

# 國立交通大學

## 工學院精密與自動化工程學程



容錯多餘感測系統之即時錯誤鑑別及更正  
之實驗架構實現

研究生：余志佳

指導教授：陳宗麟教授

中華民國一零一年二月

容錯多餘感測系統之即時錯誤鑑別及更正  
之實驗架構實現

**Implementation of a real-time fault detection and  
correction of fault-tolerant redundant sensors system**

研究 生：余 志 佳

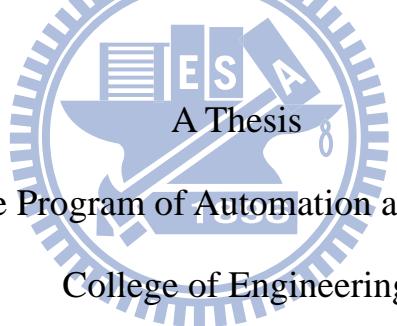
Student : Chia-Chia Yu

指導 教授：陳 宗 麟

Advisor : Dr. Tsung-Lin Chen

國 立 交 通 大 學  
工 學 院 精 密 與 自 動 化 工 程 學 程

碩 士 論 文



Submitted to Degree Program of Automation and Precision Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

In

Automation and Precision Engineering

February 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 2 月

# 容錯多餘感測系統之即時錯誤鑑別及更正 之實驗架構實現

研究生：余志佳

指導教授：陳宗麟博士

國立交通大學工學院精密與自動化工程學程

## 摘要

在一個採用多餘感測器構成的感測系統中，錯誤感測器的識別(fault identification)是透過數個多餘(redundant)感測器輸出所組成的關係式“voting equations”來進行。然而當感測器輸出帶有雜訊時，此鑑別方式將造成識別錯誤，進而無法達成“即時”的錯誤感測器鑑別，更無法達成“即時”的錯誤訊號更正。本論文針對此問題，提出一解決方法來達成“即時”的錯誤訊號鑑別及錯誤更正。並將此解決方法以 matlab 程式模擬和實驗驗證來進行可行性研究。

所提出的解決方法乃是將傳統的錯誤元件的鑑別問題轉化成一非線性的狀態估測(state estimation)問題。如此一來，便可以“即時”的獲得每個感測器的誤差量，並加以補償，達成“即時”之錯誤更正。欲達到此一目的，我們找出可以描述多餘感測系統的動態方程式(dynamic equations)和輸出方程式(output equations)，藉由系統的動態方程式和輸出方程式，我們可以檢驗系統的可觀察性(observability)來確保錯誤訊號可以被正確的估測，再建構一狀態估測器(state observer)來估測錯誤訊號。我們所採用的狀態估測器是“記憶褪去式卡曼濾波器(Kalman filter with fading memory)。”估測出感測器輸出的誤差值後，我們採用狀態回授法來進行錯誤感測器的訊號更正，使更正後的感測器可繼續存在於感測系統中運作，以提高系統的輸出的精度。

在 matlab 的程式模擬中，本方法可以成功的即時估測出錯誤訊號，並加以修正。未來的工作將著重於設計一實驗架構來驗證本方法的可行性。實驗架構初步規劃如下：量測馬達轉動時三個加速規的向心加速度  $a_n$ ，與馬達轉速  $\omega$ ，藉由旋轉力學公式  $a_n = r\omega^2$  公式，可獲得 voting equations，進而構成一個多餘感測器量測系統。再以本論文所提出的演算法來估算每一加速規輸出值的偏差量與修正量，進而驗證本演算法驗證是否可行。

# **Implementation of a real-time fault detection and correction of fault-tolerant redundant sensors system**

Student : Chih-Chia Yu

Advisor : Dr.Tsung-Lin

Degree program of Automation and Precision Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

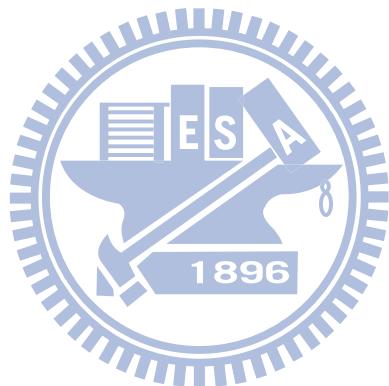
## **Abstract**

In a sensing system with redundant sensors,fault signal sensor was identified through the "voting equations" that was composed of relations of redundant sensors.However,while do sensors have noises,the former method will result in identifying inexactly ,nonreal-time estimation, and nonreal-time compensation.According to this issue,the thesis propose one method to solve this question and to reach real-time fault signal identification and correction.Then this algorithm design will take matlab program to stimulate and implement practical experiment to verify responsibility of this algorithm.

We propose a progressive method that convert traditional fault identification method to observation nonlinear state estimation.That is,observation can observe every sensors' fault signals then compensate these errors to reach real-time fault signal correction.To obtain this goal,we can design dynamic equations and output equations that is depicted redundant sensing system.We can scrutinize the observability of system to ensure fault signals that is estimated exactly .We create a state observer to observe fault signal.The state observer which is taken by ours is "kalman filter with fading memory".After observer appraised the errors of sensors,we will take state feedback to correct fault signal of sensors.That is to say,we make corrected sensors which still can continue to operate in the sensing system. It is to raise output value precision and reliability of system.

To simulate the matlab program,the algorithm of this thesis can evaluate instantaneously fault signals and compensate immediately.The point of this thesis design a realistic system to experiment and affirm this algorithm's responsibility.To sum it up,we design a revolving mechanism of motor and place three accelerators(sensors) on it.The three accelerators have been placed on different ratio radius(for example:1:1.5:2).Then we use microcontroller to detect accelerators' A/D(analog to digital) datas. According normal component equation of curvilinear

motion ( $a_n = r\omega^2$ ), the three normal equations of curvilinear motion have restrainable relations among them. The three restrainable relations can obtain voting equations and then construct a redundant sensing system(observer). Finally, we collect accelerators' A/D(analog to digital) datas from microcontroller and take them to matlab program to validate whether the algorithm's responsibility of this thesis.

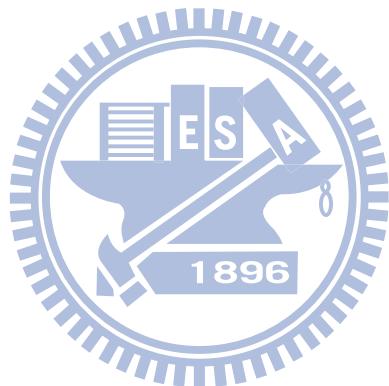


## 致 謝

本論文承蒙恩師陳宗麟教授在演算法推導、實驗設計與實施及論文之撰寫與修潤部分給予最大之指導與教誨，得以能夠順利完成，僅此獻上最高的謝意與敬意。

研究期間，感謝青年職訓中心的董勝源老師給予在 8051 控制程式撰寫及實驗系統架構架設的指導，感謝笙泉(Megawin)公司林新智先生給予在微處理器 MPC82G516 的使用上的技術指導。感謝工學院實習工廠莊晰欽，傅作添先生給予在馬達旋轉平台治具上的加工，並不厭其煩地多次二次加工維修。感謝我的同學陳光誠在我做實驗時給予馬達實務及相關電路的解惑及經驗分享。感謝實驗室所有現屆學長及學弟對我的協助及關愛，如此方能使本論文完善的完成，在此致上最崇高的謝意。

感謝我的家人，父親，母親及妹妹給予的支持使我能專心課業及研究。最後我要感謝我的最大支柱，女友衣莉莉，在這三年多，對我的生活、工作及學業所遇到的任何問題，能相互交流，互相鼓勵，讓來自各方的壓力有所趨緩，使我得以無後顧之憂，從事相關研究。得以順利完成碩士學業。最後，僅以本論文獻給所有關心及祝福我的人。



# 目錄

摘要 .....	ii
Abstract.....	iii
致 謝 .....	v
目錄 .....	vi
圖目錄 .....	ix
表目錄 .....	xi
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 傳統錯誤鑑別法相關文獻回顧.....	1
1.3 研究動機及改良 .....	3
1.4 本論文架構.....	3
第二章 傳統錯誤鑑別法(Traditional fault identification methods) .....	5
2.1 傳統多餘元件容錯系統(Conventional fault-tolerant Systems using Redundant) .....	5
2.1.1 等值方程式(parity equation).....	5
2.1.2 等值方程式的錯誤鑑別 .....	7
2.1.3 Voting equations 的錯誤鑑別 .....	7
2.1.4 感測器雜訊影響時的傳統錯誤鑑別處理方式 .....	10
第三章 即時錯誤鑑別及更正法(Real-time Fault Identification and correction) .....	12
3.1 統禦方程式(governing equation ) .....	12
3.2 非時變的錯誤偏差訊號(time-constant fault or drift) .....	12
3.3 輸出方程式(output equations) .....	13
3.4 非線性系統的觀察性.....	16
3.5 時變的錯誤偏差訊號(time-varying fault or drift) .....	17
3.6 儲存記憶褪去式擴增卡曼濾波器(Extened kalman filter with fading memory).....	18
3.6.1 卡曼濾波器(Kalman filter) .....	18
3.6.2 擴增卡曼濾波器(Extended Kalman Filter,EKF) .....	18
3.6.3 儲存記憶褪去法(fading memory) .....	20
3.7 使用卡曼濾波器應用於即時錯誤鑑別系統.....	23

3.8 錯誤訊號的更正(Fault signal correction) .....	24
3.8.1 目的 .....	24
3.8.2 狀態回授法(state feedback) .....	25
3.8.2.1 狀態回授簡介 .....	25
3.8.2.2 分離原理(Separation principle).....	25
3.8.2.3 離散時間系統的穩定度(stability) .....	28
3.8.3 使用狀態回授法應用於即時錯誤鑑別系統 .....	28
第四章 即時錯誤鑑別及更正實例模擬與分析 .....	30
4.1 即時錯誤鑑別系統模擬與分析 .....	30
4.1.1 奇異值分解 (singular value decomposition)判定觀察性 .....	30
4.2 即時錯誤鑑別系統 .....	31
4.2.1 錯誤訊號為定值(dc-offset)時的鑑別模擬 .....	32
4.2.2 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)時鑑別模擬 .....	34
4.2.3 儲存記憶褪去法(Adaptive fading memory)模擬 .....	38
4.3 即時錯誤鑑別系統更正模擬與分析 .....	39
4.3.1 單一感測器錯誤補償更正 .....	39
4.3.1.1 錯誤訊號為定值(dc-offset)時的更正模擬.....	39
4.3.1.2 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)時的更正模擬.....	40
4.3.2 感測器依序出錯補償更正 .....	42
4.3.2.1 錯誤訊號為定值(dc-offset)時的更正模擬.....	42
4.3.2.2 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)的更正模擬.....	44
第五章 實驗系統之硬體與軟體架構介紹 .....	47
5.1 硬體架構介紹 .....	47
5.1.1 實驗平台機構設計 .....	47
5.1.2 單軸加速規簡介 .....	48
5.1.3 交流伺服馬達簡介 .....	49
5.2 軟體架構介紹 .....	50
5.3 實驗系統架構實現 .....	51
5.3.1 實驗系統架構理論推導 .....	51

5.3.2 實驗系統架構建置 .....	52
5.3.3 實驗系統架構實現驗證 .....	54
5.3.3.1 錯誤訊號為虛擬定值時的估測 .....	54
5.3.3.2 錯誤訊號為實際定值時的估測 .....	57
5.3.3.3 錯誤訊號為虛擬定值時的更正 .....	59
5.3.3.4 錯誤訊號為實際定值時的更正 .....	61
第六章 結論與未來計劃 .....	64
6.1 結論 .....	64
6.2 未來計劃 .....	64
參考文獻(Reference).....	65



# 圖目錄

圖 1.1 FDI 的兩個概念結構圖 .....	2
圖 3.1 擴增型卡曼濾波器流程圖 .....	20
圖 3.2 儲存記憶褪去式卡曼濾波器流程圖 .....	23
圖 3.3 卡曼濾波器使用於本系統上之流程方塊圖 .....	24
圖 3.4 狀態回授法使用於本系統上之流程方塊圖 .....	25
圖 4.1 3 個感測器的奇異值 .....	30
圖 4.2 各感測器輸出訊號圖(錯誤訊號:dc-offset, $Q = 0.0$ ) .....	33
圖 4.3 voting equation 輸出圖(錯誤訊號:dc-offset, $Q = 0.0$ ) .....	34
圖 4.4 各感測器錯誤訊號估測圖(錯誤訊號:dc-offset, $Q = 0.0$ ) .....	34
圖 4.5 各感測器輸出訊號圖 .....	36
(錯誤訊號:time-varying, $Q = 0.0$ ) .....	36
圖 4.6 voting equation 輸出圖 .....	36
(錯誤訊號:time-varying, $Q = 0.0$ ) .....	36
圖 4.7 各感測器錯誤訊號估測圖 .....	37
(錯誤訊號:time-varying, 受控場無雜訊, $Q = 0.0$ ) .....	37
圖 4.8 各感測器錯誤訊號估測圖 .....	37
(錯誤訊號:time-varying, 受控場有雜訊 $Q = 0.01$ ) .....	37
圖 4.9 感測器 $M_2$ 有無採用儲存記憶褪去法錯誤訊號估測圖 .....	38
(錯誤訊號:time-varying, 受控場無雜訊, $Q = 0.0$ ) .....	38
圖 4.10 各感測器錯誤訊號更正圖 .....	39
(錯誤訊號:dc offset, $\alpha = 0.01, Q = 0.001$ ) .....	39
圖 4.11 各感測器輸出波形更正圖 .....	40
(錯誤訊號:dc offset, $\alpha = 0.01, Q = 0.001$ ) .....	40
圖 4.12 各感測器錯誤訊號估測更正圖 .....	41
(錯誤訊號:time-varying, $\alpha = 0.02; Q = 0.01$ ) .....	41
圖 4.13 各感測器輸出波形更正圖 .....	41
(錯誤訊號:time-varying, $\alpha = 0.02; Q = 0.01$ ) .....	41
圖 4.14 各感測器 $M_2$ 不同狀態回授增益值下的輸出訊號更正圖比較 .....	42

(錯誤訊號:time-verying, $Q = 0.01$ ) .....	42
圖 4.15 各感測器錯誤訊號估測更正圖.....	43
(依序錯誤訊號:dc-offset, $\alpha = 0.006; Q = 0.001$ ).....	43
圖 4.16 各感測器輸出波形依序更正圖.....	44
(依序錯誤訊號:dc-offset, $\alpha = 0.006; Q = 0.001$ ).....	44
圖 4.17 各感測器錯誤訊號依序更正圖.....	45
(依序錯誤訊號:time-verying, $\alpha = 0.05; Q = 0.01$ ).....	45
圖 4.18 各感測器輸出波形依序更正圖.....	46
(依序錯誤訊號:time-verying, $\alpha = 0.05; Q = 0.01$ ).....	46
圖 5.1 實驗旋轉平台治具(部分爆炸圖).....	48
圖 5.2 實驗旋轉平台治具(組合圖) .....	48
圖 5.3 Functional Block Diagram for ADXL330 .....	49
圖 5.4 CB 型伺服馬達外形尺寸圖.....	50
圖 5.7 各加速規電壓變化輸出訊號圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ ) .....	56
圖 5.8 voting equation 輸出圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ ) .....	56
圖 5.9 各加速規錯誤訊號估測圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ ).....	57
圖 5.10 各加速規輸出訊號圖(實際錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353,0,0)$ ) .....	58
圖 5.11 voting equation 輸出圖(實際錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353,0,0)$ ).....	59
圖 5.12 各加速規錯誤訊號估測圖(實際錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353,0,0)$ ).....	59
圖 5.13 各加速規錯誤訊號補償估測圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ ).....	60
圖 5.14 各加速規輸出波形補償圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ ) .....	61
圖 5.15 各加速規錯誤訊號補償估測圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353,0,0)$ ) .....	62
圖 5.16 各加速規輸出波形補償圖(虛擬錯誤訊號 $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353,0,0)$ ) .....	63

# 表目錄

表 5.1 MPC82G516 產品參數.....	50
表 5.2 加速規向心加速度理論與實驗數據比較.....	55
表 5.3 加速規向心加速度理論與實驗數據比較.....	58
表 5.4 加速規向心加速度理論與實驗數據比較.....	60
表 5.5 加速規向心加速度理論與實驗數據比較.....	62



# 第一章 緒論

## 1.1 前言

感測系統其功能主要接收受控廠(plant)的溫度,溼度,壓力,照度等類比訊號,並將待測物理量或化學量轉換成數位訊號,並回授為輸入端,與輸入端比較後,由比較結果再刺激反應給控制器控制受控廠,如此則完成一自動閉迴路控制系統.所以感測元件所輸出的訊號正確性及精確度會影響此控制系統,所以增加感測元件偵測系統訊號以達到可靠度增加使系統能維持正常運作是必須的。

本研究的理論在於改良傳統錯誤鑑別法無法即時鑑別及鑑別不準的缺點,並以卡曼濾波器當觀察器估測錯誤訊號狀態值,取代傳統錯誤鑑別法邏輯判斷錯誤訊號,卡曼濾波器比傳統錯誤鑑別法邏輯判斷更能即時精確估測狀態值,並以儲存記憶褪去法加入卡曼濾波器演算法中可估測動態系統的錯誤訊號狀態值,再加上狀態回授法可將錯誤訊號補償更正回系統中,使系統運作回復正常,並可容許其它感測器出錯,形成多餘感測容錯系統。

本研究的重點在於將本論文所提出的感測系統的即時錯誤鑑別及更正的演算法,建立實驗架構並將以實驗驗證實現,以進行理論與實物實現驗證。

## 1.2 傳統錯誤鑑別法相關文獻回顧

首先,必須對於感測器進行測量訊號的鑑別,對於感測元件的錯誤鑑別在 1971 年有學者提出利用多餘(redundant)感測元件使系統能鑑別出感測元件的訊號是否出錯,所以此錯誤鑑別法一般文獻通稱 FDI(fault detection&isolation)而 FDI 主要分為兩種[8][12][17]:

1.fault detection :利用多餘感測器的方式指出系統某些感測器出錯。

2.fault isolation:決定某些感測器錯誤的位置及在何時出錯。

慢慢後來有許多相關的研究後,就有學者在發表 IA(identification and accommodation)方法,使得 FDI 法多了另外兩個部份做加強[8]:

1.fault identification:決定感測器錯誤訊號的大小、型態及種類。

2.fault accommodation:使用多餘訊號正常的感測器取代系統中有錯誤訊號的感測器。

FDI 由兩個步驟組成來鑑別錯誤:(1)"剩餘值產生法" (generation of residuals),(2)"鑑別法則" (decision making),如 Fig.1.1 所示

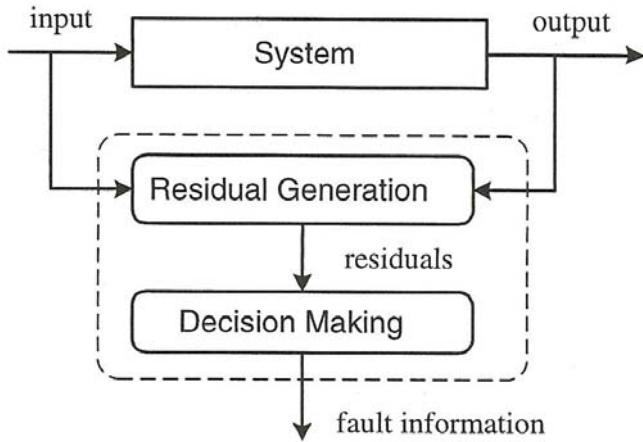


圖 1.1 FDI 的兩個概念結構圖

“剩餘值產生法” (generation of residuals)是 FDI 的最主要的環節也是最初所必須進行的步驟,最常見主要有下列三種方法[12][16][17]:

1. 觀察器法(observer-based methods):以 Luenberger 或 kalman filter 當觀察器演算出的估測值與實際量測出的輸出值的差值即為”剩餘值”。
2. 等值向量(關係)法(parity vector(relation) methods):新增多餘元件,由各元件的輸出所重新配置的線性組合關係方程式所得的值為”剩餘值”。
3. 參數估測法(parameter estimation):藉由定義的(nominal)系統參數與估測出的系統參數兩者的差值即為”剩餘值”,適用於大型完整系統的模組化錯誤診斷。

本論文僅探討感測元件的錯誤鑑別,故採取”等值向量(關係)”的方法來達成”剩餘值”,此法重新配置多餘感測器(arranging hardware redundancy)導出感測系統各元件的等值關係式(parity space)(亦稱 residual space 或 parity equation),就是找出各元件的等值輸出關係式,然而,系統並不是所有感測器均會有其一定的等值輸出關係(線性相依),有些感測器可能是線性獨立的,為使系統上所有感測器皆有一致的等值關係就必須加入”多餘”的感測器(redundancy)靠這些多餘感測器與系統靜態或動態的關係使所有感測器能夠形成一致的等值方程式。此合成的多餘元件關係基本上可分為兩種型式[1]:

1. 直接多餘元件配置(direct redundancy):系統運作時,系統元件輸出與多餘元件得即時(instantaneous)關係式,可以說是靜態型的關係,如代數關係(algebraic)方程式。
2. 暫時多餘元件配置(temporal redundancy):將多餘元件輸出與系統動態(制動器輸入)構成的關係式可以說是動態型的關係,如微分或差分關係方程式。

FDI 第二步驟為”鑑別法則”,區分為兩種類型:

1. model-based:由實際系統與估測系統間的誤差方程式鑑別錯誤元件,其缺點無法應用在有外在干擾的情況下(disturbance, noise, parameter change),之後,由 Isermann(1984) 所提出”parameter

identification” [1],它與參數估測法一起搭配鑑別錯誤。

2.model-free:僅由感測器的輸出所形成的等值關係形成輸出方程式去做鑑別工作。

爾後再加入強健性(robustness)的概念可有效運用於未知參數的系統估測,文獻[1][2]有介紹相關的方法。本論文以等值向量(關係)法的觀點探討感測器輸出的 model-free 情況。

等值向量(關係)法係由 Potter()和 Suman(1977)及 Desai 和 Ray(1981)提出的”等值空間鑑別法” [1][2],因系統輸出帶有雜訊,剩餘值為非零情況,因此需要一觀察期(observation)才能鑑別出錯感測器,其後,此鑑別法由 A.Ray 和 R.Luck(1991)在文獻[4]運用在 model-free 系統中,他們提出經由等值向量(關係)法輸出後的剩餘值所求出的範值(norm)與事先假設的臨界值(threshold)做比較,雖然這方法可以即時運算,但缺點在於錯誤訊號及雜訊加入運算後的臨界值設定不好拿捏,過大與過小均會使得判別錯誤訊號失真。其他研究方法尚有 GLT(generalized likelihood test)法[3][5],SVD(singular value decomposition)[6],Accommodation rule[7]…等。

### 1.3 研究動機及改良

由於傳統錯誤鑑別法元件無法達到即時(real-time)估測和有雜訊估測不準的功能,造成延遲偵測的缺點,我們論文所提出的新方法同樣以多餘感測器為配置形成 parity equations,再以卡曼濾波器及儲存記憶褪去法當觀察器鑑別感測器錯誤訊號並估測感測器正確訊號值,搭配狀態回授法將錯誤訊號補償更正可取代文獻所提需事先獨立假設(independence assumption)臨界值[3][5][6][7]以邏輯判斷的方法,可即時鑑別感測器錯誤訊號並可以將各感測器雜訊濾掉,也可以改善[4]所使用的錯誤偵測的連續測試(sequential testing for fault detection)的相依假設(dependence assumption)會產生逐漸漂移錯誤偏差訊號的問題,當我們利用本論文所提的卡曼濾波器演算可估算出錯誤訊號值, 鑑別出錯誤訊號的大小,型態及種類,並以狀態回授法(stat feedback)給與錯誤訊號即時的更正(correction),把這些錯誤訊號偏差量補償更正到正確的理想輸出訊號,讓出錯的感測器可以繼續在系統中運作。形成所謂多餘容錯感測系統(fault-tolerant redundant sensors system),即是即時補償更正錯誤訊號的感測器的條件下,在系統中可繼續允許其它感測器出錯,並不會影響整個系統運作及控制。但本論文的假設是在同一時間只允許一個感測器出錯。

### 1.4 本論文架構

本文共分為五個章節,第一章為緒論,簡介相關文獻及研究動機,改良方法,實驗架構建立。第二章介紹傳統錯誤鑑別法。並分析其缺點。第三章開始介紹本論文改良的理論推導,介紹即時錯誤鑑別並搭配狀態回授的方法,我們採用的觀察器為擴增型卡曼濾波器搭配儲存記憶褪去法。並利用狀態回授(state-feedback)的技術把觀察器估測到的錯誤值做一個補償更正,同時也說明狀態回授法使用於

即時鑑別法後的系統,使系統可以維持穩定性的條件。包含輸出方程式,卡曼濾波器,儲存記憶褪去法,狀態回授法,滿足觀察性矩陣的觀察性,滿足控制性的穩定性條件,觀察器及狀態回授法可分離設計的分離原理。在第四章中先假設模擬實際系統架構參數,將本論文演算法寫成 matlab 模擬程式模擬本論文所提理論。並對模擬結果進行分析。第五章則要將本論文採用的方法利用多餘加速規(感測器)量測馬達轉動速度的實驗,收集多餘加速規的向心加速度資訊,再代入 matlab 模擬程式模擬是否可行,並介紹本實驗用的軟硬體。第六章根據模擬與實驗的結果提出結論以及檢討本論文需要改進及延伸研究的議題。



## 第二章 傳統錯誤鑑別法

### (Traditional fault identification methods)

本章介紹傳統錯誤鑑別法,以多餘感測器(redundant sensors)形成等值方程式(parity equations)及 voting equations,依據方程式的剩餘值以邏輯判斷,可判斷出那個感測器出錯,錯誤訊號的大小,並介紹感測器有雜訊時的處理方式,以方程式的剩餘值求出一段時間的平均值與即時的範值(norm),與假設的臨界值做比較判斷。

## 2.1 傳統多餘元件容錯系統(Conventional fault-tolerant Systems using Redundant)

傳統容錯系統(fault-tolerant system)會使用多餘感測器來鑑別錯誤元件,這些多餘元件的功能主要是讓系統中的感測元件形成一組等值方程式(parity equation),等值即所謂的剩餘值,然後藉由這些剩餘值得大小來鑑別出那個元件出錯。

### 2.1.1 等值方程式(parity equation)

我們考慮原本為  $n$  個感測器,多加  $l$  個多餘感測器的輸出方程式為


$$\rightarrow \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \\ m_{n+1} \\ \vdots \\ m_{n+l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nn} \\ H_{(n+1)1} & H_{(n+1)2} & \cdots & H_{(n+1)n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{(n+l)1} & H_{(n+l)2} & \cdots & H_{(n+l)n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ f_{n+1} \\ \vdots \\ f_{n+l} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \in R^n$  為系統狀態值,為一實數  $n$  維向量,  $H$  是感測器配置的量測矩陣(measurement matrix),  $f$  為不良訊號向量(error vector),可為雜訊(noise)或錯誤訊號(fault)所組成,  $m \in R^{n+l}$  是指系統各感測器輸出值(如感測器的量測值),為一實數  $n+l$  維向量,  $m = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_n \ m_{(n+1)} \ \dots \ m_{n+l}] \in R^{n+l}$ 。則存在一矩陣  $V$  使得其與量測矩陣  $H$  滿足

正交情形:

$$VH = 0 \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} & V_{1(n+1)} & \cdots & V_{1(n+l)} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} & V_{2(n+1)} & \cdots & V_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ V_{l1} & V_{l2} & \cdots & V_{ln} & V_{l(n+1)} & \cdots & V_{l(n+l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{2n} \\ H_{(n+1)1} & H_{(n+1)2} & \cdots & H_{(n+1)n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{(n+l)1} & H_{(n+l)2} & \cdots & H_{(n+l)n} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.2)$$

