

國立交通大學

電控工程研究所

碩士論文

應用適應性參考模型於四輪轉向車輛側向控制

Application of Adaptive Reference Model to Lateral Control
of Four-Wheel-Steering Vehicles

研究生：施偉仁

指導教授：蕭得聖 博士

中華民國一百年十月

應用適應性參考模型於四輪轉向車輛側向控制

Application of Adaptive Reference Model to Lateral Control
of Four-Wheel-Steering Vehicles

研究生：施偉仁

Student : Wei-Jen Shih

指導教授：蕭得聖

Advisor : Te-Sheng Hsiao



A Thesis

Submitted to Institute of Electrical Control Engineering
College of Electrical and Computer Engineering
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in

Electrical Control Engineering
October 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年十月

應用適應性參考模型於四輪轉向車輛側向控制

學生：施偉仁

指導教授：蕭得聖博士

國立交通大學電控工程研究所

摘要



本論文為研究四輪轉向車輛控制系統，四輪轉向系統能夠使車輛前輪與後輪獨立轉向，使車輛擁有更好的操控性與穩定性。本研究將採用 H_{∞} 穩健控制理論設計控制器，使系統在受到外在干擾以及受控車輛參數改變時仍能控制車輛動態跟隨側滑角與橫擺角速度的參考訊號。

參考模型將使用腳踏車模型為基礎，考量車輛行駛的安全性，設計其參數使輸出的側滑角參考訊號穩態時為零，並設計適應性法則使車輛在面臨緊急狀況時自行調整參考模型的參數，避免參考訊號超過車輛運動的物理極限，造成車輪轉角飽和或者輪胎側向力不足導致打滑等情況發生，並產生夠大的側向加速度，降低車輛的轉彎半徑，使參考訊號擁有最適合的避障軌跡。

最後在 1/10 實車縮小比例的模型車上安裝陀螺儀、加速規、電位計等感測器與 DSP 控制器，以實現四輪轉向系統。實驗結果證實穩態側滑角為零的參考模型確實能有效的降低車輛側滑角，而適應性參考模型也能在緊急時提供較好的避障軌跡。

Application of Adaptive Reference Model to Lateral Control of Four-Wheel-Steering Vehicles

Student : Wei-Jen Shih

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

Institute of Electrical Control Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this paper, a four-wheel-steering (4WS) control system consisting of a robust H_∞ output tracking controller and an adaptive reference model is proposed to enhance driving safety. The controller commands front and rear steering angles with the objective of tracking reference sideslip angle and yaw rate signals corresponding to the desired vehicle handling performance.

The desired vehicle handling performance is expressed as a reference model designed based on the single track vehicle model. For better driving safety, the reference model has zero sideslip angle in steady state. In order to ensure that the reference signals comply with the physical limits of the vehicle, we designed an adaptive law to adjust the parameters of the reference model such that a feasible trajectory is generated in emergency cases.

Experiments are conducted based on a remote controlled model car. This experimental vehicle is equipped with sensors and a DSP controller to implement the proposed 4WS control system. The experimental results confirm that the sideslip angle is decreased and that the adaptive reference model can provide a better trajectory in emergency cases.

致謝

首先誠摯的感謝指導教授蕭得聖博士，老師細心的指導使我得以一窺控制領域的深奧，不僅在理論上有更清楚的認識，且在研究的過程中該如何面對問題、解決問題，以及分析問題的經驗也獲益匪淺。

本論文的完成另外亦得感謝口試委員宋開泰教授與陳宗麟教授。因為有各位老師在口試中給的建議，使得本論文能夠更完整而嚴謹。

感謝實驗室的永洲學長以及翊熏學長給我研究上的建議，感謝同學宜熹、偉杰以及勝元的共同砥礪，也感謝志偉、昌謀、彥良、柏俊以及俊傑學弟的幫忙。另外感謝求學時期各個階段的好友，你們的陪伴讓苦悶的研究生生活變得絢麗多彩。

特別感謝永遠支持我的家人，有他們的支持使我在求學的階段能夠一路堅持下去，最後，謹以此文獻給我摯愛的雙親。



目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
致謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
符號表	ix
第一章、緒論	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 研究目的	2
1.3 研究貢獻	2
1.4 論文架構	3
第二章、相關研究	4
2.1 腳踏車模型	4
2.2 Dugoff's 輪胎模型	9
2.3 穩態轉向特性	10
2.3.1 中性轉向	11
2.3.2 轉向不足	12
2.3.3 轉向過度	12
2.4 車輛相關研究	13
第三章、控制器與參考模型設計	18
3.1 控制迴路的解耦合	18
3.2 H_{∞} Output Tracking Controller 設計	20
3.3 參考模型	26
3.3.1 穩態側滑角為零	27

3.3.2 穩態轉向特性-----	28
3.3.3 固定車輛質心距離前後輪軸比例-----	28
3.4 模擬結果與討論-----	30
第四章、適應性參考模型設計-----	35
4.1 具有飽和輸出的參考模型-----	36
4.2 切換式參考模型-----	38
4.3 適應性參考模型-----	39
第五章、實驗平台架構與實驗-----	49
5.1 四輪轉向車輛實驗平台架構-----	49
5.1.1 車體-----	49
5.1.2 致動器-----	50
5.1.3 感測器-----	51
5.1.4 數位訊號處理與周邊電路-----	51
5.1.5 完整的硬體架構-----	52
5.2 車輛模型參數估測-----	53
5.2.1 ARX 模型-----	54
5.2.2 實驗車的轉移函數-----	55
5.2.3 伺服機的轉移函數-----	59
5.3 實驗車控制器設計-----	63
5.4 側滑角估測-----	67
5.5 實驗結果-----	69
第六章、結論與未來展望-----	75
6.1 結論-----	75
6.2 未來展望-----	75
參考文獻-----	77

圖目錄

圖 2 - 1、腳踏車模型-----	5
圖 2 - 2、車輛輸入左、右輪轉向角對側滑角轉移函數的波德圖-----	8
圖 2 - 3、車輛輸入左、右輪轉向角對橫擺角速度轉移函數的波德圖-----	8
圖 2 - 4、車輛穩態轉向示意圖-----	10
圖 2 - 5、轉向特性示意圖-----	11
圖 2 - 6、Bin Li、Fan Yu 提出的控制架構，本圖引用自[10]-----	14
圖 2 - 7、Mehmet Akar 提出的控制架構，本圖引用自[11]-----	15
圖 2 - 8、速度 80 km/h 的輸入與側向加速度關係圖，本圖引用自[13]-----	16
圖 2 - 9、橫擺角速度參考訊號，本圖引用自[13]-----	16
圖 2 - 10、適應性參考模型的控制架構-----	17
圖 3 - 1、等效的解耦合控制迴路示意圖-----	20
圖 3 - 2、控制流程架構-----	23
圖 3 - 3、 β_{ref} 至 $\beta - \beta_{ref}$ 的閉迴路波德圖-----	24
圖 3 - 4、 r_{ref} 至 $r - r_{ref}$ 的閉迴路波德圖-----	24
圖 3 - 5、 β_{ref} 至 $\beta - \beta_{ref}$ 的閉迴路步階響應-----	25
圖 3 - 6、 r_{ref} 至 $r - r_{ref}$ 的閉迴路步階響應-----	25
圖 3 - 7、完整的控制流程架構-----	26
圖 3 - 8、不同 k 值的參考訊號步階響應圖-----	29
圖 3 - 9、不同 l 值的參考訊號步階響應圖-----	30
圖 3 - 10、四輪轉向車輛模型-----	31
圖 3 - 11、路徑模擬圖-----	32
圖 3 - 12、側滑角模擬圖-----	33
圖 3 - 13、橫擺角速度模擬圖-----	33
圖 3 - 14、誤差比較圖-----	34

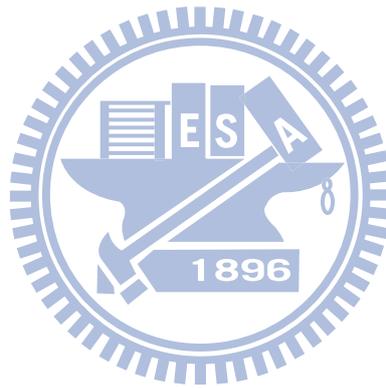
圖 4 - 1、緊急避障時的車輛動態-----	35
圖 4 - 2、具有飽和輸出參考模型的車輛動態-----	37
圖 4 - 3、切換式參考模型的車輛動態-----	39
圖 4 - 4、適應性參考模型的系統架構圖-----	39
圖 4 - 5、路徑比較圖-----	45
圖 4 - 6、側滑角比較圖-----	45
圖 4 - 7、橫擺角速度比較圖-----	46
圖 4 - 8、側向加速度比較圖-----	46
圖 4 - 9、前後輪轉角比較圖-----	47
圖 4 - 10、參考模型參數調整變化圖-----	47
圖 5 - 1、TXT-1-----	50
圖 5 - 2、完整的實驗車架構圖-----	53
圖 5 - 3、實驗車輸入與輸出-----	55
圖 5 - 4、側向加速度與橫擺角速度的量測值與估測值-----	58
圖 5 - 5、伺服機輸入與輸出-----	59
圖 5 - 6、前、後輪伺服機轉移函數波德圖-----	61
圖 5 - 7、車輪轉角的量測值與估測值-----	61
圖 5 - 8、實驗平台解耦合示意圖-----	62
圖 5 - 9、 β_{ref} 至 $\beta - \beta_{ref}$ 的閉迴路波德圖-----	65
圖 5 - 10、 r_{ref} 至 $r - r_{ref}$ 的閉迴路波德圖-----	65
圖 5 - 11、 β_{ref} 至 $\beta - \beta_{ref}$ 的閉迴路步階響應-----	66
圖 5 - 12、 r_{ref} 至 $r - r_{ref}$ 的閉迴路步階響應-----	66
圖 5 - 13、波德圖比較-----	68
圖 5 - 14、卡曼濾波器示意圖-----	69
圖 5 - 15、實驗架構-----	69
圖 5 - 16、實驗 1-1 的車輛動態-----	70

圖 5 - 17、實驗 1-2 的車輛動態	71
圖 5 - 18、實驗 1-2 的頻域結果	71
圖 5 - 19、實驗 2-1 的車輛動態	73
圖 5 - 20、實驗 2-2 的車輛動態	73
圖 5 - 21、軌跡比較圖	74



符號表

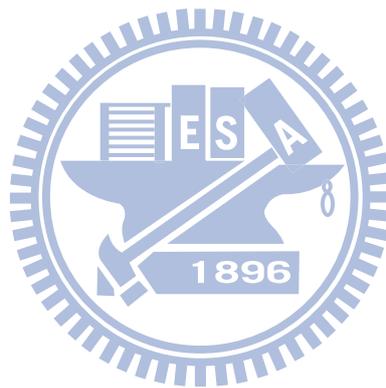
F_f	: 前輪側向力
F_r	: 後輪側向力
F_y	: 垂直車身的力
F_x	: 平行車身的力
CG	: 質心位置
r	: 橫擺角速度
r_{ref}	: 橫擺角速度參考訊號
β	: (質心)側滑角
β_{ref}	: (質心)側滑角參考訊號
β_f	: 前輪側滑角度
β_r	: 後輪側滑角度
v	: 車輛速度
v_y	: 側滑(橫向)速度
v_x	: 直行(縱向)速度
α_f	: v_f 與 x 軸夾角
α_r	: v_r 與 x 軸夾角
δ_f	: 前輪轉向角度
δ_r	: 後輪轉向角度
l_f	: 前輪軸至質心距離
l_r	: 後輪軸至質心位置
l	: 前輪軸至後輪軸的距離
a_y	: 側向加速度
M	: 車體重量
I_z	: 對 z 軸的車輛轉動慣量



C_f : 前輪的轉向剛度

C_r : 後輪的轉向剛度

本論文中定義 δ_f 、 δ_r 轉向 x 軸左半面為正， v_x 朝 x 方向為正， a_y 、 v_y 朝 y 軸方向為正，z 軸面對地面逆時針方向旋轉 r 為正。



第一章 緒論

1.1 研究背景與動機

隨著科技不斷進步，推動車用電子技術的蓬勃發展，人們對於車輛的要求不再只是代步工具，透過各種不同的車用電子控制系統，將大幅提升車輛性能。常見的車輛控制系統如牽引力控制(Traction control)、引擎噴油控制、線控轉向系統(Steer-by-wire)[1]，以及車輛動態控制系統，例如防鎖死剎車系統、動態懸吊系統以及四輪轉向系統(Four-wheel-steer)。本研究將著重於四輪轉向車輛的側向運動控制，探討其控制器的設計與參考模型(Reference model)的自適應(Self-adaptive)能力，使四輪轉向車輛發揮更大的效能，提高駕駛人的舒適性與安全性。

四輪轉向車輛除了傳統車輛的前輪轉向功能外，後輪也具有轉向功能，藉由後輪配合前輪轉向，使得車輛的轉向操控更為優越。當車輛在低速轉彎時，後輪轉動方向與前輪為反相，減小轉彎半徑；當車輛行駛在高速時，後輪的轉動方向與前輪為同相，以提高在高速時變換車道或轉彎時的操控穩定性，同時也增加乘客的舒適性。

近年來多數學者所提出的四輪轉向車輛控制架構，皆是將駕駛者輸入的方向盤轉角經由參考模型去產生相對應的參考訊號，接著藉由控制器補償前、後輪轉向角度，使車輛動態跟隨給的參考訊號。在這類型的控制架構底下，除了控制器的設計之外，車輛動態將取決於參考訊號，因此，也需要針對參考模型加以設計，使車輛能夠在不同的行車情形展現不同的操控特性。一般參考模型的設計是基於線性輪胎模型，然而此線性關係只存在於小角度的情況下，當駕駛者輸入較大的轉向角時，參考訊號將會超過車輛運動的物理限制，導致控制器不再保證車輛的穩定性，本篇論文將針對此問題提出自適應性參考模型，藉由調整參考模型的參數，使車輛運動在大角度的情形下依然能保持其穩定性。

1.2 研究目的

本研究的目的是在於設計參考模型產生一組參考訊號，包含側滑角(Side slip angle)以及橫擺角速度(Yaw rate)的參考訊號，基於安全的考量將設計穩態側滑角為零的參考模型，並使參考模型具有自適應能力，避免參考訊號超過車輛運動的物理限制，並設計控制器使車輛的側向運動軌跡能夠跟隨給定的參考訊號。

由於一般駕駛者較熟悉線性的駕駛特性，因此，參考模型選用線性模型為基礎，設計其參數使側滑角參考訊號於穩態時為零，並使參考模型具有自適應能力能夠即時調整其參數，則在不同駕駛環境能產生不同的參考訊號，例如在緊急避障時，駕駛者勢必輸入大角度的轉向角，參考訊號將超過車輛運動的物理極限，造成車輪轉角飽和或者輪胎側向力不足導致打滑，此時車輛不僅無法追隨參考訊號，且無法再保證系統的穩定性，藉由自適應性能力調整參考模型的參數，將可使車輛在緊急狀況發生時具有更適合的參考訊號，使車輛有更好的緊急避障功用。

在控制器方面採用 H_{∞} Output Tracking Control 的方法，使車輛的側向動態在模型不確定性(Model uncertainties)與外擾(External disturbance)的影響下，亦能夠與參考訊號相符合。為了驗證本論文提出的四輪轉向控制系統，建構一台縮小尺寸的四輪轉向實驗模型車，利用系統辨別(System identification)技術找出代表車輛動態的轉移函數，藉由此轉移函數來設計控制器，接著整合自適應性參考模型，並且套用於實驗車上驗證其控制器與參考模型的效能。

1.3 研究貢獻

一般車輛的參考模型幾乎都是利用側滑角以及橫擺角速度的穩態值搭配時間常數，去形成一個類似低通濾波器的形式，這是一種把車子狀況最直接表現出來的作法，等同於只控制車輛的響應時間，不考慮行車情況的控制策略。

本研究將考量行車的安全性，提出穩態側滑角為零的自適應性參考模型，使車輛於一般駕駛時能降低車身側滑角，而在緊急避障時則利用自適應能力維持車輛運動的穩定，並藉由控制器控制車輛動態，使車輛於行進間其側滑角與橫擺角速度可以跟隨給定的參考訊號，最後利用實驗車驗證其效能。

1.4 論文架構

論文各章節的編排如下：

- 第一章 緒論：描述研究背景、動機與目的。
- 第二章 相關研究：首先介紹常用來描述車輛側向動態的模型與輪胎模型，接著探討四輪轉向車輛控制器設計的相關研究。
- 第三章 控制器與參考模型設計：介紹控制器與參考模型的設計方法，並模擬其結果。
- 第四章 適應性參考模型設計：敘述如何使參考模型具有自適應能力，並模擬其結果。
- 第五章 實驗平台架構與實驗：介紹實驗平台，並將控制器與參考模型套用於實驗平台驗證其結果。
- 第六章 結論與未來展望：總結本研究並提出未來能更深入發展的方向。

第二章 相關研究

本章首先在 2.1 節介紹一個常用來描述車輛動態的線性模型，稱為腳踏車模型 (Bicycle model)，此模型是描述車輛的側向運動以及轉軸垂直於地面的旋轉運動。接著在 2.2 節裡面介紹由 Dugoff 所提出的非線性輪胎模型。在 2.3 節裡面介紹穩態車輛轉向模型，說明車輛在穩態轉向時的三種轉向特性。最後，2.4 節探討車輛側向運動的相關研究以及各種控制器的設計方法。

2.1 腳踏車模型

腳踏車模型是利用二輪模型(或稱 Single track model)描述車輛左(右)半面的動態。以下推導過程與方向定義皆參照[2]。圖 2-1 中，CG 是車輛的質心位置， a_y 、 v_y 、 r 以及 β 分別是質心位置的側向加速度、側向速度、橫擺角速度與側滑角度， δ_f (δ_r)、 β_f (β_r) 以及 F_f (F_r) 則分別為前(後)輪轉向角度、前(後)輪側滑角與前(後)輪側向力，其中橫擺角速度即以車身為參考坐標系統自身轉動中心轉動的角速度，側滑角為車體速度方向與車體縱軸的夾角，側滑角度大小表示車輛行駛的穩定性，於正常行駛的情況下希望側滑角越小越好。若忽略車輛滾動(roll)與前後傾(pitch)的動態，且定義 δ_f 、 δ_r 轉向 x 軸左半面為正， v_x 朝 x 軸方向為正， a_y 、 v_y 朝 y 軸方向為正，z 軸面對地面逆時針方向旋轉 r 為正，並假設各個角度皆為小角度，考慮 y 方向力平衡：

$$F_y = 2F_f + 2F_r \quad (2.1)$$

當側滑角度為小角度時，前後輪之側向力可由下面的線性關係式表示：

$$F_f = C_f \times \beta_f \quad (2.2)$$

$$F_r = C_r \times \beta_r \quad (2.3)$$

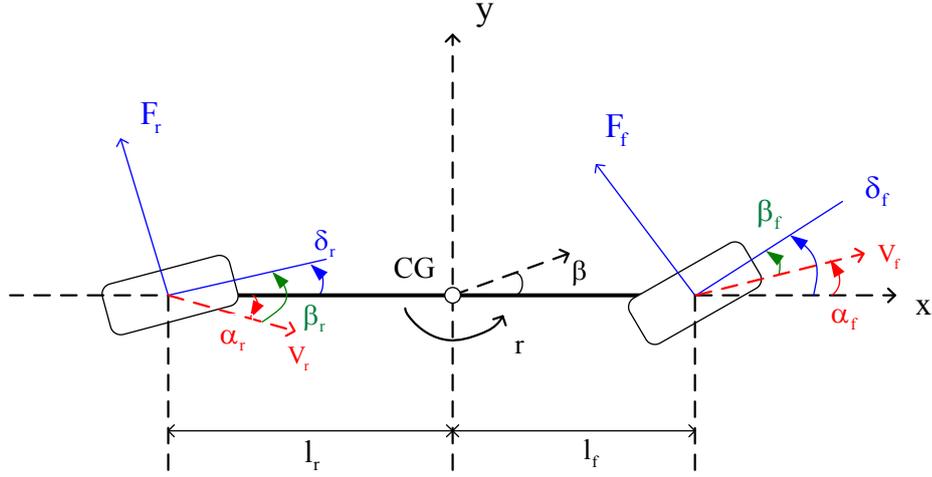


圖 2 - 1、腳踏車模型

其中， C_f 與 C_r 為前後輪之轉向剛度(cornering stiffness)

接著，參考圖 2 - 1 可得

$$\beta_f = \delta_f - \alpha_f = \delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \quad (2.4)$$

$$\beta_r = \delta_r - \alpha_r = \delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \quad (2.5)$$

由於 $a_y = \dot{v}_y + v_x r$ ，將(2.2)、(2.3)、(2.4)、(2.5)式代入(2.1)中

$$F_y = 2C_f \left(\delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) + 2C_r \left(\delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

$$M \times a_y = 2C_f \left(\delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) + 2C_r \left(\delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

$$M \times (\dot{v}_y + v_x r) = 2C_f \left(\delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) + 2C_r \left(\delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right)$$

因此得到

$$\dot{v}_y = \frac{-(2C_f + 2C_r)}{Mv_x} v_y + \left(\frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{Mv_x} - v_x \right) r + \frac{2C_f}{M} \delta_f + \frac{2C_r}{M} \delta_r \quad (2.6)$$

考慮對 z 軸的力矩平衡，由圖 2 - 1 可知，前輪側向力提供車輛逆時針方向力矩，後

輪側向力則提供車輛順時針方向力矩，由於車輛左右對稱，故 z 軸力矩平衡可表示為下式：

$$\tau_z = 2F_f \times l_f - 2F_r \times l_r \quad (2.7)$$

將(2.2)、(2.3)、(2.4)、(2.5)式代入(2.7)中，可以得

$$\begin{aligned} I_z \dot{r} &= 2C_f \left(\delta_f - \frac{v_y + r \times l_f}{v_x} \right) \times l_f - 2C_r \left(\delta_r - \frac{v_y - r \times l_r}{v_x} \right) \times l_r \\ \dot{r} &= \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{I_z v_x} v_y - \frac{2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} r + \frac{2C_f l_f}{I_z} \delta_f - \frac{2C_r l_r}{I_z} \delta_r \end{aligned} \quad (2.8)$$

整理(2.6)、(2.8)式

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-(2C_f + 2C_r)}{M v_x} & \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{M v_x} - v_x \\ \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{I_z v_x} & \frac{2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} - v_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} & \frac{2C_r}{M} \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} & -\frac{2C_r l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} \\ \text{令 } A &= \begin{bmatrix} \frac{-(2C_f + 2C_r)}{M v_x} & \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{M v_x} - v_x \\ \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{I_z v_x} & \frac{2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} - v_x \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} & \frac{2C_r}{M} \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} & -\frac{2C_r l_r}{I_z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

狀態變數 $X = \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix}$ 、輸出 $Y = \begin{bmatrix} v_y \\ r \end{bmatrix}$ 、輸入 $U = \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}$

輸入輸出關係可表示為 $Y = C(sI - A)^{-1} B U$ ， $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

因此可以得到前後輪轉向角度對側向速度與橫擺角速度之轉移函數：

$$\begin{bmatrix} v_y(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} \left(s + \frac{2C_r l_r - M l_f v_x^2}{I_z v_x} \right) & \frac{2C_r}{M} \left(s + \frac{2C_f l_f - M l_r v_x^2}{I_z v_x} \right) \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} \left(s + \frac{2C_r l_r}{M v_x} \right) & -\frac{2C_r l_r}{I_z} \left(s + \frac{2C_f l_f}{M v_x} \right) \end{bmatrix}}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

其中，

$$\Delta(s) = s^2 + \frac{2}{v_x} \left(\frac{C_f + C_r}{M} + \frac{C_f l_f^2 + C_r l_r^2}{I_z} \right) s + \frac{4l^2 C_f C_r}{M I_z v_x^2} - \frac{2C_f l_f - 2C_r l_r}{I_z}$$

由圖 2 - 1 得知在小角度的假設前提下 $\beta = \frac{v_y}{v_x}$ ，代入(2.10)式可得輸入與側滑角度的

關係，改寫(2.10)式使其輸出為側滑角。利用 $\beta = \frac{v_y}{v_x}$ 代回(2.9)可知

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(2C_f + 2C_r)}{Mv_x} & \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{Mv_x^2} - 1 \\ \frac{-2C_f l_f + 2C_r l_r}{I_z} & \frac{-2C_f l_f^2 + 2C_r l_r^2}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{Mv_x} & \frac{2C_r}{Mv_x} \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} & \frac{2C_r l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

結合(2.10)與(2.11)式，得到

$$\beta(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \left(\frac{2C_f}{Mv_x} \left(s + \frac{2C_r l_r - M l_f v_x^2}{I_z v_x} \right) \delta_f(s) + \frac{2C_r}{Mv_x} \left(s + \frac{2C_f l_f + M l_r v_x^2}{I_z v_x} \right) \delta_r(s) \right) \quad (2.12)$$

由(2.10)與(2.12)式可以得到輸入 δ_f 、 δ_r 與輸出 β 、 r 之間的轉移函數：

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{2C_f}{Mv_x} \left(s + \frac{2C_r l_r - M l_f v_x^2}{I_z v_x} \right) & \frac{2C_r}{Mv_x} \left(s + \frac{2C_f l_f + M l_r v_x^2}{I_z v_x} \right) \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} \left(s + \frac{2C_r l_r}{Mv_x l_f} \right) & \frac{2C_r l_r}{I_z} \left(s + \frac{2C_f l_f}{Mv_x l_r} \right) \end{bmatrix}}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

當車輛定速行駛時，縱向速度 v_x 為常數，則(2.13)式為線性非時變系統。

在此，將[3]中提到的車輛參數代入(2.13)式，並假設車輛縱向速度為 12 m/s、22 m/s 與 32 m/s 的情況，繪出其各自的波德圖，觀察一般車輛頻率響應的特性。

車輛參數：

$$M = 1310 \text{ kg} \quad I_z = 2352 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad C_f = 77350 \text{ N/rad} \quad C_r = 51600 \text{ N/rad}$$

$$l_f = 0.986 \text{ m} \quad l_r = 1.596 \text{ m}$$

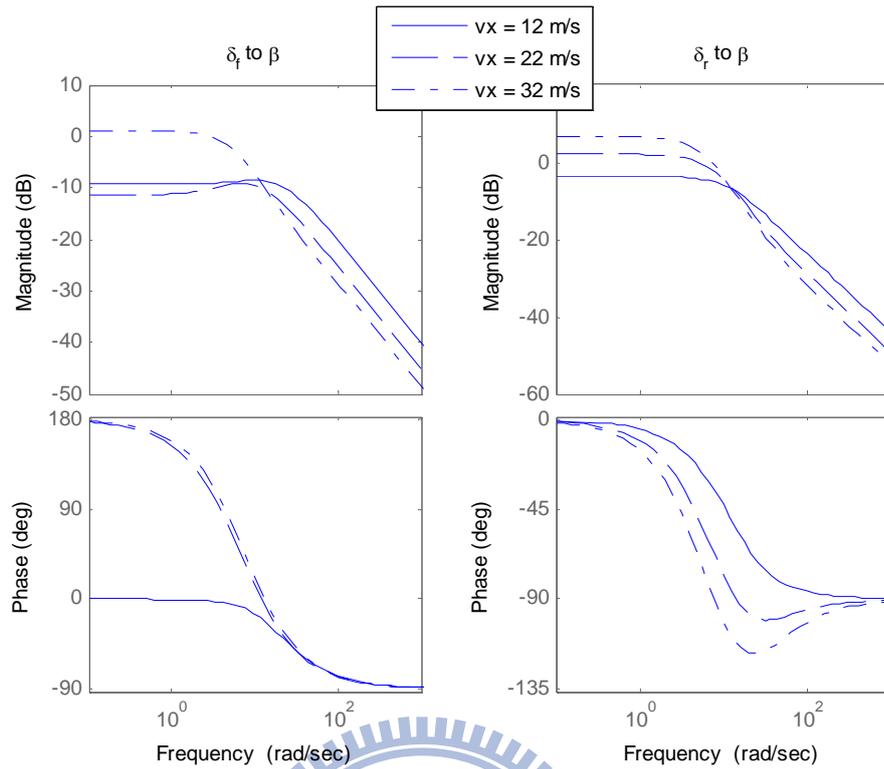


圖 2 - 2、車輛輸入左、右輪轉向角對側滑角轉移函數的波德圖

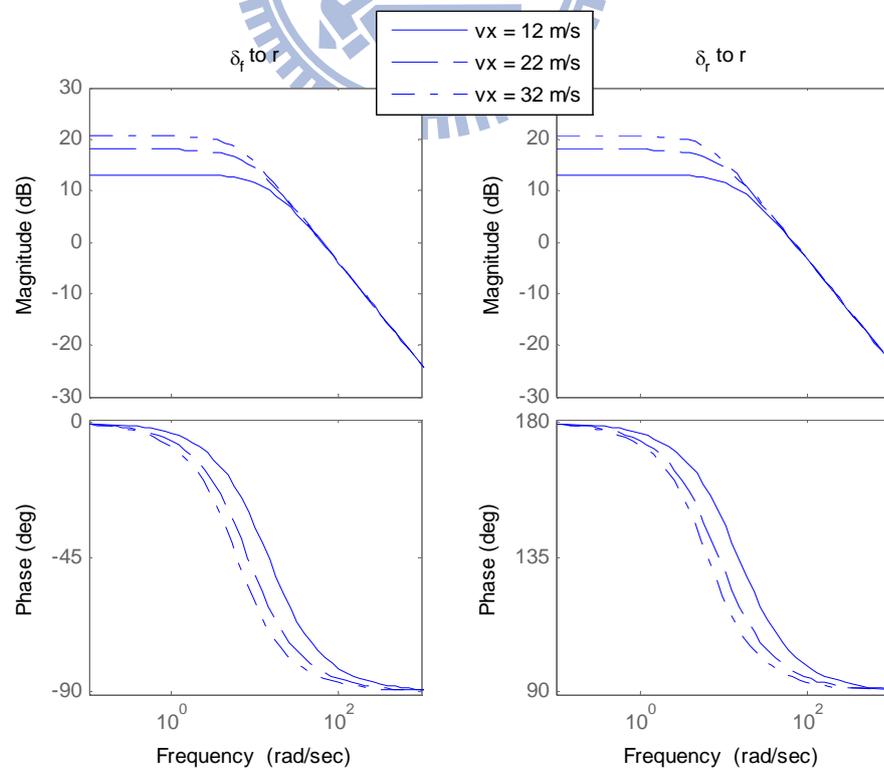


圖 2 - 3、車輛輸入左、右輪轉向角對橫擺角速度轉移函數的波德圖

由圖 2 - 2 以及圖 2 - 3，可知當車速越快時，輸入對側滑角轉移函數之低頻增益會逐漸變高，高頻增益則變化不大，而輸入對橫擺角速度轉移函數之低頻增益也會提高，但頻寬會降低。圖 2 - 3 中，車速 12 m/s 時，前、後輪對橫擺角速度系統之頻寬約為 2 Hz，當車速提高至 32 m/s 時，兩系統頻寬皆降至約 1 Hz。

