

國立交通大學

光電系統研究所

碩士論文

顏料分散彩色濾光片造成 TFT-LCD 對比度下降機制
之討論

Discussion on the Contrast-Ratio Degradation of
TFT-LCDs Caused by Pigmented Color Filter

研究生：廖偉翔

指導教授：楊界雄 教授

中華民國一百年七月

顏料分散彩色濾光片造成 TFT-LCD 對比度下降機制之討論

Discussion on the Contrast-Ratio Degradation of TFT-LCDs Caused

by Pigmented Color Filter

研究生：廖偉翔

Student : Wei-Hsiang Liao

指導教授：楊界雄

Advisor : Kei-Hsiung Yang

國立交通大學

光電系統研究所

碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Photonic Systems

College of Photonics

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Photonic Systems

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月

顏料分散彩色濾光片造成 TFT-LCD 對比度下降機制之討論

學生：廖偉翔

指導教授：楊界雄

國立交通大學光電系統研究所碩士班

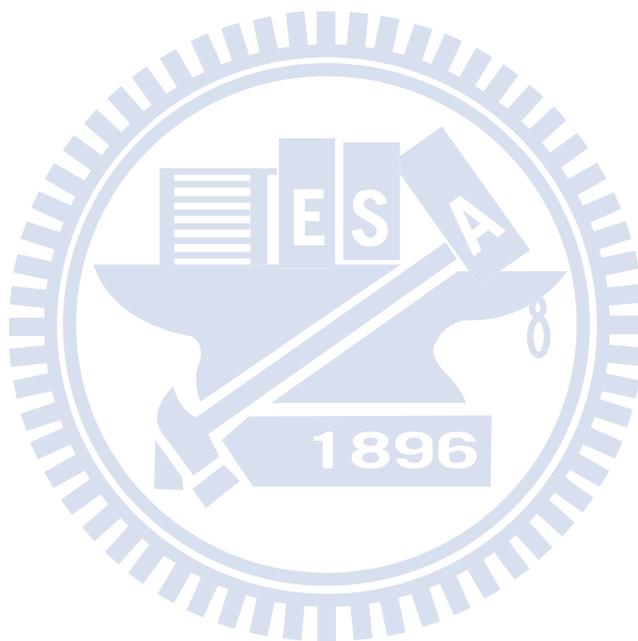
摘要

目前要使 TFT-LCD 能夠生成彩色的主流方法為在 LCD 面板上建構顏料分散式彩色濾光片。文獻中的實驗結果顯示，將彩色濾光片置於兩穿透軸方向互相垂直的偏振片中間時，兩偏振片會出現漏光的現象。我們認為此現象的成因乃是線性偏振光入射顏料分散式彩色濾光片後，被解偏而造成對比度下降所致。

文獻中的數據已證實此現象與顏料顆粒之大小有關。就我們所知，截至目前為止，並無任何文獻解釋造成此現象的物理機制。故我們假設了兩個光學模型，分別為等效波板（光學非等方向性，anisotropic）與米氏散射（光學等方向性，isotropic）模型，以便解釋此現象。

在等效波板模型中，我們利用瓊斯矩陣計算並得出顏料顆粒大小正比於解偏程度的結果，其與文獻上的結果相符。

然而在米氏散射模型中，我們還無法得到適當的數值結果來解釋文獻中的結果。



Discussion on the Contrast-Ratio Degradation of TFT-LCDs Caused by Pigmented Color Filter

Student : Wei-Hsiang Liao

Advisor : Kei-Hsiung Yang

Institute of Photonic Systems
National Chiao Tung University

Abstract

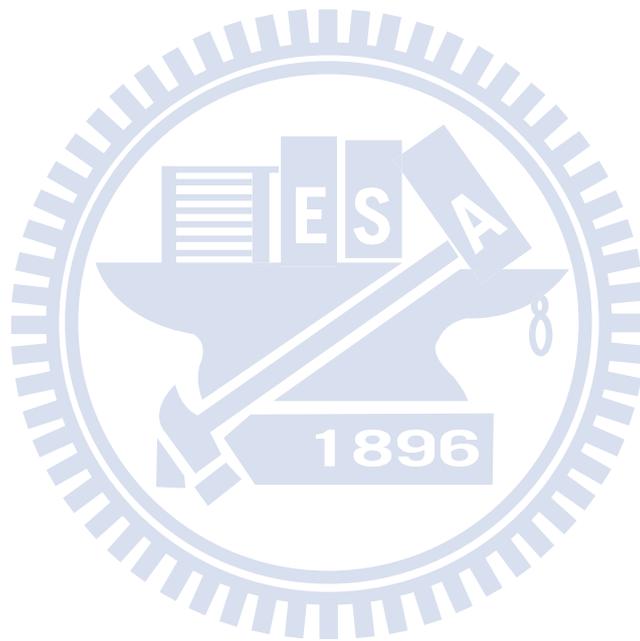
The most popular color generation of TFT-LCDs has been based on pigment dispersed (PD) color filters (CFs) built in the LCD panel to produce sub-pixel-red (R), -green (G), and -blue (B) colors from a backlight system attached onto the panel. Experimental results showed that, by placing such PDCF plate between cross polarizers, additional light leakage occurred due to the change of the linearly polarized input light into elliptically polarized output light. We call this effect as the depolarization-induced degradation of contrast ratio (DID-CR) due to the PDCF.

The DID-CR depends on the particle size of PDCF. So far, there have been no prior publications to explain the mechanism of DID-CR of the PDCF. In this thesis, we suggest two optical models: birefringent effect (BRE) and Mie scattering effect (MSE) caused by PDCF particles to explain the phenomenon of DID-CR.

In the BRE model, we use Jones matrix method to calculate the DID effect through a PDCF of fixed thickness but composed of multi-layer pigment-particles of different sizes. Using the BRE model, we have confirmed the occurrence of DID-CR that is proportional to the particle sizes within the PDCF plate consistent with published results.

In our MSE model, we have assumed that the PDCF particles are optically isotropic and the effect of DID-CR disappears for forward-scattered lights independent of particles sizes. For fixed particle size, the effect of DID-CR increases with increasing oblique-scattered angles and the scattered intensity within the same solid angle increases as the particle size

decreases. The MSE model at this moment of development is unable to produce suitable numerical results to compare with the experimental results that the effect of DID-CR is more severe with larger particles and much reduced with smaller particles within the PDCF layer.



誌謝

牛頓曾經說過：「如果我比別人看得更遠，那是因為我站在巨人的肩膀上。」，敝人絕對不敢自比為牛頓，但在這兩年的碩士生涯中，敝人有幸能站在楊界雄教授這位學界巨人的肩膀上做研究，並接受楊老師在學業與生活態度上的諸多指導，敝人深覺受益良多，對楊老師的感謝之情豈能在三言兩語間道盡！

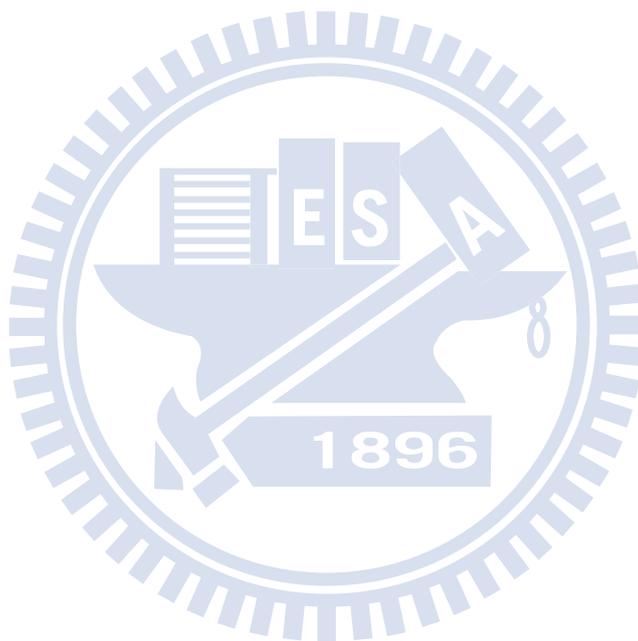
再來敝人要感謝本實驗室的同仁；感謝聖雅對許多量測上的大力幫忙，感謝禹任與信旭能在討論時提出許多新想法，感謝志豪對於數學問題上的解答，感謝皇明幫忙借書，感謝偉彥在外出時充當司機，以及感謝苑君提供美食資訊。

最後要感謝我的家人，感謝你們對我的支持，我的榮耀是屬於你們的。

目錄

中文摘要	i
英文摘要	iii
致謝	V
目錄	vi
表目錄	viii
圖目錄	ix
符號說明	x
一、	緒論	1
二、	理論模型與計算方法	3
2.1	等效波板	3
2.1.1	瓊斯矩陣	3
2.1.2	等效波板的計算	5
2.2.	米氏散射	6
2.2.1	米氏散射的推導結果與物理意義	6
2.2.2	米氏散射的計算	8
三、	計算結果、討論與初步結論	12
3.1	等效波板模型的計算結果與討論	12

3.2	米氏散射模型的計算結果與討論·····	14
四、	結論與未來展望·····	26
參考文獻	·····	29
附錄	·····	31



表目錄

表 3.1.1	使用等效波板模型計算時所帶入的各參數值……	13
表 3.1.2	以等效波板模型計算所得結果……	13
表 3.2.1	各符號與顏色所對應的粒子半徑……	17
表 3.2.2	各粒子半徑下所對應的 R 值……	20
表 3.2.3	各符號與顏色所對應的 φ 角值……	21



圖目錄

圖 2-1-1	單軸波板示意圖.....	4
圖 2-2-1	入射光與散射光分量示意圖.....	7
圖 3-2-1	顏料粒子在彩色濾光片中的橫截面分布.....	15
圖 3-2-2	散射角對相位差分布圖.....	17
圖 3-2-3	立體角 Ω 示意圖.....	19
圖 3-2-4	粒徑為 50 奈米時的曲線圖.....	21
圖 3-2-5	粒徑為 100 奈米時的曲線圖.....	22
圖 3-2-6	粒徑為 150 奈米時的曲線圖.....	22
圖 3-2-7	粒徑為 200 奈米時的曲線圖.....	23
圖 3-2-8	粒徑為 250 奈米時的曲線圖.....	23

符號說明

n_e ：非尋常光折射率

n_o ：尋常光折射率

V_x ：入射光 x 方向的瓊斯向量

V_y ：入射光 y 方向的瓊斯向量

V_x' ：出射光 x 方向的瓊斯向量

V_y' ：出射光 y 方向的瓊斯向量

ψ ：x 軸與 s 軸的夾角

Γ ：相位延遲

d ：波板厚度

θ ：散射角

φ ：原始入射光偏振向量與入射面的夾角

E_{0r} ：垂直散射面的入射光向量

E_{0l} ：平行散射面的入射光向量

E_r ：垂直散射面的散射光向量

E_l ：平行散射面的散射光向量

x ：尺寸參數

λ ：入射光波長



a : 粒子半徑

m : 粒子折射率

Ω : 立體角

E_0 : 入射球體的線性偏振光振幅



第一章 緒論

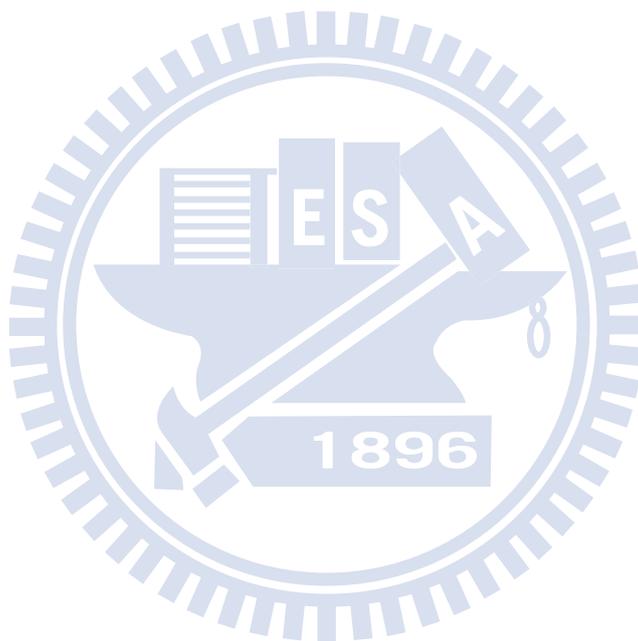
現今，液晶顯示器（LCD）已經在各種顯示應用上達到主流地位，無論是家用或商用。又以一般電腦與電視螢幕來說，「彩色螢幕」絕對是已經到了必備條件的地步。

