

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

正交分頻多工無線通訊系統中傳送端具通道資訊之分集技術研究

A Study on Diversity Techniques with Channel State Information at Transmitter Side in OFDM Wireless Communication Systems

研究生：游文豪

指導教授：黃家齊 教授

中華民國一百年七月

正交分頻多工無線通訊系統中傳送端具通道資
訊之分集技術研究

**A Study on Diversity Techniques with Channel
State Information at Transmitter Side in OFDM
Wireless Communication Systems**

研究生：游文豪

Student : Wan-Hao Yu

指導教授：黃家齊

Advisor : Chia-Chi Huang

國立交通大學
電信工程研究所
碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Computer and Information Science

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master in

Computer and Information Science

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇一一年七月

正交分頻多工無線通訊系統中傳送端具 通道資訊之分集技術研究

學生：游文豪

指導教授：黃家齊 博士

國立交通大學

電信工程研究所



在正交分頻多工無線通訊系統採用多輸入多輸出分集技術中，以往為接收端具通道資訊或是傳送端與接收端都具通道資訊，如 Alamouti 與傳輸波束成型 (Transmit Beamforming)。在本論文中，我們提出最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸兩種傳輸方式，來解決只有在傳送端具通道資訊的情況時，如何選擇傳送端各天線的權重，使系統效能提升。為了讓傳送端知道通道資訊，系統需要在分時雙功模式下，由接收端傳送訓練序列至傳送端。傳送端利用訓練序列做通道估計之外，還可藉由接收端傳來的控制資訊調整傳送資料之時間長度。最後，我們使用電腦模擬兩種傳輸方式之系統效能。

A Study on Diversity Techniques with Channel State Information at Transmitter Side in OFDM Wireless Communication Systems

Student : Wan-Hao Yu

Advisor: Dr. Chia-Chi Huang

Institute of Communication Engineering

National Chiao Tung University



Abstract

In MIMO-OFDM systems with conventional diversity techniques, such as Alamouti and the transmit beamforming schemes, either receiver or both receiver and transmitter know CSI. In this thesis, we propose another two schemes, Selective Maximum Ratio Transmission (SMRT) and Differential Maximum Ratio Transmission (DMRT), both of which choose the weights of antennas when the transmitter knows CSI only, to enhance the system performance. In order to make transmitter know CSI, the system should operate in TDD mode, where the receiver sends training sequences to the transmitter. The transmitter not only estimates CSI by training sequences but also adjusts the length of data transmission time according to the control information sent from the receiver. In the end, the system performance of the two proposed schemes is simulated.

誌 謝

在碩士這兩年，所要感謝之人無數。首先感謝指導教授黃家齊老師與煒翰、峻楹學長們，感謝他們在課業上給予我許多的指導，使我得以順利完成碩士學位。另外感謝實驗室的同儕智方、媛婷、聖文以及永勝等學弟們，感謝他們在碩士兩年中的照顧以及學業上的教學使我受益良多。

特別感謝我的朋友們小旻、橘子、晉弘等，他們在我碩士生活中為不可或缺之角色，聽我抱怨發牢騷、適時鼓勵、分享所有酸甜苦辣等，我們攜手並進。沒有他們的心靈陪伴，我生活將乏味可陳，難以完成碩士學位。

最後感謝我的父母以及姊與哥對我的栽培，讓我能順利成長，使我在生活上無後顧之憂，也感謝他們的包容與鼓勵，使我堅定地朝目標前進。

僅將此論文獻給所以關心及幫助我的人，願大家順心如意。

目錄

第一章 簡介	1
1.1 正交分頻多工系統.....	2
1.2 關於本論文.....	5
第二章 最大比例選擇傳輸正交分頻多工	7
2.1 最大比例選擇傳輸正交分頻多工系統及演算法.....	7
2.1.1 二相相移鍵控錯誤率.....	11
2.1.2 四相相移鍵控錯誤率.....	13
2.2 子載波功率分配.....	16
2.3 增加接收端天線選擇正確率.....	17
2.4 決策回授.....	19
2.5 群組天線選擇.....	21
第三章 最大比例差分傳輸正交分頻多工	25
3.1 差分編碼.....	25
3.2 最大比例差分傳輸正交分頻多工系統及演算法.....	27
第四章 通道估計	31
4.1 通道估計.....	31
4.1.1 通道參數估計	32
4.1.2 均方誤差臨界估計.....	35
4.1.3 訓練序列設定.....	38
4.2 整體系統運作.....	40
第五章 系統模擬結果與討論	45
5.1 模擬參數.....	45
5.2 模擬結果與討論.....	46
第六章 結論	59
參考文獻	60
個人簡歷	62

圖目錄

圖 1.1	正交分頻多工系統方塊圖	3
圖 1.2	信號未加循環字首及加上循環字首之比較示意圖	4
圖 1.3	子載波正交示意圖	4
圖 2.1	發射機及接收機整體系統架構圖	8
圖 2.2	接收機第 k 個子載波在二相相移鍵控的系統架構圖	9
圖 2.3	接收機第 k 個子載波在四相相移鍵控的系統架構圖	9
圖 2.4	選擇錯誤接收天線星象圖	18
圖 2.5	將預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 擾動而選擇對的接收天線	19
圖 2.6	接收機第 k 個子載波在二相相移鍵控決策回授系統架構圖	21
圖 2.7	通道在時間與頻率上的變化示意圖	22
圖 2.8	群組天線選擇示意圖	23
圖 2.9	使用群組及一個符元累積能量示意圖	24
圖 3.1	差分編碼圖示	26
圖 3.2	差分解碼圖示	26
圖 3.3	發射機及接收機整體系統架構圖	27
圖 4.1	通道估計方塊圖	32
圖 4.2	通道估計方塊內部圖	34
圖 4.3	TDD 示意圖	40
圖 4.4	TDD 調整傳送符元個數示意圖	40
圖 5.1	最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變累積不同 μ 符元傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率	49
圖 5.2	最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊之傳送端有無子載波功率分配錯誤率	50
圖 5.3	最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊各種方法改善之位元錯誤率	51
圖 5.4	最大比例選擇傳輸四相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊各種方法改善之位元錯誤率	52
圖 5.5	最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變群組個數不同傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率	53
圖 5.6	最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變單一符元群組個數不同傳送	

天線完全知道通道資訊之位元錯誤率.....	54
圖 5.7 最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸二相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率.....	55
圖 5.8 通道估計不同天線個數以及子載波數之均方誤差	56
圖 5.9 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變各種方法改善加通道估計之位元錯誤率.....	57
圖 5.10 最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸二相相移鍵控調變加通道估計之位元錯誤率.....	58



表目錄

表 2.1	最大比例選擇傳輸正交分頻多工演算法.....	11
表 2.2	將預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 擾動.....	19
表 2.3	最大比例選擇傳輸正交分頻多工群組天線選擇演算法.....	23
表 5.1	系統模擬參數.....	45



第一章

簡介

近年來，多輸入多輸出(Multi-input Multi-output, MIMO)技術已經被廣泛地運用在無線通訊系統中。多輸入多輸出為傳送端及接收端皆具有多根天線，來提升空間多工增益(spatial multiplexing gains)、分集增益(diversity gain)等。因此對於目前與未來的無線通信標準而言，多輸入多輸出的技術變得越來越重要。分集技術可有效地克服通道衰減效應，充分利用無線通道特徵(Channel characteristic)，結合不相關的衰減信號，以有效改善接收效能，用於多輸入多輸出傳輸中可分為空時碼(Space time code)、傳輸波束成型(Transmit Beamforming)等。

在空時碼中，我們將以二乘二(Two-by-two)空時方塊碼(Space time block code, STBC)舉例，空時方塊碼適用在接收端具有通道資訊(Channel state information, CSI)而傳送端不具有通道資訊。二乘二空時方塊碼於 1998 年首先被 Alamouti 所提出 [1]，這是一種可以被運用於兩根發射天線的方塊碼。此空時碼具有良好的碼結構(Code structure)使得接收端可以簡單地利用線性處理(Linear processing)以解出傳送資料。此空時碼的分集階數(diversity order)等效於接收機利用兩根天線做最大比例結合(Maximum Ratio Combining, MRC)接收的分集階數。

在傳輸波束成型適用在傳送端與接收端皆具通道資訊，藉由傳送端傳送領航訊號(pilot signal)給接收端，接收端估計通道資訊後再回授(feedback)給傳送端，

或是利用分時雙工(Time Division Duplex, TDD)的模式下傳送接收互傳領航訊號(pilot signal)來估計通道資訊，使得傳送與接收雙方都具有通道資訊。在文獻[2][3]中所提出調整傳送端的預編碼權重(Pre-coding weight)以及接收端的結合權重(Combining weight)來達到所接收到的訊號雜音比(Signal to Noise Ratio, SNR)最大之演算法。

在只有傳送端具通道資訊下，我們提出最大比例選擇傳輸(Selective Maximum Ratio Transmission, SMRT)[4]與最大比例差分傳輸(Differential Maximum Ratio Transmission, DMRT)兩種傳輸方式。本論文將介紹最大比例選擇傳輸以及最大比例差分傳輸如何選擇傳送端各天線的權重提升效能。為了讓傳送端知道通道資訊，系統需操作在分時雙工模式，由接收端傳送訓練序列(training sequences)至傳送端。傳送端利用訓練序列做通道估計之餘，還可調整傳送資料之時間。這些方法適用於正交分頻多工(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系統。

1.1 正交分頻多工系統

正交分頻多工技術大約在 1960 年代被提出，是由多載波調變技術演變而來的數位通訊技術。它是一個適合在頻率選擇性衰減通道(Frequency selective fading channel)的傳輸技術，可以減少通道延遲擴散(Delay spread)對信號的破壞，且利用多載波調變的觀念，接收端可以在低複雜度運作下，做高速的資料傳輸，且其頻率之間的正交特性也可以節省頻寬的使用。

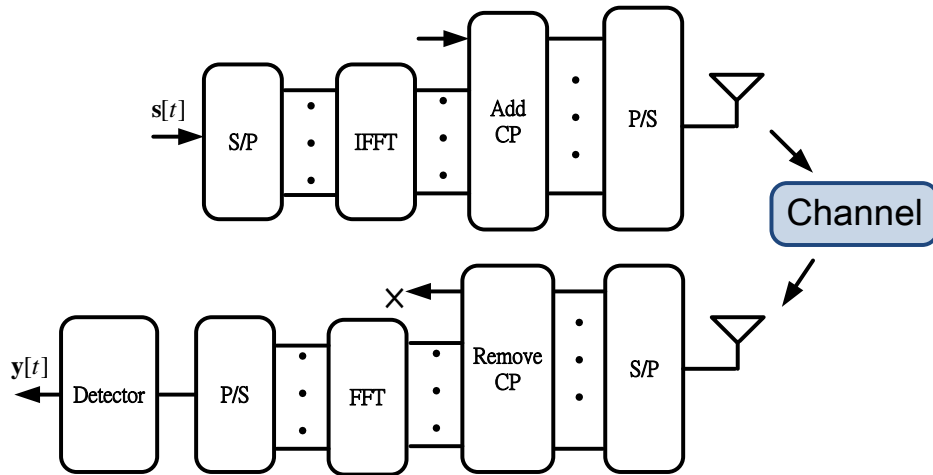


圖 1.1 正交分頻多工系統方塊圖

圖 1.1 為正交分頻多工系統方塊圖。其中 IFFT 為反快速傅立葉轉換(Inverse Fast Fourier Transform)，FFT 為快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform)，P/S 為並列轉序列(Parallel-to-Serial)轉換，S/P 為序列轉並列(Serial-to-Parallel)轉換，CP 為循環字首(Cyclic Prefix)作為護衛間隔(Guard interval, GI)，以減少多重路徑(Multipath)所產生的碼際干擾[5]， $s[t] = [s[t, 1], s[t, 2], \dots, s[t, K]]$ 為已調變(Modulation)過後的訊號，K 為子載波(Subcarrier)個數， $y[t] = [y[t, 1], y[t, 2], \dots, y[t, K]]$ 為接收訊號。數位轉類比和類比轉數位圖中省略之。每一個子載波上的接收信號可視為經過平緩衰減通道(Flat fading channel)，因此在接收端只需要一個窄頻(One-tap)等化器(Equalizer)來幫助信號偵測，並執行與傳送端相反的動作即可還原信號。

正交分頻多工系統把頻寬信號分成數個窄頻信號同時傳送，因為符元長度增長，再加上護衛間隔的放置，使得符元對於碼際干擾有較佳的抵抗能力，因此可以達到高速傳輸。圖 1.2(a)與(b)分別為在雙路徑通道下，符元未加循環字首及加上循環字首之比較示意圖，碼際干擾區(ISI region)如圖 1.2(a)所示；反之，若信號加上循環字首時，只要在接收端符元時脈同步(Symbol timing synchronization)準確

估計在無干擾區域範圍(ISI free region)內，則無碼際干擾效應產生。此外，如圖

1.3，各子載波之間的正交特性，可以增加頻寬的使用效率。

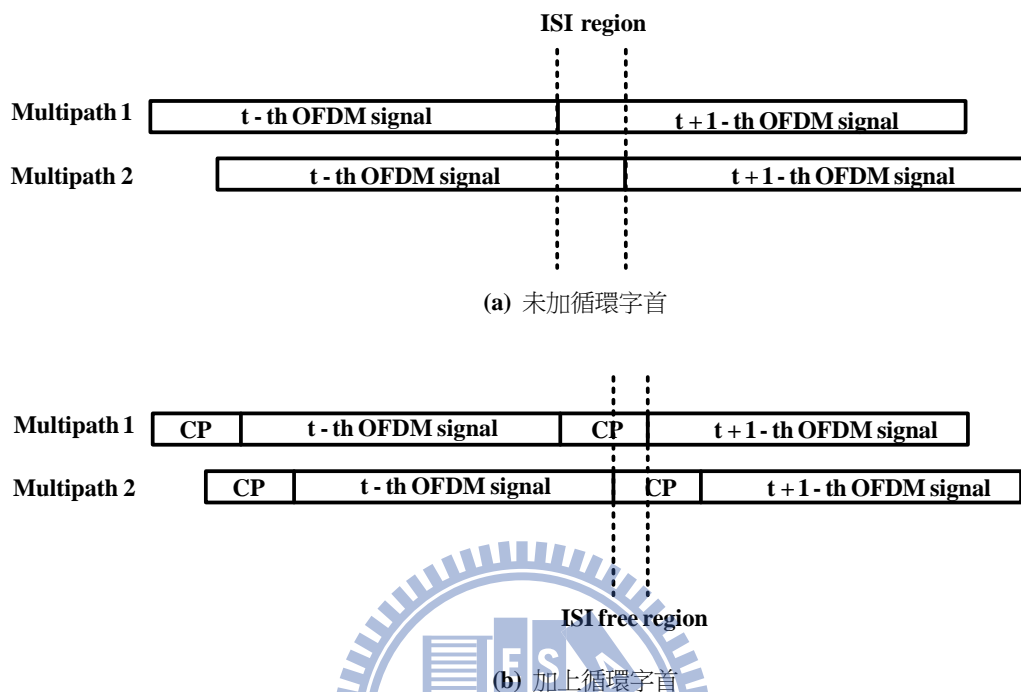


圖 1.2 信號未加循環字首及加上循環字首之比較示意圖

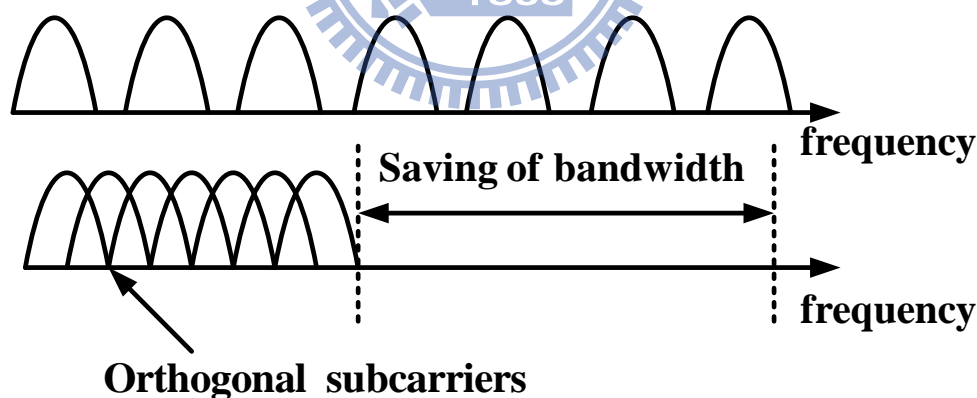


圖 1.3 子載波正交示意圖

正交分頻多工系統對於頻率的同步要求十分嚴格，只要有些許頻率偏移 (Frequency offset)，頻率間的正交性即被破壞而產生子載波間干擾(Inter-carrier

interference, ICI)[5]。還有因經過傅立葉轉換，可能多個子載波為同相位(Co-phase)相加使得輸出信號的峰值對平均功率值(Peak-to-average power ratio, PAPR)變很大，此時系統容易出現非線性失真，亦或使得功率放大器的功率效率(Power efficiency)降低及數位/類比轉換器(D/A converter)與類比/數位轉換器(A/D converter)所需的位元數提高。一般而言，峰值對平均功率值的大小與調變方法及子載波數目有關，減少峰值對平均功率值的方法有削減法(Clipping)、波峰修整(Peak windowing)、利用編碼方式等[5]。

1.2 關於本論文

本論文，將介紹並設計最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸在正交分頻多工下的發射及接收機，以及如何估計通道使得整個系統能夠有效的運作。在第二章中，我們將介紹最大比例選擇傳輸在不同調變下的錯誤率以及修正改善之方法，使得效能提高。第三章說明最大比例差分傳輸如何選擇傳送端各天線的權重，使得在接收機的訊號雜音比最大。而第四章將介紹通道估計，我們推薦一種估計方法以便不只可以估計通道還可傳送少許位元(bit)來調整分時雙工傳送信號的時間。第五章為電腦模擬結果與討論。第六章為結論。

在此說明本論文將用到之標記： $(\bullet)^T$ 為轉置(transpose)、 $(\bullet)^*$ 為共軛(complex conjugate)、 $(\bullet)^H$ 為共軛轉置(Hermitian)、 $\Re(\bullet)$ 為取實部、 $\Im(\bullet)$ 為取虛部、 $Q(\bullet)$ 為 Q -function 定義為 $Q(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy$ 、 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 代表 X 是一個實部與虛部為高斯分布(Gaussian distributed)之隨機變數(random variable)，個別的期望