2.2 Dugoff's 輪胎模型

在 2.1 節所介紹的腳踏車模型中，由於假設輪胎側滑角為小角度，所以輪胎側向力可以表示為線性關係式如(2.1)、(2.2)式。在本節將介紹 Dugoff's 輪胎模型[4]，此輪胎模型考慮輪胎的線性與非線性特性，而且輪胎縱向剛度(Longitudinal stiffness)與輪胎轉向剛度(Cornering stiffness)可獨立分開假設，此特點在分析車輛輪胎動態時非常方便。

在考慮單一輪胎時，令 σ 為輪胎縱向滑動比， β 為輪胎側滑角， C_x 與 C_y 分別為輪胎的縱向剛度與轉向剛度，輪胎的縱向力可表示為

$$F_{xi} = C_x \frac{\sigma_i}{1 + \sigma_i} f(\lambda_i)$$

而側向力則可表示為

$$F_{yi} = C_y \frac{\tan(\beta_i)}{1 + \sigma_i} f(\lambda_i)$$

其中

$$f(\lambda_i) = \begin{cases} \lambda_i(2 - \lambda_i), & \lambda_i < 1 \\ 1, & \lambda_i \geq 1 \end{cases}$$

$$\lambda_i = \frac{\mu F_{zi} (1 + \sigma_i)}{2\sqrt{(C_x \sigma_i)^2 + (C_y \tan(\beta_i))^2}}$$

μ 為輪胎與地面磨擦係數，而 F_{zi} 為輪胎所受的正向力。

2.3 穩態車輛轉向特性

圖 2 - 4 為假設只有前輪驅動時，車輛在轉向達到穩態時的示意圖，車輛繞轉動中心 O 點轉動，而 O 點到車體質心的距離定義為旋轉半徑 R。假設不考慮驅動力的部分，只考慮前輪與後輪的轉向力平衡，參考[4]，我們可以得到

$$\delta_f = \frac{l}{R} + \beta_f - \beta_r$$

並且假設車行進瞬間為圓周運動，因此

$$F_y = 2F_f + 2F_r = m \frac{v_x^2}{R}$$

由於穩態轉向時 $\dot{r} = 0$ ，且將(2.2)、(2.3)、(2.7)式代入上式得知

$$\beta_f = \left(\frac{M l_r}{2C_f l} \right) \frac{v_x^2}{R} \quad , \quad \beta_r = \left(\frac{M l_f}{2C_r l} \right) \frac{v_x^2}{R} \quad (2.14)$$

整理後得知

$$\delta_f = \frac{l}{R} + \left(\frac{M l_r}{2C_f l} - \frac{M l_f}{2C_r l} \right) \frac{v_x^2}{R} \quad (2.15)$$

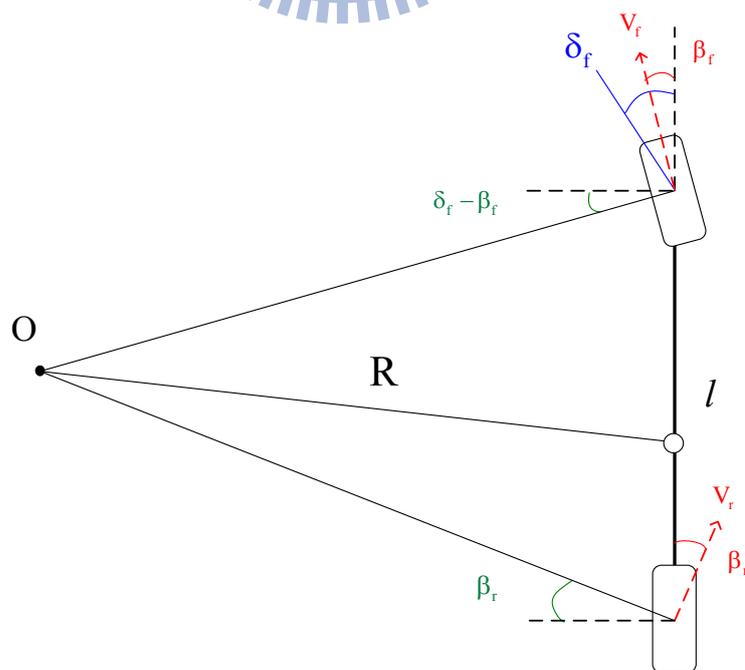


圖 2 - 4、車輛穩態轉向示意圖

因此，我們可以得知車輛穩態過彎的轉向角關係，會由軸距、旋轉半徑、車速、前後配重與輪胎轉向剛性決定。若定義 $M_f = M \frac{l_r}{l}$ 、 $M_r = M \frac{l_f}{l}$ ，轉向不足係數(Understeer coefficient) $K_v = \frac{M_f}{C_f} - \frac{M_r}{C_r}$ ，可以依據 K_v 值的正負號把穩態轉向分為三類，如圖 2-5。

2.3.1 中性轉向(Neutral steering)

當車輛表現出中性轉向的特性時 $K_v = 0$ ，由(2.14)、(2.15)式可知前後輪側滑角 β_f 、 β_r 相等，即車輛過彎時的轉向角與車速變化無關，即在固定轉向角的情況下，不管車速增加或減少，轉彎半徑仍然保持不變。

加速行駛，方向盤轉角不變

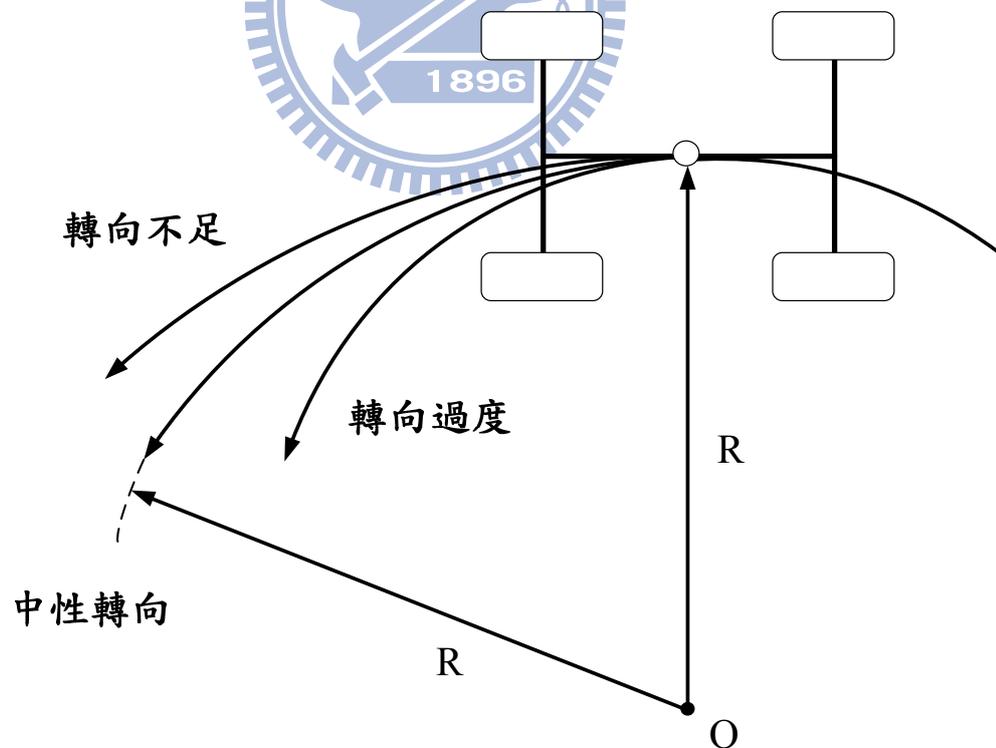


圖 2-5、轉向特性示意圖

2.3.2 轉向不足(Under steering)

當車輛表現出轉向不足的特性時 $K_v > 0$ ，由(2.14)、(2.15)式可知前輪側滑角 β_f 大於後輪側滑角 β_r ，即車輛在過彎的情況下固定轉向角，若轉彎時車速增加，則轉彎半徑會越變越大。

2.3.3 轉向過度(Over steering)

當車輛表現出轉向過度的特性時 $K_v < 0$ ，由(2.14)、(2.15)式可知前輪側滑角 β_f 小於後輪側滑角 β_r ，即車輛在過彎的情況下固定轉向角，若轉彎時車速增加，則轉彎半徑會越變越小。

根據上面三個小節的介紹，我們可以知道一般車輛設計成轉向不足的原因是因為車輛在受到路面崎嶇、側風等外在干擾所產生的外力時，能夠利用在相同轉向角、相同車速時，轉向不足車輛的轉彎半徑較中性轉向車輛來的大這種特性，使車輛能夠沿著既定的方向行駛而不發生偏轉，利用機械性結構達到濾除雜訊的效果。

以圓周運動的觀點而言，中性轉向是最適合一般車輛的轉彎特性，但是中性轉向的車輛在遇到外擾時或是因為乘客增減、路面摩擦係數不同而造成的車體參數變化，將會有機會使車身進入轉向過度的特性，而轉向過度的特性在速度增加時車輛的轉移函數會有極點進入到右半平面，使系統變得不穩定，故一般車輛將會設計成轉向不足特性，這樣才可以讓車輛在高速時的轉移函數沒有機會進入到右半平面的機會，達到車輛的穩健性目標。

2.4 車輛相關研究

車輛側向運動的操控性與穩定性控制，近年來有很多學者提出不同的控制策略，像是直接橫擺力矩控制 (Direct yaw moment control)[5]、最佳化輪胎摩擦力分配控制 (Optimum tire force distribution)[6]以及本研究所使用的四輪轉向控制方法都有不錯的研究成果。

直接橫擺力矩控制是利用車輛左右兩側輪胎與路面間產生的縱向力的差，所造成的橫擺力矩控制車輛的動態，也由於是利用左右側輪胎縱向力的差，而不是直接的控制輪胎側向力，所以對車輛側向運動的控制效能會有所降低。

最佳化輪胎摩擦力分配則是先計算達到期望車輛動態所需的縱向合力、側向合力與橫擺力矩，透過最佳化分配各個輪胎所需的縱向力以及側向力，再藉由控制輪胎力矩與轉向角產生所需的縱向與側向摩擦力，由於此方法須考慮輪胎的非線性特性，故在設計控制器的部分將會非常複雜，且輪胎必須可獨立驅動，所以只適用於裝有輪內馬達的車輛。

四輪轉向方面，Nissan[7]推出新一代四輪轉向系統，稱 SuperHICAS，選用相位反轉控制器作實車實驗，得知相位反轉控制器除了降低側滑角度更能大幅度改善車輛於轉彎時的響應，四輪轉向車輛不論在橫擺角速度的頻寬表現或側滑角度的評估皆優於傳統二輪轉向車輛，然而當時受限於感測器的技術 SuperHICAS 為開迴路控制。

車輛轉向時為了保持車輛行駛的安全性，多數四輪轉向系統皆已降低車輛側滑角為目標，Whitehead[8]利用橫擺角速度作回饋，並搭配前輪轉向角得到後輪轉向角，使車輛運動時達到零側滑角的目的。

$$\delta_r = \left(\frac{C_f l_f}{C_r v_x} + \frac{M v_x}{C_r} - \frac{l_r}{v_x} \right) r - \frac{C_f}{C_r} \times \delta_f$$

Shufeng Wang、Junyou Zhang[9]為了車輛在行進時，保持側滑角為零，提出了固定前後輪轉向角比例的控制器 K

$$\delta_r = K\delta_f \quad , \quad K = \frac{-l_r - \frac{Ml_f}{C_r l} v_x^2}{l_f - \frac{Ml_r}{C_f l} v_x^2}$$

然而此比例控制器將導致車輛在高速時過度轉向不足，故利用橫擺角速度回授控制法

$$\delta_r = K(w_r - r_d \delta_f)$$

如此將能改善在高速時車輛過度轉向不足的問題。

Bin Li、Fan Yu 在[10]提出一個控制車輛側滑角及橫擺角速度的控制器，參照圖 2 - 6，首先設計參考模型產生參考訊號，再利用此參考模型設計前饋控制器產生前後輪轉向角使車輛動態近似參考訊號，最後使用 LQR(Linear Quadratic Regulator)控制方法補償前後輪轉向角，使車輛的動態與參考訊號的誤差達到最小化，並在 CarSim 軟體進行模擬驗證。

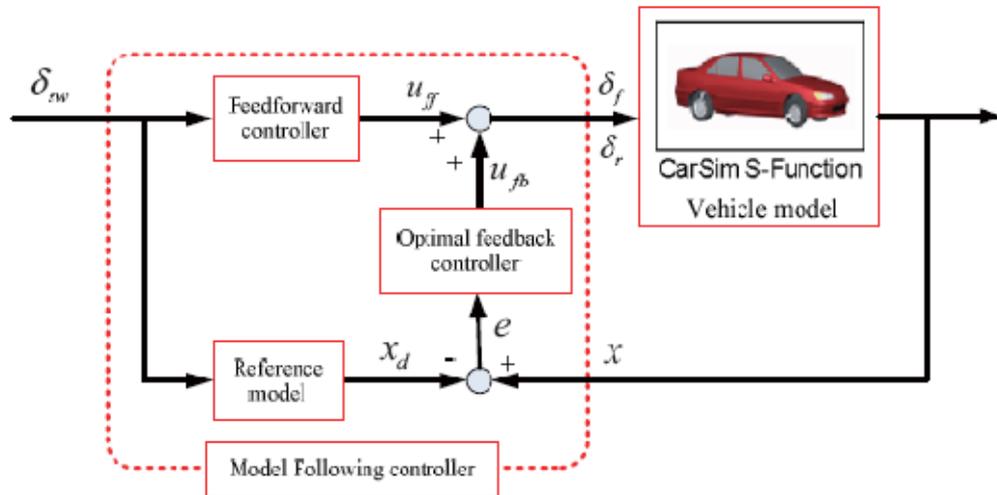


圖 2 - 6、Bin Li、Fan Yu 提出的控制架構，本圖引用自[10]

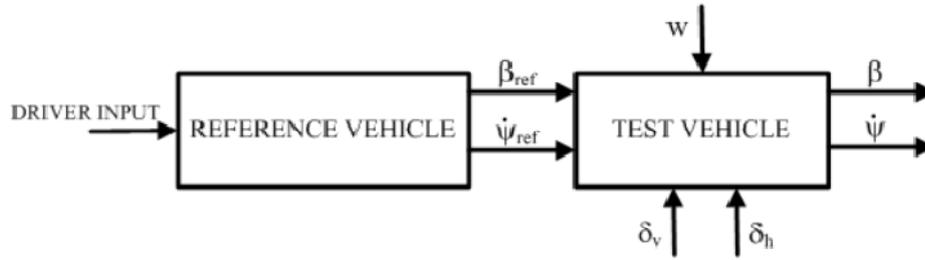


圖 2 - 7、Mehmet Akar 提出的控制架構，本圖引用自[11]

Mehmet Akar 在[11]提出的架構參照圖 2 - 7，當駕駛人給轉向輸入，參考模型可模擬真實車輛產生對應的參考訊號，接著利用控制器控制車輛跟隨期望的參考訊號。為了抵抗側風干擾與受控車輛參數的不確定性(Uncertainty)，在控制器的部分使用順滑模態控制器(Sliding mode controller)，並利用模擬驗證控制器的強健性。[12]文中提出類似圖 2 - 7 的控制架構，在控制器方面則採用 H_{∞} Output Tracking Control 的方法，目的是使車輛動態跟隨給定近似中性轉向的參考訊號，並利用實驗驗證系統的穩定性與效能。

在[10][11][12]提出的控制架構，目的皆是使車輛的輸出動態可以追隨參考訊號，無論後端的控制器用何種控制理論設計，只要能使車輛的動態能與參考訊號相同，在輪胎摩擦力未飽和的情況下就可以套用在不同的車輛達到模組化的效果。藉由參考模型的設計，除了可以使車輛的性能在暫態及動態受到控制外，且其內的參數選擇度高不會受限於車體本身的參數，而一般參考模型為了降低側滑角會直接令側滑角的參考訊號為零，而橫擺角速度的參考訊號則利用穩態值 r_{ss} 搭配時間常數，去形成一個類似低通濾波器的形式[10]如下所示

$$\beta_{ref}(s) = 0$$

$$r_{ref}(s) = \frac{r_{ss}}{1 + T_r s} \quad , \quad r_{ss} = \frac{v_x}{l(1 + K_{us} v_x^2)}$$

為了降低行車時的側滑角，所以設計側滑角參考訊號為零，此種參考訊號在相同加速度的前提下，當車輛低速行駛時，將使車輛有更好的橫擺角速度使車輛更靈活，若是車輛在高速行駛時則會因為側滑角均為零的緣故造成轉彎半徑較大。

Massimo Canale 等人在[13]提出非線性橫擺角速度參考模型，首先利用穩態腳踏車模型($\dot{\beta} = 0, \dot{r} = 0$)搭配非線性輪胎模型(Magic formula)設計在不同的輸入轉角所對應的側向加速度，如圖 2-8 所示，實線為控制器的工作區，點線為沒加控制器的車輛動態，虛線為系統設計者在速度為 80 km/h 時期望的側向加速度，接著將此側向加速度轉換成橫擺角速度的參考訊號，並延伸至不同的速度，即可得到非線性的橫擺角速度參考訊號 $r_{ref} = f(\delta(t), v(t))$ ，如圖 2-9 所示。

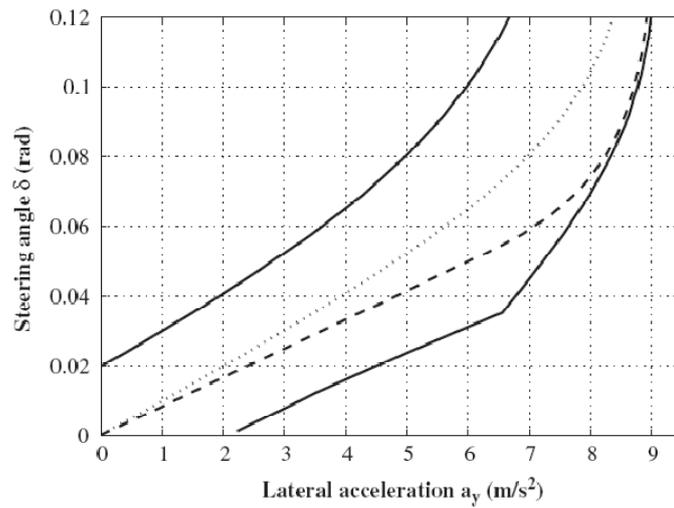


圖 2-8、速度 80 km/h 的輸入與側向加速度關係圖，本圖引用自[13]

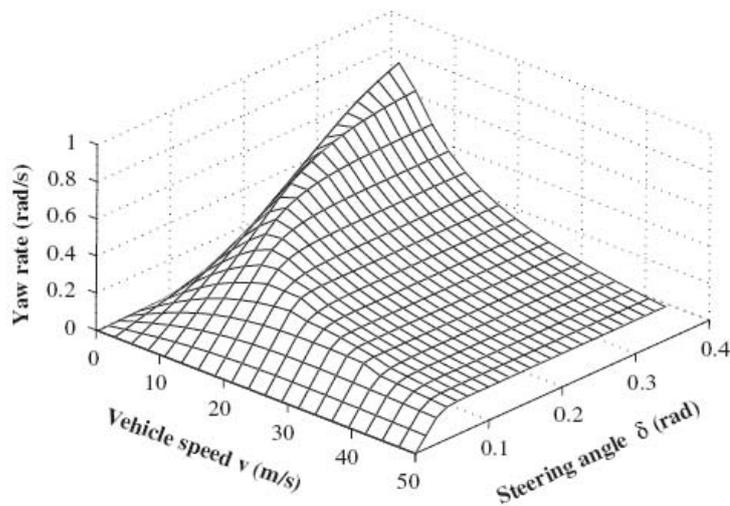


圖 2-9、橫擺角速度參考訊號，本圖引用自[13]

上述各種不同的四輪轉向車輛控制方法皆能夠使車輛動態追隨參考訊號，代表車輛動態將取決於參考模型，大部分駕駛人希望車輛在直線前進時能像大車一樣利用慣性大的特性抵抗外擾增加穩定性，又希望在過彎時能夠像小車一樣靈活，在緊急避障時能夠提高側向加速度，降低轉彎半徑，然而多數的參考模型並沒有針對不同的駕駛情境去作探討，因此，本研究將著重於參考模型的設計，提出圖 2-10 的控制架構，以腳踏車模型為基礎設計穩態側滑角為零的參考模型，利用適應性法則調整參考模型的參數，使車輛在緊急的狀況下能夠產生最適合的避障軌跡。在控制器方面採用 H_∞ 穩健控制理論設計控制器，使系統在受到外在干擾以及受控車輛參數改變時仍能控制車輛動態追隨參考訊號。最後利用自行建構的實驗平台驗證控制器與適應性參考模型的效能。

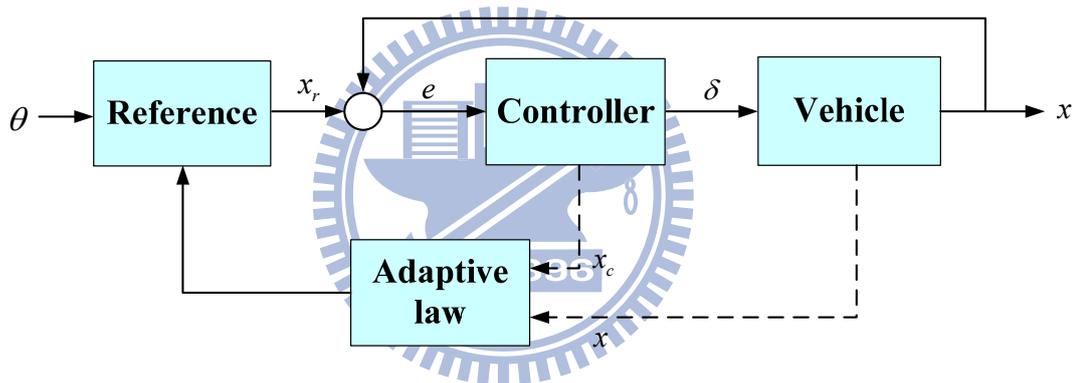


圖 2-10、適應性參考模型的控制架構

第三章 控制器與參考模型設計

本章節將使用 2.1 節介紹的線性車輛模型來設計控制器，使車輛於定速行駛時其側滑角與橫擺角速度可以追隨給定的參考訊號。為了便於控制器的設計，於 3.1 節中，將原本為雙輸入雙輸出的線性車輛模型解耦合為兩個單輸入單輸出的模型，接著在 3.2 考慮 H_∞ 的特性去完成控制器的設計，在 3.3 節中將提出穩態側滑角為零的參考模型，並在 3.4 節將控制器與參考模型做結合，套入一般車輛模型做模擬，且分析討論。

3.1 控制迴路的解耦合

於 2.1 節中介紹的一個簡單的車輛線性模型(3.1)式，以下將利用(3.1)式來設計控制器。可以看出前、後輪轉向角度對於側滑角與橫擺角速度為雙輸入雙輸出系統，為了便於設計控制器，將其解耦合為單輸入單輸出系統。

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

對照(2.13)式可知

$$T_{11}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \frac{2C_f}{Mv_x} \left(s + \frac{2C_r l_r - Ml_f v_x^2}{I_z v_x} \right)$$

$$T_{12}(s) = -\frac{1}{\Delta(s)} \frac{2C_r}{Mv_x} \left(s + \frac{2C_f l_f - Ml_r v_x^2}{I_z v_x} \right)$$

$$T_{21}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \frac{2C_f l_f}{I_z} \left(s + \frac{2C_r l}{Mv_x l_f} \right)$$

$$T_{22}(s) = -\frac{1}{\Delta(s)} \frac{2C_r l_r}{I_z} \left(s + \frac{2C_f l}{Mv_x l_r} \right)$$

令 $\delta_r = \Delta_1 - \frac{T_{11}(s)}{T_{12}(s)}\delta_f$ 代入(3.1)中的 $\beta(s)$ 可得

$$\begin{aligned}\beta(s) &= T_{11}(s)\delta_f + T_{12}(s)\delta_r \\ &= T_{11}(s)\delta_f + T_{12}(s)\left(\Delta_1 - \frac{T_{11}(s)}{T_{12}(s)}\delta_f\right) \\ &= T_{12}(s)\Delta_1\end{aligned}$$

則新的輸入 Δ_1 對側滑角 β 為一個單輸入單輸出系統。

而代入(3.1)中的 $r(s)$ 可知

$$\begin{aligned}r(s) &= T_{21}(s)\delta_f + T_{22}(s)\delta_r \\ &= T_{21}(s)\delta_f + T_{22}(s)\left(\Delta_1 - \frac{T_{11}(s)}{T_{12}(s)}\delta_f\right) \\ &= \left(\frac{T_{12}(s)T_{21}(s) - T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)}\right)\delta_f + T_{22}(s)\Delta_1\end{aligned}\tag{3.2}$$

其中令

$$T_R(s) = \frac{T_{12}(s)T_{21}(s) - T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)} = \frac{2C_f l}{I_z s + 2C_f l_f l + Ml_r v_x^2} \frac{1}{I_z v_x}$$

且令 $\delta_f = \Delta_2 - \frac{T_{22}(s)}{T_R(s)}\Delta_1$ 代入(3.2)，則可以得到

$$\begin{aligned}r(s) &= T_R(s)\left(\Delta_2 - \frac{T_{22}(s)}{T_R(s)}\Delta_1\right) + T_{22}(s)\Delta_1 \\ &= T_R(s)\Delta_2\end{aligned}$$

則新的輸入 Δ_2 對橫擺角速度 r 為單輸入單輸出系統。

因此，系統將可用兩個單輸入單輸出系統表示

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12}(s) & 0 \\ 0 & T_R(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1(s) \\ \Delta_2(s) \end{bmatrix}\tag{3.3}$$

其中， Δ 與 δ 的轉換關係為

$$\begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{T_{22}(s)}{T_R(s)} & 1 \\ 1 + \frac{T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)T_R(s)} & -\frac{T_{11}(s)}{T_{12}(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1(s) \\ \Delta_2(s) \end{bmatrix}$$

