

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

藉非直線路徑排序移除提高定位精準度之研究

Improved Positioning Accuracy by  
NLOS Detection Order and Deletion

1896

研究生：陳谷邦

指導教授：謝世福 教授

中華民國 一百零一年 七月

藉非直線路徑排序移除提高定位精準度之研究

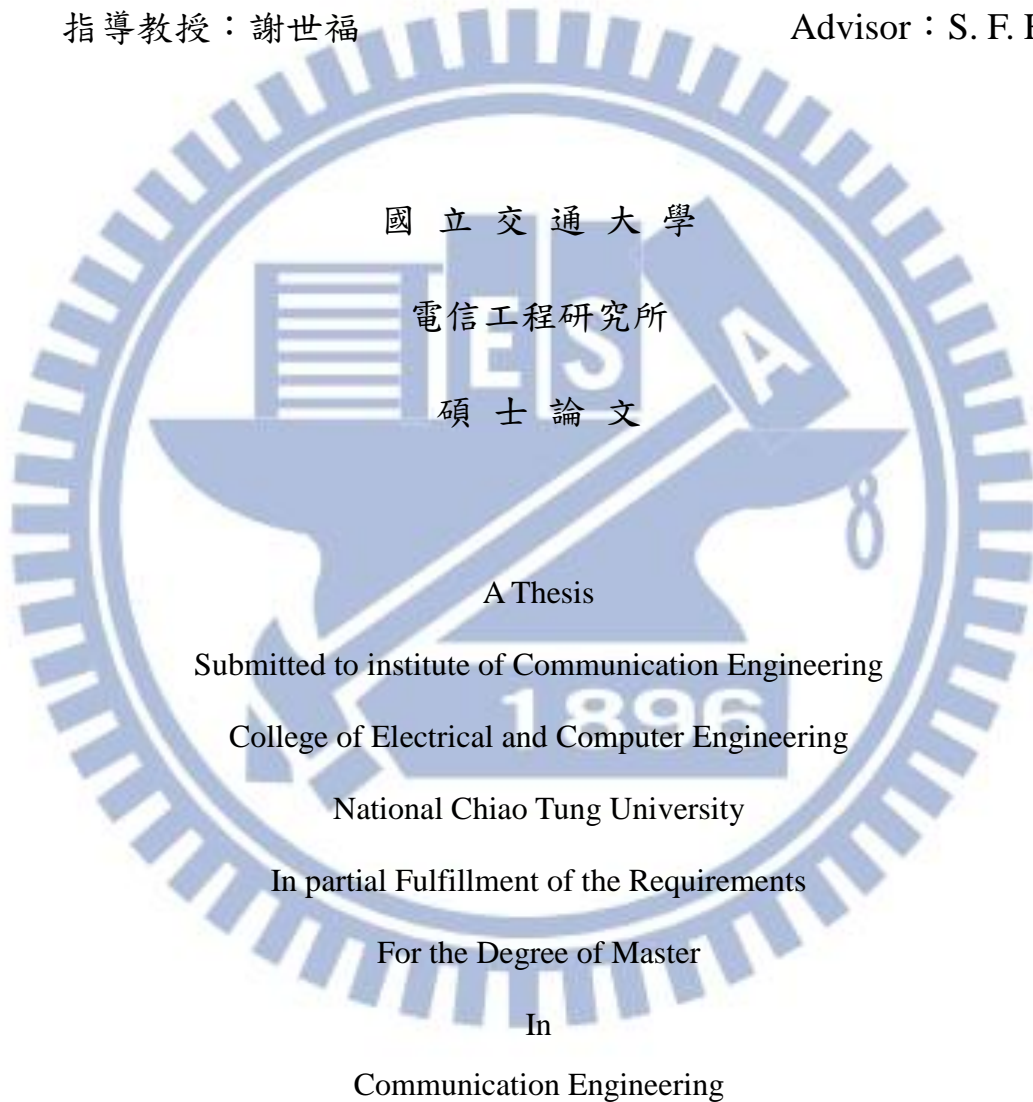
**Improved Positioning Accuracy by  
NLOS Detection Order and Deletion**

研究生：陳谷邦

Student : K. P. Chen

指導教授：謝世福

Advisor : S. F. Hsieh



July 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年七月

# 藉非直線路徑排序移除提高定位精準度之研究

學生：陳谷邦

指導教授：謝世福

國立交通大學電信工程研究所

## 中文摘要

手機定位中最常見的方式有 TOA、TDOA、AOA 與 RSS。不管那一種方式都會面臨 NLOS(Non-line-of sight)的問題。NLOS 會使得量測到的資訊產生過大的誤差，而且這問題在手機定位上很常見。本篇論文會討論定位流程，此流程首先利用 TOA 量測值及基地台位置，提出三種簡易的 NLOS 檢測方式。這些檢測方式有兩個優點，第一不需要事前知道 NLOS 的統計性質，第二運算簡單。做完以上的 NLOS 檢測以後，在流程中依據檢測值排列 NLOS 可能性的大小，移除 NLOS 可能性較大的資訊，最後再由所留存的量測資訊做 NLOS 效應降低的定位演算法。經由以上移除部分 NLOS 量測資訊，可提高手機定位的準確性，同時也可降低運算複雜度。本論文將會詳細介紹以上所提的三種檢測方式以及如何依據檢測結果做排序、移除，並針對檢測法做數學分析。最後以電腦模擬驗證三種檢測法效能，以及檢測法對於定位的運算量與精準度影響。

# **Improved Positioning Accuracy by NLOS Detection Order and Delete**

**Student : K.P. Chen**

**Advisor : S.F. Hsieh**

**Institute of Communication Engineering  
National Chiao Tung University**

## **Abstract**

The common ways of positioning include of TOA, TDOA, AOA, RSS. No matter which way is used, the issue of Non-line-of sight (NLOS) is troublesome. NLOS suffers inaccurate measurements. This paper discussed about positioning processes. Processes started with using TOA measurements and base station locations, three simple NLOS detection methods were proposed. There were two advantages for these detection methods: firstly, the statistics characteristics of NLOS can be ignored beforehand; secondly, calculation is simple. After the above mentioned NLOS detection, we sort results acquired in NLOS probabilities order, delete higher NLOS probability entries, finally, perform NLOS effect reduced positioning algorithm on remaining measurements. The removal of some NLOS measurements improves mobile phone positioning accuracy while reducing complexity of computation. Details of the three detection methods, steps of ordering, deletion performed based on detection results, mathematical analysis applied on detection methods will be elaborated. Finally, the performance of three detection methods, the interference in computational load and accuracy in positioning by these methods were verified by computer simulation.



# 誌謝

在交大研讀碩士班的這幾年，在碩二家中發生一些事務無心在課業上，萌生休學念頭，告知指導教授謝世福老師，回到家中處理，感謝親朋好友幫忙處理，處理完後，朋友建議我放棄休學，家中一切有人幫忙照料，便寄信給謝世福老師希望老師可以再次指導我，相當感謝老師給我機會讓我繼續完成學業，並且不厭其煩細心指導我思考問題與解決問題的能力，這些能力對於未來處理問題能力有相當大的幫助。我能完成碩士學業，首要感謝老師給我機會再一次指導我，還有親朋好友幫忙處理家中事務，以及實驗室的學長、學姊與同學相互討論交流經驗這些都是我能夠順利完成碩士學位不可或缺的幫助。

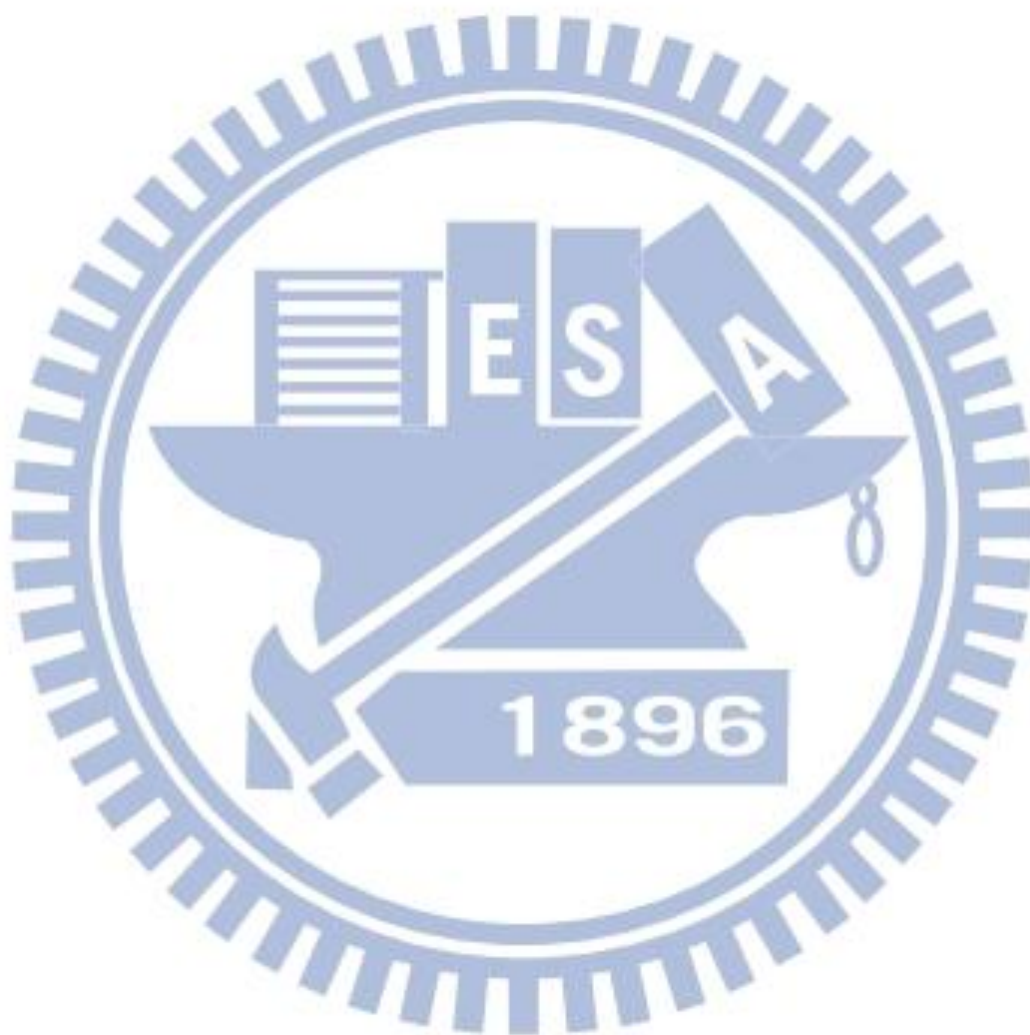


# 目錄

中文摘要.....	i
Abstract.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
圖片目錄.....	vii
表格目錄.....	x
1. 簡介.....	1
2. NLOS 效應.....	4
2.1 背景.....	4
2.2 系統模型.....	5
2.3 全面篩選.....	6
2.4 加入限制式.....	9
2.5 最大概似函數(Maximum Likelihood).....	14
3. 檢測法提高精確度.....	16
3.1 動機.....	16
3.2 直接檢測.....	18
3.3 上限檢測.....	19
3.4 餘差檢測.....	25
3.5 排序與移除.....	28
3.6 全面篩選.....	29