此時量測矩陣  $H$  稱為矩陣  $V$  之零空間(null space)。假設  $H$  是具有秩為  $n$  個維度的矩陣( $\text{rank}(H) = n$ ),即矩陣  $V$  之零化度( $\text{nullity } V = \text{rank}(H) = n$ ),矩陣  $V$  之縱列數為  $n+l$ ,由秩-零化度定理(rank-nullity theorem)聲稱任何矩陣的秩加上它的零化度等於這個矩陣的縱列數。即  $\text{rank}(V) + \text{nullity } V = n+l$ ,所以矩陣  $V$  可產生  $l$  個秩,即  $l$  個線性獨立等值向量。由(2.1)(2.2)的結果得知:

$$Vm = VHx + Vf \Rightarrow Vm = Vf$$



$$\begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} & V_{1(n+1)} & \cdots & V_{1(n+l)} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} & V_{2(n+1)} & \cdots & V_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ V_{l1} & V_{l2} & \cdots & V_{ln} & V_{l(n+1)} & \cdots & V_{l(n+l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \\ m_{n+1} \\ \vdots \\ m_{n+l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ f_{n+1} \\ \vdots \\ f_{n+l} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} & V_{1(n+1)} & \cdots & V_{1(n+l)} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} & V_{2(n+1)} & \cdots & V_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ V_{l1} & V_{l2} & \cdots & V_{ln} & V_{l(n+1)} & \cdots & V_{l(n+l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ f_{n+1} \\ \vdots \\ f_{n+l} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

此時  $Vm$  就稱為等值方程式(parity equation)。因為可產生  $l$  個線性獨立等值向量,所以  $Vm$  可產生  $l$  個等值方程式,經由  $Vm$  或  $Vf$  所得的輸出值即剩餘值,即錯誤鑑別法中的”剩餘值產生法”(generation of residuals)[1],經過等值方程式計算過濾”,剩下的即是雜訊或錯誤訊號。再來可利用觀察器(例如:卡曼濾波器)演算估測出這些剩餘值(residuals)。

由(2.2)可列出  $l$  條等值方程式

### 2.1.2 等值方程式的錯誤鑑別

等值方程式的錯誤鑑別限制條件為感測元件系統中輸出無雜訊的情況下,只允許一個感測器有錯誤訊號(也就是向量  $f$  (error vector)中只能存在一個分量有值,其餘皆為 0)。只有一條等值方程式無法由其剩餘值來判斷向量  $f$  中為何者所產生。必須使用兩條或以上的等值方程式來鑑別錯誤,由等值方程式判定那些感測器錯誤有兩個準則:由(2.2)可列出  $l$  條等值方程式

$$\left\{ \begin{array}{l} \wp_1 = V_{11}f_1 + V_{12}f_2 + \cdots + V_{1n}f_n + V_{1(n+1)}f_{n+1} + \cdots + V_{1(n+l)}f_{n+l} = Res_1 \\ \wp_2 = V_{21}f_1 + V_{22}f_2 + \cdots + V_{2n}f_n + V_{2(n+1)}f_{n+1} + \cdots + V_{2(n+l)}f_{n+l} = Res_2 \\ \vdots \\ \wp_j = V_{j1}f_1 + V_{j2}f_2 + \cdots + V_{jn}f_n + V_{j(n+1)}f_{n+1} + \cdots + V_{j(n+l)}f_{n+l} = Res_j \\ \vdots \\ \wp_l = V_{l1}f_1 + V_{l2}f_2 + \cdots + V_{ln}f_n + V_{l(n+1)}f_{n+1} + \cdots + V_{l(n+l)}f_{n+l} = Res_l \end{array} \right. \quad (2.4)$$

1.若  $\wp_j = 0$  不含  $f_j$ ,其餘  $\wp_1, \wp_2 \dots \wp_l \neq 0$ (exclusive  $\wp_j$ )有含  $f_j$ ,則可知第  $j$  個感測器有錯誤訊號

$f_j$

2.若是某  $f_j$  同時存在於全部的等值方程式中,則可藉由其等值方程式各剩餘值的比值與  $f_j$  於各等值方程式裡的所對應之係數的比值比較,如 Eq.(2.5),若等式成立則表示  $f_j$  有值,表示第  $j$  個感測器出錯,若不是則必須找下一個同時存在於各等值方程式裡的  $f_j$ ,重複以上方法。

$$\frac{V_{1j}f_j}{V_{2j}f_j} = \frac{Res_1}{Res_2} \rightarrow \frac{V_{1j}}{V_{2j}} = \frac{Res_1}{Res_2} \rightarrow f_j \text{ exist} \quad (2.5)$$

### 2.1.3 Voting equations 的錯誤鑑別

我們在 2.1.1 節有提到,輸出向量  $m$  會比系統狀態向量  $x$  還多(Eq.(2.1)),這就是所加入的多餘元件後使得輸出向量的維度大於系統狀態維度。簡單來說,對於一個系統有  $n$  個狀態,我們至少需要  $n+1$

個感測器輸出值去形成一條等值方程式,  $n + l$  個形成兩條等值方程式,以此推算下去,多幾個感測器便多幾條等值方程式。以  $n + l$  個感測元件的系統來看,由這多餘的  $l$  條等值方程式的透過係數消除的列運算再將其轉換成  $n + l$  條方程式,轉換後每一條方程式都包含有  $n + l - 1$  個感測器輸出,在這  $n + l$  條方程式裡,每一條均會少某一個感測器的組成,而缺少的某個感測器並不重複於其餘的  $n + l - 1$  條方程式中。將其轉換後的可得到一個維度  $(n + l) \times (n + l)$  (square matrices)且其對角線元素均為 0,但其餘元素不為 0 的方形矩陣。為了有別於“等值方程式”,我們把這些方程式叫做”voting equations”,其對應相關的矩陣叫”voting matrix”。

*parity equation :*

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{array}{cccccc} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} & V_{1(n+1)} & \cdots & V_{1(n+l)} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} & V_{2(n+1)} & \cdots & V_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V_{l1} & V_{l2} & \cdots & V_{ln} & V_{l(n+1)} & \cdots & V_{l(n+l)} \end{array} \right] \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \\ m_{n+1} \\ \vdots \\ m_{n+l} \end{bmatrix} \\
 = & \left[ \begin{array}{cccccc} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} & V_{1(n+1)} & \cdots & V_{1(n+l)} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} & V_{2(n+1)} & \cdots & V_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V_{l1} & V_{l2} & \cdots & V_{ln} & V_{l(n+1)} & \cdots & V_{l(n+l)} \end{array} \right] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ f_{n+1} \\ \vdots \\ f_{n+l} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

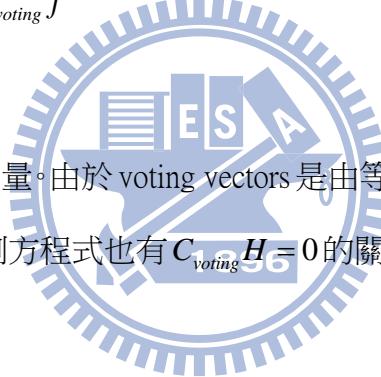
*Voting equation :*

$$\left[ \begin{array}{cccccc} 0 & C_{12} & \cdots & C_{1n} & C_{1(n+1)} & \cdots & C_{1(n+l)} \\ C_{21} & 0 & \cdots & C_{2n} & C_{2(n+1)} & \cdots & C_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & 0 & C_{n(n+1)} & \cdots & C_{n(n+l)} \\ C_{(n+1)1} & C_{(n+1)2} & \cdots & C_{(n+1)n} & 0 & \cdots & C_{(n+1)(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{(n+l)1} & C_{(n+l)2} & \cdots & C_{(n+l)n} & C_{(n+l)(n+1)} & \cdots & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \\ m_{n+1} \\ \vdots \\ m_{n+l} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & \cdots & C_{1n} & C_{1(n+1)} & \cdots & C_{1(n+l)} \\ C_{21} & 0 & \cdots & C_{2n} & C_{2(n+1)} & \cdots & C_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & 0 & C_{n(n+1)} & \cdots & C_{n(n+l)} \\ C_{(n+1)1} & C_{(n+1)2} & \cdots & C_{(n+1)n} & 0 & \cdots & C_{(n+1)(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{(n+l)1} & C_{(n+l)2} & \cdots & C_{(n+l)n} & C_{(n+l)(n+1)} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \\ f_{n+1} \\ \vdots \\ f_{n+l} \end{bmatrix}$$

$$C_{voting} = \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & \cdots & C_{1n} & C_{1(n+1)} & \cdots & C_{1(n+l)} \\ C_{21} & 0 & \cdots & C_{2n} & C_{2(n+1)} & \cdots & C_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & 0 & C_{n(n+1)} & \cdots & C_{n(n+l)} \\ C_{(n+1)1} & C_{(n+1)2} & \cdots & C_{(n+1)n} & 0 & \cdots & C_{(n+1)(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{(n+l)1} & C_{(n+l)2} & \cdots & C_{(n+l)n} & C_{(n+l)(n+1)} & \cdots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \\ \vdots \\ C_{votn} \\ C_{vot(n+1)} \\ \vdots \\ C_{vot(n+l)} \end{bmatrix}$$

$$Voting\ Equation \equiv C_{voting}m = C_{voting}f \quad (2.6)$$



$C_{vot1}, \dots, C_{vot(n+l)}$  為  $C_{voting}$  的列向量。由於 voting vectors 是由等值方程式中的各向量線性組合而成,

所以 voting matrix  $C_{voting}$  與系統量測方程式也有  $C_{voting}H = 0$  的關係,若理想狀態時,  $f = 0$ , 則

$$C_{voting}m = 0 \quad (2.7)$$

利用 voting equations 比等值方程式(parity equations)更容易鑑別感測器的錯誤訊號。因為  $n+l$  個感測器產生  $n+l$  條 voting equations, 當某個感測器發生錯誤時, 在所有的 voting equations 的列向量中會有一條方程式為 0, 代表這條方程式不含有這個出錯的感測器, 但由於其他式子都有包括到這個出錯感測器, 所有其他條 voting equations 均不會為 0。舉例來說: 假如第  $j$  條 voting equation 為 0 但其餘的 voting equations 均不為 0, 我們可以馬上知道是  $m_j$  的感測器發生錯誤。然而在感測器輸出均會產生雜訊, 即使所有的感測器輸出均無錯誤訊號, 因各感測器有雜訊的關係並不會有任何一條 voting equation 的輸出為 0。因此, 無論是利用等值方程式或 voting equations 作感測器錯誤訊號鑑別均必須處理雜訊所影響的鑑別失效問題。

## 2.1.4 感測器雜訊影響時的傳統錯誤鑑別處理方式

傳統的錯誤鑑別法有分為非即時與即時兩種方式。

1.非即時:取平均值

$$C_{voting} m = C_{voting} f$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = 0m_1 + C_{12}m_2 + \cdots + C_{1n}m_n + C_{1(n+1)}m_{n+1} + \cdots + C_{1(n+l)}m_{n+l} \\ = 0f_1 + C_{12}f_2 + \cdots + C_{1n}f_n + C_{1(n+1)}f_{n+1} + \cdots + C_{1(n+l)}f_{n+l} \\ \varphi_2 = C_{21}m_1 + 0m_2 + \cdots + C_{2n}m_n + C_{2(n+1)}m_{n+1} + \cdots + C_{2(n+l)}m_{n+l} \\ = C_{21}f_1 + 0f_2 + \cdots + C_{2n}f_n + C_{2(n+1)}f_{n+1} + \cdots + C_{2(n+l)}f_{n+l} \\ \vdots \\ \varphi_{n+l} = C_{l1}m_1 + C_{l2}m_2 + \cdots + C_{ln}m_n + C_{l(n+1)}m_{n+1} + \cdots + 0m_{n+l} \\ = C_{l1}f_1 + C_{l2}f_2 + \cdots + C_{ln}f_n + C_{l(n+1)}f_{n+1} + \cdots + 0f_{n+l} \end{array} \right.$$

$E\{\cdot\}$ : Average value

$$E\{C_{voting} m\} = E\{C_{voting} f\} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_{n+l}}{n+l}$$

$$\Rightarrow |E\{C_{voting} f\}| = \left| \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_{n+l}}{n+l} \right| \begin{cases} \geq Threshold \Rightarrow fault occur \\ < Threshold \Rightarrow no fault \end{cases} \quad (2.8)$$

由於 Eq.(2.8)方法是對各等值方程式之剩餘值取平均值再與所設的臨界值做比較判別,要先設定一段時間取其平均值,故無法達成即時運算的功能。

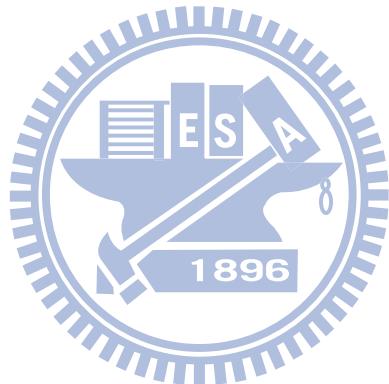
2.即時方法:取範值(norm):以即時方法作錯誤鑑別,在文獻[4]提出將剩餘值取範值(norm),在藉由是否超過臨界值的判定作一錯誤的檢測:

$$\begin{aligned} \varphi &= C_{voting} m = C_{voting} f = C_{voting\_col\_1}f_1 + C_{voting\_col\_2}f_2 + \cdots + C_{voting\_col\_n}f_n \\ &+ C_{voting\_col\_(n+1)}f_{(n+1)} + \cdots + C_{voting\_col\_(n+l)}f_{(n+l)} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ C_{21} \\ \vdots \\ C_{n1} \\ C_{(n+1)1} \\ \vdots \\ C_{(n+l)1} \end{bmatrix} f_1 + \begin{bmatrix} C_{12} \\ 0 \\ \vdots \\ C_{n2} \\ C_{(n+1)2} \\ \vdots \\ C_{(n+l)2} \end{bmatrix} f_2 + \cdots + \begin{bmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \\ \vdots \\ 0 \\ C_{(n+1)n} \\ \vdots \\ C_{(n+l)n} \end{bmatrix} f_n + \begin{bmatrix} C_{1(n+1)} \\ C_{2(n+1)} \\ \vdots \\ C_{n(n+1)} \\ 0 \\ \vdots \\ C_{(n+l)(n+1)} \end{bmatrix} f_{n+1} + \cdots + \begin{bmatrix} C_{1(n+l)} \\ C_{2(n+l)} \\ \vdots \\ C_{n(n+l)} \\ \vdots \\ C_{(n+l)(n+l)} \\ 0 \end{bmatrix} f_{n+l} \end{aligned}$$

$\|\cdot\|$ : norm value

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \|C_{voting} f\| = \|\phi\| = \sqrt{(C_{voting\_col\_1} f_1)^2 + (C_{voting\_col\_2} f_2)^2 + \dots + (C_{voting\_col\_n} f_n)^2 + (C_{voting\_col\_n} f_n)^2} \\
&\Rightarrow \begin{cases} \geq Threshold \Rightarrow fault occur \\ < Threshold \Rightarrow no fault \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

此法雖能作即時的檢測錯誤,但會造成鑑別錯誤的不準確,原因是即時運算來看,其將每一時間之等值方程式的剩餘值與臨界值作比較,所以臨界值勢必要設定“夠大”,意即須以雜訊的標準差為範圍作設定。如此,有小於雜訊標準差範圍的錯誤訊號產生時,判別式會將此狀況視為無出錯,而造成了鑑別不準。



### 第三章 即時錯誤鑑別及更正法

#### (Real-time Fault Identification and correction)

本章我們提出一種即時的錯誤鑑別法。改良傳統錯誤鑑別法邏輯判段估測不準和非即時估測的缺點，在本方法中，我們提出輸出方程式(output equations)取代 parity 和 voting equations 邏輯判斷，並藉由擴增卡曼濾波器(Extended Kalman Filter)及儲存記憶褪去法(Fading memory)的技巧建構適當的狀態觀察器(state observer)，比傳統錯誤鑑別法更能即時的估測出感測器的誤差量。其中擴增卡曼濾波器(Extended Kalman Filter)只能估測非線性靜態系統，儲存記憶褪去法(Fading memory)加入擴增卡曼濾波器(Extended Kalman Filter)可估測動態系統，此方法具即時的“偵錯及估測”的能力，將此狀態觀察器再輔以狀態回授法(stat feedback)可將觀察器估測的錯誤狀態值乘以狀態回授增益回授至系統中，直到系統中的錯誤狀態值補償至理想值。並可容許其它感測器出錯，形成多餘感測容錯系統。

#### 3.1 統禦方程式(governing equation )

我們先定義出系統在測量的輸出訊號的統禦方程式，其中輸出訊號包含估測錯誤訊號狀態值的部份。

$$m = m_{real} + d + e$$
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \\ m_{n+1} \\ \vdots \\ m_{n+l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{real\_1} \\ m_{real\_2} \\ \vdots \\ m_{real\_n} \\ m_{real\_n+1} \\ \vdots \\ m_{real\_n+l} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \\ \vdots \\ d_{n+l} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \\ e_{n+1} \\ \vdots \\ e_{n+l} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

在 Eq.(3.1)中， $m$  代表錯誤訊號的感測器真實輸出值，而  $m_{real}$  代表感測器理想的輸出值， $d$  則是我們要去鑑別的錯誤訊號，( $d$  為感測器的錯誤偏差訊號，即為我們要估測的錯誤訊號狀態值， $e$  為感測器輸出雜訊，兩者均為錯誤訊號)。而本法使用擴增型卡曼濾波器，可將雜訊項  $e$  濾除，所估測出的為  $d$  )。

#### 3.2 非時變的錯誤偏差訊號(time-constant fault or drift)

若此系統為非時變系統，假設我們把感測器的錯誤偏差訊號  $d$  的行向量視為系統狀態值，將估

測的狀態值  $d$  視為定值量(constant),則對於這些狀態值的狀態方程式(state equations)可以寫成:

$$continuous - time : \dot{d} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \vdots \\ \dot{d}_n \\ \dot{d}_{n+1} \\ \vdots \\ \dot{d}_{n+l} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.2)$$

discrete - time :

$$\begin{bmatrix} d_1(k+1) \\ d_2(k+1) \\ \vdots \\ d_n(k+1) \\ d_{(n+1)}(k+1) \\ \vdots \\ d_{(n+l)}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1(k) \\ d_2(k) \\ \vdots \\ d_n(k) \\ d_{(n+1)}(k) \\ \vdots \\ d_{(n+l)}(k) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.3)$$

$$d(k+1) = A(k)d(k)$$

*k : sample*

### 3.3 輸出方程式(output equations)

以系統的觀察性(observability)來看,我們需要一個秩為  $n+l$  的觀察矩陣來觀測出  $n+l$  個狀態值。因為 Eq.(3.2)是一個靜態(static)系統 (因系統狀態值為非時變訊號  $d$ ,所以  $\dot{d} = 0$ ,狀態方程式為 0),所以觀察性矩陣僅由輸出方程式組成,在此情況下,我們提倡的輸出方程式可以寫為:

$$z_p : \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & \cdots & C_{1n} & C_{1(n+1)} & \cdots & C_{1(n+l)} \\ C_{21} & 0 & \cdots & C_{2n} & C_{2(n+1)} & \cdots & C_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{l1} & C_{l2} & \cdots & C_{ln} & C_{l(n+1)} & \cdots & C_{l(n+l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \\ \vdots \\ d_{n+l} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$z_{aux} : C_{voting} \cdot d \cdot u_i \cdot d_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n+l \quad (3.5)$$

*Output equation*  $z = \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix}$  取任意  $l$  條 *voting equation* 當輸出  
新增  $n+l$  條 *equation* 當輸出

其中,  $u_i$  為一單位矩陣。而在  $Z_p$  中取的  $\begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \\ \vdots \\ C_{votl} \end{bmatrix}$  矩陣, 但不一定是要在 *voting equations* 中的第一到第  $l$

條列向量 ( $C_{vot1}$ 、 $C_{vot2}$ 、 $\dots$ 、 $C_{votl}$ ), 而是在可以任意選取不同的  $l$  條列向量來構成  $z_p$  的係數矩陣。

在這個輸出方程式中, 我們可由  $z_p$  得知系統是否有出錯, 也由此得錯誤量值。不過僅由  $z_p$  無法解出唯一解, 會有無限多組解的產生, 所以我們必須新增數條輸出方程式以達成系統有唯一解的可能, 而這些新增的輸出方程式即為  $z_{aux}$ 。我們將  $Z_{aux}$  設計作一說明:

由 Eq.(3.5) 來看,  $z_{aux}$  的組合方式是將 *voting matrix* 中的每一列向量乘上其列向量所缺少的感測器的  $d$  值。我們可以下式的概念說明:

$$\begin{aligned} & C_{voting} d \\ &= \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & \cdots & C_{1n} & C_{1(n+1)} & \cdots & C_{1(n+l)} \\ C_{21} & 0 & \cdots & C_{2n} & C_{2(n+1)} & \cdots & C_{2(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & 0 & C_{n(n+1)} & \cdots & C_{n(n+l)} \\ C_{(n+1)1} & C_{(n+1)2} & \cdots & C_{(n+1)n} & 0 & \cdots & C_{(n+1)(n+l)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{(n+l)1} & C_{(n+l)2} & \cdots & C_{(n+l)n} & C_{(n+l)(n+1)} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \\ \vdots \\ d_{n+l} \end{bmatrix} \rightarrow \end{aligned}$$

Let

$$\begin{aligned}
 q_1 &= C_{vot1}d = C(d_2, d_3, \dots, d_{n+l}) \\
 q_2 &= C_{vot2}d = C(d_1, d_3, \dots, d_{n+l}) \\
 &\vdots \\
 q_n &= C_{votn}d = C(d_1, d_2, \dots, d_{n-1}, d_{n+1}, \dots, d_{n+l}) \\
 q_{n+1} &= C_{vot(n+1)}d = C(d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+2}, \dots, d_{n+l}) \\
 &\vdots \\
 q_{n+l} &= C_{vot(n+l)}d = C(d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+1}, \dots, d_{n+l-1})
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

假如  $q_1, q_2, \dots, q_{j-1}, q_{j+1}, \dots, q_{n+l}$  這些式子計算結果不為 0, 而  $q_j$  為 0, 因為由(3.7)式可知  $q_j$  不包含  $d_j$ , 其餘  $q_1, q_2, \dots, q_{j-1}, q_{j+1}, \dots, q_{n+l}$  均包含  $d_j$ , 則可知  $d_j$  存在一錯誤訊號值, 我們可判定  $m_j$  感測器產生錯誤訊號。錯誤訊號判定準則可依此類推, 可檢測出某個感測器出錯。所以  $Z_{aux}$  設計想法是將  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_{n+l}$  乘上每一條  $q_j$  所缺少的  $d_j$ , 經此演算的目的為使其  $Z_{aux}$  的每一方程式的輸出均會是 0, 則可以推算每一方程式為 0 當成新增輸出方程式  $Z_{aux}$  的輸出結果。如此則完成此一設計步驟:

$q_1 d_1 = (C_{vot1}d)d_1 = C(d_2, d_3, \dots, d_{n+l})d_1 = 0$   
 $q_2 d_2 = (C_{vot2}d)d_2 = C(d_1, d_3, \dots, d_{n+l})d_2 = 0$   
 $\vdots$   
 $q_n d_n = (C_{votn}d)d_n = C(d_1, d_2, \dots, d_{n-1}, d_{n+1}, \dots, d_{n+l})d_n = 0$   
 $q_{n+1} d_{n+1} = (C_{vot(n+1)}d)d_{n+1} = C(d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+2}, \dots, d_{n+l})d_{n+1} = 0$   
 $\vdots$   
 $q_{n+l} d_{n+l} = (C_{vot(n+l)}d)d_{n+l} = C(d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+2}, \dots, d_{n+l-1})d_{n+l} = 0$

(3.8)

上述的設計步驟的限制條件就是在同一時間時, 只能有一個感測器發生錯誤的情況下才能正確估測出錯誤量(與 parity equations 及 voting equations 的限制條件一致)。由於本系統使用卡曼濾波器當觀查器估測, Eq.(3.8)的輸出不能零向量表示, 須加設一雜訊項, 其原因矩陣不能為零矩陣因為要有反矩陣(inverse matrix)運算, 否則會有奇異性的問題產生。

$$\begin{aligned}
q_1 d_1 &= (C_{vot1} f) d_1 = (C_{vot1} d) d_1 = C(d_2, d_3, \dots, d_{n+l}) d_1 = v_1 \\
q_2 d_2 &= (C_{vot2} f) d_2 = (C_{vot2} d) d_2 = C(d_1, d_3, \dots, d_{n+l}) d_2 = v_2 \\
&\vdots \\
q_n d_n &= (C_{votn} f) d_n = (C_{votn} d) d_n = C(d_1, d_2, \dots, d_{n-1}, d_{n+1}, \dots, d_{n+l}) d_n = v_n \\
q_{n+1} d_{n+1} &= (C_{vot(n+1)} f) d_{n+1} = (C_{vot(n+1)} d) d_{n+1} = C(d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+2}, \dots, d_{n+l}) d_{n+1} = v_{n+1} \\
&\vdots \\
q_{n+l} d_{n+l} &= (C_{vot(n+l)} f) d_{n+l} = (C_{vot(n+l)} d) d_{n+l} = C(d_1, d_2, \dots, d_n, d_{n+2}, \dots, d_{n+l-1}) d_{n+l} = v_{n+l}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

註： $v_j$  為一虛設的雜訊向量

由  $z_p$  和  $z_{aux}$  的組合的輸出方程式能夠解出正確的錯誤量值以及鑑別出錯的感測器。

### 3.4 非線性系統的觀察性

由於本系統是屬於一個非線性的估測問題(輸出方程式為一非線性方程式),故以非線性系統的觀點處理觀察性(observability)問題,因為 Eq.(3.2)是一個靜態(static)系統(因系統狀態值為非時變訊號  $d$ ,所以  $\dot{d} = 0$ ,狀態方程式為 0),所以觀察性矩陣僅由輸出方程式組成,非線性系統的觀察性矩陣(observability matrix)定義為  $W_0 = \nabla[z \ \dot{z} \ \ddot{z} \ \dots]^T$ ,因為本系統為靜態系統( $\dot{d} = 0$ ),則  $\nabla[\dot{z} \ \ddot{z} \ \dots]^T = 0$ ,所以非線性系統的觀察性矩陣(observability matrix)只須對輸出方程式  $z$  矩陣取一階梯度(gradients)即可,即  $W_0 = \nabla[z]^T$ 。

$$\text{令 } \nabla[z] = \left[ \frac{\partial}{\partial d_1} \ \frac{\partial}{\partial d_2} \ \dots \ \frac{\partial}{\partial d_n} \ \frac{\partial}{\partial d_{n+1}} \ \dots \ \frac{\partial}{\partial d_{n+l}} \right]$$

$$\begin{aligned}
\text{則 } \nabla[z]^T &= \nabla \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix}^T \\
&= \left[ \frac{\partial}{\partial d_1} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \ \frac{\partial}{\partial d_2} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \ \dots \ \frac{\partial}{\partial d_n} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \ \frac{\partial}{\partial d_{n+1}} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \ \dots \ \frac{\partial}{\partial d_{n+l}} \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \right]^T
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix}
C_{vot1} \\
C_{vot2} \\
\vdots \\
C_{votl} \\
C_{vot1}d_1 & C_{12}d_1 & \cdots & C_{1n}d_1 & C_{1n+1}d_1 & \cdots & C_{1(n+l)}d_1 \\
C_{21}d_2 & C_{vot2}d_2 & \cdots & C_{2n}d_2 & C_{2(n+1)}d_2 & \cdots & C_{2(n+l)}d_2 \\
\vdots \\
C_{n1}d_n & C_{n2}d_n & \cdots & C_{votn}d_n & C_{n(n+1)}d_n & \cdots & C_{n(n+l)}d_n \\
C_{(n+1)1}d_{n+1} & C_{(n+1)2}d_{n+1} & \cdots & C_{(n+1)n}d_{n+1} & C_{vot(n+1)}d_{n+1} & \cdots & C_{(n+1)(n+l)}d_{n+1} \\
\vdots \\
C_{(n+l)1}d_{n+l} & C_{(n+l)2}d_{n+l} & \cdots & C_{(n+l)n}d_{n+l} & C_{(n+l)(n+1)}d_{n+l} & \cdots & C_{vot(n+l)}d_{n+l}
\end{bmatrix}_{(n+l+2) \times (n+l)} \quad (3.10)$$

