，使用 FFT 大小為 128。

參數	IEEE802.16e-2005			
	128	512	1024	2048
FFT 大小	128	512	1024	2048
使用數據子載波的數量	72	360	720	1440
前導子載波數量	12	60	120	240
空/保護頻帶子載波數量	44	92	184	368

表 4-2 OFDM 參數

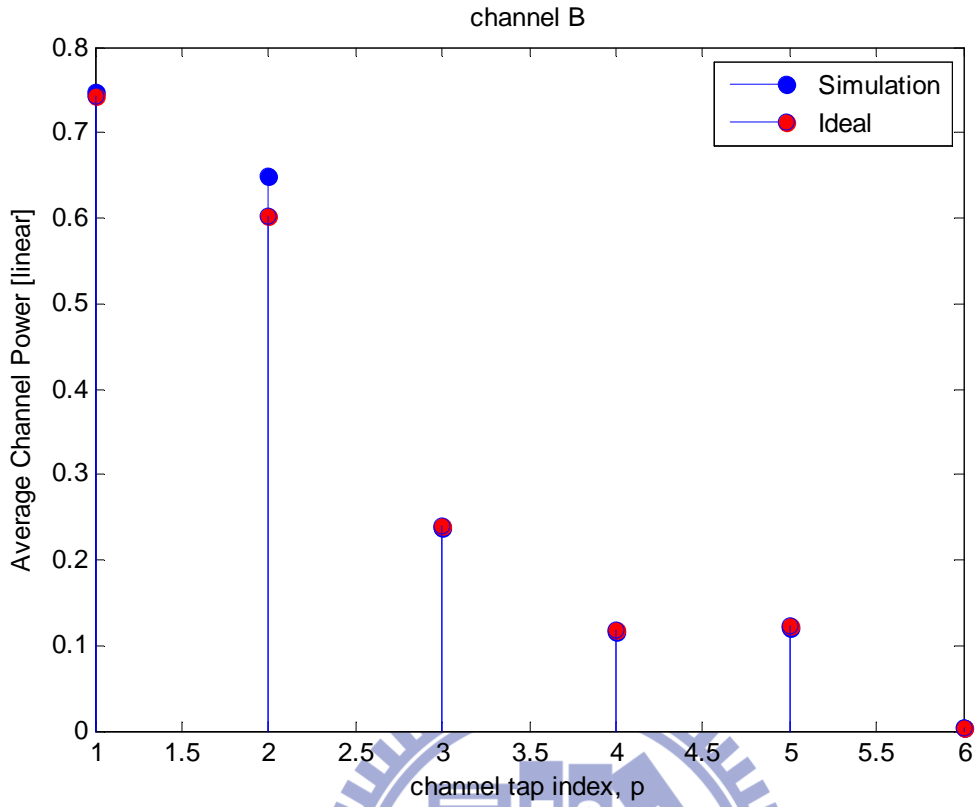


圖4-3 時域上的channel B

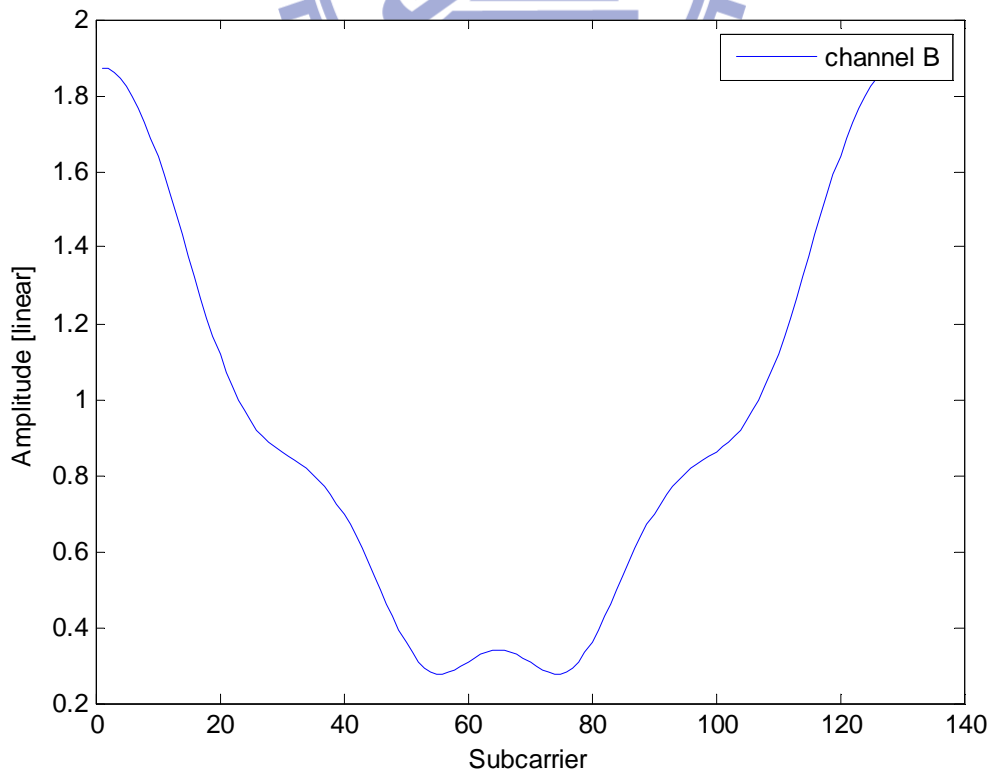


圖4-4 頻域上的Channel B

## 4.2 SISO系統下的結果

圖 4-5 和圖 4-6 分別是使用調變編碼方式為 QPSK 和 16QAM 迴旋碼碼率 1/2，經過通道 channel B 後校正的結果。每個子載波的 SNR 是根據傳統的 SNR 計算方法(2.14)式而得到，再經由(2.9)式計算 ESNR 和(2.11)式 $\beta$ 值的校正方法來完成 EESM。結果顯示在我們校正的範圍內(BLER 介於 0.6~0.01)，校正完後的曲線與 AWGN 的參考曲線幾乎重疊在一起。