3.7 加入限制式.....	31
3.8 最大概似函數(Maximum Likelihood) .....	32
<b>4. 數學分析.....</b>	<b>35</b>
4.1 直接檢測正確率分析.....	35
4.2 NLOS 上限 (NLOS UB) 定義.....	38
4.2.1 利用交集區域計算 NLOS 理論上限.....	39
4.2.2 簡易計算 NLOS 上限.....	42
4.2.3 當交集區不存在修正 NLOS 上限.....	43
4.3 上限檢測正確率分析.....	44
4.4 直接檢測與上限檢測正確率比較.....	47
4.4.1 高斯近似下比較.....	47
4.4.2 指數近似下比較.....	49
4.5 全面篩選法初始點的誤判分析.....	50
<b>5. 電腦模擬.....</b>	<b>54</b>
5.1 NLOS 上限 (NLOS UB) .....	54
5.1.1 基地台個數為 3.....	54
5.1.2 改變基地台個數對 NLOS 簡易上限影響.....	58
5.2 三種檢測法比較.....	59
5.2.1 正確率比較.....	60
5.2.2 不同參數對檢測法影響.....	63
5.3 全面篩選法.....	66
5.3.1 全面篩選法初始點誤判模擬.....	66
5.3.2 以檢測法提高精確度.....	68
5.3.3 以檢測法降低運算複雜度.....	71
5.4 加入限制式.....	72

5.4.1 以檢測法提高精確度.....	72
5.4.2 以檢測法降低運算複雜度.....	75
5.5 最大概似函數 (Maximum Likelihood) .....	76
<b>6. 結論與未來展望.....</b>	<b>77</b>
<b>參考書目.....</b>	<b>78</b>





# 圖片目錄

圖 1.1	NLOS 示意圖.....	1
圖 1.2	排除 NLOS 所帶來效果.....	2
圖 1.3	NLOS 處理簡易流程圖.....	3
圖 2.1	TOA 定位示意圖.....	4
圖 2.2	NLOS 效應示意圖.....	5
圖 2.3	$S_i$ 、 $B_{ij}$ 、 $b_{ij}$ 幾何示意圖.....	6
圖 2.4	全面篩選說明圖.....	7
圖 2.5	全面篩選誤差小估計位置偏離 MS 說明圖.....	9
圖 2.6	加入限制式說明圖.....	10
圖 2.7	TOA(LOS)上下限示意圖.....	11
圖 2.8	限制式非唯一解示意圖.....	13
圖 3.1	NLOS 處理流程.....	17
圖 3.2	三種檢測法示意圖.....	18
圖 3.3	直接檢測示意圖.....	18
圖 3.4	直接檢測誤判示意圖.....	19
圖 3.5	利用交集區判別 NLOS/LOS.....	20
圖 3.6	簡易 LOS/NLOS 檢測.....	21
圖 3.7	利用交集區找 NLOS 理論上下限.....	22
圖 3.8	NLOS 簡易上限示意圖(基地台個數 2).....	23
圖 3.9	NLOS 理論與簡易上限示意圖.....	23
圖 3.10	上限檢測示意圖(基地台個數 3).....	24
圖 3.11	上限檢測誤判示意圖.....	25
圖 3.12	餘差檢測估計 $\hat{p}$ 示意圖.....	26

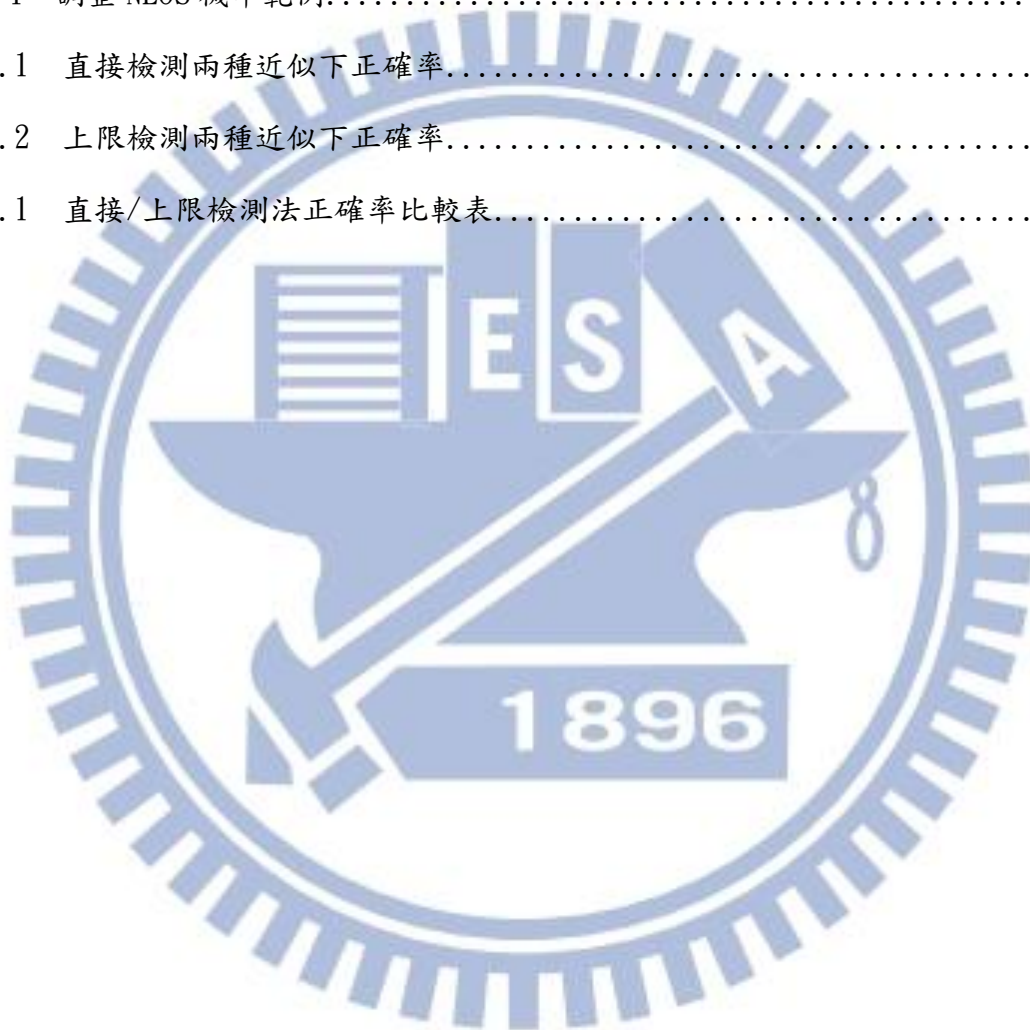
圖 3.13 餘差檢測示意圖.....	27
圖 3.14 餘差檢測誤判示意圖.....	27
圖 3.15 交集區改變示意圖.....	31
圖 4.1 直接檢測正確率分析說明圖.....	36
圖 4.2 手機落在交集區外.....	39
圖 4.3 基地台個數 3 NLOS 理論上限示意圖.....	40
圖 4.4 基地台個數 3 NLOS 理論上限參數圖.....	40
圖 4.5 基地台個數 2 NLOS 簡易上限示意圖.....	42
圖 4.6 交集區不存在修正 NLOS 上限.....	43
圖 4.7 直接/上限檢測正確率比較示意圖.....	48
圖 4.8 全面篩選初始點誤判示意圖.....	51
圖 4.9 全面篩選初始點誤判機率密度.....	52
圖 5.1 蜂巢式網路示意圖.....	54
圖 5.2 理論/簡易 NLOS 上限比較.....	55
圖 5.3 改變 $\theta$ NLOS 理論/簡易上限示意圖.....	55
圖 5.4 改變不同參數比較 NLOS 理論/簡易上限落差.....	56
圖 5.5 $\beta$ 對 NLOS 理論/簡易上限改變示意圖.....	57
圖 5.6 $\gamma$ 對 NLOS 理論/簡易上限改變示意圖.....	58
圖 5.7 改變基地台個數對檢測值影響.....	59
圖 5.8 兩種機率近似的機率分佈圖.....	59
圖 5.9 檢測法比較示意圖.....	61
圖 5.10 改變距離比較理論與模擬正確率.....	62
圖 5.11 改變移除個數對檢測法的影響.....	64
圖 5.12 改變 LOS 個數對檢測法的影響.....	64
圖 5.13 改變 NLOS 大小對檢測法的影響.....	65
圖 5.14 改變基地台個數對檢測法的影響.....	65

圖 5.15 全面篩選初始點誤判示意圖.....	66
圖 5.16 全面篩選初始點誤判機率.....	67
圖 5.17 改變基地台個數觀察初始點誤判機率.....	68
圖 5.18 全面篩選搭配餘差檢測對於不同移除個數的影響.....	69
圖 5.19 全面篩選搭配檢測法.....	69
圖 5.20 改變 NLOS 大小全面篩選搭配檢測法.....	70
圖 5.21 改變基地台個數全面篩選搭配檢測法.....	71
圖 5.22 檢測法降低全面篩選運算複雜度.....	72
圖 5.23 加入限制式搭配餘差檢測對於不同移除個數的影響.....	73
圖 5.24 加入限制式搭配檢測法.....	73
圖 5.25 NLOS 機率越大 RMSE 降低說明圖.....	74
圖 5.26 檢測法降低加入限制式運算複雜度.....	75
圖 5.27 檢測法調整 ML.....	76



# 表格目錄

表 3.1	三種檢測法比較表.....	28
表 3.2	排序與移除範例.....	28
表 3.3	調整 NLOS 機率說明.....	33
表 3.4	調整 NLOS 機率範例.....	33
表 4.1	直接檢測兩種近似下正確率.....	37
表 4.2	上限檢測兩種近似下正確率.....	47
表 5.1	直接/上限檢測法正確率比較表.....	60





# 第一章 簡介

隨著通訊科技發展，手機功能已經不再侷限於通話功能，在眾多功能當中已無線網路應用，最為人關注。無線網路應用除了網路資料傳輸以外，另外令人關注的其中一個重要應用，就是手機定位的功能，且定位功能也會間接影響手機在移動時做基地台切換 (Hand-off)，以維持無線網路資料傳輸品質。目前最常見定位的技術，是 GPS (global position system)，但 GPS 最大缺點電波傳播受大氣影響，訊號易被建築物 and 地形地物遮蔽且更重要的是 GPS 成本可能比手機成本還高，而手機定位利用基地台做定位，雖然也有被建築物 and 地形地物遮蔽可能性此種效應稱為 NLOS (non-line-of sight) 效應 [1]-[11] 如下圖 1.1 所示，但成本明顯比較便宜。也因為不管是 GPS 或者是手機定位都會面臨 NLOS，所以許多關於定位的研究，都將 NLOS 列入重要考量。