若是  $(d_1 \ d_2 \ \cdots \ d_n \ d_{n+1} \ \cdots \ d_{n+l})$  中任一個感測器有錯誤訊號值，則

$\nabla[z] = \nabla \left[ \begin{array}{c} z_p \\ z_{aux} \end{array} \right]^T \Big|_{d=d_j}$  裡, 具有  $l$  個列向量的  $z_p$ ,  $\nabla[Z_p]^T \Big|_{d=d_j}$  可求得  $l$  個線性獨立的列向量作為組成觀察性矩陣的一部份, 具有  $n+l$  個列向量的  $z_{aux}$ ,  $\nabla[Z_{aux}]^T \Big|_{d=d_j}$  可求得  $n$  個線性獨立的列向量作為組成觀察性矩陣的另一部份。所以整個觀察性矩陣具有秩  $n+l$  (rank =  $n+l$ ), 另可藉由奇異值分解 (singular value decomposition) 的推導出  $n+l$  個大於 0 的奇異值 (singular values) (詳見 3.2.1 節), 即是從觀察器可觀察狀態值數量。所以系統有  $n+l$  個感測器狀態值, 觀察性矩陣的秩為  $n+l$ , 所以本系統為完全狀態可觀察的。

### 3.5 時變的錯誤偏差訊號(time-varying fault or drift)

之前我們是利用定值錯誤訊號(dc-offset)來解釋本論文提出的鑑別架構法則, 然而對於隨時間變化的錯誤訊號估測其實也適用於本方法。在 Eq.(3.2)中, 是假設  $d_j$  為常數不變化, 但是若這個錯誤訊號會隨著時間而變化的話, 我們以離散時間系統表示, 使用 Eq.(3.3)  $d(k+1) = A(k)d(k)$ 。此時  $A(k)$  不是單位矩陣, 而是隨時變化,  $d_j$  也不再是常數, 而是隨著每一取樣時間(sampling time)而改變, 以兩段取樣時間來看, 在這個微小的取樣間隔裡, 其訊號可視為一定值。即零階保持(zero-order hold)所以隨時變化的錯誤訊號雖不為常數, 但我們可將其看作許多一小段不同的常數線性組合而成的, 數學上稱之為一階差分方程式(first order difference equation), 此時  $d(k+1) = A(k)d(k)$  仍然適用本方法來作估測。以普通的擴增卡曼濾波器來說只適合用於系統動態性不變時, 若系統動態隨時變, 必須

加入適應性(adaptive)控制的概念,本論文是採用”儲存記憶褪去法”(Fading memory)以達到即時估測時變訊號。

### 3.6 儲存記憶褪去式擴增卡曼濾波器(Extented kalman filter with fading memory)

本節使用擴增卡曼濾波器當觀察器估測非線性靜態系統的錯誤訊號狀態值,但當系統為動態時,擴增卡曼濾波器估測狀態值產生估測不準或發散問題,此時則需以儲存記憶褪去法(fading memory method)加入擴增卡曼濾波器中,才可估測動態系統狀態值準確。

#### 3.6.1 卡曼濾波器(Kalman filter)

卡曼濾波器是一種最佳化的估測器,卡曼濾波器可減小估計誤差的偏差,可以得到最小化的均方誤差(mean square error)。因此卡曼濾波器在嵌入式控制與導航系統領域中被大量的研究及應用。

卡曼濾波器是一種遞回的估計,即只要獲知上一時刻狀態的估計值以及當前狀態的觀測值就可以計算出當前狀態的估計值,因此不需要記錄觀測或者估計的歷史信息。卡爾曼濾波器與大多數濾波器不同之處,在於它是一種純粹的時域濾波器,它不需要像低通濾波器等頻域濾波器那樣,需要在頻域設計再轉換到時域實現。

#### 3.6.2 擴增卡曼濾波器(Extended Kalman Filter,EKF)

卡曼濾波器是適用於線性系統估測時處理,事實上,在工程中幾乎所有受控場(plant)的進程都是非線性的。而“擴增型卡曼濾波器(Extended Kalman Filter,EKF)”即為解決非線性系統估測問題。

考慮以下的非線性離散時間系統的動態方程式(dynamical equation):

$$\begin{aligned} \text{state equation : } & x(k+1) = f(k, x(k), u(k)) + v(k) \\ \text{output equation : } & z(k+1) = h(k+1, x(k+1)) + w(k+1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

其中,  $x(k)$  是時間  $k$  系統實際狀態值,  $u(k)$  是時間  $k$  系統輸入值,  $f()$  是  $x(k)$  到  $x(k+1)$  的非線性變換函數,  $v(k)$  是受控場的雜訊(plant noise),其據有符合平均值為 0,協方差矩陣為  $Q(k)$  的隨機常態分佈的雜訊,  $z(k)$  是系統對實際狀態  $x(k)$  的測量值,  $h()$  是測量函數,它把實際狀態值  $x(k)$  映射成測量值  $z(k)$ ,  $w(k)$  是測量雜訊(measurement noise),其據有符合平均值為 0,協方差矩陣為  $R(k)$  的隨機常態分佈的雜訊。

近似的線性化矩陣又稱為 Jacobian 矩陣,也就是每一個非線性系統可針對某一平衡點定義其

Jacobian 矩陣,求法如下:

$$A(k) = \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{n+l}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{n+l}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{n+l}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{n+l}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_{n+l}}{\partial x_{n+l}} \end{array} \right]_{x=\hat{x}(k|k); u=0} \quad (3.12)$$

$$H(k+1) = \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_{n+l}} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial x_{n+l}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_{n+l}}{\partial x_1} & \frac{\partial h_{n+l}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial h_{n+l}}{\partial x_{n+l}} \end{array} \right]_{x=\hat{x}(k+1|k)}$$

擴增卡曼濾波器的設計方法分為兩個主要步驟:1.狀態的預測(prediction of states) 2.狀態的修正(correction of states)。第一個步驟“狀態的預測”是指從當前狀態的觀察值及輸入來估測下一刻時間的狀態值。第二個步驟“狀態的修正”是濾波器利用目前的量測值做最佳化,修正前一個步驟所預測的狀態值,以獲得一個較佳的新估測值。

### 1. 狀態的預測(prediction of states):

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= f(k, \hat{x}(k|k), u(k)) \text{(state prediction)} = A(k)\hat{x}(k|k) + u(k) \\ P(k+1|k) &= A(k)P(k|k)A(k)' + Q(k) \text{(state prediction covariance)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

上式為“prediction equation”,其中  $\hat{x}(k+1|k)$  則是時間  $k+1$  時的預測狀態值。 $P(k|k)$  稱為狀態值協方差矩陣(state covariance matrix),定義成  $P(k|k) = E[(\hat{x}(k|k) - x(k))(\hat{x}(k|k) - x(k))']$ ,  $P(k+1|k)$  為時間  $k+1$  時狀態值預測協方差矩陣。

### 2. 狀態的修正(correction of states):

$$r(k+1) = z(k+1) - \hat{z}(k+1|k) \text{ (measure residual)}$$

$$S(k+1) = H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)' + R(k+1) \text{ (measure residual covariance)}$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)H(k+1)'S(k+1)^{-1} \text{ (Kalman filter gain)} \quad (3.14)$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)r(k+1) \text{ (Updated state estimate)}$$

$$P(k+1|k+1) = (I - K(k+1) \cdot H(k+1))P(k+1|k) \text{ (Update state covariance)}$$

上式稱為“correction equation”， $r(k+1)$ 稱為時間  $k+1$  的測量殘值， $S(k+1)$  稱為時間  $k+1$  的殘值協方差， $K(k+1)$  稱為卡曼濾波增益(Kalman filter gain)。

我們可以把 EKF 用流程圖表示：

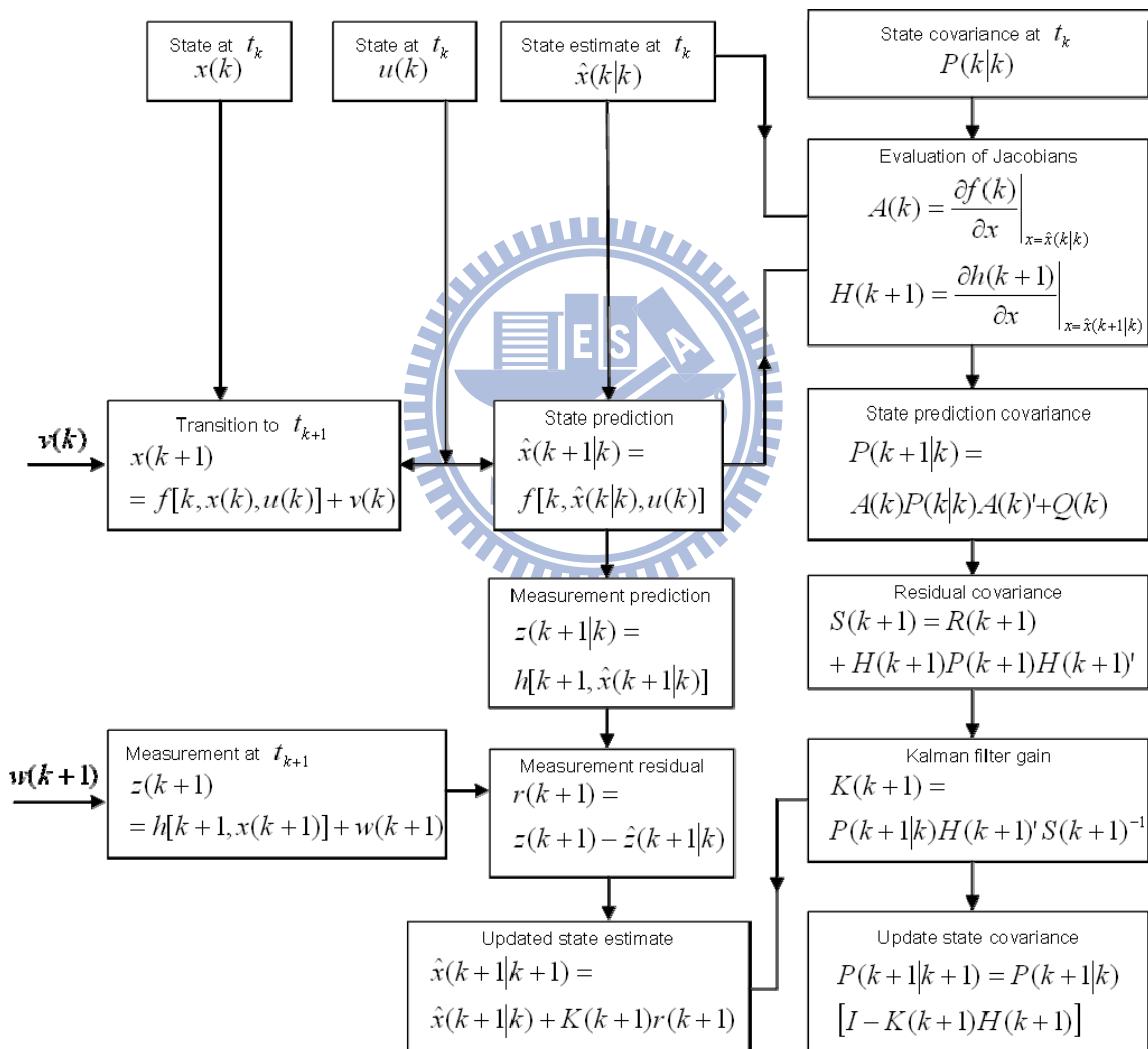


圖 3.1 擴增型卡曼濾波器流程圖

### 3.6.3 儲存記憶褪去法(fading memory)

當系統動態發生改變時(3.5 節)，由於濾波器本身當初設定系統矩陣  $A(k)$  並不會因真實系統改變而自行調整，所以才會出現估測時間緩慢亦或是估不到正確值的情形。所以在此必須採用適應性

控制(adaptive control)的方法在控制同時利用可量測的系統訊號進行系統未知狀態值估測,此時採用的適應性控制(adaptive control)的方法為儲存記憶褪去法來輔助卡曼濾波器的設計。因而稱此為儲存記憶褪去式卡曼濾波器(kalman filter with fading memory)。

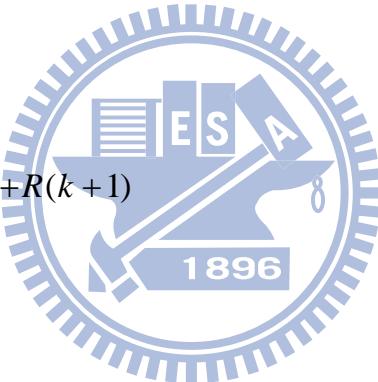
利用褪去狀態累積記憶資訊的作法便是加入一個褪去因子(forgetting factor)  $\lambda(k+1)$ ,加入褪去因子後的卡曼濾波器只需改變 prediction equation:

$$P(k+1|k) = \lambda(k+1)A(k)P(k|k)A(k)' + Q(k) \quad (3.15)$$

其  $\lambda(k+1) \geq 1$ ,這個因子等於 1 時是一般卡曼濾波器,若是大於 1 時便成為了適應性儲存記憶褪去式卡曼濾波器。所以這種濾波器的性能是完全取決於褪去因子的選擇來切換功能。接下來就是決定褪去因子演算法則,這個因子係利用最佳化的理論來推導出來(文獻[10])。文獻[10]提出三種找出最佳褪去因子演算法則,本論文採取第二種及第三種演算法則,首先,先計算輸出殘值協方差矩陣(residual covariance matrix):

$$\begin{aligned} S(k+1) &= E[r(k+1)r(k+1)'] \\ &= H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)' + R(k+1) \end{aligned} \quad (3.16)$$

由 Eq.(3.16)可得



$$S(k+1) - R(k+1) = H(k+1)P(k+1|k)H(k+1)' \quad (3.17)$$

將 Eq.(3.15)代入

$$\begin{aligned} &\lambda(k+1)H(k+1)A(k)P(k|k)A(k)'H(k+1)' \\ &= S(k+1) - H(k+1)Q(k)H(k+1)' - R(k+1) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } M(k+1) &= H(k+1)A(k)P(k|k)A(k)'H(k+1)' \\ N(k+1) &= S(k+1) - H(k+1)Q(k)H(k+1)' - R(k+1) \end{aligned} \quad (3.19)$$

則 Eq.(3.19)被簡化為  $\lambda(k+1)M(k+1) = N(k+1)$  (3.20)

$$\lambda(k+1)I = N(k+1)M^{-1}(k+1), \quad \lambda(k+1) \geq 1 \quad (3.21)$$

將 Eq.(3.21)等式兩邊取跡(trace),則最佳化褪去因子 $\lambda(k+1)$ 可被計算為:

$$\lambda(k+1) = \max \left\{ 1, \frac{1}{m} \text{trace} \left[ N(k+1) M^{-1}(k+1) \right] \right\} \quad (3.22)$$

當我們在做模擬運算時,Eq.(3.22) 對  $M(k+1)$  做反矩陣增加運算的複雜度,為加快即時鑑別的速度,則避免反矩陣  $M(k+1)$  的運算,直接對 Eq.(3.20)方程式兩邊取跡(trace),則可得下式:

$$\lambda(k+1) = \max \{ 1, \text{trace}[N(k+1)] / \text{trace}[M(k+1)] \} \quad (3.23)$$

由 matlab 電腦模擬印證出 Eq.(3.23)也可滿足褪去因子的選擇性。

加入儲存記憶褪去法後的 EKF 的流程圖:

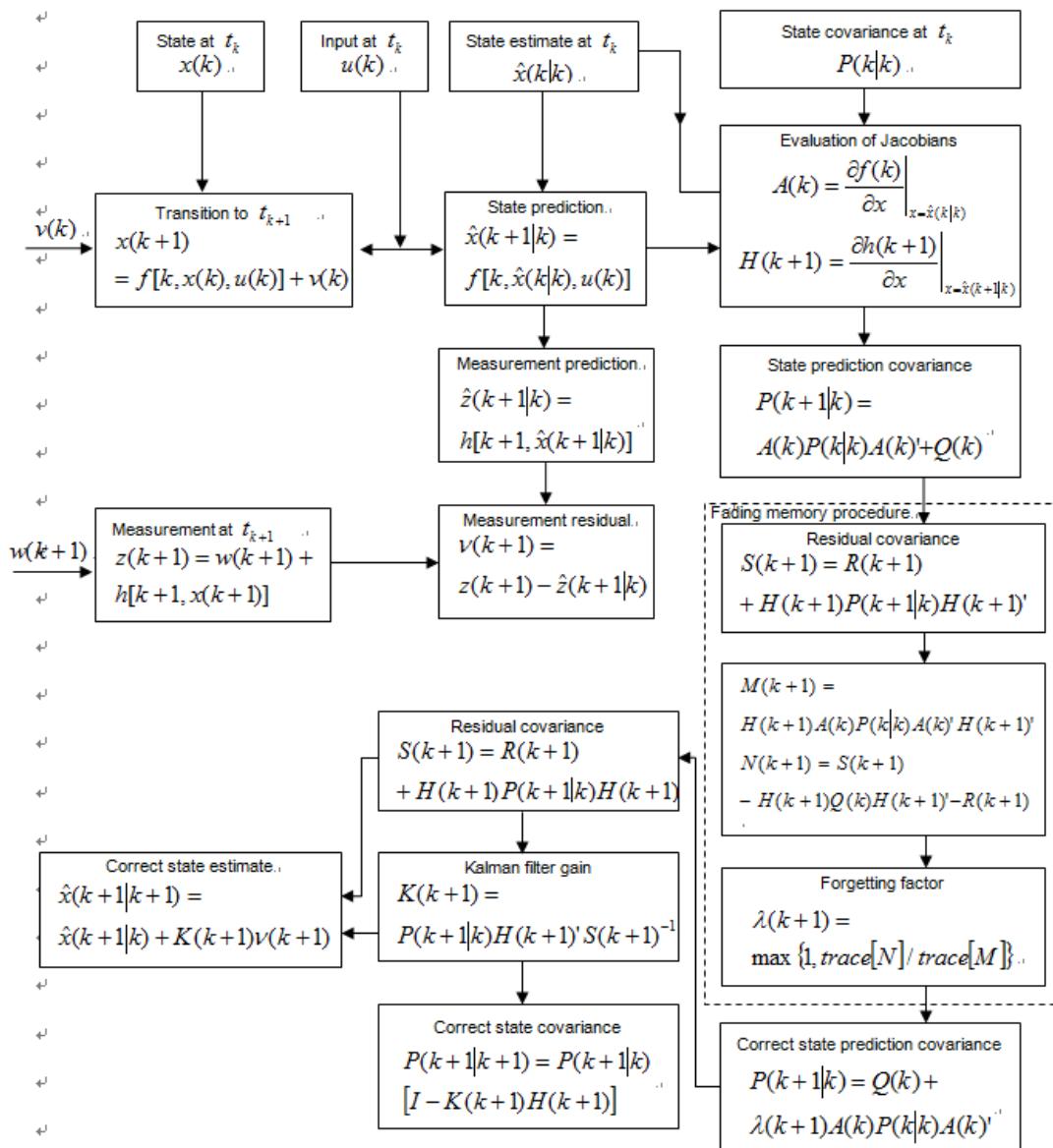
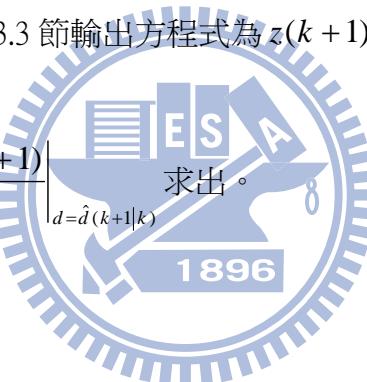


圖 3.2 儲存記憶褪去式卡曼濾波器流程圖

### 3.7 使用卡曼濾波器應用於即時錯誤鑑別系統

介紹完卡曼濾波器後,將其當成本系統的觀察器,作法如下:

- 我們在 Eq.(3.3)裡把系統(受控廠 plant)待估測的狀態值,“錯誤訊號”,以  $d(k+1) = A(k)d(k)$  表示,將觀察器的預測系統狀態值以  $\hat{d}(k+1|k) = A(k)\hat{d}(k|k)$  當作觀察器系統所估測到的錯誤值。 $\hat{d}(k|k)$  為錯誤訊號的估測值,  $\hat{d}(k+1|k)$  為更新前錯誤訊號估測值。
- 因為系統(受控廠 plant)的狀態值  $d(k)$  是不可量測,但觀察器可透過電路實現可測量  $\hat{d}(k|k)$ , 觀察器設計的目的為想要將估測狀態值  $\hat{d}(k|k)$  近似為系統狀態值  $d(k)$ 。
- 以多餘感測的配置關係求出如 3.3 節輸出方程式為  $z(k+1) = \begin{bmatrix} z_p(k+1) \\ z_{aux}(k+1) \end{bmatrix}$ 。
- 輸出測量矩陣  $H(k+1)$  由  $\frac{\partial z(k+1)}{\partial d} \Big|_{d=\hat{d}(k+1|k)}$  求出。
- 輸出方程式殘餘值



$$\begin{aligned} residual &= r(k+1) = \begin{bmatrix} z_p(k+1) \\ z_{aux}(k+1) \end{bmatrix} - z(k, \hat{d}(k+1|k)) = z(k+1) - \hat{z}(k+1|k) \\ &= z(k+1) - H(k+1)\hat{d}(k+1|k) \end{aligned}$$

- 修正估測狀態值  $\hat{d}(k+1|k+1) = \hat{d}(k+1|k) + K(k+1)r(k+1)$ ,  $\hat{d}(k+1|k+1)$  為更新後錯誤訊號的估測值。
- 其流程方塊圖如圖 3.3 所示。

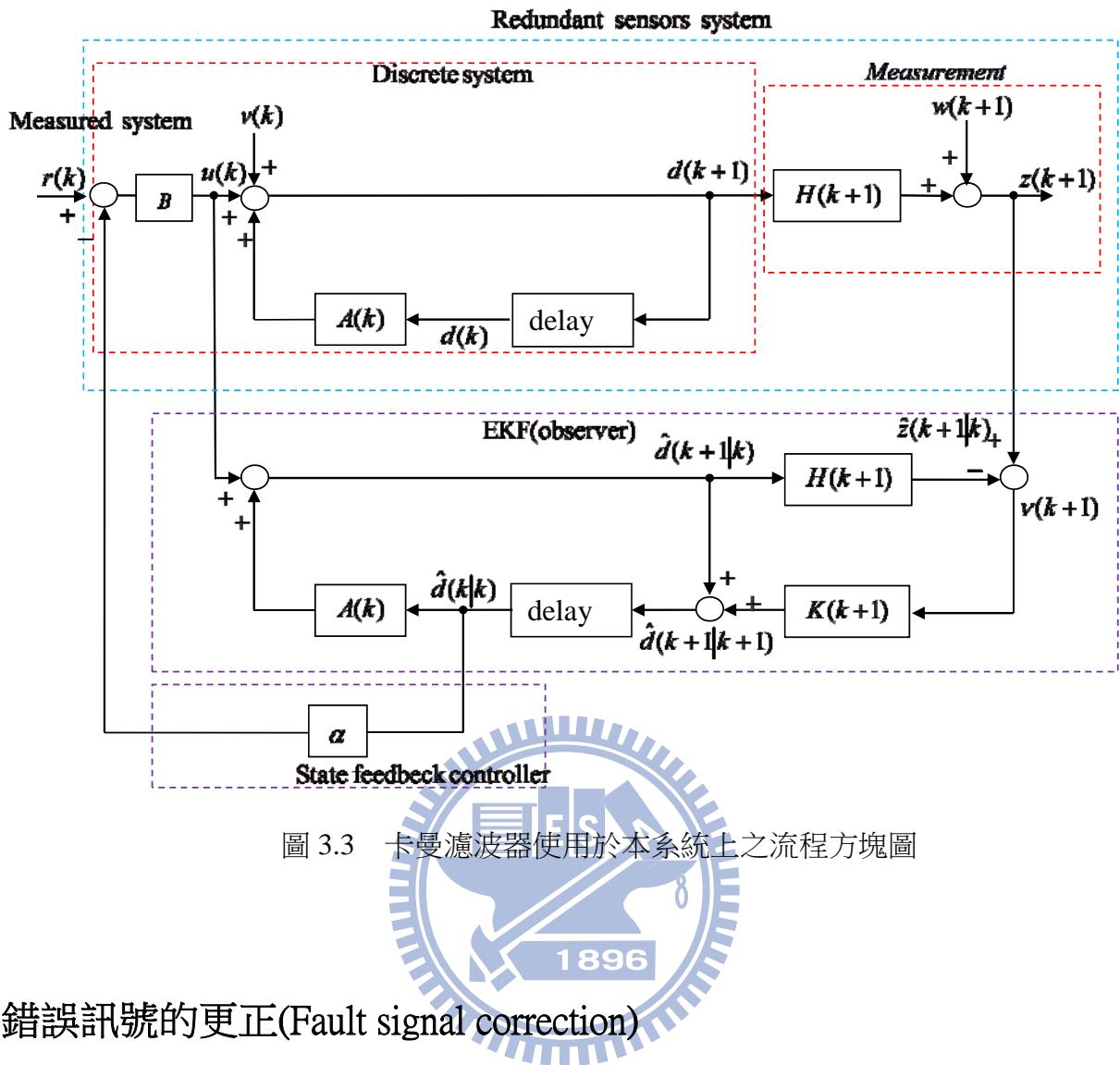


圖 3.3 卡曼濾波器使用於本系統上之流程方塊圖

### 3.8 錯誤訊號的更正(Fault signal correction)

本節介紹狀態回授法(state feedback method)目的及原理,以分離原理說明卡曼濾波為觀察器結合狀態回授的設計,並驗證此狀態回授系統是否符合穩定性(stability)設計,最後說明狀態回授法(state feedback method)加入我們提出的即時錯誤鑑別法中可更正補償系統錯誤訊號,使系統運作正常。

#### 3.8.1 目的

在 3.3 節後半我們有提及到即時錯誤鑑別法在同一時間只能允許一個感測器錯誤發生,若是要容許下一個感測器發生錯誤時觀察器能鑑別出就必須使第一個出錯感測器即更正到理想狀態,則系統中任一感測器出錯均可即時更正而不會影響系統的運作,搭配我們提出的即時錯誤鑑別法形成一可運行的多餘感測容錯系統。

## 3.8.2 狀態回授法(state feedback)

### 3.8.2.1 狀態回授簡介

由觀察器所預測到的狀態值就是感測器上的錯誤訊號值,而我們把這些估測狀態值回授到輸入,使得回授與輸入訊號相加或相減合成訊號進入到系統,再從系統的感測器量測輸出值(即 Eq.(3.1)之  $m_j$ ),使得具有錯誤的輸出值  $m_j$  能夠藉由狀態回授增益的補償讓錯誤值更正,修正到輸出值為 Eq.(3.1) 之理想值  $m_{real\_j}$ 。其控制原理為若系統是可控制的,則可經由狀態回授任意設定閉迴路的特徵值(極點),使閉迴路穩定。

### 3.8.2.2 分離原理(Separation principle)

利用觀察器估測的狀態值做狀態回授設計,以卡曼濾波為觀察器結合狀態回授的系統方塊流程如圖 3.4 所示:

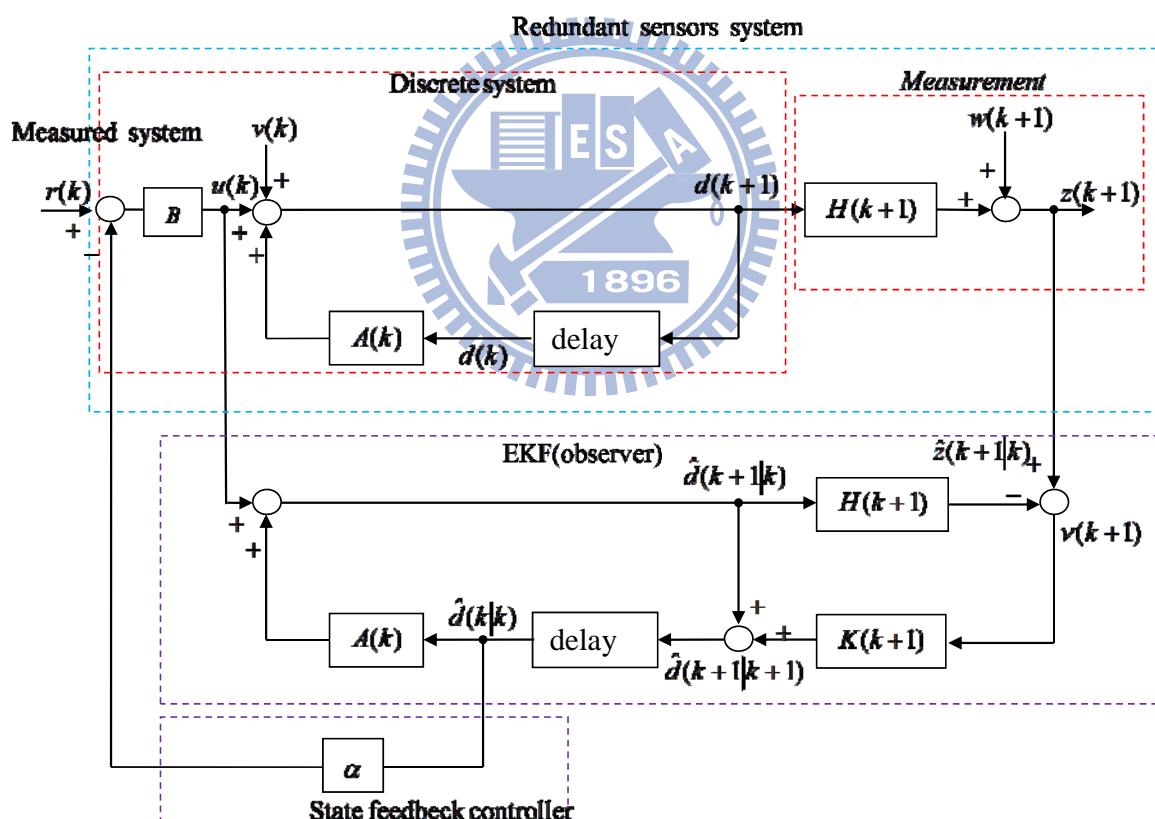


圖 3.4 狀態回授法使用於本系統上之流程方塊圖

狀態回授與觀察器之合成設計,主要根據分離原理(Separation principle):假設開路系統為完全狀態可控制及可觀察。當控制系統引用狀態觀察器(state observer)來達成狀態回授(state feedback)之閉迴路設計時,若開路系統的參數矩陣  $A(k)$ ,  $H(k+1)$  完全已知時,則狀態觀察器與狀態回授器可以分離設計。此理論稱為分離原理。狀態回授與觀察器之合成的設計步驟如下:

1. 檢查開路系統的控制性與觀察性。

因為系統是靜態系統,所以狀態可控制。又 3.4 節有證明出這個估測系統是狀態可觀察的。

2. 設計觀察器和狀態回授控制器為：

由 3.6.2 節可知卡曼濾波器的更新估測狀態值方程式為

$$\begin{cases} \hat{d}(k+1|k) = A(k)\hat{d}(k|k) \\ \hat{d}(k+1|k+1) = \hat{d}(k+1|k) + K(k+1)r(k+1) \end{cases} \quad (3.24)$$

Eq.(3.24)式即為以卡曼濾波器為觀察器的狀態方程式。 $K(k+1)$  為卡曼濾波增益也代表觀察器增益。此時,我們加入一狀態回授控制器：

$$u = -B\alpha\hat{d}(k|k) \quad (3.25)$$

$\alpha$  為一狀態回授增益向量,這個狀態回授控制器便是用來作為狀態回授功能控制命令輸入,而此狀態回授控制方式為一簡單的比例控制動作(proportional control),電路上用一比例放大器即可實現此狀態回授控制器。所以 Eq.(3.24)可以改寫成:

$$\begin{cases} \hat{d}(k+1|k) = A(k)\hat{d}(k|k) - B\alpha\hat{d}(k|k) \\ \hat{d}(k+1|k+1) = \hat{d}(k+1|k) + K(k+1)r(k+1) \end{cases} \quad (3.26)$$

Eq.(3.26)為加入狀態回授到卡曼濾波器的更新估測狀態值方程式, 其流程方塊圖如圖(3.5),因為本系統並無控制命令輸入,所以( $s(k) = 0, B = 1$ ),所以我們所加入的狀態回授控制命令輸入可完全由  $\alpha$  作控制。

3. 根據規格,決定希望的閉迴路特性方程式:

$$\alpha_c(z) = z^n + \delta_1 z^{n-1} + \cdots + \delta_n = 0 \quad (3.27)$$

4. 根據規格,決定希望的觀察器誤差極點方程式:

$$\alpha_e(z) = z^n + \beta_1 z^{n-1} + \cdots + \beta_n = 0 \quad (3.28)$$

5. 根據分離原理(Separation principle),求解狀態觀察器與狀態回授增益。

所以當我們引用狀態觀察器來達成狀態回授之閉迴路設計時,加上系統參數矩陣( $A(k), H(k+1)$ )又

都已知的狀況下,依照分離原理(Separation principle),狀態觀察器與狀態回授可以分離設計。如圖(3.5)實際上系統錯誤值的狀態方程式為

$$d(k+1) = A(k)d(k) + Bu(k) = A(k)d(k) - B\alpha\hat{d}(k|k) \quad (3.29)$$

定義系統錯誤值誤差的狀態方程式為:

$$\begin{aligned} \Delta d(k+1) &= d(k+1) - \hat{d}(k+1|k+1) \quad (\text{Eq.3.29代入 } d(k+1); \text{ Eq.3.26代入 } \hat{d}(k+1|k+1)) \\ &= A(k)d(k) - B\alpha\hat{d}(k|k) - \hat{d}(k+1|k) - K(k+1)r(k+1) \quad (\text{Eq.3.26代入 } \hat{d}(k+1|k)) \\ &= A(k)d(k) - B\alpha\hat{d}(k|k) - A(k)\hat{d}(k|k) + B\alpha\hat{d}(k|k) - K(k+1)[z(k+1) - \hat{z}(k+1|k)] \quad (3.30) \\ &= A(k)[d(k) - \hat{d}(k|k)] - K(k+1)[z(k+1) - \hat{z}(k+1|k)] \\ &= A(k)\Delta d(k) - K(k+1)[z(k+1) - \hat{z}(k+1|k)] \end{aligned}$$

5.1 解觀察器增益  $K(k+1)$ :由於在這系統中所採用的觀察器為卡曼濾波器,由 Eq.(3.30)卡曼濾波增益  $K(k+1)$  的特性是可以藉由錯誤狀態實際值  $d(k)$  與估測值  $\hat{d}(k|k)$  之差值自行調整以收斂誤差  $\Delta d(k+1)$ ,所以卡曼濾波增益  $K(k+1)$  可自行調整。

5.2 解狀態回授增益  $\alpha$ :

定義系統錯誤值的狀態方程式為 :



$$\begin{aligned} d(k+1) &= A(k)d(k) - B\alpha\hat{d}(k|k) \\ &= A(k)d(k) - B\alpha d(K) + B\alpha d(K) - B\alpha\hat{d}(k|k) \quad (3.31) \\ &= (A - B\alpha)d(k) + B\alpha[d(K) - \hat{d}(k|k)] \\ &= (A - B\alpha)d(k) + B\alpha\Delta d_k \end{aligned}$$

對 Eq.(3.31)取  $z$  轉換相等於 Eq.(3.27)可得特徵方程式:

$$|zI - A + B\alpha| = \alpha_e(z) = 0; \text{解狀態回授增益 } \alpha \quad (3.32)$$

所以由 Eq.(3.32)狀態回授控制器的設計部份僅決定狀態回授增益  $\alpha$  即可。Eq.(3.32)比較係數後可求得狀態回授增益  $\alpha$ ,並可以決定閉迴路的極點(特徵值)位置。

### 3.8.2.3 離散時間系統的穩定度(stability)

狀態回授後的系統穩定度決定於此系統的特徵方程式(characteristic equation)的特徵值(eigenvalues)(極點)是否位於  $z$  平面的單位圓(unit circle)內。因為由 Eq.(3.32) 系統錯誤值的動態方程式是穩定的充分必要條件是：

$$|\lambda_i(A - B\alpha)| < 1, \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.33)$$

其中  $\lambda_i(A - B\alpha)$  代表系統矩陣  $A - B\alpha$  的特徵值, 則對於所有的特徵值  $\lambda_i$  的絕對值均需小於 1。因為  $(A = 1, B = 1)$  代入 Eq.3.33 滿足系統穩定度的條件下, 可求得符合穩定度的狀態回授增益值  $\alpha$  範圍:  $0 < \alpha < 2 ; \forall i = 1, 2, \dots, n$  使系統在狀態回授錯誤更正後仍可保持穩定度。

### 3.8.3 使用狀態回授法應用於即時錯誤鑑別系統

將狀態回授用於本系統如圖(3.5)所示方塊圖, 系統加入狀態回授後的錯誤狀態方程式為 Eq.(3.29):  $d(k+1) = A(k)d(k) - B\hat{d}(k|k)$ , 但實務上我們量測到的是感測器的訊號輸出值  $m$  而不可能直接量測到系統的錯誤訊號值  $d(k)$ , 所以我們無法得知真實錯誤值內容, 但可藉由觀察器所估測出來  $\hat{d}(k)$  值可近似實際錯誤值  $d(k)$ 。控制命令輸入  $u(k)$  為一輸入命令與狀態回授命令之和, 在此輸入命令為 0, 所以控制命令輸入  $u(k)$  等於狀態回授命令, 重新整理 Eq.(3.26) 及 Eq.(3.29) 使量測輸出項與狀態回授控制器有關聯:

因為  $A, B$  均為單位矩陣, 所以 Eq.(3.26) 可改寫成:

$$\begin{cases} \hat{d}(k+1|k) = \hat{d}(k|k) - \alpha\hat{d}(k|k) \cdots (3.26-1) \\ \hat{d}(k+1|k+1) = \hat{d}(k+1|k) + K(k+1)r(k+1) \cdots (3.26-2) \end{cases}$$

將 Eq.(3.26-1) 代入 Eq.(3.26-2)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \hat{d}(k+1|k+1) &= \hat{d}(k|k) - \alpha\hat{d}(k|k) + K(k+1)r(k+1) \\ &\because \text{收斂時 } K(k+1)r(k+1) \text{ 會趨近於 } 0 \\ \therefore \Rightarrow \hat{d}(k+1|k+1) &= \hat{d}(k|k) - \alpha\hat{d}(k|k) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Eq.(3.29)同理可證得

$$d(k+1) = d(k) - \alpha \hat{d}(k|k) \quad (3.35)$$

由 Eq.(3.34), Eq(3.35)可由疊代(iteration)關係推導出

$$\begin{aligned} d(1) &= d(0) - \alpha \hat{d}(0|0) \\ d(2) &= d(1) - \alpha \hat{d}(1|1) = d(0) - \alpha \hat{d}(0|0) - \alpha \hat{d}(1|1) \\ d(3) &= d(2) - \alpha \hat{d}(2|2) = d(0) - \alpha \hat{d}(0|0) - \alpha \hat{d}(1|1) - \alpha \hat{d}(2|2) \\ &\vdots \\ d(k+1) &= d(0) - \alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}(j|j) \end{aligned} \quad (3.36)$$

將 Eq.(3.1)改成離散時間系統, 還未經過狀態回授的量測值向量為:



$$m(k+1) = m_{real}(k+1) + d(k+1) + e(k+1) \quad (3.37)$$

若將經過狀態回授補償後的狀態值, “Eq.(3.36)” 代入 Eq(3.37)則可得經過狀態回授補償後的量測值向量, 我們以  $m_{com}(k+1)$  表示如下:

$$m_{com}(k+1) = m_{real}(k+1) + d(0) - \alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}(j|j) + e(k+1) \quad (3.38)$$

所以經過回授補償狀態值過後的量測訊號向量就不再是  $m(k+1)$  了, 而以  $m_{com}(k+1)$  表示。則 Eq(3.38)可重新整理如下:

$$m_{com}(k+1) = m(k+1) - \alpha \sum_{j=0}^k \hat{d}(j|j) \quad (3.39)$$

## 第四章 即時錯誤鑑別及更正實例模擬與分析

為了驗證我們提出即時錯誤鑑別法及狀態回授更正演算法,將此演算法寫成 Matlab 程式模擬而繪出相關的模擬圖。我們假定一個簡單的馬達轉動量測系統,它運用一個感測器(加速規)來量測馬達(系統)的轉速(狀態),而再外加兩個感測器形成一個多餘感測元件的系統。取樣頻率為 100Hz 搜集加速規訊號,此外給定感測器一高斯分佈的隨機雜訊,其標準差為 0.01 量測單位。

### 4.1 即時錯誤鑑別系統模擬與分析

#### 4.1.1 奇異值分解 (singular value decomposition)判定觀察性

在 3.4 節我們利用觀察性矩陣來判定系統的觀察性。另外,也可由奇異值分解 (singular value decomposition) 算出奇異值(singular value)來看觀察性。假設系統有  $n+l$  個狀態值,要使系統完全狀態可觀察就必須有  $n+l$  大於 0 的奇異值。此觀察性矩陣的秩(rank)也等於  $n+l$ 。在本模擬中,設三個感測器的錯誤訊號理想值分別為  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$ ,我們先猜測以卡曼濾波器為觀察器的錯誤訊號估測值為  $(\hat{d}_1, \hat{d}_2, \hat{d}_3) = (5, 7, 8)$ ,以此及 4.1 資訊代入 matlab 電腦模擬錯誤鑑別法及卡曼濾波器運算,如圖 4.1 可得出 3 個大於 0 的奇異值。

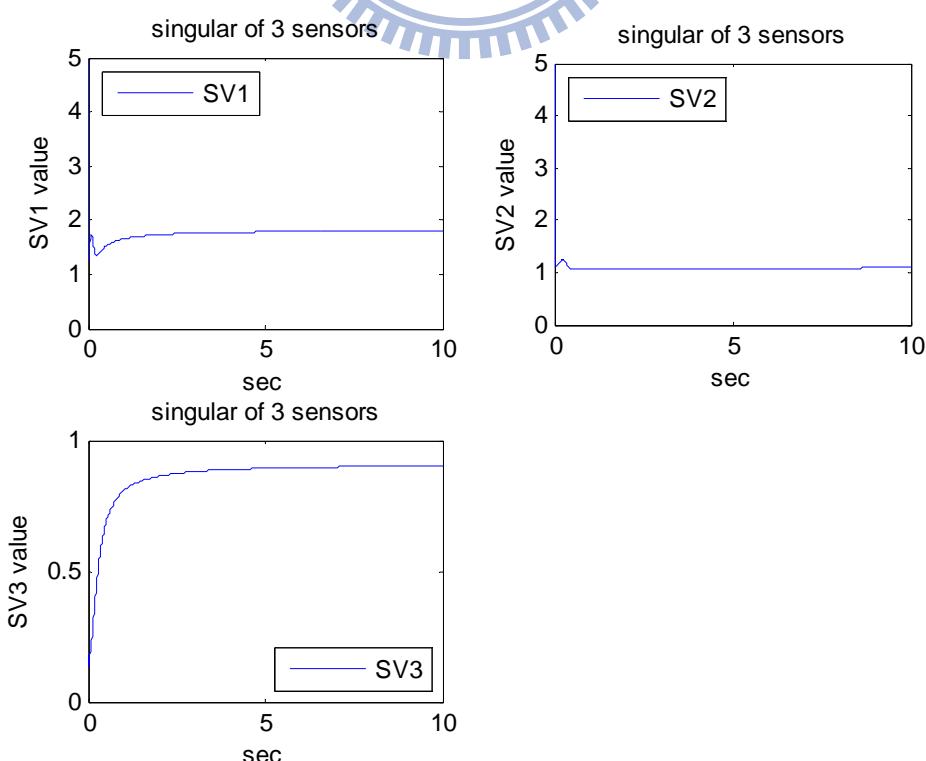


圖 4.1 3 個感測器的奇異值

## 4.2 即時錯誤鑑別系統

假定 1 個感測器多加 2 個多餘感測器所形成的多餘感測系統具有以下的配置關係:

$$\begin{aligned} m_{real\_1} &= hx' \\ \rightarrow \begin{cases} m_{real\_2} = 2hx' \\ m_{real\_3} = 5hx' \end{cases} \end{aligned} \quad (4.1)$$

(其中  $m_{real\_1}$  、  $m_{real\_2}$  、  $m_{real\_3}$  分別為感測器  $M_1$  、  $M_2$  、  $M_3$  之理想輸出訊號)

所以 Eq(4.1)代入 Eq(2.1)

$$\begin{aligned} m &= Hx + f \\ \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2)$$


(其中  $m_j$  分別為感測器  $M_j$  之實際輸出訊號,  $H$  是測量矩陣,  $f_j$  分別為感測器  $M_j$  輸出的不良訊號)

由 Eq.(4.2)則存在一  $V$  矩陣為  $H$  的零空間(null space),使得  $VH = 0$  將 Eq.(4.2)乘以  $V$  的可得出:

$$\begin{aligned} Vm &= VHx + Vf \\ \rightarrow Vm &= Vf \quad (VH = 0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$Vm$  即為等值方程式(parity equation,由 Eq(4.3):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.2 \\ 1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.2 \\ 1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Eq(4.4)的列一及列二線性組合可得 voting equation:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.4 \\ 1 & 0 & -0.2 \\ 1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.4 \\ 1 & 0 & -0.2 \\ 1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$C_{voting} m = C_{voting} f$$

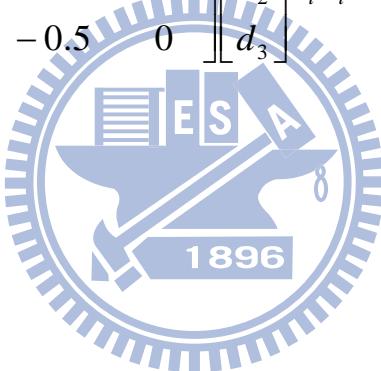
我們所提出的輸出方程式在於可即時鑑別出那個感測器的錯誤值及驗證系統觀察性,其輸出方程式(由 Eq(3.4),Eq(3.5),Eq(3.6))如下所示:

$$z_p = \begin{bmatrix} C_{vot1} \\ C_{vot2} \\ C_{vot3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.4 \\ 1 & 0 & -0.2 \\ 1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$z_{aux} = C_{voting} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} u_i d_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.4 \\ 1 & 0 & -0.2 \\ 1 & -0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} u_i d_i$$

$$= \begin{bmatrix} (d_2 - 0.4d_3)d_1 \\ (d_1 - 0.2d_3)d_2 \\ (d_1 - 0.5d_2)d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$z = \begin{bmatrix} z_p \\ z_{aux} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$



$$\text{假設 } m_{real\_1} = 1 \cdot \cos(wf \cdot t), \text{ 角頻率 } wf = 0.75 \text{ rad/sec} \quad (4.9)$$

Eq(4.9)代入 Eq(3.1)感測器輸出訊號為:

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cos(wf*t) \\ 2 \cos(wf*t) \\ 5 \cos(wf*t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}; wf = 0.75 \text{ rad/sec} \quad (4.10)$$

#### 4.2.1 錯誤訊號為定值(dc-offset)時的鑑別模擬

我們先假設感測器此時發生的錯誤訊號為一定值錯誤訊號(dc-offset),如 4.2.1 節錯誤訊號狀態值所假設,代入 Matlab 輔助錯誤鑑別法及卡曼濾波器我們所設計的演算法得出模擬顯示,圖 4.2 中為各

感測器的輸出訊號圖,而其不含錯誤訊號(dc-offset)的理想訊號輸出以綠線表示,實際輸出訊號(包含錯誤訊號)以藍線表示。可以發現感測器  $M_1$  因為受到一個錯誤訊號影響,由圖 4.2 顯示其差量約為 1 左右。即為我們假設  $M_1$  的錯誤訊號為 1 輸出單位吻合。其餘兩個感測器沒有錯誤訊息。接著再進行 voting equation 的驗證,我們提出的 voting equation 由 Eq(4.5) 對照可知,voting equation 第一列方程式不含  $M_1$  的錯誤訊號,其餘第二列及第三列均含  $M_1$  的錯誤訊號,由圖 4.3 可知,第一列方程式輸出為 0,其餘第二列及第三列方程式輸出為 1 左右,所以由 voting equation 錯誤鑑別的方法可知,所以缺少感測器  $M_1$  的 voting equation 為 0,其餘包含  $M_1$  的 voting equations 不為 0,而為 1 左右,此時由此判別出感測器  $M_1$  是出錯的,且其值為 1,而圖 4.4 中顯示觀察器的估測值,可以估測到這個錯誤訊號為感測器  $M_1$  的輸出,是一個輸出訊號單位為 1 的偏差值,其餘兩感測器估測到的錯誤值均為 0。

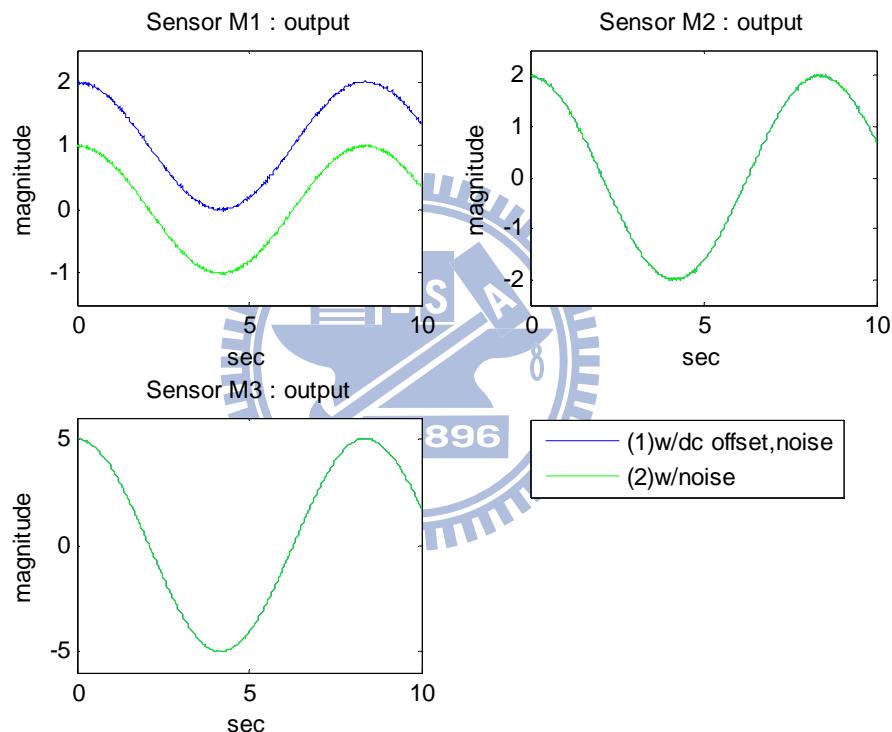


圖 4.2 各感測器輸出訊號圖(錯誤訊號:dc-offset,  $Q = 0.0$ )

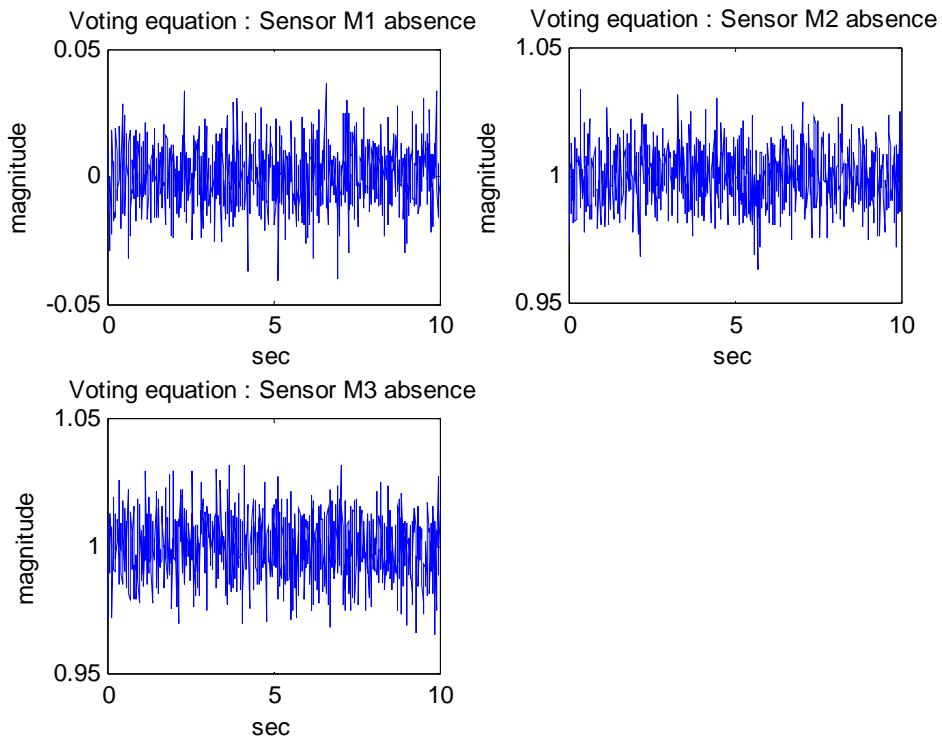


圖 4.3 voting equation 輸出圖(錯誤訊號:dc-offset,  $Q = 0.0$ )

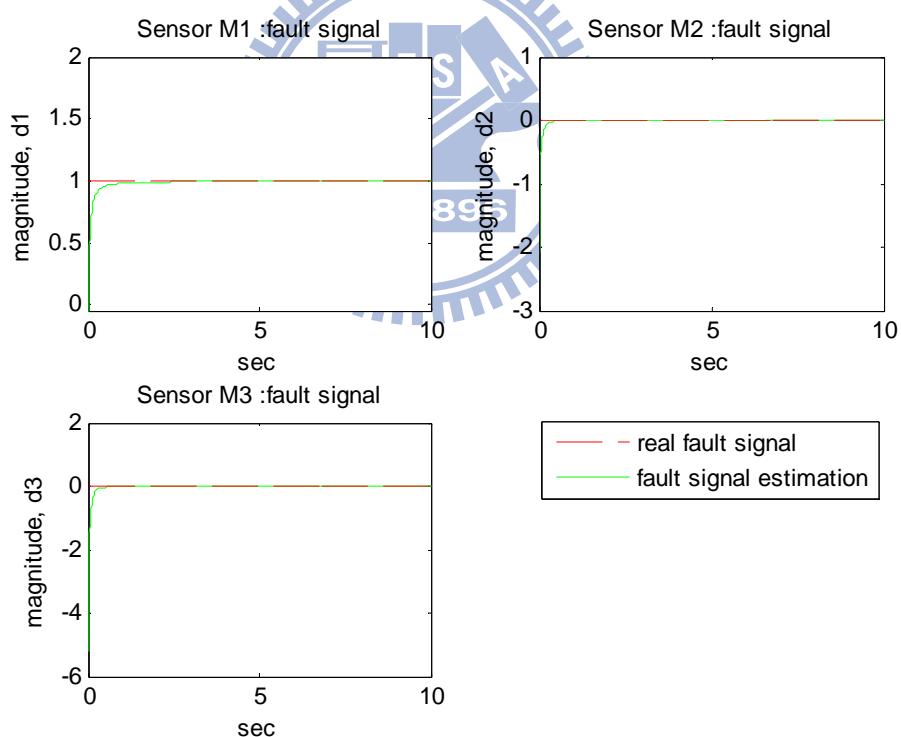


圖 4.4 各感測器錯誤訊號估測圖(錯誤訊號:dc-offset,  $Q = 0.0$ )

#### 4.2.2 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)時鑑別模擬

其次我們再利用即時錯誤鑑別法來鑑別錯誤訊號狀態值隨時間變動的情形,我們假設出錯的感測器為第二個感測器(sensor  $M_2$ ),其錯誤訊號函數如下:

$$d_2(t) = 2 + 0.4 \sin(1 \cdot wf \cdot t) + 0.4 \cos(1.75 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \sin(1.6 \cdot wf \cdot t) \quad (4.11)$$