穿透式液晶顯示器能夠顯示彩色之原因在於其內建了三原色的彩色濾光片，藉由改變三原色之比例以達到顯示「彩色」的目的。

而彩色濾光片又大致上分為兩種：染料式與顏料式，然而根據文獻[1]，由於染料的耐光性差，目前幾乎所有的廠商都採用顏料分散光阻法製造彩色濾光片。

目前顏料分散式彩色濾光片在使用上所面臨的問題為造成顯示器的對比度下降。我們認為此問題的成因為線性偏振光在入射彩色濾光片後，出射光變為橢圓偏振（即入射光被彩色濾光片解偏）所導致。雖然將彩色濾光片中的顏料顆粒磨細[2][3]可以改善對比度下降的問題，但就我們所知，為何將顆粒磨細可以使對比度上升，其詳細的物理機制從未被探討過。

故本文的研究目的在於釐清線性偏振光被解偏的物理機制，進而使往後的研究能夠有更深入的理论基礎。



第二章 理論模型與計算方法

以下我們提出兩個理論模型來解釋解偏現象，分別為等效波板與米氏散射（Mie scattering）。

2.1 等效波板

等效波板模型的中心思想為：假定每一個顏料顆粒都有一個等效的光軸，即光經過顏料顆粒會產生雙折射（birefringent，即折射率有 n_e 與 n_o 的區別），故將每一個顆粒等效為一片波板（wave plate）。然而，彩色濾光片中包含許多的顏料顆粒，其中每個顆粒的光軸方向是隨機分布的。

由於在計算上會使用到瓊斯矩陣（Jones Matrix）[4][5]，以下將針對瓊斯矩陣作簡略的介紹。

2.1.1 瓊斯矩陣

根據文獻[5]，瓊斯矩陣為一種計算光在通過非均勻介質（波板，retardation plates）後的偏振態之方法。參照圖 2-1-1，以單軸（uniaxial）雙

折射波板為例，入射光由負z軸方向垂直進入波板，s與f分別為波板的快軸和慢軸方向， ψ 代表x軸與s軸的夾角。

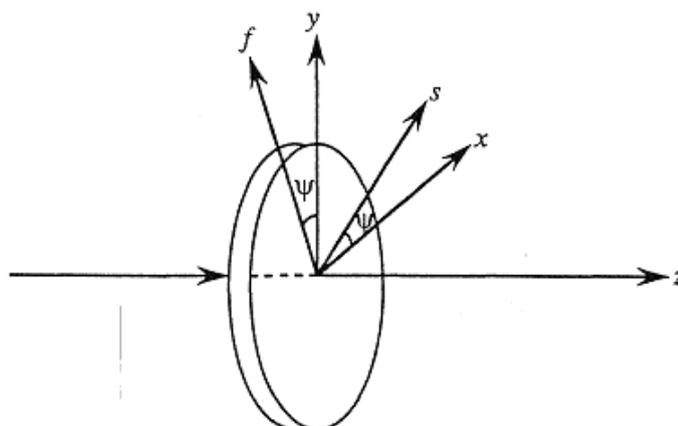


圖 2-1-1 單軸波板示意圖[5]

假設入射光的瓊斯向量 (Jones Vector) 為 $\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}$ ，出射光的瓊斯向量為 $\begin{pmatrix} V_{x'} \\ V_{y'} \end{pmatrix}$ ，兩者間存在等式關係：

$$\begin{pmatrix} V_{x'} \\ V_{y'} \end{pmatrix} = R(-\psi)W_0R(\psi) \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix}$$

其中

$$R(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}$$

$$W_0 = e^{-i\varphi} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\Gamma}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\Gamma}{2}} \end{pmatrix}$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(n_s + n_f) \frac{2\pi}{\lambda} d$$

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(n_s - n_f)d = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta n * d = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d$$

n_e 與 n_o 分別為非尋常光折射率 (extraordinary refractive index) 與尋常光折射率 (ordinary refractive index)， $R(\psi)$ 為座標軸旋轉矩陣， W_0 為波板的瓊

斯矩陣， φ 為絕對相位差（absolute change in phase）， Γ 為相位延遲（phase retardation）， n_s 與 n_f 分別代表快軸於慢軸的折射率， λ 為入射光波長， d 為波板厚度。在多重反射不明顯的情況下，我們通常把 $e^{-i\varphi}$ 項忽略不計。

由以上敘述，我們可知一個光軸落在 $x-y$ 平面上，並且慢軸與 x 軸所夾角度為 ψ 的波板之瓊斯矩陣可表示為： $W = R(-\psi)W_0R(\psi)$ 。

2.1.2 等效波板的計算

由於光軸是隨機分布的，在計算上必需處理角度分布的問題。我們的方法為個別求出每一片與 x 軸夾一隨機角度的波板之光強度，而後對所得的光強度做角度變數的積分並除以所積分的總角度求其平均值。欲計算通過所有波板所得的強度，若通過 N 層波板最後所得的強度將含有 N 個不同的角度分量。以下用計算一層等效波板光強度作為說明範例：

假定今有一線偏振光由負 z 軸往正 z 軸方向入射，偏振方向為平行 x 軸，其歸一化的瓊斯向量為 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 。參照圖 2-1-1 的設置，波板的 s 軸與 x 軸之間所夾隨機角度為 ψ ，定義出射光的瓊斯向量為 $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ ，則可得以下關係式：

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

又 $I_x = |E_x|^2$ 、 $I_y = |E_y|^2$ ，進一步計算可得光強度。

由(2.1)式，我們得知光強度為隨機角度 ψ 的函數，即 $I = I(\psi)$ 。計算 I_y 即可得光在通過單一波板後的解偏程度，計算方法分為以下兩個步驟：

1. 計算 $\int_0^\pi I_y d\psi$ （由於空間對稱性，只須對 ψ 進行 $0\sim\pi$ 的積分）
2. 將上式除以 π （意在求其平均值）

所得即為光通過單一波板後的解偏光強度。

2.2 米氏散射

根據文獻[6]~[9]，米氏散射為在滿足 Maxwell 方程式的情況下，令一單色平面波入射一任意大小的均勻球體，代入適當的邊界條件，解偏微分方程式（PDE）所得到的解析解。

若將顏料顆粒近似為均勻球體，則以米氏散射模型來套用其散射光的行為（包括散射光的偏振態與強度分布）乃為一合乎常理的解釋方式。

詳細的公式推導在這裡在此並不重複詳述，以下僅簡略地介紹即將運用的米氏散射之推導結果與其物理意義。

2.2.1 米氏散射的推導結果與物理意義[6]

考慮一道線偏振光由負 z 軸方向往正 z 軸方向入射一任意大小的球體，其中， θ 為散射角， φ 為原始入射光偏振向量與入射面的夾角。入射光與散射光向量可分解為平行與垂直散射面的兩個分量： E_{0r} 為垂直散射面的入射光分量、 E_{0l} 為平行散射面的入射光分量、 E_r 為垂直散射面的散射光分量、 E_l 為平行散射面的散射光分量。

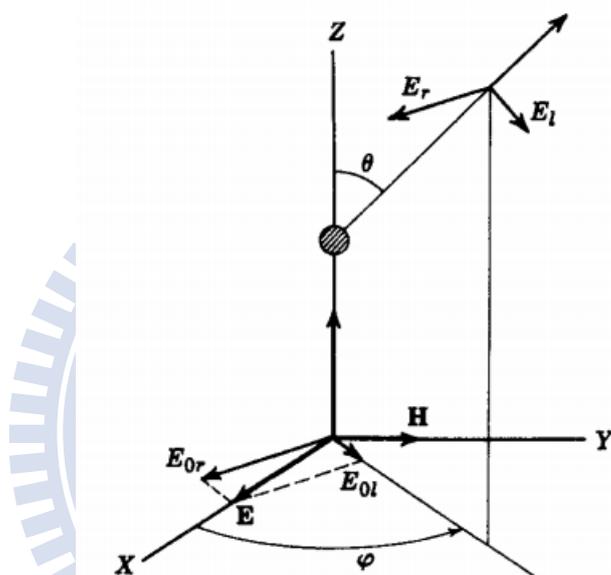


圖 2-2-1 入射光與散射光分量示意圖[6]

入射光與散射光存在以下的關係式：

$$E_r = S_1(\theta) \frac{e^{-ikr+ikz}}{ikr} E_{r0} \quad (2.2)$$

$$E_l = S_2(\theta) \frac{e^{-ikr+ikz}}{ikr} E_{l0} \quad (2.3)$$

上式中， r 代表粒子中心到散射光波面上任意點的距離， z 代表粒子中心到入射光波面上任意點的距離[18]。

S_1 與 S_2 為散射振幅，與 θ 有關。兩者可寫為以下形式：

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{a_n \pi_n + b_n \tau_n\} \quad (2.4)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{a_n \tau_n + b_n \pi_n\} \quad (2.5)$$

係數 a_n 、 b_n 、 π_n 、 τ_n 分別為：

$$a_n = \frac{\psi'_n(mx)\psi_n(x) - m\psi_n(mx)\psi'_n(x)}{\psi'_n(mx)\xi_n(x) - m\psi_n(mx)\xi'_n(x)} \quad (2.6)$$

$$b_n = \frac{m\psi'_n(mx)\psi_n(x) - \psi_n(mx)\psi'_n(x)}{m\psi'_n(mx)\xi_n(x) - \psi_n(mx)\xi'_n(x)} \quad (2.7)$$

$$\pi_n = \frac{1}{\sin(\theta)} P_n^1(\cos \theta) \quad (2.8)$$

$$\tau_n = \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos \theta) \quad (2.9)$$

m 為折射率。 $x = 2\pi a/\lambda$ 稱尺寸參數，為 2π 乘以粒子半徑 a 與入射光波長 λ 的比值。 $P_l^m(x)$ 為連帶雷建德多項式 (Associated Legendre polynomials)。 ψ_n 和 ξ_n 是 Riccati-Bessel 函數，可用第一類 Bessel 函數與第二類 Hankel 函數表示為：

$$\psi_n(z) = \left(\frac{\pi z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(z) \quad (2.10)$$

$$\xi_n(z) = \left(\frac{\pi z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(z) \quad (2.11)$$

2.2.2 米氏散射的計算

由上一節的內容，我們了解到，欲計算單顆粒子在空間中任意分布的散射光向量，則必須將 $S_1(\theta)$ 與 $S_2(\theta)$ 求出。但是，若以上一節的原始公式直接帶入電腦做計算必會遭遇到許多問題。以下我們將用條列式地簡略敘述

問題與解決的方法：

1. 上一節中，散射振幅是以無窮級數的方式展開，其在計算上為非常不實際的表示方式。有文獻[10]給出在已知 x 的情況下，套入以下公式可得知無窮級數計算到第幾項即可近似於無窮多項：

$$N = \begin{cases} x + 4x^{1/3} + 1 & 0.02 \leq x \leq 8 \\ x + 4.05x^{1/3} + 2 & 8 < x < 4200 \\ x + 4x^{1/3} + 2 & 4200 \leq x \leq 20000 \end{cases}$$

N 即為近似的項數。

2. 係數 π_n 、 τ_n 中存在連帶雷建德多項式，在 τ_n 中甚至需要對其微分。若我們在使用 Matlab 計算時直接套用上一節的公式將各項展開，其消耗的硬體資源與時間將非常可觀。所幸已有文獻[11][12]給出 π_n 、 τ_n 的遞迴關係式：

$$\begin{aligned} s &\equiv \mu\pi_n(\mu) \\ t &\equiv s - \pi_{n-1}(\mu) \\ \pi_{n+1}(\mu) &= s + \left(\frac{n+1}{n}\right)t \\ \tau_n(\mu) &= nt - \pi_{n-1}(\mu) \end{aligned}$$

其中 $\mu = \cos(\theta)$ ，初始值為：

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0 \\ \pi_1 &= 1 \\ \tau_0 &= 0 \end{aligned}$$

利用遞迴式求解將大幅提升其效率，使消耗的資源與時間縮減至可接受的範圍。

3. 同樣地，計算係數 a_n 、 b_n 時也會遭遇到類似第 2 點所提到的問題。

雖然現今的數學計算軟體已經可計算 a_n 和 b_n 中的微分項，但論計算

效率，直接計算仍然遠低於遞迴關係式，且直接計算所消耗的硬體資源也遠大於遞迴關係式。從上世紀中後期[11][13]~[15]開始，直到近幾年[12]，仍有文獻針對係數 a_n 、 b_n 的遞迴關係式作探討。如此持續性的研究，其原因在於考慮球體對光的吸收（折射率 m 存在虛部）時， m 的虛部大小與尺寸參數 x 會左右計算結果的穩定度。最常見的問題為：使用某種遞迴關係式，當 m 的虛部極大或極小與尺寸參數 x 也同時處於極大或極小的極端狀態時，將會造成電腦在計算上溢位。

然而，若我們假定忽略球體對光的吸收，則無需考慮以上的問題；這意味我們使用的遞迴式將會簡單許多。以下為我們使用的遞迴關係式[11]：

$$a_n = \frac{\left(\frac{A_n(z)}{m} + \frac{n}{x}\right) \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{\left(\frac{A_n(z)}{m} + \frac{n}{x}\right) \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)}$$