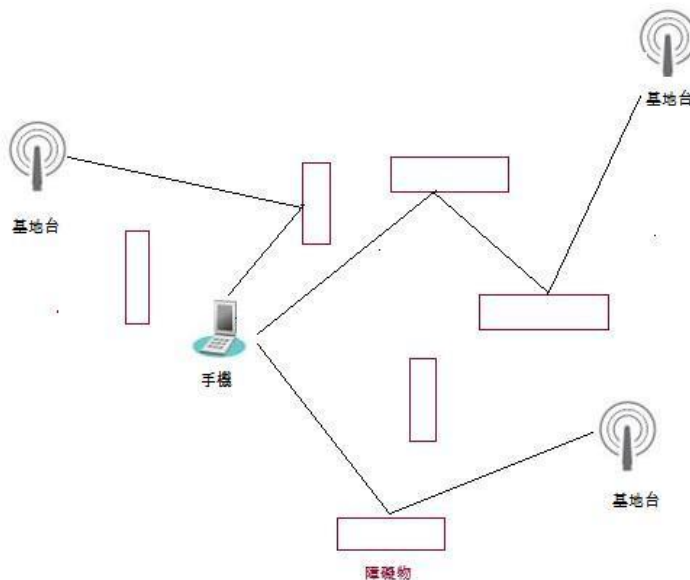


圖 1.1 NLOS 示意圖

目前最常見手機定位的方式有 TOA (time of arrival) [1]- [7]、TDOA (time difference of arrival) [7,8]、AOA (angle of arrival) [8]- [11]、RSS (received

signal strength) [12, 13]。但不管何種方式都會面臨 NLOS 效應產生定位誤差，針對 NLOS 影響，對 NLOS 處理常見的方法，如[14]所分類分為兩大類，第一類 NLOS 檢測(NLOS detection)這一類方式如[15, 16, 17]，第二類降低 NLOS 效應(NLOS mitigation)如[1]-[6], [18]-[21]。

如下圖 1.2 (a) 所示手機位置為紅色方形，手機信號到各基地台時間轉換為距離，可知手機位置應落在以基地台為圓心，量測距離為半徑的圓上，如紅色方形到藍色小圓距離為量測距離，以藍色小圓為圓心量測距離為半徑可畫出 TOA 1 的藍色大圓，手機落在 TOA 1 圓上，同理手機會落在 TOA 2、3 圓上，但第四個基地台發生 NLOS 使量測距離額外多出 NLOS 偏差量使手機落在綠色大圓內，如果將所有量測距離做定位會受 NLOS 影響（綠色大圓）造成估計位置偏離手機位置，而如果用 NLOS 檢測出 TOA 4 為 NLOS，排除 NLOS 用剩餘 TOA 1、2、3 做定位則估計位置會接近真實位置如圖 1.2 (b)

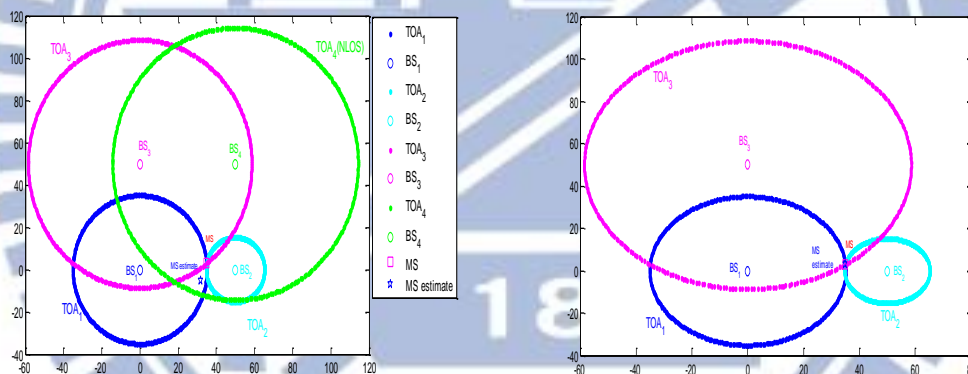


圖 1.2 (a) 未排除 NLOS

圖 1.2 (b) 排除 NLOS

圖 1.2 排除 NLOS 所帶來效果

，這一類方式通常需要 NLOS 統計性質或這是通道(channel)統計資訊，如果統計性質的資訊本身就有誤差，也會影響 NLOS 檢測正確率，另外即使統計資訊誤差小，光要做檢測，也需要相當程度運算量，這種方式通常適用在已經確定統計資訊，且為了達到更精準的定位效果付出了運算複雜度高的代價。

另外一類 NLOS 效應降低方式相當多，下面舉幾種常見方式，第一種考慮所有可能性產生許多候選點再從眾多候選點做篩選再加權平均決定位置如[1, 2]，第二種外加限制式求餘差最小的解如[3]- [6]，第三種套用已經發展好的 NLOS 模型估計位置如

[19, 20]，第四種可以利用 NLOS 統計資訊搭配 ML(Maximum Likelihood)解如 [3, 21]，這些方式會在第二章做詳細說明。

本論文混合兩類方式(NLOS 檢測、降低 NLOS 效應)，先做 NLOS 檢測排除部分 NLOS，剩餘的量測值，在使用第二類方式再降低 NLOS 效應，因為在排除動作可能無法完全將所有 NLOS 排除，再利用第二類方式對剩餘 NLOS 做處理，流程如下圖 1.3。

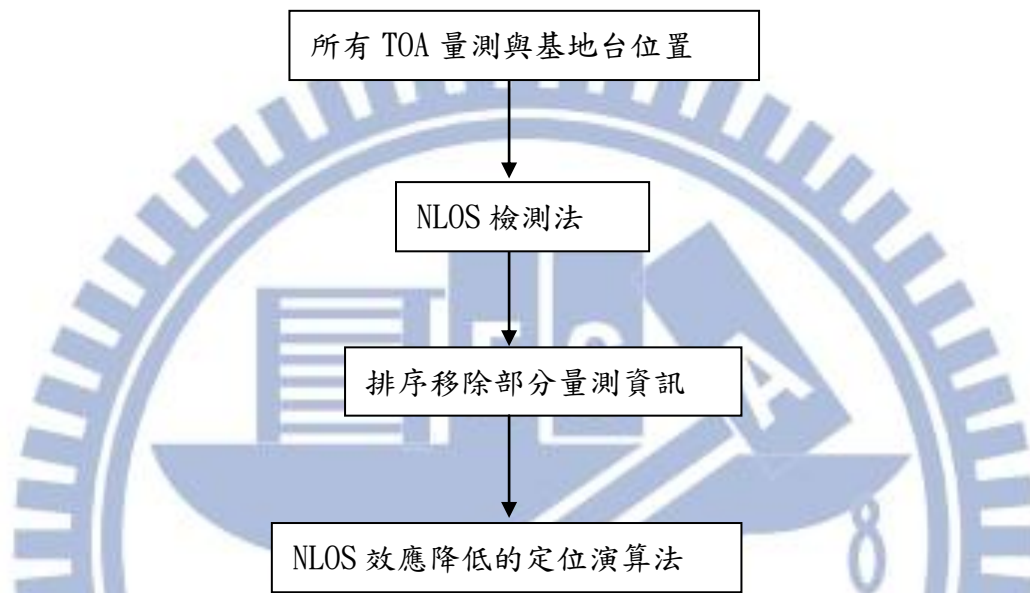


圖 1.3 NLOS 處理簡易流程圖

本論文提出三種檢測方式，分別為直接檢測、上限檢測以及餘差檢測根據不同資訊來決定 NLOS 可能性大小，直接檢測採用 TOA 量測到的資訊，上限檢測採用 TOA 與 BS 之間的距離計算 NLOS 上限的資訊，餘差檢測先以簡易方式估計位置再由此位置計算 NLOS 偏差量的資訊。而由這三種檢測方式，根據檢測值做排序，再移除 NLOS 可能性較大的量測資訊，最後利用剩餘量測資訊做 NLOS 效應降低的定位演算法得到最後估計位置。

本章最後說明論文整體架構，第二章會先針對文中所有用到的符號先做定義，並且對系統採用的雜訊、NLOS 偏差量採用的模型做說明，與其他降低 NLOS 效應論文，做簡單介紹，第三章針對我所提的方法做解釋，並且說明能夠作檢測的原因，第四章對於直接檢測、上限檢測做數學分析，並且對全面篩選誤判做分析，第五章電腦模擬以模擬方式檢驗我所推導數學式子以及驗證我的方式的確明顯改善原本方法，第六章結論以及我的研究往後的改善之處。

## 第二章

### NLOS 效應

#### 2.1 背景

直線路徑 LOS(line of sight)，雜訊為 0 情況下 TOA 量測值為訊號由手機 MS 到基地台 BS 之間的時間差轉換為距離，當基地台個數大於三個，所有 TOA 量測值會交於一點，即使受雜訊擾動也可以由 TOA 量測值估算出手機位置[1]- [7]如下圖 2.1，手機位置 MS (紅色方形) 到各基地台位置 (三小圓) 為真實距離，量測距離為受雜訊擾動 (三大圓) 使手機位置落在大圓周附近，估計 MS 方法常見是在平面上找一點離所有圓平方距離和最短 (最小平方近似解)，估計手機位置 (黑色星號) 雖受雜訊影響但仍然在真實位置附近。

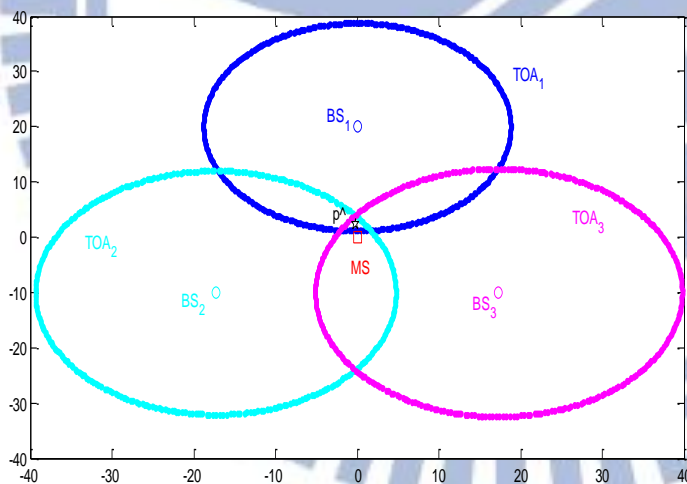


圖 2.1 TOA 定位示意圖

NLOS 會對於 TOA 量測的值額外再加上恆正的 NLOS 偏差量，這些額外的偏差量，會影響到定位的精確度如圖 2.2，與圖 2.1 相同差別只在於  $BS_3$  量測值包含 NLOS 偏差量，使量測距離 (紅色圓半徑) 明顯大於真實距離 (紅色方形到紅色小圓)，最後估測位置 (黑色星號) 受 NLOS 偏差量影響，使最後手機估計位置偏離真實位置，因為圖 2.2 所估計位置離所有圓平方距離和最短。