將 Eq(4.11)及 4.1 節資訊代入 matlab 電腦模擬錯誤鑑別法及卡曼濾波器運算,如圖 3.5 為各感測器輸出訊號圖,而其不含時變錯誤訊號(time-varying)的理想訊號輸出以綠線表示,實際輸出訊號(含錯誤訊號)以藍線表示。可以發現感測器  $M_2$  因為受到一個時變錯誤訊號影響,實際的輸出訊號與理想輸出產生一個時變差量。其餘兩個感測器因為沒有錯誤訊息,所以實際的輸出訊號與理想輸出訊號顯示重疊。而圖 4.6 中顯示即時鑑別法利用 voting equation 去鑑別出錯誤的元件,圖 4.6 中缺少感測器  $M_2$ ,的輸出波形為 0 左右,此時由此判別出感測器  $M_2$  是出錯的。

由圖 4.7 我們可看出各感測器錯誤訊號的估測值,其中  $M_1, M_3$  的無錯誤訊號,所以觀察器的估測值很快就可以估測到 0,  $M_2$  的錯誤訊號為 Eq(4.11),其值隨時間變動過大,觀察器的估測值無法收斂追上實際的錯誤值,此時採用改善的方法有二:

1.給定一受控場(感測器)的雜訊(plant noise)  $v(k)$  有值,則受控場雜訊協方差  $Q(k)$  有值,使得狀態預測協方差  $P(k+1|k) = A(k)P(k|k)A(k)' + Q(k)$  也變大,則卡曼濾波器則較不要去依賴舊有的狀態預測協方差  $P(k+1|k)$  資訊來收斂狀態值,而是視實際測量方程式的量測值  $z(k+1)$  變動而定,如圖 4.8 所示。受控場有雜訊,  $Q = 0.01$  觀察器即可估測時變訊號,與圖 4.7 比較,受控場無雜訊,  $Q = 0$  觀察器則無法估測時變訊號。

2.另一方法則為 3.6.3 節所敘述的儲存記憶褪去法加到卡曼濾波器上,其模擬於下節說明。

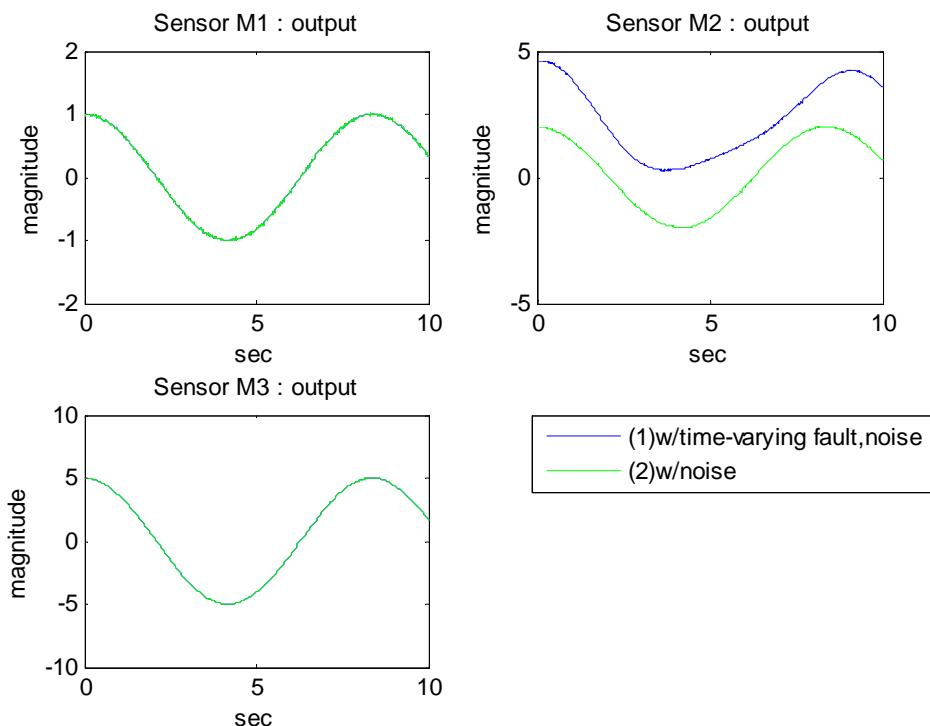
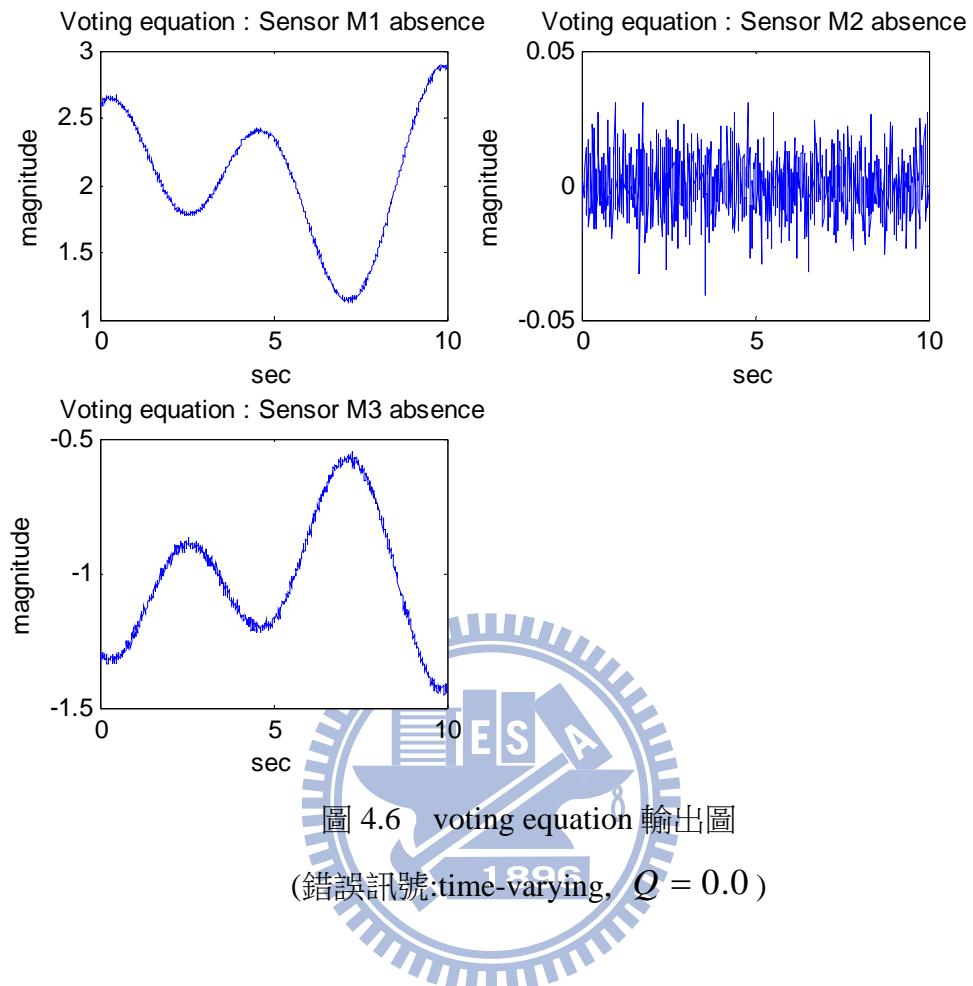


圖 4.5 各感測器輸出訊號圖

(錯誤訊號:time-varying,  $Q = 0.0$ )



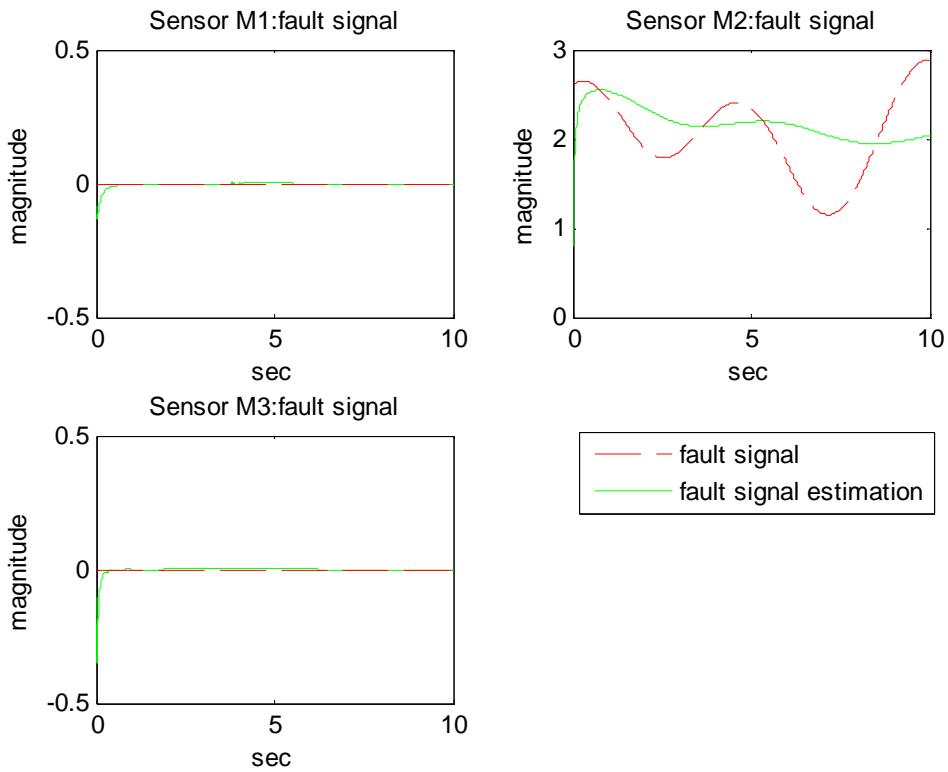


圖 4.7 各感測器錯誤訊號估測圖

(錯誤訊號:time-varying,受控場無雜訊,  $Q = 0.0$ )

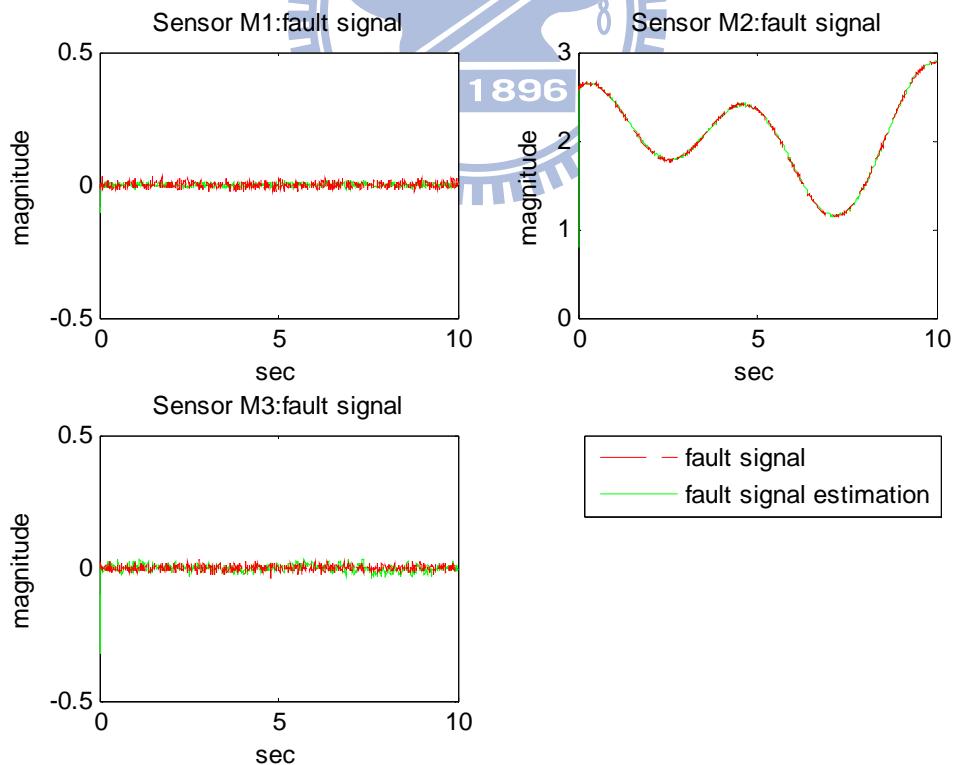


圖 4.8 各感測器錯誤訊號估測圖

(錯誤訊號:time-varying,受控場有雜訊  $Q = 0.01$ )

### 4.2.3 儲存記憶褪去法(Adaptive fading memory)模擬

針對錯誤訊號為隨時間變化如 Eq.(4.11)時，擴增型卡曼濾波器便會發生估測延遲或是估測不準確的情形，由 4.2.3 節可採用兩種方法解決此項問題：均是改變狀態協方差矩陣的值，如 Eq(3.15)：

$$P(k+1|k) = \lambda(k+1)A(k)P(k|k)A(k)' + Q(k) .$$

- 1.給定一受控場(感測器)有雜訊，使得受控場雜訊協方差  $Q(k)$  有值如 4.2.3 節所敘述。
- 2.為 3.63 節說明的儲存記憶褪去法來改善，我們以 3.2.3 節第二個感測器  $M_2$  出錯的例子比較，將 4.2.3 節的時變的訊號條件代入 3.6.3 節儲存記憶褪去法演算模擬求得每一遞回的褪去因子  $\lambda(k+1)$ ，若  $\lambda(k+1) > 1$ ，則儲存記憶褪去法成立，再代入 Eq(3.15) 求  $P(k+1|k)$ ，改變狀態估測協方差矩陣。

以上兩種方法均是提高狀態協方差矩陣  $P(k+1|k)$  的值，使得系統較相信目前所量測到的值而比較不相信舊有的估測值，則觀察器可估測動態的狀態值。

在圖 4.9，左圖是加入儲存記憶褪去法的感測器估測值輸出情形，我們可看到使用儲存記憶褪去式擴增型卡曼濾波器可估測到實際感測器  $M_2$  的動態錯誤訊號，右圖是沒有儲存記憶褪去式的擴增型卡曼濾波器，則無法估測實際感測器  $M_2$  的動態錯誤訊號準確。圖 4.9 均是在受控場(感測器)無雜訊，受控場雜訊協方差  $Q = 0.0$  的情況下模擬。

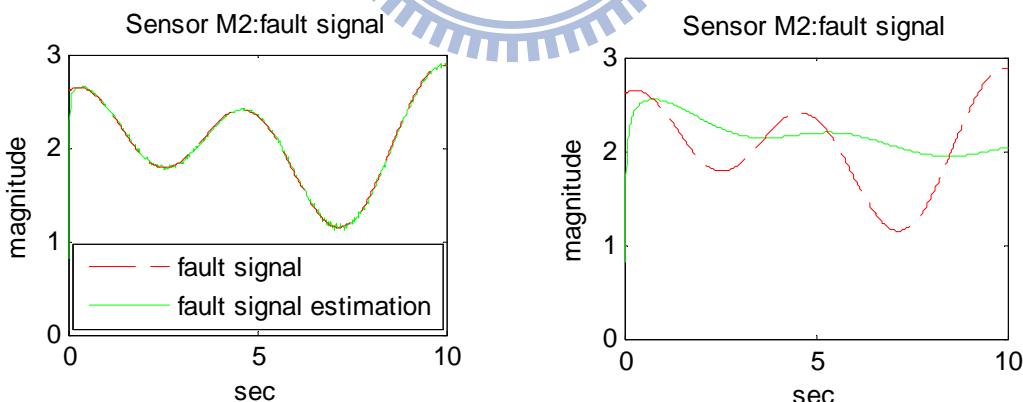


圖 4.9 感測器  $M_2$  有無採用儲存記憶褪去法錯誤訊號估測圖

(錯誤訊號:time-varying, 受控場無雜訊,  $Q = 0.0$ )

## 4.3 即時錯誤鑑別系統更正模擬與分析

### 4.3.1 單一感測器錯誤補償更正

#### 4.3.1.1 錯誤訊號為定值(dc-offset)時的更正模擬

以 4.2.2 節所述錯誤訊號為定值時的錯誤鑑別條件,搭 3.8.2 節的狀態回授法演算,代入 matlab 做即時錯誤鑑別及更正的模擬,由 3.8.2.3 節可知為滿足系統穩定性,所以我們設計狀態回授增益  $\alpha$  值須介於 0 與 2 之間,  $\alpha$  經我們模擬程式微調到  $\alpha = 0.01$  使感測器更正補償的輸出值更接近到實際的輸出值。如圖(4.10)為各感測器錯誤訊號經過狀態回授的更正輸出圖形,我們可看到感測器  $M_1$  錯誤訊號為 1(紅色虛線),錯誤訊號更正值(綠線)經過狀態回授後約 2~3 秒後可更正回 0,即理想值。如圖(4.11)為各感測器輸出波形更正圖,我們可看出  $M_2, M_3$  無錯誤訊號,  $M_1$  的錯誤訊號(藍線)與理想訊號(紅色虛線)的誤差值約為 2,更正訊號波形(綠線) 2~3 秒後可更正回理想訊號(紅色虛線)。

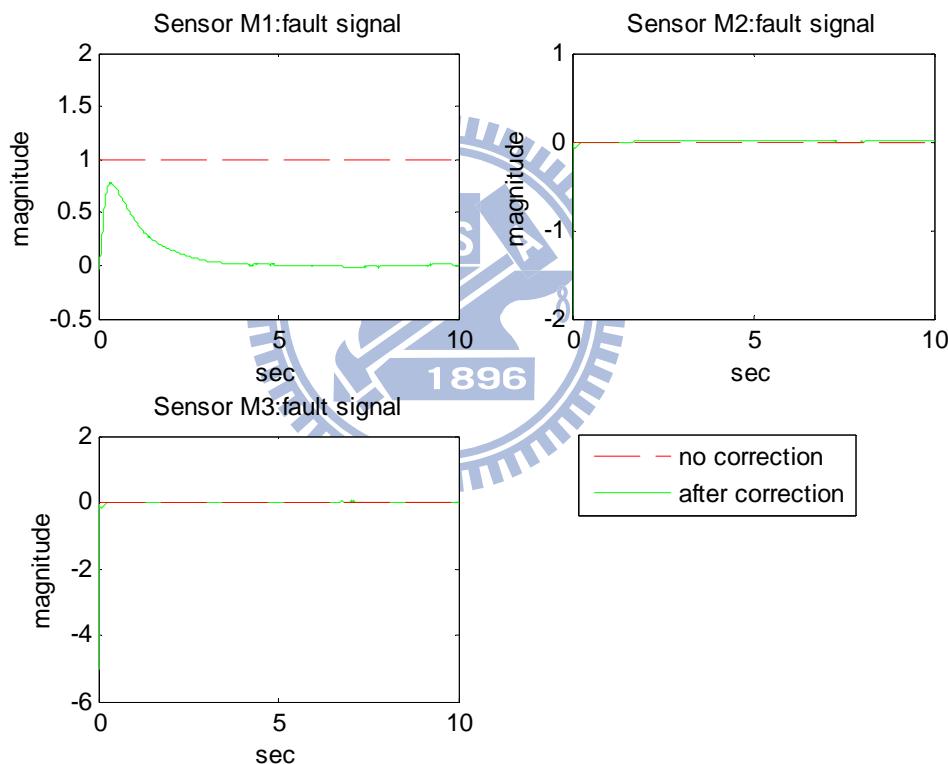


圖 4.10 各感測器錯誤訊號更正圖

(錯誤訊號:dc offset,  $\alpha = 0.01, Q = 0.001$  )

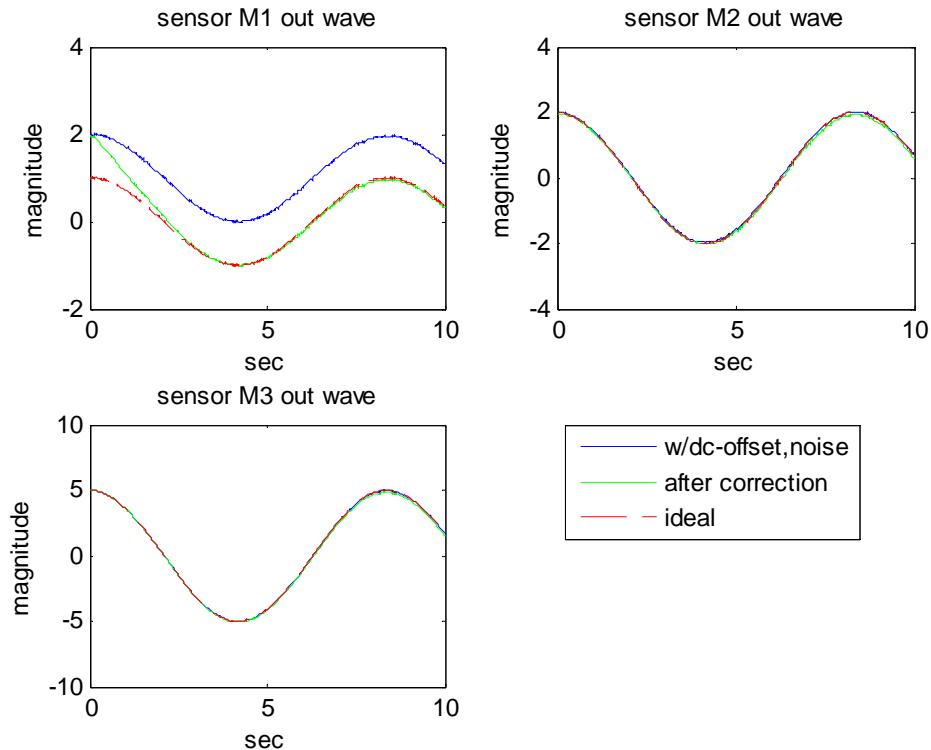


圖 4.11 各感測器輸出波形更正圖

(錯誤訊號:dc offset,  $\alpha = 0.01, Q = 0.001$ )

#### 4.3.1.2 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)時的更正模擬

接著模擬錯誤訊號隨時間變化(time-varying)的更正情形,假設錯誤訊號條件與 4.2.3 節相同,如圖 4.12 各感測器錯誤訊號的更正圖形,感測器  $M_2$  在 1~2sec 將錯誤訊號更正補償到 0, 如圖 4.13 各感測器錯誤訊號的輸出波形,感測器  $M_2$  的錯誤輸出波形在 1~2sec 內更正補償到理想的輸出波形(綠線)。

圖 4.14 各感測器  $M_2$  不同狀態回授增益值下的輸出訊號更正圖比較,我們可以看到,  $\alpha \downarrow$  則越慢補償到理想值, 無法達到即時更正的效果,  $\alpha \uparrow$  則越快補償到理想值, 但也將雜訊放大回授至系統, 造成補償太過, 所以  $\alpha = 0.02$  模擬結果最適合。

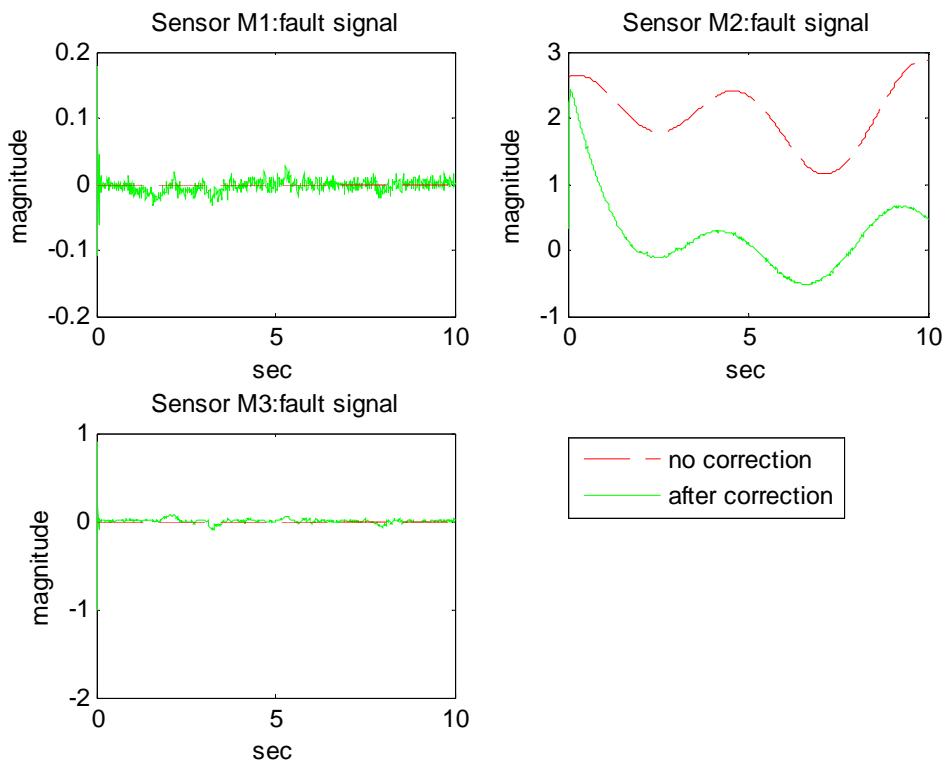


圖 4.12 各感測器錯誤訊號估測更正圖

(錯誤訊號:time-varying,  $\alpha = 0.02; Q = 0.01$ )

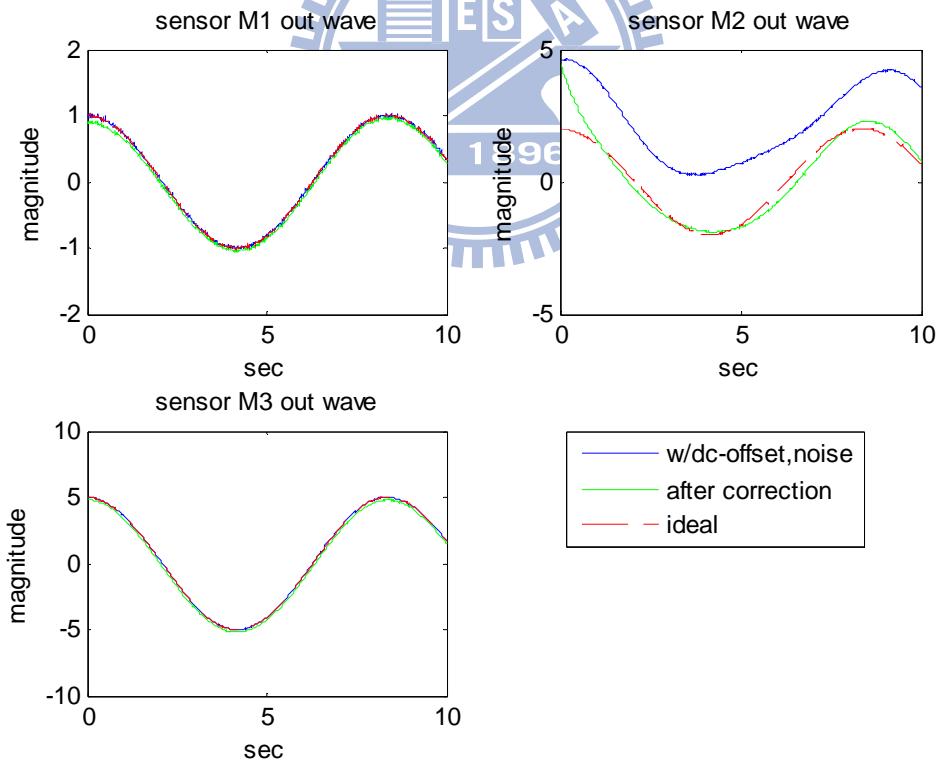


圖 4.13 各感測器輸出波形更正圖

(錯誤訊號:time-varying,  $\alpha = 0.02; Q = 0.01$ )