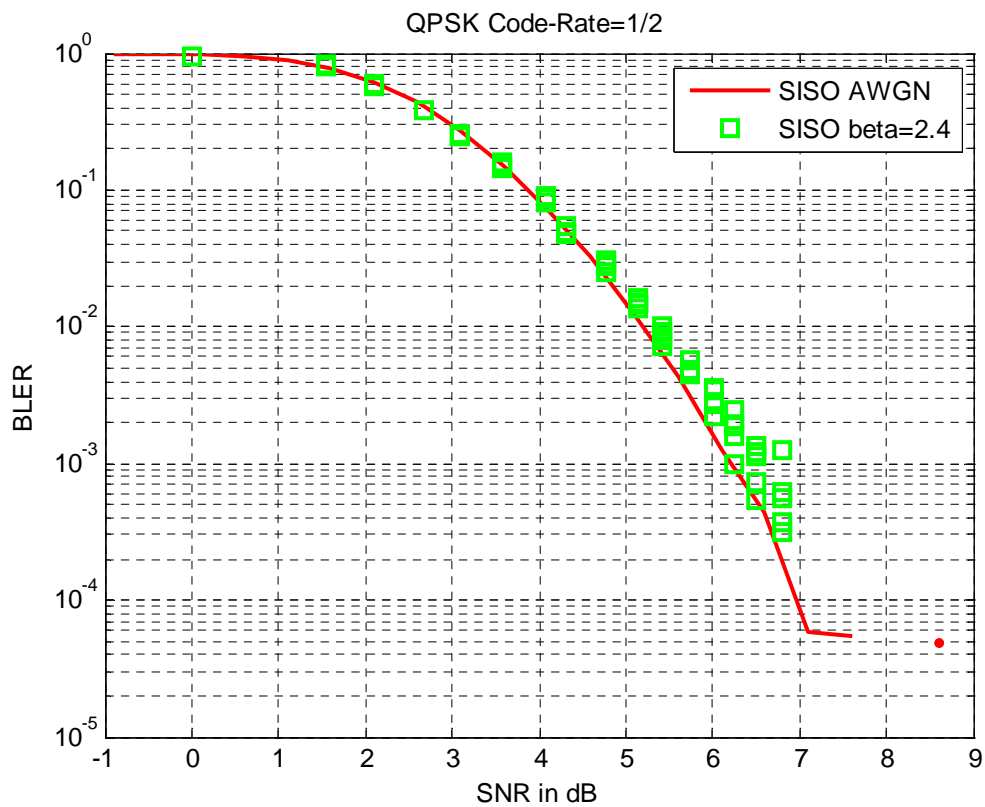


圖4-5 channel B，QPSK CC=1/2的校正， $\beta = 2.4$

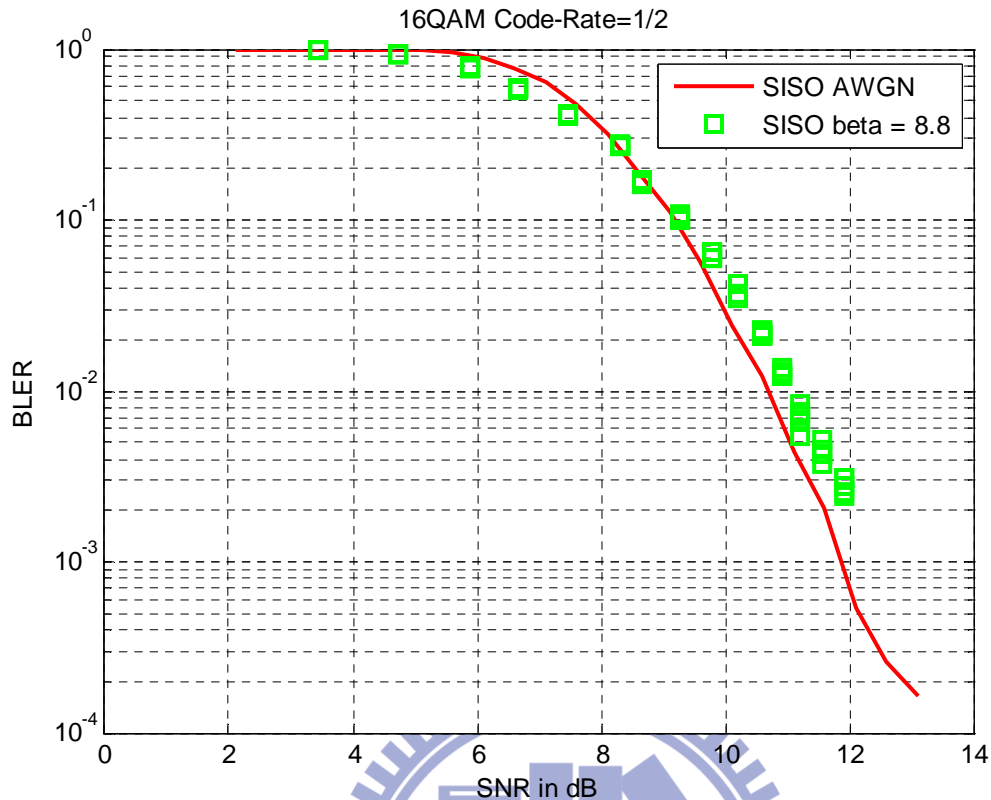


圖4-6 channel B，16QAM CC=1/2的校正， $\beta = 8.8$

### 4.3 MIMO 系統下的結果

我們模擬的 MIMO-OFDM 系統是使用  $2 \times 2$  空間多工的系統，接收端使用 ML 接收器。圖 4-7 和圖 4-8 都是使用調變編碼為 QPSK 迴旋碼率  $1/2$  經過通道 channel A 後校正的結果，兩張圖的差別在於圖 4-7 是使用(3.8)和(3.9)式計算接收端的事後 SNR 值做為校正的指標，而圖 4-8 則是使用我們所提的基於 QR 分解的方法，根據(3.22)式計算出新的校正指標。圖 4-9 為將兩種計算方法的結果重疊在一起，從圖中可以看出我們所提的新方法會比傳統的計算事後 SNR 的方式更貼近 AWGN 的參考曲線。