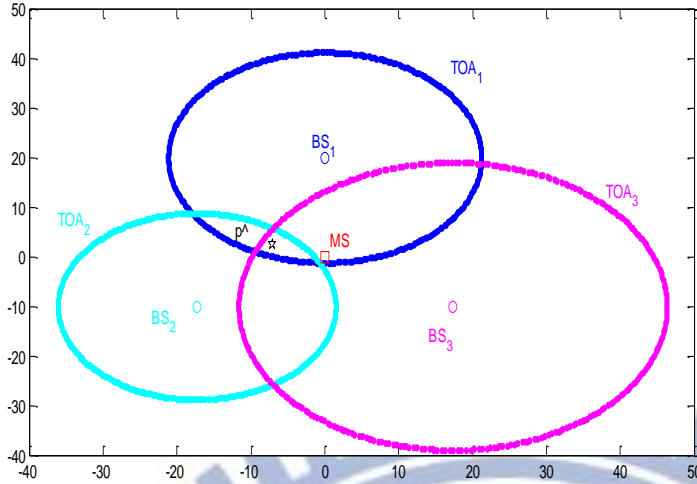


圖 2.2 NLOS 效應示意圖

在這一章我們將討論，對於降低這些 NLOS 偏差量影響 (NLOS mitigation) 一些其他研究常見方法。

## 2.2 系統模型

定義  $MS = [X, Y]$  為手機位置， $BS_i = [X_i, Y_i]$ ,  $i = 1 \dots N$  為第  $i$  個 BS 位置， $d_i$  為 MS 到第  $i$  個 BS 之間得真實距離如下式

$$d_i = \|BS_i - MS\| = \sqrt{(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2} \quad (2.1)$$

第  $i$  個 BS 量測雜訊為高斯分佈  $n_i \sim Normal(0, \sigma_i^2)$ ，NLOS 偏差量為指數分佈  $b_i \sim Exp(\lambda_i)$ ，故 TOA 量測值如下式

$$r_i = d_i + n_i + b_i \quad (2.2)$$

(2.2) 式中，如果第  $i$  個量測值為 LOS，即  $b_i = 0$ 。

在一般的定位方式 [1]–[7]，定位方式採最小平方近似解，估計 MS 位置  $\hat{p}$  如下式 (2.3)，其中  $N$  為基地台個數。

$$\hat{p} = \arg \min_p \sum_{i=1}^N (r_i - \|BS_i - p\|)^2 \quad (2.3)$$

定義  $BS_i$  所量測  $r_i$  所形成區域  $S_i$  如下式 (2.4)，以  $BS_i$  為圓心量測值為半徑所形成區域

$$S_i = \{p \mid \|BS_i - p\| \leq r_i\}$$

$$S = \bigcap_{i=1}^N S_i \quad (2.4)$$

$BS_i$ 、 $BS_j$ 之間的距離符號如下式 (2.5)

$$B_{ij} = \|BS_i - BS_j\| = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \quad (2.5)$$

在之後討論常用到計算 NLOS 上限，在此先定義重疊距離  $b_{ij}$

$$b_{ij} = r_i + r_j - B_{ij} \quad (2.6)$$

式 (2.4) (2.5) (2.6) 幾何意義如下圖 2.3，左邊深藍色圓內區域為  $S_1$ ，右邊淺藍色圓內區域為  $S_2$ ，兩者交集區  $S$  為中間弧形區域，黑色線段  $B_{12}$  為  $BS_1$ 、 $BS_2$  之間的距離，紅色線段即為弧形區域最大寬度  $b_{12}$ ，而紅色線段長度計算為深藍色線段加淺藍色線段扣除黑色線段以式 (2.6) 表示即  $b_{12} = r_1 + r_2 - B_{12}$ 。

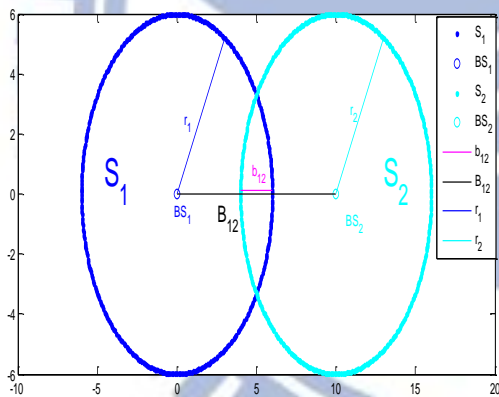


圖 2.3  $S_i$ 、 $B_{ij}$ 、 $b_{ij}$  幾何示意圖

## 2.3 全面篩選

在式 (2.3) 已知估計 MS 的準則，而 [1, 2] 定義 residual 如下式 (2.7)

$$residual = \frac{\sum_{i=1}^N (r_i - \|BS_i - \hat{p}\|)^2}{N} \quad (2.7)$$

$N$  包含 NLOS 如果選擇較少的量測值做定位，可能濾去 NLOS 如圖 2.4 所示四個基地台與手機位置距離加上雜訊產生量測距離四個大圓其中第四個基地台存在 NLOS 偏差量  $b_4$

(綠色大圓)，圖 2.4 (a) 把所有量測資訊一起考慮做定位則估計位置  $\hat{p}$  (黑色星號) 必會受 NLOS 影響 (綠色大圓)，如果排除 NLOS 部分 (綠色大圓) 如圖 2.4 (b) 則估計位置  $\hat{p}$  (黑色星號) 不受 NLOS 影響，圖 2.4 (c) 未排除 NLOS 所估計位置  $\hat{p}$  (黑色星號) 依然受 NLOS 影響，而在基地台個數相同時如圖 2.4 (b)、(c)，明顯可看出圖 2.4 (b) residual 會小於圖 2.4 (c)，這說明了 residual 小，可靠度越大，當基地台個數  $N$  越大誤差總合越大，故式 (2.7) 除  $N$  得平均誤差。

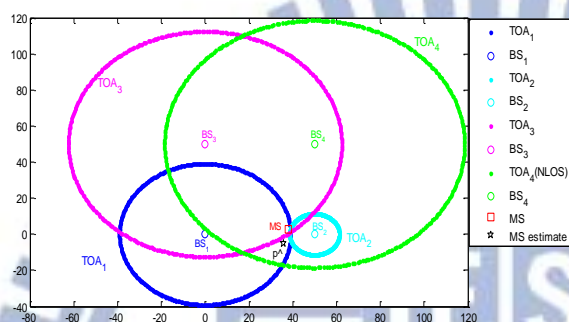


圖 2.4 (a) 考慮所有量測值

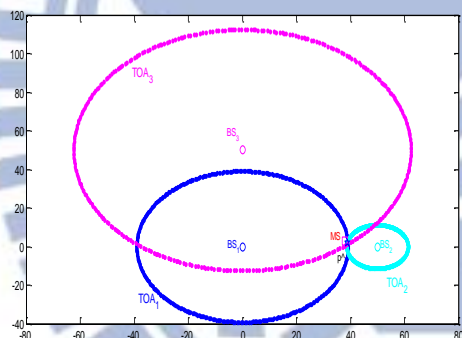


圖 2.4 (b) 排除 NLOS 的子集合

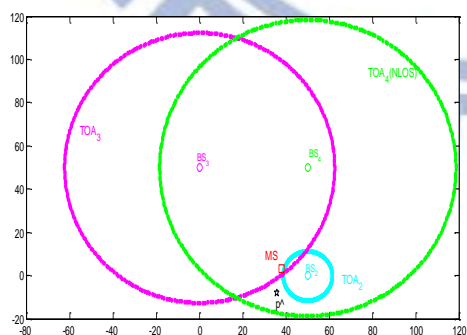


圖 2.4 (c) 未排除 NLOS 的子集合

圖 2.4 全面篩選說明圖

當  $N$  大於 3，任意  $K$  ( $K \geq 3$ ) 個 BS 為一組子集合  $Set_j$  可以決定一組  $\hat{p}_j$  與  $residual_j$  如下式 (2.8)、(2.9)

$$\hat{p}_j = \arg \min_p \sum_{i \in \text{Set}_j} (r_i - \|BS_i - p\|)^2 \quad (2.8)$$

$$\text{residual}_j = \frac{\sum_{i \in \text{Set}_j} (r_i - \|BS_i - \hat{p}_j\|)^2}{\text{size of Set}_j} \quad (2.9)$$

，共可產生  $M = \sum_{K=3}^N C_K^N$  組候選點，利用這些候選點  $(\hat{p}_j, \text{residual}_j)$   $j=1, \dots, M$ ，由

$\text{residual}_j$  大小可降低 NLOS 所造成的影響如[1]，此種方式主要依據當  $\text{residual}_j$  小時直覺  $\text{Set}_j$  可靠度越高，因為 NLOS 偏差量會造成估計位置偏差進而使 residual 增加，在[1]中提到幾種方式：

1. 取 residual 最小做為估計位置。
2. 以 residual 倒數做為權重計算估計位置如下式

$$\hat{p} = \frac{\sum_{j=1}^M \hat{p}_j \text{residual}_j^{-1}}{\sum_{j=1}^M \text{residual}_j^{-1}} \quad (2.10)$$

以 residual 倒數作為權重原因是當 residual 越小，直覺取到越多個 BS 是 LOS，可靠度越高。

3. 根據 residual 大小排列，選取較小 residual 一部分候選點，以 residual 倒數做為權重計算估計位置。

三種方式的優劣，在[1]已有詳細說明，在此不贅述。

第一種取 residual 最小做為估計位置的方式，再進一步討論，取 residual 最小做為估計位置，這種方式有點類似 NLOS 檢測，差別在於其他 NLOS 檢測相關研究是根據事前 NLOS 統計特性做檢測，這裡使用 residual 做檢測，這種檢測方法是依據直覺上 LOS 所產生 residual 很小，但是未必是最小，可能有另外一組候選點，有更小 residual，此時便會造成 residual 最小估計位置偏離 MS，如圖 2.5 所示，圖 2.5 (a) 3 個基地台皆為 LOS，但受雜訊影響，計算 residual (估計位置黑色星號到各圓周的誤差平方和) 可



能會比圖 2.5 (b) 2 個 LOS、1 個 NLOS (綠色圓) 所得 residual (估計位置黑色星號到各圓周的誤差平方和)還要大,產生圖 2.5(b)明明受到 NLOS 影響但卻得到小的 residual,這是因為 2 LOS 交於兩點若 NLOS 圓周恰好落在非 MS 的點,便會產生誤判,