值為 0 變異數(Variance)為 $\sigma^2 / 2$ ，則 $Y \sim CN^L(0, \sigma^2)$ 代表 Y 為 $L \times 1$ 之列向量其元素為獨立且具有共同分布 (Independent and Identically Distributed random variables, i.i.d.) 複數高斯隨機變數(Gaussian random variable)，個別的期望值為 0 變異數(Variance)為 $\sigma^2 / 2$ 。



第二章

最大比例選擇傳輸正交分頻多工

本章將介紹如何使用最大比例選擇傳輸正交分頻多工(Selective Maximum Ratio Transmission in Orthogonal Frequency Division Multiplexing, SMRT OFDM)，並且提出各種方法來改善最大比例選擇傳輸正交分頻多工系統，以提高效能。

2.1 最大比例選擇傳輸正交分頻多工系統及演算法

圖 2.1 為最大比例選擇傳輸正交分頻多工發射機及接收機整體系統架構圖，發射機具有 N_t 根傳送天線，接收機具有 N_r 根接收天線，子載波具有 K 個。而多輸入多輸出(Multi-input Multi-output, MIMO)子通道(Sub-channel)矩陣定義成 $\mathbf{H}[k]$ ，其中第 (m, n) 個元素代表 $H_{mn}[k]$ 為第 n 個傳送天線對第 m 個接收天線在第 k 個子通道的通道增益(Channel gain)。 $\mathbf{H}_m[k]$ 代表 $\mathbf{H}[k]$ 的第 m 行。我們假設通道在 μ 個符元(Symbol)時間內不變，且傳送端知道接收端的雜訊功率 N_0 ，此雜訊為加成性白高斯雜訊(Additive white Gaussian noise, AWGN)。 $w_n[k]$ 即第 n 根傳送天線的第 k 個子載波之權重(weight)。其中在傳送端應在反快速傅立葉轉換後加入循環字首作為護衛間隔，以減少多重路徑所產生的碼際干擾，以及在接收端快速傅立葉轉換前移除循環字首，而圖 2.1 省略之。

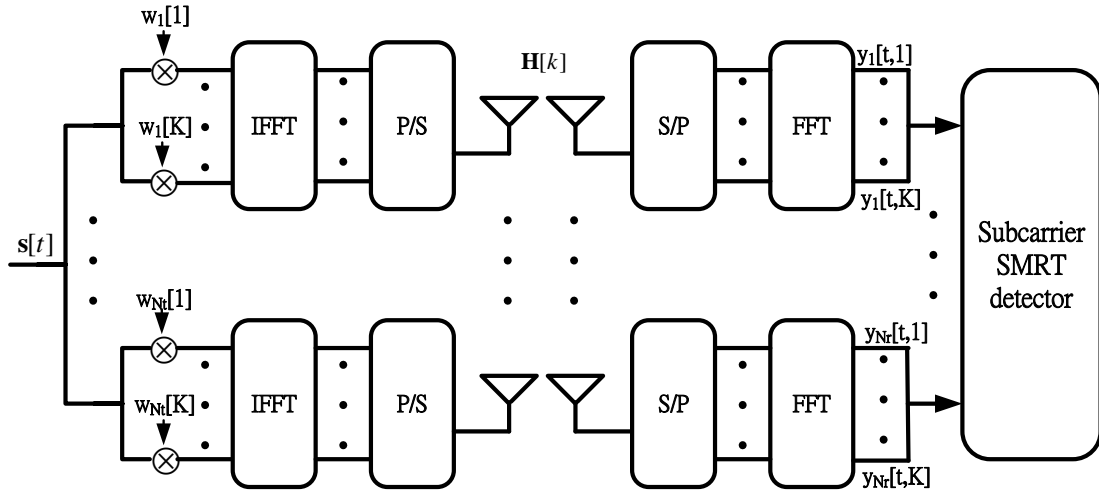


圖 2.1 發射機及接收機整體系統架構圖

在傳送端所調變過後的符元為 $\mathbf{s}[t] = [s[t,1], s[t,2], \dots, s[t,K]]$ ，乘上一個預編碼

(pre-coding) 向量 $\mathbf{w}_n = [w_n[1], w_n[2], \dots, w_n[K]]^T, n=1, 2, \dots, Nt$ 。 \mathbf{w}_n 代表第 n 根傳送天

線的預編碼權重， $\mathbf{w}[k] = [w_1[k], w_2[k], \dots, w_{Nt}[k]]^T$ 代表所有的傳送天線在第 k 個子

載波的預編碼權重向量。故第 m 根接收天線所接收到的資料為：

$$y_m[t,k] = B_m[k]s[t,k] + \varepsilon_m[t,k], t=1, 2, \dots, \mu, k=1, 2, \dots, K \quad (2.1)$$

其中 $\varepsilon_m[t,k]$ 為第 m 根接收天線在第 t 的符元內第 k 個子載波之雜訊，

$$B_m[k] = \mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]。$$

圖 2.2、2.3 是圖 2.1 中的 Subcarrier SMRT detector 方塊圖的內部圖，分別為最大比例選擇傳輸正交分頻多工接收機第 k 個子載波在二相相移鍵控(Binary phase-shift keying, BPSK) 調變及四相相移鍵控(Quadrature phase-shift keying, QPSK) 調變的系統架構圖。

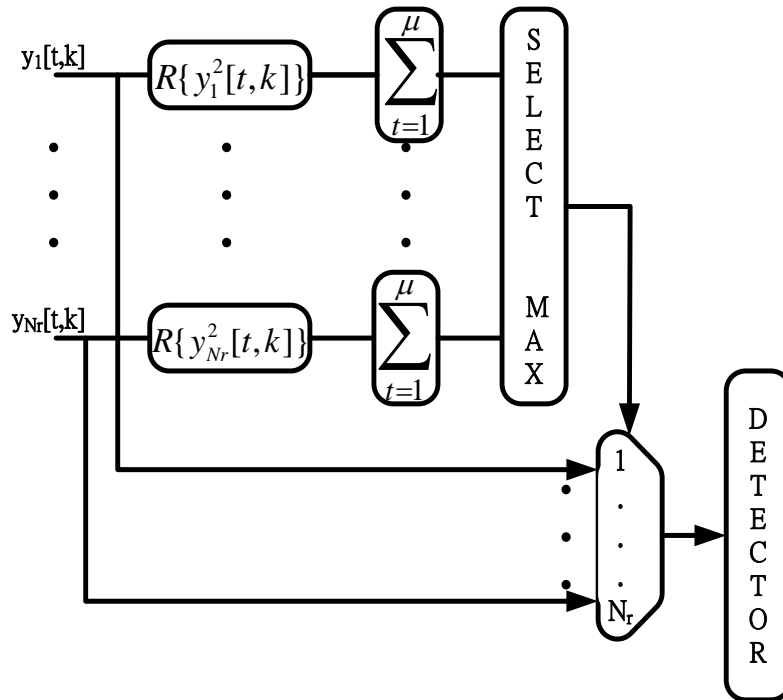


圖 2.2 接收機第 k 個子載波在二相相移鍵控的系統架構圖

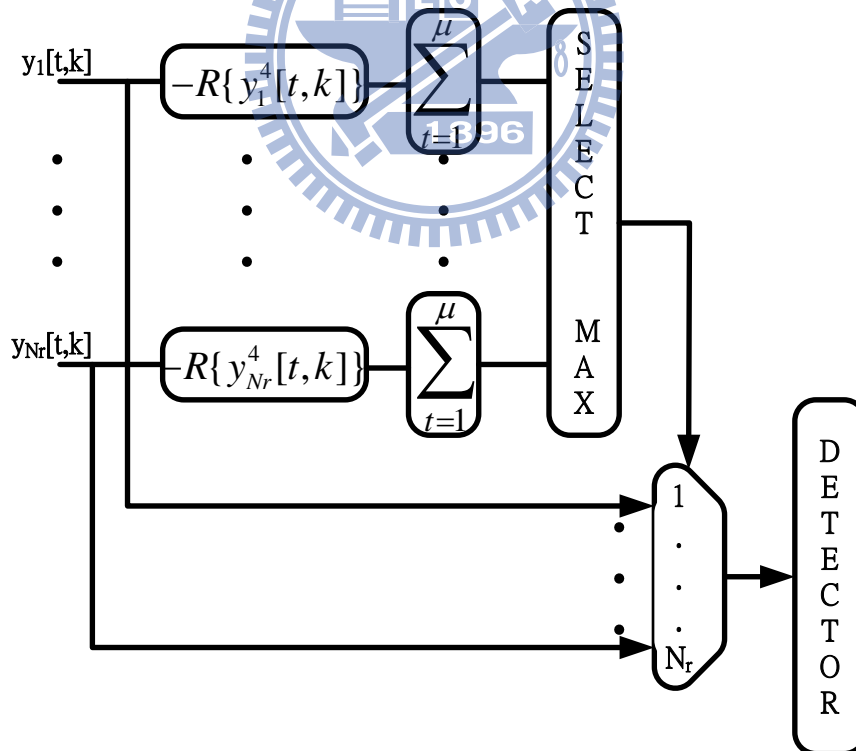


圖 2.3 接收機第 k 個子載波在四相相移鍵控的系統架構圖

因傳送端具通道資訊，故選擇一個比較好的子載波通道增益所對應的接收端天線為接收天線。在接收端不具有通道資訊以及傳送端選擇哪根天線為接收天線之資訊，而去選擇一根接收天線達到資料檢測。故主要問題在於如何設計最大比例選擇傳輸正交分頻多工之各個子載波，使得接收端能選擇單一天線接收的預編碼權重。

我們提出最大比例選擇傳輸正交分頻多工的演算法來解決多輸入多輸出。將多輸入多輸出的子通道看成多個並行的多輸入單輸出(Multi-input Single-output, MISO)子通道。最大比例選擇傳輸正交分頻多工的演算法如表 2.1，首先計算每個傳送接收天線子通道增益的最大比例(即為每個多輸入單輸出的子通道)，再選擇各傳送端天線的預編碼權重，來達到每個接收天線所對應的多輸入單輸出子通道得到最強的訊號強度。在接收端，接收天線的選擇演算法，首先計算每根接收天線所接收到 μ 個符元的訊號做能量累積，累積符元能量之目的是為了對抗雜訊，避免雜訊影響到判斷接收天線，然後接收端選擇累積能量最強的天線作為接收天線。

傳送端子載波預編碼權重：	
$w_n[k] = \frac{(H_{m_{opt}[k],n}[k])^H}{\sqrt{\ H_{m_{opt}[k],1}[k]\ ^2 + \ H_{m_{opt}[k],2}[k]\ ^2 + \dots + \ H_{m_{opt}[k],N_r}[k]\ ^2}}$ $m_{opt}[k] = \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(\sum_{n=1}^{N_t} \ H_{m,n}[k]\ ^2 \right), k = 1, 2, \dots, K$ <p style="text-align: center;">$m_{opt}[k]$ 為傳送端在第 k 個子載波中選擇的接收天線</p>	
接收端子載波天線選擇：	
BPSK	$\tau[k] = \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(\sum_{t=1}^{\mu} \text{Re}(y_m^2[t, k]) \right)$ <p style="text-align: center;">$\tau[k]$ 為接收端在第 k 個子載波中選擇的接收天線</p>
QPSK	$\tau[k] = \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(-\sum_{t=1}^{\mu} \text{Re}(y_m^4[t, k]) \right)$ <p style="text-align: center;">$\tau[k]$ 為接收端在第 k 個子載波中選擇的接收天線</p>

表 2.1 最大比例選擇傳輸正交分頻多工演算法

2.1.1 二相相移鍵控錯誤率

由於知道最大比例選擇傳輸正交分頻多工利用二相相移鍵控調變的傳輸接收系統的處理方式，所以可以計算出其錯誤率。接收端收到之訊號經 2.1 式表示，再由表 2.1 接收端子載波天線選擇的調變後得到第 m 個接收天線的第 k 個子載波式子如下：

$$y_m^2[t, k] = B_m^2[k] + 2B_m[k]s[t, k]n_m[t, k] + \varepsilon_m^2[t, k] \quad (2.2)$$

其中的 $B_m[k] = \mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]$ 。將 $y_m^2[t, k]$ 取實部後再累加 μ 個符元，可得到：

$$\begin{aligned}
Y_m[k] &\equiv \Re\left\{\sum_{t=1}^{\mu} y_m^2[t, k]\right\} \\
&= \mu \Re\{B_m^2[k]\} + \sum_{t=1}^{\mu} \Re\{2B_m[k]s[t, k]\varepsilon_m[t, k] + \varepsilon_m^2[t, k]\}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

假定 $\varepsilon_m[t, k] \equiv \varepsilon_{m,I}[t, k] + j\varepsilon_{m,Q}[t, k]$, $B_m[k] \equiv |B_m[k]|e^{j\angle B_m[k]}$, 則(2.3)式可寫成：

$$\begin{aligned}
Y_m[k] &= \mu |B_m[k]|^2 \cos(2\angle B_m[k]) + \sum_{t=1}^{\mu} z_m[t, k] \\
&= \mu |B_m[k]|^2 \cos(2\angle B_m[k]) + Z_m[k]
\end{aligned} \tag{2.4}$$

其中

$$\begin{aligned}
z_m[t, k] &\equiv 2|B_m[k]| \cos \angle B_m[k] s[t, k] \varepsilon_{m,I}[t, k] \\
&\quad - 2|B_m[k]| \sin \angle B_m[k] s[t, k] \varepsilon_{m,Q}[t, k] \\
&\quad + \varepsilon_{m,I}^2[t, k] - \varepsilon_{m,Q}^2[t, k]
\end{aligned} \tag{2.5}$$

$z_m[1, k], z_m[2, k], \dots, z_m[\gamma, k]$ 為獨立且具有相同分布的隨機變數，如果 μ 足夠大，利用中央極限定理(Central limit theorem) $Z_m[k]$ 可以近似為高斯隨機變數，因為 $E\{z_m[t, k]\} = 0$ 故 $E\{Z_m[k]\} = 0$ ，可以計算 $z_m[t, k]$ 的變異數：

$$\begin{aligned}
\text{var}(z_m[t, k]) &= E\{\|z_m[t, k]\|^2\} \\
&= |B_m[k]|^2 \left(\frac{2}{\gamma_0} + \frac{2}{\gamma_0^2} \right)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

其中的 $\gamma_0 \equiv \frac{E_b}{N_0}$ ，故 $Z_m[k]$ 變異數為：

$$\begin{aligned}
\text{var}(Z_m[k]) &= \text{var}\left(\sum_{t=1}^{\mu} z_m[t, k]\right) \\
&= \mu (|B_m[k]|^2 \frac{2}{\gamma_0} + \frac{2}{\gamma_0^2})
\end{aligned} \tag{2.7}$$

因此，位元錯誤機率(Bit error probability)可以表示為預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 與通道矩陣

$\mathbf{H}_m[k]$ 之函數：

$$P_e(\mathbf{w}[k]) = \sum_{m=1}^{N_r} P(Y_m[k] \text{ is the largest}) P(\text{error} | Y_m[k] \text{ is the largest})$$

$$= \sum_{m=1}^{N_r} P(Y_m[k] \geq Y_1[k], Y_m[k] \geq Y_2[k], \dots, Y_m[k] \geq Y_{N_r}[k]) \quad (2.8)$$

• $P(\text{error} | Y_m[k] \text{ is the largest})$

$$= \sum_{m=1}^{N_r} \left\{ \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq m}}^{N_r} P(Y_m[k] \geq Y_q[k]) \right\} P(\text{error} | Y_m[k] \text{ is the largest}) \quad (2.9)$$

$$= \sum_{m=1}^{N_r} Q(\Re\{\mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]\} \sqrt{2\gamma_0}) \quad (2.10)$$

• $\left\{ \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq m}}^{N_r} P(\mu \Re\{B_m^2[k] - B_q^2[k]\} > Z_q[k] - Z_m[k]) \right\}$

且當 $q \neq m$ 的時候， $Y_m[k]$ 、 $Y_q[k]$ 互相獨立，故透過(2.7)可知

$$Z_q[k] - Z_m[k] \sim N\left(0, \sqrt{\mu(|B_q[k]|^2 + |B_m[k]|^2) \frac{2}{\gamma_0} + \mu \frac{4}{\gamma_0^2}}\right) \quad (2.11)$$

因 $P(Y_m[k] \geq Y_q[k]) = P(\mu \Re\{B_m^2[k] - B_q^2[k]\} > Z_q[k] - Z_m[k])$ 把(2.11)帶入，可將(2.10)

寫成：

$$P_e(\mathbf{w}[k]) = \sum_{m=1}^{N_r} Q(\Re\{\mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]\} \sqrt{2\gamma_0}) \quad (2.12)$$

• $\left\{ \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq m}}^{N_r} \left(1 - Q\left(\frac{\mu \Re\{B_m^2[k] - B_q^2[k]\}}{\sqrt{\frac{2}{\gamma_0} \mu(|B_m[k]|^2 + |B_q[k]|^2) + \frac{4}{\gamma_0^2} \mu}} \right) \right) \right\}$

其中 $B_m[k] = \mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]$ ， $\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1$ 。(2.12)即為計算出的錯誤率。

2.1.2 四相相移鍵控錯誤率

知道最大比例選擇傳輸正交分頻多工利用四相相移鍵控調變的傳輸接收系統的處理方式，我們可以計算其錯誤率。接收端收到之訊號經 2.1 式表示，再由表 2.1 接收端子載波天線選擇的調變後得到第 m 個接收天線的第 k 個子載波式子

如下：

$$\begin{aligned}
y_m^4[t, k] &= B_m^4[k]s^4[t, k] + 4B_m^3[k]s^3[t, k]\varepsilon_m[t, k] \\
&\quad + 6B_m^2[k]s^2[t, k]\varepsilon_m^2[t, k] + 4B_m[k]s[t, k]\varepsilon_m^3[t, k] \\
&\quad + \varepsilon_m^4[t, k]
\end{aligned} \tag{2.13}$$