所得到的解耦合等效示意如圖 3 - 1 如所示。

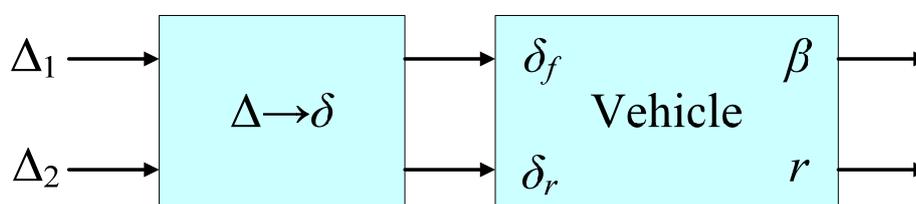


圖 3 - 1、等效的解耦合控制迴路示意圖

3.2 H_∞ Output Tracking Controller 設計

古典控制的 PID 或 Lead-Lag 控制器以及近代控制的狀態回授控制，均為設計極點的位置使系統達到控制目標。然而若系統受到外在干擾、雜訊，或者是系統之參數因為某些狀況發生而改變時，將會容易使極點偏離原本的位置，使系統響應偏離預計之結果，甚至會產生不穩定的現象。

Zames 於 1984 年提出利用以靈敏度函數(Sensitivity function)的 H_∞ 範數(H_∞ norm)作為判斷系統效能的指標[14]， H_∞ 控制主要是當一個系統受到外在干擾、雜訊，或是系統之參數因為某些狀況發生而改變時仍具有一定的穩健性(Robustness)，而能將整個閉迴路系統保持穩定，甚至維持一定的控制精確度。因為 H_∞ 控制法則會最小化最大誤差，故 H_∞ 控制也可說是一個做最壞情況打算設計(The worst-case design)的控制器。

在上一節系統經過解耦合後，控制器的設計變得很容易。令兩個解耦合迴路的控制器分別為 $K_\beta(s)$ 與 $K_r(s)$ ，亦即

$$\Delta_1(s) = K_\beta(s)(\beta(s) - \beta_{ref}(s))$$

$$\Delta_2(s) = K_r(s)(r(s) - r_{ref}(s))$$

其中 $\beta_{ref}(s)$ 與 $r_{ref}(s)$ 分別為側滑角與橫擺角速度的參考訊號。為了使 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 以及 $r(s) - r_{ref}(s)$ 有最小值，使車輛能夠在面對各種外擾時呈現出較佳的穩健特性，因此考慮使用 H_∞ 的方式，利用其最壞打算情況設計的特點去設計控制器。

假設受控場(Plant) $T_{12}(s)$ 或 $T_R(s)$ 均可表示為下列之形式

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases}$$

其中， x 為整個受控場的狀態變數， w 為外部輸入(包含外部干擾與量測雜訊等)， u 為控制器($K_\beta(s)$ 、 $K_r(s)$)所決定之輸入， z 為控制的輸出， y 為控制器的輸入。其中 A 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 、 D_{11} 、 D_{12} 、 D_{21} 沒任何限制，並假設 D_{22} 滿足在負回授時系統為 well-posedness 的條件。

同時，假設 n 階($n>0$)線性非時變(Linear Time Invariant, LTI)回授控制器 K 可表示為

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y \\ u = C_c x_c + D_c y \end{cases} \quad (3.4)$$

這時，整個閉迴路系統可以表示為

$$\begin{cases} \dot{x} = A_{cl}x + B_{cl}w \\ z = C_{cl}x + D_{cl}w \end{cases} \quad (3.5)$$

若 D_{22} 為零矩陣，在這裡我們可以得到

$$\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} A & B_1 \\ C_1 & D_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix} G [C_2 \quad D_{21}]$$

其中，定義 G 為

$$G = \begin{bmatrix} A & 0 & B_1 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{n \times n} \\ C_1 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ C_2 & 0 & D_{21} & D_c^T & B_c^T \\ 0 & I_{n \times n} & 0 & C_c^T & A_c^T \end{bmatrix}$$

若 H_∞ 控制器 K 存在，定義

$$Q \triangleq A_{cl}P + PA_{cl}^T + (PC_{cl}^T + B_{cl}D_{cl}^T)R^{-1}(PC_{cl}^T + B_{cl}D_{cl}^T)^T + B_{cl}B_{cl}^T$$

$$R \triangleq I - D_{cl}D_{cl}^T$$

必須滿足 $R > 0$ 且存在一個 $P > 0$ 使得 $Q < 0$ 。因此，為了得到 H_∞ 控制器 K ，將必須解線性矩陣不等式(Linear Matrix Inequalities, LMI)。

利用(3.3)式解耦合的結果為受控場，參考[3]中的車輛參數，並假設 $v_x = 20$ m/s，由 Iwasaki[15]提出之 H_∞ 控制器求解方法搭配圖 3 - 2 選擇合適的權重函數(Weighting function)設計控制器。

在 $\beta_{ref}(s)$ 至 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 的閉迴路系統裡選擇

$$w1 = 50$$

$$w2 = \frac{12.74 s + 1601}{s^2 + 25.13s + 157.9}$$

$$w3 = 1$$

在 $r_{ref}(s)$ 至 $r(s) - r_{ref}(s)$ 的閉迴路系統裡選擇

$$w4 = 20$$

$$w5 = \frac{5 s + 628.3}{s^2 + 25.13s + 157.9}$$

$$w6 = 1$$

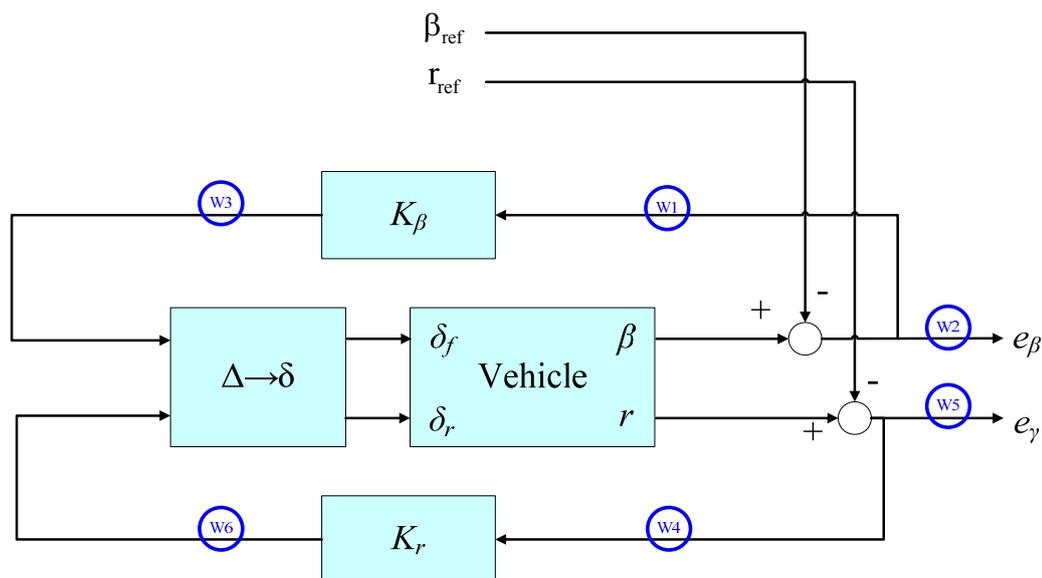


圖 3 - 2、控制流程架構

最後可以得到控制器

$$K_\beta = \frac{-4319.7288(s+106.4)(s+12.57)(s+12.57)(s^2+18.63s+91.54)^2}{(s+1344)(s+26.86)(s+13.24)(s+11.95)(s^2+24.88s+155.4)(s^2+18.66s+91.71)}$$

$$K_r = \frac{-67.7724(s+90.73)(s+26.15)(s+26.14)(s^2+25.13s+157.9)}{(s+595.3)(s+27.5)(s+15.49)(s+11)(s^2+21.64s+127.5)}$$

參照下列圖 3 - 3 至圖 3 - 6，系統閉迴路的頻譜響應以及步階響應之模擬結果，可以得知設計的 H_∞ Output Tracking Controller 由參考訊號至誤差訊號的閉迴路輸出在 3 Hz 以內的增益值(Gain)都在 0.01 以下，代表控制器 $K_\beta(s)$ 以及 $K_r(s)$ 搭配解耦合的步驟可以控制車輛前後輪轉角，使其響應與參考模型相同。

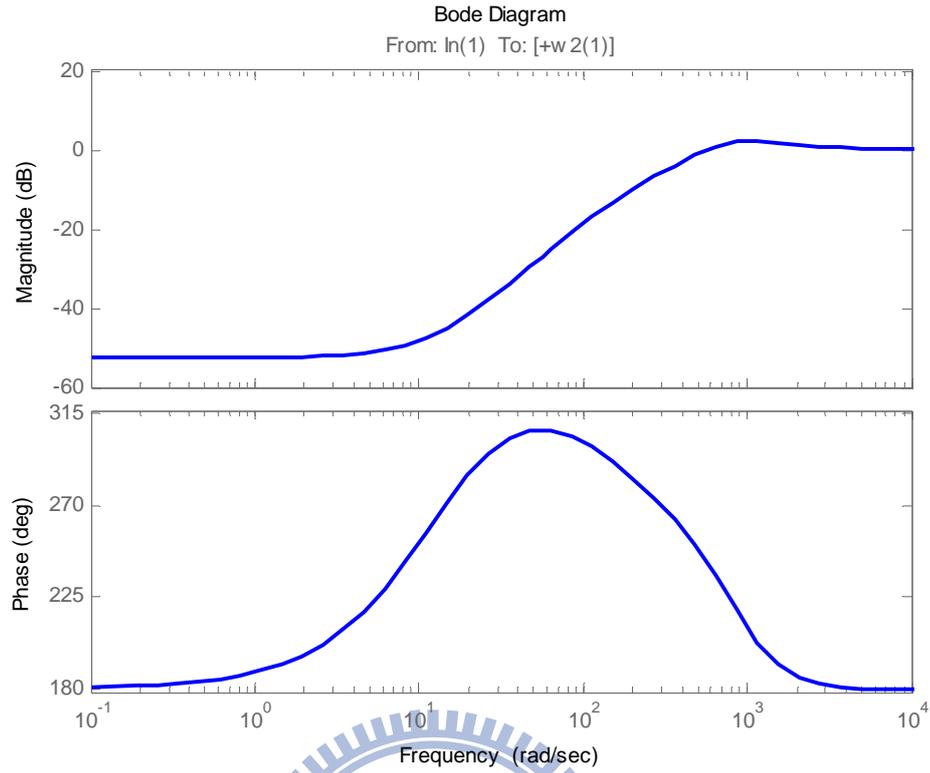


圖 3 - 3、 β_{ref} 至 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 的閉迴路波德圖

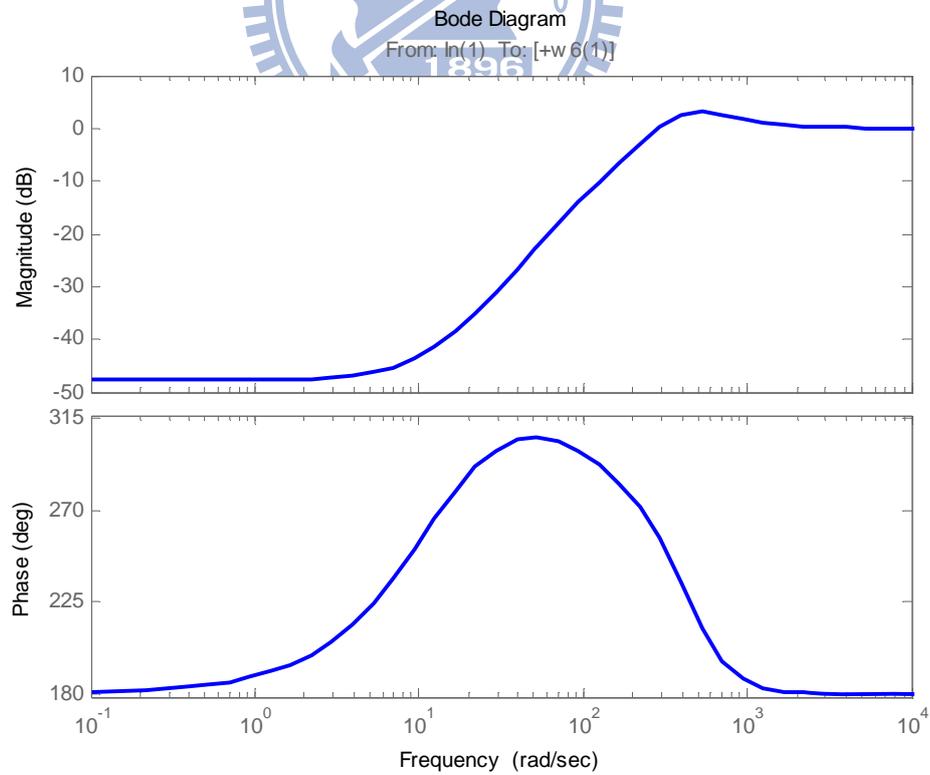


圖 3 - 4、 r_{ref} 至 $r(s) - r_{ref}(s)$ 的閉迴路波德圖

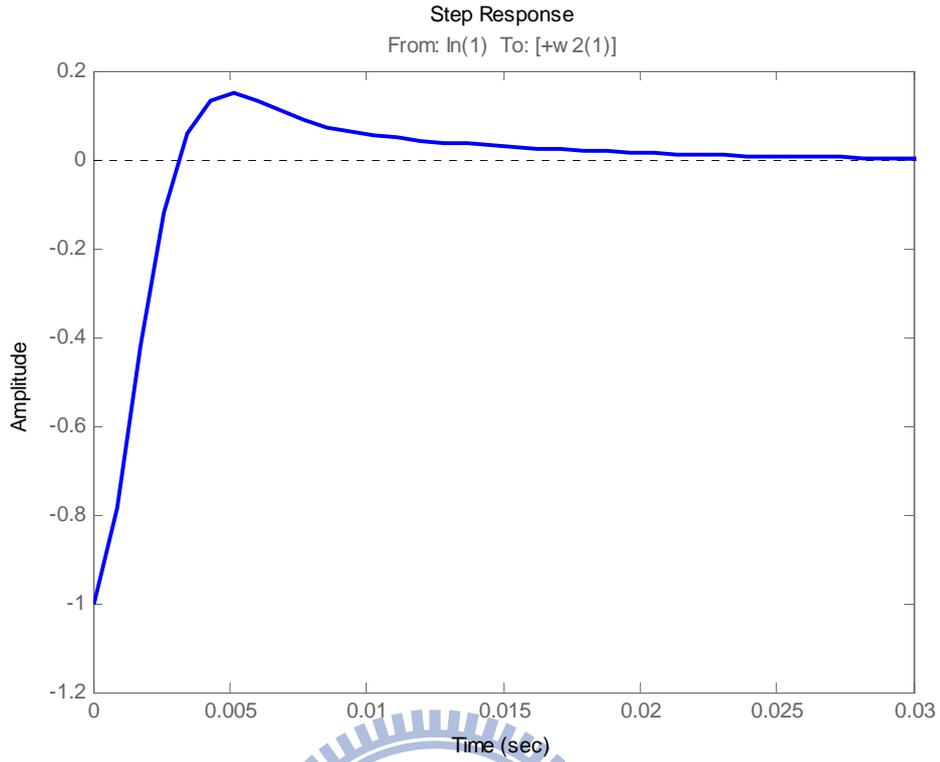


圖 3 - 5、 β_{ref} 至 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 的閉迴路步階響應

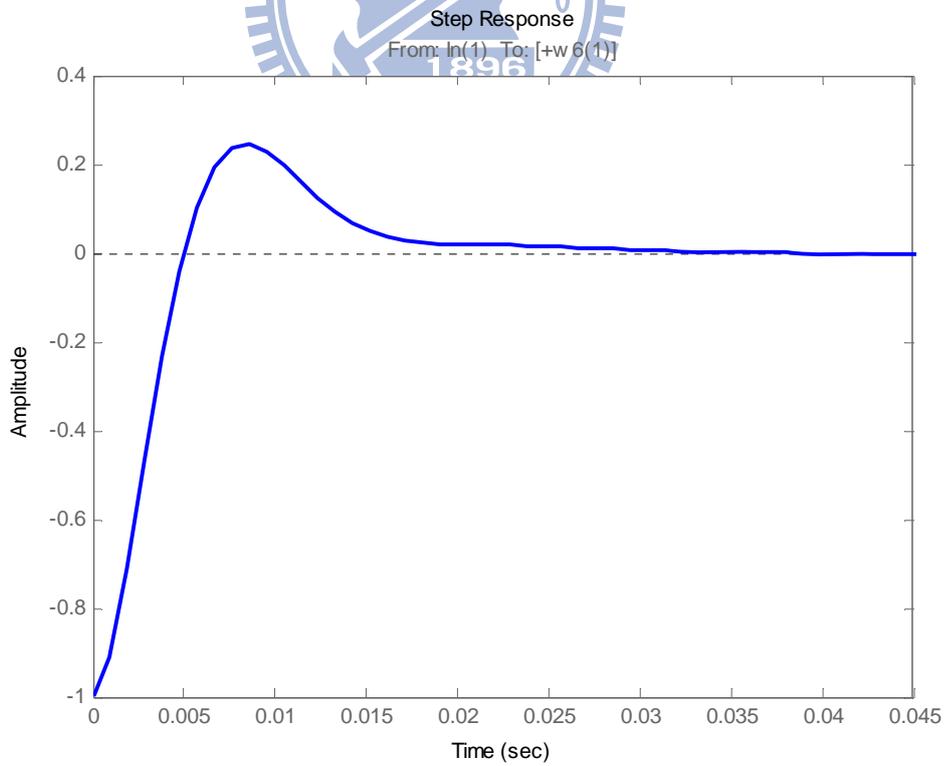


圖 3 - 6、 r_{ref} 至 $r(s) - r_{ref}(s)$ 的閉迴路步階響應

3.3 參考模型

在正式考慮參考模型之前，可以由 2.4 節中了解到一般 4WS 的控制架構，接下來將要把參考模型加入圖 3 - 2 控制器的架構，如圖 3 - 7 所示， θ 為駕駛者的前輪轉向角輸入，在圖中可以清楚的知道在本篇論文所提出之完整控制流程架構裡的參考模型參數是不需要依照受控車輛的參數去設計。若當得到一個較好的參考模型時，在輪胎與地面摩擦力足夠的前提下，搭配 H_∞ Output Tracking Control 的方法設計出 $K_\beta(s)$ 與 $K_r(s)$ ，就可以將設計好的參考模型套用在不同的車輛上，則車輛運動軌跡將跟隨給定的參考訊號，也就是說在此架構下參考模型將決定車輛的運動特性，因此，本節將探討如何設計參考模型降低行車時的側滑角，以及改變車輛的穩態轉向特性。

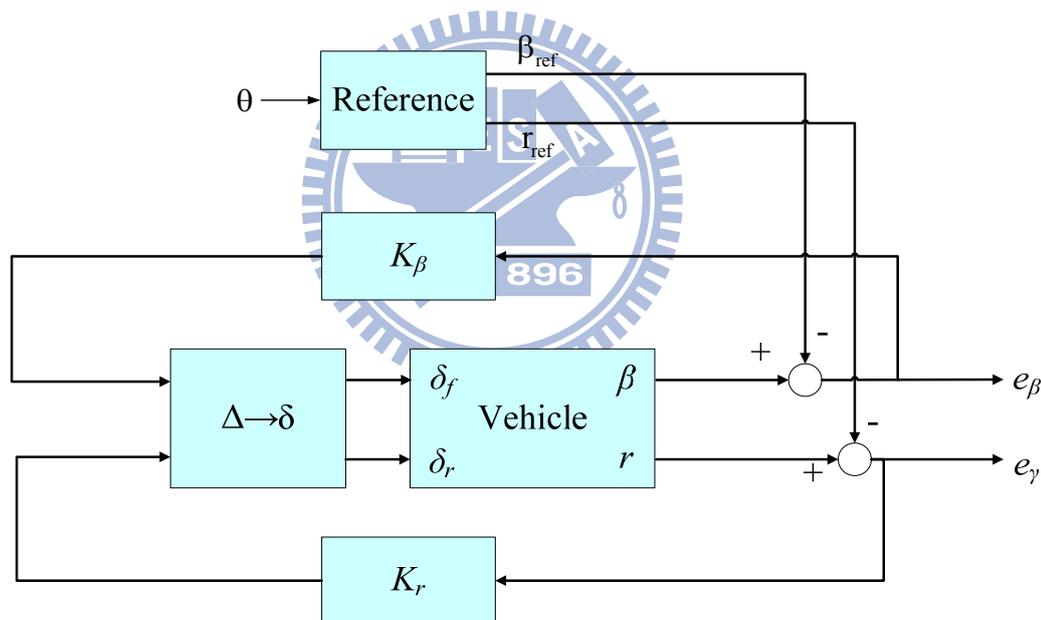


圖 3 - 7、完整控制流程架構

由於一般駕駛者較熟悉線性的駕駛特性，因此參考模型選擇用在 2.1 節所介紹的腳踏車模型為基礎，表示如(2.11)式。且因為轉動慣量量測困難且不易精確，所以我們假設車身重量分布集中在前、後兩輪軸，此時轉動慣量可表示為

$$I_z = Ml_f l_r$$

將上式代入(2.11)後，觀察可發現車體重量參數 M 皆位於分母項，因此令

$$C'_f = \frac{C_f}{M} \quad , \quad C'_r = \frac{C_r}{M}$$

C'_f 、 C'_r 為單位重量的轉向剛度，此動作可將參數 M 從參考模型中消掉，對於後續決定參考模型參數時，將更方便於分析。最後將 δ_r 設為零，代入(2.11)式即可得到簡化過後的參考模型

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{ref} \\ \dot{r}_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(2C'_f + 2C'_r)}{v_x} & \frac{(-2C'_f l_f + 2C'_r l_r)}{v_x^2} - 1 \\ \frac{-2C'_f}{l_r} + \frac{2C'_r}{l_f} & -\frac{2C'_f l_f}{l_r v_x} - \frac{2C'_r l_r}{l_f v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{ref} \\ r_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C'_f}{v_x} \\ \frac{2C'_f}{l_r} \end{bmatrix} \theta \quad (3.6)$$

在(3.6)式中，這些參數可依駕駛人期望的駕駛情境做調整， θ 為駕駛者經由方向盤給的輸入轉角。考慮行車安全性，希望側滑角越小越好，為了使車輛在行駛時能夠有效的將側向力分配，在此我們提出下列三項設計策略：

3.3.1 穩態側滑角為零

側滑角為車頭方向與車體速度方向的夾角，是車輛行駛安全性的指標，於正常行駛的情況下，希望側滑角度越小越好，因此將設計側滑角的參考訊號在穩態時為零。由(3.6)式可以得到輸入轉角 θ 對側滑角參考訊號的轉移函數為

$$\beta_{ref}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \left(\frac{2C'_f}{v_x} s + \left(\frac{4C'_f C'_r l}{l_f v_x^2} - \frac{2C'_f}{l_r} \right) \right) \times \theta \quad (3.7)$$

接著令

$$C'_r = \frac{v_x^2 l_f}{2l_r} \quad (3.8)$$

將(3.8)式代回(3.7)式，可以得到

$$\beta_{ref}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \left(\frac{2C'_f}{v_x} \times s \right) \times \theta$$

上式分子的常數項為零，即在輸入轉角 θ 到達穩態時，此時輸出側滑角為零。

3.3.2 穩態轉向特性

在 2.3 節中，我們得知一般車輛可依據轉向不足係數 K_v 的正負號，將轉向特性分為三類，首先定義一個參數 k

$$k = \frac{C'_f l_f}{C'_r l_r} \quad (3.9)$$

k 是 K_v 由值推導而來，同樣具有判斷轉向特性的功能， k 為系統設計者可以調控的參數， $k = 1$ 時為中性轉向， $k < 1$ 時為轉向不足， $k > 1$ 時為轉向過度。接著我們希望將參數 k 引入參考模型中，故令

$$C'_f = k \frac{C'_r l_r}{l_f} \quad (3.10)$$

若將(3.10)式代入參考模型中，即可藉由改變 k 值來改變車輛的轉向特性。



3.3.3 固定車輛質心距離前後輪軸比例

車輪軸距(Wheelbase)為 l ， l_f 與 l_r 分別為車輛質心距離前輪軸與後輪軸的長度，可由(3.11)表示其關係式

$$\frac{l_f}{l_r} = \frac{\alpha \times l}{(1-\alpha) \times l} \quad (3.11)$$

其中， α 為質心距離前輪軸佔車體軸距的比例，改變 α 將會影響質心位置，由(3.9)式可知與改變 k 具有相同的效果，亦即改變車輛的穩態轉向特性。若將(3.11)式代入(3.6)式， α 將會同時出現在分母項與分子項，在參考模型的分析上會比較複雜，因此，在設計參考模型的時候將 α 視為定值。

在固定車速 v_x 時，將三個參考模型設計策略所得到的(3.8)、(3.10)與(3.11)式代入(3.6)式中，且將 α 視為定值，即可得到簡化後的穩態側滑角為零的參考模型

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{ref} \\ \dot{r}_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \frac{k}{l} + c_2 \frac{1}{l} & c_3 k + c_4 \\ c_5 \frac{k}{l^2} + c_6 \frac{1}{l^2} & c_7 \frac{k}{l} + c_8 \frac{1}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{ref} \\ r_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_9 \frac{k}{l} \\ c_{10} \frac{k}{l^2} \end{bmatrix} \theta \quad (3.12)$$

其中， $c_i, i = 1 \sim 10$ 為常數。由(3.12)式可看出，輸入相同轉向角 θ 的情況下，參考模型將可藉由不同的參數 k 和 l 得到不同的參考訊號，由圖 3 - 8 和圖 3 - 9 可以得知增加轉向特性 k 對側滑角和橫擺角速度的參考訊號增益皆會變大；增加車輪軸距 l 對橫擺角速度的參考訊號增益會變小，而對側滑角參考訊號的增益沒有太大改變，響應時間則是稍微增加。