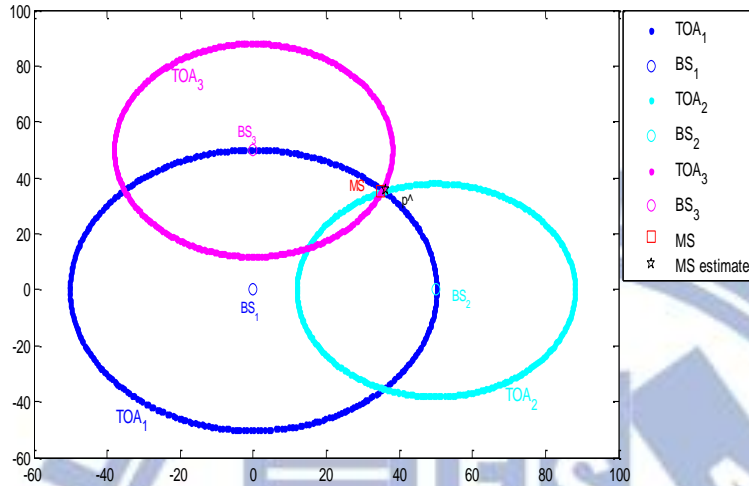


圖 2.5 (a) 3LOS 定位

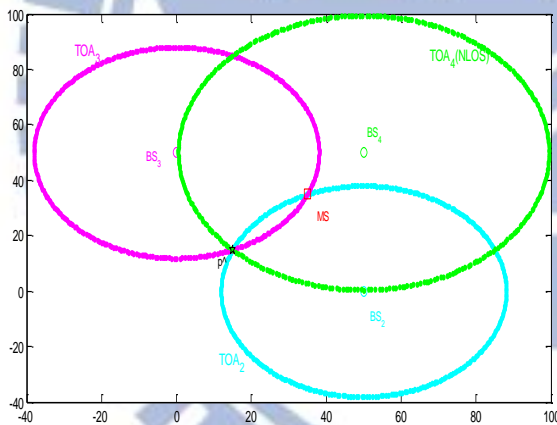


圖 2.5 (b) 2LOS 1NLOS 定位

圖 2.5 全面篩選誤差小估計位置偏離 MS 說明圖

正確檢測機率,會受 BS 個數、雜訊、NLOS 偏差量影響,在第四章數學分析 4.5 節將會以數學方式推導正確檢測機率,在電腦模擬 5.3.1 節,將會做驗證,為了降低誤判所造成的效應,所以用 residual 倒數做權重平均應運而生。

## 2.4 加入限制式

LOS 量測值  $r_i = d_i + n_i$  則 MS 落在圓周附近,若 NLOS 則  $r_i \geq d_i$  MS 落在圓內,假設交

集區存在且 MS 落在交集區內即  $MS \in S = \bigcap_{i=1}^N S_i$ ，但實際上所估計位置  $\hat{p}$  未必會落在交集區內如下圖 2.6 (a) 所示，主要是受 NLOS 影響（綠色大圓）使的估計位置脫離交集區 S，圖 2.6 (b) 將估計位置  $\hat{p}$  限制在交集區 S 之後，明顯的估計位置會接近真實位置。

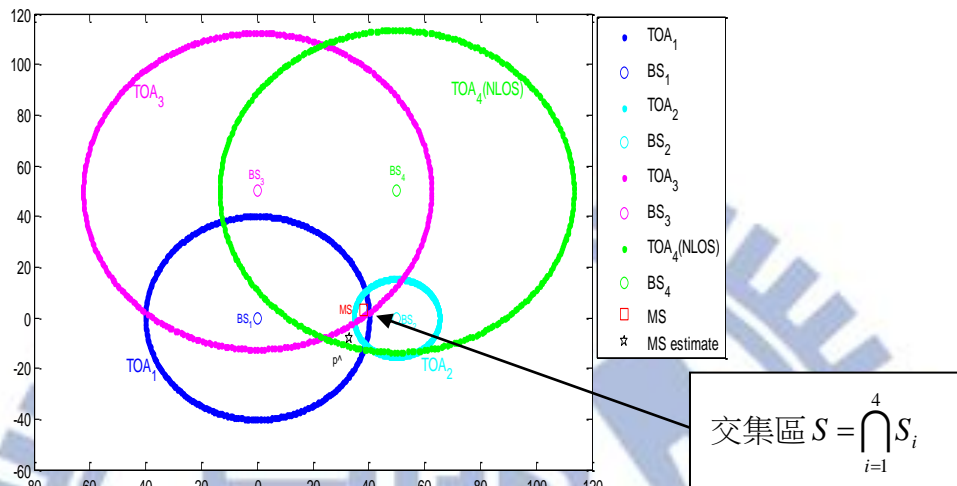


圖 2.6 (a) 估計位置  $\hat{p}$  未落在交集區

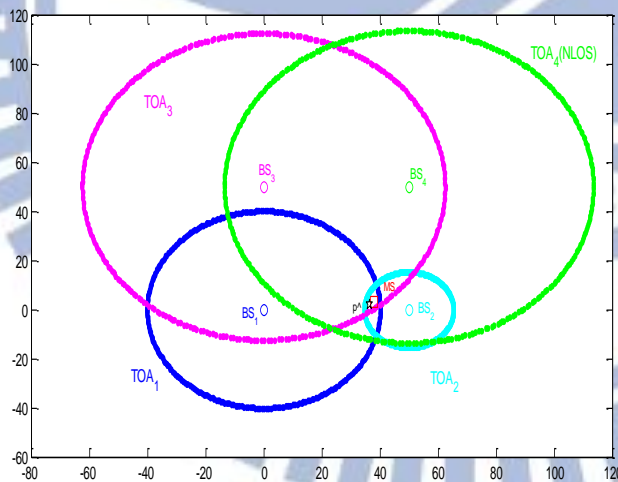


圖 2.6 (b) 限制  $\hat{p}$  在交集區

圖 2.6 加入限制式說明圖

但是由於雜訊影響對於 LOS 則無法確定是否在圓  $S_i$  內，因為 LOS 可能因為雜訊的關係使量測值落在此範圍  $d_i + n_i^L \leq r_i \leq d_i + n_i^U$  ( $n_i^U, n_i^L$  為雜訊上下限)，使得 MS 落在 LOS 圓外如圖 2.7 所示量測值為真實距離加上雜訊使得量測值上限為藍色圓半徑；下限則是紫色圓半徑，在這上下限範圍內無法確保  $MS \in S_i$  此條件恆成立，在不做 NLOS 檢測情況

下，只好放大所有圓，以確保 MS 必定落在所有圓內。

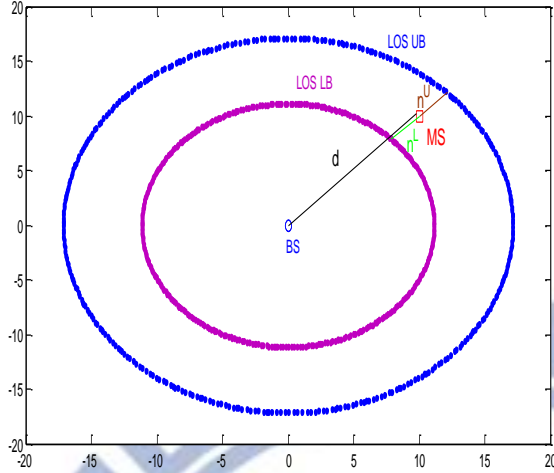


圖 2.7 TOA(LOS)上下限示意圖

放大所有圓，如果放大過大，會造成限制式無用，過小又會使得 MS 並非落在所有  $S_i$  內，回到原始問題放大圓得目的是確保 MS 落在所有  $S_i$  內，所以只要放大雜訊的下限，即可解決此問題，但雜訊為高斯在  $\pm\infty$  區間，為了避免放大無窮，造成限制條件無用，選擇  $-3\sigma_i$  做為雜訊的下限， $P(n_i > -3\sigma_i) \cong 0.998$ ，所以可以合理假設  $n_i^L = -3\sigma_i$  為雜訊的下限。

如上述在[3]中，加入幾點限制式

1. 根據定位的區域定義 X、Y 的上下限如下式

$$(X^L, Y^L) \leq (X, Y) \leq (X^U, Y^U) \quad (2.11)$$

2. 放大 TOA 所量測到的值，確保 MS 落在所有  $S_i$  內

$$r_i - n_i^L \geq d_i \quad (2.12)$$

3. 由[3]所定義的 NLOS 上限可以對 NLOS 偏差量做限制

$$0 \leq b_i \leq b_i^U = \min_{j=1 \dots N, j \neq i} (r_i + r_j - B_{ij}), i = 1 \dots N \quad (2.13)$$

根據以上三個限制式並且引入 NLOS 偏差量  $b_i$  變數，解非線性 Least square，轉換成最佳化問題如下

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ b \end{bmatrix}, b = [b_1, \dots, b_N]^T,$$

$$\hat{p} = \arg \min_{\Omega} \varepsilon(\Omega) = \arg \min_{\Omega} \sum_{i=1}^N (\|BS_i - p\| + b_i - r_i)^2$$

$$s.t. g_i \leq 0 \quad g_i = \begin{cases} \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - (r_i - n_i^L) & , i=1 \dots N \\ x - x^U & , i=N+1 \\ y - y^U & , i=N+2 \\ x^L - x & , i=N+3 \\ y^L - y & , i=N+4 \\ b_i - b_i^U & , i=N+5 \dots 2N+4 \\ -b_i & , i=2N+5 \dots 3N+4 \end{cases}$$

(2.14)

上式 (2.14) 可使用 SQP (sequential quadratic programming) 演算法解此最佳化問題利用 MATLAB 中 fmincon 指令可執行此演算法。

但此方式可能會產生一種情況當所有  $S_i$  有交集區，導致  $\hat{p}$  非唯一解，在共同交集區域  $S$  內，皆可產生任意一組  $\Omega$ ，使得  $\varepsilon(\Omega) = 0$  且滿足所有限制式  $g_i$  如圖 2.8，A、B 兩點在交集區  $S$  內，AB 可分別調整 NLOS 偏差向量  $b_A$ 、 $b_B$  使  $\varepsilon(\Omega) = 0$  以 A 點為例觀察深藍色大圓可調整深藍色虛線線段  $b_{A1}$  使得  $\|BS_1 - A\| + b_{A1} - r_1 = 0$ ，其他顏色大圓搭配對應的虛線線段可使誤差為 0，且各顏色的虛線線段皆低於 NLOS 上限使  $\varepsilon(\Omega_A) = 0$ ，同理 B 點也可調整  $b_B$  使  $\varepsilon(\Omega_B) = 0$ ，即在交集區域內任一點皆可調整 NLOS 偏差量  $b$ ，使  $\varepsilon(\Omega) = 0$ ，也因為解可能會非唯一在利用 SQP 解最佳化問題式 (2.14) 時，當非唯一解情況發生時 SQP 會根據初始點找到離初始點最近的解。



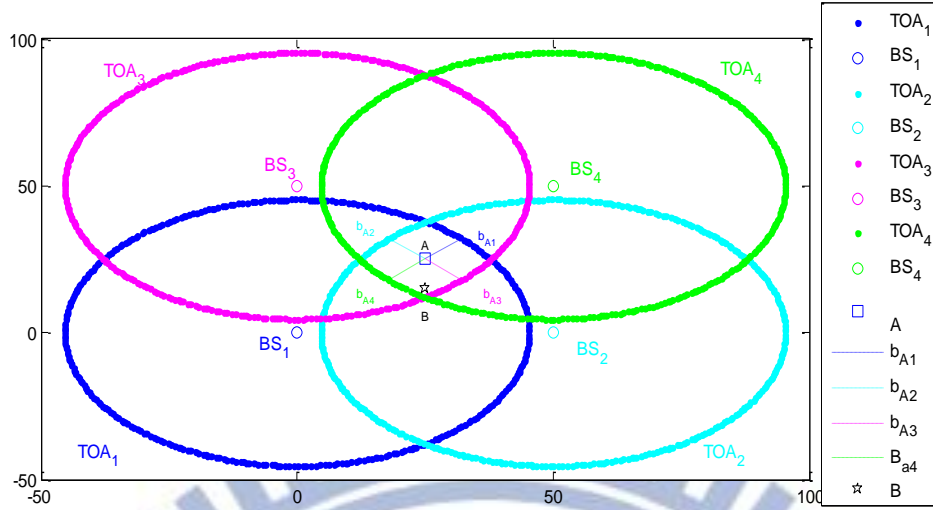


圖 2.8 限制式非唯一解示意圖

式 (2.14) 雖然最後結果接近理想，但運算量過大，如果將 (2.14) 式問題再轉換成線性的最佳化問題，可以降低運算複雜度如 [4]，針對  $d_i = \|BS_i - MS\|$  利用泰勒展開式展開點  $p_o = [x_o, y_o]$  做線性近似的動作如下其中  $d_i(p_o) = \|BS_i - p_o\|$

$$d_i \approx d_i(p_o) + \frac{x_o - x_i}{d_i(p_o)}(x - x_o) + \frac{y_o - y_i}{d_i(p_o)}(y - y_o) \quad (2.15)$$