其中的 $B_m[k] = \mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]$ 。將 $y_m^4[t, k]$ 取實部後累加 μ 個符元取負號，可得到

$$\begin{aligned}
Y_m[k] &\equiv -\Re\left\{\sum_{t=1}^{\mu} y_m^4[t, k]\right\} \\
&= -\mu\Re\{B_m^4[k]s^4[t, k]\} \\
&\quad - \sum_{t=1}^{\mu} \Re\{4B_m^3[k]s^3[t, k]\varepsilon_m[t, k] + 6B_m^2[k]s^2[t, k]\varepsilon_m^2[t, k] + 4B_m[k]s[t, k]\varepsilon_m^3[t, k] + \varepsilon_m^4[t, k]\}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

讓 $\varepsilon_m[t, k] \equiv \varepsilon_{m,I}[t, k] + j\varepsilon_{m,Q}[t, k]$, $B_m[k] \equiv |B_m[k]|e^{j\angle B_m[k]}$, $s[t, k] = a + bj$; $a, b \in [-1, 1]$ ，

(2.14)式將寫成：

$$\begin{aligned}
Y_m[k] &= 4\mu|B_m[k]|^4 \cos(4\angle B_m[k]) + \sum_{t=1}^{\mu} z_m[t, k] \\
&= 4\mu|B_m[k]|^4 \cos(4\angle B_m[k]) + Z_m[k]
\end{aligned} \tag{2.15}$$

其中的

$$\begin{aligned}
z_m[t, k] &\equiv \Re\{4B_m^3s^3[l]\varepsilon_m[l] + 6B_m^2s^2[l]\varepsilon_m^2[l] \\
&\quad + 4B_m s[l]\varepsilon_m^3[l] + \varepsilon_m^4[l]\}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

$z_m[1, k], z_m[2, k], \dots, z_m[\gamma, k]$ 為獨立且具有相同分布的隨機變數，如果 μ 足夠大，利用中央極限定理 $Z_m[k]$ 可以近似為高斯隨機變數，因為 $E\{z_m[t, k]\} = 0$ 故

$E\{Z_m[k]\} = 0$ ，可以計算 $z_m[t, k]$ 的變異數：

$$\begin{aligned}
\text{var}(z_m[t, k]) &= E\{\|z_m[t, k]\|^2\} \\
&= 64|B_m[k]|^6 \frac{1}{\gamma_0} + 288|B_m[k]|^4 \frac{1}{\gamma_0^2} \\
&\quad + 384|B_m[k]|^2 \frac{1}{\gamma_0^3} + 96 \frac{1}{\gamma_0^4}
\end{aligned} \tag{2.17}$$

其中的 $\gamma_0 \equiv \frac{E_b}{N_0}$ ，故 $Z_m[k]$ 變異數為

$$\begin{aligned}\text{var}(Z_m[k]) &= \text{var}\left(\sum_{t=1}^{\mu} z_m[t, k]\right) \\ &= \mu(|B_m[k]|^6 \frac{64}{\gamma_0} + |B_m[k]|^4 \frac{144}{\gamma_0^2} \\ &\quad + |B_m[k]|^2 \frac{96}{\gamma_0^3} + \frac{12}{\gamma_0^4})\end{aligned}\quad (2.18)$$

因此，位元錯誤機率可以表示為預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 與通道矩陣 $\mathbf{H}_m[k]$ 的函數：

$$\begin{aligned}P_e(\mathbf{w}[k]) &= \sum_{m=1}^{N_r} P(Y_m[k] \text{ is the largest})P(\text{error} | Y_m[k] \text{ is the largest}) \\ &= \sum_{m=1}^{N_r} P(Y_m[k] \geq Y_1[k], Y_m[k] \geq Y_2[k], \dots, Y_m[k] \geq Y_{N_r}[k]) \\ &\quad \bullet P(\text{error} | Y_m[k] \text{ is the largest})\end{aligned}\quad (2.19)$$

$$= \sum_{m=1}^{N_r} \left\{ \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq m}}^{N_r} P(Y_m[k] \geq Y_q[k]) \right\} P(\text{error} | Y_m[k] \text{ is the largest})\quad (2.20)$$

$$\begin{aligned}&= \sum_{m=1}^{N_r} Q(\Re\{\mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]\} \sqrt{2\gamma_0}) \\ &\quad \bullet \left\{ \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq m}}^{N_r} P(4\mu\Re\{B_q^4[k] - B_m^4[k]\} > Z_q[k] - Z_m[k]) \right\}\end{aligned}\quad (2.21)$$

且當 $q \neq m$ 的時候 $Y_m[k]$ 、 $Y_q[k]$ 各為獨立的，故透過(2.18)可知

$$Z_p[k] - Z_m[k] \sim N(0, \Omega)$$

$$\Omega = \sqrt{\mu\left(\frac{64}{\gamma_0} (|B_q[k]|^6 + |B_m[k]|^6) + \frac{144}{\gamma_0^2} (|B_q[k]|^4 + |B_m[k]|^4) + \frac{96}{\gamma_0^3} (|B_q[k]|^2 + |B_m[k]|^2) + \frac{24}{\gamma_0^4}\right)}\quad (2.22)$$

因 $P(Y_m[k] \geq Y_q[k]) = P(4\mu\Re\{B_q^4[k] - B_m^4[k]\} > Z_q[k] - Z_m[k])$ 把(2.22)帶入，可將(2.21)

寫成：

$$P_e(\mathbf{w}[k]) = \sum_{m=1}^{N_r} Q(\Re\{\mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]\}\sqrt{2\gamma_0}) \cdot \left\{ \prod_{\substack{q=1 \\ q \neq m}}^{N_r} \left(1 - Q\left(\frac{4\mu\Re\{B_q^4[k] - B_m^4[k]\}}{\Omega}\right)\right) \right\} \quad (2.23)$$

其中 Ω 如(2.22)所示、 $B_m[k] = \mathbf{H}_m[k]\mathbf{w}[k]$ ， $\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1$ 。(2.23)即為計算出的錯誤率。

2.2 子載波功率分配

在之前的預編碼權重 $w_n[k]$ 如表 2.1 所示，此預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 就如同用最大比例結合 (Maximum ratio combining) 做天線間的功率分配 (Antenna power allocation)，其中 $\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1$ 即每個子載波不管子通道增益的，將一視同仁，同一根天線中每個子載波傳送相同的能量。而主要目的使整體錯誤率最小，表示如下：

$$\begin{aligned} \min P_{e,OFDM} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K P_e^{(k)}(\mathbf{w}[k]) \\ \text{for } \sum_{n=1}^{N_t} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_n[k]\|^2 &= P \end{aligned} \quad (2.24)$$

如果每個子載波傳送相同的能量，當某一子通道增益好時，大致上所接收到的子載波都能偵測正確。但是若某一子通道增益較差時，所對應的子載波就會嚴重的檢測錯誤，錯誤率就會一直落在該子載波上。所以利用子載波功率分配 (Subcarrier power allocation) 來盡可能地避免以上的情況。當某一子通道增益好時，不需給太多的能量，就可達到良好的偵測。但當某一子通道增益較差時，就需花費多一點的能量，使該子載波能夠偵測正確。前提為所傳輸的總能量不變，只是子載波能

量做更動。如果讓接收端所收到的子載波能量為平坦的(Flat)，即為每個子載波能量相等，就等同於子通道增益好時所傳送能量較小，子通道增益較差時所傳送能量較大，這樣即能達到我們所要的子載波功率分配，公式如下：

$$\begin{aligned} H_{m_{opt}[k]}^{gain}[k] &= \sqrt{\|H_{m_{opt}[k],1}[k]\|^2 + \|H_{m_{opt}[k],2}[k]\|^2 + \dots + \|H_{m_{opt}[k],N_t}[k]\|^2} \\ m_{opt}[k] &= \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(\sum_{n=1}^{N_t} \|H_{m,n}[k]\|^2 \right), k=1,2,\dots,K \end{aligned} \quad (2.25)$$

$m_{opt}[k]$ 為在第 k 個子載波中選擇的接收天線。將選擇的接收天線之子通道大小乘上 $\alpha[k]$ ，來達到接收端所接收到的每個子載波能量相等，即為：

$$\begin{aligned} \|H_{m_{opt}[1]}^{gain}[1]\alpha[1]\|^2 &= \|H_{m_{opt}[2]}^{gain}[2]\alpha[2]\|^2 = \dots = \|H_{m_{opt}[K]}^{gain}[K]\alpha[K]\|^2 \\ \sum_{k=1}^K \alpha^2[k] &= P \end{aligned} \quad (2.26)$$

其中 P 為所傳輸的總能量。故最終的預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 修正為：

$$w_n[k] = \frac{(H_{m_{opt}[k],n}[k])^H}{\sqrt{\|H_{m_{opt}[k],1}[k]\|^2 + \|H_{m_{opt}[k],2}[k]\|^2 + \dots + \|H_{m_{opt}[k],N_t}[k]\|^2}} \times \alpha[k] \quad (2.27)$$

2.3 增加接收端天線選擇正確率

從 2.1.1 所計算的二相相移鍵控錯誤率(2.12)和 2.1.2 所計算出的四相相移鍵控錯誤率(2.23)，可以利用此錯誤率來找到傳送天線最佳的預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ ，使錯誤的機率 $P_e(\mathbf{w}[k])$ 達到最小，表示如下：

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}[k] &= \arg \min_{\mathbf{w}[k]} P_e(\mathbf{w}[k]) \\ s.t. \quad &\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1 \end{aligned} \quad (2.28)$$

此方法主要是為了解決如當第 k 個子通道瞄準第 $m_{opt}[k]$ 根天線，預設的預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 如表 2.1，但是接收端有時候第二根天線所接收到的資料也很有可能接近另外一個星象點而選擇到錯誤的接收天線，如下圖 2.4(圖為在四相相移鍵控的情況下)，實線為傳送端所選擇的接收天線所接收到的資料，虛線為另外一根天線所接收到的資料。

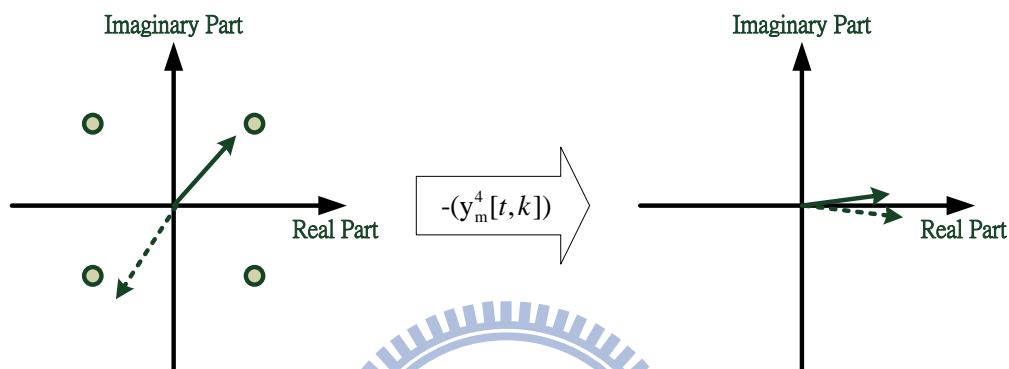


圖 2.4 選擇錯誤接收天線星象圖

為了避免以上的情況，故將預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 加擾動使得預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 擾動再正規化(Normalize)帶入所計算出的錯誤率中(二相相移鍵控錯誤率(2.12)或是四相相移鍵控錯誤率(2.23))，使得錯誤率最小如表 2.2，讓另外一個接收天線接收資料遠離星象點如圖 2.5(圖為在四相相移鍵控的情況下)。這樣就可以盡量避免因為另外一個天線所接收到的資料接近另外一個星象點，當累積能量時，實線的能量小於虛線之能量，而造成誤判接收天線，而提高接收端天線選擇的正確率，進而降低錯誤率。

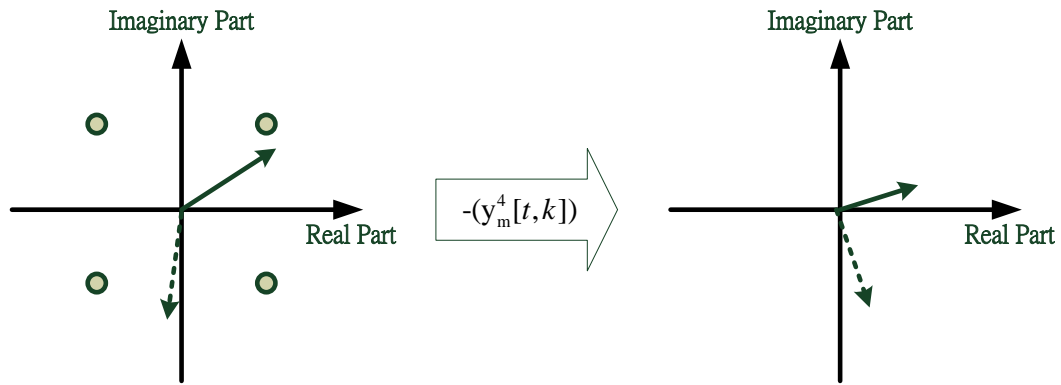


圖 2.5 將預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 擾動而選擇對的接收天線

<pre> For L=1:loop $\mathbf{w}_L[k] = \mathbf{w}[k] + \mathbf{v}_L[k]$, where $\mathbf{v}_L[k] \sim CN^{N_t}(0,1)$ $\hat{\mathbf{w}}_L[k] = \frac{\mathbf{w}_L[k]}{\ \mathbf{w}_L[k]\ }$ end $L_{opt} \equiv \arg \min_{L \in \{1,2,\dots,loop\}} P_e(\hat{\mathbf{w}}_L[k])$ $\bar{\mathbf{w}}[k] = \mathbf{w}_{L_{opt}}[k]$ </pre>

表 2.2 將預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 擾動

2.4 決策回授

如何讓最大比例選擇傳輸正交分頻多工系統再降低錯誤率呢？我們將最大比例結合(Maximum Ratio Combining)套入在決策回授(Decision-Feedback)中，來提升效能。圖 2.6 為接收機第 k 個子載波在二相相移鍵控決策回授系統架構圖在二相相移鍵控調變，首先利用圖 2.2 所偵測出來的訊號來估測子通道的通道增益 $B_m[k]$ ，由(2.1)可以得到：

$$r_m[t,k] \equiv y_m[t,k] \hat{s}^*[t,k] = B_m[k] s[t,k] \hat{s}^*[t,k] + \varepsilon_m[t,k] \hat{s}^*[t,k] \quad (2.29)$$

其中 $B_m[k] = \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k]$ ， $\hat{s}[t, k]$ 即為在圖 2.2 中所偵測出的訊號，如果所偵測出的訊號為正確，即為：

$$\hat{s}[t, k] = s[t, k] \quad (2.30)$$

藉由(2.30)將(2.29)改寫，以估測出子通道的通道增益：

$$\begin{aligned} r_m[t, k] &\approx B_m[k] + \varepsilon_m[t, k] \hat{s}^*[t, k] \\ \frac{1}{\mu} \sum_{t=1}^{\mu} r_m[t, k] &\approx B_m[k] + \frac{1}{\mu} \sum_{t=1}^{\mu} \varepsilon_m[t, k] \hat{s}^*[t, k] \approx \hat{B}_m[k] \end{aligned} \quad (2.31)$$

再來使用最大比例結合，將所有接收天線所相對應的子載波結合後做訊號的偵測：

$$s_{DF}[t, k] = \text{detector}(\hat{B}_m^*[k] y_m[t, k]) \quad (2.32)$$

如調變是用四相相移鍵控需將(2.31)改為：

$$\begin{aligned} r_m[t, k] &\approx 2B_m[k] + \varepsilon_m[t, k] \hat{s}^*[t, k] \\ \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^{\mu} r_m[t, k] &\approx B_m[k] + \frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^{\mu} \varepsilon_m[t, k] \hat{s}^*[t, k] \approx \hat{B}_m[k] \end{aligned} \quad (2.31')$$

而圖 2.6 需將 $R\{y_{Nr}^2[t, k]\}$ 修改為 $-R\{y_{Nr}^4[t, k]\}$ ，且 $\frac{1}{\mu} \sum_{t=1}^{\mu}$ 修改為 $\frac{1}{2\mu} \sum_{t=1}^{\mu}$ 。所以

$s_{DF}[t, k]$ 就是利用決策回授所得到最終偵測到的訊號，可將 2.2 章節所提到的提高接收端天線選擇正確率方法再加上本章的決策回授方式會使錯誤率大幅降低。

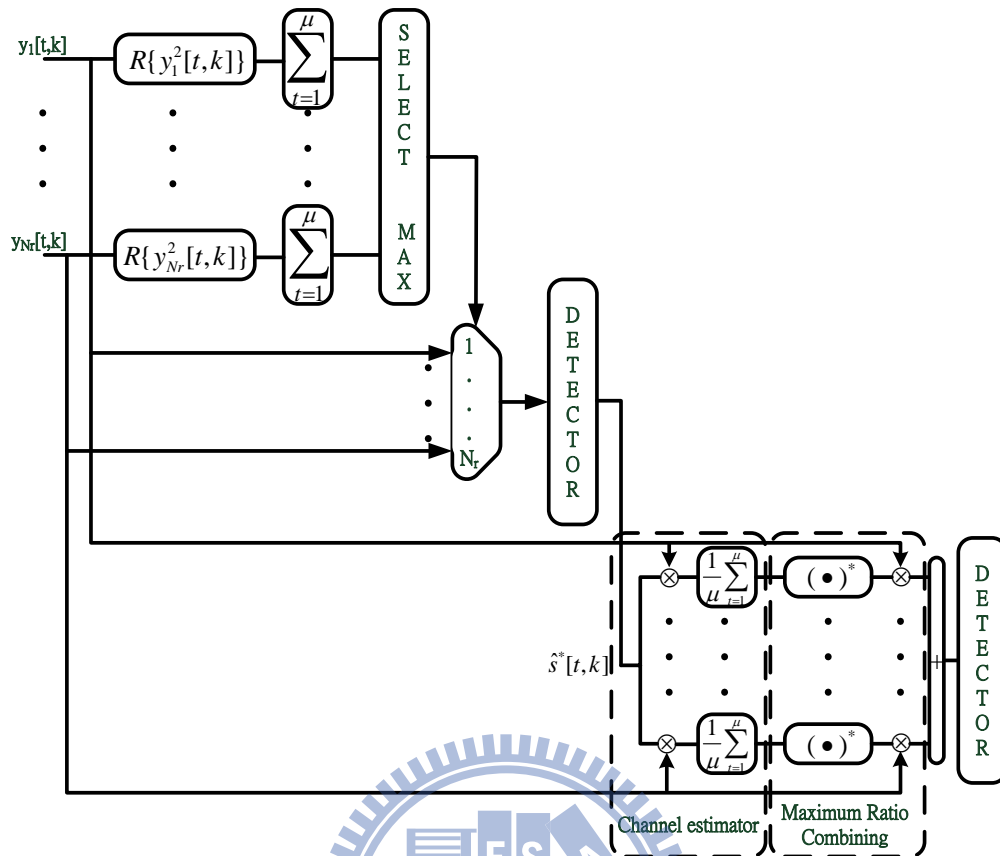


圖 2.6 接收機第 k 個子載波在二相相移鍵控決策回授系統架構圖

2.5 群組天線選擇

最大比例選擇傳輸正交分頻多工是在只有傳送端具通道資訊的情況下運作。因接收端不知道通道資訊下，加成性白高斯雜訊會使接收端判斷錯誤的接收天線，接收端處為了對抗雜訊，而累積 μ 個符元的能量來抗衡雜訊。雖然這樣能有效的降低雜訊對於接收端的影響，但前提為 μ 個符元的通道無時間上的變化，即為通道在 μ 個符元時間內不變。故此方法對於通道在時間上變化的容忍度十分的低，如圖 2.7 所示。