圖 4-10 至 4-12 表示使用上述的參數和兩種計算校正指標的方法，但是經過通道 channel B 的結果。將圖 4-10 和圖 4-11 的結果結合成圖 4-12，從圖 4-12 中可得知我們所提的方法在另外一種通道下，校正後的效能曲線依然比計算事後 SNR 的方法還更逼近 AWGN 的參考曲線。表 4-3 為在不同通道下，用[6]中和所提的方法所計算出來的

MSE。

MCS	Channel	EESM in [6]		EESM : Proposed		
		$\beta$	MSE	$\alpha$	$\beta$	MSE
QPSK CC=1/2	Channel A	2.97	0.0075	1.7	0.6	0.0047
QPSK CC=1/2	Channel B	1.1	0.0624	1	3.51	0.0031

表 4-3 EESM 參數和 MSE

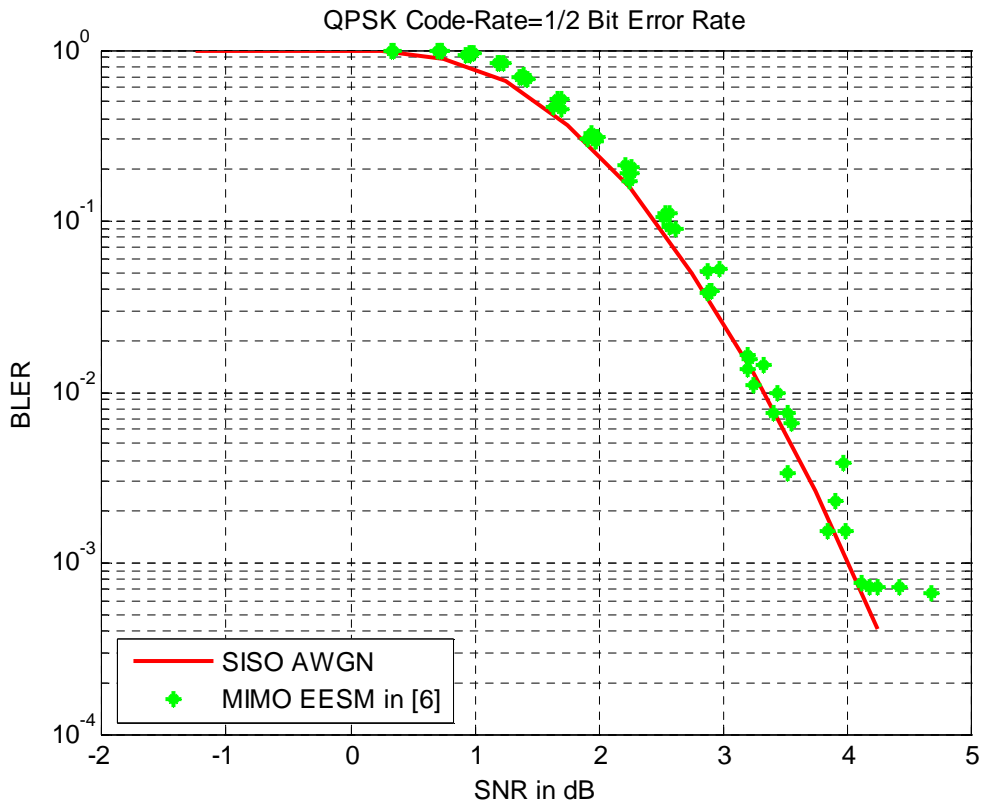


圖4-7 channel A，QPSK CC=1/2的校正， $\beta = 2.97$

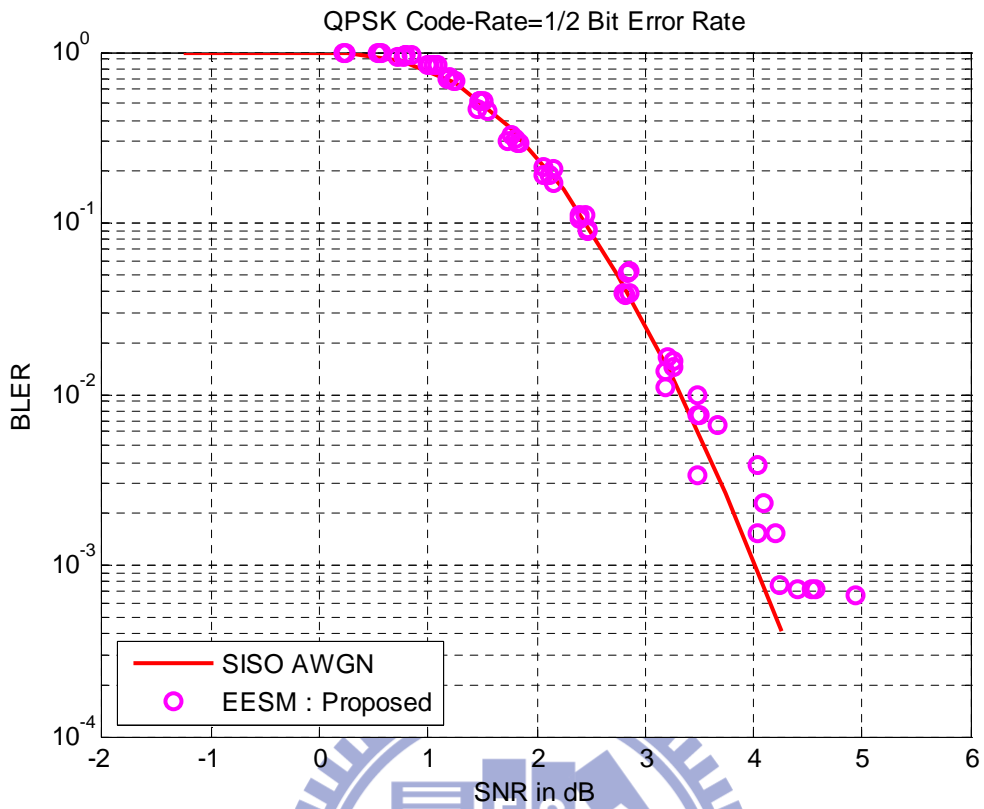


圖4-8 channel A，QPSK CC=1/2的校正， $\alpha=1.7$ ， $\beta=0.6$

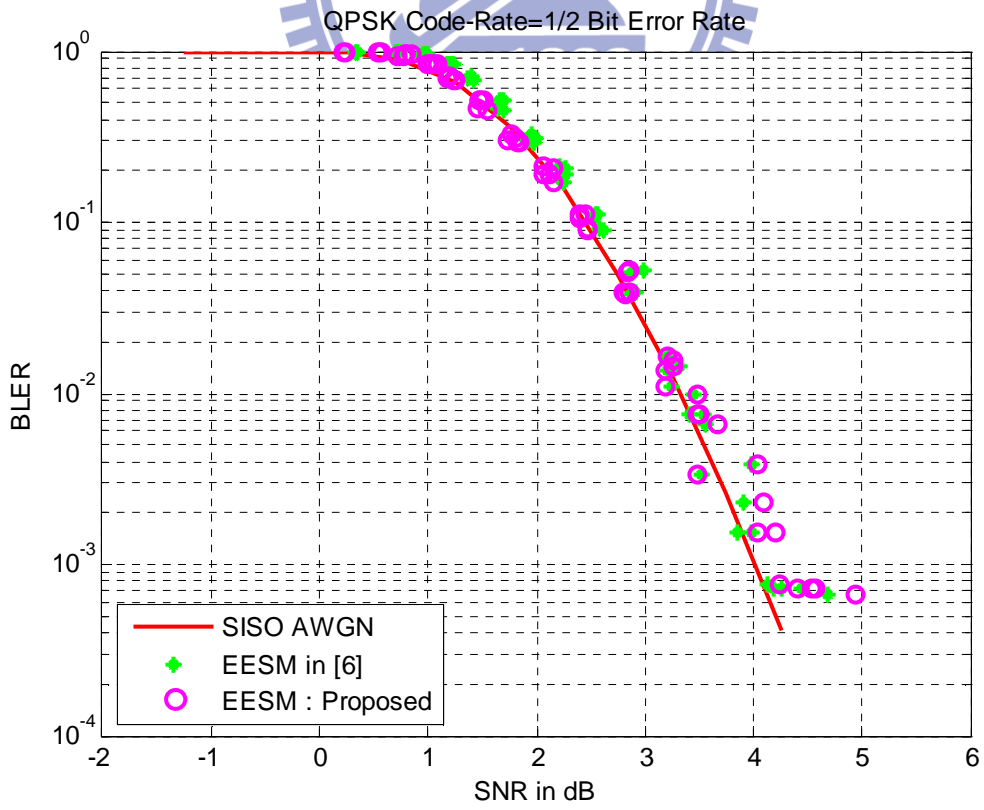


圖4-9 channel A，QPSK CC=1/2的校正，EESM in [6]和所提的基於QRD方法



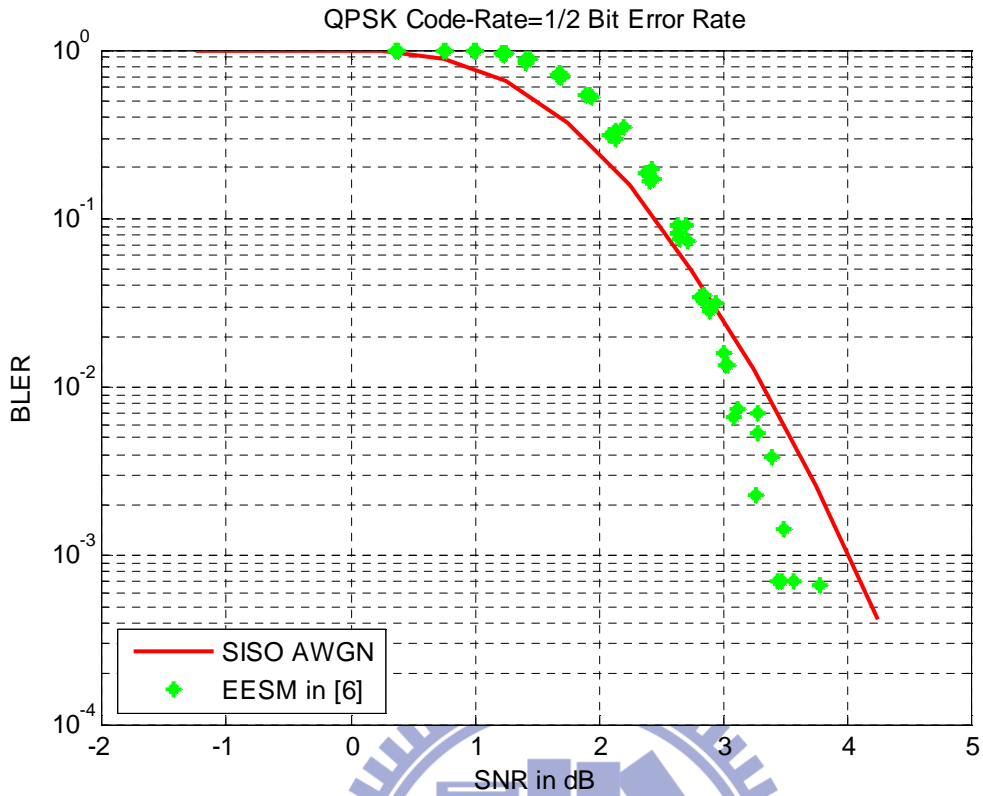