另一方面為了使問題再簡化，不去估計 NLOS 偏差量，那非線性最佳化問題 (2.14) 式可透過泰勒展開 (2.15) 簡化成下式 (2.16)，大幅降低運算複雜度，但由於 (2.15) 近似動作，會使最後誤差比非線性最佳化問題還要大。

$$\hat{p} = \arg \min_p \|Ap - R\|^2$$

$$s.t. g_i = \begin{cases} d_i(p_o) + \frac{x_o - x_i}{d_i(p_o)}(x - x_o) + \frac{y_o - y_i}{d_i(p_o)}(y - y_o) - (r_i - n_i^L) \leq 0 & , i = 1 \dots N \\ x - x^U \leq 0 & , i = N + 1 \\ y - y^U \leq 0 & , i = N + 2 \\ x^L - x \leq 0 & , i = N + 3 \\ y^L - y \leq 0 & , i = N + 4 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{x_o - x_1}{d_1(p_o)} & \frac{y_o - y_1}{d_1(p_o)} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x_o - x_i}{d_i(p_o)} & \frac{y_o - y_i}{d_i(p_o)} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x_o - x_N}{d_N(p_o)} & \frac{y_o - y_N}{d_N(p_o)} \end{bmatrix}_{N \times 2}, R = \begin{bmatrix} r_1 - d_1(p_o) + \frac{x_o - x_1}{d_1(p_o)}x_o + \frac{y_o - y_1}{d_1(p_o)}y_o \\ \vdots \\ r_i - d_i(p_o) + \frac{x_o - x_i}{d_i(p_o)}x_o + \frac{y_o - y_i}{d_i(p_o)}y_o \\ \vdots \\ r_N - d_N(p_o) + \frac{x_o - x_N}{d_N(p_o)}x_o + \frac{y_o - y_N}{d_N(p_o)}y_o \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

(2.16)

在本論文，為了降低加入限制式方式的運算複雜度，主要採用移除部分量測資訊取代線性化的降低運算複雜度。

## 2.5 最大概似函數(Maximum Likelihood)

在許多關於手機定位研究假設事先已知雜訊與 NLOS 統計資訊，有這些資訊可以做 NLOS 檢測[15, 16, 17]或降低 NLOS 效應 [3]。在此針對 NLOS 效應降低做討論。

在[3]中根據資訊量的多寡，調整目標函數 (object function)，解最佳化問題，在此目標函數即為概似函數 (likelihood function)。

在 2.2 節系統模型中，已知 LOS 為高斯機率分佈，NLOS 為高斯加指數機率分佈  $\kappa_i = b_i + n_i$  可推得  $\kappa_i$  的 PDF 並且由一、二階動差可做高斯近[7]似如下式 (2.17)

$$P_{\kappa_i} = \frac{1}{2\lambda_i} \exp\left(\frac{-1}{\lambda_i} \left(\kappa_i - \frac{\sigma_i^2}{2\lambda_i}\right)\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_i^2 - \lambda_i \kappa_i}{\sqrt{2\lambda_i} \sigma_i}\right) \approx N(\lambda_i, (\lambda_i^2 + \sigma_i^2)) \quad (2.17)$$

在 5.2 節將會以電腦模擬觀察式 (2.17) 近似過後與真實機率分佈的落差。

### 2.5.1 已知 NLOS 發生機率、 $\lambda_i$ 、 $\sigma_i$

已知這些資訊， $BS_i$  雜訊加 NLOS 偏差量  $b_i$  機率可根據全機率定理 (Law of Total Probability) 寫成下式，其中  $P_{LOS}$  為 LOS 發生機率

$$P'_i = P_{LOS_i} P_{n_i} + (1 - P_{LOS_i}) P_{\kappa_i} \quad (2.18)$$

可得概似函數 (likelihood function) 如下式

$$P(r|p) = \prod_{i=1}^N P'_i \quad \Lambda(r|p) = \sum_{i=1}^N \ln P'_i \quad (2.19)$$

已上式 (2.18) 做為目標函數 (Object function)，找最大值如下式

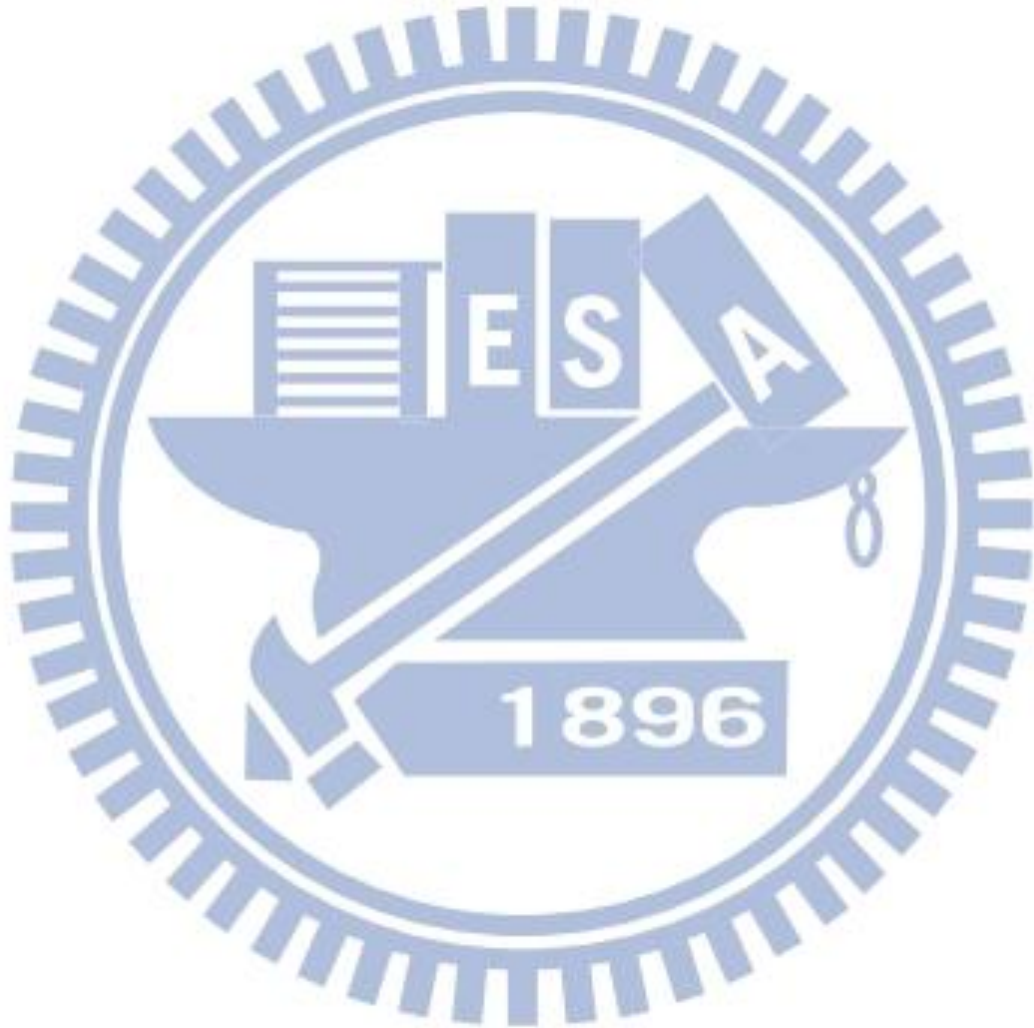
$$\hat{p} = \arg \max_p (\Lambda(r|p)) \quad (2.20)$$

## 2.5.2 已知 NLOS 發生機率、 $\sigma_i$

此種情況，雖然已知 NLOS 偏差量為指數分佈，但未知 $\lambda_i$ ，修改式 (2.20) 如下式 (2.21)。

$$\hat{p} = \arg \max_{p, \lambda_b} \Lambda(r|p, \lambda_b) \quad \lambda_b = [\lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_i \quad \dots \quad \lambda_N] \quad (2.21)$$

在式 (2.21) 發現除了要估計位置以外，連帶也要一起估計 NLOS 偏差量，使運算度增加。



## 第三章

# 檢測法提高精確度

### 3.1 動機

對於 NLOS 效應減輕方法，無法事先得知 NLOS 統計性質並未做 NLOS 檢測動作，所以將所有量測值納入考量，針對全面篩選方法會有兩問題：第一包含 NLOS 所估計位置雖然權重較低但仍會影響最後加權平均結果；第二隨著基地台個數  $N$  上升估計位置次數會接近  $2^N$ ，而對於加入限制式方式隨著基地台個數  $N$  上升，SQP 演算法運算量也會提高，如果不需要 NLOS 統計性質而作簡易 NLOS 檢測排除某部分 NLOS，可以改善上述問題，進一步提高準確度而且排除部分量測值也可降低運算複雜度。

本論文所提出方式如圖 1.3 所描述，第一步驟利用檢測法排列出 NLOS 可能性大小，檢測值越大者 NLOS 可能性越大，第二步驟選擇性移除部分量測值，移除過少可能無法移除所有 NLOS，這點可以後續第三步驟改善但對於運算複雜度無明顯降低，移除過多運算複雜度會明顯降低但可能造成 LOS 誤判為 NLOS 使最後結果比未移除 NLOS 還差，在第五章電腦模擬將會以模擬方式討論移除個數對於最後的影響，第三步驟在過濾部分 NLOS 後再套用第二章的演算法，在對剩餘量測值做 NLOS 效應減輕的定位演算法，若將圖 1.3 再做細部分類如下圖 3.1 所示，得到量測值與基地台位置，先做檢測的動作，本論文提出三種檢測方式，分別為直接檢測、上限檢測與餘差檢測，藉由檢測的結果做排序與移除動作，移除部分量測資訊後，再搭配第二章所提的 NLOS 效應降低的定位演算法做最後定位的動作。