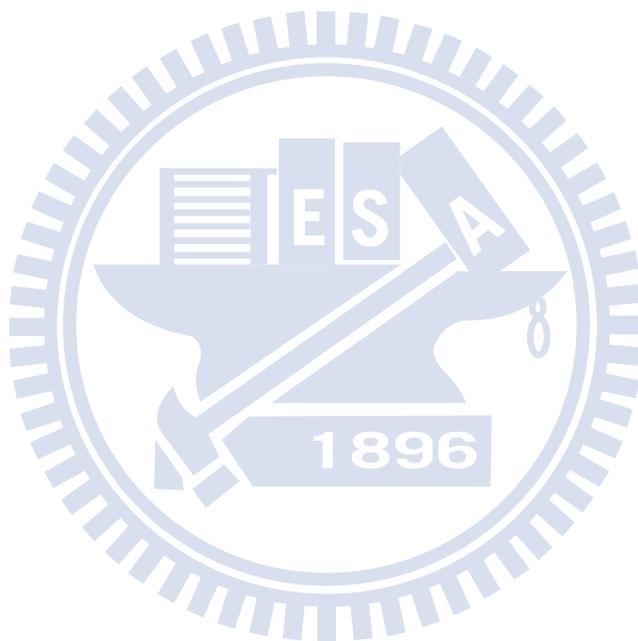
$$b_n = \frac{\left(mA_n(z) + \frac{n}{x}\right) \psi_n(x) - \psi_{n-1}(x)}{\left(mA_n(z) + \frac{n}{x}\right) \xi_n(x) - \xi_{n-1}(x)}$$

式中， $z = mx$ 。雖然 $\psi_n(x)$ 與 $\xi_n(x)$ 存在遞迴關係式[11][16]，但由於在 Matlab 中已經內建 Bessel 函數的指令，故我們選擇使用同前一節直接計算的方式求出 $\psi_n(x)$ 與 $\xi_n(x)$ 。

最後，我們指出係數 $A_n(z)$ 的關係式[13][17]：

$$A_n(z) = -\frac{n}{z} + \frac{\psi_{n-1}(z)}{\psi_n(z)}$$

運用前述結果即可求得 $A_n(z)$ 。



第三章 計算結果、討論與初步結論

延續第二章的內容，本章將實際應用前述的結果作運算。為了確保精確性與兼顧效率，所有的計算都藉由數學軟體 Matlab 來完成。

以下將分別以兩個小節敘述等效波板與米氏散射模型的計算結果。

3.1 等效波板模型的計算結果與討論

首先說明本模型在計算上的先天限制：

由於我們是以多層波板的來近似彩色濾光片的光學行為，但我們的計算方法需要做符號積分，每一層波板皆有各自的隨機角度，層數越多變數就越多。然而使用 Matlab 作計算時，因為我們是進行符號積分，過多的變數將會消耗大量硬體資源並造成計算效率低落。故我們在實際計算時，所採用的波板層數將不會太多。

計算所需的各參數將彙整在表 3.1.1。在此我們要聲明，據我們所知，目前還沒有任何文獻宣稱過可以利用瓊斯矩陣來近似彩色濾光片的光學行為，故所有的參數都由我們自行猜測而得。其中波板厚度 d 即代表單顆顏料

粒子的直徑大小。

參數	數值
d	200 nm、100 nm
λ	550 nm
n_e	1.51
n_o	1.5

表 3.1.1 使用等效波板模型計算時所帶入的各參數值

依照文獻[2]中所記載，顏料顆粒的大小最大不超過 500 奈米，故我們假設顏料顆有 200 與 100 奈米兩種大小，波板的層數分別為 2 層與 4 層。如此假設乃是為了讓總波板厚度相等（一般業界用的彩色濾光片厚度大約在 1.5 微米至 2 微米之間）。計算的結果以下表示之：

波板厚度（顏料顆粒直徑）	對比度
200 nm	7.6622×10^3
100 nm	1.5325×10^4

表 3.1.2 以等效波板模型計算所得結果

呈 2.1.2 節，由於入射光瓊斯向量為 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，故我們定義對比度為出射波板的 x 方向光強度除以出射波板的 y 方向光強度。

由以上結果，顏料顆粒小者的出射光因為解偏程度較小，對比度較高，顆粒大者反之。故我們證明了可利用等效波板所建立的彩色濾光片模型來解釋顏料顆粒大小與出射光解偏程度的關係。

3.2 米氏散射模型的計算結果與討論

同上一節，在計算前有幾項參數我們必須事先假設。我們假設入射光的波長為 550 nm，顏料顆粒的折射率為 2，顏料顆粒所在的介質之折射率為 1.5。

然而，在討論計算結果前有一點需要特別說明，即直向散射 ($\theta = 0$) 的情況。根據第二章的(2.4)和(2.5)式，若 $\theta = 0$ ，則我們會得到 $S_1(0) = S_2(0)$ 的結果，這意味著散射光將無相位差，即散射光無解偏的現象，此與實驗的結果相違背。這是僅考慮單顆粒子的結果，然而，彩色濾光片中必定含有許多顏料顆粒並均勻的分佈在其中，僅考慮單顆粒子的行為實際上是不合理的。

為了解釋光的解偏現象，我們必須以群粒子的觀點來考量。以下我們給予兩個內含兩顆顏料顆粒的彩色濾光片的粒子分布橫截面圖，以說明我

們的想法。

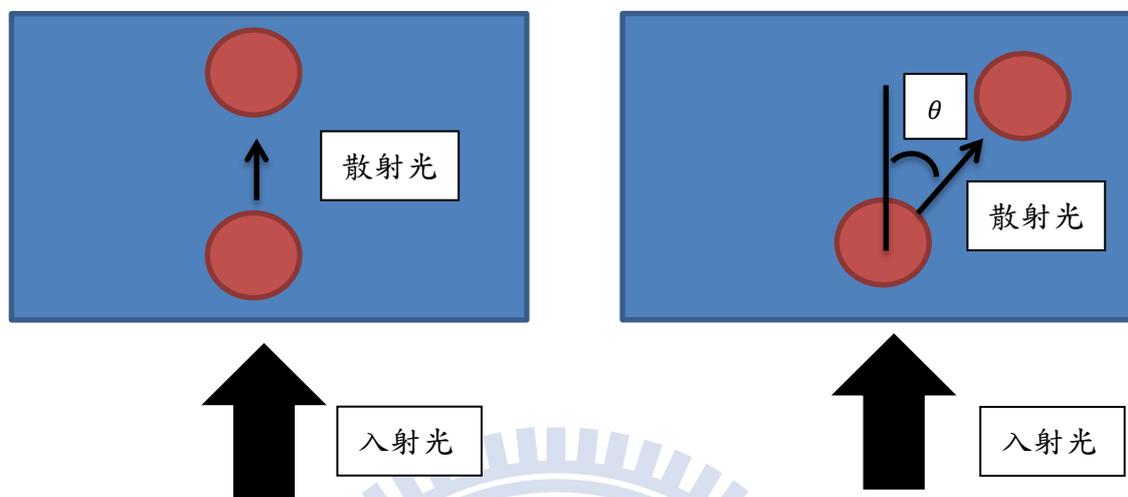


圖 3-2-1 顏料粒子在彩色濾光片中的橫截面分布

圖中以紅色的球體代表顏料顆粒，粗黑箭頭代表入射光由下往上入射至彩色濾光片，較細的黑箭頭代表入射光入射至第一顆顏料顆粒後，再度入射第二顆顏料顆粒的散射光。

我們已經知道直向散射的散色光不會有解偏現象，如 3-2-1 左圖的配置所示，光在經過第一顆粒子後，其直向散射光再次入射第二顆粒子，如此彩色濾光片的出射光將無解偏現象。但在彩色濾光片中不可能所有的粒子都如同左圖，上下如此排列的整齊；其上下粒子必定會有某種程度的錯位，如同 3-2-1 右圖。進一步檢視右圖，我們可知，入射光入射至第一顆粒子後，其在某個散色角 θ 的散射光會再次入射至第二顆粒子。由於第一顆粒子的散

射角 θ 不等於零，則 $S_1(\theta) \neq S_2(\theta)$ ，其散射光將帶有解偏的現象。然而，當第一顆粒子的散射光入射第二顆粒子時，第二顆粒子的散射光將再次以散射角 θ 的散射光出射彩色濾光片，並且，累加第一次散射光的相位差。我們稱散射角 θ 不等於零的情況為斜向散射。

由以上推論我們知道，只要一道線性偏振的入射光被斜向散射的次數越多，其解偏現象就會越顯著。

以下我們要先驗證我們對於斜向散射次數會累加相位差的說法。我們遵照前述的參數設置，並且由於是計算相位差， r 和 z 可為任意值並不影響計算結果。令一道線性偏振光入射粒子半徑為 200 奈米的粒子，計算其在散射角為 30 度時的相位差，在一次散射時為-4.407 度，二次散射時為-8.814 度；後者為前者的兩倍，故我們的假設得到驗證。

再來我們要進一步探討粒子半徑大小與解偏度的關係。參照文獻[2]中的粒子半徑配置，我們取半徑 50 ~ 250 奈米、散射角 0 ~ 90 度的區間做一次散射的計算。以下為計算所得之散射角對相位差分布圖：

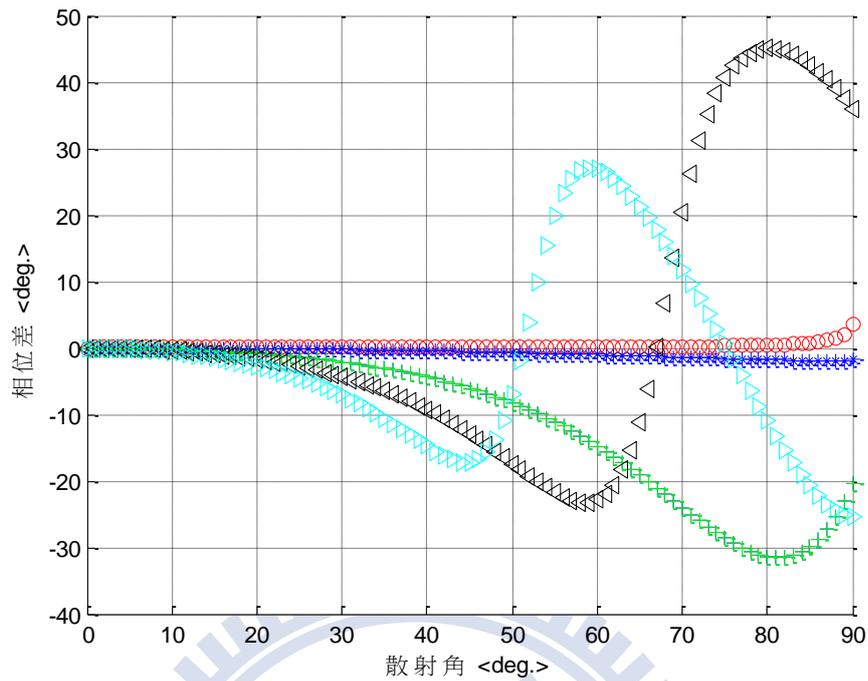


圖 3-2-2 散射角對相位差分布圖

圖中各符號與顏色所對應的半徑大小以下表示之：

粒子半徑 (nm)	符號與顏色
50	“○”，紅色
100	“*”，藍色
150	“+”，綠色
200	“◁”，黑色
250	“▷”，淡藍色

表 3.2.1 各符號與顏色所對應的粒子半徑

檢視圖 3-2-2，我們發現在散射角不大的情況下，粒子半徑與相位差成正比關係，符合文獻中的結果[2]並與我們的預測相符，但在大散射角的情

況下卻不合我們的預期。

關於大散射角的現象，我們提出以散射光能量分布的觀點作解釋；即散色光在空間中的能量分布不是均勻的。根據文獻[7]，隨著粒子的半徑增大，向前的散射光將會越比向後的多，這一現象稱米氏效應。

因此，我們在這裡要提出一個假設：粒子越小，散射能量越是平均的往四周散射；粒子越大，則散射能量越集中往前散射。觀察能量在空間中的分佈情形可能將給予我們進一步的資訊，假若能驗證我們的假設，則散射光在大散射角的相位差不合乎預期的現象即可忽略，如此我們的計算結果將能夠解釋文獻上與我們所預期的結果。

受到文獻[18][27]的啟發，我們將利用文獻所提的資訊來計算光強度之空間分布以證明我們的假設。我們的想法如下：

由公式(2.2)和(2.3)，若我們假設 E_{r0} 與 E_{l0} 可表示為以下的形式

$$E_{r0} = E_0 \sin \varphi \quad (3.1)$$

$$E_{l0} = E_0 \cos \varphi \quad (3.2)$$

E_0 表示入射光的振幅，入射光強度為

$$I_0 = |E_{r0}|^2 + |E_{l0}|^2 = |E_0|^2 \quad (3.3)$$

散色光強度為

$$I(r, \theta, \varphi) = |E_r|^2 + |E_l|^2$$

$$= \frac{I_0}{r^2 k^2} [|S_1(\theta)|^2 (\sin \varphi)^2 + |S_2(\theta)|^2 (\cos \varphi)^2] \quad (3.4)$$