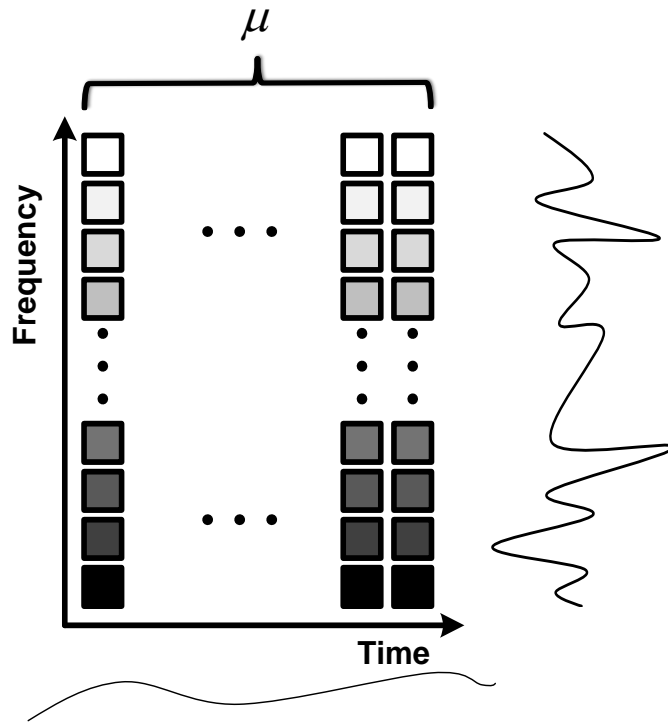


圖 2.7 通道在時間與頻率上的變化示意圖

利用同調頻寬(Coherent Bandwidth)之概念來提高最大比例選擇傳輸正交分頻多工對於通道在時間上變化的容忍度。即傳送端利用鄰近的子載波成為一個群組選擇接收天線，接收端也使用群組累積能量來對抗雜訊決定接收天線，如表 2.3，群組個數為 ρ 。當群組個數 ρ 越大，所需要傳送的符元數就越少，這樣不但能抵抗雜訊對選擇天線的影響，也因接收端所需累積符元能量的符元個數減少，提升對通道在時間上變化的容忍度。如圖 2.8 所示，其中 $\lceil \mu/\rho \rceil$ 表示不小於 μ/ρ 的最小整數。

傳送端群組子載波預編碼權重：	
$w_n[k] = \frac{(H_{m_{opt}[\lceil k/\rho \rceil],n}[k])^H}{\sqrt{\ H_{m_{opt}[\lceil k/\rho \rceil],1}[k]\ ^2 + \ H_{m_{opt}[\lceil k/\rho \rceil],2}[k]\ ^2 + \dots + \ H_{m_{opt}[\lceil k/\rho \rceil],N_t}[k]\ ^2}} \times \alpha[k]$	
$m_{opt}[g] = \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(\sum_{i=1}^{\rho} \sum_{n=1}^{N_t} \ H_{m,n}[\rho(g-1) + i]\ ^2 \right), g = 1, 2, \dots, K/\rho$	
$m_{opt}[g]$ 為傳送端在第 g 個群組中選擇的接收天線	
接收端群組子載波天線選擇：	
BPSK	$\tau[g] = \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(\sum_{t=1}^{\lceil \mu/\rho \rceil} \sum_{i=1}^{\rho} \text{Re}(y_m^2[t, \rho(g-1) + i]) \right), g = 1, 2, \dots, K/\rho$ <p style="text-align: center;">$\tau[g]$ 為接收端在第 g 個群組選擇的接收天線</p>
QPSK	$\tau[g] = \arg \max_{m=1,2,\dots,N_r} \left(- \sum_{t=1}^{\lceil \mu/\rho \rceil} \sum_{i=1}^{\rho} \text{Re}(y_m^4[t, \rho(g-1) + i]) \right), g = 1, 2, \dots, K/\rho$ <p style="text-align: center;">$\tau[g]$ 為接收端在第 g 個群組選擇的接收天線</p>

表 2.3 最大比例選擇傳輸正交分頻多工群組天線選擇演算法

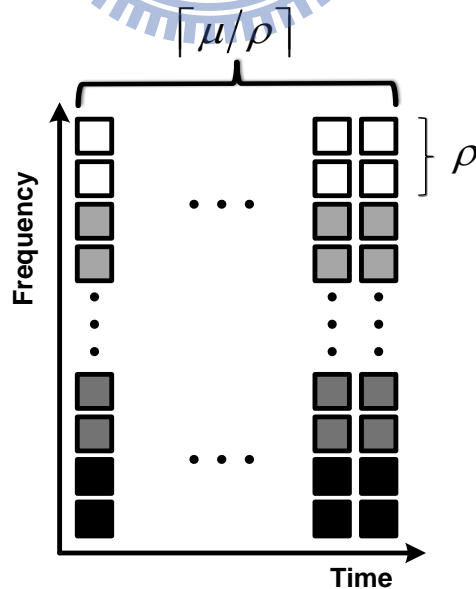


圖 2.8 群組天線選擇示意圖

我們使用群組天線選擇法，即可只用單一符元來選擇接收端的天線，立即偵測資料。如圖 2.9 所示，利用鄰近的子載波累積能量對抗雜訊，鄰近子載波個數為 ρ 。

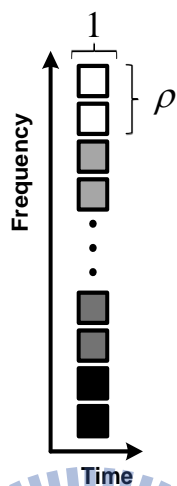


圖 2.9 使用群組及一個符元累積能量示意圖



第三章

最大比例差分傳輸正交分頻多工

本章將介紹如何使用最大比例差分傳輸正交分頻多工(Differential Maximum Ratio Transmission in Orthogonal Frequency Division Multiplexing, DMRT OFDM)，最大比例差分傳輸正交分頻多工只需要一個符元來完成偵測，接收端也無須累積符元能量來抵抗雜訊，所以最大比例差分傳輸正交分頻多工系統可以有效的改善最大比例選擇傳輸正交分頻多工系統對通道在時間上變化容忍度的問題，且複雜度低。



3.1 差分編碼

假設 $s[t]$ 為調變過後的訊號，如果此訊號 $s[t]$ 與前一個時間點所傳送的訊號 $x[t-1]$ 一樣，將以傳送“1”示之，不一樣將傳送“-1”示之，即為差分編碼(Differential coding)，如圖 3.1 所示。因為需要前的訊號 $x[0]$ 所以需要初始值(initial)，假定為 1，以數學表示即為：

$$\mathbf{x}[t] = \mathbf{s}[t] \times \mathbf{x}^*[t-1] \quad (3.1)$$

其中 $\mathbf{x}[t]$ 為 $\mathbf{s}[t]$ 做完差分編碼的訊號。

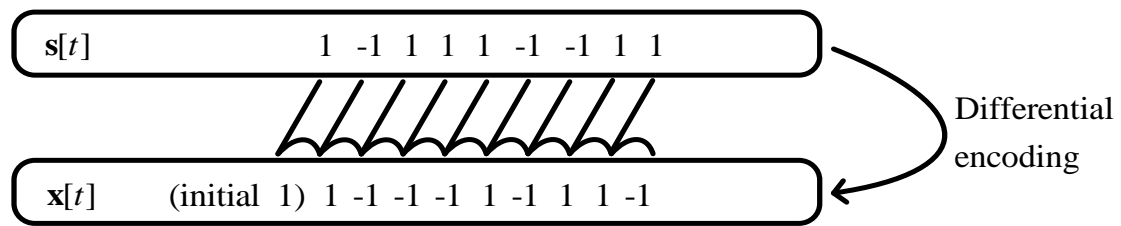


圖 3.1 差分編碼圖示

而在差分解碼(Differential decoding)，做法與差分編碼雷同，如收到“1”即為與前一個時間點的資料相同，收到“-1”即為與前一個時間點的資料不同，這樣即可解碼。如圖 3.2 所示，以數學式子所示即為：

$$\mathbf{r}[t] = \mathbf{y}[t] \times \mathbf{y}^*[t-1] \quad (3.2)$$

其中 $\mathbf{y}[t]$ 為收到的訊號， $\mathbf{r}[t]$ 為 $\mathbf{y}[t]$ 做完差分解碼的訊號。

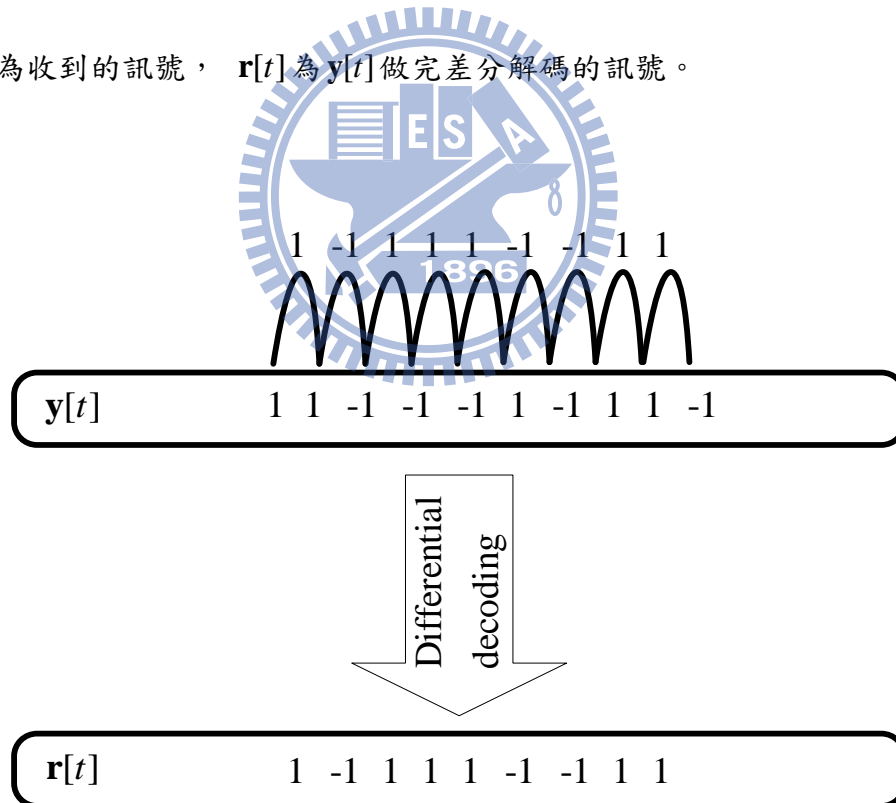


圖 3.2 差分解碼圖示

3.2 最大比例差分傳輸正交分頻多工系統及演算法

圖 3.3 為最大比例差分傳輸正交分頻多工發射機及接收機整體系統架構圖，其中 $\mathbf{x}[t]$ 為 $\mathbf{s}[t]$ 做完差分編碼的訊號， $\mathbf{r}[t]$ 為 $\mathbf{y}[t]$ 做完差分解碼的訊號。

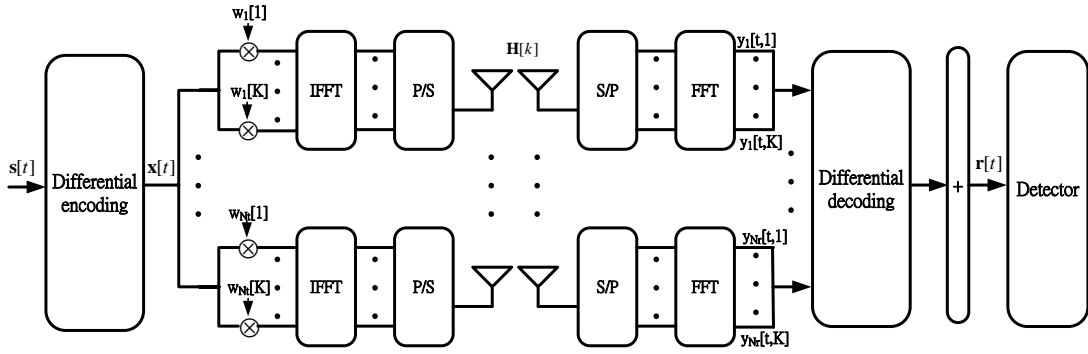


圖 3.3 發射機及接收機整體系統架構圖

選擇預編碼權重 $\mathbf{w}[k]$ 使得最大比例差分傳輸正交分頻多工的效能最高，所以可知 $\mathbf{r}[t]$ 的子載波式子如下：

$$r[t, k] = \sum_{m=1}^{N_r} y_m[t, k] y_m^*[t-1, k] \quad (3.3)$$

其中 $y_m[t, k]$ 為第 m 跟天線所接收到第 k 個子載波的訊號，如下式所示：

$$y_m[t, k] = \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] x[t, k] + \varepsilon_m[t, k] \quad (3.4)$$

將(3.4)帶入(3.3)中：

$$r[t, k] = \sum_{m=1}^{N_r} \{ (\mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] x[t, k] + \varepsilon_m[t, k]) \bullet (\mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] x[t-1, k] + \varepsilon_m[t-1, k])^H \} \quad (3.5)$$

將(3.5)式展開為：

$$\begin{aligned}
r[t, k] &= \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k] x[t, k] x^*[t-1, k] \\
&\quad + \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] x[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k] \\
&\quad + \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k] x^*[t-1, k] \varepsilon_m[t, k] \\
&\quad + \sum_{m=1}^{Nr} \varepsilon_m[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k]
\end{aligned} \tag{3.6}$$

欲讓錯誤率降低，即為讓收到的訊號雜音比提高。訊號雜音比如下：

$$\begin{aligned}
SNR &= \frac{E\left\{\left\|\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k] x[t, k] x^*[t-1, k]\right\|^2\right\}}{E\{\|\mathbf{Z}\|^2\}} \\
&= \frac{\left\|\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k]\right\|^2 E\{\|x[t, k] x^*[t-1, k]\|^2\}}{E\{\|\mathbf{Z}\|^2\}} \\
&= \frac{\sum_{m=1}^{Nr} \left\|\mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k]\right\|^2 E\{\|x[t, k]\|^2\}^2}{E\{\|\mathbf{Z}\|^2\}} \\
&= \frac{\sum_{m=1}^{Nr} \left\|\mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k]\right\|^2}{E\{\|\mathbf{Z}\|^2\}}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

其中 $E\{\|x[t, k]\|^2\} = 1$ ，且

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z} &= \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] x[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k] \\
&\quad + \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k] x^*[t-1, k] \varepsilon_m[t, k] \\
&\quad + \sum_{m=1}^{Nr} \varepsilon_m[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k]
\end{aligned} \tag{3.8}$$

(3.8)式各項間為獨立。如預編碼權重在 $\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1$ 的條件下，將可證明 \mathbf{Z} 的變異

數無改變。我們以第一項證明之，其他同理可證：

$$\begin{aligned}
\sigma_{(3.8)-1}^2 &= E\{(\mathbf{w}[k] \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] x[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k]) (\mathbf{w}[k] \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] x[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k])^H\} \\
&= \mathbf{w}[k] E\{ \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] x[t, k] \varepsilon_m^*[t-1, k] \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] x^*[t, k] \varepsilon_m[t-1, k] \} \mathbf{w}^H[k] \\
&= \mathbf{w}[k] E\{ \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{H}_m^H[k] \|x[t, k]\|^2 \|\varepsilon_m[t-1, k]\|^2 \} \mathbf{w}^H[k] \\
&= \mathbf{w}[k] \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{H}_m^H[k] E\{ \|x[t, k]\|^2 \|\varepsilon_m[t-1, k]\|^2 \} \mathbf{w}^H[k] \\
&= \mathbf{w}[k] \boxed{\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{H}_m^H[k] N_0} \mathbf{w}^H[k] \\
&= C \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \\
&= C \|\mathbf{w}[k]\|^2 \\
&= C
\end{aligned} \tag{3.9}$$

其中 $\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1$ 、 $C = \frac{N_0}{2} \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{H}_m^H[k]$ 為定質。欲讓訊號雜音比最大，最後問

題即為：

$$\begin{aligned}
\underset{\mathbf{w}[k]}{\text{maximize}} SNR &= \underset{\mathbf{w}[k]}{\text{maximize}} \left\| \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k] \right\|^2 \\
&= \underset{\mathbf{w}[k]}{\text{maximize}} \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m[k] \\
s.t. \quad &\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1
\end{aligned} \tag{3.10}$$

因 $\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m[k]$ 為正數，故有無平方皆同。(3.10)式可表示為：

$$\begin{aligned}
&\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m[k] \\
&= \sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \\
&= \mathbf{w}[k] \left(\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{H}_m[k] \right) \mathbf{w}^H[k]
\end{aligned} \tag{3.11}$$

利用瑞利不等式(Rayleigh's Inequality)：

$$\mathbf{w}[k] \left(\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{H}_m[k] \right) \mathbf{w}^H[k] \leq \lambda_{\max} \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] = \lambda_{\max} \|\mathbf{w}[k]\|^2 \tag{3.12}$$