圖4-10 channel B，QPSK CC=1/2的校正， $\beta = 1.1$

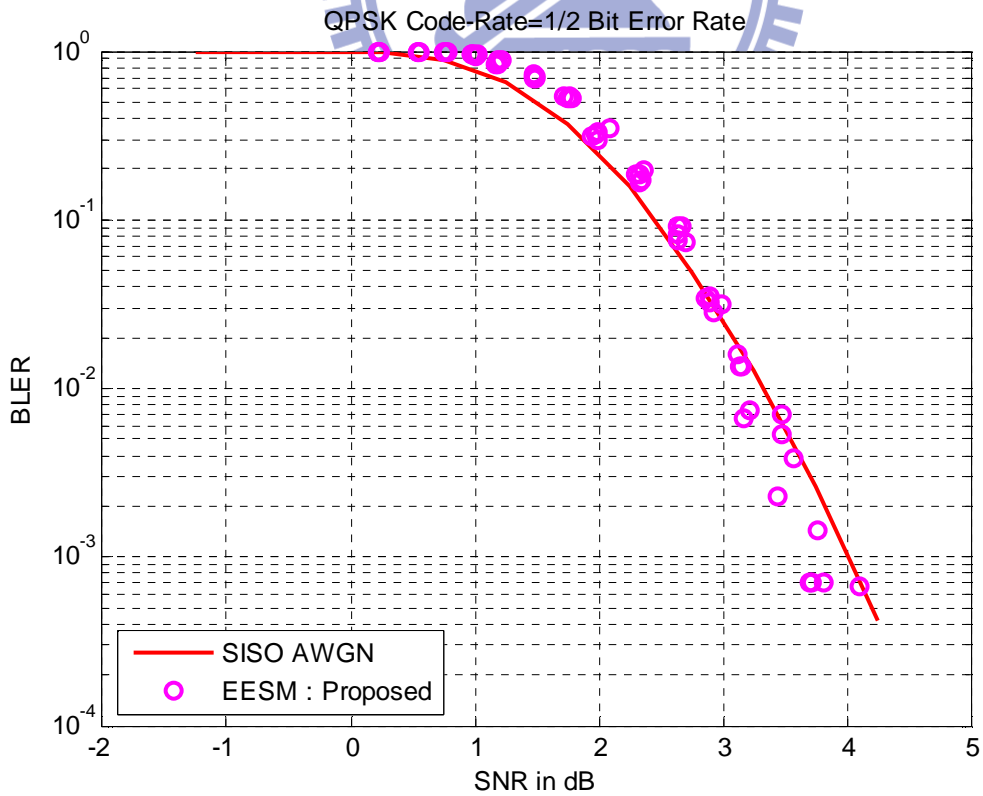


圖4-11 channel B，QPSK CC=1/2的校正， $\alpha = 1$ ， $\beta = 3.51$

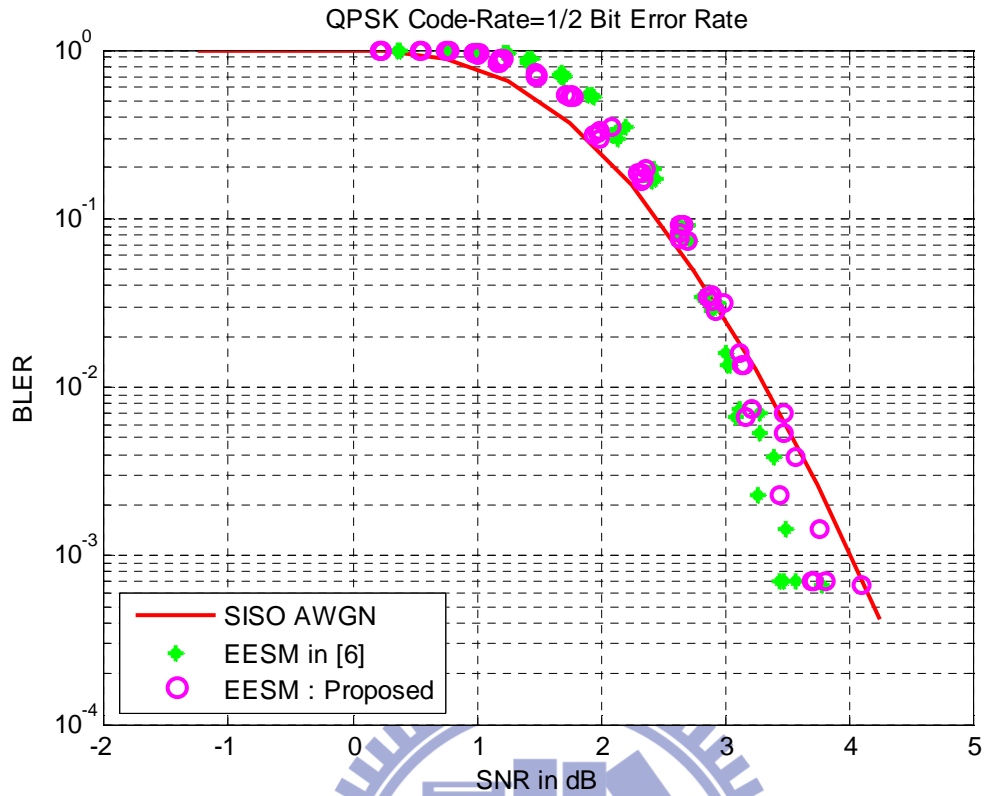


圖4-12 channel B，QPSK CC=1/2的校正，EESM in [6]和所提的基於QRD方法

## 第五章 結論

基於 EESM 的鏈路層錯誤估計已經廣泛的使用在自適應性 MIMO-OFDM 系統中，此方法可以降低系統層的計算複雜度並減少系統的信令負荷。在傳統的 SISO-OFDM 中，接收端可以簡單的計算出每個子載波的 SNR 值，所以 EESM 的方法可以很直覺的使用。但在 MIMO 系統中，接收端並沒有一定的數學公式可以計算每個子載波的 SNR 值，所以在計算 ESNR 值時並沒有一標準作法。由於非線性的 ML 接收器來解調接收訊號的效能會比線性接收器好，所以 ML 接收機已廣泛的使用在 MIMO 系統的接收端。因此，已有研究者對 ML 接收機的 MIMO 系統做了相關的研究並提出如何計算在接收器的事後 SNR 值，然而這些作法並無法保證對 ML 接收機有最佳的表現。