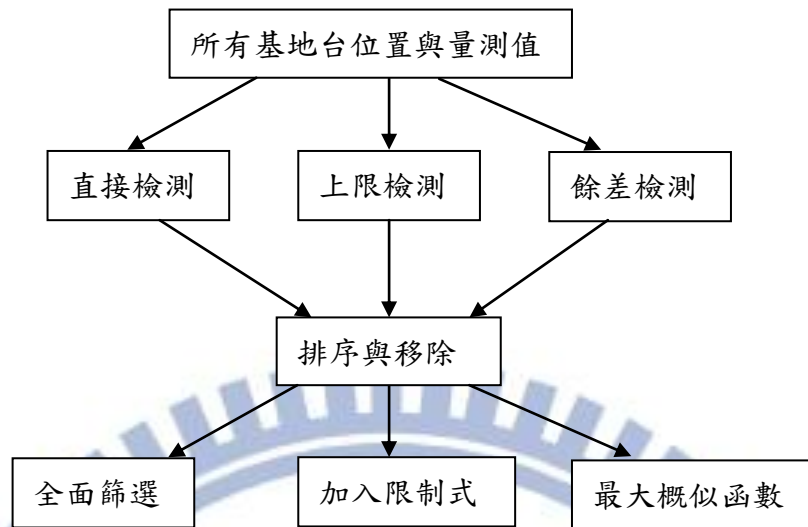


圖 3.1 NLOS 處理流程

由於 NLOS 比 LOS 量測多出  $b_i$  的距離，此距離會使的量測值、NLOS 上限、NLOS 偏差量增加，以這三者為基準，由大排列到小，越大者可合理認為 NLOS 可能性越大，在彈性選擇要保留多少 BS 在做運算動作。

本論文所提的三種檢測法，是以不同方式去估計  $b_i$ ，估計完所有  $b_i$  即為檢測值按照估計的  $b_i$  越大者 NLOS 可能性越大：直接檢測，是利用每一個基地台所量測值做為參考依據，上限檢測是利用兩兩基地台所量測到的資訊以及該基地台位置計算 NLOS 上限做為檢測值，餘差檢測則是利用所有基地台所量測到的資訊與所有基地台位置計算 NLOS 偏差量，如下圖 3.2 所示以  $BS_1$  做說明，直接檢測的檢測值即為  $BS_1$  量測值（綠色虛線線段） $r_1$ ，上限檢測的檢測值為  $BS_1$  與另一基地台所計算 NLOS 上限得之（黑色虛線線段） $b_{12}$ 、 $b_{13}$ ，餘差檢測則是所有基地台決定一位置  $\hat{p}$  再由此位置推算檢測值（紅色虛線線段） $r_1 - \|BS_1 - \hat{p}\|$ 。

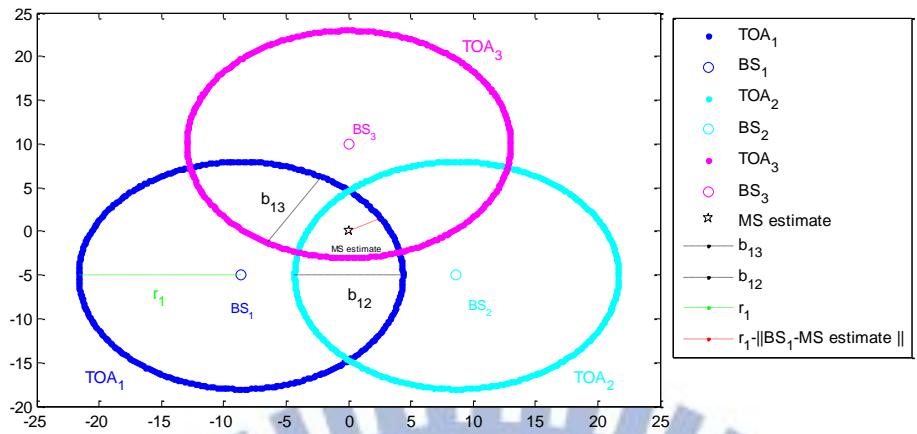


圖 3.2 三種檢測法示意圖

### 3.2 直接檢測

LOS (line-of-sight) 量測值為真實距離加上高斯雜訊，而 NLOS 量測值除了距離雜訊外，還有額外 NLOS 偏差量  $b_i \geq 0$ ，而此偏差量會造成量測值增加，反過來如果量測值大可推測 NLOS 偏差量大即 NLOS 可能性大。

假設在每個 BS 距離 MS 的真實距離差異不大時不考慮雜訊，可以合理推測量測值較大就比較有可能是 NLOS 如圖 3.3 以及式 (3.1)，圖 3.3 MS 到兩個 BS 距離相同，但  $TOA_1$  深藍色的圓發生 NLOS 產生 NLOS 偏差量 (黑色線段長度)  $b_1$ ，使得深藍色圓半徑大於淺藍色圓半徑即  $r_1 > r_2$ ， $r_1$  為 NLOS 可能性較大。

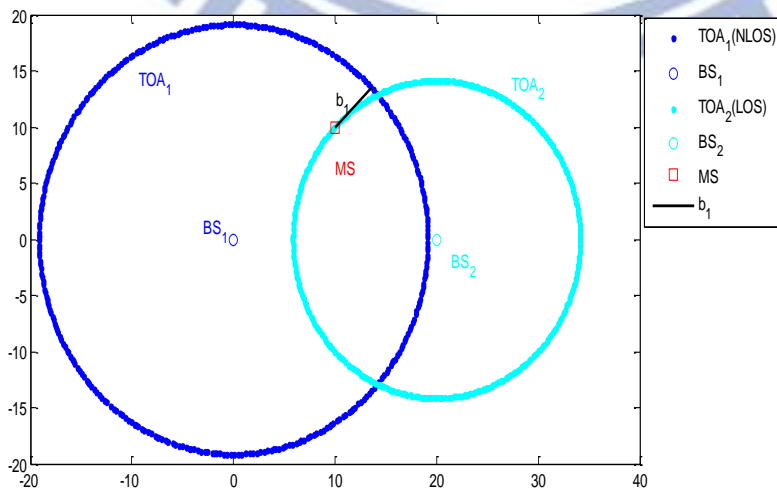


圖 3.3 直接檢測示意圖

$$\begin{aligned}
r_1 &= d_1 + b_1 & r_2 &= d_2 \\
d_1 &\approx d_2 & & (3.1) \\
r_1 &\geq r_2 & &
\end{aligned}$$

直接檢測根據量測值大小，排列 NLOS 可能性，量測值越大 NLOS 可能性越大，應該排除的優先權越大，而要排除多少個 NLOS，可以視情況改變，排除越多運算複雜度越低，但排除越多 LOS 亦可能被排除使結果會變得不精準。

當 NLOS 的 BS 距離 MS 近時，容易產生誤判，換言之當第  $i$  個的 BS 為 NLOS，但  $d_i + b_i \leq d_j$ ，即會誤判如圖 3.4 MS 靠近  $BS_1$  若深藍色圓半徑（真實距離加黑色線段） $r_1 = d_1 + b_1$  小於淺藍色圓半徑  $d_2$  則發生誤判即  $d_1 + b_1 \leq d_2$ 。

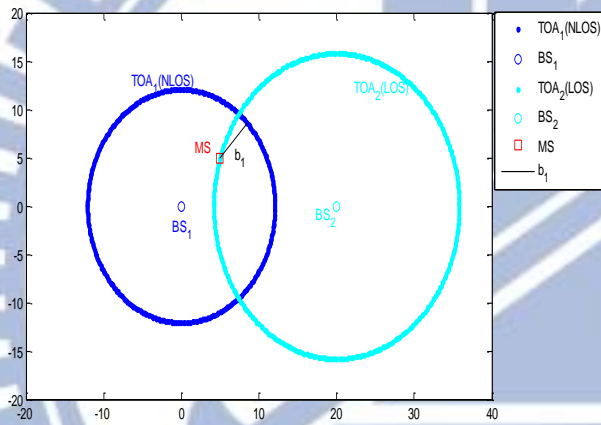


圖 3.4 直接檢測誤判示意圖

由上圖 3.4 可知當 NLOS BS 的量測值（深藍色圓半徑） $r_1 = d_1 + b_1$  小於其他 LOS BS 的量測值（淺藍色圓半徑） $r_2 = d_2$ ，會產生誤判，為了降低誤判發生有兩種解決方式，第一在排列優先順序時，選擇移除較少 BS 個數，將優先權大移除，保留多一點 BS 可降低將 LOS 被排除機率；第二是採用上限檢測或餘差檢測。

在 4.1 節將會對直接檢測做數學分析，並在 5.2 節以電腦模擬分析實際檢測正確率與模擬正確率之間落差。

### 3.3 上限檢測

在 2.4 節加入限制式中已討論 MS 落在  $S$  交集區內，當  $S = \bigcap_{i=1}^{N-1} S_i = \bigcap_{i=1}^N S_i$ ，如下圖 3.5

(a) 所示可看出 MS 落在交集區 S 內且  $r_4 > \min_{p \in S} \|BS_4 - p\|$  即綠色圓移除並不會影響到交集區 S 大小，這表示在 S 區域內任何一點都與  $r_4$  有一段落差 (黑色雙箭號)，先前已討論過 LOS 情況下 MS 落在圓周附近，而 NLOS 情況 MS 會落在圓周內，交集區 S 明顯落在綠色圓內且交集區 S 最靠近綠色圓周也有一段明顯落差，這落差是  $b_4$  所造成故可以肯定  $r_4$  必為 NLOS，另一方面量測值受雜訊影響導致交集區 S 不存在  $\bigcap_{i=1}^{N-1} S_i = S'$   $\bigcap_{i=1}^N S_i = \phi$ ，如下圖 3.5 (b)，可知  $r_1$  與  $r_4$  其中之一必為 LOS 或者兩者皆為 LOS，因為只有 LOS 有機會使 MS 落在圓外如圖 2.7，此時交集區可能不存在主因為深藍色與綠色大圓無法形成交集區，表示 MS 落在深藍色或者綠色圓外，故可反推  $r_1$  與  $r_4$  其中之一必為 LOS 或者兩者皆為 LOS，針對第一種其中之一為 LOS 另一個為 NLOS 只有在 NLOS 偏差量極小才使得交集區不存在，當 NLOS 偏差量極小其實可以視同 LOS，方便起見就將兩者視為 LOS。