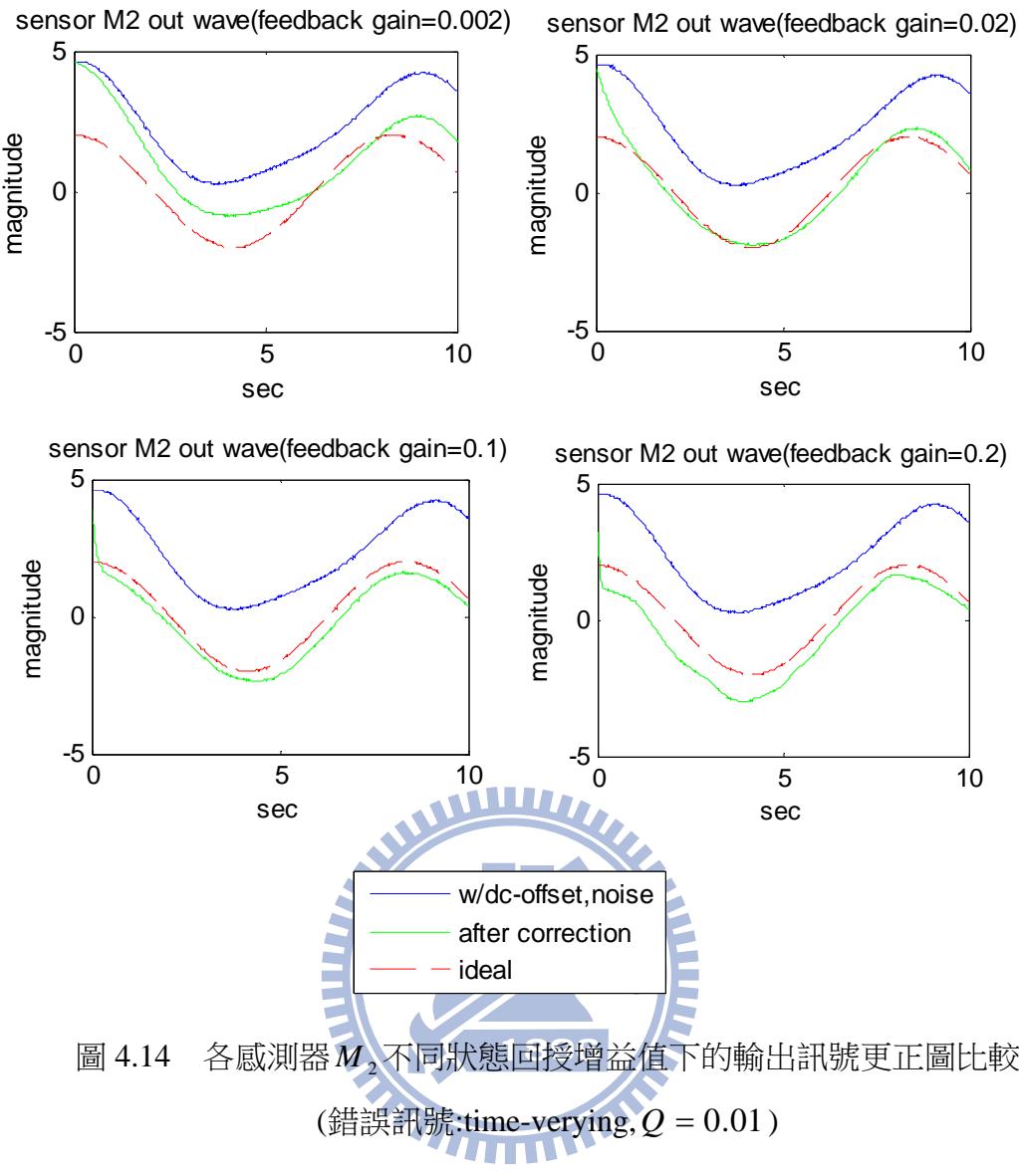


圖 4.14 各感測器  $M_2$  不同狀態回授增益值下的輸出訊號更正圖比較  
(錯誤訊號:time-varying,  $Q = 0.01$ )

### 4.3.2 感測器依序出錯補償更正

#### 4.3.2.1 錯誤訊號為定值(dc-offset)時的更正模擬

在 4.3.1 節探討單一感測器出錯更正的模擬情形。本節探討三個感測器在依序在不同時間出錯，同一時間只有一個感測器出錯，感測器依序出錯的錯誤訊號假設為：

0~4sec,  $M_1$  的錯誤訊號：

$$d_1(t) = 1 \quad (4.12)$$

,此時三個感測器的錯誤訊號狀態值為  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$  。

4~9sec,  $M_2$  的錯誤訊號：

$$d_2(t) = 2 \times (1 - e^{(-(j-400) \cdot dt \cdot 5)}) \quad (4.13)$$

,因為  $d_1(t) = 1$  的錯誤訊號已在 0~4sec 內即時更正補償,此時三個感測器的錯誤訊號狀態值為  $(d_1, d_2, d_3) = (0, 2 \times (1 - e^{(-(j-400) \cdot dt \cdot 5)}), 0)$ 。

9~15sec,  $M_3$  的錯誤訊號:

$$d_3(t) = 3 \times (1 - e^{(-(j-900) \cdot dt \cdot 5)}) \quad (4.14)$$

,因為  $d_2(t) = 2 \times (1 - e^{(-(j-400) \cdot dt \cdot 5)})$  的錯誤訊號已在 4~9sec 內即時更正補償,此時三個感測器的錯誤訊號狀態值為  $(d_1, d_2, d_3) = (0, 0, 3 \times (1 - e^{(-(j-900) \cdot dt \cdot 5)}))$ 。此時  $d_3(t) = 3 \times (1 - e^{(-(j-900) \cdot dt \cdot 5)})$  的錯誤訊號亦會在 9~15sec 內即時的更正補償。下一時刻則可容許其他感測器出錯。則形成一錯誤鑑別搭配狀態回授法的即時錯誤鑑別及更正的容錯感測系統。

如圖 4.15 為各感測器依序錯誤訊號更正圖, 圖 4.16 各感測器輸出波形依序更正圖,由模擬結果知,各感測器均能在下一時刻感測器要出錯前即時(約 2~3sec 內)將本身感測器出錯的的錯誤訊號更正補償回到理想訊號。

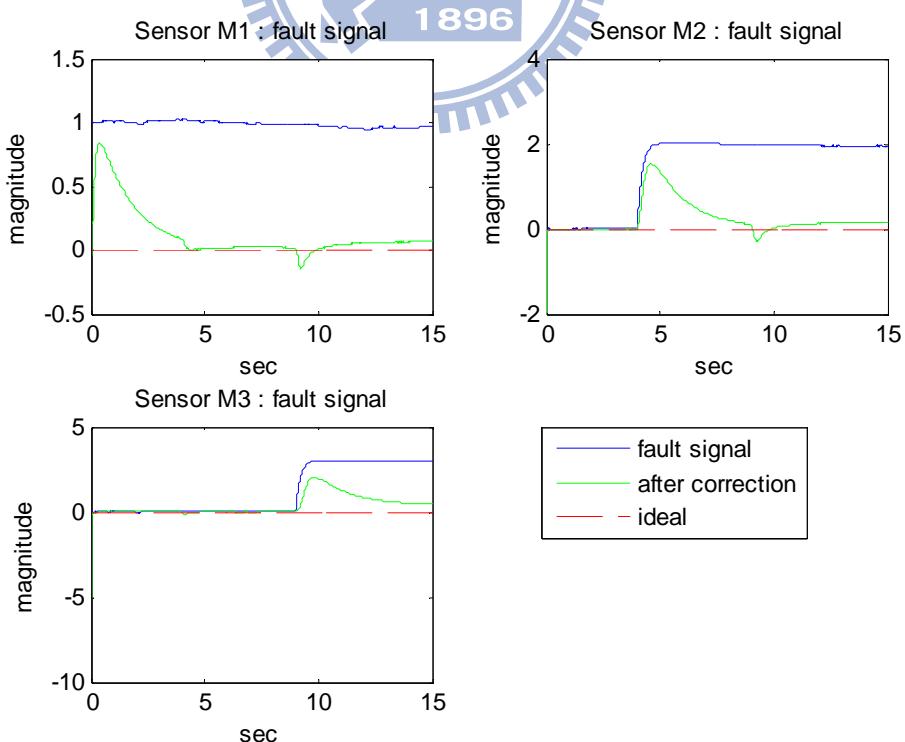


圖 4.15 各感測器錯誤訊號估測更正圖

(依序錯誤訊號:dc-offset,  $\alpha = 0.006; Q = 0.001$ )

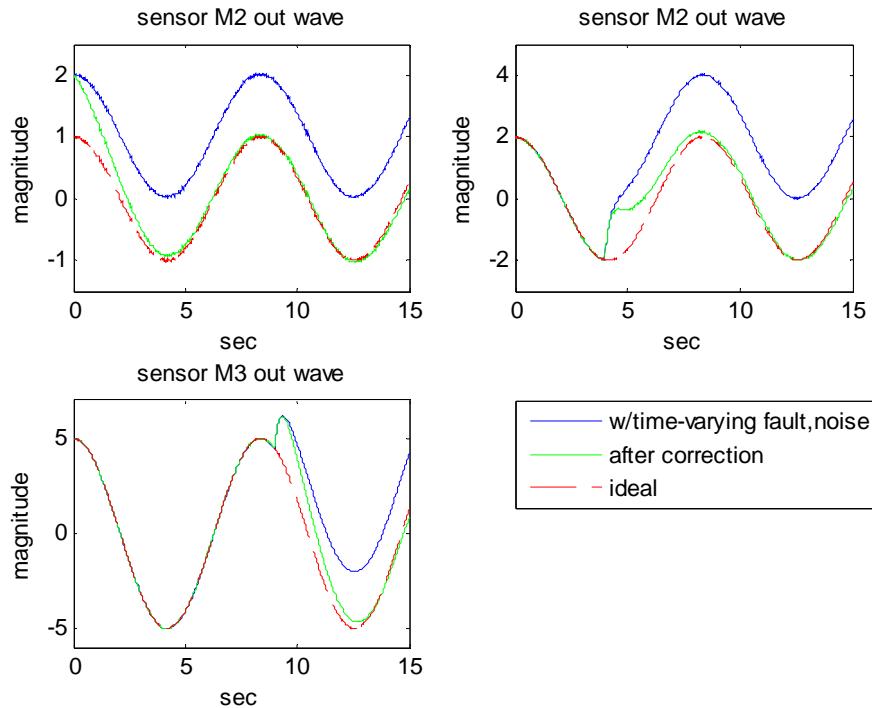


圖 4.16 各感測器輸出波形依序更正圖

(依序錯誤訊號:dc-offset,  $\alpha = 0.006$ ;  $Q = 0.001$ )

### 4.3.2.2 錯誤訊號為隨時間變化(time-varying)的更正模擬

在 4.3.2.1 節探討錯誤訊號為定值的感測器依序出錯更正的模擬情形。本節探討錯誤訊號為時變的三個感測器在依序在不同時間出錯,但同一時間只容許一個感測器出錯, 感測器依序出錯的錯誤訊號假設為:

$0\sim\text{sec}$ ,  $M_1$  產生的時變錯誤訊號如 Eq(4.11):

$$d_1(t) = 2 + 0.4 \sin(1 \cdot wf \cdot t) + 0.4 \cos(1.75 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \sin(1.6 \cdot wf \cdot t)$$

,此時三個感測器的錯誤訊號狀態值為  $(d_1, d_2, d_3) = (d_1(t), 0, 0)$ 。

$5\sim\text{sec}$ ,  $M_2$  的錯誤訊號:

$$d_2(t) = 2 \times (1 - e^{-t}) + 0.25 \sin(0.6 \cdot wf \cdot t) - 0.3 \cdot \cos(0.45 \cdot wf \cdot t) + 0.2 \cos(wf \cdot t) \quad (4.15)$$

,因為  $d_1(t)$  的錯誤訊號已在  $0\sim5\text{sec}$  內即時更正補償回  $d_{1c}(t)$ , 此時三個感測器有  $M_1, M_2$  兩個錯誤訊

號狀態值為  $(d_{1c}(t), d_2(t), 0)$ 。由圖 4.17 可看出  $d_{1c}(t)$  已在 0~5sec 內更正補償到接近 0, 所以此系統可容許感測器  $M_2$  出錯。

10~sec,  $M_3$  產生錯誤訊號:

$$d_3(t) = 3 \times (1 - e^{-2t}) + 1.2 \sin(0.4 \cdot wf \cdot t) \quad (4.16)$$

,因為  $d_2(t)$  的錯誤訊號已在 5~10sec 內即時更正補償  $d_{2c}(t)$ , 此時三個感測器有  $M_1, M_2, M_3$  三個錯誤訊號狀態值為  $(d_{1c}(t), d_{2c}(t), d_3(t))$ 。由圖 4.17 可看出  $d_{2c}(t)$  已在 5~10sec 內更正補償到接近 0, 所以  $d_{1c}(t), d_{2c}(t)$  均很接近 0, 在誤差的容許範圍內, 可表示  $M_1, M_2$  無錯誤訊號, 所以此系統可容許感測器  $M_3$  出錯。

由圖 4.17 接著  $M_3$  又可在 10~15sec 內將錯誤訊號  $d_3(t)$  更正補償  $d_{3c}(t)$ , 在下一時刻則可容許其他感測器出錯。如此循環則可形成一錯誤鑑別搭配狀態回授法的即時錯誤鑑別及更正的容錯感測系統。

如圖 4.17 為各感測器依序錯誤訊號更正圖, 圖 4.18 各感測器輸出波形依序更正圖, 由模擬結果知, 各感測器均能在下一時刻感測器要出錯前即時(1~2sec)將本身感測器出錯的錯誤訊號更正補償回到理想訊號。

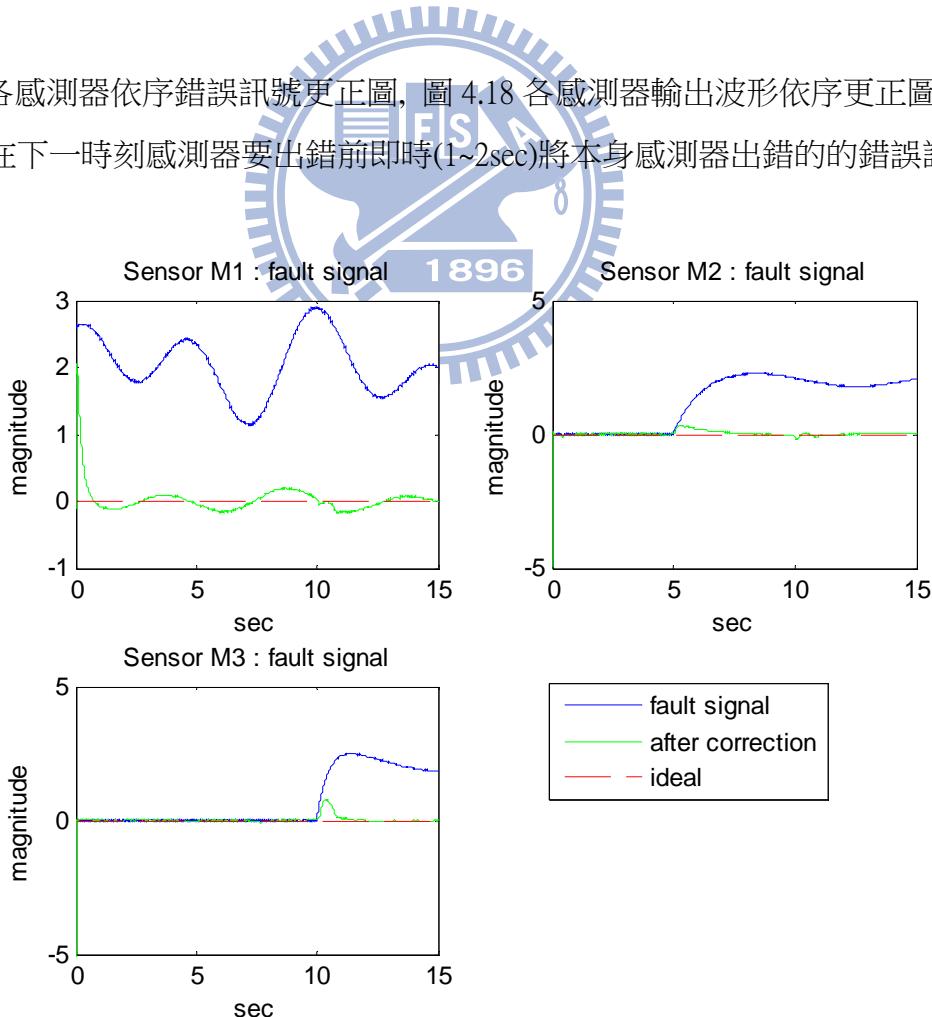


圖 4.17 各感測器錯誤訊號依序更正圖

(依序錯誤訊號:time-varying,  $\alpha = 0.05; Q = 0.01$ )

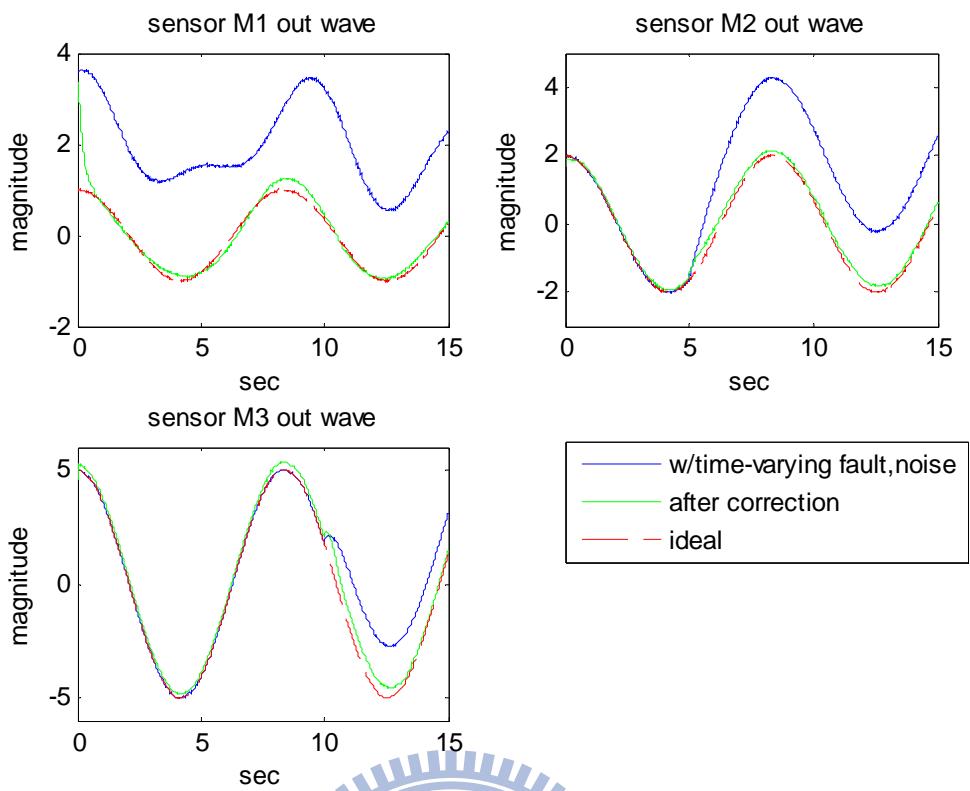


圖 4.18 各感測器輸出波形依序更正圖

(依序錯誤訊號:time-varying,  $\alpha = 0.05$ ;  $Q = 0.01$ )



# 第五章 實驗系統之硬體與軟體架構介紹

本實驗以電源透過馬達驅動器驅動交流伺服馬達轉動,而以三個加速規置於不同半徑  $r$  於馬達平台上,馬達轉動時,加速規可測量馬達轉動的向心加速度  $a_n$ ,再以單晶片微電腦收集三個加速規的向心加速度  $a_n$ ,而馬達驅動器可顯示角速度  $\omega$ ,則可得三組  $a_n = \omega r^2$  資料,形成兩組多餘感測的配置關係,即為 parity equations,再利用 parity equations 的資訊代入本論文即時錯誤鑑別及更正的演算化進行驗證。

## 5.1 硬體架構介紹

### 5.1.1 實驗平台機構設計

首先須設計實驗所需的馬達旋轉平台治具,以 3D 繪圖軟體設計,主要重點為須採用一電路旋轉連接器使得馬達轉動時加速規的電源及輸出訊號線可透過聯軸器,軸承到電路旋轉連接器固定輸出到 8051 偵測出加速規的訊號,其傳輸線而不會被馬達旋轉所纏繞打結。設計出的實驗平台機構如圖 5.1 爆炸圖,圖 5.2 組合圖所示(不含傳輸線)。

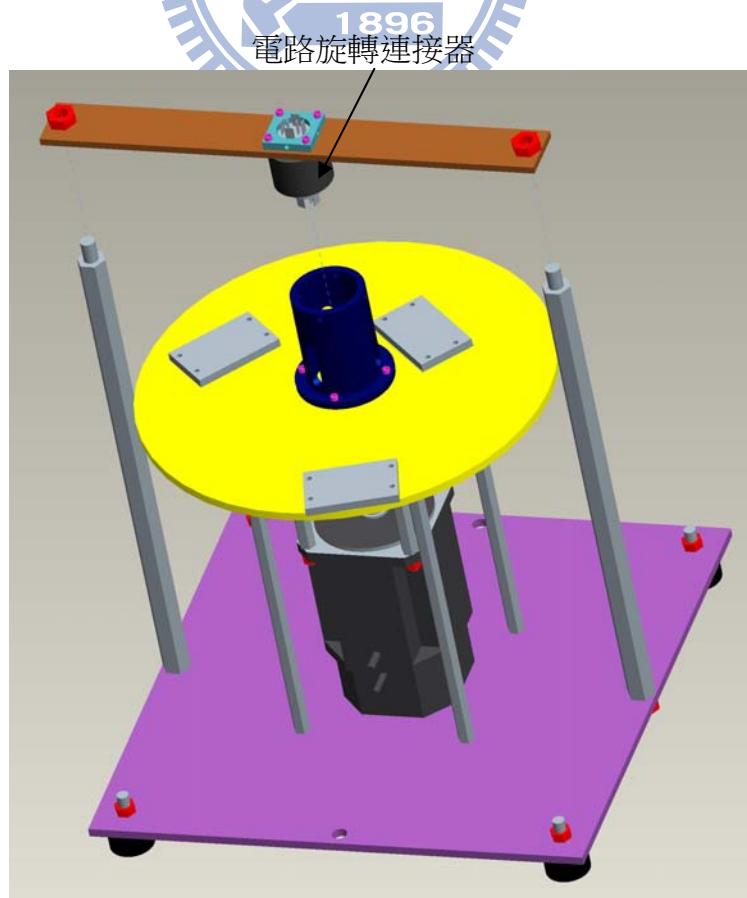


圖 5.1 實驗旋轉平台治具(部分爆炸圖)

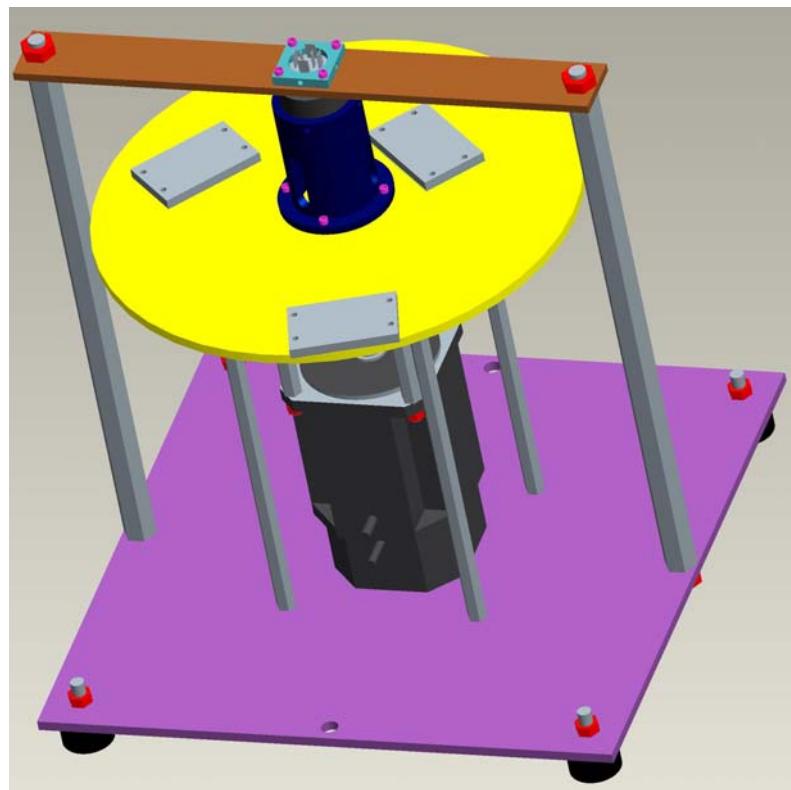


圖 5.2 實驗旋轉平台治具(組合圖)

### 5.1.2 單軸加速規簡介

本實驗的多餘感測元件容錯系統採用的感測器為 Analog Devices 生產的 3 軸加速規(three-axis acceleration),型號為 ADXL330,為一 MEMS(Micro-Electro-Mechanical Systems)元件, 類比電壓輸出三軸加速度感測元件, 高頻率響應、低電流耗損, 方便偵測加速度, 可用於偵測機器人姿態、機器人跌倒偵測、慣性導航、位置計算、傾角偵測及互動平台, 如 wii、手機互動(晃動偵測)。本實驗目的用來量測馬達轉動的向心加速度, 其電路圖如圖 5.3,

其特性為:

1. 三軸加速度感測(X、Y、Z)
2. 感測範圍：3G
3. 工作電壓：3.3V
4. 頻率響應：X、Y(1600Hz) , Z(550Hz)
5. 低電流耗損：0.32mA
6. 0G 電壓：工作電壓/2=1.65V
7. 靈敏度：330 mV/g

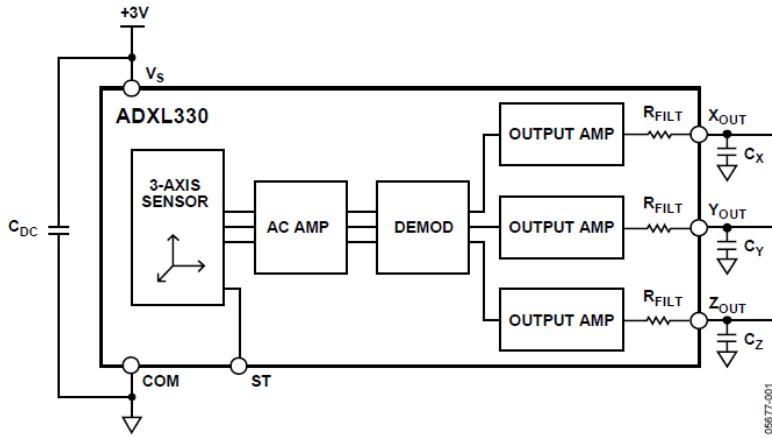


Figure 1.