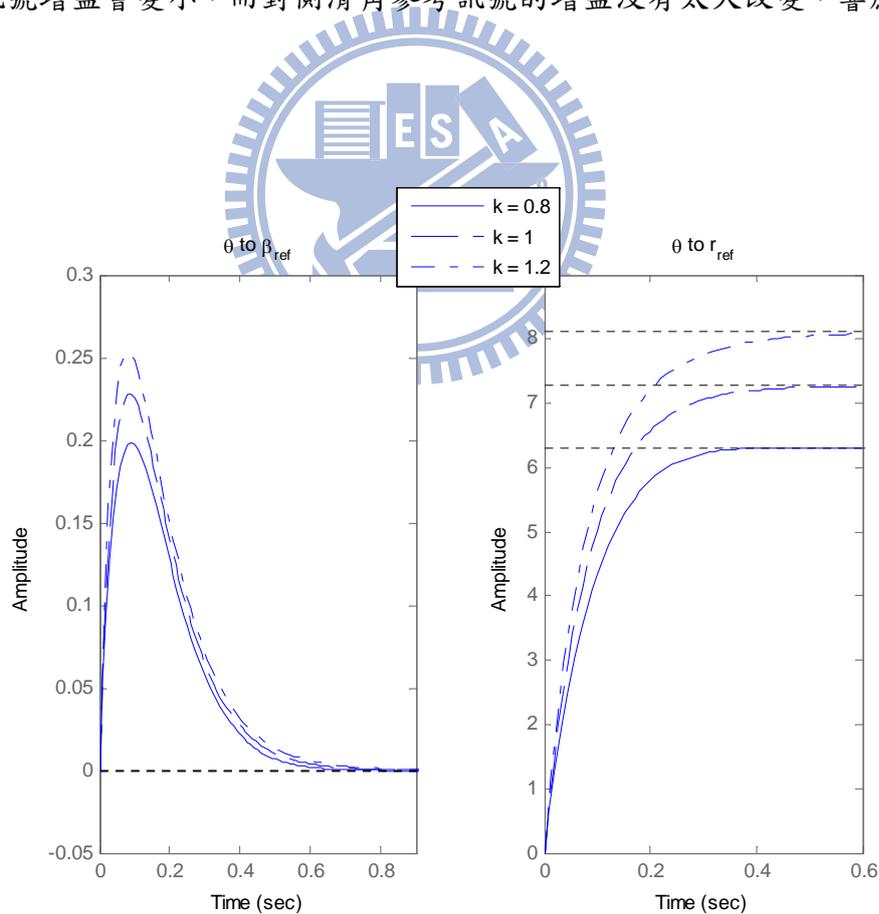


圖 3 - 8、不同 k 值的參考訊號步階響應圖

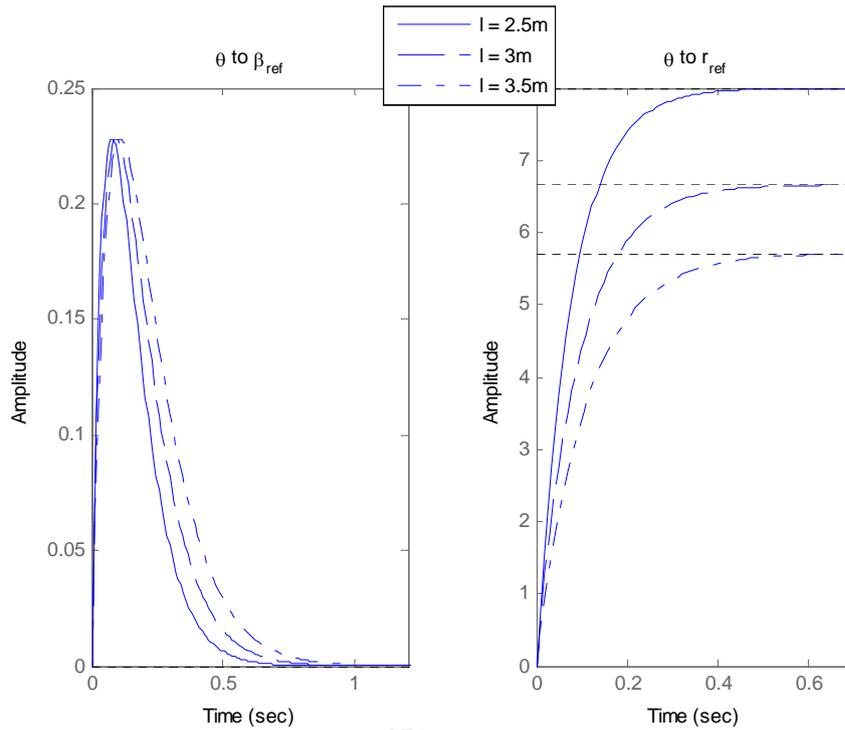


圖 3 - 9、不同 l 值的參考訊號步階響應圖

3.4 模擬結果與討論



首先介紹模擬使用的四輪轉向車輛模型，參考圖 3 - 10，CG 是車輛的質心位置， v_y 、 r 以及 β 分別是質心的側向速度、橫擺角速度與側滑角， δ_f 、 δ_r 為前、後輪轉向角度， $F_{x1\sim4}$ 與 $F_{y1\sim4}$ 則分別為其四個輪胎的縱向力與側向力，在此加入 2.3 節所介紹的 Dugoff's 輪胎模型，其中的輪胎正向力考慮到質量轉移，可分別表示為下式

$$F_{zi} = mg \left(\frac{l_r}{2l} - \frac{a_x}{g} \frac{h_{cg}}{2l} \mp \frac{a_y}{g} \frac{l_r h_{cg}}{t_f l} \right), \quad i=1,2$$

$$F_{zi} = mg \left(\frac{l_f}{2l} + \frac{a_x}{g} \frac{h_{cg}}{2l} \mp \frac{a_y}{g} \frac{l_f h_{cg}}{t_r l} \right), \quad i=3,4$$

其中 h_{cg} 為車輛質心高度， g 為重力加速度。

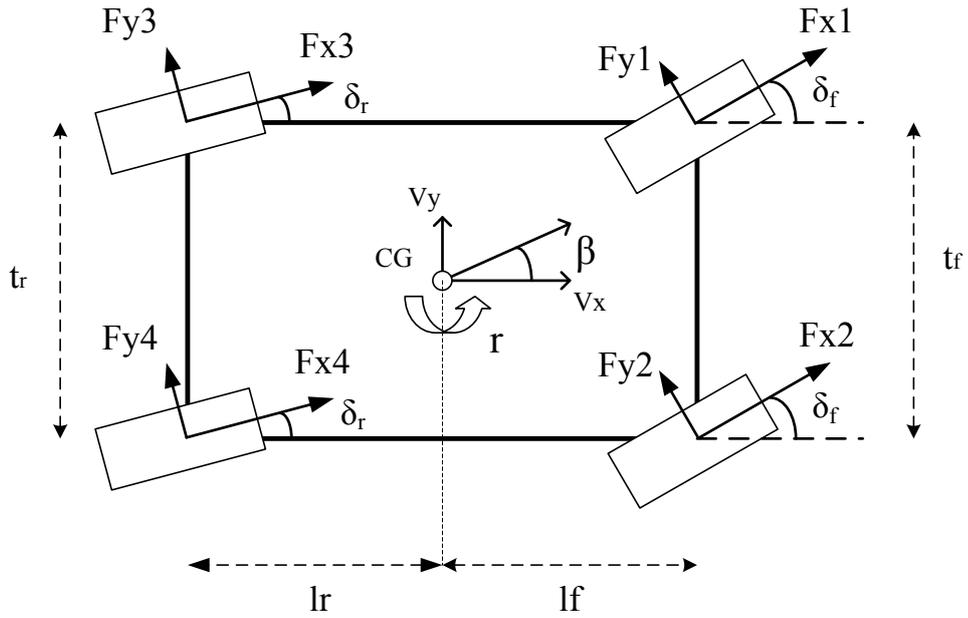


圖 3 - 10、四輪轉向車輛模型

在假設縱向車速 v_x 維持不變的條件下，因此，令輪胎縱向滑動比 σ 為零，考慮 y 方向力平衡：

$$F_y = F_{y1} \cos \delta_f + F_{y2} \cos \delta_f + F_{y3} \cos \delta_r + F_{y4} \cos \delta_r$$

$$= M(\dot{v}_y + v_x r)$$

可以得到

$$\dot{v}_y = (F_{y1} \cos \delta_f + F_{y2} \cos \delta_f + F_{y3} \cos \delta_r + F_{y4} \cos \delta_r) / M - v_x r \quad (3.13)$$

對(3.13)式積分可得到車身側向速度 v_y ，則可得到側滑角

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

考慮對 z 軸的力矩平衡：

$$I_z \dot{r} = (F_{y1} \cos \delta_f + F_{y2} \cos \delta_f) \times l_f - (F_{y3} \cos \delta_r + F_{y4} \cos \delta_r) \times l_r$$

$$+ (F_{y1} \sin \delta_f + F_{y3} \sin \delta_r) \times \frac{t_f}{2} - (F_{y2} \sin \delta_f + F_{y4} \sin \delta_r) \times \frac{t_r}{2}$$

亦即

$$\dot{r} = \left[\left(F_{y1} \cos \delta_f + F_{y2} \cos \delta_f \right) \times l_f - \left(F_{y3} \cos \delta_r + F_{y4} \cos \delta_r \right) \times l_r + \left(F_{y1} \sin \delta_f + F_{y3} \sin \delta_r \right) \times \frac{l_f}{2} - \left(F_{y2} \sin \delta_f + F_{y4} \sin \delta_r \right) \times \frac{l_r}{2} \right] / I_z$$

在理想的狀況下，模擬的車體參數將參考[3]中的車輛參數，並套用於圖 3 - 7 的控制架構，模擬驗證控制器與參考模型的效能。

考慮一般情況下的車道變換，並假設 $v_x = 20$ m/s，由(3.12)式知道當決定 k 和 l 值即可藉由設計策略得到其他參數，考量車輛駕駛的穩健性，希望車輛動態為不足轉向，故選擇 $k = 0.95$ ，並取 $l = 2.582$ m、 $\alpha = 0.38$ ，則藉由 3.3 節的參考模型設計策略算出其他參數 $C_f' = 73.585$ N/rad · kg、 $C_r' = 47.475$ N/rad · kg、 $l_f = 0.986$ m、 $l_r = 1.596$ m，模擬結果如圖 3 - 11 至圖 3 - 14。

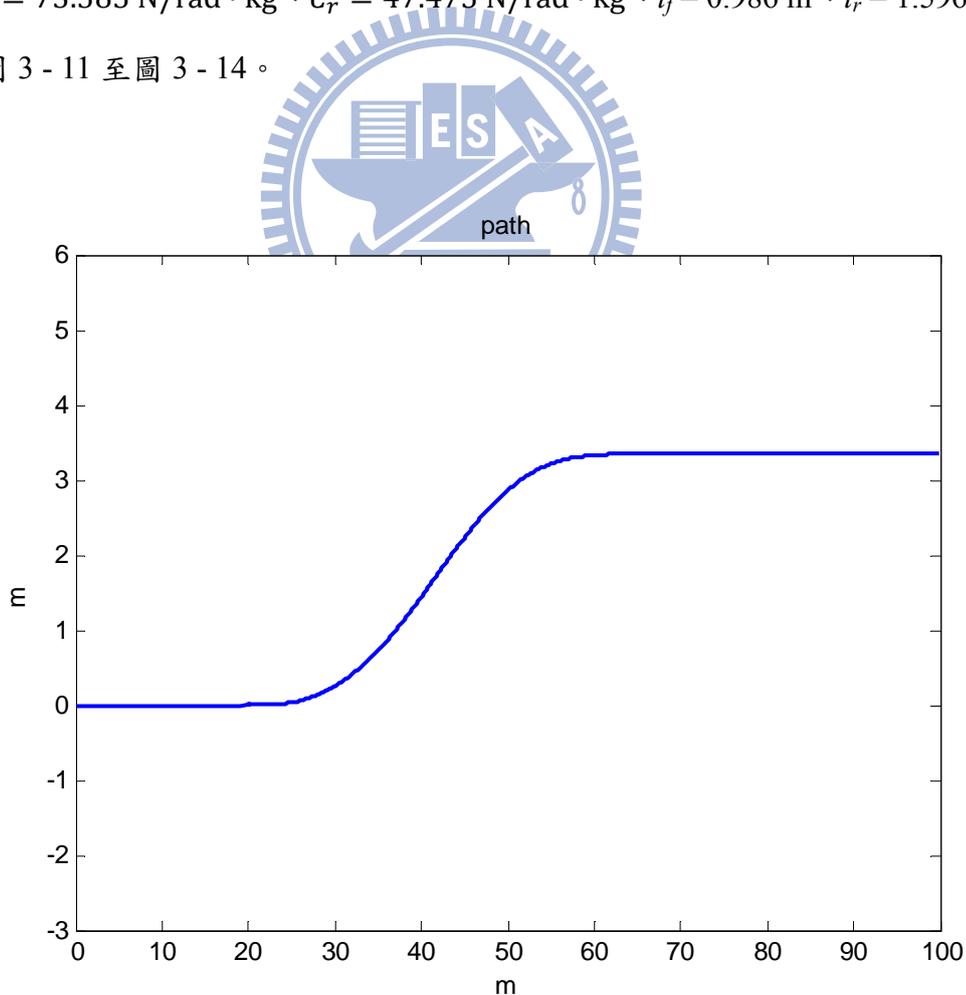


圖 3 - 11、路徑圖模擬圖

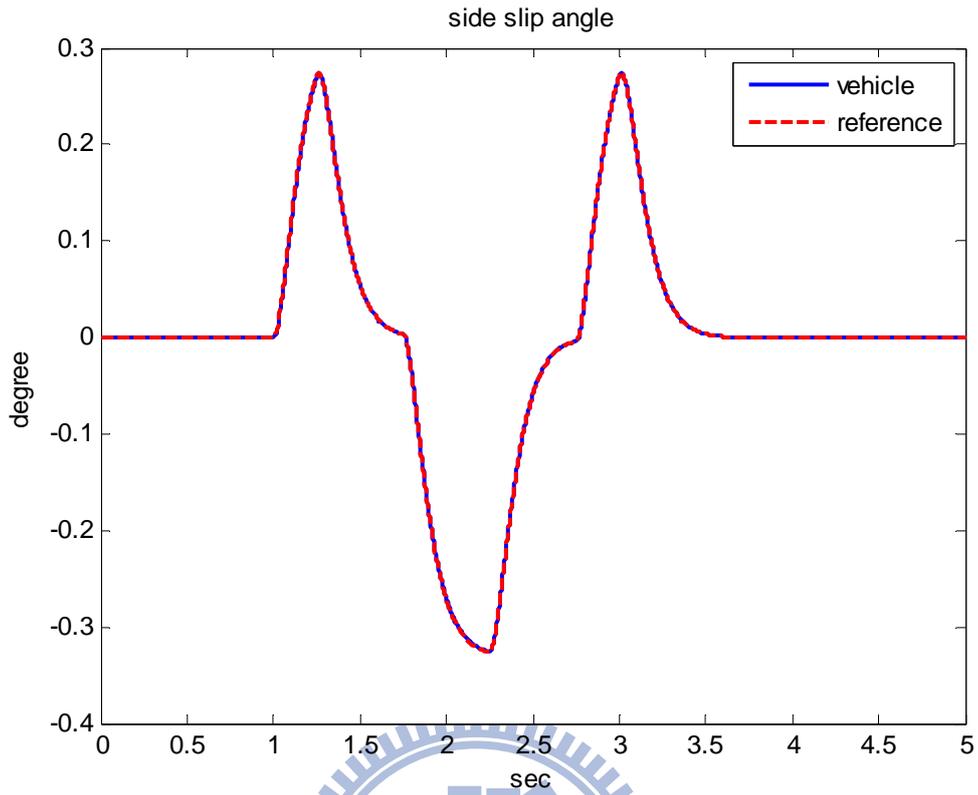


圖 3 - 12、側滑角模擬圖

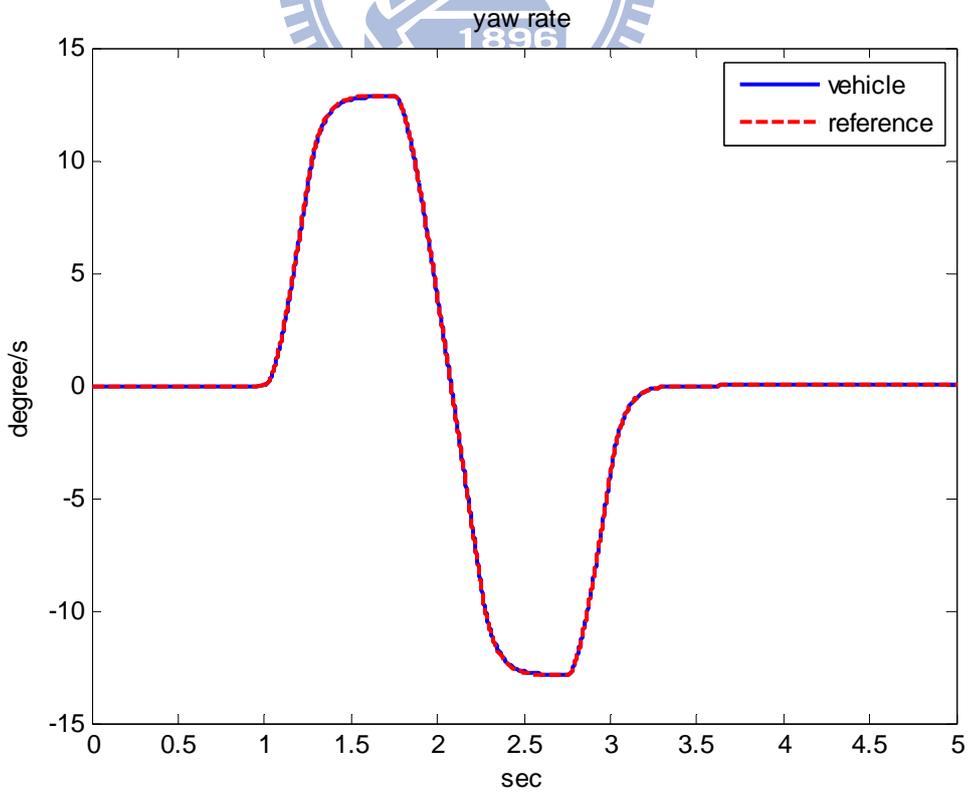


圖 3 - 13、橫擺角速度模擬圖

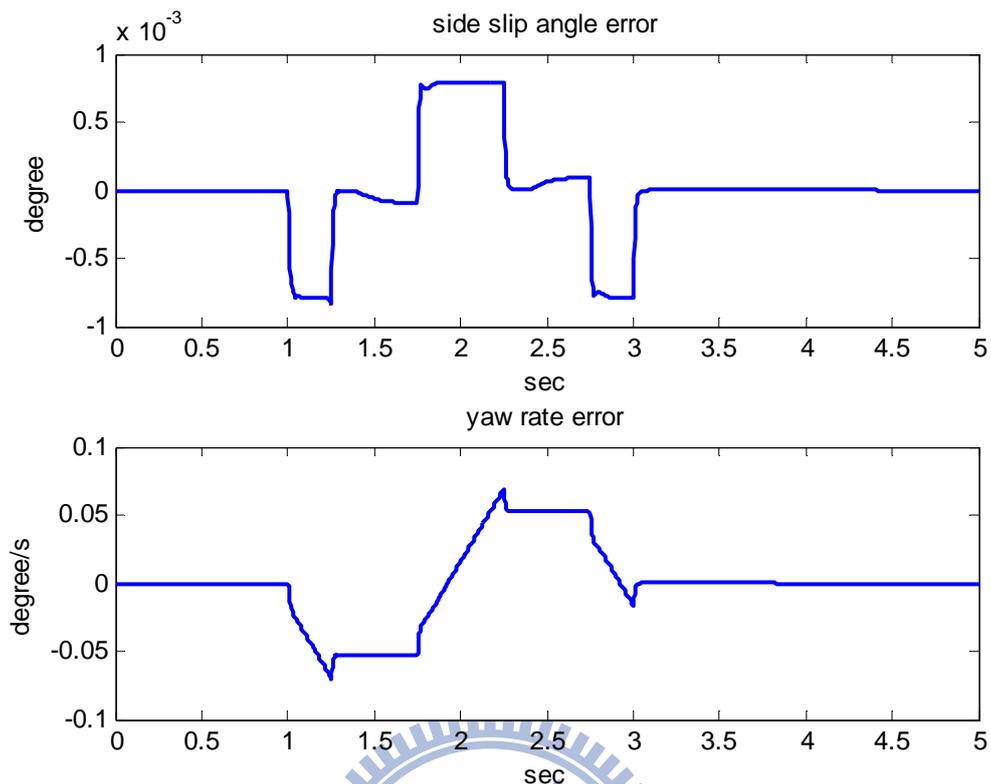


圖 3 - 14、誤差比較圖

由圖 3 - 11 至圖 3 - 14 的模擬結果可以發現，線性的 H_{∞} 控制器加上設計的參考模型，在套入非線性的車輛模型時，其車輛側滑角和橫擺角速度皆可以跟隨參考模型輸出之參考訊號，側滑角的平均絕對誤差為 0.0002° ，而橫擺角速度的平均絕對誤差為 $0.02^{\circ}/s$ ，充分說明圖 3 - 7 的控制架構具有良好的效果。

第四章 適應性參考模型設計

從第三章的模擬可以發現，藉由圖 3 - 7 的控制架構加上選定適當的參考模型，利用 H_{∞} Output Tracking Controller 可以使車輛在一般的駕駛情境下控制的不錯，然而若是在緊急避障的情況下，駕駛人勢必會在短時間內輸入一個大角度的轉角，因此，模擬一個輸入轉角在 0.5 秒內由 0 度轉至 11.5 度的 J-turn，模擬結果如圖 4 - 1，圖中藍色實線為車輛動態，紅色虛線為參考訊號，可以看到在輸入轉角為大角度的情況下，車輛的側向動態並無法準確的跟隨參考訊號，這是由於參考模型是一個線性模型，當輸入轉角變大時，參考訊號也會隨著變大，而四輪轉向車輛為非線性模型，當參考訊號超越車輛側向運動的物理限制時，誤差勢必變大，導致輪胎轉角達到飽和，這是相當不樂見的情況。

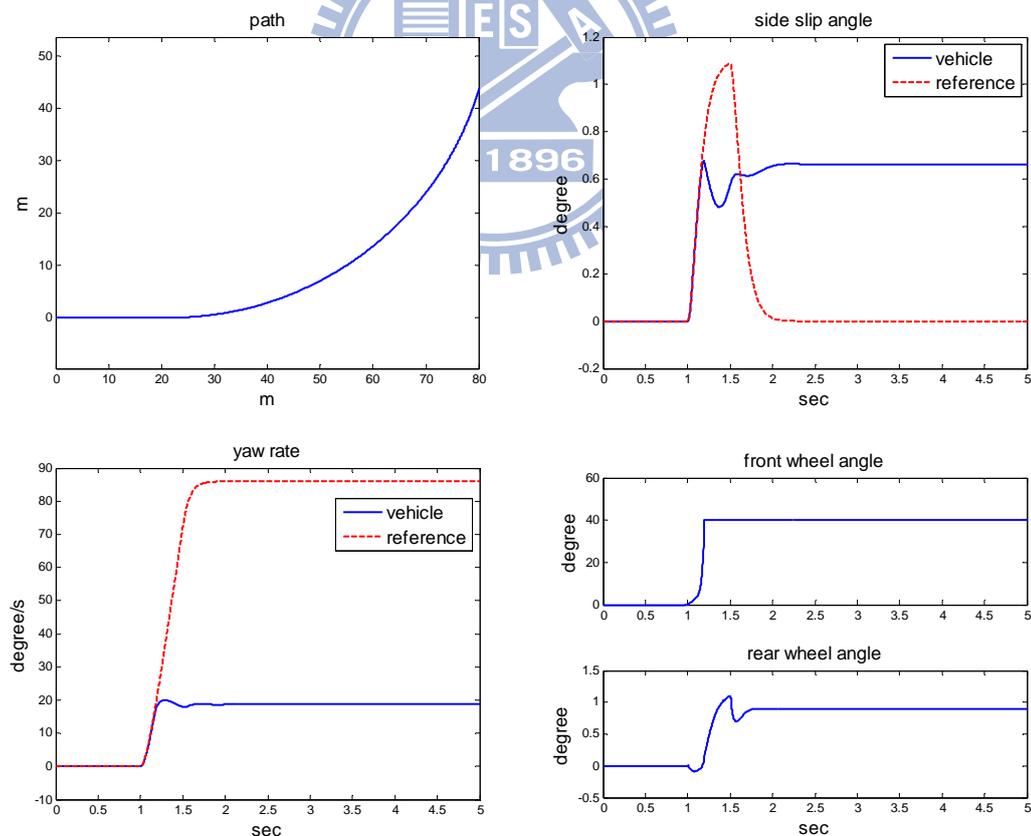


圖 4 - 1、緊急避障時的車輛動態

軌跡(左上)、側滑角(右上)、橫擺角速度(左下)、前後輪轉角(右下)

為了解決此問題，本章將討論數種滿足物理限制的參考模型設計，分析其優缺點，最後提出適應性參考模型(Adaptive reference model)，克服這些缺點。

4.1 具有飽和輸出的參考模型

最簡單的方法即直接在參考模型的輸出加上車輛物理限制，亦即限制參考訊號的最大值。車輛在轉向運動時輪胎能產生的最大側向加速度與路面摩擦力係數有關，為 $\mu \times 9.81 \text{ m/s}^2$ ， μ 為路面與輪胎的磨擦係數，參考[16]可以知道當車身側滑角不為零時的最大側向加速度約為 $a_{y\max} = \mu \times 8 \text{ m/s}^2$ ，然而參考模型設計的側滑角比一般情況還要小，所以將最大側向加速度修正為

$$a_{y\max} = \mu \times 8.5 \text{ m/s}^2 \quad (4.1)$$

再藉由側向加速度與橫擺角速度的關係式

$$a_y = \dot{v}_y + v_x r \quad (4.2)$$

即可得到橫擺角速度的最大值為

$$r_{\max} = \frac{a_{y\max}}{v_x} - \dot{v}_y \quad (4.3)$$

將(4.3)式的車身橫擺角速度最大值加入參考模型，因此，參考訊號修改為

$$r_{ref} = \begin{cases} r_{ref} & , |r_{ref}| < r_{\max} \\ \pm r_{\max} & , otherwise \end{cases}$$

在參考模型中加入橫擺角速度的物理限制後，給一樣的前輪轉向角輸入，0.5 秒內由 0 度轉至 11.5 度的 J-turn，模擬結果如圖 4-2，藍色實線為車輛動態，紅色虛線為參考訊號，可以看出車輛的橫擺角速度還是無法跟上參考訊號，推測其原因為橫擺角速度的參考訊號瞬間變化量太大，而四輪轉向車輛的輪胎無法提供足夠的側向力，導致橫擺角速度跟不上參考訊號，使得誤差變大，導致輪胎轉角飽和。

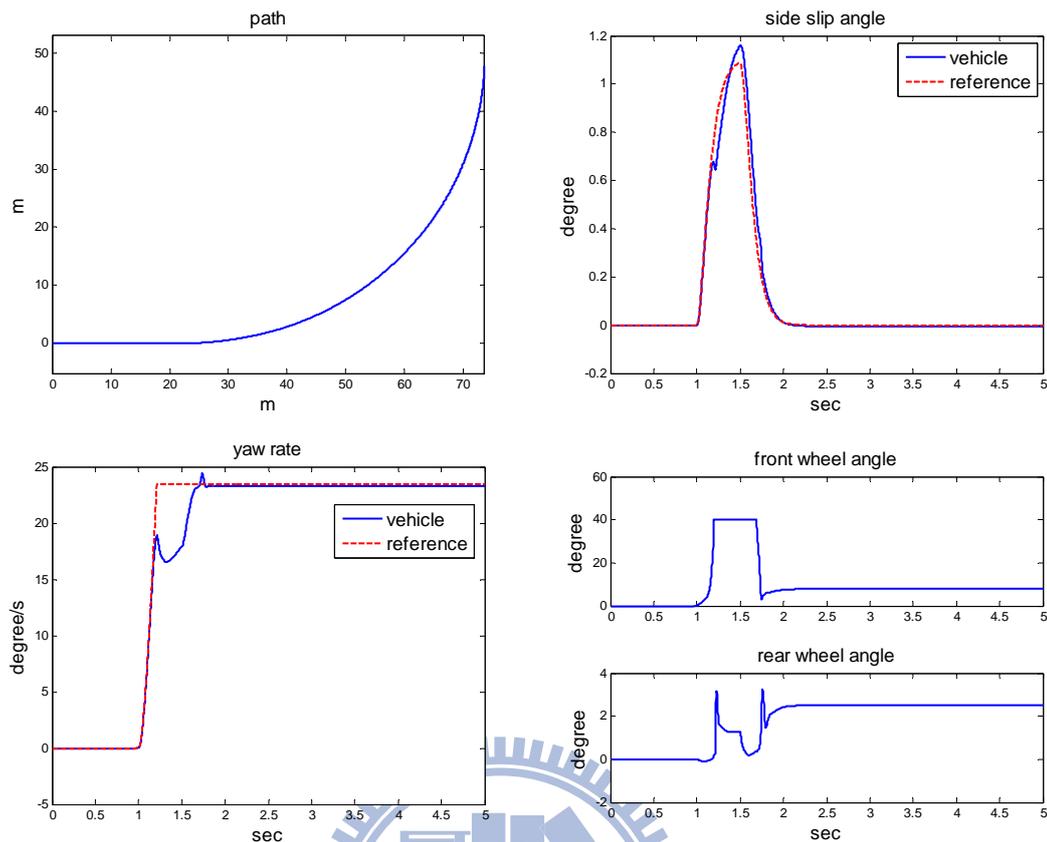


圖 4 - 2、具有飽和輸出參考模型的車輛動態

軌跡(左上)、側滑角(右上)、橫擺角速度(左下)、前後輪轉角(右下)

從這個模擬可以知道，只在參考模型輸出端加入車輛的物理限制，並無法解決緊急避障時駕駛者瞬間輸入大角度轉角造成輪胎飽和的問題，因此，我們希望可以藉由改變參考模型的參數，使參考訊號的輸出不超過車輛物理限制，配合控制器使車輛在緊急避障時有更好的軌跡表現。

從(3.12)式可以知道藉由不同的 k 和 l 可以產生不同的參考訊號，故我們提出兩種方法來改變參考模型的參數，第一種是根據車輛與參考訊號的誤差，當誤差大到某個限制時，切換參考模型的參數至適當的值，第二種是利用適應性的方法使車輛能夠在系統保持穩定的情況下平滑的調整參數。以下將分別介紹這兩種方法，並模擬分析討論。