而在本論文中，我們提出一個新的作法，從理論上我們可以證明我們的方法可以接近最佳，我們對通道矩陣使用 QRD 並將 R 矩陣對角元素的最小值除以雜訊之變異數當是此 MIMO 通道 SNR，依此我們可以執行 EESM 計算，模擬結果顯示我們的方法不但有不錯的效能而且也比傳統的方法來的簡單，另一個好處是，QR 分解在 ML(maximum likelihood)接收機中是一必要的元件，因此我們無需太多的額外電路來執行 EESM 的計算。這個方法也可被使用在其他的調變編碼方式上，更高階的 MIMO 系統，或其他衰落通道上。

## 參考資料

- [1] J.-K. Zhang, A. Kavčić, and K. M. Wong, "Equal-diagonal QR decomposition and its application to precoder design for successive-cancellation detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 1, pp. 154-172, Jan. 2005.
- [2] "System-level evaluation of OFDM – further considerations", Ericsson, 3GPP TSG-RAN WG1 #35, R1031303, 2003
- [3] S. Mumtaz, A. Gamberio, and J. Rodriguez, "EESM for IEEE 802.16e: WiMaX," in *Proc. 7th IEEE/ACIS International Conference on Computer and Information Science (ICIS 08)*, Portland, USA, May 2008, pp. 361–366.