圖 5.3 Functional Block Diagram for ADXL330

### 5.1.3 交流伺服馬達簡介

本實驗採用的馬達為交流伺服馬達,其負載容量為 750W,其編碼器(encoder)採用增量型編碼器,採用交流伺服馬達的用意有二:

1.接 220V 交流市電,可做到很大的功率,大慣量,適合做負載大平穩運行的應用。本實驗馬達需搭載轉動平台治具負載,所以選用較大功率的交流伺服馬達(750W)。

2.伺服主要靠脈衝(pulse)來定位,交流伺服馬達接收到 1 個脈衝,就會旋轉 1 個脈衝對應的角度,從而實現位移,因為,交流伺服馬達可從編碼器(encoder)發出脈衝,所以交流伺服馬達每旋轉一個角度,都會發出對應數量的脈衝,這樣,和交流伺服馬達接受的脈衝形成了呼應,如此一來,系統就會知道發了多少脈衝給交流伺服馬達,同時又收了多少脈衝回來,這樣,就能夠很精確的交流伺服馬達的轉動,從而實現精確的定位,本實驗需要求馬達轉速,所以從 DSP 搜集交流伺服馬達的編碼器(encoder)發出脈衝的資訊換算旋轉角度,再除以時間求出轉速  $\omega$  。

本實驗採用而 sinano CB 型 AC 伺服馬達,如圖 5.2 為 CB 型伺服馬達外形尺寸圖,型號為 8CB75 所搭配的驅動器為 ED1-20B,驅動器整合變頻器(inverter)與控制器(controller)的功能,如圖 5.3,本實驗驅動器包含變頻器(inverter),隔離和驅動電路(isolated and driving circuits),和 DSP 速度控制器(speed controller)的功能,DSP 速度控制器(speed controller)裡已將三相交流電源做 clarke, park, clarke<sup>-1</sup>, park<sup>-1</sup> 座標變換的向量控制。

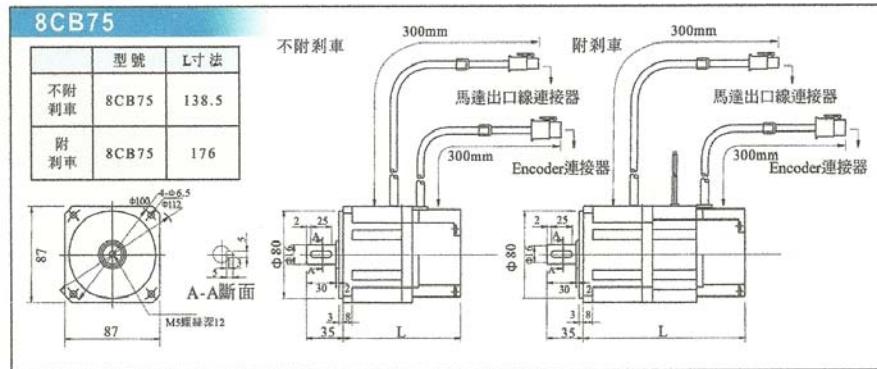


圖 5.4 CB 型伺服馬達外形尺寸圖

## 5.2 軟體架構介紹

本實驗的控制核心採用單晶片微電腦 MPC82G516，屬於笙泉科技的產品，以 C 語言作為硬體控制的程式設計，其 C 語言控制程式主要是每 0.01 秒中斷做 ADC(Analog to Digital Conversion)轉換一次，收集馬達旋轉時感測器輸出的類比電壓，經由 8051 做 8bit ADC 轉換後成為數位的 8bit 0~255 的數字，收集 1000 筆 ADC 資料後，即 10sec 後，透過 Uart 串列傳輸輸出到電腦螢幕的終端機上，即可得到 3 個加速規在馬達旋轉 10 秒，每 0.01 秒中斷做 ADC 轉換的資料，此 3 個加速規的 ADC 轉換資料經換算後可得加速規的向心加速度。MPC82G516 產品參數如表 5.1 所示。

8051 型號	MPC82G516
Internal ROM capacity(byte)	ISP Flash ROM 64K
Internal RAM capacity(byte)	256+1K
IO port	32~40
Interrupt	14
Timer	3
Uart port	2
Others	SPI,PCA,A/D,IAP,OCD

表 5.1 MPC82G516 產品參數

## 5.3 實驗系統架構實現

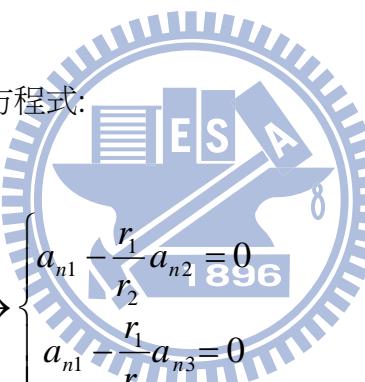
本節主要將本論文的演算法以實體的實驗架構建置完成,並將實驗架構實際運行,將所測的感測器數據代入 matlab 模擬本演算法程式執行,驗證本論文演算法是否可行。

### 5.3.1 實驗系統架構理論推導

此實驗架構為 1 個加速規多加 2 個加速規的多餘感測系統,固定在馬達轉動平台上,每一加速規固定在不同的半徑上  $r_1, r_2, r_3$ ,以馬達驅動器驅動馬達,以電源供應器供應馬達電壓  $V$  可控制馬達轉速  $\omega$ ,馬達轉速  $\omega$  可由馬達驅動器顯示,然後以 8051 的控制程式,如 5.2 節所述,經由 Uart 傳輸至電腦終端機得到向心加速度  $a_{n1}, a_{n2}, a_{n3}$  的資料,再將這三個加速規的資料代入角加速度力學公式,角加速度公式如下:

$$a_n = r\omega^2 \quad (5.1)$$

3 組加速規形成三組角加速度力學方程式:



$$\begin{cases} a_{n1} = r_1\omega^2 \\ a_{n2} = r_2\omega^2 \\ a_{n3} = r_3\omega^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{n1} = \frac{r_1}{r_2}a_{n2} \\ a_{n1} = \frac{r_1}{r_3}a_{n3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{n1} - \frac{r_1}{r_2}a_{n2} = 0 \\ a_{n1} - \frac{r_1}{r_3}a_{n3} = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

此三組力學公式可形成二組感測器配置關係,即所謂 parity equations,將此二組 parity equations 代入本論文感測系統之即時錯誤鑑別及更正的相關演算法的 matlab 程式模擬,驗證當實物馬達轉動所量測出的感測訊號值透過本論文的演算法驗證是否可行。

我們設計旋轉半徑  $r_1 : r_2 : r_3 = 0.6m : 0.9m : 1.2m = 1:1.5:2$  代入 Eq.(5.2)

$$\begin{cases} a_{n1} = 60\omega^2 \\ a_{n2} = 90\omega^2 \\ a_{n3} = 120\omega^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{n1} = \frac{60}{90}a_{n2} \\ a_{n1} = \frac{60}{120}a_{n3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{n1} - \frac{2}{3}a_{n2} = 0 \\ a_{n1} - \frac{1}{2}a_{n3} = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

可得 parity equation 與 voting equation

$$\text{parity equation : } \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 1 & -2/3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \\ a_{n3} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\text{voting equation: } \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.75 \\ 1 & 0 & -0.5 \\ 1 & -2/3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \\ a_{n3} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

至於  $a_{n1}, a_{n2}, a_{n3}$  的值如何求出,本實驗所使用的馬達驅動器特性為輸入類比電壓  $V$  (volt) 與馬達轉速  $\omega$  (rpm) 成下列關係:

$$100 \times V = f \quad (5.6)$$

所以我們由電源供應器輸入 8.65V 電壓產生馬達轉速 86.5 rpm, 再由 rpm 換算成 rad/s 如下:

$$f = 86.5 \text{ rpm}$$

$$\rightarrow \frac{2\pi}{60} \times 86.5 = 9.05 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \omega$$

再代入向心加速度力學公式:

$$a_{n1} = \omega^2 r_1 = 9.05^2 \times 0.06 = 4.914 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \frac{4.914}{9.81} \approx 0.5g \text{ (0.5 重力加速度)}$$

由  $r_1 : r_2 : r_3 = 1 : 1.5 : 2$  的比例關係可知  $\begin{cases} a_{n1} = 0.5g \text{ (0.5 重力加速度)} \\ a_{n2} = 0.75g \text{ (0.75 重力加速度)} \\ a_{n3} = 1g \text{ (1.0 重力加速度)} \end{cases} \quad (5.7)$

我們推出三個加速規的加速度值,怎麼換算成加速規實際的量測值,在輸入加速規 ADXL330 電源 5V, 0g 時的電壓為 1.65V, 加速規 ADXL33 的靈敏度為 0.33V/g, 所以由 Eq.(5.7) 換算成加速規的電壓為:

$$\begin{cases} V_1 = 1.65 + 0.5 \times 0.33 = 1.82 \text{ volt} \\ V_2 = 1.65 + 1.5 \times (0.5 \times 0.33) = 1.90 \text{ volt} \\ V_3 = 1.65 + 2 \times (0.5 \times 0.33) = 1.98 \text{ volt} \end{cases} \quad (5.8)$$

所以 Eq(5.8) 為由電源供應器輸入 8.6V 電壓產生馬達轉速 86 rpm, 在旋轉半徑  $r_1 : r_2 : r_3 = 0.6m : 0.9m : 1.2m$  下三個加速規所產生的電壓輸出值的理論推導, 最後再由實驗求得三個加速規的輸出電壓值數據代入 matlab 模擬程式模擬驗證。

### 5.3.2 實驗系統架構建置

如圖 5.4 為本論文所構思的實驗系統架構方塊圖, 先由電源供應器輸入一定電壓到馬達驅動器, 馬達驅動器經由馬達編碼器的資訊可顯示轉速  $\omega$ , 馬達驅動器可提供電能給 AC 同服馬達使之轉動, 此時, 我們可在電腦執行 8051 程式, 摷取馬達轉動時, 馬達轉盤治具上三個加速規的 ADC 資

料,由 8051 Uart port 輸出到電腦螢幕終端機上,即可收集三個多餘感測器(加速規)的資料,再代入 matlab 程式模擬。

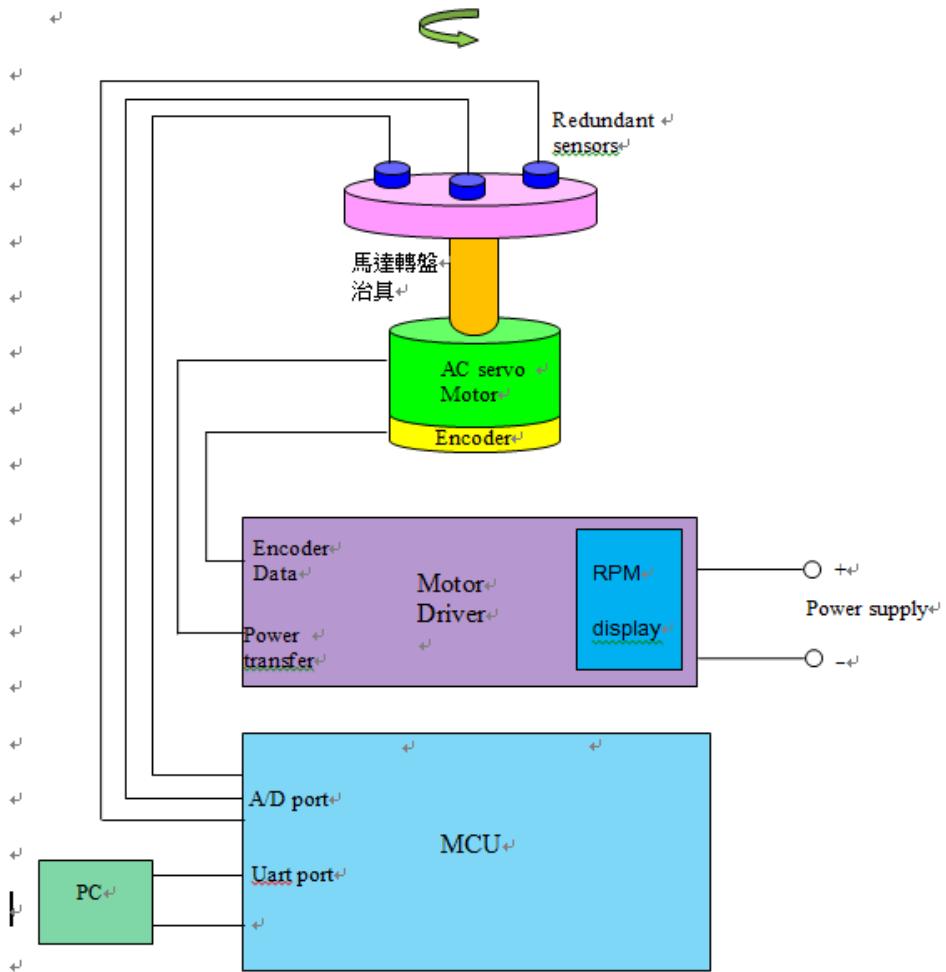


圖 5.5 實驗系統架構方塊圖

接下來則由實驗系統架構方塊圖構思到實體建置, 總計本實驗所需的設備有:

- 1.三軸加速規\*3(ADXL330)
- 2.馬達轉盤平台治具(1 set)
- 3.AC 同服馬達\*1
- 4.AC 同服馬達驅動器\*1
- 5.微處理器 Megawin MPC82G516\*1
- 6.電源供應器\*1
- 7.傳輸線及線路耗材

將上述零件備齊,並組裝,再根據本論文的需求寫 keil C 語言 8051 控制程式,再執行 Keil C 語言控制程式收集三個加速規資料。其實體實驗架構如圖 5.6 所示。

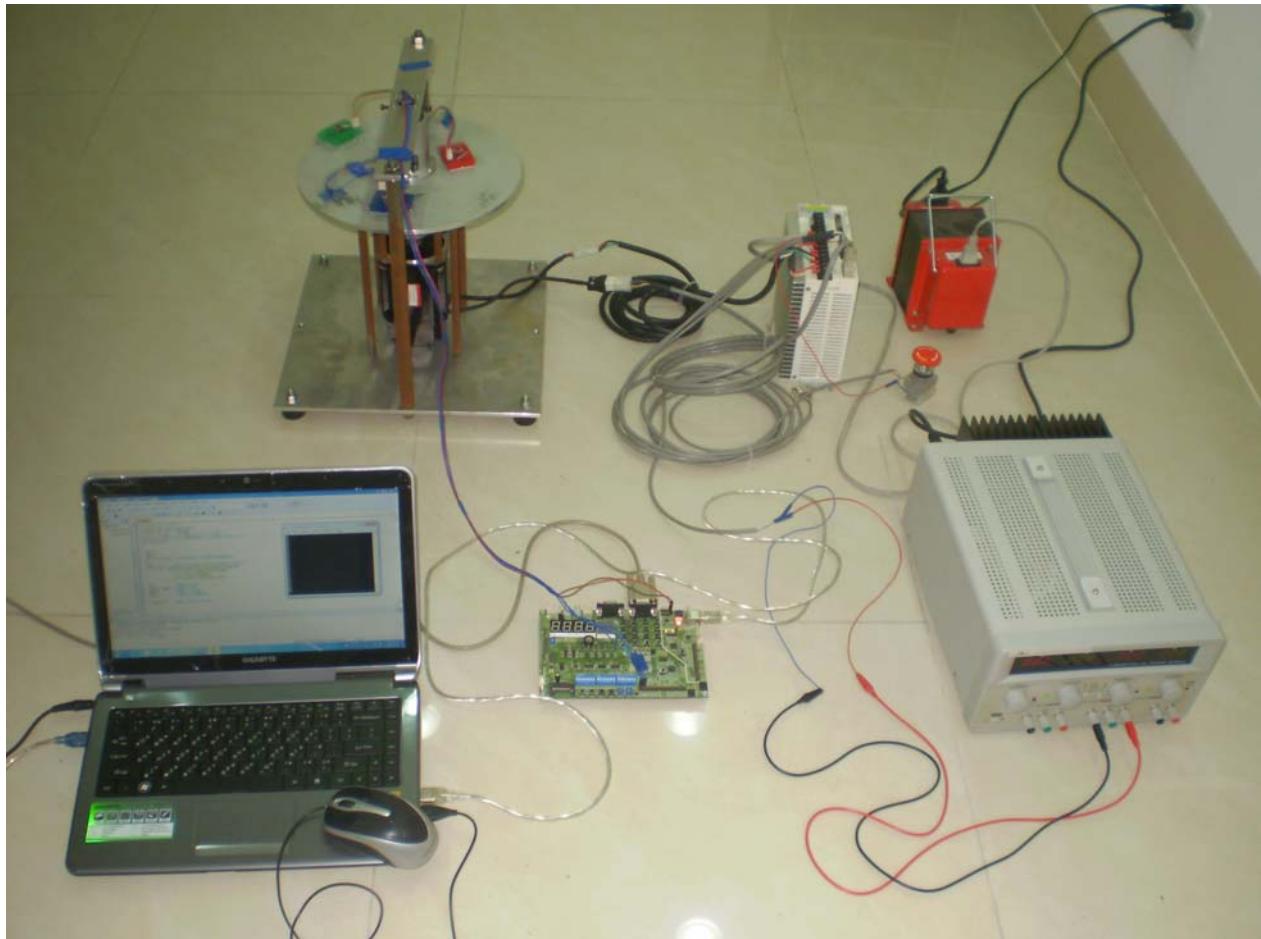


圖 5.6 實體實驗系統架構圖

### 5.3.3 實驗系統架構實現驗證

由上兩節理論推導與實驗架構的建置後,則可進行實驗,蒐集數據代入 matlab 模擬程式模擬本演算法驗證。

#### 5.3.3.1 錯誤訊號為虛擬定值時的估測

由 5.3.1 節所推算出,馬達轉速 86.5rpm,可是在半徑 0.06 公尺的加速規產生 0.5g 的加速度,半徑比 1:1.5:2 的加速規加速度則分別為 0.5,0.75,1,而實際量測 0~10 秒 1000 筆資料的加速規數據為電壓值,其與加速度的換算方式如 Eq(5.8),加速規輸出電壓值-1.65=0.33\*加速度,所以加速度 1:1.5:2 的加速規輸出電壓變化理論值分別為  $0.5*0.33:1.5*(0.5*0.33):2*(0.5*0.33)=0.165:0.2475:0.33$ ,其加速規輸出變化理論值與實際量測值比較如下表:

加速規	理論值(V)	實驗平均 值(V)	標準差	虛擬錯誤 訊號(V)	輸出訊號 (V)
1	0.165	0.1680	0.0117	1	1.1680
2	0.2475	0.2422	0.0132	0	0.2422
3	0.33	0.326	0.0155	0	0.326

表 5.2 加速規向心加速度理論與實驗數據比較

由表 5.2 推算,實驗量測值與理論值的其標準差均小於 0.02,其雜訊為可以接受的範圍,再將此三個加速規的 0~10 秒 1000 筆資料代入 matlab 本演算法程式模擬,我們在程式給定加速規 1 有 1 虛擬的錯誤訊號 1,其餘加速規沒有錯誤訊號,即  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$ ,我們可知三個加速規加速度理論推算分別在 0.5, 0.75, 1(單位為 g),換算成加速規電壓變化分別為 0.165, 0.2475, 0.33(單位為 V), 模擬結果如圖 5.7 為各加速規電壓變化輸出訊號圖,其綠色線約在理論值 0.165, 0.2475, 0.33 左右,其中加速規 1 有 1 的錯誤訊號(藍色線部分),其值在  $1+0.165=1.165$  左右,在圖 5.8 為 voting equation 輸出圖,voting equation 第一列方程式輸出為 0,其餘第二列及第三列方程式輸出為 1 左右,由 voting equation 錯誤鑑別的方法可知,缺少加速規 1 的 voting equation 為 0,其餘包含加速規 1 的 voting equations 不為 0,而為 1 左右,由此可判別出加速規 1 是出錯的,且其值為 1,而圖 5.9 中顯示觀察器的估測值,由此圖可知採用本演算法在不到 1 秒即可估測到這個錯誤訊號產生至加速規 1,是一個輸出訊號單位為 1 的偏差值,其餘兩加速規估測到的錯誤值均為 0。所以本實驗驗證結果與本論文即時錯誤鑑別演算法理論結果相符合。證明本演算法演算可行。

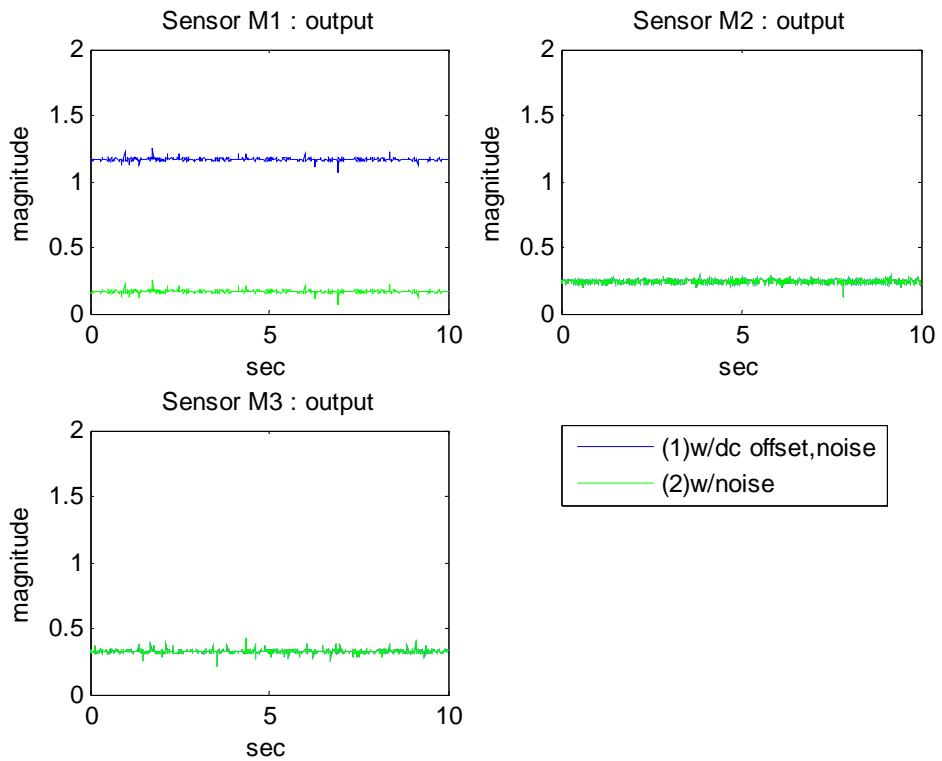


圖 5.7 各加速規電壓變化輸出訊號圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ )

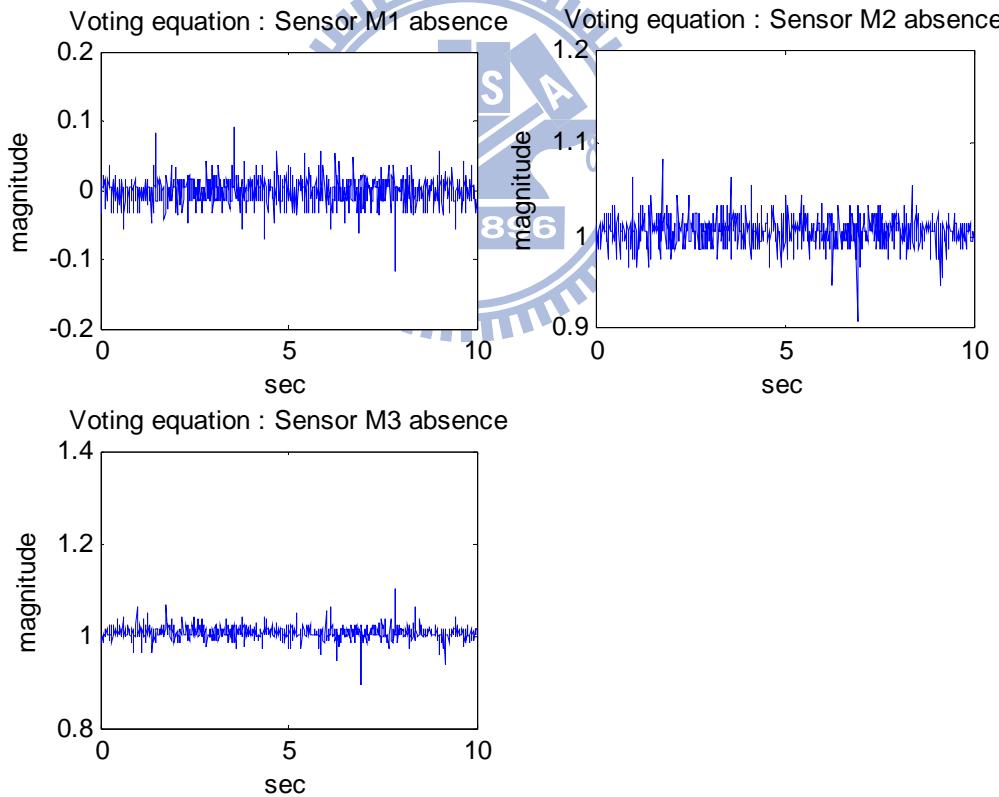


圖 5.8 voting equation 輸出圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (1,0,0)$ )

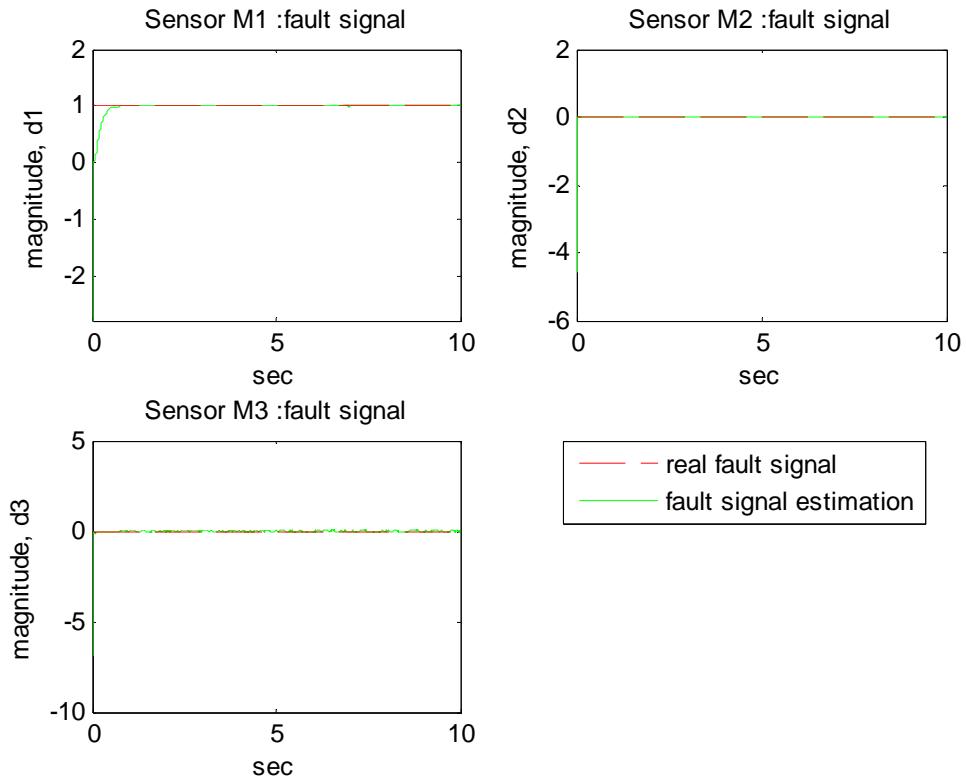


圖 5.9 各加速規錯誤訊號估測圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$ )

### 5.3.3.2 錯誤訊號為實際定值時的估測

此節我們採用錯誤訊號為實際加速規所產生的觀察器估測,我們採用實際有錯誤訊號的加速規,理想的加速規在 0g 的電壓輸出為 1.65V,而本節採用實際錯誤訊號的加速規在 0g 的電壓為 1.29V,所以錯誤訊號相差為-0.36,將此錯誤訊號的加速規放到加速規 1 的位置,接著量測三個加速規的向心加速度,如表 5.3 所示,由此表可知加速規 1 有偏差-0.353 的錯誤訊號產生,其餘無錯誤訊號為雜訊可忽略,其三個加速規的錯誤訊號是實際產生的,分別為  $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353, 0, 0)$ ,模擬結果如圖 5.10 為各加速規輸出訊號圖,其綠色線約在理論值 0.165, 0.2475, 0.33 左右,其中加速規 1 有-0.353 的錯誤訊號(藍色線部分),其值在  $0.165 - 0.353 = -0.1888$  左右,在圖 5.11 為 voting equation 輸出圖,voting equation 第一列方程式輸出為 0,其餘第二列及第三列方程式輸出為-0.353 左右,由 voting equation 錯誤鑑別的方法可知,缺少加速規 1 的 voting equation 為 0,其餘包含加速規 1 的 voting equations 不為 0,而為-0.353 左右,由此可判別出加速規 1 是出錯的,且其值為-0.353,而圖 5.12 中顯示觀察器的估測值,由此圖可知採用本演算法在 1 秒左右即可估測到這個錯誤訊號產生至加速規 1,是一個輸出訊號為-0.353 的偏差值,其餘兩加速規估測到的錯誤值均為 0。所以本實驗驗證結果與本論文即時錯誤鑑別演算法理論結果相符合。證明本演算法演算可行。

加速規	理論值(V)	實驗平均 值(V)	標準差	實際錯誤 訊號(V)	實際輸出 訊號(V)
1	0.165	-0.1888	0.0133	-0.353	-0.1888
2	0.2475	0.2422	0.0132	0	0.2422
3	0.33	0.326	0.0155	0	0.326