4.2 切換式參考模型

在圖 4 - 1 與圖 4 - 2 的模擬可以發現，由於參考訊號與控制器皆為線性，所以當車輛動態與參考訊號的誤差變大，造成輪胎轉角也跟著變大，最後導致輪胎轉角飽和。為了解決此問題，所以需要在誤差變大之前改變參考模型的參數，使參考訊號限制在車輛可以達到的範圍內，從(3.12)式可推得輸入轉角對橫擺角速度參考訊號的轉移函數為

$$r_{ref}(s) = \frac{\frac{kv_x^2}{l_f l_r} s + \frac{kv_x^3}{l_r^2}}{s^2 + \left(\frac{kv_x}{l} \left(1 + \frac{l_f}{l_r} \right) + \frac{v_x l_f}{l_r} \left(1 + \frac{l_r}{l_f} \right) \right) s + \frac{v_x^2}{l_r} \left(\frac{k}{l_r} - \frac{k}{l} + \frac{1}{l} \right)} \times \theta(s) \quad (4.4)$$

由(4.4)式可知穩態橫擺角速度為

$$r_{ss} = \frac{v_x k}{lk - l_r k + l_r} \theta \quad (4.5)$$

接著，令(4.3)式與(4.5)式相等，亦即橫擺角速度穩態值等於車輛運動時可產生的最大橫擺角速度

$$r_{max} = r_{ss} = \frac{kv_x}{lk - l_r k + l_r} \theta \quad (4.6)$$

即可藉由(4.6)式調整參考模型的參數 k 和 l ，讓橫擺角速度的參考訊號保持在最大值，使車輛在緊急避障時展現更好的軌跡。

模擬結果如圖 4 - 3 所示，藍色實線為車輛動態，紅色虛線為參考訊號，輸入轉角一樣在 0.5 秒內由 0 度轉至 11.5 度的 J-turn，並在橫擺角速度誤差值大於 0.03 rad/sec 時，將參考模型內的參數 l 瞬間由原本的 2.582 m 切換至 9.2 m。從圖 4 - 3 可以看出，大概在 1.2 秒處前輪轉角確實因為切換參考模型使其不會飽和，然而也可從側向加速度的模擬圖發現此方法會造成車輛在切換的瞬間造成震盪，因此，在下一節我們將修正此方法，使參考模型具有自適應能力，用較平滑的方式調整參數，避免切換瞬間的暫態震盪產生。

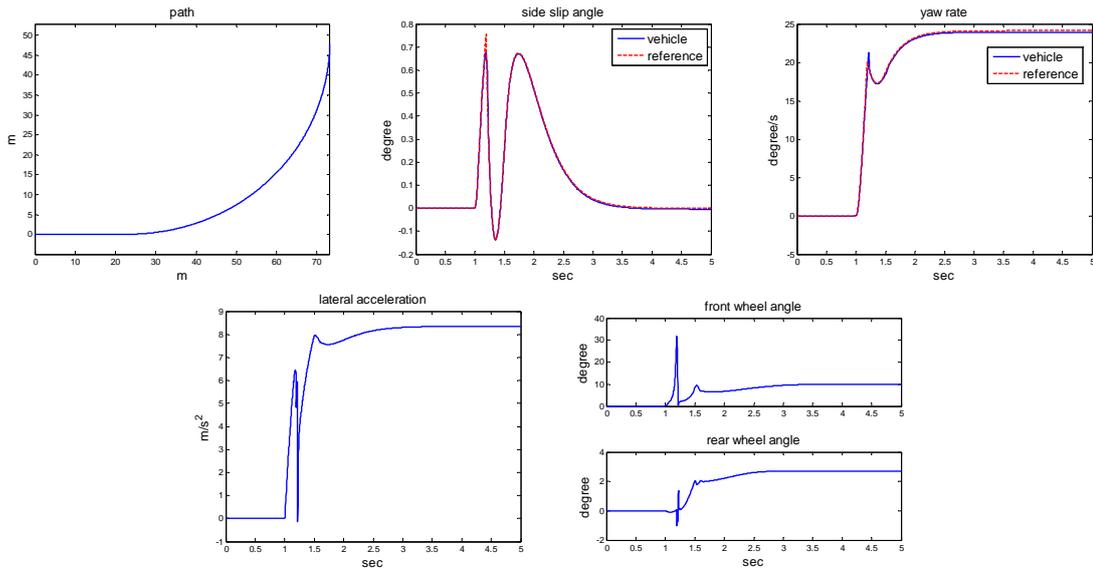


圖 4-3、切換式參考模型的車輛動態，軌跡(左上)、側滑角(中上)
橫擺角速度(右上)、側向加速度(左下)、車前後輪轉角(右下)

4.3 適應性參考模型

為了改善 4.1 節參考模型切換所造成的暫態震盪問題，以及使用誤差值判斷切換時機，考量感測器準確度的問題，在實際應用上較為困難，因此，本節將提出適應性參考模型，參考圖 4-4，利用控制器的狀態與車輛動態的回授，設計適應法則調整參考模型參數的變化量，使參考模型平滑的改變參數，避免參考訊號出現震盪影響駕駛者的行車舒適性。參考模型在加入調整參數的適應性法則之後不再只是單純的線性非時變系統，必須重新考慮系統穩定性，因此將使用 Lyapunov function 探討系統的穩定度。

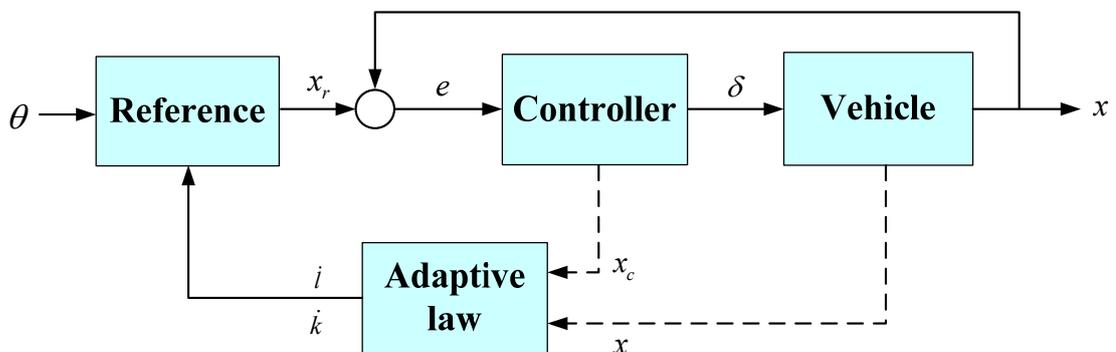


圖 4-4、適應性參考模型的系統架構圖

將車輛的狀態方程式(3.1)式表示成

$$\dot{x} = Ax + B\delta + \Delta h \quad (4.7)$$

其中， $x = \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix}$ 為車輛動態， $\delta = \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}$ 為前後輪轉向角

而 Δh 是由非線性輪胎模型造成車輛產生的非線性動態，模擬時利用線性模型與加入輪胎模型之後的非線性模型比較可得 Δh 。

將控制器的狀態方程式(3.4)式表示成

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c e \quad (4.8)$$

$$\delta = C_c x_c + D_c e \quad (4.9)$$

其中， x_c 為控制器狀態， $e = \begin{bmatrix} \beta - \beta_{ref} \\ r - r_{ref} \end{bmatrix}$ 為車輛動態與參考訊號的誤差

接著，令 $\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$ 則(4.7)、(4.8)和(4.9)式可合併表示成

$$\dot{\bar{x}} = A_{cl} \bar{x} + B_{cl} x_r + \begin{bmatrix} \Delta h \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + BD_c & BC_c \\ B_c & A_c \end{bmatrix}, \quad B_{cl} = \begin{bmatrix} -BD_c \\ -B_c \end{bmatrix}$$

調整參數前的初始參考模型的狀態方程式(3.6)式表示為

$$\dot{x}_r = A_{r0} x_r + B_{r0} \theta$$

而調整後的參考模型為

$$\dot{x}_r = A_r x_r + B_r \theta = (A_{r0} + \Delta A_r) x_r + (B_{r0} + \Delta B_r) \theta \quad (4.11)$$

ΔA_r 與 ΔB_r 為參考模型的變化量

因為我們希望藉由改變參數調整參考模型，所以增加兩個新狀態 k 和 l

此時系統擁有四個狀態，其平衡點分別為 \bar{x}_0 、 x_{r0} 、 k_0 、 l_0

其中 \bar{x}_0 為車輛狀態與控制器狀態的平衡點

$$\bar{x}_0 = \begin{bmatrix} x_r \\ x_{c0} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

其中 x_{c0} 為(4.8)式狀態達到穩態時的值

$$x_{c0} = -A_c^{-1} B_c (x - x_r) \quad (4.13)$$

x_{r0} 則為令(4.11)式的狀態達到穩態時的值

$$x_{r0} = -A_r^{-1} B_r \theta \quad (4.14)$$

而 k_0 與 l_0 則是依照行車狀況可自行調整，以產生適合的參考訊號。考慮緊急避障時，希望車輛有最小的轉彎半徑，可由(4.6)式得知適合的 k_0 與 l_0 。

根據 Lyapunov 全域穩定定理，系統能夠保證穩定須滿足下列條件：

1. $V(X) > 0$, $\forall X \neq 0$ (positive definite)
2. $V(X) = 0$, when $X = 0$
3. $\dot{V}(X) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}^n$ 、 $\forall x \neq 0$

令系統狀態誤差 $\tilde{x} = \bar{x} - \bar{x}_0$ 、 $\tilde{x}_r = x_r - x_{r0}$ 、 $\tilde{k} = k - k_0$ 、 $\tilde{l} = l - l_0$

選擇 Lyapunov function

$$V(\tilde{x}, \tilde{x}_r, \tilde{k}, \tilde{l}) = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \tilde{x}_r^T Q \tilde{x}_r + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{k} \\ \tilde{l} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{k} \\ \tilde{l} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

對(4.15)微分後可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\dot{\tilde{x}} - \dot{\tilde{x}}_0)^T P (\bar{x} - \bar{x}_0) + (\bar{x} - \bar{x}_0)^T P (\dot{\tilde{x}} - \dot{\tilde{x}}_0) \\ &\quad + (\dot{\tilde{x}}_r - \dot{\tilde{x}}_{r0})^T Q (x_r - x_{r0}) + (x_r - x_{r0})^T Q (\dot{\tilde{x}}_r - \dot{\tilde{x}}_{r0}) \\ &\quad + \alpha_1 (k - k_0)(\dot{k} - \dot{k}_0) + \alpha_2 (l - l_0)(\dot{l} - \dot{l}_0) \end{aligned} \quad (4.16)$$

其中的 $\dot{\tilde{x}}_0$ 是將(4.12)式微分得到

$$\dot{\tilde{x}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_{c0} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

上式中的 \dot{x}_{c0} 是將(4.13)式微分得到

$$\dot{x}_{c0} = -A_c^{-1}B_c(\dot{x} - \dot{x}_r) = x_{c1} - A_c^{-1}B_c\Delta h \quad (4.18)$$

其中， $x_{c1} = -A_c^{-1}B_c[(A + BD_c)x - (A_r + BD_c)x_r + BC_c x_c - B_r\theta]$

而(4.16)中的 \dot{x}_{r0} 則是將(4.14)式微分得到

$$\dot{x}_{r0} = -\dot{A}_r^{-1}B_r\theta - A_r^{-1}\dot{B}_r\theta - A_r^{-1}B_r\dot{\theta} = x_{r1} \times \dot{k} + x_{r2} \times \dot{l} + x_{r3} \quad (4.19)$$

上式中的 x_{r1} 與 x_{r2} 是由於參考模型中的參數為時變，將(3.12)式微分時產生 \dot{k} 與 \dot{l} 項的係數，其分別為

$$x_{r1} = -\frac{1}{K_c} \begin{bmatrix} 2c_7c_9k - 2c_3c_{10}k + \frac{C_k}{K_c}(c_7c_9k^2 + c_8c_9k - c_3c_{10}k^2 - c_4c_{10}k) + c_8c_9 - c_4c_{10} \\ 2c_1c_{10}\frac{k}{l} - 2c_5c_9\frac{k}{l} + \frac{C_k}{K_c}\left(c_1c_{10}\frac{k^2}{l} + c_2c_{10}\frac{k}{l} - c_5c_9\frac{k^2}{l} - c_6c_9\frac{k}{l}\right) + c_2c_{10}\frac{1}{l} - c_6c_9\frac{1}{l} \end{bmatrix}$$

$$x_{r2} = -\frac{1}{K_c} \begin{bmatrix} 0 \\ (c_5k + c_6)c_9\frac{k}{l^2} - (c_1k + c_2)c_{10}\frac{k}{l^2} \end{bmatrix}$$

其中， $C_k = 2k(c_1c_7 - c_3c_5) + (c_1c_8 + c_2c_7 - c_3c_6 - c_4c_5)$

$$K_c = k^2(c_1c_7 - c_3c_5) + k(c_1c_8 + c_2c_7 - c_3c_6 - c_4c_5) + c_2c_8 - c_4c_6$$

接著，將(4.17)、(4.18)以及(4.19)式代回(4.16)式，可推得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \tilde{x}^T (A_{cl}^T P + P A) \tilde{x} + \tilde{x}_r^T (A_{r0}^T Q + Q A_{r0}) \tilde{x}_r \\ & + M + H + D_1 \dot{k} + D_2 \dot{l} + \alpha_1 \tilde{k} (\dot{k} - \dot{k}_0) + \alpha_2 \tilde{l} (\dot{l} - \dot{l}_0) \end{aligned} \quad (4.20)$$

其中，M 為經由量測與計算可得到的已知數值

$$\begin{aligned} M = & \tilde{x}^T A_{cl}^T P \tilde{x}_0 + \tilde{x}_0^T P A_{cl} \tilde{x} + x_r^T B_{cl}^T P \tilde{x} + \tilde{x}^T P B_{cl} x_r - \tilde{x}_r^T A_{r0}^T Q x_{r0} - x_{r0}^T Q A_{r0} \tilde{x}_r \\ & + (\Delta A_r \tilde{x} + B_r \theta - x_{r3})^T Q \tilde{x}_r + \tilde{x}_r^T Q (\Delta A_r \tilde{x} + B_r \theta - x_{r3}) - \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ x_{c1} \end{bmatrix}^T P \tilde{x} - \tilde{x}^T P \begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ x_{c1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

D_1 以及 D_2 是參考模型內參數的變化量 \dot{k} 和 \dot{l} 的係數

$$D_1 = -2 \times \left[(x_r - x_{r0})^T Q x_{r1} \right]$$

$$D_2 = -2 \times \left[(x_r - x_{r0})^T Q x_{r2} \right]$$

H 為與非線性輪胎模型相關的非線性項

$$H = 2 \times (\bar{x} - \bar{x}_0)^T P \begin{bmatrix} \Delta h \\ A_c^{-1} B_c \Delta h \end{bmatrix}$$

由於控制器能夠穩定車輛的線性動態，且參數未調整前的參考模型是穩定的，根據 Lyapunov 穩定性定理，必存在正定對稱矩陣 P、Q、R、S 使得

$$A_c^T P + P A = -R \quad (4.21)$$

$$A_{r0}^T Q + Q A_{r0} = -S \quad (4.22)$$

將(4.21)與(4.22)式代回(4.20)可得到

$$\dot{V} = -\tilde{x}^T R \tilde{x} - \tilde{x}_r^T S \tilde{x}_r + M + H + D_1 \dot{k} + D_2 \dot{l} + \alpha_1 \tilde{k} (\dot{k} - \dot{k}_0) + \alpha_2 \tilde{l} (\dot{l} - \dot{l}_0) \quad (4.23)$$

令存在一個 H' ，使得 $H' \geq \left\| \begin{bmatrix} \Delta h \\ A_c^{-1} B_c \Delta h \end{bmatrix} \right\|_2$ ，則

$$\begin{aligned} H &= 2 \times (\bar{x} - \bar{x}_0)^T P \begin{bmatrix} \Delta h \\ A_c^{-1} B_c \Delta h \end{bmatrix} \\ &\leq 2 \times \left\| (\bar{x} - \bar{x}_0)^T P \begin{bmatrix} \Delta h \\ A_c^{-1} B_c \Delta h \end{bmatrix} \right\| \leq 2 \times \left\| (\bar{x} - \bar{x}_0)^T P \right\|_2 \left\| \begin{bmatrix} \Delta h \\ A_c^{-1} B_c \Delta h \end{bmatrix} \right\|_2 \leq 2 \times \left\| (\bar{x} - \bar{x}_0)^T P \right\|_2 \times H' = \bar{H} \end{aligned}$$

故可將(4.23)式整理成

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\tilde{x}^T R \tilde{x} - \tilde{x}_r^T S \tilde{x}_r + M + H + D_1 \dot{k} + D_2 \dot{l} + \alpha_1 \tilde{k} (\dot{k} - \dot{k}_0) + \alpha_2 \tilde{l} (\dot{l} - \dot{l}_0) \\ &< M + \bar{H} - \alpha_1 \tilde{k} \dot{k}_0 + [D_1 + \alpha_1 \tilde{k}] \dot{k} - \alpha_2 \tilde{l} \dot{l}_0 + [D_2 + \alpha_2 \tilde{l}] \dot{l} \end{aligned} \quad (4.24)$$

根據 Lyapunov 全域穩定定理，若 \dot{V} 為負定，則系統為漸進穩定，所以我們希望(4.24)不等式的右邊等於零，令

$$\dot{k} = \frac{1}{D_1 + \alpha_1(k - k_0)} \left[\alpha_1(k - k_0)\dot{k}_0 - \frac{1}{2}M - \frac{1}{2}\bar{H} - \frac{1}{2}(k - k_0)^2 \right] \quad (4.25)$$

$$\dot{l} = \frac{1}{D_2 + \alpha_2(l - l_0)} \left[\alpha_2(l - l_0)\dot{l}_0 - \frac{1}{2}M - \frac{1}{2}\bar{H} - \frac{1}{2}(l - l_0)^2 \right] \quad (4.26)$$

將(4.25)與(4.26)式代入(4.24)式，則可得 $\dot{V} < 0$ ，系統為漸進穩定。

當參考模型只調整 k 時，可令

$$\dot{l} = 0$$

$$\dot{k} = \frac{1}{D_1 + \alpha_1(k - k_0)} \left[\alpha_1(k - k_0)\dot{k}_0 - M - \bar{H} - \frac{1}{2}(k - k_0)^2 \right] \quad (4.27)$$

或只調整 l 時，則令

$$\dot{k} = 0$$

$$\dot{l} = \frac{1}{D_2 + \alpha_2(l - l_0)} \left[\alpha_2(l - l_0)\dot{l}_0 - M - \bar{H} - \frac{1}{2}(l - l_0)^2 \right] \quad (4.28)$$

若代回(4.24)依然可得系統為漸進穩定。

上面推導中的 \dot{k} 與 \dot{l} 代表參數的變化量，若加入參考模型中即可得適應性參考模型，使參考模型可以用較平滑的方式調整參考模型。

使用圖 4 - 4 的系統架構，模擬比較適應參考模型與固定參數之參考模型的車輛動態，在側滑角的感測器上加入變異數為 0.05 以及平均為 0 的高斯雜訊干擾，在橫擺角速度的感測器上則加入變異數為 1 以及平均為 0 的高斯雜訊干擾，模擬結果如圖 4 - 5 至圖 4 - 10，其中藍色線為只調整 k ，紅色線為只調整 l ，而綠色線則為固定參數的參考模型。