- [4] Juan José Olmos Bonafé, Silvia Ruiz Boqué, Mario Garcia Lozano, David Martín Sacristán, " Link abstraction models based on mutual information for LTE downlink.", A: European Meeting COST 2100. Pervasive Mobile & Ambient Wireless Communications. "11th MCM of COST 2100". Aalborg: 2010.
- [5] J. Lee, J.-W. Choi, H.-L. Lou, J. Park, "Soft MIMO ML demodulation based on constellation bitwise constellation partitioning," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 13, no. 10, pp. 736–738, Oct. 2009.
- [6] Hao Liu, Liyu Cai, Hongwei Yang, Dong Li. "EESM Based Link Error Prediction for Adaptive MIMO-OFDM System.", In *Proceedings of VTC Spring'2007*. pp.559~563
- [7] B. Pitakdumrongkija, K. Fukawa, H. Suzuki, and T. Hagiwara, "MIMO-OFDM precoding technique for minimizing BER upper bound of MLD," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E91-B, no. 7, Jul. 2008.
- [8] R. Heath and A. Paulraj, "Antenna selection for spatial multiplexing systems based on minimum error rate," in *Proc. IEEE Int. Contr. Conf.*, Helsinki, Finland, 2001, pp. 2276–2280.
- [9] Chun-Tao Lin and Wen-Rong Wu, "QRD-Based Antenna Grouping for MIMO Transmission," in *Proc. IEEE VTC 2011*.
- [10] Recommendation ITU-R M.1225, "Guidelines for evaluation of radio transmission

technologies for IMT-2000."

[11] "IEEE Standard 802.16e-2005", Feb 28, 2006