其中 $\|\mathbf{w}[k]\|^2 = 1$ ， λ_{\max} 為 $\sum_{m=1}^{Nr} \mathbf{H}_m^H[k] \mathbf{H}_m[k]$ 的最大特徵值(eigenvalue)。由瑞利不等

式可知，讓 $\mathbf{w}[k]$ 等於 λ_{\max} 所對應的特徵向量(eigenvector)時，(3.12)式之等號成立，

使得 $\sum_{m=1}^{N_r} \mathbf{H}_m[k] \mathbf{w}[k] \mathbf{w}^H[k] \mathbf{H}_m^H[k]$ 達到最大。故 $\mathbf{w}[k]$ 等於 λ_{\max} 所對應的特徵向量為傳

送端的預編碼權重。



第四章

通道估計

本章將介紹通道估計(Channel Estimation)。由於本論文主要是在傳送端具通道資訊，而接收端不具有通道資訊，而提出第二、三章的方法最大比例選擇傳輸正交分頻多工及最大比例差分傳輸正交分頻多工。既然只有傳送端具通道資訊，接收端需傳送訓練序列給傳送端，傳送端才能估測通道資訊。本章的傳送端與第二、三章之接收端對應，接收端與第二、三章之傳送端對應。

4.1 通道估計

在[6][7]為無線正交分頻多工技術的通道估計簡介及基本方法遇到的問題等，在此不加以敘述。這裡提供一個通道估計的方法[8][9]，圖4.1為通道估計方塊圖，其中 $\mathbf{d}_n[t]$ 為第 n 根傳送天線所傳送的訓練序列， $\mathbf{y}_m[t]$ 為第 m 根接收天線經過通道後所接收到的訓練序列，以子載波表示如下：

$$y_m[t, k] = \sum_{n=1}^{N_t} H_{mn}[t, k] d_n[t, k] + \varepsilon_m[t, k], m = 1, \dots, N_r \quad (4.1)$$

其中

$$H_{mn}[t, k] \equiv \sum_{l=0}^{K_0-1} h_{mn}[t, l] W_K^{kl} \quad (4.2)$$

其中 $W_K^{kl} = \exp\left\{\frac{-j2\pi kl}{K}\right\}$ ， K_0 為最大延遲擴散(Maximum Delay Spread)，由(4.2)

可知，欲估計頻域通道 $H_{mn}[t, k]$ 只要先估計時域通道 $h_{mn}[t, l]$ 即可。

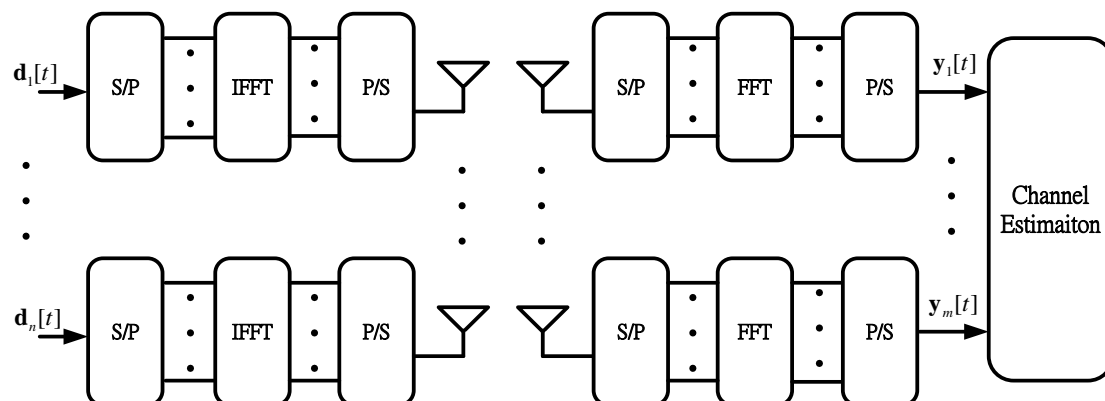


圖 4.1 通道估計方塊圖

4.1.1 通道參數估計

以下以單輸入多輸出(Single-input Multi-output, SIMO)的二傳一收解釋之，多輸入多輸出同理可證。將(4.2)式帶入(4.1)中：

$$y[t, k] = \sum_{n=1}^{N_t} \sum_{l=0}^{K_0-1} h_n[t, l] W_K^{kl} d_n[t, k] + \varepsilon[t, k] \quad (4.3)$$

由於 $d_n[t, k]$ 為訓練序列，所以傳送端知道訓練序列 $d_n[t, k]$ 的數值。現在的目的就是盡可能地把通道估測的精準，所估計出的時域通道 $\hat{h}_n[t, l]$ 與最原先的時域通道 $h_n[t, l]$ 差距越小越好，即為均方誤差(Mean square error, MSE)最小，均方誤差的成本函數(cost function)如下：

$$C(\{\hat{h}_n[t, l]; n=1, 2\}) = \sum_{k=0}^{K-1} \left| y[t, k] - \sum_{n=1}^2 \sum_{l=0}^{K_0-1} \hat{h}_n[t, l] W_K^{kl} d_n[t, k] \right|^2 \quad (4.4)$$

欲讓均方誤差的成本函數最小，即為均方誤差的成本函數對 $\hat{h}_v[t, l_0]$ 偏微分等於零：

$$\frac{\partial C(\{\hat{h}_n[t, l]\})}{\partial \hat{h}_v[t, l_0]} \equiv \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial C(\{\hat{h}_n[t, l]\})}{\partial \Re(\hat{h}_v[t, l_0])} - j \frac{\partial C(\{\hat{h}_n[t, l]\})}{\partial \Im(\hat{h}_v[t, l_0])} \right\} = 0 \quad (4.5)$$

其中 $v=1, 2$, $l_0=0, 1, \dots, K_0-1$, 將(4.4)經由(4.5)偏微分後如下所示：

$$\sum_{k=0}^{K-1} \left(y[t, k] - \sum_{n=1}^2 \sum_{l=0}^{K_0-1} \hat{h}_n[t, l] W_K^{kl} d_n[t, k] \right) W_K^{-kl_0} d_v^*[t, k] = 0 \quad (4.6)$$

將(4.6)展開後可得到：

$$\sum_{k=0}^{K-1} \left(y[t, k] W_K^{-kl_0} d_v^*[t, k] \right) - \sum_{k=0}^{K-1} \left(\sum_{n=1}^2 \sum_{l=0}^{K_0-1} \hat{h}_n[t, l] W_K^{kl} d_n[t, k] W_K^{-kl_0} d_v^*[t, k] \right) = 0 \quad (4.7)$$

定義：

$$p_v[t, k] \equiv \sum_{k=0}^{K-1} \left(y[t, k] d_v^*[t, k] W_K^{-kl_0} \right) \quad (4.8)$$

$$q_{nv}[t, k] \equiv \sum_{k=0}^{K-1} \left(d_n[t, k] d_v^*[t, k] W_K^{-kl_0} \right) \quad (4.9)$$

將(4.8)(4.9)帶入(4.7)：

$$\sum_{n=1}^2 \sum_{l=0}^{K_0-1} \hat{h}_n[t, l] q_{nv}[t, l_0 - l] = p_v[t, l] \quad (4.10)$$

其中 $v=1, 2$, $l_0=0, 1, \dots, K_0-1$, 可將(4.10)寫成矩陣的形式：

$$\mathbf{Q}[t] \hat{\mathbf{h}}[t] = \mathbf{p}[t] \quad (4.11)$$

其中 $\hat{\mathbf{h}}[t] \equiv \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_1[t] \\ \hat{\mathbf{h}}_2[t] \end{bmatrix}$, $\mathbf{p}[t] \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1[t] \\ \mathbf{p}_2[t] \end{bmatrix}$, $\mathbf{Q}[t] \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11}[t] & \mathbf{Q}_{21}[t] \\ \mathbf{Q}_{12}[t] & \mathbf{Q}_{22}[t] \end{pmatrix}$, 而各個的矩陣向量內容如下：

$$\hat{\mathbf{h}}_n[t] \equiv (\hat{h}_n[t, 0], \hat{h}_n[t, 1], \dots, \hat{h}_n[t, K_0-1])^T \quad (4.12)$$

$$\mathbf{p}_v[t] \equiv (p_v[t, 0], p_v[t, 1], \dots, p_v[t, K_0-1])^T \quad (4.13)$$

$$\mathbf{Q}_{nv}[t] \equiv \begin{pmatrix} q_{nv}[t, 0] & \dots & q_{nv}[t, -K_0+1] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{nv}[t, K_0-1] & \dots & q_{nv}[t, 0] \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

故所估出來的通道即為：

$$\hat{\mathbf{h}}[t] = \mathbf{Q}^{-1}[t]\mathbf{p}[t] \quad (4.15)$$

所以在圖 4.1 中的通道估計的方塊圖的內部如圖 4.2。欲讓複雜度降低可參考文獻[10]。

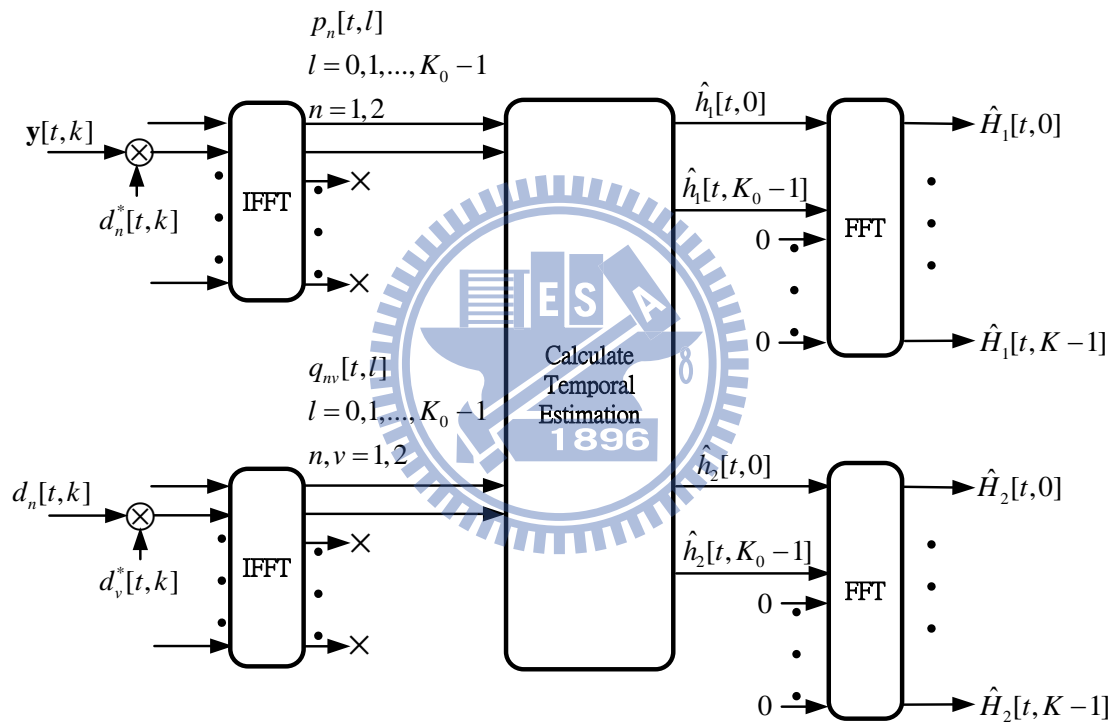


圖 4.2 通道估計方塊內部圖

4.1.2 均方誤差臨界估計

利用均方誤差的成本函數最小得到(4.15)，其均方誤差為：

$$MSE[t] \equiv \frac{1}{2K_0} E \left\{ \left\| \hat{\mathbf{h}}[t] - \mathbf{h}[t] \right\|^2 \right\} \quad (4.16)$$

其中的 $\hat{\mathbf{h}}[t] = \mathbf{Q}^{-1}[t]\mathbf{p}[t]$ ， $\mathbf{Q}^{-1}[t]$ 由訓練序列所組成，而 $\mathbf{p}[t] \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1[t] \\ \mathbf{p}_2[t] \end{bmatrix}$ 裡有接收到的訊號 $\mathbf{y}[t]$ 資訊，所以需要知道 $\mathbf{p}_1[t]$ 和 $\mathbf{p}_2[t]$ 是怎樣的形式，以下先以 $\mathbf{p}_1[t]$ 解釋之， $\mathbf{p}_2[t]$ 以此類推，如下：

$$\begin{aligned} p_1[t, l_0] &= \sum_{k=0}^{K-1} y[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] |d_1[t, k]|^2 W_K^{-kl_0} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{K-1} H_2[t, k] d_2[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{K-1} \varepsilon[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0} \end{aligned} \quad (4.17)$$

其中依照 (4.9) 的定義，可將(4.17)分別改寫為：

$$\sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] |d_1[t, k]|^2 W_K^{-kl_0} = \sum_{l=0}^{K_0-1} q_{11}[t, l_0 - l] h_1[t, l] \quad (4.18)$$

$$\sum_{k=0}^{K-1} H_2[t, k] d_2[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0} = \sum_{l=0}^{K_0-1} q_{21}[t, l_0 - l] h_2[t, l] \quad (4.19)$$

$$\xi_1[t, l] \equiv \sum_{k=0}^{K-1} \varepsilon[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0} \quad (4.20)$$

故將(4.18)(4.19)(4.20)帶入(4.17)後寫成矩陣的形式即為：

$$\mathbf{p}_1[t] = \mathbf{Q}_{11}[t]\mathbf{h}_1[t] + \mathbf{Q}_{21}[t]\mathbf{h}_2[t] + \boldsymbol{\xi}_1[t] \quad (4.21)$$

所以 $\mathbf{p}_2[t]$ 同理可證，得：

$$\mathbf{p}_2[t] = \mathbf{Q}_{12}[t]\mathbf{h}_1[t] + \mathbf{Q}_{22}[t]\mathbf{h}_2[t] + \boldsymbol{\xi}_2[t] \quad (4.22)$$

其中 $\boldsymbol{\xi}_n[t] \equiv (\xi_n[t,0], \xi_n[t,1], \dots, \xi_n[t, K_0-1])^T, n=1,2$ ，故將(4.21)(4.22)在一起寫成矩陣

形式如下：

$$\mathbf{p}[t] = \mathbf{Q}[t]\mathbf{h}[t] + \boldsymbol{\xi}[t] \quad (4.23)$$

其中 $\boldsymbol{\xi}[t] \equiv (\boldsymbol{\xi}_1^T[t], \boldsymbol{\xi}_2^T[t])^T$ ，所以可以算出 $\boldsymbol{\xi}[t]$ 的變異數：

$$\begin{aligned} E\{\boldsymbol{\xi}_n[t, l_1] \boldsymbol{\xi}_v^*[t, l_2]\} &= E\left\{ \sum_{k_1=0}^{K-1} \sum_{k_2=0}^{K-1} \varepsilon[t, k_1] \varepsilon^*[t, k_2] d_v^*[t, k_1] d_n[t, k_2] W_K^{-k_1 l_1 + k_2 l_2} \right\} \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \sigma^2 d_v^*[t, k] d_n[t, k] W_K^{-k(l_1 - l_2)} \\ &= \sigma^2 q_{nv}[t, l_1 - l_2] \end{aligned} \quad (4.24)$$

其中 $n=1,2, v=1,2$ ，將(4.24)帶入定義(4.14)中寫成矩陣形式如下：

$$E\{\boldsymbol{\xi}[t] \boldsymbol{\xi}^H[t]\} = \sigma^2 \mathbf{Q}[t] \quad (4.25)$$

故將(4.23)帶入(4.15)可得：

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}[t] &= \mathbf{Q}^{-1}[t](\mathbf{Q}[t]\mathbf{h}[t] + \boldsymbol{\xi}[t]) \\ &= \mathbf{h}[t] + \mathbf{Q}^{-1}[t]\boldsymbol{\xi}[t] \end{aligned} \quad (4.26)$$


即可計算均方誤差為：

$$\begin{aligned}
MSE[t] &\equiv \frac{1}{2K_0} E \left\{ \left\| \hat{\mathbf{h}}[t] - \mathbf{h}[t] \right\|^2 \right\} \\
&= \frac{1}{2K_0} E \left\{ \left\| \mathbf{h}[t] + \mathbf{Q}^{-1}[t] \boldsymbol{\xi}[t] - \mathbf{h}[t] \right\|^2 \right\} \\
&= \frac{1}{2K_0} E \left\{ \left(\mathbf{Q}^{-1}[t] \boldsymbol{\xi}[t] \right)^H \mathbf{Q}^{-1}[t] \boldsymbol{\xi}[t] \right\} \\
&= \frac{1}{2K_0} Tr \left\{ E \left\{ \mathbf{Q}^{-1}[t] \boldsymbol{\xi}[t] \boldsymbol{\xi}^H [t] \mathbf{Q}^{-1}[t] \right\} \right\}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$Tr(\bullet)$ 為取(trace)將(4.25)帶入(4.27)可得：

$$MSE[t] = \frac{\sigma^2}{2K_0} Tr \left\{ \mathbf{Q}^{-1}[t] \right\} \tag{4.28}$$

其中 $\mathbf{Q}^{-1}[t]$ 由[8]可知，在此就不加以註明完整的 $\mathbf{Q}^{-1}[t]$ 。由於所傳送的訓練序列的子載波能量通常為“1”，如下：



$$\|d_n[t, k]\|^2 = 1 \tag{4.29}$$

其中 $n=1, 2$ ，這樣即可計算出：

$$\mathbf{Q}_{nn}[t] = K\mathbf{I} \tag{4.30}$$

其中 \mathbf{I} 為 $K_0 \times K_0$ 的單位矩陣(identity matrix)，而 $\mathbf{Q}_{21}[t] = \mathbf{Q}_{12}^H[t]$ 。將[8]的 $\mathbf{Q}^{-1}[t]$ 和(4.30)帶入(4.28)可得：

$$\begin{aligned}
MSE[t] &= \frac{\sigma^2}{2KK_0} Tr \left\{ \mathbf{I} + \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{Q}_{21}^H[t] \mathbf{Q}_{21}[t]}{K^2} \right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{\mathbf{Q}_{21}^H[t] \mathbf{Q}_{21}[t]}{K^2} \right) \right\} \\
&= \frac{\sigma^2}{2KK_0} \left(K_0 + \sum_{l=1}^{K_0} \frac{1 + (\lambda_l^2[t]/K^2)}{1 - (\lambda_l^2[t]/K^2)} \right)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