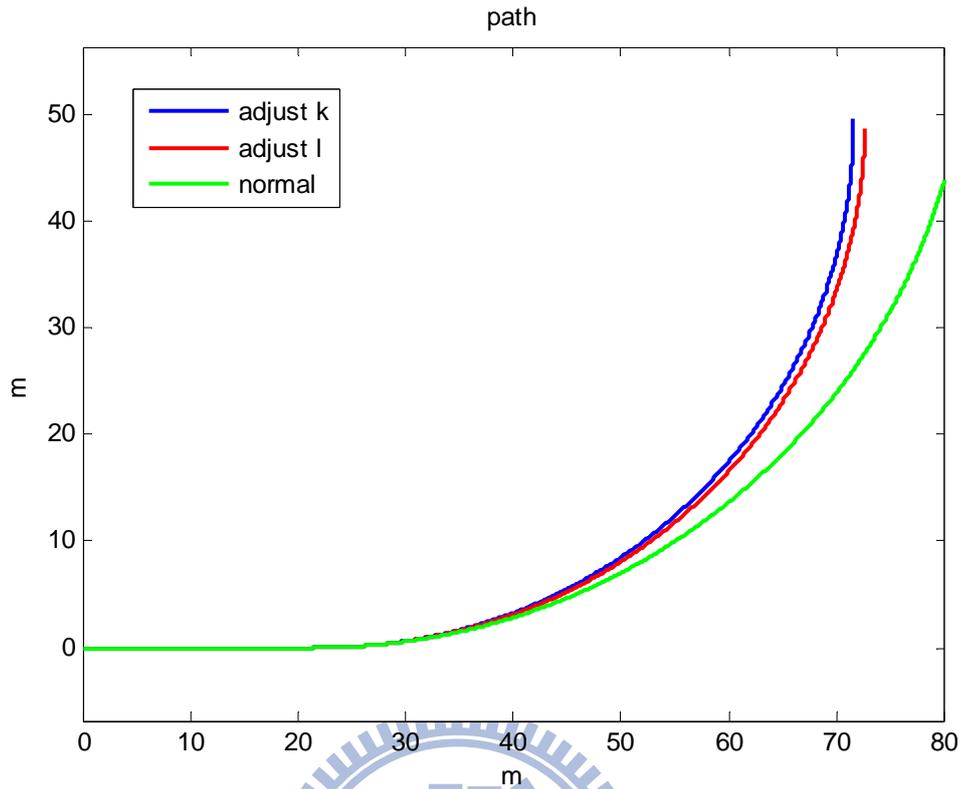


圖 4-5、路徑比較圖

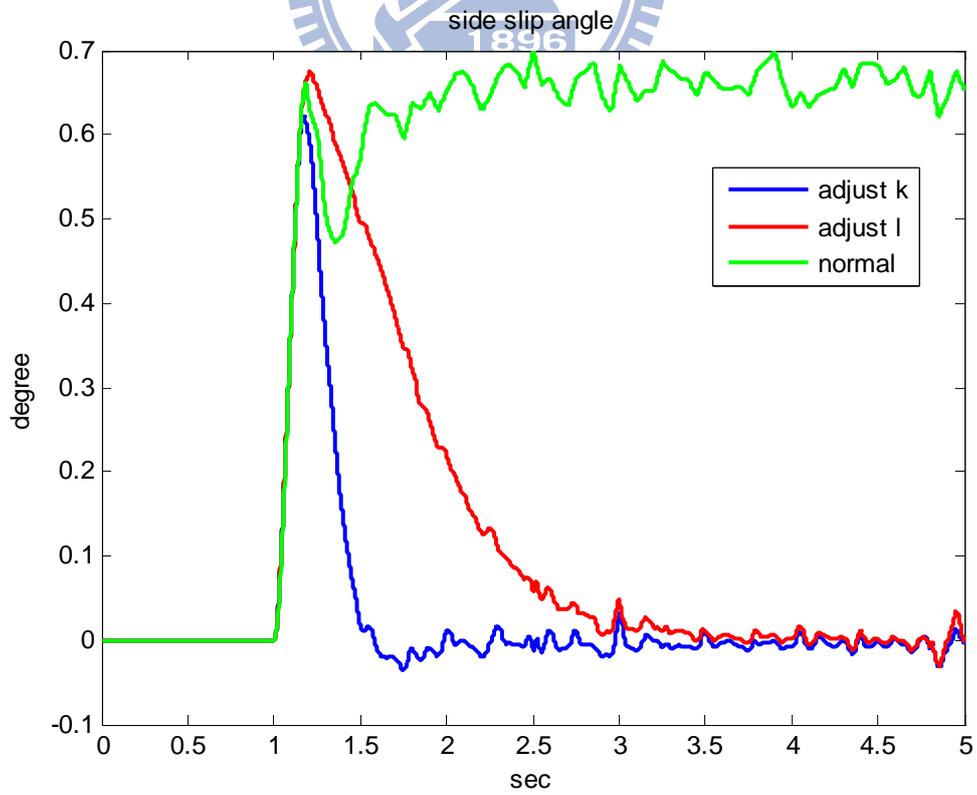


圖 4-6、側滑角比較圖

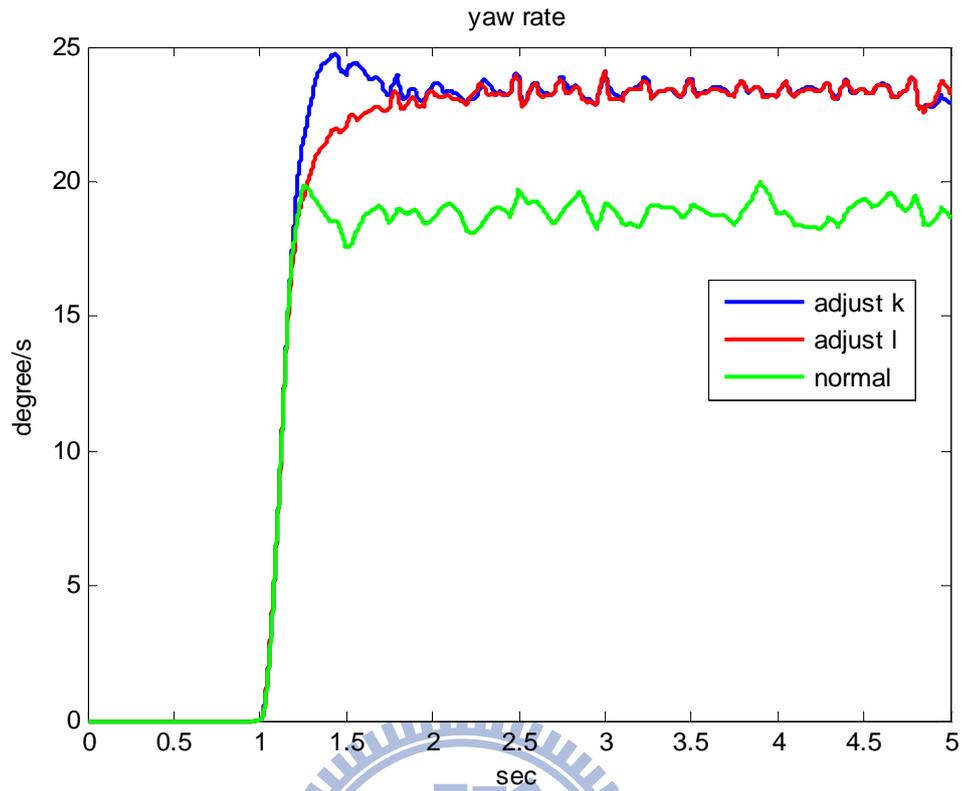


圖 4 - 7、橫擺角速度比較圖

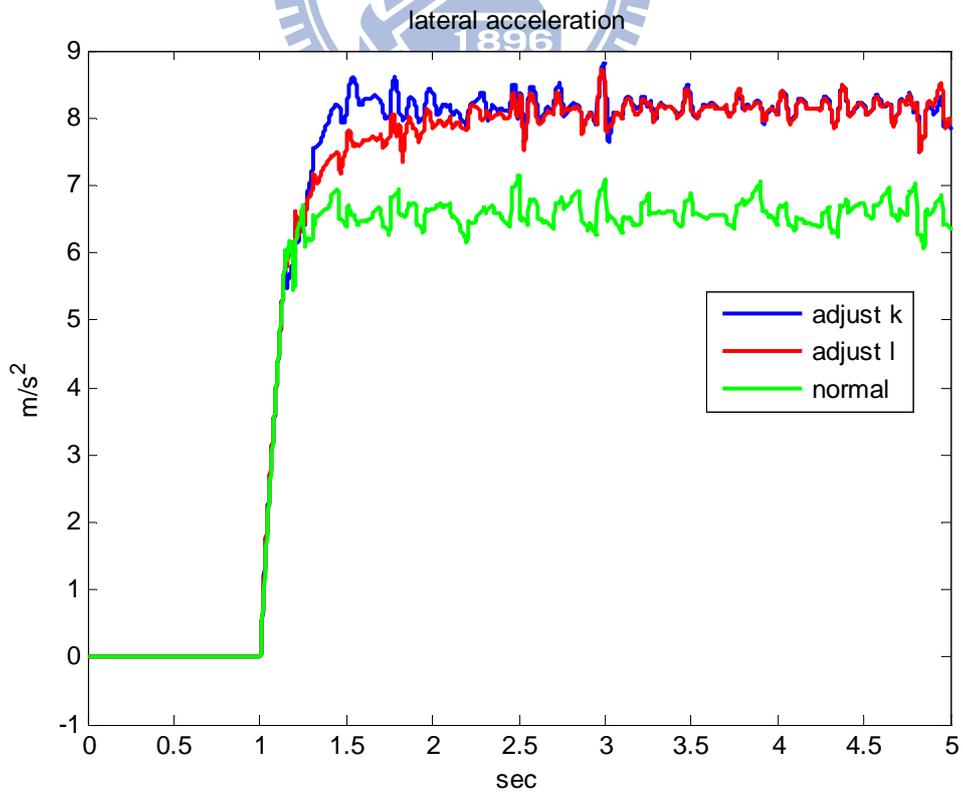


圖 4 - 8、側向加速度比較圖

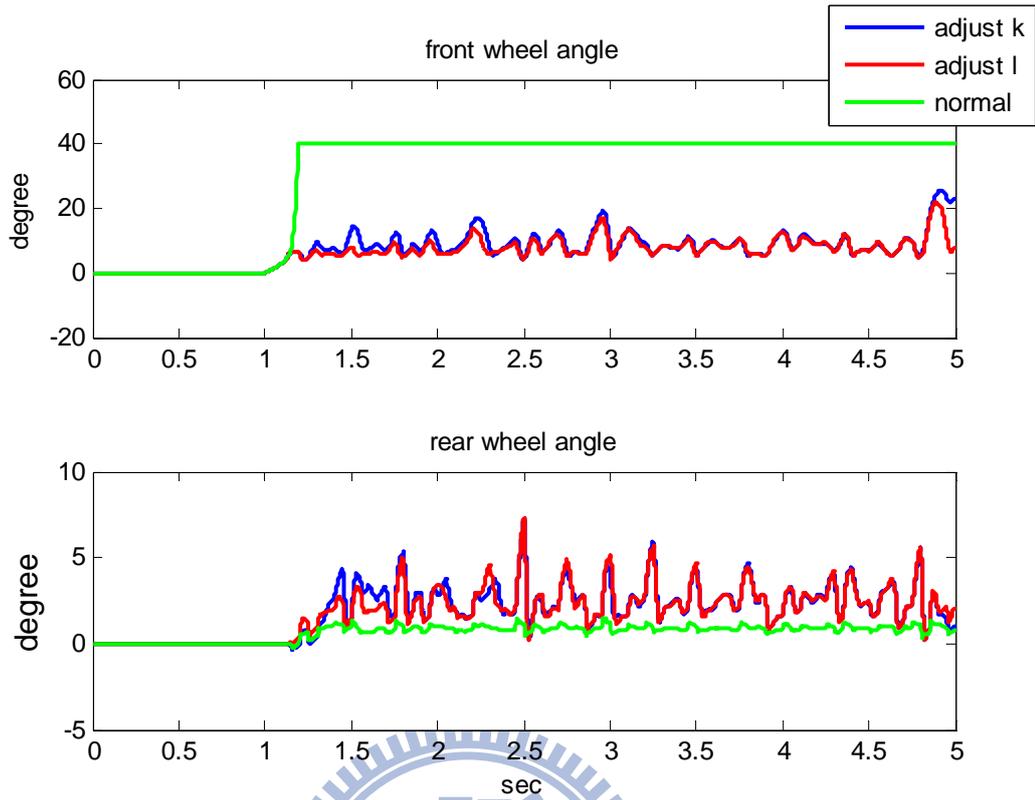


圖 4 - 9、前後輪轉角比較圖

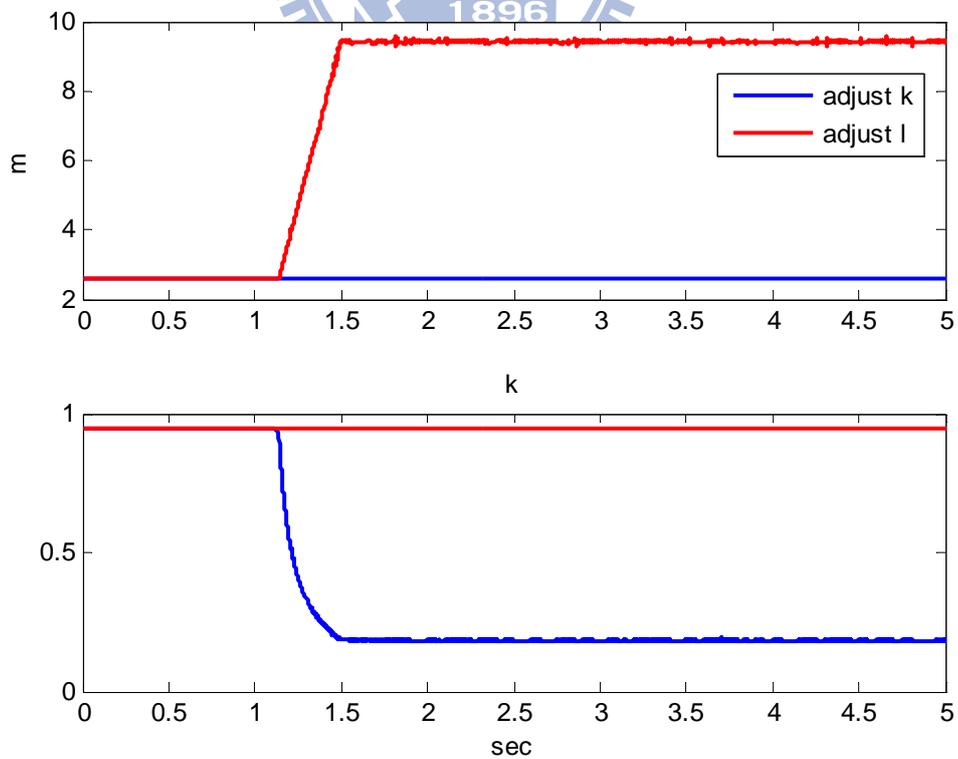
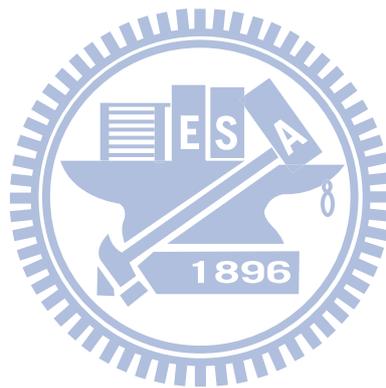


圖 4 - 10、參考模型參數調整變化圖

從圖 4 - 5 的軌跡可以發現，有調整參數的車輛轉彎半徑確實比固定參數的轉彎半徑還小，不僅是較適合緊急避障的軌跡，且對照圖 4 - 9 可發現其更改善了輪胎轉角飽和的問題，使車輛動態維持在駕駛者可操控範圍內。若比較圖 4 - 3 也可發現自適應性的參考模型使用較平滑的方式調整參數，也確實的避免掉瞬間切換參數所造成的暫態震盪。圖 4 - 10 為調整的適應性參數值。



第五章 實驗平台架構與實驗

本章節將整合前面四個章節所介紹的內容，並建構一輛四輪轉向的模型車實驗平台，將理論應用於實驗平台上做驗證。在一開始先介紹實驗平台使用的致動器、感測器、控制器及其他相關電路，再利用 ARX 模型配合最小平方法求得代表實驗車的數學模型，接著，利用此數學模型進行實驗車的控制器設計，最後經由實驗驗證控制器的效能，並比較實驗車在不同參考模型下的穩態側滑角，以及觀察適應性參考模型應用於緊急避障的效果。

5.1 四輪轉向車輛實驗平台架構

本章將建構一輛四輪轉向模型車以驗證控制器之效能，車輛主要以遙控大腳模型車為基礎，在其前、後輪皆裝設伺服機以控制轉向，並在伺服機下方裝設角度電位計測量前、後輪轉向角度，車體重心上則裝有一顆陀螺儀測量車輛橫擺角速度、一顆加速規測量車輛側向加速度。控制方面則是利用 DSP 晶片實現，透過濾波器及以及變壓 IC 分別與感測器和致動器相連結，同時將感測器量得的資料傳至 SD 記憶卡做後續分析。

5.1.1 車體

田宮(TAMIYA)系列遙控車 TXT-1，如圖 5-1 所示，是 1/10 實車縮小比例的四輪轉向遙控車，配備多連桿懸吊系統，前、後輪皆裝上伺服機控制轉向角，馬達至輪軸的齒輪比為 34：1，遙控器透過伺服機控制車輛前進後退，具有三種不同速度。



圖 5-1、TXT-1

5.1.2 致動器

實驗平台的致動器包含直流馬達以及伺服機兩個部分，直流馬達為車輛的動力來源，而伺服機控制前、後輪轉向角度與車輛速度。

1. 直流馬達：提供實驗車動力來源，使用 FAULHABER 系列 3557 型 006C，實驗平台共配備兩顆，後方可裝置編碼器。
2. 伺服機：實驗車配備三顆伺服機，其中兩顆伺服機分別控制前、後輪的轉向，另一顆則是控制實驗車前進與後退速度。轉向部分的伺服機是採用雷虎公司型號 DS1015。另一顆伺服機使用 FUTABA 型號 S3003 控制車速，操控者透過遙控器改變伺服機轉動位置，在不同的位置會改變電流通過馬達的迴路，不同的迴路有不同的電阻，可改變直流馬達的供給電壓，使車輛在不同的速度下運行。

5.1.3 感測器

一般市面上車輛重心會較靠近車體前半部，因此使實驗車的重心位置座落於車輛中心點朝前輪方向 1 cm 左右，並且在此位置裝設陀螺儀與加速規。實驗平台配備的感測器總共包含四個部分：

1. 角度電位計：兩個 MIDORI 系列型號 QP-2H 角度電位計，安裝於前、後輪轉向伺服機的下方，量測轉向角度。量測範圍是 ± 45 度，輸出為類比訊號，操作電壓為 4.5 V~5.5 V，其靈敏度為 44 mV/度。
2. 陀螺儀：使用單軸陀螺儀 PR0021，其核心晶片為 ADXRS300，可量測至 ± 300 度/秒，輸出為類比訊號，操作電壓 4.75 V~5.25 V，靈敏度約為 5 mV/度/秒，用以量測車輛的橫擺角速度。
3. 加速規：三軸加速規 AGB V2，可量測至 ± 1.5 G，操作電壓 3.3 V，靈敏度為 800 mV/G，可量測車輛的側向加速度。
4. 編碼器：編碼器掛載於直流馬達後方，輸出為高 4 V 低 0.4 V 的方波訊號，操作電壓 4.5 V~5.5 V，可量測至 0.18 度，測得直流馬達的旋轉角度，經一次差分後可得馬達轉速，再乘以齒輪比與輪胎直徑換算得車輛行駛速度。

5.1.4 數位訊號處理與周邊電路

本文使用 DSP 晶片是德州儀器公司 TMS320C2000 系列 F2812[17]，是專門應用在控制領域的高效能晶片，運算速度高達 150 MHz，晶片裝置於美商 Spectrum Digital 所生產的 eZdsp™ F2812 開發版[18]，操作電壓為 5 V，並利用德州儀器公司提供的工具軟體 Code Composer Studio[19]完成程式的編譯與除錯。

1. SD 記憶卡：實驗平台利用 SD 記憶卡儲存個個感測器的輸出值，透過 MATLAB 的分析，即可知道車輛行進間的物理運動狀況。

2. 電壓轉換 IC：使用 AM26LV32C 這類 IC 將編碼器的輸出高電位降至 3.3V，方能輸入至 DSP。而 HC541 這類 IC 可將 DSP 輸出 PWM 訊號之高電位從 3.3 V 升至 5 V，以控制前後輪轉向伺服機。
3. 抗交疊濾波器(Anti-aliasing filter)：實驗平台共使用四個抗交疊濾波器連接類比訊號輸出的感測器與 DSP 開發板的類比數位轉換器(ADC)，截止頻率為 2.39 Hz。其中，陀螺儀及兩個角度電位計的輸出可能會大於 3.3 V，故在這三個感測器所使用的抗交疊濾波器後方須串接一個增益約 0.6 倍的放大電路，避免損壞 DSP 開發板。

5.1.5 完整的硬體架構

將上述的致動器、感測器、DSP 開發板與相關電路安裝至實驗車並完成電源配置後，在實驗車行駛的同時，加速規、陀螺儀與角度電位計的訊號通過抗交疊濾波器後由 DSP 的 ADC 取得，而編碼器的訊號則先通過 AM26LV32C 後進入 DSP 的 QEP 解碼電路。取得感測器量得的車輛資訊後，DSP 一方面將這些資料傳進 SD 記憶卡儲存，一方面將資料傳遞給 DSP 控制器，進而運算得到前後輪轉向角，並發出 PWM 訊號，通過 HC541 升壓至 5 V 以操控伺服機轉向，實驗車架構如圖 5 - 2。

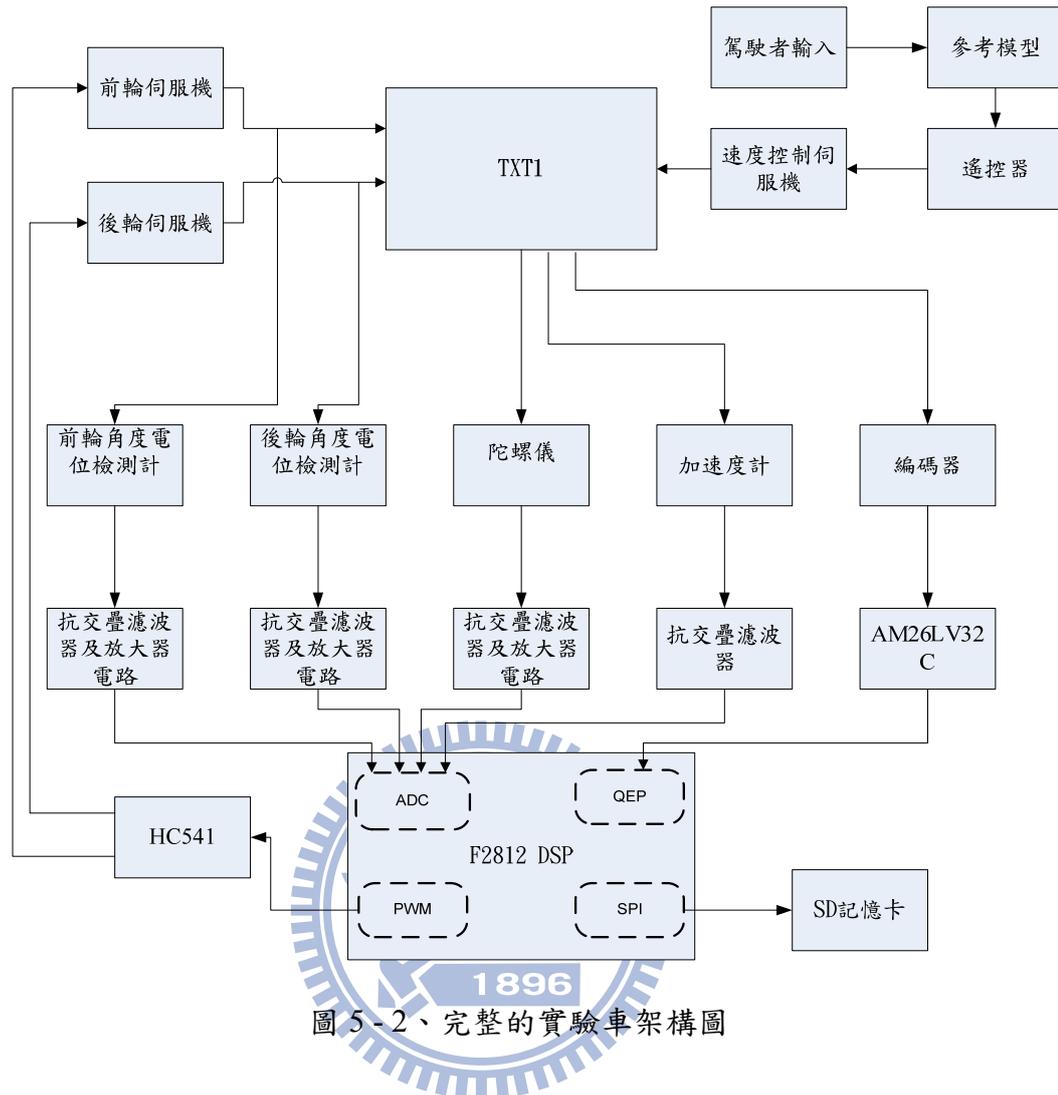


圖 5 - 2、完整的實驗車架構圖

5.2 車輛模型參數估測

本節敘述如何透過實驗的方式尋找前、後輪轉向伺服機與實驗車的轉移函數，使用圖 5 - 2 建構完成的實驗車定速行駛於固定材質的路面，並記錄給定的輸入角度，接著藉由 SD 卡儲存感測器量到的前、後輪轉向角度、側向加速度、橫擺角速度等車輛資料，由於感測器輸出具有一定程度的雜訊，故利用 ARX 模型配合最小平方法求得輸入與輸出之間的關係，透過 Matlab 程式 System Identification Toolbox[20][21]協助，找出前、後輪伺服機與實驗車的轉移函數。

5.2.1 ARX 模型

將系統的輸入輸出用一個簡單的差分方程式表示：

$$\begin{aligned} y(t) + a_1 y(t-1) + \cdots + a_{n_a} y(t-n_a) \\ = b_1 u(t-n_k) + \cdots + b_{n_b} u(t-n_k-n_b+1) + e(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

其中 $e(t)$ 為白雜訊(white noise)，為 n_a 極點數目， $n_b - 1$ 為零點數目， n_k 為輸入對輸出的延遲，(5.1)式稱為 ARX 模型(Auto-Regressive eXogenous model)

在此考慮兩個多項式

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z) = b_1 + b_2 z^{-1} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b+1}$$

則(5.1)式可改寫成

$$A(z)y(t) = B(z)u(t-n_k) + e(t)$$

定義參數向量

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_{n_a} \ b_1 \ \cdots \ b_{n_b}]^T \quad (5.2)$$

令系統轉移函數與 $G(z, \theta)$ 雜訊轉移函數 $H(z, \theta)$

$$G(z, \theta) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad , \quad H(z, \theta) = \frac{1}{A(z)} \quad (5.3)$$

則 $y(t) = G(z, \theta)u(t-n_k) + H(z, \theta)e(t)$

定義輸入輸出資料向量

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \ \cdots \ y(t-n_a) \ u(t-n_k) \ \cdots \ u(t-n_k-n_b+1)]^T \quad (5.4)$$

根據[22]中的定義，於時間 $(t-1)$ 時，一步領先的輸出預測值 $\hat{y}(t|\theta)$ 為

$$\hat{y}(t|\theta) = H^{-1}(z, \theta)G(z, \theta)u(t-n_k) + [1 - H^{-1}(z, \theta)]y(t) \quad (5.5)$$

將(5.3)式代入(5.5)式中可得

$$\hat{y}(t|\theta) = B(z)u(t-n_k) + [1-A(z)]y(t) \quad (5.6)$$

將(5.2)、(5.4)式代入(5.6)式中，得到

$$\hat{y}(t|\theta) = \theta^T \varphi(t) = \varphi^T(t)\theta \quad (5.7)$$

由(5.7)式可知，系統一步領先預測值與參數向量為線性關係，故 ARX 模型又稱為線性回歸模型(Linear regression model)。

5.2.2 實驗車的轉移函數

由於實驗車並未配備儀器估測側滑角，僅配置加速規與陀螺儀，如圖 5-3。回顧(2.9)

式，由 $a_y = \dot{v}_y + v_x r$ 的關係式可以求得

$$\begin{bmatrix} a_y(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(s)} \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{M} \left(s^2 + \frac{2l_r C_r}{I_z v_x} s + \frac{2l C_r}{I_z} \right) & \frac{2C_r}{M} \left(s^2 + \frac{2l_f C_f}{I_z v_x} s - \frac{2l C_f}{I_z} \right) \\ \frac{2C_f l_f}{I_z} \left(s + \frac{2C_r l}{M v_x l_f} \right) & -\frac{2C_r l_r}{I_z} \left(s + \frac{2C_f l}{M v_x l_r} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix}$$

故利用 ARX 模型求得實驗車的輸入與輸出為

$$\begin{bmatrix} a_y(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{ayf}(s) & T_{ayr}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

並希望轉移函數的形式與腳踏車模型相似，這與 n_a 、 n_b 、 n_k 的設定有關。



圖 5-3、實驗車輸入與輸出

考慮 δ_r 對 r 的轉移函數：

參考(5.8)式， δ_r 對 r 的轉移函數其分母為二階，分子是一階。

設 $n_a = 2$ 、 $n_b = 1$ 、 $n_k = 1$

$$r(t) = \frac{b_1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \delta_f(t-1) = \frac{b_1 z}{z^2 + a_1 z + a_2} \delta_f(t)$$

透過雙線性轉換 $z = \frac{1 + (T_d/2)s}{1 - (T_d/2)s}$ (T_d 為取樣時間)，將上式轉換為連續時間的轉移函數：

$$\frac{r(s)}{\delta_f(s)} = \frac{b_1(1 + (T_d/2)s)(1 - (T_d/2)s)}{(1 + (T_d/2)s)^2 + a_1(1 + (T_d/2)s)(1 - (T_d/2)s) + a_2(1 - (T_d/2)s)^2}$$

發現分母為二階，但分子會出現 s^2 項，與(5.8)式不符。

設 $n_a = 2$ 、 $n_b = 2$ 、 $n_k = 0$ ，令輸入 $u(t) = \delta_f(t) + \delta_f(t-1)$

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{b_1 + b_2 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} (\delta_f(t) + \delta_f(t-1)) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} (1 + z^{-1}) \delta_f(t) \\ &= \frac{(z+1)(b_1 z + b_2)}{z^2 + a_1 z + a_2} \delta_f(t) \end{aligned}$$

則離散時間轉移函數出現 $z = -1$ 之零點，經雙線性轉換 $z = \frac{1 + (T_d/2)s}{1 - (T_d/2)s}$

$$\frac{r(s)}{\delta_f(s)} = \frac{(b_1 - b_2)T_d s + 2(b_1 + b_2)}{(1 + (T_d/2)s)^2 + a_1(1 + (T_d/2)s)(1 - (T_d/2)s) + a_2(1 - (T_d/2)s)^2}$$

上式分母仍為二階，分子的最高次則是 s 項，符合(5.8)式，這是因為 $z = -1$ 之零點經雙線性轉換後對應到 $s = \infty$ ，故連續時間轉移函數之分子將比分母少一階。將 δ_f 代換成 δ_r ，推導方式不變，可得 δ_r 對 r 的轉移函數。

考慮 δ_f 對 a_y 的轉移函數：

回顧(5.8)式 δ_f 對 a_y 的轉移函數其分母為二階，分子也是二階。

設 $n_a = 2$ 、 $n_b = 3$ 、 $n_k = 0$

$$a_y(t) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \delta_f(t) = \frac{b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^2 + a_1 z + a_2} \delta_f(t)$$

透過雙線性轉換 $z = \frac{1+(T_d/2)s}{1-(T_d/2)s}$ ，將上式轉換為連續時間的轉移函數：

$$\frac{a_y(s)}{\delta_f(s)} = \frac{b_1(1+(T_d/2)s)^2 + b_2(1+(T_d/2)s)(1-(T_d/2)s) + b_3(1-(T_d/2)s)^2}{(1+(T_d/2)s)^2 + a_1(1+(T_d/2)s)(1-(T_d/2)s) + a_2(1-(T_d/2)s)^2}$$

上式中的分母與分子皆為二階，符合(5.8)式。將 δ_f 代換成 δ_r 也可得相同結果。

在實驗中，保持車速約 120 cm/s，0~5 秒輸入轉角 0 度做直線運動，5 秒之後輸入一組 2 Hz 以下弦波組成的訊號至前、後輪，參照圖 5 - 3，輸入輸出資料向量 $\varphi(t)$ 是由感測器得知，輸入為前、後輪轉向角度，輸出為側向加速度與橫擺角速度，利用多輸入多輸出 ARX 模型與最小平方近似法，將可求得(5.8)式中的的轉移函數。下式為整合多次實驗所得的轉移函數：

$$T_{ayf}(s) = \frac{6.556s^2 + 22.77s + 99.64}{s^2 + 8.717s + 32.01}$$

$$T_{ayr}(s) = \frac{4.532s^2 + 7.341s - 77}{s^2 + 8.717s + 32.01}$$

$$T_{21}(s) = \frac{18.05s + 71.46}{s^2 + 8.717s + 32.01}$$

$$T_{22}(s) = \frac{-8.007s - 67.45}{s^2 + 8.717s + 32.01}$$

使用一組未用於系統辨別的資料，將量測到的前、後輪轉角代入上列轉移函數中算得一組估測的側向加速度和橫擺角速度，與實際量測值比較可以了解轉移函數的估測效果。參照圖 5 - 4 可知，若扣除前兩秒啟動車輛瞬間輪胎偏移的影響，實際值與估測值大體一致，誤差多出現於峰值部分，在側向加速度的部分誤差較為明顯，平均絕對誤差為 7.0658 cm/s²，而橫擺角速度的平均絕對誤差為 1.7591°/s。

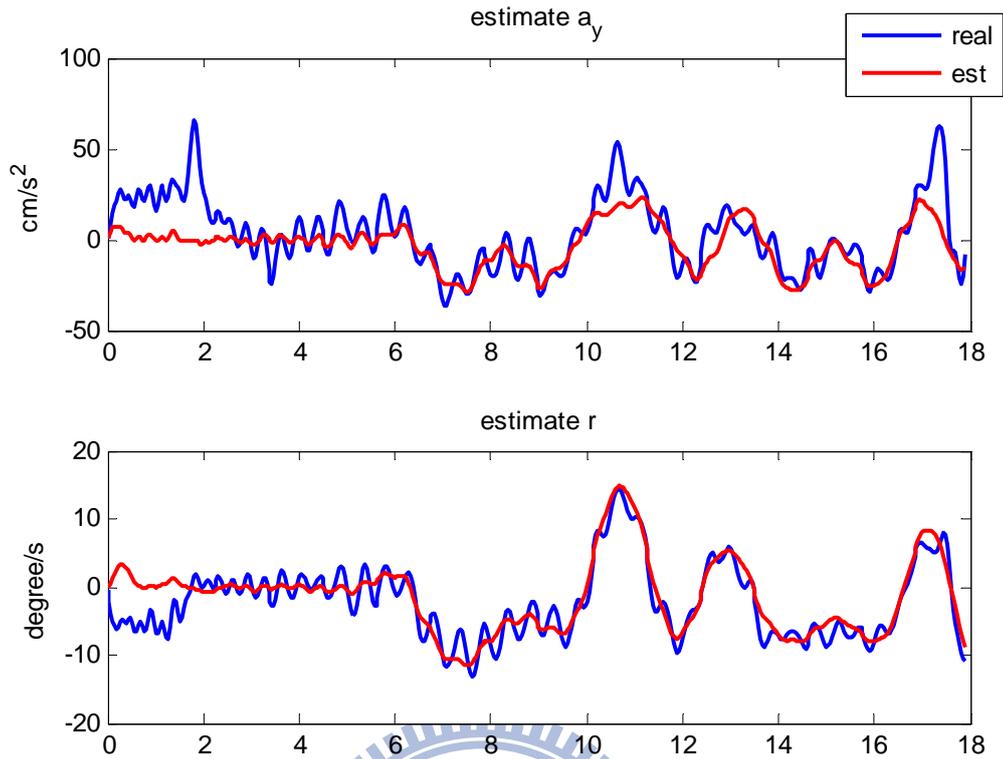


圖 5 - 4、側向加速度與橫擺角速度的量測值與估測值

最後藉由 $a_y = \dot{v}_y + v_x r = v_x(\dot{\beta} + r)$ ，可以得到(2.13)式的關係式，求得

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

其中，

$$T_{11}(s) = \frac{4.915s + 17.72}{s^2 + 8.717s + 32.01} \quad (5.10)$$

$$T_{12}(s) = \frac{3.777s + 13.18}{s^2 + 8.717s + 32.01} \quad (5.11)$$

$$T_{21}(s) = \frac{18.05s + 71.46}{s^2 + 8.717s + 32.01} \quad (5.12)$$

$$T_{22}(s) = \frac{-8.007s - 67.45}{s^2 + 8.717s + 32.01} \quad (5.13)$$

觀察多筆實驗數據後，誤差結果差距不大，因此選擇(5.10)~(5.13)式代表車輛的數學模型。

5.2.3 伺服機的轉移函數

由於前、後輪伺服機的取樣時間為 0.04 秒，經由實驗發現此時伺服機轉動角度會有延遲的情況發生，因此在車輛動態運動時，會影響實驗結果，所以找出伺服機的轉移函數，加進控制系統當中，以期望有更好的控制效果。如圖 5-5，當知道伺服機的輸入與輸出，則可利用 ARX 模型尋找伺服機轉移函數，由於前輪伺服機與後輪伺服機為兩顆相同型號的伺服機，彼此特性不會相差太多，所以兩者轉移函數的波德圖應該會近似。