我們定義散射分布函數為

$$\gamma(\theta, \varphi) = [|S_1(\theta)|^2 (\sin \varphi)^2 + |S_2(\theta)|^2 (\cos \varphi)^2] \quad (3.5)$$

應用(3.4)式，在已知 r 、 θ 、 φ 的情況下，我們可得散射光在空間中任意點的強度分布。

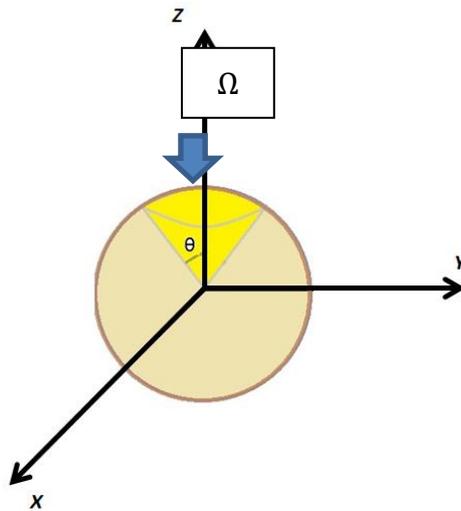


圖 3-2-3 立體角 Ω 示意圖（圓錐內為立體角 Ω 所包含的範圍）

更進一步的，如圖 3-2-3 所示，我們可以利用(3.4)式計算空間中在某個立體角 Ω 內，其圓錐曲面上的強度相對於整個散射球面的強度比值。以下為我們的計算方法：

$$R = \frac{\int_0^\Omega I r^2 d\omega}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi I r^2 \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (3.6)$$

R 代表立體角 Ω 內的強度分布與整個球體的空間強度之比值， $d\omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ 為單位立體角， $r^2 d\omega$ 即代表半徑為 r 的球面上之曲面積元素。對曲面積元素積分即得通過曲面的總強度。

此處我們要指出，我們計算 S_1 、 S_2 的方式為利用遞迴關係式，用數值計算求解，但數值計算將導致無法進行(3.6)式中的積分。然而近幾年發行的 Matlab 版本已經有提供符號計算的擴充功能，我們原先使用的程式碼只要稍經修改，即可運行符號運算。

以下我們將計算在不同粒子半徑的情況下， $\theta = 45$ 度所構成的立體角內對總球體之光強度比值，以驗證我們的看法。計算所得在不同粒子半徑下光強度的比值如表 3.2.2 所示：

粒子半徑 (nm)	R
50	21.520%
100	29.952%
150	48.415%
200	62.238%
250	76.727%

表 3.2.2 各粒子半徑下所對應的 R 值

雖然光強度 $I(r, \theta, \varphi)$ 與 r 、 θ 、 φ 三個變數有關，但我們僅對角度與光強度的分佈感興趣，所以我們的下一步是要作散射角對散射分布函數的曲線圖。作圖時，我們僅選擇幾個特定的 φ 角做為不同散射平面的代表。圖中，我們以不同的符號與顏色代表不同的散射平面(即不同的 φ 角)，詳見下表：

φ (rad.)	符號與顏色
$\frac{\pi}{6}$	“o”，藍色
$\frac{\pi}{4}$	“+”，紅色
$\frac{\pi}{3}$	“*”，綠色
$\frac{\pi}{2}$	“-”，黑色