其中 $\lambda_l^2[t]$ 為 $\mathbf{Q}_{21}^H[t] \mathbf{Q}_{21}[t]$ 的特徵值， $l=1, \dots, K_0$ ，而 $Tr(\mathbf{Q}_{21}^H[t] \mathbf{Q}_{21}[t]) < K$ ，可知(4.31)

的均方誤差臨界(bound)如下：

$$MSE[t] \geq \frac{\sigma^2}{K} \quad (4.32)$$

當 $\lambda_1^2[t]=0$ 時，臨界值等於成立。

4.1.3 訓練序列設定

從 4.1.2 可知當 $\mathbf{Q}_{21}^H[t]\mathbf{Q}_{21}[t]$ 的特徵值等於 0 時，均方誤差可以使臨界值得等於成立。而前提為(4.29)，故(4.30)成立，現在如何讓 $\mathbf{Q}_{21}^H[t]\mathbf{Q}_{21}[t]$ 的特徵值等於 0 呢？直觀的想當 $\mathbf{Q}_{21}[t]=0$ 必然特徵值即為 0，而 $\mathbf{Q}_{21}[t]=0$ 即為 $q_{mv}[t,l]=0$ 當 $n \neq v$ 。而現在目的就是要讓 $q_{mv}[t,l]=0$ ，使得均方誤差可以使臨界值得等於成立。

取第一根傳送天線的訓練序列為：

$$d_1[t,k] = \exp\left(\frac{jA\pi k^2}{K}\right) \quad (4.33)$$

其中 A 與 K 互質。故第二根天線的訓練序列取：

$$\begin{aligned} d_2[t,k] &= d_1[t,k] \exp\left(\frac{j2\pi k l_0}{K}\right) \\ &= d_1[t,k] W_K^{-k l_0} \end{aligned} \quad (4.34)$$

其中 $K_0 \leq l_0 \leq K - K_0$ ，可知 $q_{mv}[t,l]=K\delta[l-l_0]$ ， $|l| \leq K_0 - 1$ 。這樣在最大延遲擴散的時間內 $q_{mv}[t,l]=0$ ，當 $q_{mv}[t,l]=0$ 等效 $\mathbf{Q}_{21}[t]=0$ ，即為 $\mathbf{Q}_{21}^H[t]\mathbf{Q}_{21}[t]$ 的特徵值等於 0，當 $\lambda_1^2[t]=0$ 均方誤差可以使臨界值得等於成立，所以當兩根傳送天線時訓練序列只要達到(4.33)和(4.34)的方式，即可讓均方誤差在此方法最小。

那當傳送天線個數變多訓練序列要如何表示呢？第一根天線一樣如(4.33)所示，假設天線個數為 Nt ，故第 n 根天線的訓練序列如下表示：

$$d_n[t, k] = d_1[t, k] W_K^{-\bar{K}_0(n-1)k} \quad (4.35)$$

其中的 $n = 2, 3, \dots, Nt$ ， $\bar{K}_0 = \lfloor K/Nt \rfloor \geq K_0$ ，其中 $\lfloor K/Nt \rfloor$ 代表不大於 K/Nt 的最大整數。故 $q_{mv}[t, l]$ 如下：

$$\begin{aligned} q_{mv}[t, l] &= \sum_{k=0}^{K-1} d_n[t, k] d_v^*[t, k] W_K^{-kl} \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} d_1[t, k] W_K^{-\bar{K}_0(n-1)k} \times (d_1[t, k] W_K^{-\bar{K}_0(v-1)k})^* W_K^{-kl} \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} |d_1[t, k]|^2 W_K^{-[\bar{K}_0(v-n)-l]k} \\ &= K \delta[l - \bar{K}_0(v-n)] \end{aligned} \quad (4.36)$$

其中 $v < n$ ， $1 \leq v-n \leq Nt-1$ ， $\bar{K}_0(v-n) \leq \bar{K}_0(Nt-1) = \bar{K}_0 Nt - \bar{K}_0 \leq K - \bar{K}_0$ ，所以這樣也可以確保在 Nt 根天線傳送，每根天線間訓練序列在最大延遲擴散的時間內的 $q_{mv}[t, l] = 0$ ，即可讓均方誤差在此方法最小。而最終的 $\mathbf{Q}[t] \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11}[t] & \mathbf{Q}_{21}[t] \\ \mathbf{Q}_{12}[t] & \mathbf{Q}_{22}[t] \end{pmatrix}$ 只

是一個 $2K_0 \times 2K_0$ 對角矩陣，因 $\mathbf{Q}_{21}[t] = \mathbf{Q}_{12}[t] = 0$ 且 $\mathbf{Q}_{11}[t] = \mathbf{Q}_{22}[t] = K\mathbf{I}$ ，故計算

$\mathbf{Q}^{-1}[t]$ 不會太過複雜，此方法的複雜度最終只在計算 $\mathbf{p}[t]$ 的身上。

4.2 整體系統運作

最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸系統，接收端需要傳送訓練序列至傳送端估計通道參數，訓練序列與傳遞訊息必須在同一頻段上，估測出來的通道參數才有意義，因此系統需操作在分時雙工模式方能運作。如圖 4.3 所示：

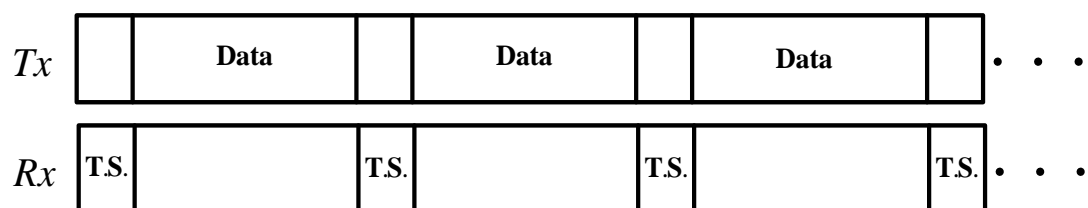


圖 4.3 TDD 示意圖

其中 T.S. 為訓練序列，傳送端與接收端在同一頻段上，T.S. 為接收端傳送訓練序列給傳送端，使傳送端可以估測通道的時間點，Data 為傳送端傳送資料給接收端的時間點。現在 Data 時間長度是一樣的，即為傳送的符元數相同。如果通道變化稍微快一點，Data 的後半部時間點的符元可能會有嚴重的錯誤。因為通道已經改變，傳送端還是使用之前的通道資訊來傳送資料。為了避免這個情況，必須針對 Data 時間長度做變化調整，即為增減所傳送的符元個數，達到良好的系統運作。如圖 4.4 所示：

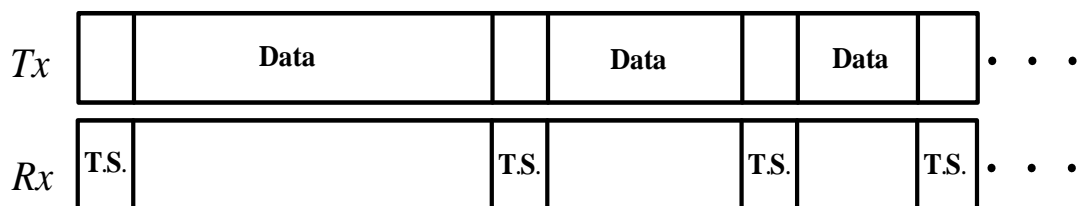


圖 4.4 TDD 調整傳送符元個數示意圖

以下提出了幾種方式來檢查後半部時間點的符元是否嚴重錯誤。

方法一：接收端可以利用高比例(High-Rate)循環冗贅核對(Cyclic Redundancy Check, CRC)[11]等編碼方式來偵測錯誤，如果接收端累積過多符元錯誤即可縮短所傳送的符元個數，若都無錯誤可以增加傳送符元數，來提高傳輸率。此方法在最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸都皆可使用。

由於最大比例選擇天線的方式是利用接收端累積符元能量對抗雜訊選擇天線，針對最大比例選擇天線特性提出方法二、三。

方法二：利用查看接收端選擇天線的方式。一般來說，當接收端選擇天線後，後面的符元皆與前面的符元所選擇的天線為一樣的，除非有雜訊的干擾。但是如果後面的符元接收端所選擇天線與前面的符元所選擇的天線，表示的通道已經變化，接收端傳送領導訊號的時候就可以通知傳送端將所傳送的符元數減少，使得 Data 時間的時間縮短，達到接收端天線選擇正確率。

方法三：與方法二的概念大致相同。利用視窗(window)的方式判斷接收端符元能量的累積。一開始接收端以 μ 個符元來累積能量，當收到 $\mu+1$ 的符元，就把第一個符元移除，這樣能馬上判斷新的符元，以此類推。而接收端所累積之能量有變小的趨勢，即為通道在改變。如果有兩天線所累積的符元能量差不多的時候，接收端知道接下來有可能選錯天線，所以在接收端傳送領導訊號的時候就可以通知傳送端將所傳送的符元數減少，使得 Data 時間的長度縮短，達到接收端天線選擇正確率。

方法二、三，因為是利用接收端判斷天線和接收端累積符元能量的方式，因最大

比例傳輸不是利用接收端累積符元能量選擇天線的方式，所以只適用於最大比例選擇傳輸，不適用於最大比例差分傳輸。

以上方法可以讓接收端知道所接收到的資料因通道在時間上變化的關係而導致偵測錯誤。那如何在接收端在傳送訓練序列的時候讓傳送端知道應該要使得傳輸的符元數減少或是增加呢？我們選用通道估測的方式原因如下。如最大延遲擴散在保護區間內，假設保護區間為 $K/8$ ，依照 4.1.3 章節的方式去定義訓練序列的時候，當最大延遲擴散 $K_0 \leq K/8$ ，依照 $\bar{K}_0 = \lfloor K/Nt \rfloor \geq K_0$ ，可用訓練序列有 8 組。在二傳一收的系統中，只需要用到兩組訓練序列，我們利用分碼多工存取 (Code-Division Multiple Access, CDMA)[12] 的概念，將空出來得訓練序列 $d_3[t]$ 來加在所估測通道的訓練序列 ($d_1[t]$ 、 $d_2[t]$)，而附加的訓練序列 $d_3[t]$ 乘上所需傳送的位元 (bit) $x[t]$ ，利用此位元 $x[t]$ 判斷傳輸的符元數減少或是增加。故接收端所接收到的訊號如下式：

$$y[t, k] = H_1[t, k](d_1[t, k] + d_3[t, k]x[t]) + H_2[t, k]d_2[t, k] + \varepsilon[t, k] \quad (4.37)$$

其中 $x[t]$ 為所傳送的位元訊號。依照(4.17)式之結果，同理如下：

$$\begin{aligned} p_1[t, l_0] &= \sum_{k=0}^{K-1} y[t, k]d_1^*[t, k]W_K^{-kl_0} \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k](d_1[t, k] + d_3[t, k]x[t])d_1^*[t, k]W_K^{-kl_0} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{K-1} H_2[t, k]d_2[t, k]d_1^*[t, k]W_K^{-kl_0} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{K-1} \varepsilon[t, k]d_1^*[t, k]W_K^{-kl_0} \end{aligned} \quad (4.38)$$

故

$$\begin{aligned}
p_1[t, l_0] &= \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] |d_1[t, k]|^2 W_K^{-kl_0} \\
&\quad + \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] d_3[t, k] d_1^*[t, k] x[t] W_K^{-kl_0} \\
&\quad + \sum_{k=0}^{K-1} H_2[t, k] d_2[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\
&\quad + \sum_{k=0}^{K-1} \varepsilon[t, k] d_1^*[t, k] W_K^{-kl_0}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

利用(4.18)(4.19)(4.20)式，將(4.39)寫成矩陣形式如下：

$$\mathbf{p}_1[t] = \mathbf{Q}_{11}[t] \mathbf{h}_1[t] + \mathbf{Q}_{31}[t] \mathbf{h}_1[t] x[t] + \mathbf{Q}_{21}[t] \mathbf{h}_2[t] + \boldsymbol{\xi}_1[t] \tag{4.40}$$

因為選擇的訓練序列遵守(4.13)式所提出的規則，故 $\mathbf{Q}_{21} = \mathbf{Q}_{31} = 0$ ，所以將

$d_3[t, k] x[t]$ 與 $d_1[t, k]$ 相加，並不會影響到估測 $\hat{\mathbf{h}}_1[t]$ 的結果，如下：

$$\hat{\mathbf{h}}_1[t] = \mathbf{Q}_{11}^{-1}[t] \mathbf{p}_1[t] \tag{4.41}$$

。現在已證明加入 $d_3[t, k] x[t]$ 並不影響估測通道之後，接下來就是如何求出 $x[t]$ ($x[t]$ 為 ± 1)。現在，所收到的訊號為(4.37)，利用 $d_3[t]$ 訓練序列來估計通道，如下：

$$\begin{aligned}
p_3[t] &= \sum_{k=0}^{K-1} y[t, k] d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\
&= \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] (d_1[t, k] + d_3[t, k] x[t]) d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\
&\quad + \sum_{k=0}^{K-1} H_2[t, k] d_2[t, k] d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\
&\quad + \sum_{k=0}^{K-1} \varepsilon[t, k] d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

故

$$\begin{aligned}
p_3[t, l_0] = & \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] d_1[t, k] d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\
& + \sum_{k=0}^{K-1} H_1[t, k] |d_3[t, k]|^2 x[t] W_K^{-kl_0} \\
& + \sum_{k=0}^{K-1} H_2[t, k] d_2[t, k] d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0} \\
& + \sum_{k=0}^{K-1} \varepsilon[t, k] d_3^*[t, k] W_K^{-kl_0}
\end{aligned} \tag{4.43}$$

利用(4.18)(4.19)(4.20)式，將(4.43)寫成矩陣形式如下：

$$\mathbf{p}_3[t] = \mathbf{Q}_{13}[t] \mathbf{h}_1[t] + \mathbf{Q}_{33}[t] \mathbf{h}_1[t] x[t] + \mathbf{Q}_{23}[t] \mathbf{h}_2[t] + \boldsymbol{\xi}_3[t] \tag{4.43}$$

故由 $d_3[t]$ 訓練序列來估計通道：

$$\hat{\mathbf{h}}_1[t] = \hat{\mathbf{h}}_1[t] x[t] = \mathbf{Q}_{33}^{-1}[t] \mathbf{p}_3[t] \tag{4.44}$$

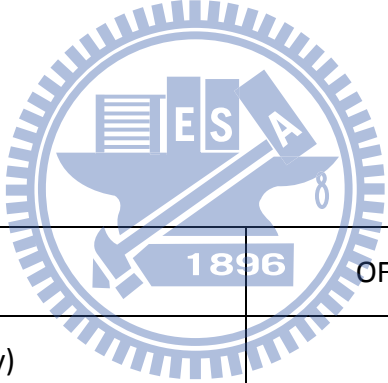
因 $\mathbf{Q}_{11}[t] = \mathbf{Q}_{33}[t]$ 。由(4.41)與(4.44)可知，當 $\hat{\mathbf{h}}_1[t]$ 與 $\hat{\mathbf{h}}_1[t]$ 做向量內積 (Inner product)，如為正數即為傳送訊號為“1”，反之為“-1”。傳送端就可知從接收端傳送過來的位元訊號 $x[t]$ ，如果從接收端傳送過來的位元訊號判斷為“1”時，就將接下來傳送之符元數增加，使得傳輸率提高。判斷為“-1”時，即通道變化較快導致 Data 的後半部時間點的符元有嚴重錯誤，此時就必須減少符元數，使得系統穩定運作。而符元的增減數已事前定義。

第五章

系統模擬結果與討論

本章節將模擬將空時方塊碼 (Alamouti) 和傳輸波束成型 (Transmission Beamforming) 與最大比例選擇傳輸 (SMRT) 和最大比例差分傳輸 (DMRT) 在傳送端完全知道通道資訊以及通道資訊是用第四章所提出的估計之方法的情況下的效能，並以電腦模擬出各個方法的位元錯誤率。

5.1 模擬參數



調變 (Modulation)	OFDM+BPSK or QPSK
載波頻率 (Carrier frequency)	62.5GHz
頻寬 (Total bandwidth)	200MHz
子載波個數 (Number of Subcarrier)	128
有效符元時間 (Useful symbol time)	640ns
護衛間隔 (Guard interval)	160ns
功率延遲剖面 (Power delay profile)	[-7, -17, -2, -17, -17, -7, -22, -15] dB
最大延遲擴散 (Maximum Delay Spread)	70ns

表 5.1 系統模擬參數

表 5.1 為系統模擬參數，模擬時假設載波同步、符元同步是完美的且功率放大器、數位轉類比、類比轉數位轉換器都不會造成信號失真。通道模型為室內(indoor)且非直視性(non-line-of-sight, NLOS)，雜訊為加成性白高斯雜訊，詳細通道模擬於[13]，除了模擬圖 5.7 更動天線數來證明以外，其餘模擬圖之傳送接收天線個數皆為 2。

5.2 模擬結果與討論

- 傳送端完全知道通道資訊

- 最大比例選擇傳輸

由圖 5.1 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變累積不同 μ 符元且傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率模擬圖可知，當 $\mu=40$ 時的位元錯誤率幾乎不會再下降，即 $\mu=40$ 時累積的符元個數足以對抗雜訊，所以之後的模擬圖 μ 的值皆為 40，其中 perfect 代表天線為完全選對的情況下。

圖 5.2 可知包含子載波功率分配的效能比不包含子載波功率分配效能佳，故接下來之模擬圖都具有子載波功率分配。

圖 5.3、5.4 分別是最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變及四相相移鍵控調變，且傳送天線完全知道通道資訊，利用第二章節的各種改善的方法、Alamouti 與傳輸波束成型的位元錯誤率之比較圖，其中($\mu=40$ ， $\rho=1$)線為預編碼權重只做子載波功率分配的情況下。可以知道當預編碼權重加了擾動後計算，且再加上決策回授後，整個系統錯誤率比全部選擇對的天線時還要低，代表所提的方法的確使最大比例選擇傳輸系統效能提高。