圖 5-5、伺服機輸入與輸出

從伺服機轉移函數實驗中，當 $n_a = 2$ 、 $n_b = 1$ 、 $n_k = 0$ 時，兩者波德圖如圖 5-6 所示，圖形最為相似，故選用此設定數值，求出伺服機轉移函數。

當 $n_a = 2$ 、 $n_b = 1$ 、 $n_k = 0$ ，令輸入為 $u(t)$ ，輸出為 $\delta(t)$ ，則

$$\delta(t) = \frac{b_1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} u(t)$$

經由雙線性轉換 $z = \frac{1 + (T_d/2)s}{1 - (T_d/2)s}$ 得

$$\frac{\delta(t)}{u(t)} = \frac{\frac{b_1}{4}(T_d^2 s^2 + 4T_d s + 4)}{\frac{1}{4}(a_2 T_d^2 - a_1 T_d^2 + T_d^2)s^2 + (1 - a_2)T_d s + (a_2 + a_1 + 1)}$$

分子分母皆為二階方程式。

在實驗中，保持車速約 120 cm/s，0~5 秒輸入轉角 0 度做直線運動，5 秒之後輸入一組 2 Hz 以下弦波組成的訊號至前、後輪，將由 DSP F2812 開發板發出 PWM 控制伺服機轉動，輸出資料則由角度電位計量得伺服機實際轉動角度。從實驗中記錄輸入與輸出，利用多輸入多輸出 ARX 模型與最小平方近似法，將可求得前、後輪的轉移函數。(5.7)、(5.8)式為整合多次實驗所得的轉移函數，圖 5 - 6 為其波德圖，圖 5 - 7 為感測器量到的實際轉角與經由轉移函數估測的轉角。

$$T_f(s) = \frac{0.01008s^2 + 1.008s + 25.2}{s^2 + 4.972s + 28.43} \quad (5.14)$$

$$T_r(s) = \frac{0.01192s^2 + 1.192s + 29.8}{s^2 + 4.96s + 26.77} \quad (5.15)$$

由圖 5 - 6 可以得知兩顆型號相同的伺服機，在增益與相位多少還是會有一些差異。觀察圖 5 - 7 可以發現估測誤差多出現在峰值的地方，經由計算得到前輪伺服機轉角的平均絕對誤差為 1.93 度，後輪伺服機的平均絕對誤差為 1.29 度，經過多次實驗比較，最後選擇(5.14)、(5.15)式分別代表前、後輪伺服機動態。

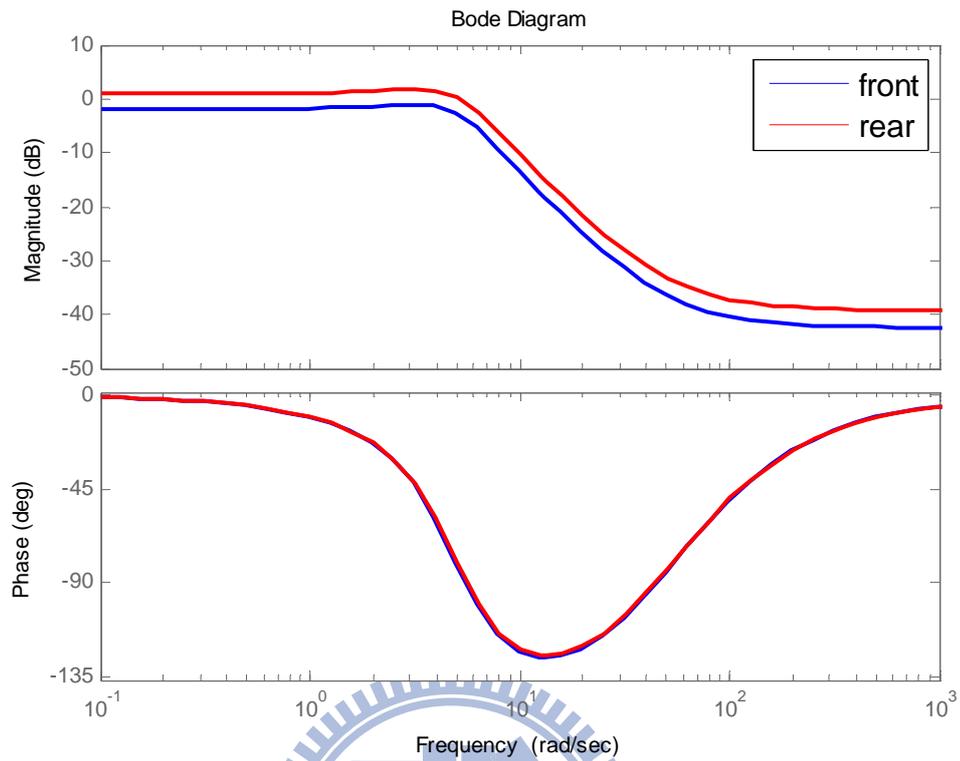


圖 5 - 6、前、後輪伺服機轉移函數波德圖

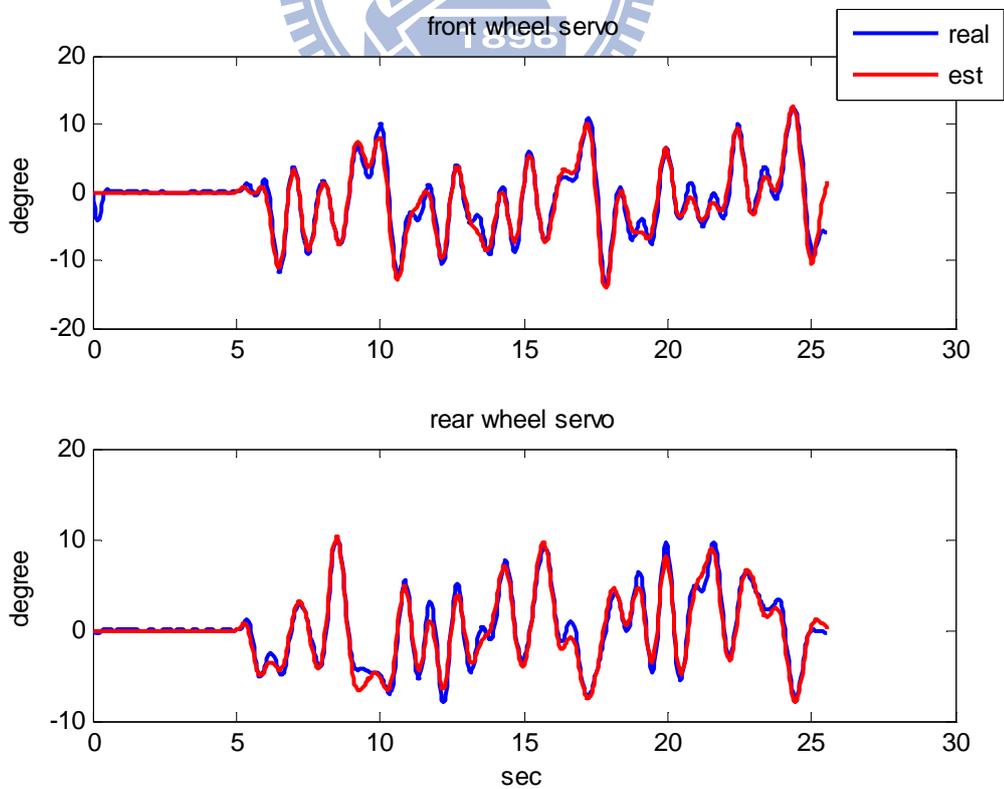


圖 5 - 7、車輪轉角的量測值與估測值

5.3 實驗車控制器設計

本節將使用系統辨別的結果進行實驗車控制器的設計，首先將實驗車解耦合成單輸入單輸出系統，考慮到前後輪伺服機對模型車造成相位落後的影響，因此，需要把伺服機的轉移函數 $T_f(s)$ 以及 $T_r(s)$ 考慮進來如圖 5 - 8，故將(3.1)式改寫為：

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_f(s) & 0 \\ 0 & T_r(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

參考 3.1 節的方式，令 $\delta_r = \Delta_1 - \frac{T_{11}(s)T_f(s)}{T_{12}(s)T_r(s)}\delta_f$ ，代入(5.16)式中的 $\beta(s)$ 得到

$$\begin{aligned} \beta(s) &= T_{11}(s)T_f(s)\delta_f + T_{12}(s)T_r(s)\left(\Delta_1 - \frac{T_{11}(s)T_f(s)}{T_{12}(s)T_r(s)}\delta_f\right) \\ &= T_{12}(s)T_r(s)\Delta_1 \end{aligned}$$

接著再代入(5.16)式的 $r(s)$ 可得

$$\begin{aligned} r(s) &= T_{21}(s)T_f(s)\delta_f + T_{22}(s)T_r(s)\left(\Delta_1 - \frac{T_{11}(s)T_f(s)}{T_{12}(s)T_r(s)}\delta_f\right) \\ &= \left(\frac{T_{12}(s)T_{21}(s) - T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)}\right)T_f(s)\delta_f + T_{22}(s)T_r(s)\Delta_1 \end{aligned} \quad (5.17)$$

其中令

$$T_R(s) = \frac{T_{12}(s)T_{21}(s) - T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)}$$

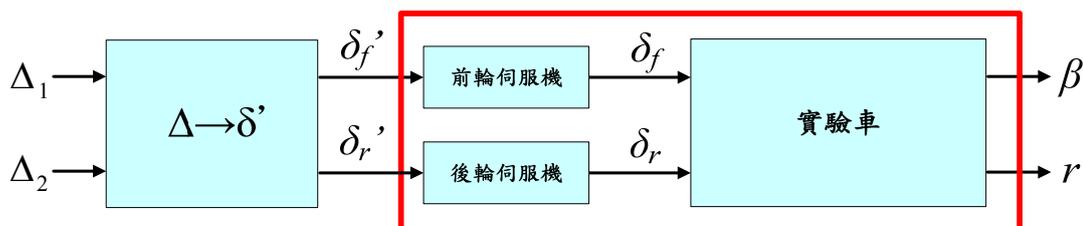


圖 5 - 8、實驗平台解耦合示意圖

且令 $\delta_f = \Delta_2 - \frac{T_{22}(s)T_r(s)}{T_R(s)T_f(s)}\Delta_1$ 代入(5.17)式，則可以得到

$$\begin{aligned} r(s) &= T_R(s)T_f(s)\left(\Delta_2 - \frac{T_{22}(s)T_r(s)}{T_R(s)T_f(s)}\Delta_1\right) + T_{22}(s)T_r(s)\Delta_1 \\ &= T_R(s)T_f(s)\Delta_2 \end{aligned}$$

因此，系統將可表示為兩個單輸入單輸出系統

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{12}(s) & 0 \\ 0 & T_R(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_r(s) & 0 \\ 0 & T_f(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1(s) \\ \Delta_2(s) \end{bmatrix}$$

而 Δ 與 δ 的轉換關係為

$$\begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{T_{22}(s)T_r(s)}{T_R(s)T_f(s)} & 1 \\ 1 + \frac{T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)T_R(s)} & -\frac{T_{11}(s)T_f(s)}{T_{12}(s)T_r(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1(s) \\ \Delta_2(s) \end{bmatrix}$$

將(5.10)~(5.15)式代入上式可以得到

$$-\frac{T_{22}(s)T_r(s)}{T_R(s)T_f(s)} = \frac{0.33257(s+8.424)(s+3.491)(s^2+4.972s+28.43)}{(s+5.534)(s+3.592)(s^2+4.96s+26.77)}$$

$$1 + \frac{T_{11}(s)T_{22}(s)}{T_{12}(s)T_R(s)} = \frac{0.63397(s+3.959)(s+3.491)}{(s+5.534)(s+3.592)}$$

$$-\frac{T_{11}(s)T_f(s)}{T_{12}(s)T_r(s)} = \frac{-1.1006(s+3.605)(s^2+4.96s+26.77)}{(s+3.491)(s^2+4.972s+28.43)}$$

故在 Δ 與 δ 的轉換關係中，每個轉移函數皆為穩定真分(Stable and proper)。

在將系統解耦合成兩個單輸入單輸出系統之後，接著進行控制器的設計，參考圖 3-

2 在連續時間下選擇權重函數。

在 β_{ref} 至 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 的閉迴路系統裡選擇

$$w1 = 30.04$$

$$w2 = \frac{177.8s + 214312}{s^2 + 207.9s + 4062}$$

$$w3 = 82.81$$

在 r_{ref} 至 $r(s) - r_{ref}(s)$ 的閉迴路系統裡選擇

$$w4 = 13.02$$

$$w5 = \frac{58.95s + 16016}{s^2 + 275s + 4969}$$

$$w6 = 11.3375$$

利用 3.2 節所提到的 H_∞ 計算方法經過雙線性轉換可以得到離散時間下的控制器

$$K_\beta = \frac{-10495.1124(z+0.8595)(z+0.8478)(z+0.665)(z+0.481)(z-0.5168)(z+0.02038)}{(z^2-1.663z+0.7063)(z^2-1.663z+0.7063)(z^2-1.801z+0.8332)(z^2-1.801z+0.8334)} \\ \frac{(z+0.8479)(z+0.7965)(z+0.365)(z-0.869)(z-0.5296)(z-0.4915)(z-0.1337)(z+0.01884)}{(z^2+0.8608z+0.1876)(z^2-1.648z+0.6939)(z^2-1.846z+0.8746)}$$

$$K_r = \frac{-1223.6509(z-0.3358)(z+0.3165)(z+0.2191)(z+0.1154)(z^2+1.29z+0.4352)}{(z+0.3376)(z+0.07545)(z^2-0.6922z+0.1211)(z^2+0.412z+0.04981)} \\ \frac{(z^2-1.899z+0.9304)(z^2-1.9z+0.9306)}{(z^2-1.926z+0.9565)(z^2+1.042z+0.3274)}$$

其頻譜響應以及步階響應模擬結果為圖 5-9 至圖 5-12。

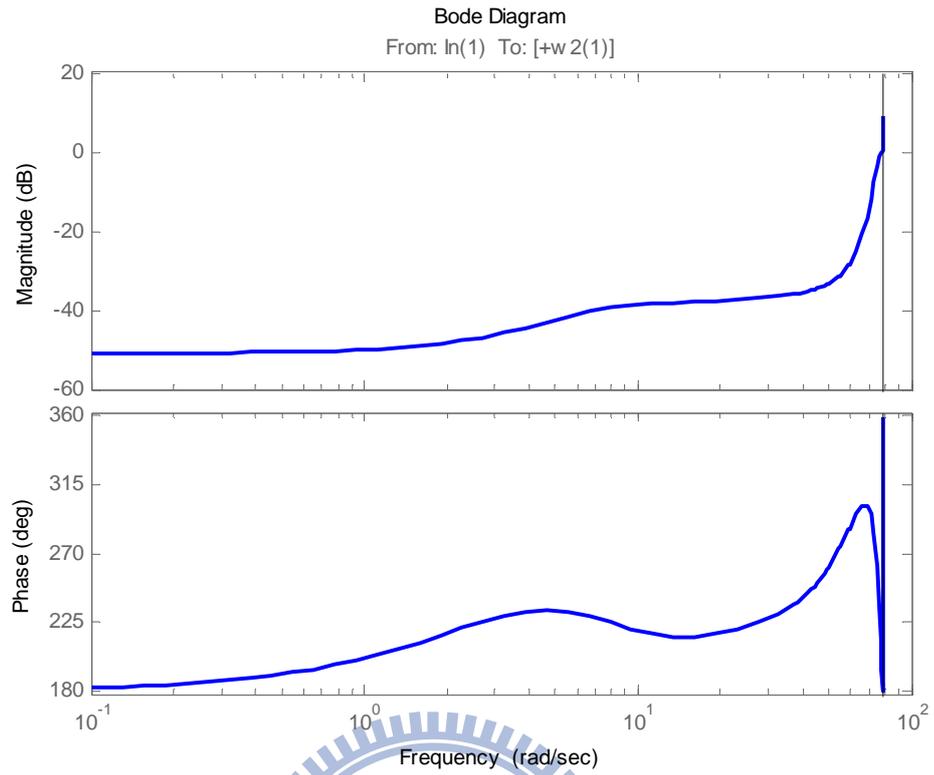


圖 5 - 9、 β_{ref} 至 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 的閉迴路波德圖

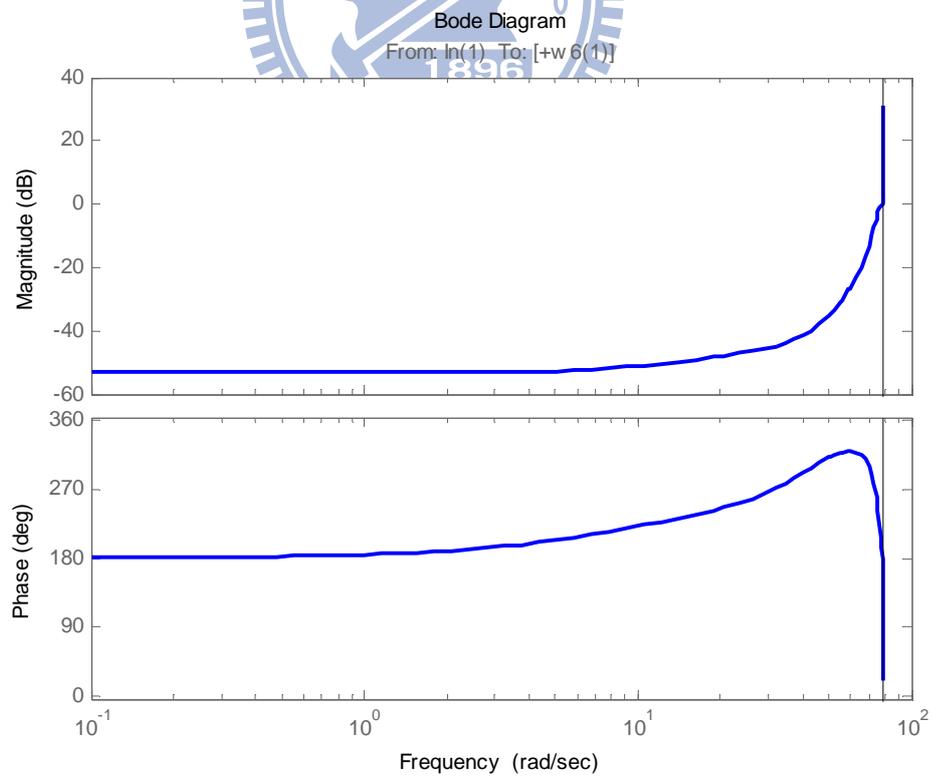


圖 5 - 10、 r_{ref} 至 $r(s) - r_{ref}(s)$ 的閉迴路波德圖

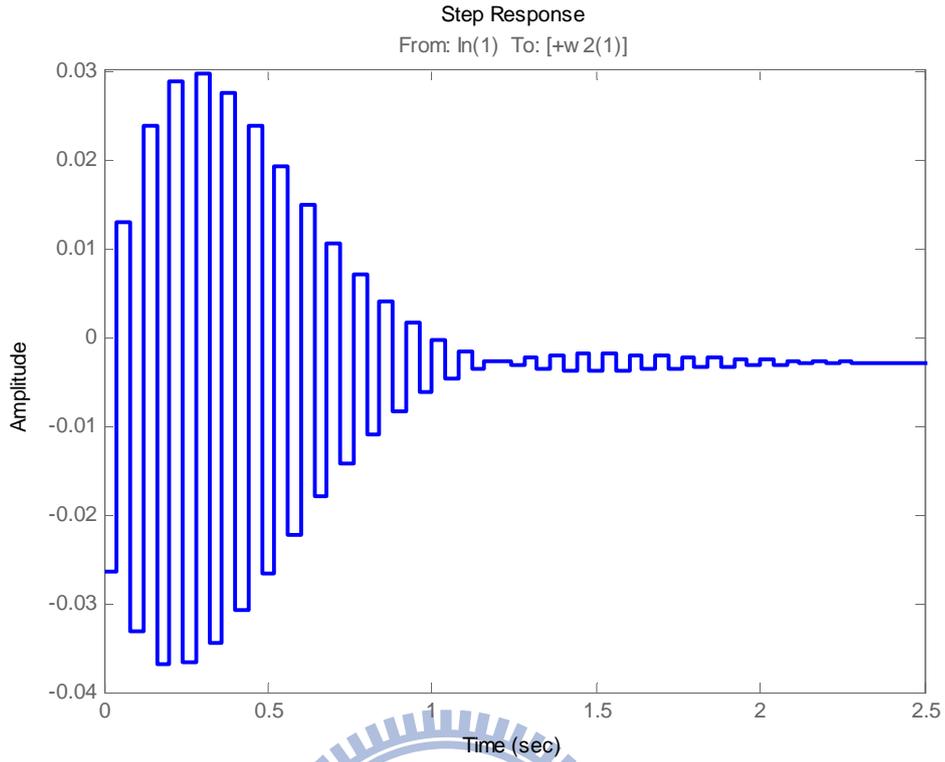


圖 5 - 11、 β_{ref} 至 $\beta(s) - \beta_{ref}(s)$ 的閉迴路步階響應

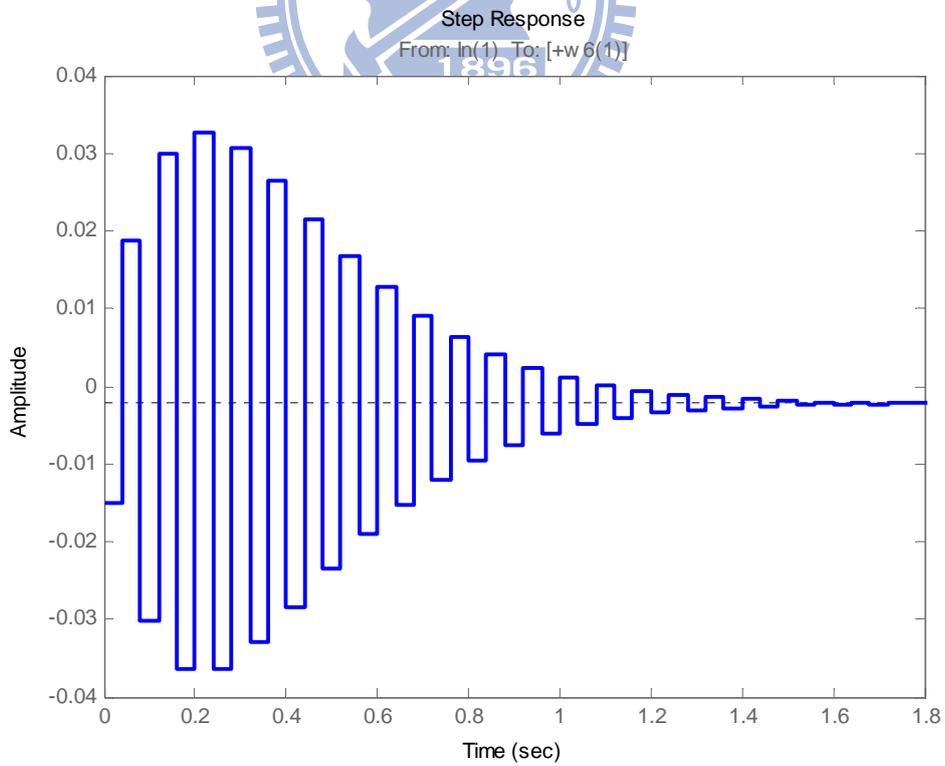
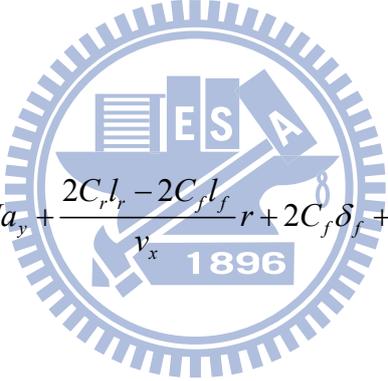


圖 5 - 12、 r_{ref} 至 $r(s) - r_{ref}(s)$ 的閉迴路步階響應

5.4 側滑角估測

由於本研究提出的四輪轉向控制架構需要回授側滑角的資訊，而測量側滑角的儀器龐大且昂貴，故不適合裝載於實驗車上，為了得到側滑角的資訊，所以需要多加一個觀測器(Observer)，Hori[23]以及 Piyabongkarn[24]均有提出搭配側向加速度以及橫擺角速度估測側滑角的方法。

Piyabongkarn 提出的方法包含兩部分，由於車體參數推得出來的轉移函數之波德圖類似低通濾波器，另一方面由加速規以及陀螺儀所得到的資訊容易有低頻直流偏移，故由前後輪訊號搭配車體參數得知的側滑角經過低通濾波器加上由加速規以及陀螺儀搭配(5.20)式經過高通濾波器，詳細數學式如(5.18)式，其中 τ 是不確定的參數需要搭配感測器去做調整。



$$\hat{\beta}_{\text{model}} = \frac{1}{2C_f + 2C_r} \left(-Ma_y + \frac{2C_r l_r - 2C_f l_f}{v_x} r + 2C_f \delta_f + 2C_r \delta_r \right)$$

$$\hat{\beta}_{\text{kinematic}} = \int \left(\frac{a_y}{v_x} - r \right) dt$$

$$\hat{\beta} = \frac{1}{\tau \cdot s + 1} \hat{\beta}_{\text{model}} + \frac{\tau}{\tau \cdot s + 1} \hat{\beta}_{\text{kinematic}} \quad (5.18)$$

在本研究中將參考 Hori 提出的方法搭配卡曼濾波器(Kalman filter)，卡曼濾波器中的卡曼增益(Kalman gain)可以自行調整且方便於實作上進行，Hori 所提出的方法為令側滑角以及橫擺角速度為狀態變數

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

透過(5.20)關係式相互轉換

$$a_y = \dot{v}_y + v_x r \quad (5.20)$$

則可以得到輸出

$$y = \begin{bmatrix} r \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{11}v_x & (a_{12}+1)v_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{11}v_x & b_{12}v_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

利用(5.21)式，感測器量測到的側向加速度以及橫擺角速度搭配卡曼濾波器，將可以估測到狀態變數側滑角。

由於卡曼濾波器需要明確知道系統的 A、B、C、D 四個參數矩陣，這些參數矩陣需要的都是車輛的詳細參數，因此利用系統辨別的結果來幫助我們得到這些參數，將(5.19)式與(5.21)式視為系統的動態方程式，利用下式求得輸入與輸出的轉移函數

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D$$

將得到的轉移函數與系統辨別的結果((5.9)至(5.13)式)比較係數，利用最小平方近似解的方法去求解系統的參數矩陣，使其波德圖可以和系統辨別的結果近似，參考圖 5 - 13，最後取

$$A = \begin{bmatrix} 0.8084 & -0.0275 \\ 0.5404 & 0.8529 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.1771 & 0.1205 \\ 0.0809 & -0.7905 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.0548 & 0.2151 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 5.8896 & 3.5742 \end{bmatrix}$$