表 3.2.3 各符號與顏色所對應的 φ 角值

以下為我們計算不同粒子半徑所得的曲線圖：

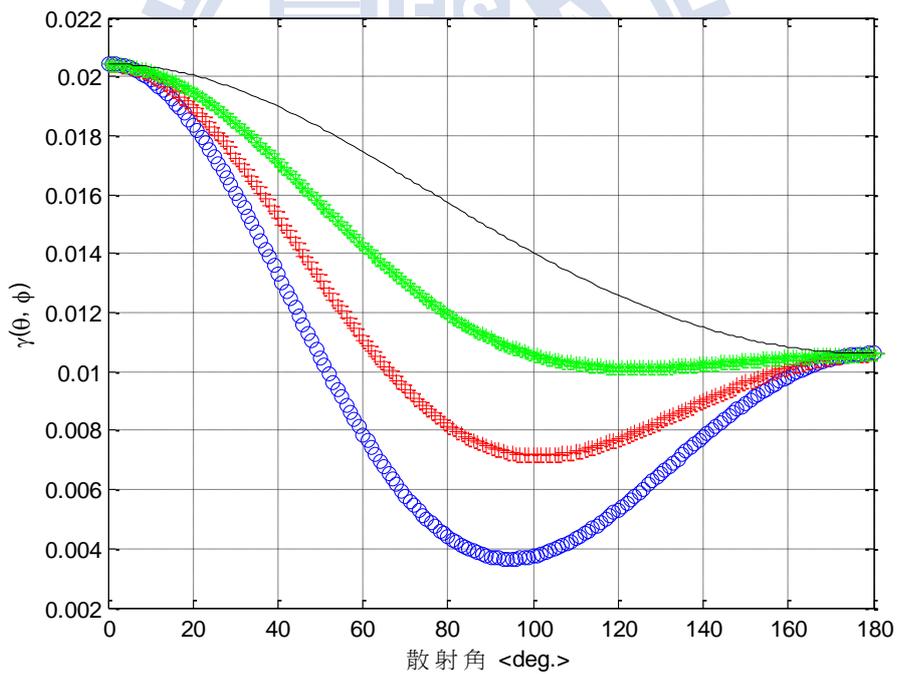


圖 3-2-4 粒徑為 50 奈米時的曲線圖

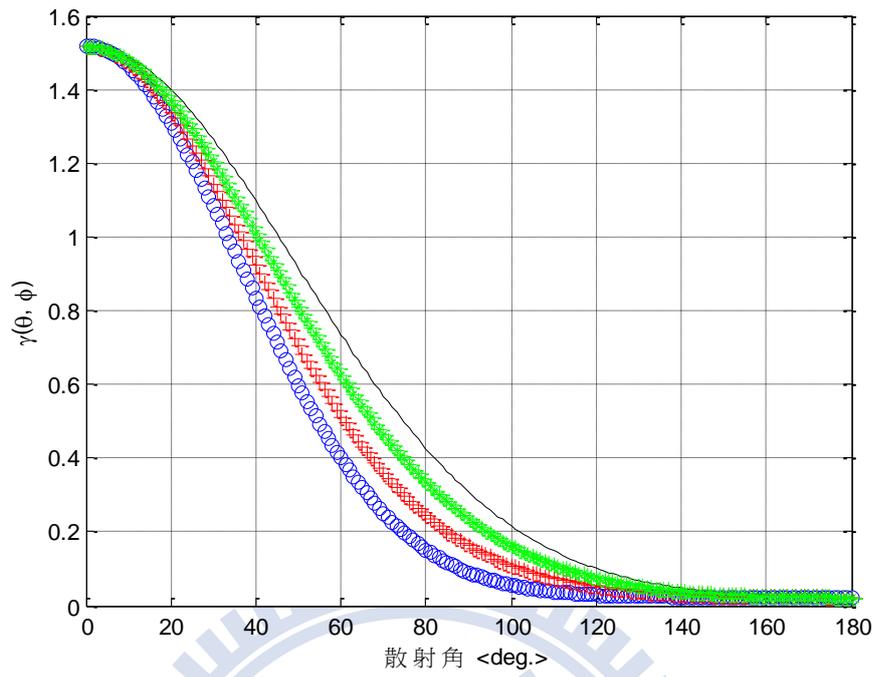


圖 3-2-5 粒徑為 100 奈米時的散色曲線圖

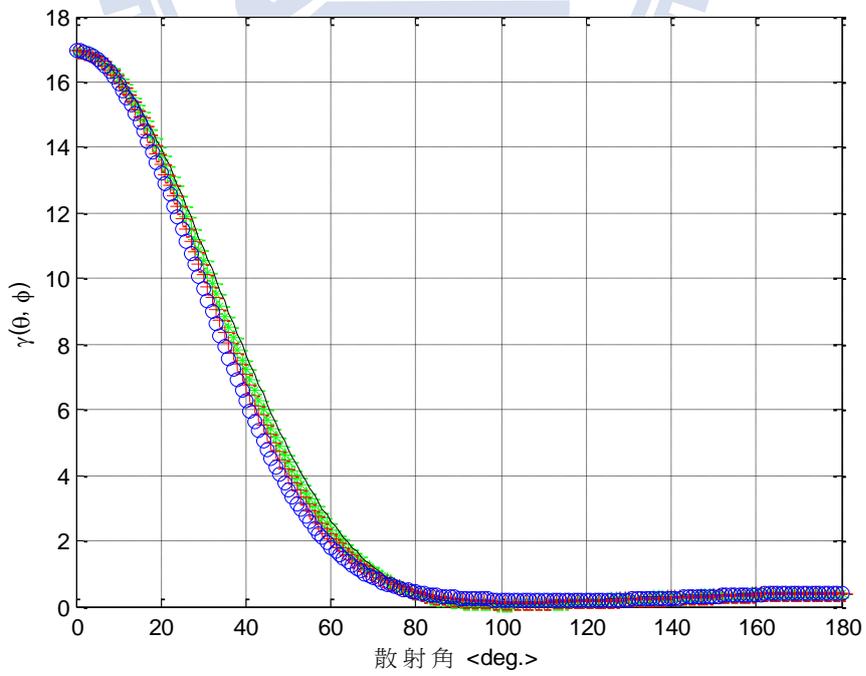


圖 3-2-6 粒徑為 150 奈米時的曲線圖

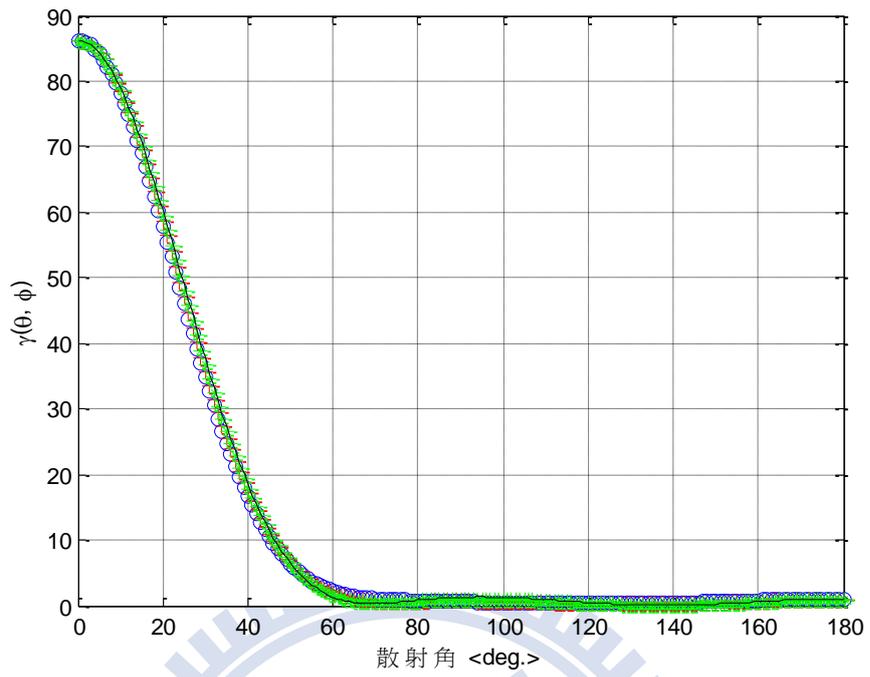


圖 3-2-7 粒徑為 200 奈米時的曲線圖

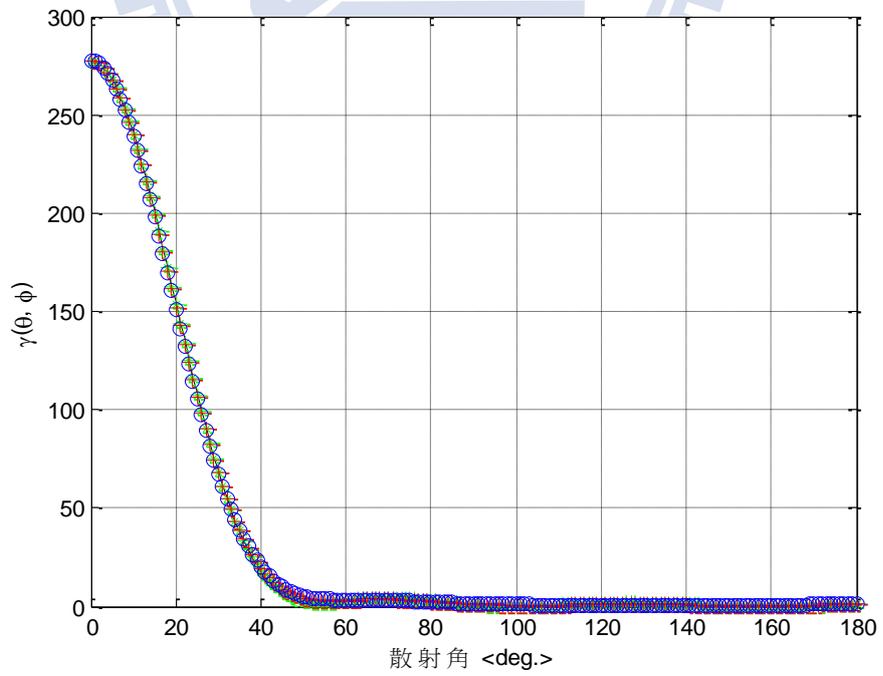


圖 3-2-8 粒徑為 250 奈米時的曲線圖

由本節以上所呈現的結果，我們可以歸納出下面幾個結論：

1. 觀察圖 3-2-4 至 3-2-8 的縱軸尺度，我們可知當粒子的半徑越大，散射光向前散射的比率將越高。
2. 雖然在不同的散射面上，散色光的強度分布略有不同，在折射率不變的情況下，粒子半徑仍為影響整個向前散射分布情形的主要參數。
3. 對照圖 3-2-4 至 3-2-8，我們的計算結果可以解釋我們前面所提出的「粒子越小，能量越是平均的往四周散射；粒子越大，則能量越集中往前散射」之假設。
4. 因為強度分佈隨著粒子半徑改變而變，參照表 3.2.2，當粒子半徑為 150、200 與 250 奈米時，在 $\theta = 45$ 度所構成的立體角內幾乎都佔了所有散色光強度的一半以上。再對照圖 3-2-6 至 3-2-8，散色強度均隨著散射角增大而遞減，且最大值皆出現在散射角為 0 度時。故，當粒子顆粒較大時，僅需考慮小散射角度的散射光行為。
5. 如圖 3-2-2 所示，粒子半徑 50 與 100 奈米所對應的曲線，所有的散射角與其對應相位差皆非常小；兩條曲線對應的相位差甚至從未超過 10 度。對照圖 3-2-4 與 3-2-5，其強度分布也比大粒子半徑時均勻許多。
6. 綜合第 4 與第 5 點，我們可得以下結論：「顏料顆粒半徑大小與散射光的解偏程度乃成正比關係」。雖然不同於等效波板模型，我們利用米氏散射模型尚無法得到數值上精確的結果。原因在於大散射角的散射行為難以

透過實驗驗證，故其正確性與實用性尚無定論。但我們相信此模型仍擁有參考的價值，特別是在粒子半徑不大的情況下。



第四章 結論與未來展望

在本文中，我們分別提出兩個理論模型欲解釋彩色濾光片所造成 LCD 對比度下降的物理機制，並且就我們所知，到目前為止，尚無人對其物理機制作詳細的探討。

然而米氏散射模型在顆粒半徑較大時存在爭議性的計算結果，以下我們將對其進行深入的討論。

第 3.2 節末我們已經提到，米氏散射模型無法完全解釋文獻上的結果，在此我們要提出其原生的缺陷與可能的改善方向。我們所提出的米氏散射模型乃是針對單一顆粒子，然而彩色濾光片中不可能只含有一顆顏料粒子，僅用單顆顏料粒子的散射結果來解釋整個彩色濾光片造成之解偏現象，是與現實不符的。若把單粒子改成群粒子，則在物理觀點上將較為合理，但如此單粒子散射理論將不復適用或必須加以擴充。已有許多文獻對群粒子散射的理論進行探討[19]~[24]，我們相信把群粒子納入考量將是散射模型未來的發展方向。

若進一步探究群粒子散射理論，我們可以將其大略的區分為團

(aggregated) 粒子散射[19] ~ [22]與 Radiative Transfer[23] ~ [26]兩種。

團粒子散射理論可視為單粒子的米氏散射理論之擴充，其概念乃為考慮許多個別半徑可相同或不同，並且在空間上任意分布的粒子其在巨觀的散射行為。此理論在解釋由個數不多的粒子所構成的「粒子團」時存在優勢，但其重大的缺點在於隨著粒子個數的上升，其計算所消耗的硬體資源也跟著上升，文獻[22]甚至以分散式計算 (distributed computing) 進行處理；由於在計算上將每個粒子對其他粒子的交互影響都考慮進去，故其對於硬體需求隨粒子數目增加而上升乃是必然的結果。顯然，若以團粒子散射理論來套用我們的需求將不符效率。

反觀 Radiative Transfer 理論，其一開始就是為了解釋平行介質層中帶有許多粒子所造成的散射現象，故此理論符合我們的需求。雖然 Radiative Transfer 理論在開始發展時偏向忽略光的偏振性質，但已有文獻[24] ~ [26]將其理論加以擴充至可納入光的偏振性，而我們對於此理論相關的研究也正在進行。

最後，我們要在這指出釐清顏料粒子的材料性質之必要性。本文中我們所使用的兩種模型都存在不同的預設條件，即粒子是否在光學上為等方

向性的。等效波板模型為事先假設顏料粒子會造成雙折射（光學非等方向性），故其折射率有 n_e 與 n_o 的區別，也使得其擁有利用瓊斯矩陣來計算的正當性；然而米氏散射模型則剛好相反，回顧第 3. 2 節，我們一開始即假設顏料粒子是光學等方向性的。故，若能釐清顏料粒子的材料性質將給予我們進一步的資訊去決定該往哪個方向繼續發展或修正。

然而，在未知顏料粒子之材料性質的情況下，其尺寸與光波長之關係將給予我們該應用何種模型的初步判斷依據。若粒子的尺寸遠小於入射光波長時，散射模型將主導彩色濾光片的出射光行為；此時我們可以無視粒子的光學等方向性與非等方向性之區別。反之，若粒子尺寸接近或者大於入射光波長，則此時就有必要考慮其為光學等方向性或非等方向性。

由以上，我們總結了我們的計算結果，並指出所有我們認為在本文中尚未釐清與待探討的項目，相信對未來的研究有一定程度之幫助。

參考文獻

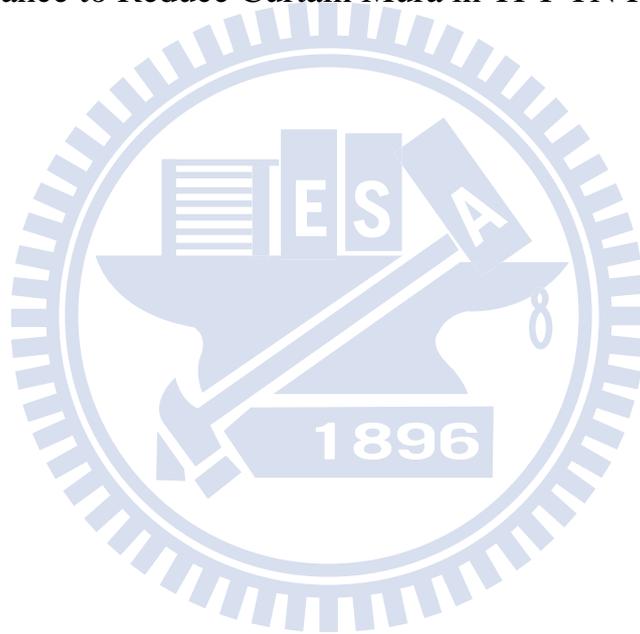
- [1] 田波民，林怡欣，TFT LCD 面板設計與構裝技術，五南圖書出版有限公司，2008。
- [2] Jae Hyun Kim, Joun Ho Lee, Ji Chul Lim, et al., “9.3: The Novel Technologies for Achieving Contrast Ratio over 1:600 in IPS Mode”, SID 04 Digest, 115 (2004).
- [3] Te-Sheng Chen, Chien-Wei Huang, Chung-Ching Hsieh, et al., “52.1: Invited Paper: Advanced MVA III Technology for High-Quality LCD TVs”, SID 09 Digest, 776 (2009).
- [4] R. C. Jones, J. opt. Soc. A. 31, 488 (1941).
- [5] Pochi. Yeh, Claire Gu, Optics of Liquid Crystal Displays, A Wiley Interscience Publication, U.S., 1999.
- [6] H. C. van de Hulst, Light Scattering by small Particles, Dover Publications, 1981.
- [7] 馬科斯·波恩，埃米爾·沃耳夫，光學原理（第七版），電子工業出版社，2007。
- [8] Craig F. Bohren, Donald R. Huffman, Absorption and Scattering of Light by Small Particles, A Wiley-Interscience Publication, 1983
- [9] Milton Kerker, The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation, Academic Press, 1969.
- [10] W. J. Wiscombe, “Improved Mie scattering algorithms”, Applied Optics, vol 19, No. 9, 1505 (1980).
- [11] W. J. Wiscombe, Mie Scattering Calculations: Advances in Technique and Fast, Vector-Speed Computer Codes, NCAR Technical Note, National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, North America, 1979.
- [12] Hong Du, “Mie-scattering calculation”, Applied Optics, Vol. 43, No. 9, 1951 (2004).
- [13] J. V. Dave, “Scattering of electromagnetic radiation by a large, absorbing sphere”, IBM J. Res. Dev., 13, No. 3, 302 (1969).
- [14] George W. Kattawar, Gilbert N. Plass, “Electromagnetic Scattering from Absorbing Spheres”, Applied Optics, Vol. 6, No. 8, 1377 (1967).

- [15] William J. Lentz, “Generating Bessel functions in Mie scattering calculations using continued fractions”, *Applied Optics*, Vol. 15, No. 3, 668 (1976).
- [16] M. Abramowitz, I. A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, 1965.
- [17] W. A. de Rooij, C. C. A. H. van der Stap, “Expansion of Mie scattering matrices in generalized spherical functions”, *Astron. Astrophys.*, 131, 237 (1984).
- [18] <http://www.sinica.edu.tw/~cytseng/lecture/Miescattering/Mie.pdf> , 大氣遙感工作室，曾忠一教授
- [19] Daniel W. Mackowski, “Analysis of Radiative Scattering for Multiple Sphere Configurations”, *Proc. R. Soc. Lond. A*, 433, 599 (1991).
- [20] Yu-lin Xu, “Electromagnetic scattering by an aggregate of spheres”, *Applied Optics*, Vol. 34, No. 21, 4573 (1995).
- [21] Yu-lin Xu, “Electromagnetic scattering by an aggregate of spheres: far field”, *Applied Optics*, Vol. 36, No. 36, 9496 (1997).
- [22] Lars Boyde, Kevin J. Chalut, and Jochen Guck, “Near- and far-field scattering from arbitrary three-dimensional aggregates of coated spheres using parallel computing”, *Physical Review E*, 83, 026701 (2011).
- [23] S. Chandrasekhar, Radiative Transfer, Dover Publications, 1960.
- [24] I. Kuscer, M. Ribaric, “Matrix formalism in the theory of diffusion of light”, *Optica Acta: International Journal of Optics*, 6:1, 42 (1959)
- [25] C. E. Siewert, “On the Phase Matrix Basic to the Scattering of Polarized Light”, *Astron. Astrophys.* 109, 195 (1982)
- [26] C. E. Siewert, “A discrete-ordinates solution for radiative-transfer models that include polarization effects”, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 64, 227 (2000)
- [27] K. N. Liou, An Introduction to Atmospheric Radiation, Second Edition, Academic Press, 2002

附錄

以下收錄本文作者在 2010 International Conference on Optics and Photonics in Taiwan 以及 2010 中國液態晶體學會年會暨研討會中發表的三篇論文：

1. Analytic Solution of Phase Transfer Function for a General Twisted Nematic Cell
2. 一般扭曲向列型液晶之相位轉換函數的解析解
3. Design Tolerance to Reduce Curtain Mura in TFT-TN Panels after COG NCF Process



Analytic Solution of Phase Transfer Function for a General Twisted Nematic Cell

Chih Hao Kuo^{1*}, Wei Hsiang Liao², and Kei Hsiung Yang¹

¹*Institute of Imaging and Biomedical Photonics, ²Institute of Photonic System
College of Photonics, National Chiao Tung University, Guiren, Tainan*

*hunter359.cop98g@nctu.edu.tw

Abstract--Analytic solution of phase transfer function for a general twisted nematic (GTN) cell has been derived. The solution can be applied to analyze data obtained by Heterodyne interferometry to derive important cell parameters such as cell gap, pretilt and twist angles.

Keywords: phase difference, retardation, Jones matrix, liquid crystal cell gap, pretilt angle, twist angle

INTRODUCTION

LCDs (liquid crystal displays) become dominant from small-size mobile to large-size TV applications. To optimize the display qualities of LCDs, it is imperative to obtain optimized cell parameters such as cell gap, pretilt and twist angles. Recent publication [1] indicates that, by measuring the retardation of a GTN cell rotating along its cell normal in a Heterodyne interferometric system, all the above three parameters can be obtained by fitting the experimental results to the calculated results using numerical computation in a computer [1]. This paper presents analytical solutions to replace the published numerical computations of Jones matrix method for better accuracy and faster analysis.