圖 5.5 是最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變群組個數 ρ 不同，且傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率，當 $\rho=1$ 時代表和原本的方法是無改變的，而 $\rho=2$ 時的位元錯誤率與 $\rho=1$ 時的位元錯誤率幾乎一樣，但是所需傳送的符元數卻整整少了一半，當 $\rho=2$ 時只需傳送 20 個符元來判斷天線，整體的系統累積能量時間縮短，但 $\rho=4$ 的時候的錯誤率開始變差，但效能還是比 Alamouti 好且只需 10 個符元即能判斷天線，但 $\rho=8$ 的時候雖然只需 5 個符元，而效能卻大幅降低，在高訊號雜音比的時候還有可能比 Alamouti 差，故使用群組選擇天線，選擇 ρ 等於 2 或 4 的時候較為恰當。

圖 5.6 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變使用一個符元而群組個數 ρ 不同且傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率，當 $\rho=1$ 時的錯誤率就如同圖 5.1 中 $\mu=1$ 時的錯誤率，兩條線的意思相同，當 ρ 慢慢增加，效能也逐漸變好，但 $\rho=8$ 之後，效能並無改善太多。

■ 最大比例差分傳輸

圖 5.7 為最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸二相相移鍵控調變且傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率模擬圖，最大比例差分傳輸雖在低訊號雜音比效能不佳，但在高訊號雜音比時錯誤率比 Alamouti 佳。而最大比例選擇傳輸使用了預編碼權重擾動，整體的效能還是比最大比例差分傳輸好 1dB 左右，但是最大比例差分傳輸複雜度較低。

- 接收端傳送訓練序列給傳送端，傳送端估測通道資訊

圖 5.8 通道估計不同天線個數以及子載波個數之均方誤差，由(4.32)式可知利用的通道估計的錯誤率的臨界值，此臨界值與子載波個數有關，和傳送或是接收天線無關，即為當子載波個數變多，所傳輸的能量增加，通道估計較準確，而當傳送接收天線個數變多或是減少，要估計的通道多寡並無影響，由圖 5.8 的模擬即可驗證。

■ 最大比例選擇傳輸

圖 5.9 為最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變各種方法改善使用第四章所提的通道估計之位元錯誤率，與圖 5.3 相比可知最大比例選擇傳輸對通道估計的靈敏度較 Alamouti 高，所以最大比例選擇傳輸的整體效能降低，在高訊號雜音比時 Alamouti 甚至會比最大比例選擇傳輸的效能高。

■ 最大比例差分傳輸

圖 5.10 最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸二相相移鍵控調變使用第四章所提的通道估計之位元錯誤率，其中的群組選擇法 $\rho=64$ 時，效能與 Alamouti 幾乎相同，而最大比例差分傳輸的通道估計靈敏度比最大比例選擇傳輸和 Alamouti 低，在完全知道通道資訊時低訊號雜音比最大比例差分傳輸的效能比 Alamouti 差，且與最大比例差分傳輸的差距縮小。

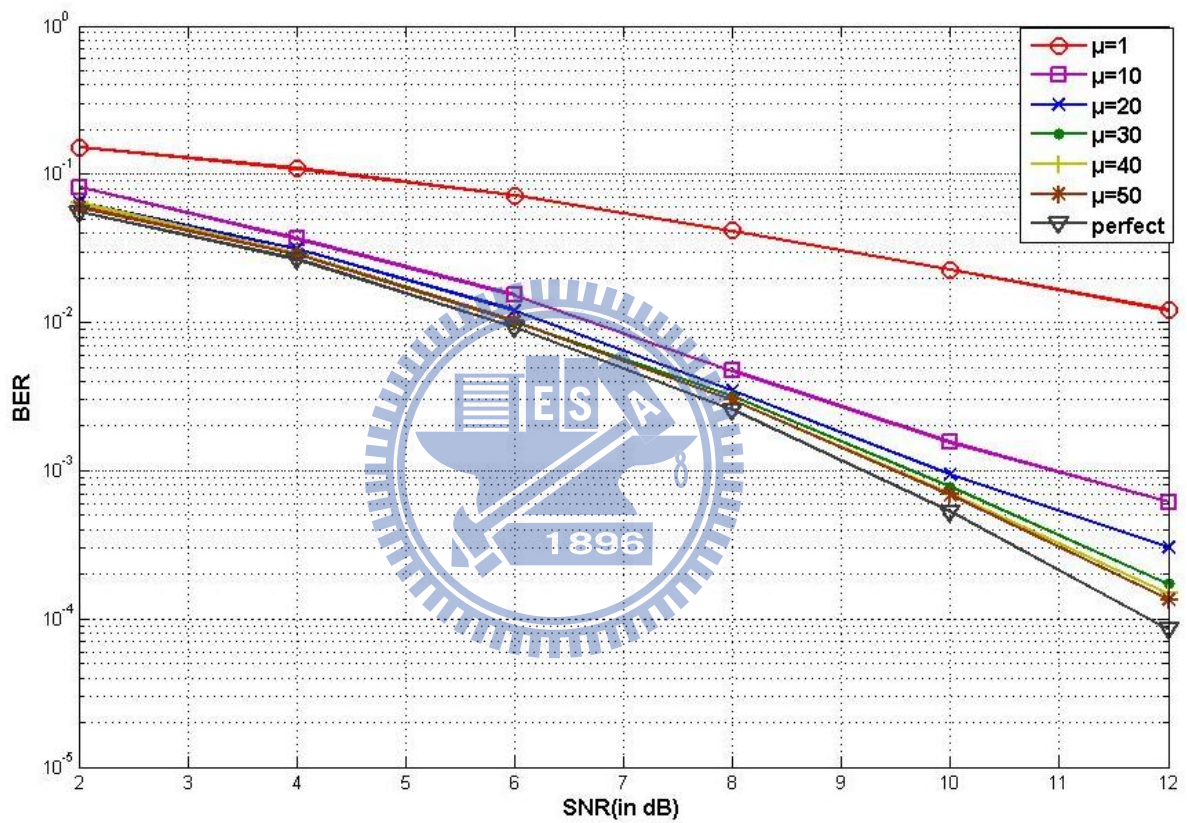


圖 5.1 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變累積不同 μ 符元傳送天線完全知道

通道資訊之位元錯誤率

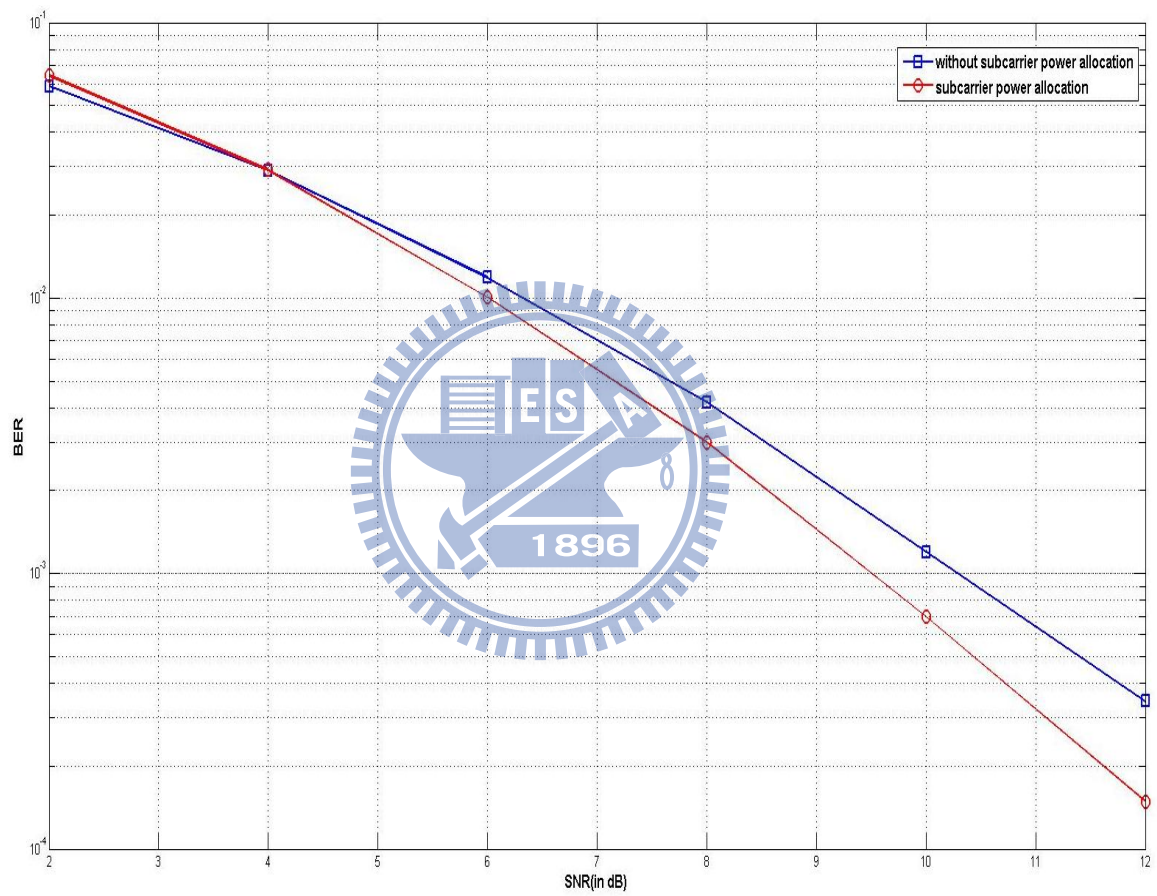


圖 5.2 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊之傳送

端有無子載波功率分配錯誤率

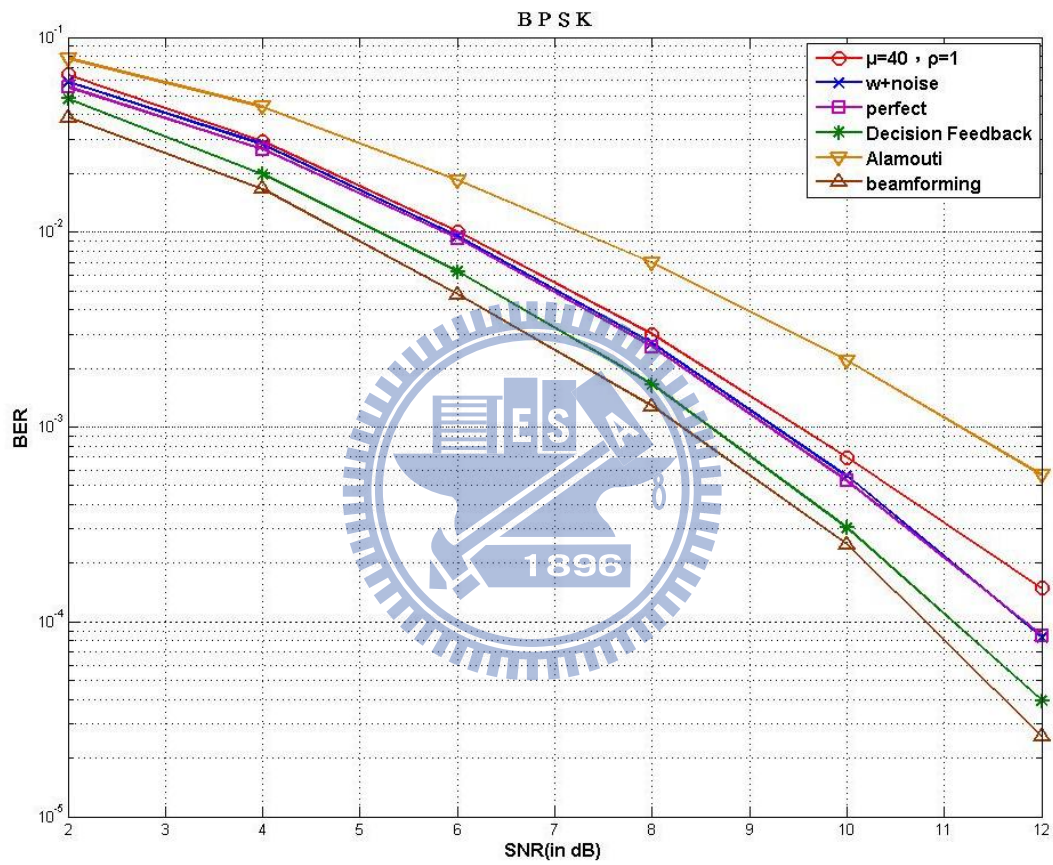


圖 5.3 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊各種方法改善之位元錯誤率

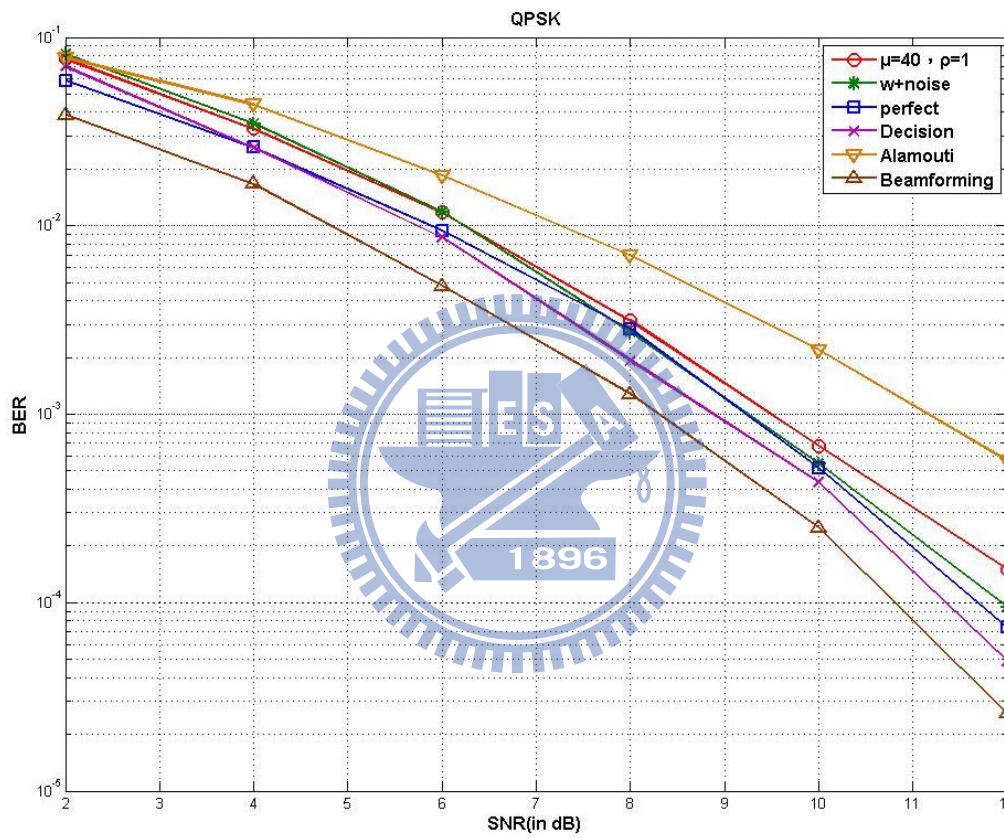


圖 5.4 最大比例選擇傳輸四相相移鍵控調變傳送天線完全知道通道資訊各種方法改善之位元錯誤率

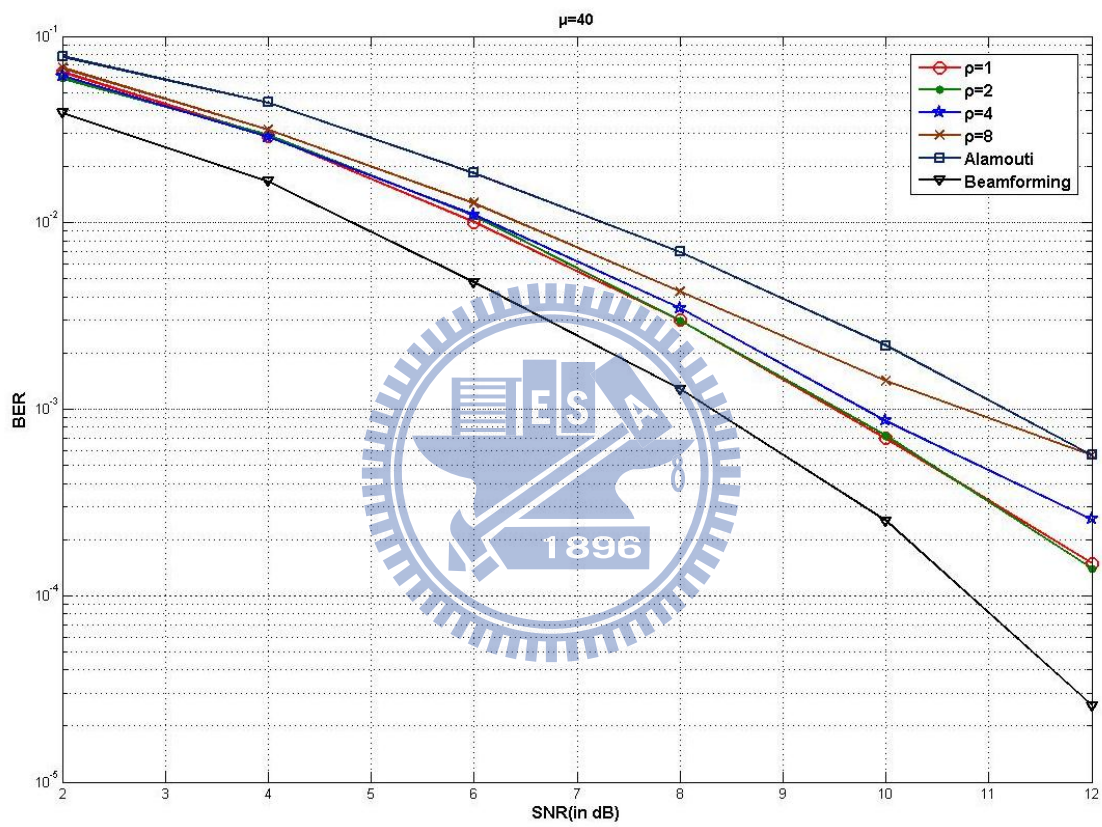


圖 5.5 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變群組個數不同傳送天線完全知道通道資訊之位元錯誤率