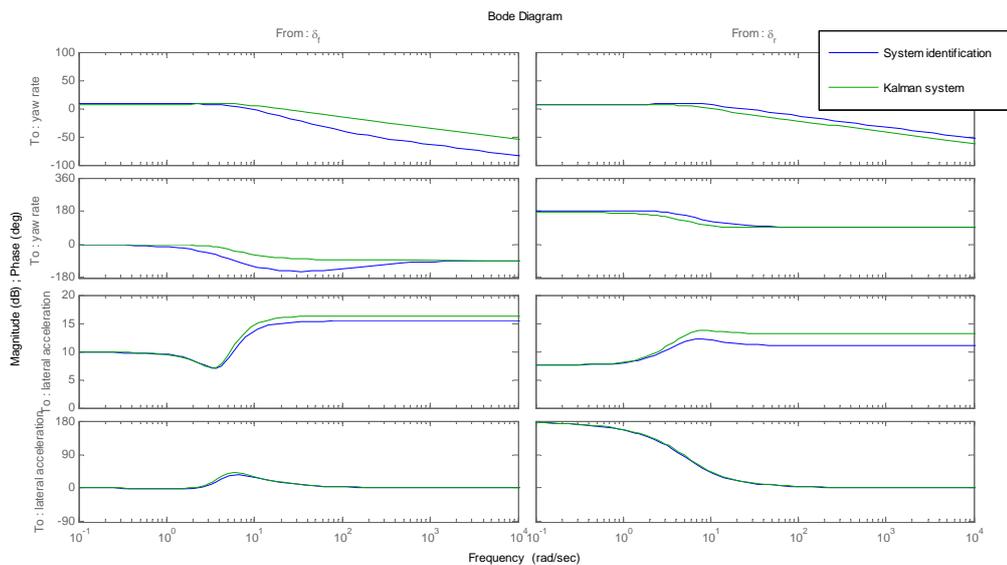


圖 5 - 13、波德圖比較

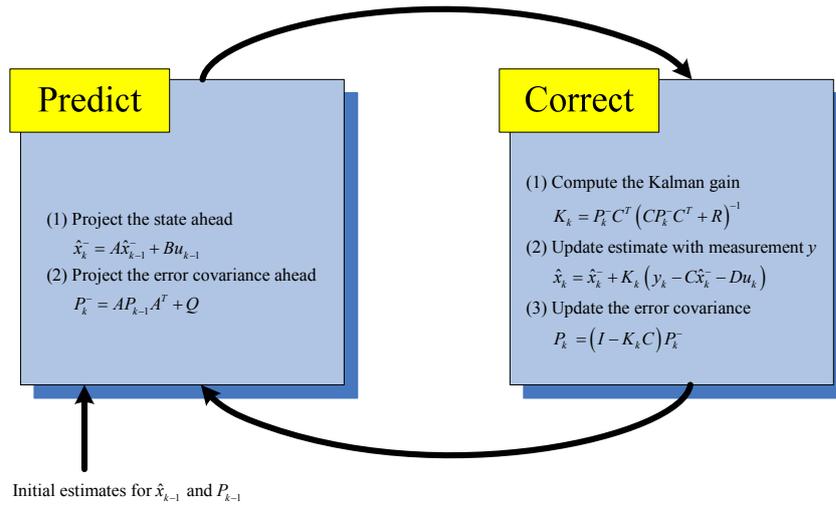


圖 5 - 14、卡曼濾波器示意圖

在得到 A、B、C、D 四個狀態矩陣之後，即可利用卡曼濾波器估測狀態變數側滑角，參考圖 5 - 14 為卡曼濾波器示意圖，其中 K 為卡曼增益(Kalman gain)、P 為估測誤差共變異數(Estimate error covariance)、Q 為運算處理過程之雜訊共變異數(Process noise covariance)、R 為量測值之雜訊共變異數(Measurement noise covariance)。

5.5 實驗結果

實驗的架構圖 5 - 15 所示，在實驗一進行穩態側滑角為零之參考模型的驗證，接著於實驗二驗證適應性參考模型應用於緊急避障的效果。

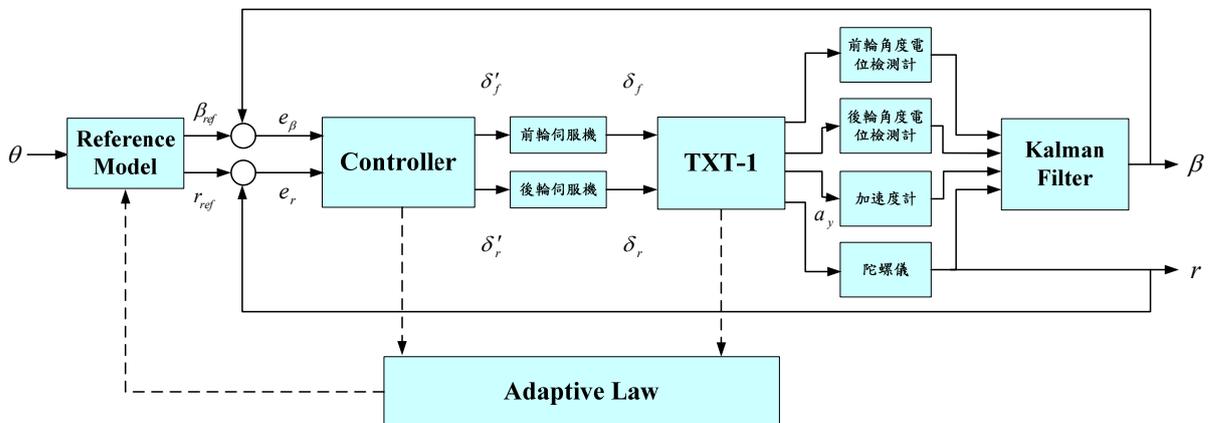


圖 5 - 15、實驗架構

實驗一

首先進行穩態側滑角為零之參考模型的驗證。實驗 1-1 讓實驗車在沒加控制器的情況下進行測試，接著在實驗 1-2 加入控制器及參考模型，比較兩次實驗的側滑角。根據 3.3 節參考模型的推導，在(3.12)式選擇參數： $k = 0.95$ 、 $l = 0.33 \text{ m}$ 、 $\alpha = 0.38$ ，且實驗車縱向速度為 1.2 m/s 可得到參考模型

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{ref} \\ \dot{r}_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.6833 & -0.9810 \\ 1.0664 & -5.7537 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{ref} \\ r_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.4545 \\ 20.2613 \end{bmatrix} \theta \quad (5.22)$$

實驗 1-1 為讓實驗車在沒加控制器的情況下，前 6 秒令前後輪轉向角皆為零，在第 6 秒至 6.6 秒令前輪轉向角等比例增加至 10° ，之後前輪轉向角維持 10° ，而後輪轉向角皆維持 0° ，結果如圖 5 - 16 所示，由上而下分別為前輪轉向角、後輪轉向角、橫擺角速度、側向加速度、側滑角，可以看到在側滑角的部分，當車輛到達穩態時側滑角約為 3.1° 。

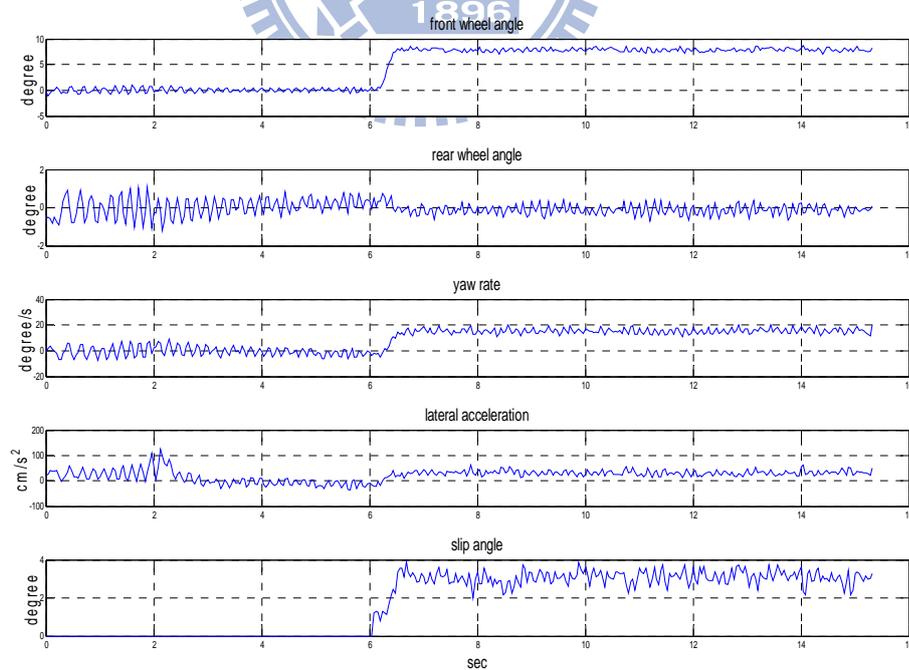


圖 5 - 16、實驗 1-1 的車輛動態

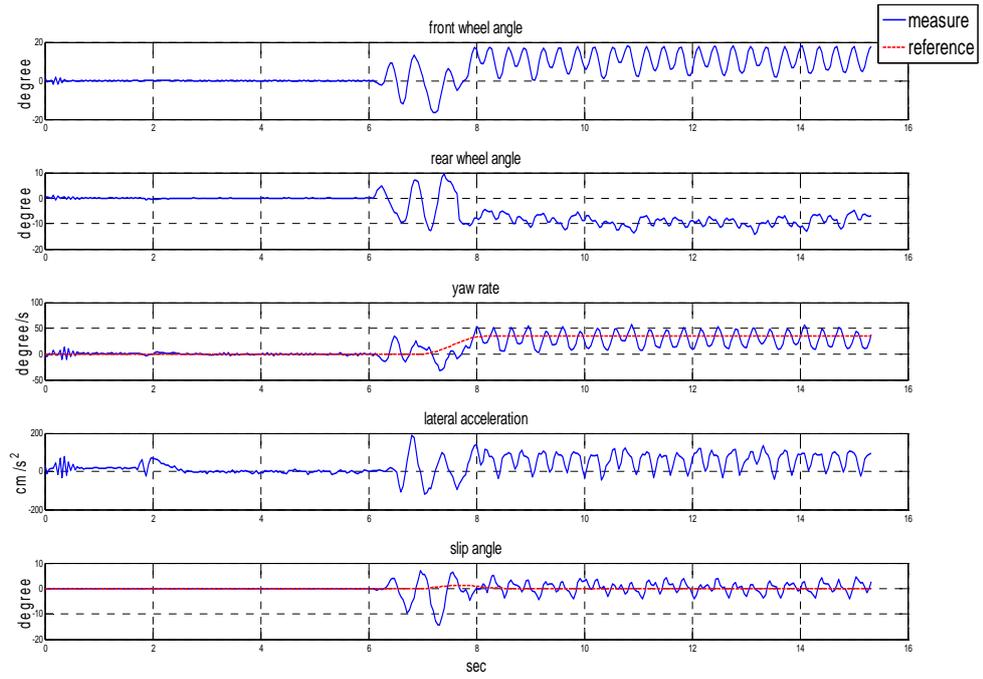


圖 5-17、實驗 1-2 的車輛動態

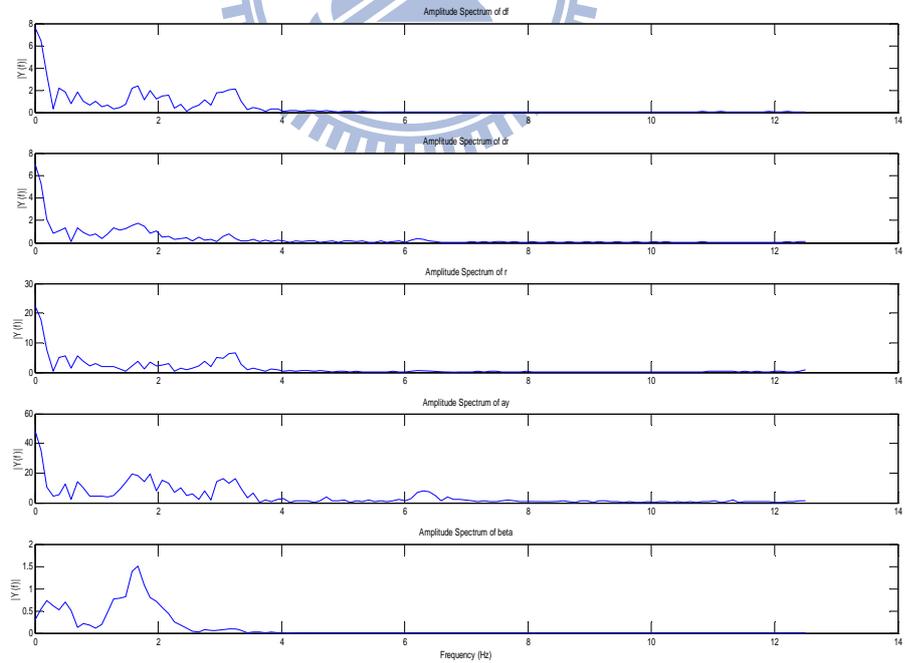


圖 5-18、實驗 1-2 的頻域結果

圖 5 - 17 為實驗 1-2 加入(5.22)式參考訊號之後的結果，前 6 秒一樣令前後輪轉向角皆為零，在第 6 秒啟動控制器，於第 7 秒至 7.8 秒等比例增加轉向角至 10° 。藍色線為感測器實際量測得到的值，而紅色虛線為參考訊號，把量測到的橫擺角速度和參考訊號做比較，在第 6 秒控制器啟動之後的平均絕對誤差為 $13.2^\circ/s$ ，而把側滑角估測的值和參考訊號做比較，在第 6 秒控制器啟動之後的平均絕對誤差為 1.62° ，其誤差來源主要集中在 6 秒至 8 秒間，若僅比較 8 秒後車輛到達穩態後的平均絕對誤則差則為 1.02° 。比較圖 5 - 16 和圖 5 - 17 的側滑角，可以看出穩態側滑角為零的參考模型確實能降低車輛運動時的側滑角，增加行車的安全性。圖 5 - 18 為實驗 1-2 的頻譜分析，可以發現到在約 3 Hz 附近的訊號增益稍大，這可能是由於伺服機的左右兩側力矩不平衡而造成輪胎產生抖動。

實驗二



在實驗二為了要驗證適應性參考模型的效果，因此，將進行兩次實驗比較其結果，實驗 2-1 先使用固定參數的參考模型，實驗 2-2 則使用適應性參考模型，比較其在緊急避障時的車輛動態與軌跡。

實驗 2-1 在前 6 秒一樣令前後輪轉向角皆為零，在第 6 秒啟動控制器，於第 7 秒至 7.8 秒等比例增加轉向角至 15° 。為了符合緊急避障時會產生大於實驗車物理限制的參考訊號，在實驗 2-1 中將參考模型的初始參數轉向特性修正為 $k=2.5$ ，而軸距則維持不變，藉此觀察車輛的輸出動態。實驗結果如圖 5 - 19。藍色線為感測器實際量測得到的值，而紅色虛線為參考訊號的值，可以看到在橫擺角速度的部分，由於參考訊號較大，且實驗的場地為光滑路面，所以車輛無法達到給定的橫擺角速度參考訊號，輪胎轉角也因此增大，而側滑角的估測模型為線性，是假設在小角度轉角的前提下，故會估測不準確，導致車輛無法控制的很好。

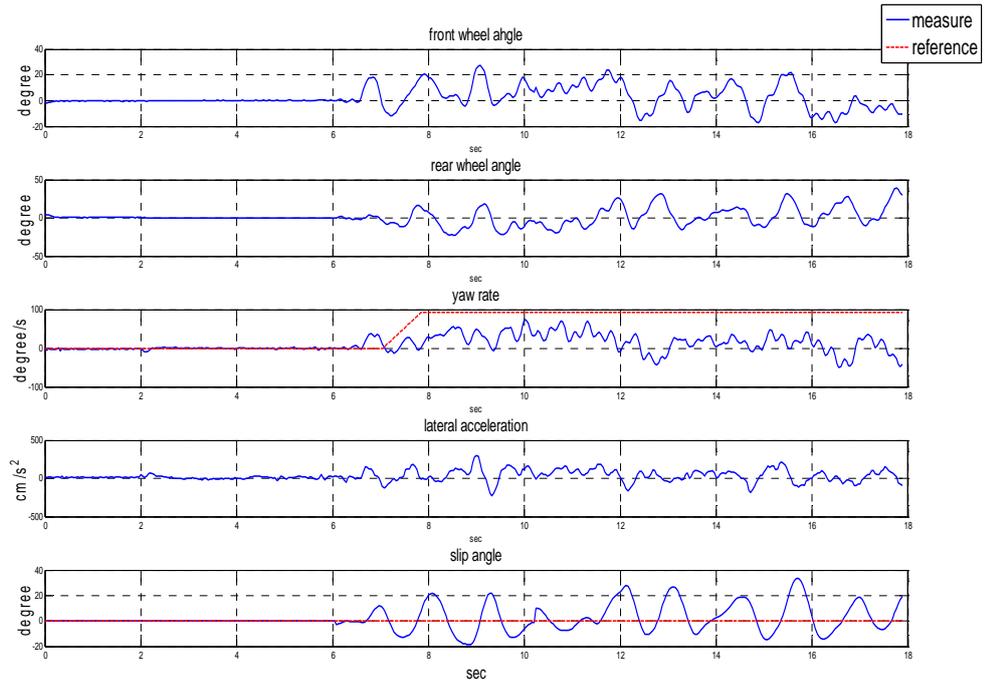


圖 5-19、實驗 2-1 的車輛動態

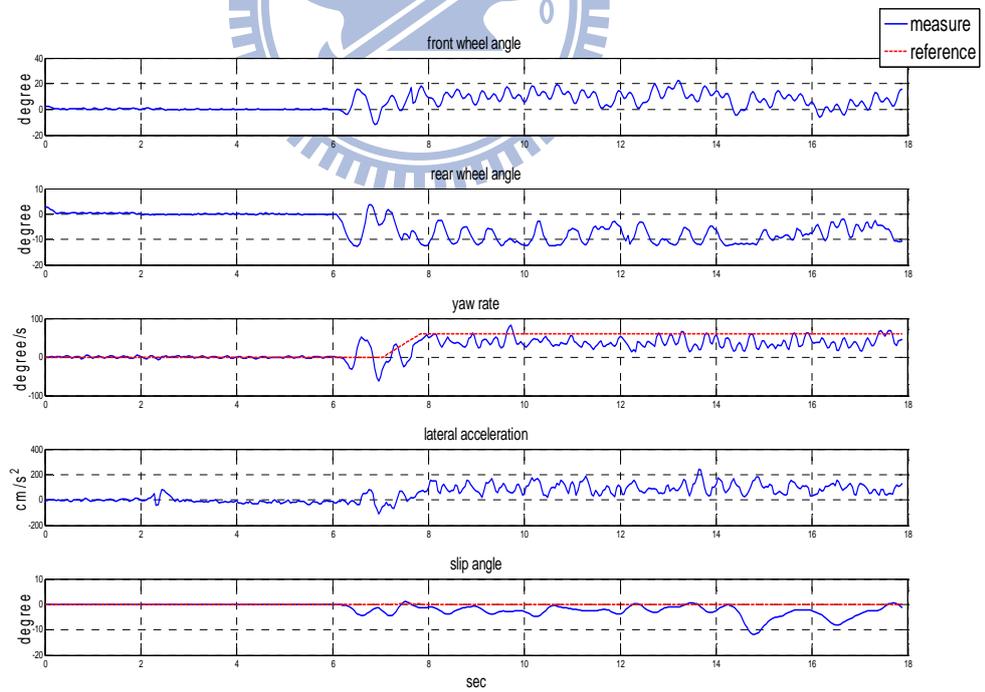


圖 5-20、實驗 2-2 的車輛動態

實驗 2-2 一樣在前 6 秒令前後輪轉向角皆為零，在第 6 秒啟動控制器，於第 7 秒至 7.8 秒等比例增加轉向角至 15° ，並在參考模型中加入自適應性能力，將橫擺角速度參考訊號的最大值限制在 60 degree/sec，藉由(4.6)式即可得到對應的 k_0 ，利用自適應法調整參考模型的參數 k ，圖 5 - 20 為其模擬結果。

藍色線為感測器實際量測得到的值，而紅色虛線為參考訊號，可以看到在降低橫擺角速度的參考訊號至實驗車可達到的範圍內後，實驗車的橫擺角速度皆維持在 40~50 degree/sec 左右，雖然具有些微的穩態誤差，但是相較於實驗 2-1 明顯控制的較好。

圖 5 - 21 為將兩次實驗的質心軌跡放在一起比較，由於實驗時量測到的訊號會有直流偏移量，使積分出來的軌跡會稍微偏移，故令兩次實驗的前 7 秒軌跡為直線，只比較 7 秒後有輸入訊號的結果，圖中箭頭為行進時的車頭方向，實驗 2-1 由於側滑角較大，導致看起來車身搖搖晃晃，而實驗 2-2 的車頭方向大致上相近於軌跡的切線方向，代表運動狀態較為穩定，且從圖中可以明顯看出適應參考模型在降低參考訊號後實驗車轉彎半徑較小，是較好的緊急避障軌跡，此結果與第四章的模擬結果相同，證明適應參考模型應用於緊急避障時確實有其效果。

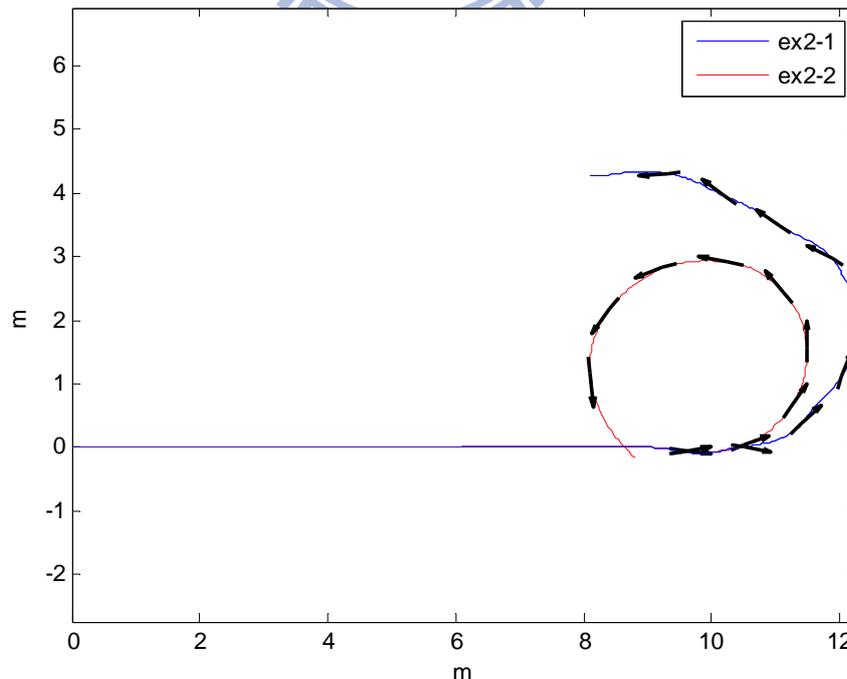


圖 5 - 21、軌跡比較圖

第六章 結論與未來展望

6.1 結論

本文利用 H_{∞} 強健控制理論設計控制器，使車輛的側滑角與橫擺角速度跟隨給定的參考訊號，並提出穩態側滑角為零的參考模型，降低車輛行駛時的側滑角，且利用適應性法則調整參考模型的參數，改善一般線性參考模型在緊急避障時輸入太大的轉向角造成輪胎轉角飽和或者輪胎側向力不足導致打滑的情形，最後藉由模型車進行實驗驗證。

本文使用一輛具有四輪轉向機制的縮小尺寸模型車進行實驗，實驗結果顯示線性的 H_{∞} 控制器應用在真實非線性的車輛時仍然有不錯的效果，由實驗一可以看出，四輪轉向系統經由本文所提出的穩態側滑角為零之參考模型，確實有效的降低車輛行駛時的側滑角，而實驗二則是證明了適應性參考模型應用於緊急避障時，也有效的縮小轉彎半徑，使車輛具有較好的避障軌跡。

實驗結果可以看出車輛動態有跟隨參考模型的趨勢，但是由於側滑角估測的精確度不足，加上由系統辨別得到的側向加速度與橫擺角速度的轉移函數所推出之側滑角轉移函數存在誤差，因此側滑角的誤差皆稍大。且在車輛軌跡的部分缺乏儀器測量，僅採取積分的方式畫出其質心軌跡，故有存在誤差的可能性。

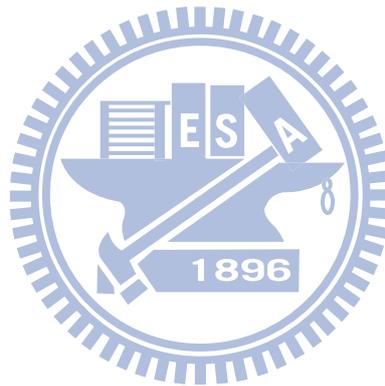
6.2 未來展望

本文所提出的控制架構配合適應性參考模型可以得到不錯的效果，但仍有許多地方需要改善。

由實驗結果得知，車輛動態與參考訊號仍具有相當的誤差存在，這點可從硬體架構改善，更換精確度較高且數位訊號輸出的陀螺儀與加速度計，除了提高橫擺角速度的量

測準確度之外，也有助於側滑角的估測，在系統辨別時也可得到較準確的數學模型來描述車輛動態，也可藉由增加 DSP 控制器的取樣頻率以提高控制效能。

本文是利用簡單的腳踏車模型為基礎設計控制器，其假設縱向速度為固定且角度為小角度的情況，未來將考慮縱向速度為時變以及加入輪胎模型去進行車輛控制器的設計。在適應性參考模型方面，本文僅考慮緊急避障的情況，未來將探討更多不同的駕駛情境，例如行駛在一般市區與高速公路等不同的情境，使四輪轉向車輛發揮更大的效能，提高駕駛人的安全性以及舒適性。



參考文獻

- [1] J. Seok-Hwan, P. Tong-Jin, H. Chang-Soo, “A Control Of Vehicle Using Steer-By-Wire System With Hardware-In-The-Loop-Simulation System”, Proceeding of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pp. 389-394, South Korea, July 2003.
- [2] R. Marino, F. Cinili, “Input-Output Decoupling Control By Measurement Feedback In Four-Wheel-Active-Steering Vehicles”, Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, pp.1717-1720, San Diego, CA, USA, Dec. 2006.
- [3] B. Wang, M. Abe, Y. Kano, “Influence Of Driver’s Reaction Time And Gain On Driver-Vehicle System Performance With Rear Wheel Steering Control System : Part Of A Study On Vehicle Control Suitable For Aged Driver”, JSAE Review 23, pp. 75-28, 2002.
- [4] R. Rajamani, Vehicle Dynamics And Control, New York: Springer-Verlag, 2006.
- [5] Y. Shibahata, K. Shimada, T. Tomari, “Improvement Of Vehicle Maneuverability By Direct Yaw Moment Control”, Vehicle System Dynamics, Vol. 22, pp. 456-481, 1993.
- [6] J. Ahmadi, A. Khaki-Sedigh, M. Kabganian, “Adaptive Vehicle Lateral-Plane Motion Control Using Optimal Tire Friction Forces With Saturation Limits Considerations,” IEEE Transaction on Vehicle Technology, Vol. 58, No. 8, pp. 4098-4107, Oct. 2009.
- [7] T. Eguchi et al., “Development Of ‘Super Hicas’, A New Rear Wheel Steering System With Phasereversal Control”, SAE paper 891978, pp. 1495-1504, 1989.
- [8] J.C. Whitehead, “Four Wheel Steering: Maneuverability And High Speed Stabilization,” SAE Paper 880642, pp. 688-679, 1988.
- [9] W. Shufeng, Z. Junyou, “Performance Analysis Of 4WS Vehicle Based On Different Control Strategy”, Control and Decision Conference, pp. 5401-5404, NJ, USA, 2009.

- [10] L. Bin, Y. Fan, "Optimal Model Following Control Of Four-Wheel Active Steering Vehicle", Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Information and Automation, pp. 881-886, Zhuhai, China, June 2009.
- [11] M. Akar, "Yaw Rate And Sideslip Tracking For 4-Wheel Steering Cars Using Sliding Mode Control", Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications, pp.1300-1305, Munich, Germany, Oct. 2006.
- [12] 羅翊熏, 蕭得聖, "應用四輪轉向於車輛側向運動控制之研究", 國立交通大學, 碩士論文, 2010。
- [13] M. Canale et al. "Robust Vehicle Yaw Control Using An Active Differential And IMC Techniques", Control Engineering Practice, Vol. 15, No. 8, pp.923-941, 2007.
- [14] B. Francis, "On Optimal Sensitivity Theory For Siso Feedback Systems", Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, including the Symposium on Adaptive Processes, Vol. 21, pp. 623-628, 1982.
- [15] T. Iwasaki, R.E. Skelton, "All Controllers For The General H Infinity Control Problem: Lmi Existence Conditions And State Space Formulas", Automatica, Vol. 30, No. 8, pp. 1307-1317, 1994.
- [16] U. Kiencke, L. Nielsen, Automotive Control Systems, Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [17] TMS320F2812 DIGITAL SIGNAL PROCESSOR DATA MANUAL, Texas Instruments Ins., 2006.
- [18] eZdsp™ F2812 TECHNICAL REFERENCE, Spectrum Digital Inc., 2002.
- [19] CODE COMPOSER STUDIO IDE GETTING STARTED GUIDE, Texas Instruments Inc., 2005.
- [20] 張智星, MATLAB 程式設計用, 清蔚科技, 台北, 2001。
- [21] 趙清風, 使用 MATLAB 控制之系統識別, 全華科技圖書, 台北, 2001。
- [22] L. Ljung, System Identification: Theory For The User, Prentice-Hall, Englewood Cliffs,

1987.

- [23] C. Geng, L. Mostefai, Y. Hori, “A Hybrid-Like Observer Of Body Slip Angle For Electric Vehicle Stability Control: Fuzzy Logic And Kalman Filter Approach”, IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, pp. 1-6, Harbin, China, Sep. 2008.
- [24] D. Piyabongkarn et al., “Development And Experimental Evaluation Of A Slip Angle Estimator For Vehicle Stability Control”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 17, pp. 78-88, 2009.