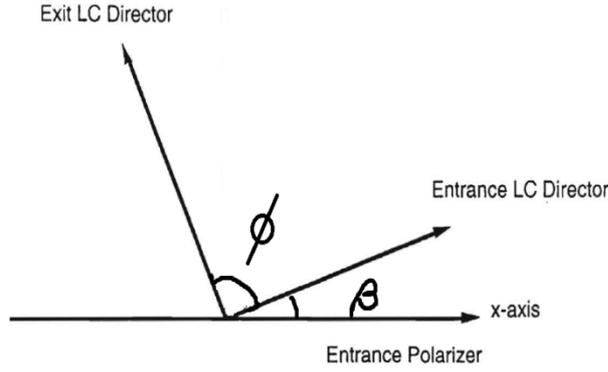
THEORETICAL CALCULATION

If the incident light into a GTN cell is linearly polarized along x-axis and can be expressed as $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

in Jones-vector representation, the polarization state of the emerging light can be written as $\begin{pmatrix} E'_x e^{i\phi'_1} \\ E'_y e^{i\phi'_2} \end{pmatrix}$.

The phase difference of $\Psi' = (\phi'_1 - \phi'_2)$ can be measured by using an optical Heterodyne interferometric system. We can carry out the following theoretical derivations.

We choose $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ to be the input Jones vector to incident upon a GTN cell with arbitrary rotation angle β , twist angle ϕ , and pretilt angle θ as shown in the Figure below.



β : the angle between the entrance
LC director and the incident
light
 ϕ : twist angle

Our output Jones vector

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E'_x e^{i\phi'_1} \\ E'_y e^{i\phi'_2} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos X - i \frac{\Gamma \sin X}{2} & \phi \frac{\sin X}{X} \\ -\phi \frac{\sin X}{X} & \cos X + i \frac{\Gamma \sin X}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\beta + \phi) & -\sin(\beta + \phi) \\ \sin(\beta + \phi) & \cos(\beta + \phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos X - i \frac{\Gamma \sin X}{2} & \phi \frac{\sin X}{X} \\ -\phi \frac{\sin X}{X} & \cos X + i \frac{\Gamma \sin X}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta \\ -\sin \beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\beta + \phi) \left[\cos \beta \cos X - \phi \sin \beta \frac{\sin X}{X} - i \frac{\Gamma}{2} \cos \beta \frac{\sin X}{X} \right] + \sin(\beta + \phi) \left[\sin \beta \cos X + \phi \cos \beta \frac{\sin X}{X} + i \frac{\Gamma}{2} \sin \beta \frac{\sin X}{X} \right] \\ \sin(\beta + \phi) \left[\cos \beta \cos X - \phi \sin \beta \frac{\sin X}{X} - i \frac{\Gamma}{2} \cos \beta \frac{\sin X}{X} \right] - \cos(\beta + \phi) \left[\sin \beta \cos X + \phi \cos \beta \frac{\sin X}{X} + i \frac{\Gamma}{2} \sin \beta \frac{\sin X}{X} \right] \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \left(\cos X \cos \phi + \phi \sin \phi \frac{\sin X}{X} \right) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\phi + 2\beta) \right) \\ \left(\cos X \sin \phi - \phi \cos \phi \frac{\sin X}{X} \right) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\phi + 2\beta) \right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Which $X = \sqrt{\phi^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$

$$\Gamma = 2\pi d \Delta n / \lambda$$

$$\Delta n = n_{\text{eff}} - n_o$$

$$n_{\text{eff}}(\theta) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{(n_e \sin \theta)^2 + (n_o \cos \theta)^2}}, \quad n_e \text{ and } n_o \text{ are the refraction index of extraordinary}$$

light and ordinary light respectively

θ is the pretilt angle of the general TN cell

λ is wave length of the incident light.

We can rewrite $\begin{pmatrix} E'_x e^{i\phi'_1} \\ E'_y e^{i\phi'_2} \end{pmatrix}$ as $\frac{E'_x}{E'_y} e^{i(\phi'_1 - \phi'_2)} = \frac{E'_x}{E'_y} e^{i\theta'}$, where θ' is the phase difference. We, then,

$$\begin{aligned} \text{have } \frac{E'_x}{E'_y} e^{i\theta'} &= \frac{\left(\cos X \cos \phi + \phi \sin \phi \frac{\sin X}{X} \right) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\phi + 2\beta) \right)}{\left(\cos X \sin \phi - \phi \cos \phi \frac{\sin X}{X} \right) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\phi + 2\beta) \right)} \\ &= \frac{\left[\left(\cos X \cos \phi + \phi \sin \phi \frac{\sin X}{X} \right) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\phi + 2\beta) \right) \right] \left[\left(\cos X \sin \phi - \phi \cos \phi \frac{\sin X}{X} \right) + i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\phi + 2\beta) \right) \right]}{\left[\left(\cos X \sin \phi - \phi \cos \phi \frac{\sin X}{X} \right) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\phi + 2\beta) \right) \right] \left[\left(\cos X \sin \phi - \phi \cos \phi \frac{\sin X}{X} \right) + i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\phi + 2\beta) \right) \right]} \end{aligned}$$

$$\text{Let } a = \cos X \cos \varnothing + \varnothing \sin \varnothing \frac{\sin X}{X}, \quad b = -\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\varnothing + 2\beta)$$

$$c = \cos X \sin \varnothing - \varnothing \cos \varnothing \frac{\sin X}{X}, \quad d = \frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\varnothing + 2\beta)$$

$$(a + ib)(c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc) = \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} e^{i\theta'}$$

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{(ad+bc)}{(ac-bd)} \right) \rightarrow \tan \theta' = \frac{ad+bc}{ac-bd}. \text{ Finally, we have}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sin 2\beta + \frac{\varnothing}{X} \cos 2\beta \tan X}{\left(\frac{2X}{\Gamma}\right) \left(\frac{\cos \varnothing \sin \varnothing}{\tan X}\right) + \left(\frac{2\varnothing}{\Gamma}\right) (\sin^2 \varnothing - \cos^2 \varnothing) - \left(\frac{2\varnothing^2}{\Gamma X}\right) \cos \varnothing \sin \varnothing \tan X + \left(\frac{\Gamma}{2X}\right) \cos(\varnothing + 2\beta) \sin(\varnothing + 2\beta) \tan X}$$

$$\text{Let } \frac{\Gamma}{2\varnothing} = u, \text{ then}$$

$$\tan \theta' = \frac{u\sqrt{1+u^2} \sin 2\beta + u \cos 2\beta \tan(\varnothing\sqrt{1+u^2})}{(1+u^2) \left(\frac{\cos \varnothing \sin \varnothing}{\tan(\varnothing\sqrt{1+u^2})}\right) + \sqrt{1+u^2} (\sin^2 \varnothing - \cos^2 \varnothing) - \cos \varnothing \sin \varnothing \tan(\varnothing\sqrt{1+u^2}) + u^2 \cos(\varnothing+2\beta) \sin(\varnothing+2\beta) \tan(\varnothing\sqrt{1+u^2})}$$

The above equation shows the analytic solution of phase transfer function for a GTN cell.

CONCLUSIONS

We have derived an analytic solution of phase transfer function for a general TN cell. This analytic solution can be used to derive the pretilt angle, cell gap, and twist angle of a TN or GTN cell from measured data of retardation versus rotation angle β with better accuracy and faster analysis.

REFERENCES

- [1] Ra Bin Li, Heng Cheng Tseng, and Kei Hsiung Yang, *Determination of the cell parameters of a TNLC cell by phase-sensitive heterodyne interferometry*, 2008 CHINA FPD CONFERENCE.

一般扭曲向列型液晶之相位轉換函數的解析解

郭智豪¹ 廖偉翔² 楊界雄¹

國立交通大學光電學院¹ 影像與生醫光電研究所² 光電系統研究所

台南 台灣

E-mail address : hunter359.cop98g@nctu.edu.tw

摘要

本論文推導出了一般扭曲向列型液晶的相位轉換函數的解析解。這個解析解可以用來分析外差式干涉儀所量測到的實驗數據，進而求得實驗樣品—一般扭曲向列型液晶盒的重要參數如液晶盒厚、預傾角、扭曲角。
關鍵詞：相位差、延遲、瓊斯矩陣、液晶盒厚、預傾角、扭曲角。

Abstract

Analytic solution of phase transfer function for a general twisted nematic (GTN) cell has been derived. The solution can be applied to analyze data obtained by Heterodyne interferometry to derive important cell parameters such as cell gap, pretilt and twist angles.

Keywords: phase difference, retardation, Jones matrix, liquid crystal cell gap, pretilt angle, twist angle

1. 前言

從小尺寸的手機到大尺寸的電視，液晶顯示器已成為顯示器的主流。為了優化液晶顯示器的品質，準確的得到液晶盒厚、預傾角、扭曲角等液晶盒參數是非常重要的。最近的研究[1]指出，在外差式干涉儀量測系統中，由兩道彼此正交但頻率不同的線性極性光通過一待測之一般扭曲向列型液晶盒後，可以量測到此兩道光因為液晶的雙折射效應所導致的相位差值，再藉由量測不同旋轉角度下液晶盒所產生的相位差值的變化，利用電腦做數值計算進而求得此液晶盒參數[1]。

本論文為了更好的準確性以及更快速的分析，推導出了一般扭曲向列型液晶的相位轉換函數的解析解，此解析解可以用來取代上述論文[1]所採用的數值計算法。

2. 理論計算

假設此量測系統的入射光可以用瓊斯向量來表示為 $\begin{pmatrix} E_x e^{i\theta_1} \\ E_y e^{i\theta_2} \end{pmatrix}$ ，其相位差 δ 為 $(\theta_1 - \theta_2)$ ，在通過一個一般

扭曲向列型液晶盒後的出射光偏振態設為 $\begin{pmatrix} E'_x e^{i\theta'_1} \\ E'_y e^{i\theta'_2} \end{pmatrix}$ ，其相位差 δ' 為 $(\theta'_1 - \theta'_2)$ ，則外差式干涉儀量測系統量測到的相位差值 θ' 為 $(\delta' - \delta)$ ；現在如果入射光是一偏振方向平行 x 軸的線性偏振光 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ，其相位差為 0，在通過

與上述相同的液晶盒後的出射光偏振態設為 $\begin{pmatrix} E'_x e^{i\Psi'_1} \\ E'_y e^{i\Psi'_2} \end{pmatrix}$ ，

其相位差值 Ψ' 為 $(\Psi'_1 - \Psi'_2)$ ；因為此相位差值為液晶的雙折射效應所產生，因此通過一相同一般扭曲向列型液晶盒的相位差值應該會相等，意即 $\theta' = \Psi'$ ，在此想法下做了下列的理論推導。

此推導選擇 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 做為瓊斯計算（如圖 1 所示）的入射光以及使用代表扭曲向列型液晶的瓊斯矩陣

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos X - i \frac{\Gamma \sin X}{2X} & \phi \frac{\sin X}{X} \\ -\phi \frac{\sin X}{X} & \cos X + i \frac{\Gamma \sin X}{2X} \end{pmatrix}$$

，在考慮了液晶盒在不同旋轉角度 β 以及液晶盒的扭曲角 ϕ （如圖 2 所示）的情況下，則可以列出下列式子來做推導。

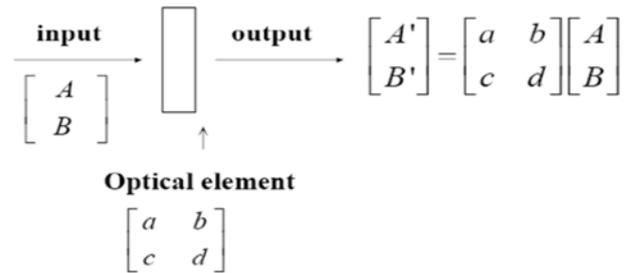


圖 1. 瓊斯計算示意圖

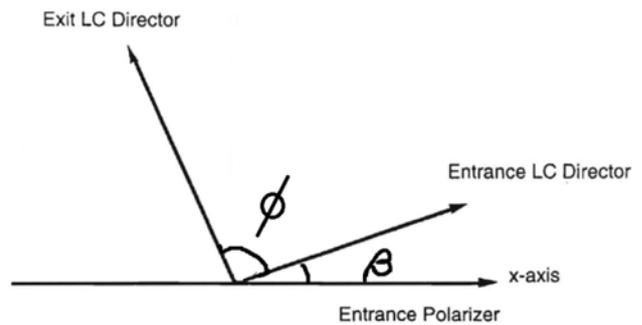


圖 2. 液晶盒各參數示意圖

出射光的偏振態 $\begin{pmatrix} E'_x e^{i\theta'_1} \\ E'_y e^{i\theta'_2} \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos X - i \frac{\Gamma \sin X}{2X} & \phi \frac{\sin X}{X} \\ -\phi \frac{\sin X}{X} & \cos X + i \frac{\Gamma \sin X}{2X} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{l} (\cos X \cos \varnothing + \varnothing \sin \varnothing \frac{\sin X}{X}) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\varnothing + 2\beta) \right) \\ (\cos X \sin \varnothing - \varnothing \cos \varnothing \frac{\sin X}{X}) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\varnothing + 2\beta) \right) \end{array} \right)$$

$$\text{其中：} X = \sqrt{\varnothing^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

$$\Gamma = 2\pi d \Delta n / \lambda$$

$$\Delta n = n_{\text{eff}}(\theta) - n_o$$

$$n_{\text{eff}}(\theta) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{(n_e \sin \theta)^2 + (n_o \cos \theta)^2}}$$