表 5.3 加速規向心加速度理論與實驗數據比較

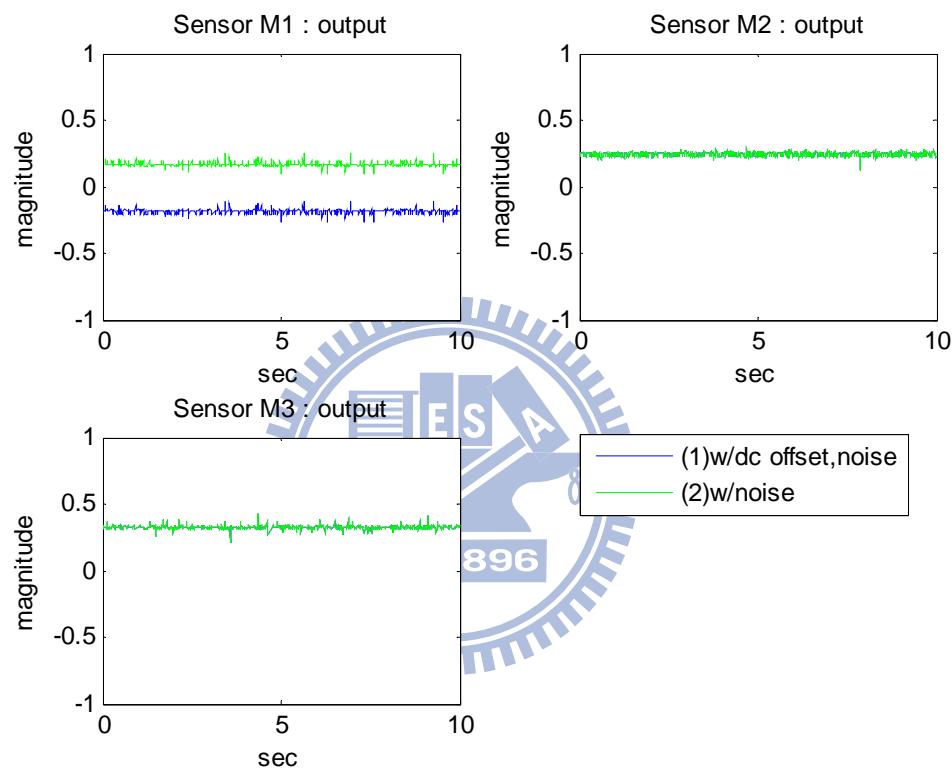


圖 5.10 各加速規輸出訊號圖(實際錯誤訊號( $d_1, d_2, d_3$ ) = (-0.353,0,0))

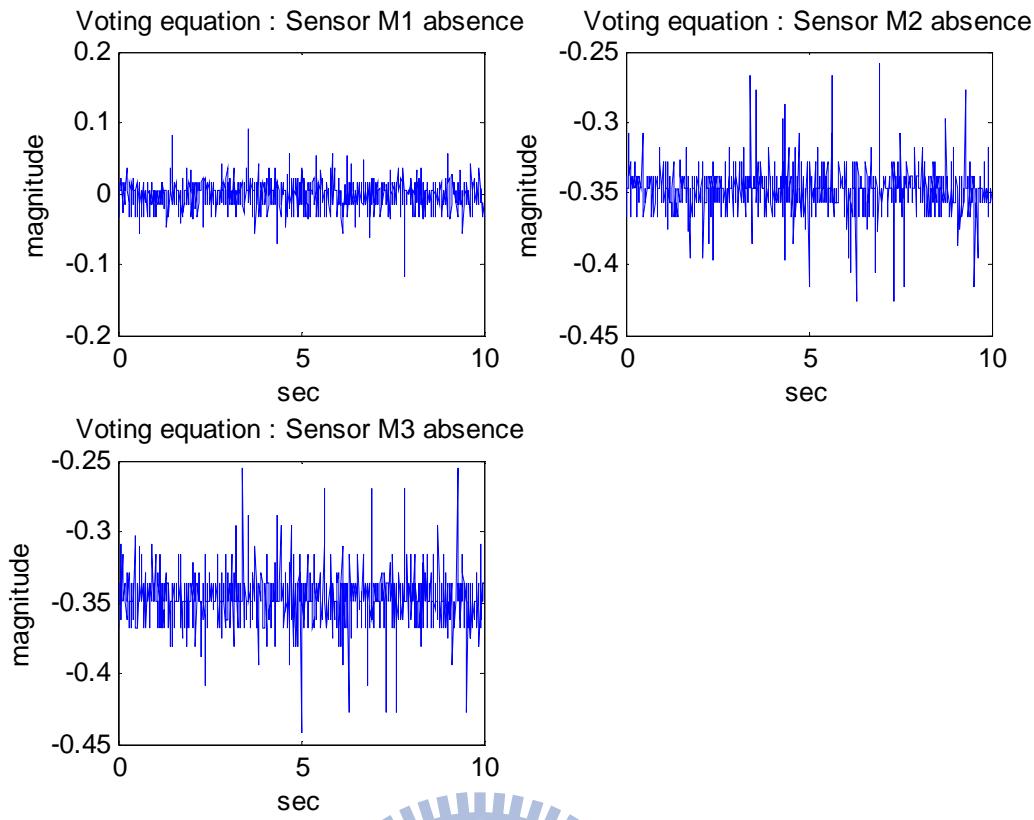


圖 5.11 voting equation 輸出圖(實際錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353, 0, 0)$ )

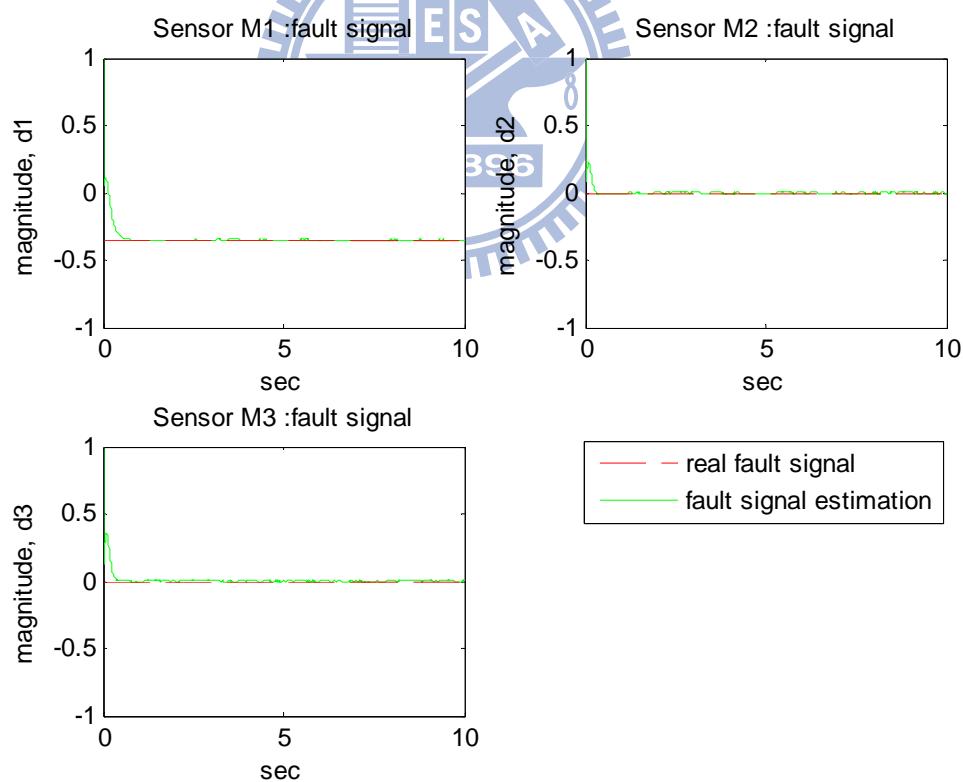


圖 5.12 各加速規錯誤訊號估測圖(實際錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353, 0, 0)$ )

### 5.3.3.3 錯誤訊號為虛擬定值時的更正

本節錯誤訊號為虛擬定值時的錯誤鑑別條件,與 5.3.3.1 節相同,為加速規 1 有 1 虛擬的偏差錯誤訊號 1, 此三加速規的錯誤訊號分別為  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$ ,如表 5.4 所示,以即時錯誤鑑別法搭配

狀態回授法演算,代入 matlab 做即時錯誤鑑別及更正的模擬,由 3.8.2.3 節可知為滿足系統穩定性,所以我們設計狀態回授增益  $\alpha$  值須介於 0 與 2 之間,  $\alpha$  經我們模擬程式微調到  $\alpha = 0.0085$  使加速規更正補償的輸出值更接近到實際的輸出值。如圖 5.13 為各加速規的錯誤訊號經過狀態回授的更正輸出圖形,我們可看到加速規 1 的錯誤訊號為 1(紅色虛線),錯誤訊號更正值(綠線)經過狀態回授後約 2~3 秒後可更正回 0,即理想值。如圖 5.14 為各加速規電壓變化輸出波形更正圖,我們可看出加速規 2,3 無錯誤訊號,加速規 1 的錯誤訊號(藍線)與理想訊號(紅色虛線)的誤差值約為 1,更正訊號波形(綠線)2~3 秒後可更正回理想訊號(紅色虛線)。所以本實驗驗證結果與本論文即時錯誤鑑別搭配狀態回授演算法理論結果相符合。證明本演算法演算可行。

加速規	理論值(V)	實驗平均 值(V)	標準差	虛擬錯誤 訊號(V)	輸出訊號 (V)
1	0.165	0.1680	0.0117	1	1.1680
2	0.2475	0.2422	0.0132	0	0.2422
3	0.33	0.326	0.0155	0	0.326

表 5.4 加速規向心加速度理論與實驗數據比較

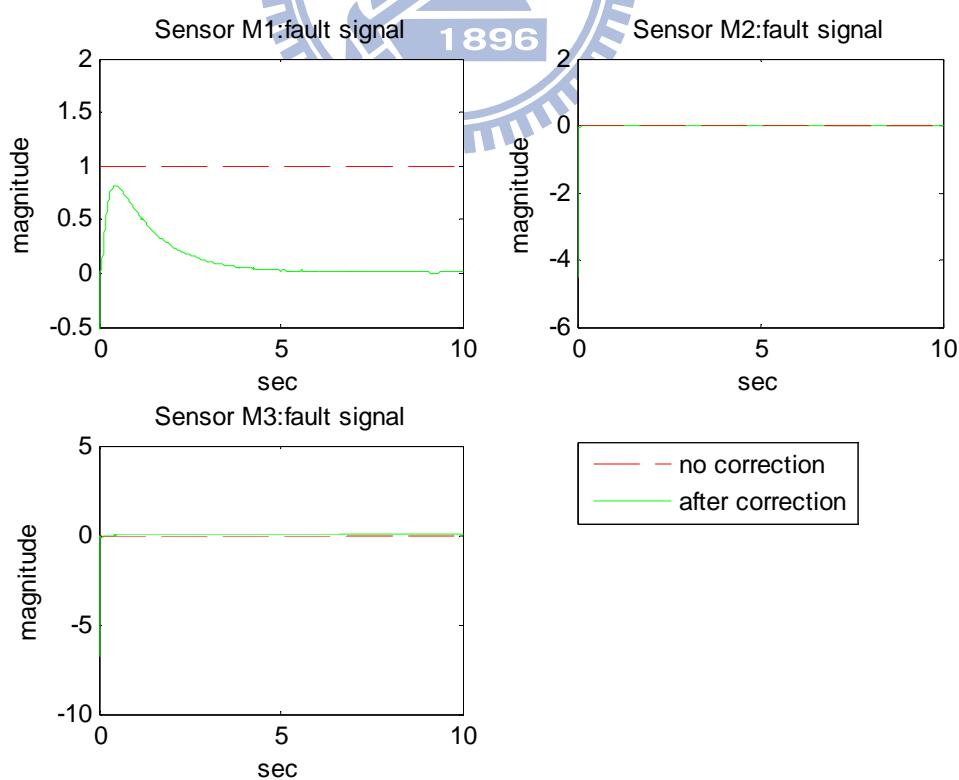


圖 5.13 各加速規錯誤訊號補償估測圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$ )

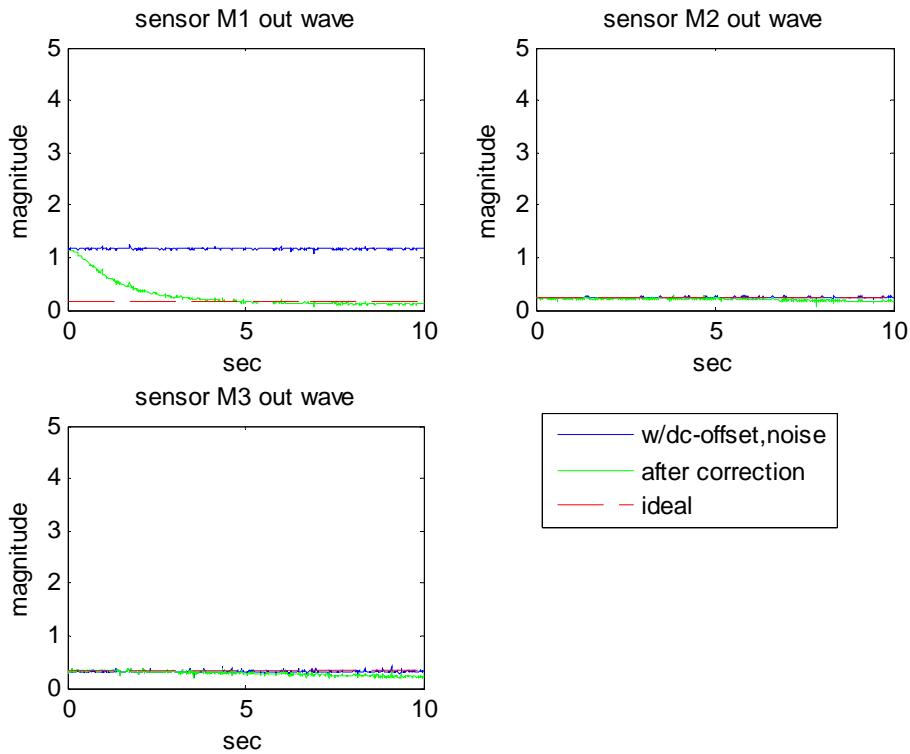


圖 5.14 各加速規輸出波形補償圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (1, 0, 0)$ )

### 5.3.3.4 錯誤訊號為實際定值時的更正

此節我們採用實際有錯誤訊號的加速規,理想的加速規在 0g 的電壓輸出為 1.65V,而本節採用實際錯誤訊號的加速規在 0g 的電壓為 1.29V,所以錯誤訊號相差為 -0.36。錯誤訊號為實際加速規所產生的觀察器估測,接著量測三個加速規的向心加速度,如表 5.5 所示,由此表可知加速規 1 有 -0.353 的偏差錯誤訊號產生,其餘無錯誤訊號,其三個加速規的錯誤訊號是實際產生的,此三加速規的錯誤訊號分別為  $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353, 0, 0)$ ,以即時錯誤鑑別法搭配狀態回授法演算,代入 matlab 做即時錯誤鑑別及更正的模擬,由 3.8.2.3 節可知為滿足系統穩定性,所以我們設計狀態回授增益  $\alpha$  值須介於 0 與 2 之間,  $\alpha$  經我們模擬程式微調到  $\alpha = 0.0065$  使加速規更正補償的輸出值更接近到實際的輸出值。如圖 5.15 為各加速規的錯誤訊號經過狀態回授的更正輸出圖形,我們可看到加速規 1 的錯誤訊號為 -0.353(紅色虛線),錯誤訊號更正值(綠線)經過狀態回授後約 2~3 秒後可更正回 0,即理想值。如圖 5.68 為各加速規輸出波形更正圖,我們可看出加速規 2,3 無錯誤訊號,加速規 1 的錯誤訊號(藍線)與理想訊號(紅色虛線)的誤差值約為 -0.353,更正訊號波形(綠線) 2~3 秒後可更正回理想訊號(紅色虛線)。所以本實驗驗證結果真實系統有一加速規有錯誤訊號偏差 -0.353 代入本論文即時錯誤鑑別搭配狀態回授演算法理論結果仍然可以相符合。證明本演算法演算可行。

加速規	理論值(V)	實驗平均	標準差	實際錯誤	實際輸出
-----	--------	------	-----	------	------

		值(V)		訊號(V)	訊號(V)
1	0.165	-0.1888	0.0133	-0.353	-0.1888
2	0.2475	0.2422	0.0132	0	0.2422
3	0.33	0.326	0.0155	0	0.326

表 5.5 加速規向心加速度理論與實驗數據比較

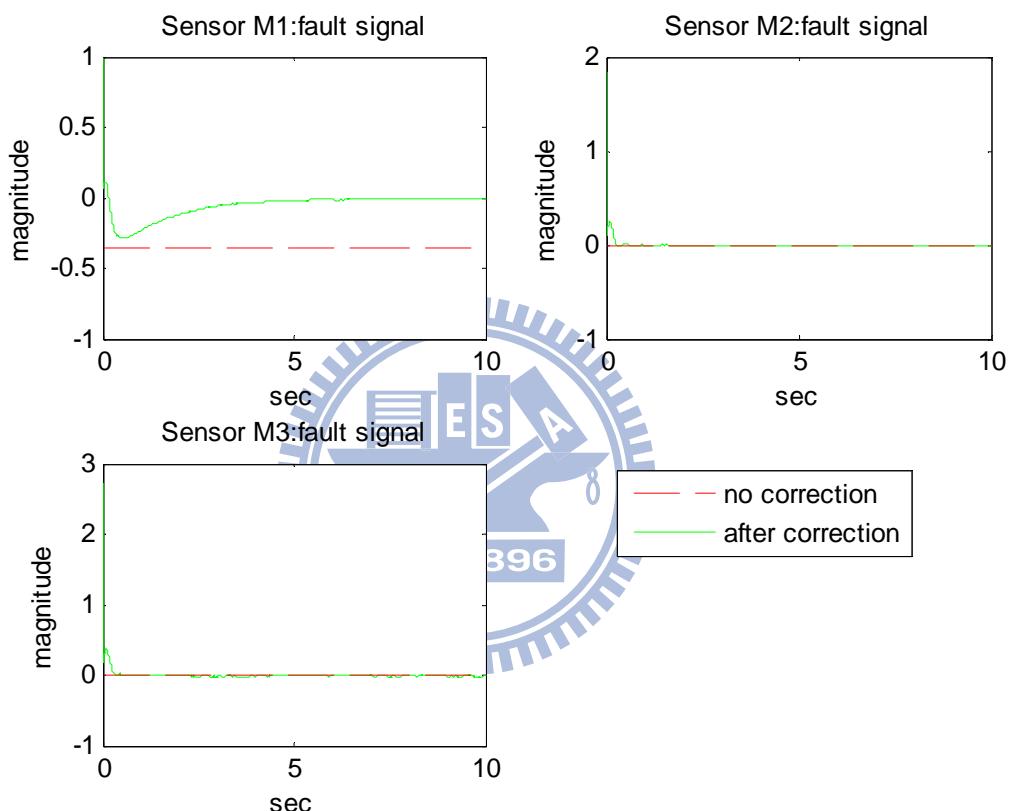


圖 5.15 各加速規錯誤訊號補償估測圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353, 0, 0)$ )

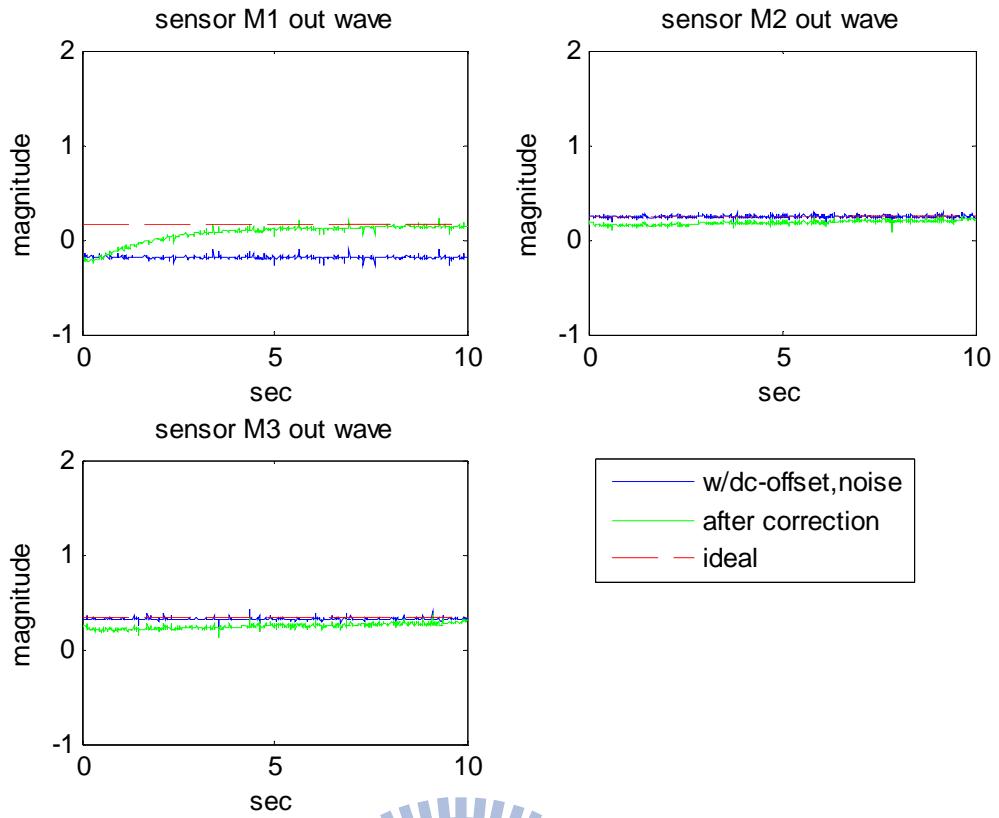


圖 5.16 各加速規輸出波形補償圖(虛擬錯誤訊號  $(d_1, d_2, d_3) = (-0.353, 0, 0)$ )



# 第六章 結論與未來計劃

## 6.1 結論

本論文針對傳統錯誤鑑別法的缺點作改良,設計出由 voting equation 延伸設計出的輸出方程式,搭配儲存記憶褪去式卡曼濾波器當觀察器鑑別錯誤及估測狀態值,過濾掉感測器輸出雜訊,並採用狀態回授法將錯誤訊號更正回理想狀態值。由第四章 matlab 模擬可知本論文演算法可行,將此理論建立實驗架構,利用馬達旋轉附上加速規測量馬達的轉速,將馬達上的多餘加速規量測到的向心加速度以 8051 中斷程式搜集,透過  $a_n = \omega^2 r$  形成一多餘感測系統的配置關係產生 parity equations,將實驗所得的數據代入 matlab 程式模擬驗證。

由第五章以真實系統馬達旋轉機構上測量三個加速規的實驗驗證的結果,不論錯誤訊號是程式虛擬給定或實際由其中之一加速規產生的實驗,代入本論文即時錯誤鑑別法和狀態回授法,其結果仍能像模擬程式一樣,可以讓觀察器觀察到錯誤訊號值及更正回理想訊號值。所以本實驗結果證明本論文演算法可行。

目前我們發展出的即時錯誤鑑別及更正的方法為同一時刻多餘感測容錯系統僅允許一個感測器出錯,未來改善可朝同一時刻可允許多個感測器出錯的演算,以及感測訊號為隨時變動過大時,此容錯系統仍可即時鑑別及更正,如此可增加感測系統的可靠度及精確性。



## 6.2 未來計劃

1. 輸入馬達的電壓訊號以交流 sin 波時變驅動,讓馬達產生交流 sin 波的旋轉,再以本論文第五章的實驗系統實驗,代入模擬程式模擬是否可行。
2. 改良錯誤鑑別演算法則,使系統可以允許兩個或以上的感測器出錯也可以即時鑑別估測錯誤值及更正至理想值。
3. 韌體實現: 將即時錯誤鑑別及狀態回授法的 matlab 模擬程式寫成 C 語言程式,燒錄至 TI DSP TMS320F2812 的微處理器使得感測器出錯的錯誤值可直接透過微處理器 DSP 做即時錯誤的鑑別及更正補償。

## 参考文献(Reference)

- [1] P.M. Frank "Fault diagnosis in dynamics systems using analytical and knowledge-based redundancy a survey and some new result" *Automatica*, Vol.26, pp.459-474, May 1990.
- [2] J.J. Gerlter, "Survey of Model-based failure detection and isolation in complex plants" *IEEE Control Syst. Mag.*, Vol.8 pp.3-11, Dec. 1988
- [3] E. GAI, K. C. Daly , and J. V. Harrison , "FDI Performance of Two Redundant Sensor Configurations," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol.AES-15, No. 3, May 1979.
- [4] Asok Ray and Rogelio Luck , " An introduction to sensor signal validation in redundant measurement systems" ,*IEEE control system*,pp.44-49,1991
- [5] Jin, H. and Zhang, H.Y., " Optimal Parity Vector Sensitive to Designated Sensor Fault", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, No. 4 pp.1122-1128, October, 1999.
- [6] D.S. Shim and C.K. Yang," Geometric FDI based on SVD for Redundant Inertial Sensor Systems", *2004 5th Asian Control Conference*, vol.2, 1094- 1100, July 2004
- [7] D.S. Shim and C.K. Yang," Accommodation Rule with Faulty Sensors based on System Performance", *2004 5th Asian Control Conference*, vol.2, 1101- 1106 ,July 2004
- [8] R.J. Pattern, "Fault detection and diagnosis in aerospace systems using analytical redundancy", *IEE*, pp.1/1-1/20, 1990
- [9] T.SEN LEE," Theory and Application of Adaptive Fading Memory Kalman Filters" *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol.35, No. 4, APRIL 1988.
- [10] Q. Xia, M. Rao, Y. Ying and S. X. Shen," A New State Estimation Algorithm Adaptive Fading

Kalman Filter", 31<sup>st</sup> conference on Decision and Control IEEE vol.WP13 pp.1216-1221, December 1992

- [11] Congwei Hu, Wu Chen<sup>1</sup>, Yongqi Chen and Dajie Liu," Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation", *Journal of Global Positioning Systems (2003)*, Vol. 2, No. 1 : 42-47
- [12] Silvio Simani, Cesare Fantuzzi, and Ron J. Patton."Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification techniques." Springer,c2003. New York
- [13] Bar-Shalom, Yaakov. and Li, Xiao-Rong, *Estimation with applications to tracking and navigation* ,John Wiley & Sons, Inc.2003
- [14] Grewal, Mohinder S./Andrews, Angus P. ,*Kalman filtering : theory and practice using MATLAB*, Wiley-Interscience,2001
- [15] Miller, Scott L./Childers, Donald G. ,*Probability and random processes :with applications to signal processing and communications*, Elsevier Academic Press,2004
- [16] A. D. Poulianos & G. S. Stavrakakis, *Real time fault monitoring of industrial processes*, Dordrecht /Kluwer Academic Publishers /c1994/Boston
- [17] Jie Chen, Ron J. Patton, *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, Kluwer Academic Publishers/c1999/ Boston.
- [18] Leo H. Chiang, E.L. Russell, and R.D. Braatz, *Fault detection and diagnosis in industrial systems*, London ;Springer,c2001.
- [19] Leo H. Chiang, E.L. Russell, and R.D. Braatz, *Fault detection and diagnosis in industrial systems*, London ;Springer,c2001.
- [20] Ramon Pallas-Areny/John G. Webster,Sensors and Signal Conditioning,Senond Edition,全華
- [21] Charles L. Phillips,H.Troy Nagle,Digital Control System Analysis and design,Third

[22]Richard C.Dorf,Roert H.Bishop,Modern Control Systems,Eighth Edition,ADDISON WESLEY

[23]N.Mohan,T.M.Undeland,W.P. Robbins,Power Electronics : Converters,Applications and

Design,John Wiley&Sons,3rd Ed.,2002

[24]游仁植,感測系統之即時錯誤鑑別及更正方法,國立交通大學機械系碩士論文,民  
96 年 8 月。

[25]張碩 博士編著,自動控制系統(Automation Control System),鼎茂

[26]張英彬,謝飛虎編著,電力電子學,高立

[27]林容益,DSP 數位化機電控制(TMS320F281X 系統),全華

[28]林容益,信號處理及進階馬達電力控制(TMS320F281X 系統),全華

[29]謝青紅,張筱荔編著,TMS320F2812 DSP 原理及其在運動控制系統中的應用,電子  
工業出版社

[30]楊哲,電工學(含電機機械),鼎茂

[31]劉明彰,電子學,鼎茂

[32]劉昌煥校訂,許溢適譯著,AC 伺服系統的理論與設計實務,文笙

[33]廖聰明,機電整合

[34]丁家敏,周信宏,馬達與驅動器開發與設計

[35]董勝源,單晶片 8051 與 C 語言實習