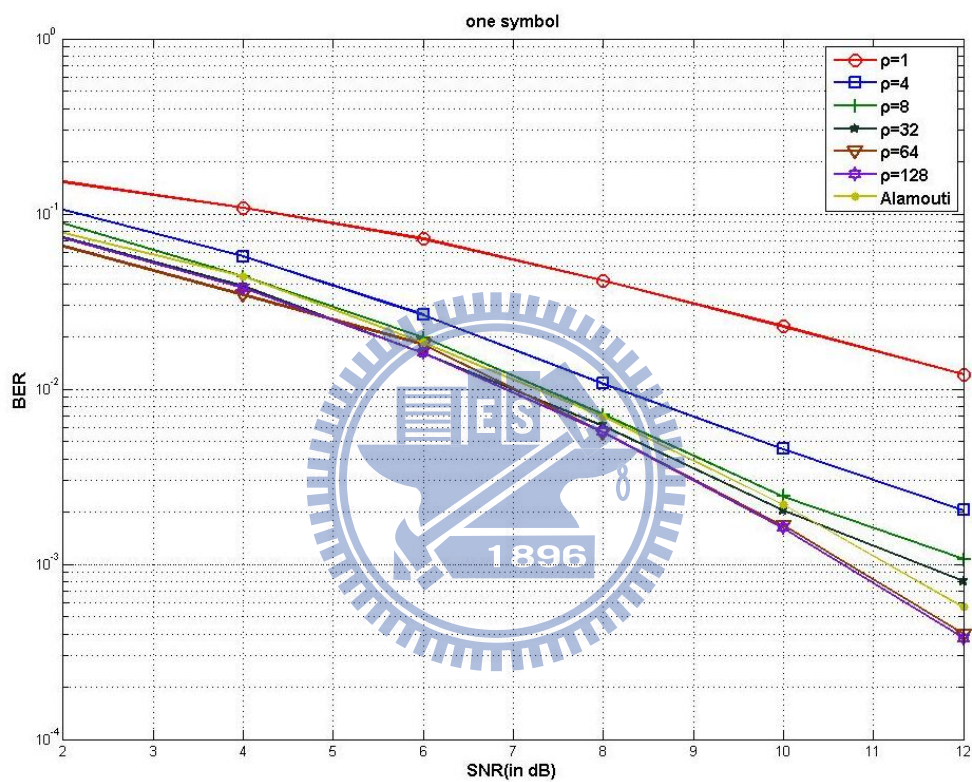


圖 5.6 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變單一符元群組個數不同傳送天線完

全知道通道資訊之位元錯誤率

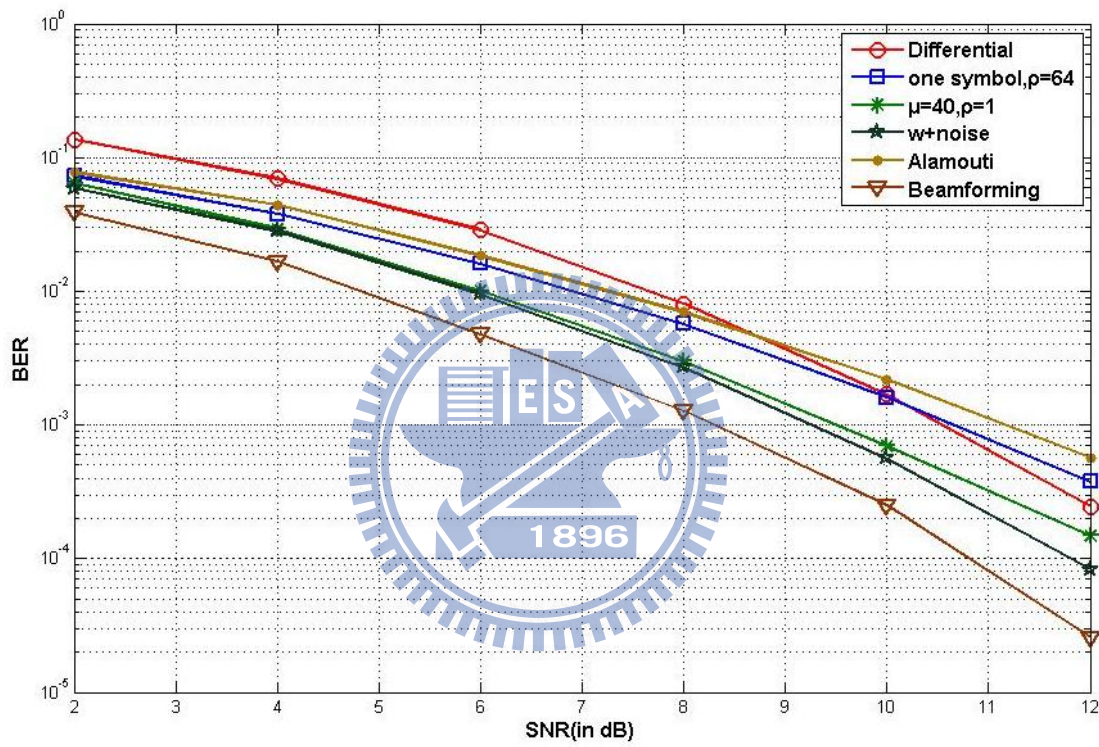


圖 5.7 最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸二相相移鍵控調變傳送天線完全

知道通道資訊之位元錯誤率

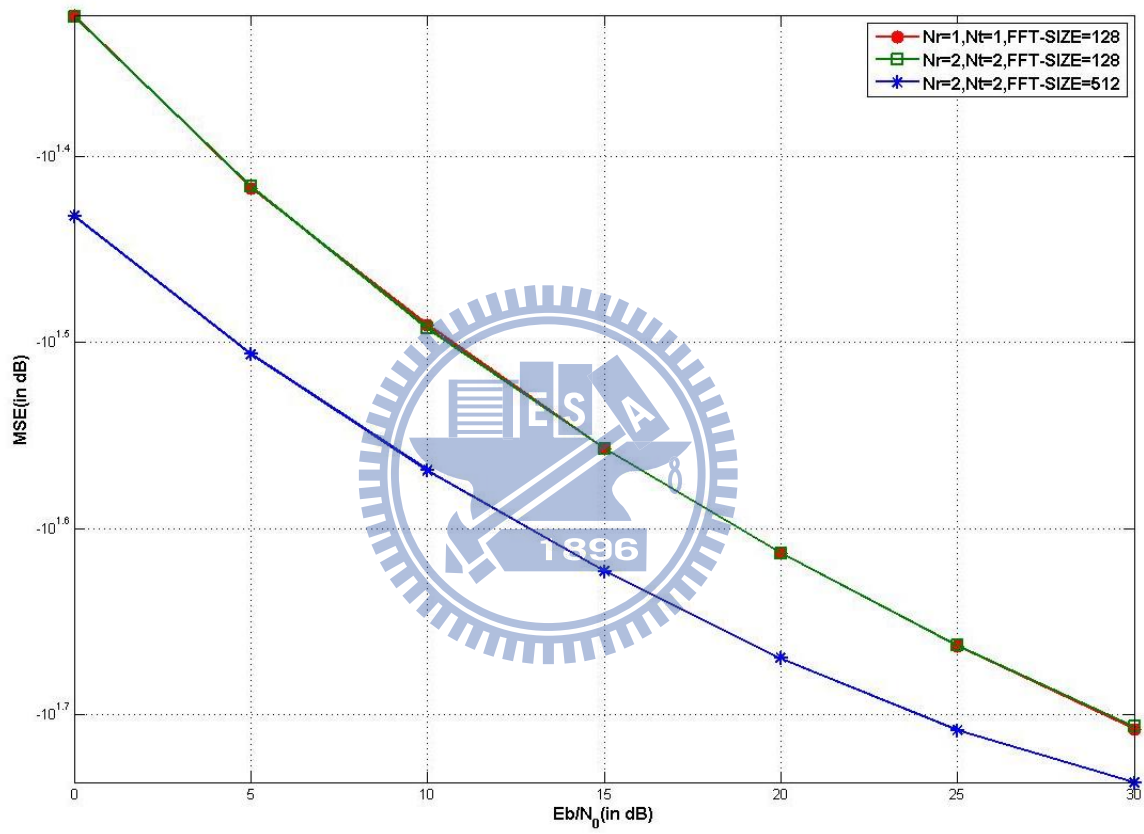


圖 5.8 通道估計不同天線個數以及子載波數之均方誤差

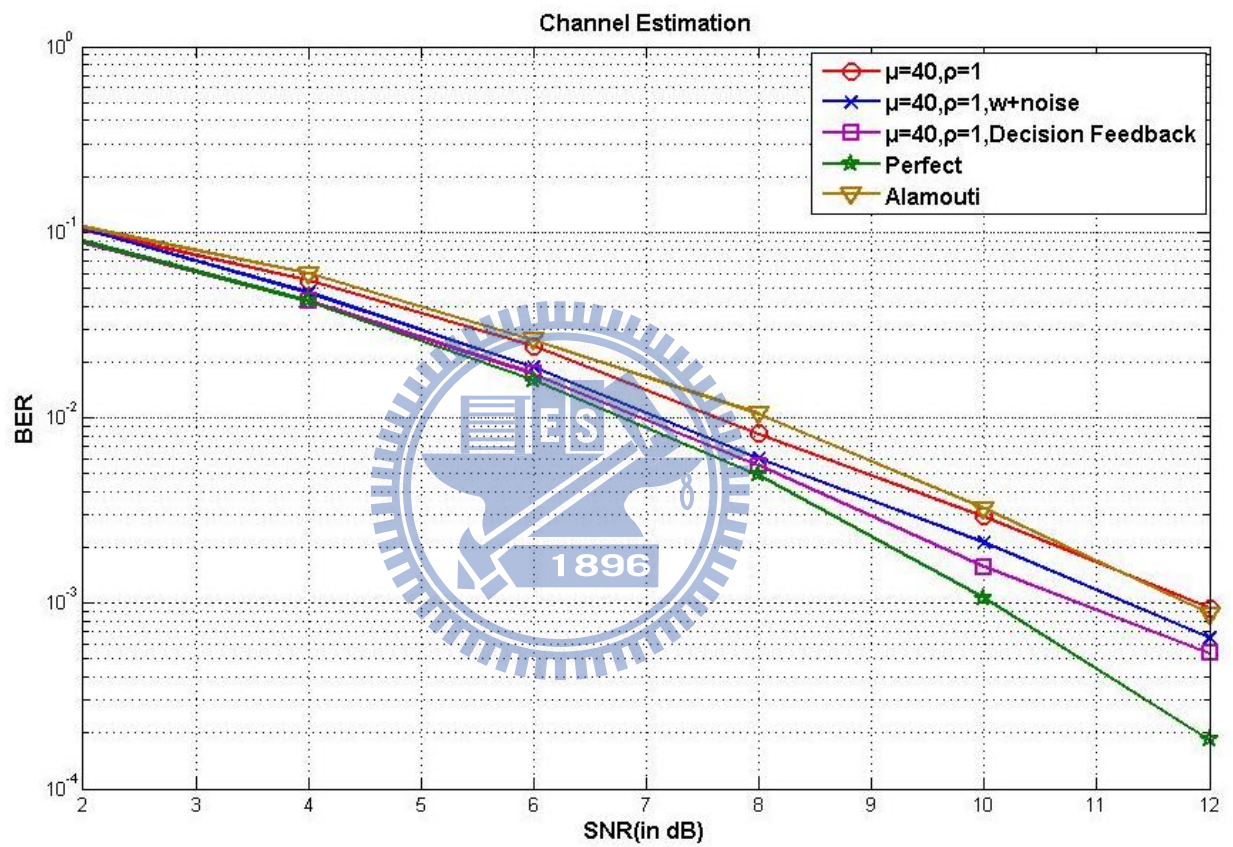


圖 5.9 最大比例選擇傳輸二相相移鍵控調變各種方法改善加通道估計之位元錯

誤率

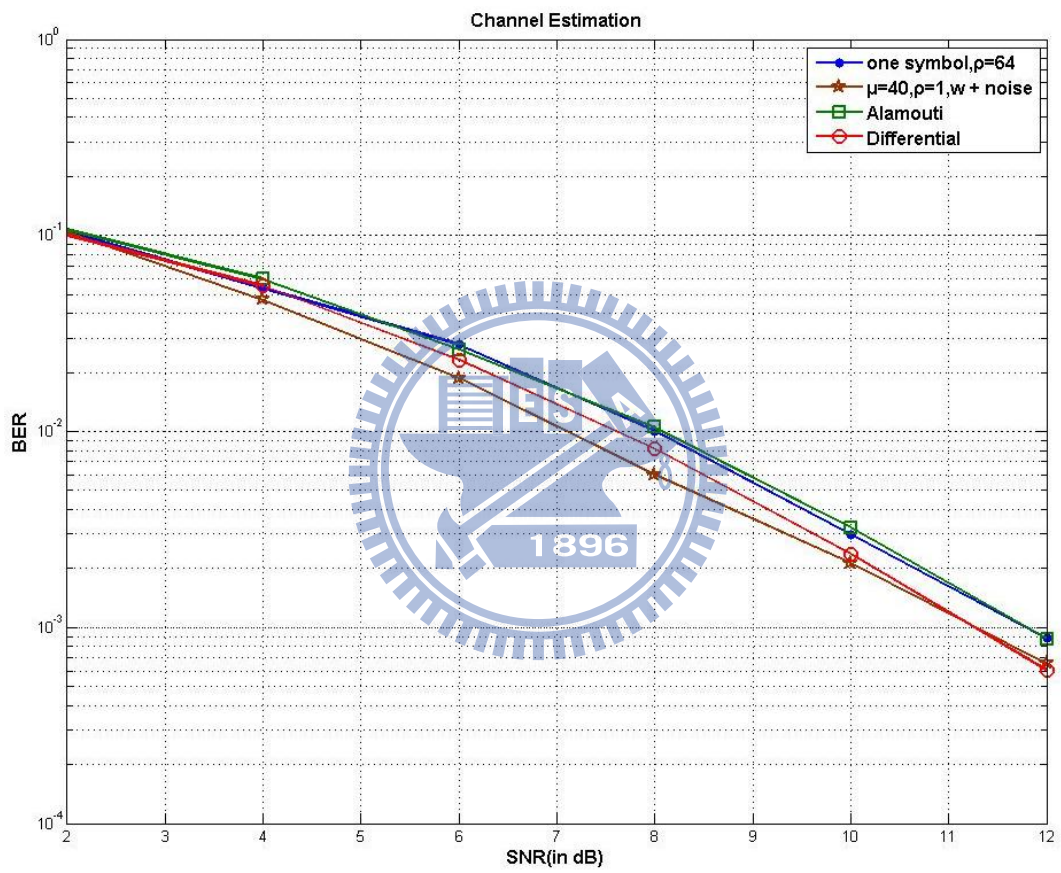


圖 5.10 最大比例選擇傳輸與最大比例差分傳輸二相相移鍵控調變加通道估計之位元錯誤率

第六章

結論

在本論文中，我們在只有傳送端具通道資訊下提出最大比例選擇傳輸以及最大比例差分傳輸之系統與改善方法，以及系統在分時雙工模式下，如何讓傳送端估計通道資訊時也能使系統可以彈性運作。

傳送端完全知道通道資訊下，在最大比例選擇傳輸中，有子載波率分配、增加接收端天線選擇正確率以及決策回授，使得效能提升。因上述方法需花費時間累積接收符元能量，故提出群組天線選擇方式以降低接收端累積之符元數。而最大比例差分傳輸的效能雖差 1dB 左右，但複雜度低。但在通道估計中，最大比例選擇傳輸的通道靈敏度高於最大比例差分傳輸，即為通道估計越不準確最大比例選擇傳輸的效能就越差，導致最大比例差分傳輸與最大比例選擇傳輸效能差距縮小。

我們所提出的最大比例選擇傳輸以及最大比例差分傳輸之最大好處為，接收端系統複雜度很低，其複雜度都集中在傳送端。故系統適用於下行(Downlink)傳輸，將複雜度集中於基地台(base station)。

參考文獻

- [1] S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1451–1458, Oct. 1999.
- [2] T. K. Y. Lo, "Maximum ratio transmission," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 10, pp. 1458 – 1461, Oct. 1999.
- [3] X. X. P. Fan, Z. Cao, "Improved weighting vector selection method in maximum ratio transmission over flat rayleigh fading channels," in *ICSP'02 Proceedings*, Aug. 2002, pp. 1279 – 1281.
- [4] Chun-Ying Ma, Meng-Lin Ku and Chia-Chi Huang, "Selective Maximum Ratio Transmission Techniques for MIMO Wireless Communications", accepted by IEEE International Conference on Communication Technology, 2011.
- [5] R. van Nee and R. Prasad, "OFDM for Wireless Multimedia Communications", Boston/London: Artech House, 1999
- [6] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, and A. Bahai, "A study of channel estimation in OFDM systems," in *Proc. VTC—Fall*, Sep. 2002, vol. 2, pp. 894–898
- [7] M. K. Ozdemir and H. Arslan "Channel estimation for wireless OFDM systems", *Commun. Surveys Tuts.*, vol. 9, p.18 , Second Quarter 2007.
- [8] Y. (G.) Li, N. Seshadri, and S. Ariyavisitakul, "Channel estimation for OFDM systems with transmitter diversity in mobile wireless channels," *IEEE J. Select.*

Areas Commun., vol. 17, pp. 461–471, Mar. 1999.

- [9] Y. (G.) Li, "Simplified channel estimation for OFDM systems with multiple transmit antennas," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 1, no. 1, pp. 67–75, Jan. 2002.
- [10] H. Minn, D. I. Kim, and V. K. Bhargava, "A reduced complexity channel estimation for OFDM systems with transmit diversity in mobile wireless channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 5, pp.799–807, May 2002.
- [11] Shu Lin and Daniel J. Costello, "Error Control Coding : Fundamentals and Applications", Prentice Hall, May 2004
- [12] Andrew J. Viterbi, "CDMA : Principles of Spread Spectrum Communication", Addison-Wesley, 1995
- [13] J. Hubner, et al., "Simple channel model for 60 GHz indoor wireless LAN design based on complex wideband measurements", *Proc. VTC'97* , vol. 2, pp.1004 - 1008 , 1997.

個人簡歷

基本資料

姓名：游文豪

性別：男

生日：西元 1987 年 08 月 29 日

出生地：宜蘭

學歷



研究所	2008.9~2010.7	國立交通大學電信研究所碩士班
大學	2004.9~2008.7	淡江大學電機工程學系
高中	2001.9~2004.7	國立宜蘭高級中學
國中	1998.9~2001.7	宜蘭縣立中華國民中學
國小	1992.9~1998.7	宜蘭縣立黎明國民小學