在上式中定義了液晶盒的參數：扭曲角 \varnothing 、液晶盒厚 d 、液晶盒旋轉角度 β 以及預傾角 θ ，而 n_e 和 n_o 分別為非尋常光和尋常光的折射率， λ 為雷射光波長。

重新改寫 $\begin{pmatrix} E'_x e^{i\theta'_1} \\ E'_y e^{i\theta'_2} \end{pmatrix}$ 為 $\frac{E'_x}{E'_y} e^{i(\theta'_1 - \theta'_2)} = \frac{E'_x}{E'_y} e^{i\theta'}$ ，其中

θ' 即是本論文所要求的相位差值。

因此， $\frac{E'_x}{E'_y} e^{i\theta'}$

$$= \frac{(\cos X \cos \varnothing + \varnothing \sin \varnothing \frac{\sin X}{X}) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\varnothing + 2\beta) \right)}{(\cos X \sin \varnothing - \varnothing \cos \varnothing \frac{\sin X}{X}) - i \left(\frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\varnothing + 2\beta) \right)}$$

$$= \frac{a + ib}{c - id} \times \frac{c + id}{c + id} = \frac{(a + ib)(c + id)}{c^2 + d^2}$$

$$\text{其中：} a = \cos X \cos \varnothing + \varnothing \sin \varnothing \frac{\sin X}{X}$$

$$b = -\frac{\Gamma \sin X}{2} \cos(\varnothing + 2\beta)$$

$$c = \cos X \sin \varnothing - \varnothing \cos \varnothing \frac{\sin X}{X}$$

$$d = \frac{\Gamma \sin X}{2} \sin(\varnothing + 2\beta)$$

$$\text{而}(a + ib)(c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc)$$

$$= \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} e^{i\theta'}$$

$$\theta' = \tan^{-1} \left(\frac{ad + bc}{ac - bd} \right) \rightarrow \tan \theta' = \frac{ad + bc}{ac - bd}$$

因此 $\tan \theta' = \frac{m}{n}$ ，其中

$$m = \sin 2\beta + \frac{\varnothing}{X} \cos 2\beta \tan X$$

$$n = \left(\frac{2X}{\Gamma} \right) \left(\frac{\cos \varnothing \sin \varnothing}{\tan X} \right) + \left(\frac{2\varnothing}{\Gamma} \right) (\sin^2 \varnothing - \cos^2 \varnothing) - \left(\frac{2\varnothing^2}{\Gamma X} \right) \cos \varnothing \sin \varnothing \tan X + \frac{\Gamma}{2X} \cos(\varnothing + 2\beta) \sin(\varnothing + 2\beta) \tan X$$

令 $\frac{\Gamma}{2\varnothing} = u$ ，則 $\tan \theta' = \frac{m'}{n'}$ ，其中

$$m' = u\sqrt{1 + u^2} \sin 2\beta + u \cos 2\beta \tan(\varnothing\sqrt{1 + u^2})$$

$$n' = (1 + u^2) \left(\frac{\cos \varnothing \sin \varnothing}{\tan(\varnothing\sqrt{1 + u^2})} \right) + \sqrt{1 + u^2} (\sin^2 \varnothing - \cos^2 \varnothing) - \cos \varnothing \sin \varnothing \tan(\varnothing\sqrt{1 + u^2}) + u^2 \cos(\varnothing + 2\beta) \sin(\varnothing + 2\beta) \tan(\varnothing\sqrt{1 + u^2})$$

上式即為一般扭曲相列型液晶之相位轉換函數的解析解。又因為：

$$\sin 2(\beta + \pi) = \sin 2\beta; \cos 2(\beta + \pi) = \cos 2\beta$$

意即

$$\theta' = \tan^{-1} \left[\frac{m'(\beta)}{n'(\beta)} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{m'(\beta + \pi)}{n'(\beta + \pi)} \right],$$

所以利用此解析解和實驗數據擬合時只要把旋轉角度 β 限於區間 $[0, \pi]$ 之間即可(如圖3所示)。圖3所示的模擬結果所使用與液晶盒相關的參數為：

$$n_e = 1.597; n_o = 1.487; \lambda = 633\text{nm};$$

$$\varnothing = 90^\circ; d = 3.66 \mu\text{m}; \theta = 3.24^\circ;$$

依照與解析解的運算和實驗數據做比較[1]，即可求得一般扭曲相列型液晶盒的重要參數 \varnothing 、 d 、 θ 。

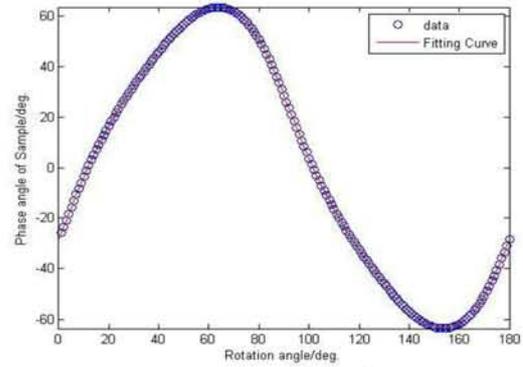


圖3.解析解和實驗數據擬合曲線圖

3. 結論

本論文推導出一般扭曲相列型液晶之相位轉換函數的解析解。利用此解析解和實驗數據作比較後，即可得到較準確的一般扭曲相列型液晶盒的重要參數如扭曲角、液晶盒厚以及預傾角。由於這些參數對於液晶顯示器的光電效應有著相當重要的影響，所以準確的求得這些參數對於液晶顯示器的設計和顯示品質是非常重要的。

4. 參考文獻

- [1] Ra Bin Li, Heng Cheng Tseng, and Kei Hsiung Yang, "Determination of the cell parameters of a TNLC cell by phase-sensitive heterodyne interferometry", 2008 China FPD Conference.

Design Tolerance to Reduce Curtain Mura in TFT-TN Panels after COG NCF Process

廖偉翔¹ 楊界雄²

國立交通大學光電學院¹ 光電系統研究所¹ 影像與生醫光電研究所²
台南 台灣

email¹: wsliao.cop98g@nctu.edu.tw

摘要

根據文獻[1]，TFT-TN 面板產生窗簾雲紋(Curtain Mura)的原因在於基板受封裝製程影響，產生殘留應力進而造成基板彎曲所導致。但基板彎曲並不能直接推論窗簾雲紋的產生，換句話說，窗簾雲紋的產生原因，在於基板彎曲所導致液晶層電光效應的改變。在本文中，我們用軟體模擬的方法，找尋因基板上殘留應力所引發的液晶電光效應的可能變異。我們藉由改變模擬時所用的液晶盒的厚度、預傾角、旋轉角來推論可能產生窗簾雲紋的基本原因，並探討適當設計來降低窗簾雲紋的發生率。

關鍵詞：雲紋、窗簾雲紋、液晶參數、液晶模擬

Abstract

The occurrence of Curtain Mura[1] in TFT-TN panels was considered due to the residual stress on panel substrates after the COG ACF process. We believe that the stressed panels without taking into account their impact on the electro-optical effects of the LC medium can't manifest the phenomena of Curtain Mura. In this paper, we have simulated the changes of the LC electro-optic effects by varying the TN cell gap, pretilt and twist angles. We have used the simulated results to correlate the possible changes of cell parameters leading to the generation of Curtain Mura after COG ACF process. We also point out some designs to reduce the occurrence of Curtain Mura.

Keywords: Mura, Curtain Mura, TN simulation, COG ACF

1. 前言

長久以來，封裝製程所造成面板上的窗簾雲紋(Curtain Mura)現象，到目前為止其機理尚未被闡述，文獻[1]提到窗簾雲紋(Curtain Mura)的產生是因為封裝時在面板上所造成的殘餘應力導致液晶分子之指向向量在配向層附近因應力影響而改變所導致。但文獻[1]並未說明面板的殘餘應力到底改變了液晶層的那些重要參數。

所以，為了釐清窗簾雲紋發生的根本原因，在本文中，我們使用了軟體模擬不同液晶參數的改變對於穿透率的影響，並利用模擬結果，來推測導致發生窗簾雲紋的主要液晶參數。

2. 模擬前之準備與說明

我們使用的軟體為 LCDST V6.0，模擬的目標為常黑型和常白型穿透式 TN-LCD。帶入模擬的液晶材料參數均由奇美電子提供，唯一不同的是帶入模擬之預設液

晶盒厚度滿足 Gooch-Tarry first minimum condition[2]。

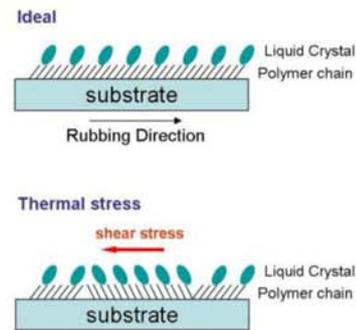


圖 1. 理想(不受應力)與受應力作用時之基板表面指向量示意圖[1]

詳細的參數資料如下：

參數	單位	數值
cell gap	μm	4.637
pretilt angle	degree	3.24
n_e		1.597
n_o		1.487
$\epsilon_{ }$		11.4
ϵ_{\perp}		3.6
K_{11}		8.6
K_{22}		7.3
K_{33}		13.7
chiral pitch	μm	48.5

表 1. 模擬用液晶參數，其中 n_e 與 n_o 為波長 589 nm 單色光下量測所得， ϵ 值為 1kHz 下所量得。

模擬用的偏振片型號為：Sanritz LLC₂8218S，其折射率(忽略色散現象)為： $n_{||} = 1.5 - j(3.1 \times 10^{-3})$ ， $n_{\perp} = 1.5 - j(5.0 \times 10^{-5})$ [3]。

模擬時我們假設入射光為波長 589nm 之單色光，並簡化了諸多結構。其結構配置從上到下分別為入射介質、前偏振片、前基板、前配向層、液晶層、後配向層、後基板、後偏振片、出射介質(前後介質之穿透率訂為 1)。

另外文中我們僅考慮垂直入射(視角為零)的觀測結果。

3. 模擬結果

我們分別對不同的液晶盒厚度、預傾角、旋轉角三

個參數作“穿透率比值”之 V-T 圖。“穿透率比值”定義為改變某參數後所得之穿透率除以基準參數所得之穿透率的比值。以下十三個圖為模擬結果，圖中的欄位以分子表示改變後的參數值或範圍，分母代表作為基準的參數值或範圍（standard 表預設值）。

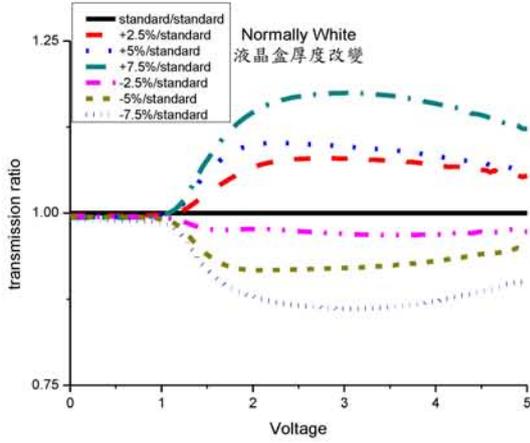


圖 2. 常白型，以預設液晶盒厚度為基準

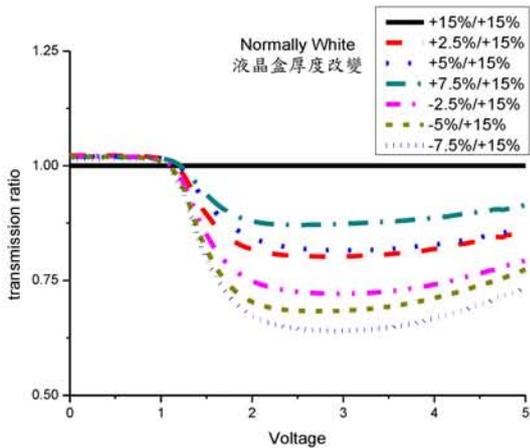


圖 3. 常白型，以預設液晶盒厚度增加 15%為基準

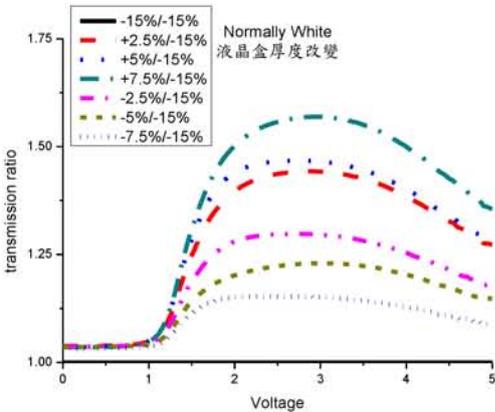


圖 4. 常白型，以預設液晶盒厚度減少 15%為基準

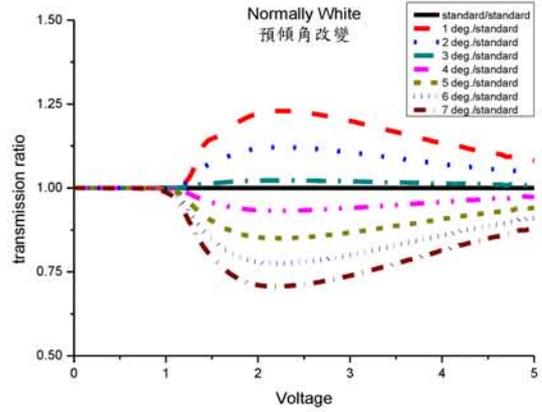


圖 5. 常白型，以預設預傾角為基準

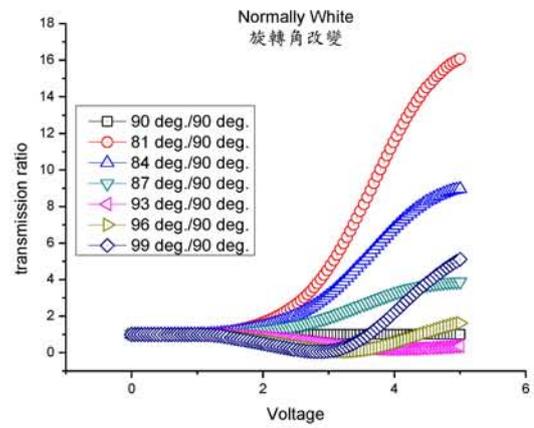


圖 6. 常白型，以 90 度旋轉角為基準

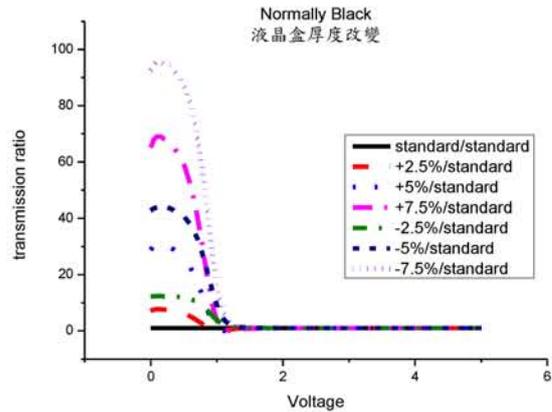


圖 7. 常黑型，以預設液晶盒厚度為基準

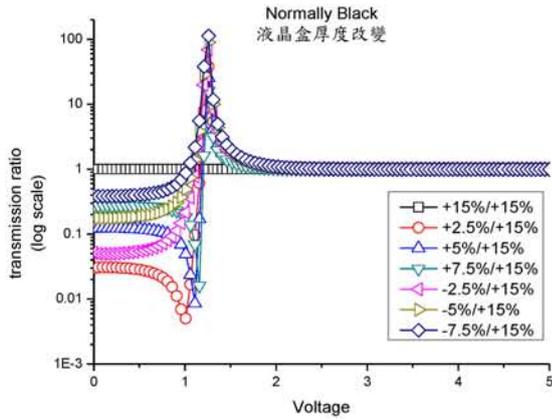


圖 8. 常黑型，以預設液晶盒厚度增加 15%為基準（縱軸為對數比例）

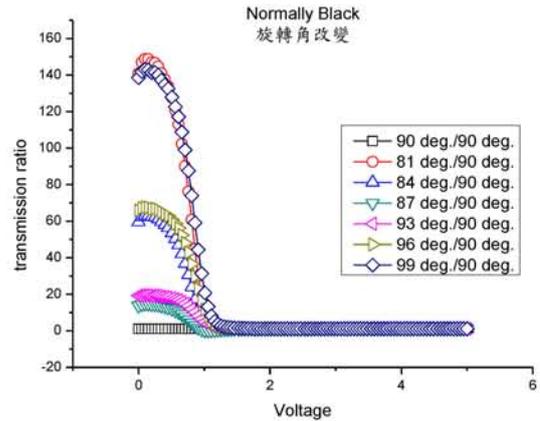


圖 11. 常黑型，以 90 度旋轉角為基準

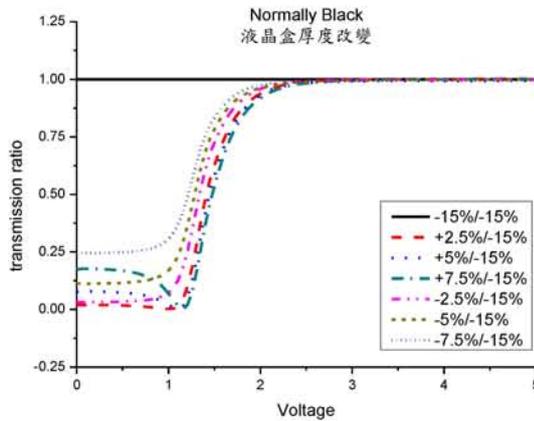


圖 9. 常黑型，以預設液晶盒厚度減少 15%為基準

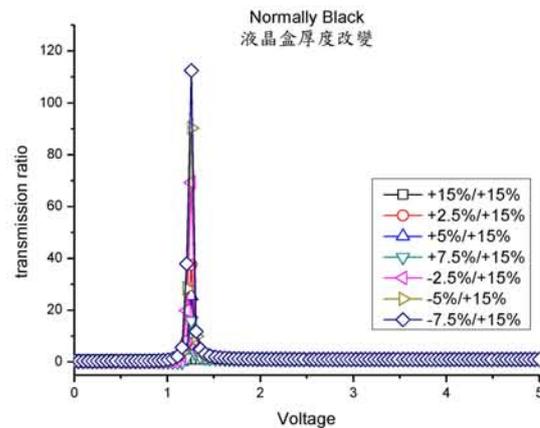


圖 12. 將圖 8. 縱軸比例還原為線性後的圖形

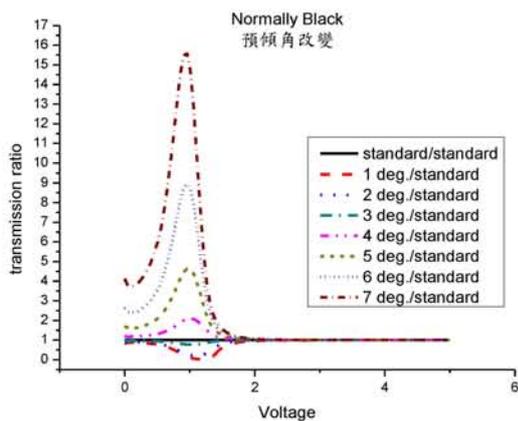


圖 10. 常黑型，以預設預傾角為基準

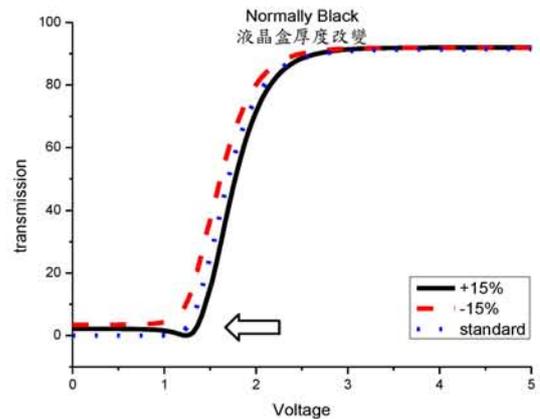


圖 13. 常黑型模式下，正常液晶盒厚度增加 15%之穿透率在箭頭標示處附近下降

4. 結論與討論

總結以上之圖表，我們發現，在低的外加電壓下，穿透式常黑型 TN-LCD 的相對穿透率值對參數改變較常白型敏感，然而在較高的外加電壓下則反之。

特別注意到圖 8，在驅動電壓為 1 伏特附近，無論參數如何改變都會出現峰值。峰值出現的原因為相對穿透率的分母在電壓驅動至 1.26 伏特時其穿透率降至最

低，為 10^{-2} 數量級，故可以想見在最小值處之相對穿透率會出現峰值。

對於為何峰值會出現可參照文獻[4]，常黑型 TN-LCD 之穿透率數學表示式為：

$$T = \varphi^2 \frac{\sin^2 X}{X^2}$$

$$X = \sqrt{\varphi^2 + (2\pi \frac{d\Delta n}{\lambda})^2}$$

其中 φ 為旋轉角， d 為液晶盒厚度， Δn 為雙折射率， λ 為入射光波長。 φ 與 Δn 和電壓有關，即 $\varphi = \varphi(\text{Voltage})$ 、 $\Delta n = \Delta n(\text{voltage})$ ，故在電壓驅動的過程中穿透率會隨著 φ 與 Δn 值而變。當 X 值為 π 的整數倍時 $T=0$ ，即可解釋此現象。

文獻[1]認為窗簾雲紋 (Curtain Mura) 產生的原因是在面板生產過程中，經過 COG ACF 製程後，因應力殘留造成基板被彎曲進而改變液晶盒厚度所導致。此結論到目前為止不但沒有實驗上的證明，也與我們所模擬的結果相違背，原因在於文獻[1]中僅探討應力的影響，對於液晶參數的變異並未做量化的探討。換句話說，如果液晶盒中不含液晶，經過相同 COG NCF 製成後，在液晶盒基板上的殘留應力應該與有填充液晶時相同，液晶盒厚度的改變也不會因有無填充液晶而改變。若能釐清有無填充液晶與液晶盒厚度改變的關係即可證明文獻[1]的正確性。

我們觀察模擬的結果發現，液晶參數的改變會影響電壓與相對穿透率曲線的改變(即液晶參數變異會造成 Mura)。故我們由以上結果，發展出三個偵測不同液晶參數變異的流程圖。每一個流程分為三個步驟，第一步敘述觀察到的現象，即讀者在實際執行檢測流程時需要依照第一步驟的要求設定參數，並且觀察到符合敘述的電壓與相對穿透率關係再進行下一步驟。第二步驟之目的為消除誤判；假如只存在一個判斷步驟，類似圖 7. 與圖 11. 的相近結果將難以分辨。若實驗數據與以上兩個步驟的敘述都吻合則得主要變異參數。

以下 A、B、C 表示檢查液晶盒厚度、預傾角、旋轉角變異的流程圖，並且為了簡化敘述，以 d 代替液晶盒厚度、NB 代替常黑型模式、NW 代替常白型模式、 T_r 代替相對穿透率值、first min. 代替 Gooch-Tarry first minimum condition[2]、Mura 代替窗簾雲紋 (Curtain Mura)。

A. 液晶盒厚度

將 d 設置在 first min.，NB， T_r 在電壓為 0V 附近出現極大值。(對應圖 7.)



將 d 設定在 first min. 的 1.15 倍，NB， T_r 在電壓為 1.26V 時出現極值。(對應圖 8.)



若得上述結論，則 d 是產生 Mura 的主要原因。

B. 預傾角

將 d 設置在 first min.，NB， T_r 隨著電壓上升而上升，並且在電壓等於 1V 附近出現極大或極小值。電壓若繼續上升則 T_r 又跟著上升或下降。(對應圖 10.)



將 d 設定在 first min.，NW， T_r 在電壓為 1V 以下時趨近於 1，並且隨著電壓上升至 2V 附近時出現極大或極小值。(對應圖 5.)



若得上述結論，則預傾角是產生 Mura 的主要原因。

C. 旋轉角

將 d 設置在 first min.，NB， T_r 在電壓為 0V 附近時出現極大值。(對應圖 11.)



將 d 設定在 first min.，NW， T_r 隨著電壓增加而上升或下降，並且在電壓為 5V 時出現極大或極小值。(對應圖 6.)



若得上述結論，則旋轉角是產生 Mura 的主要原因。

5. 參考文獻

- [1] 國立交通大學，材料科學與工程學系碩士論文：“中尺寸薄膜電晶體液晶顯示器因 COG 封裝所造成局部翹曲及應力對漏光現象之探討”，研究生：張晉誠，指導教授：呂志鵬博士，中華民國九十八年七月
- [2] The optical properties of twisted nematic liquid crystal structures with twist angles ≤ 90 degrees, CH Gooch and HA Tarry, 1975 J. Phys. D: Appl. Phys. 8 1575.
- [3] Polarizer model for liquid-crystal devices, G. Haas, H. Wohler, M. Fritsch, and D. A. Mlynski, Vol. 5, No. 9/September 1988/J. Opt. Soc. Am. A 1571.
- [4] Optics of liquid crystal displays, Pochi Yeh, Claire Gu. John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-1 8201 -X, 1999.