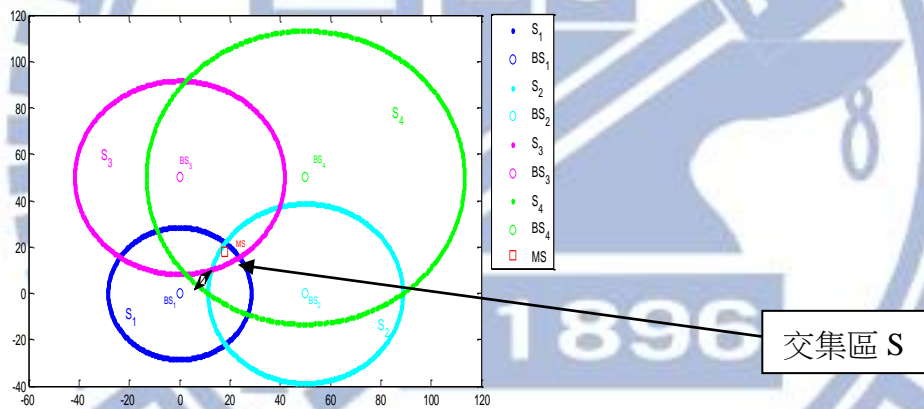


圖 3.5 (a) 利用交集區辨別 NLOS

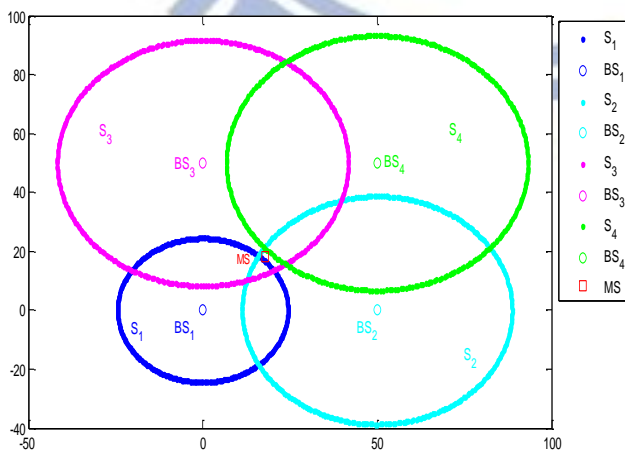


圖 3.5 (b) 利用交集區辨別 LOS

圖 3.5 利用交集區判別 NLOS/LOS



但實際上由於這兩項判斷需要決定交集區  $S$ ， $S$  形狀不規則，甚至可能不存在，為了避免此問題所以在 [22, 23, 24] 中只考慮兩兩的交集區  $S_{ij} = S_i \cap S_j$ ，簡易檢測 LOS、NLOS 方法，當任兩 TOA 沒有相交，該兩個 BS 為 LOS 如圖 3.6 (a)  $S_1 \cap S_2 = \emptyset$  原因如同圖 3.5 (b)；當一個 TOA 將另一個 TOA 覆蓋  $S_1 \cap S_2 = S_2$ ，較大的 TOA ( $S_1$ ) 必為 NLOS，且可確定 NLOS 的下限如圖 3.6 (b) (黑色雙鍵號) 原因如同圖 3.5 (a) 交集區即為淺藍色圓  $S_1 \cap S_2 = S_2$ ，此種檢測只有在滿足特定條件下才成立，當不滿足條件時，無法檢測，上限檢測則可解決無法檢測問題。

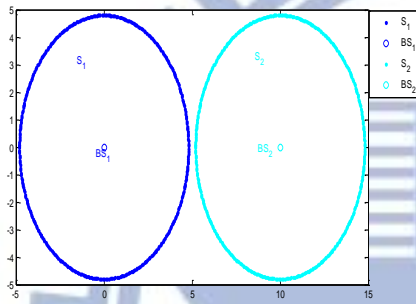


圖 3.6 (a) 簡易 LOS 檢測

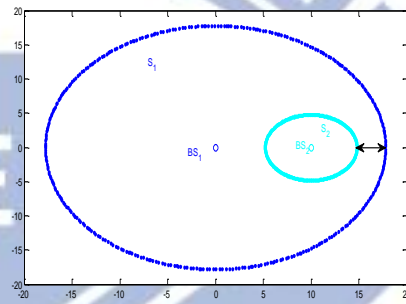


圖 3.6 (b) 簡易 NLOS 檢測

圖 3.6 簡易 LOS/NLOS 檢測

在討論上限檢測以前，先對 NLOS 理論上下限作定義，在交集區域  $S$  存在情況下已知 MS 落在交集區域內如圖 3.7 (a)，MS 落在交集區內討論綠色大圓的 NLOS 理論上下限，首先討論理論上限由於已知 MS 落在交集區內，綠色圓最多只能縮小到使交集區不存在，否則 MS 落在綠色圓外，如圖 3.7 (b)，接下來討論理論下限在圖 3.7 (a) 明顯交集區落在綠色圓內且有一段明顯落差，MS 落在交集區則綠色圓的 NLOS 偏差量至少大於此落差，如圖 3.7 (c) 綠色圓至少可以縮小到一定程度而不影響交集區大小，而由交集區域可以推得 NLOS 理論上下限如下式 (3.2)，簡單來說  $\hat{b}_i^U$  為在交集區  $S$  找距離  $BS_i$  最近的點並計算距離，若  $r_i$  扣除  $\hat{b}_i^U$  則交集區  $S$  會不存在如圖 3.7 (b)，而  $\hat{b}_i^L$  就是在交集區找距離  $BS_i$  最遠的點並計算距離，若  $r_i$  扣除  $\hat{b}_i^L$  則交集區會變小，此時便不保證 MS 依然落在交集區  $S$  內如圖 3.7 (c)。

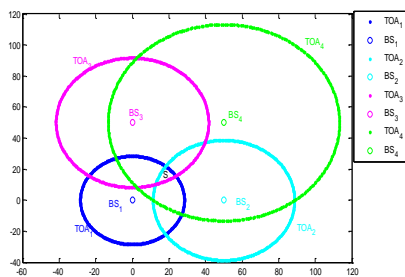


圖 3.7 (a) 交集區與 NLOS 落差

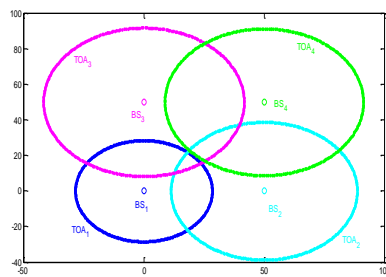


圖 3.7 (b) 利用交集區找 NLOS 理論上限

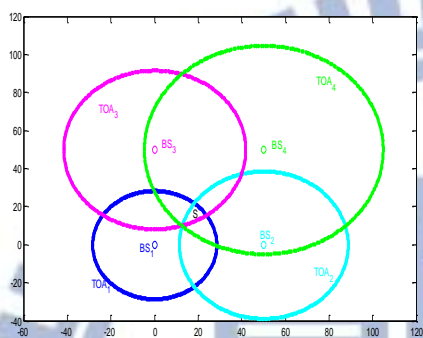


圖 3.7 (c) 利用交集區找 NLOS 理論下限

圖 3.7 利用交集區找 NLOS 理論上下限

$$\begin{aligned}
 p &\in S \\
 \hat{b}_i^U &\equiv r_i - \min_{p \in S} \|BS_i - p\| = r_i - d_i^L \quad (3.2) \\
 \hat{b}_i^L &\equiv r_i - \max_{p \in S} \|BS_i - p\| = r_i - d_i^U
 \end{aligned}$$

如同 3.2 節所敘述 NLOS 會使量測值額外多出 NLOS 偏差量，這偏差量不僅會造成量測值過大，另一方面也會使 NLOS 理論上限變大，而在式 (3.2) 由於交集區 S 形狀不規則要找  $\hat{b}_i^U$  不容易所以簡化問題在只考慮  $S_{ij} = S_i \cap S_j$ ，以  $S_{12}$  取代式 (3.2) 的 S 可整理得式 (3.3)，在交集區內找  $p' = \arg \min_{p \in S_{12}} \|BS_1 - p\|$  也就是在  $S_2$  圓周上找離  $BS_1$  最近的點，該距離即為  $\|BS_1 - BS_2\| - r_2$  幾何意義如下圖 3.8 在交集區上找離  $BS_1$  最近的點  $p'$  (紅色黑色線段交界處)， $p'$  點到  $BS_1$  距離為黑色線段長度即為  $\|BS_1 - BS_2\| - r_2$  而  $b_1^U = r_1 - \min_{p \in S_{12}} \|BS_1 - p\|$  (紅色線段長度)，故  $S_{12}$  可決定一個 NLOS 簡易上限，再由所有簡易上限挑選最小值，這就是 [3] 所定義的 NLOS 上限。

$$\begin{aligned}
b_1^U &= r_1 - \min_{p \in S_{12}} \{ \|BS_1 - p\| \} \\
&= r_1 - (\|BS_1 - BS_2\| - r_2) \\
&= r_1 + r_2 - B_{12} = b_{12}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

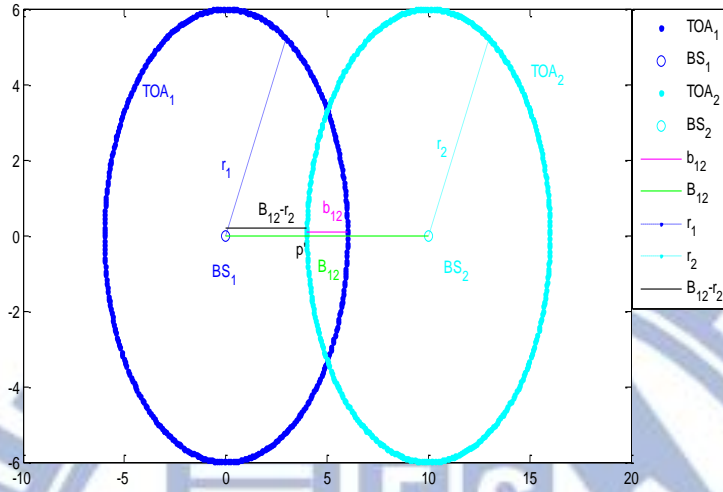


圖 3.8 NLOS 簡易上限示意圖 (基地台個數 2)

NLOS 簡易上限可以簡易計算得到如下式 (3.4)

$$b_i^U = \min(r_i + r_j - B_{ij}, j=1 \dots N, j \neq i), i=1 \dots N \tag{3.4}$$

，式 (3.4) 計算 i 個 NLOS 簡易上限是先計算 i、j 兩圓重疊區域最長線段長度  $b_{ij}$ ，在求最短線段作為 NLOS 簡易上限。

式 (3.2) 與式 (3.4) 所計算 NLOS 簡易上限幾何意義如下圖 3.9 所示，

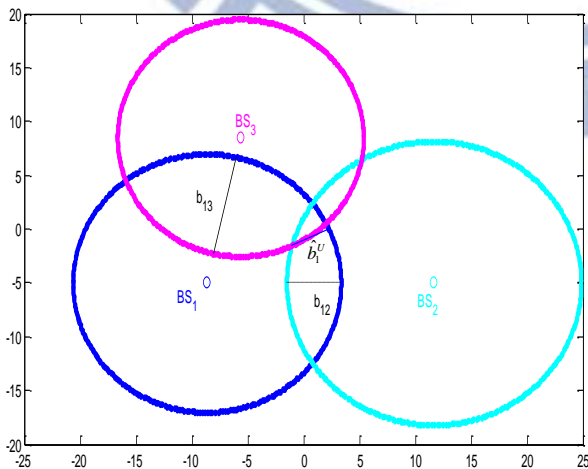


圖 3.9 NLOS 理論與簡易上限示意圖

不考慮雜訊可確定 MS 落在三個圓之內，考慮理論上限  $\hat{b}_1^U$  根據式 (3.2) 得到如圖 3.9

藍色線段理論上限  $\hat{b}_1^U$ ，由於確定 MS 落在交集區內若  $BS_1$  量測值  $r_1$  扣除藍色線段長度  $\hat{b}_1^U$

將會使交集區  $S$  不存在；另外由式 (3.4) 可計算  $b_{ij}$  NLOS 上限如式 (3.5)

$$\begin{cases} b_{12} = r_1 + r_2 - B_{12} \\ b_{13} = r_1 + r_3 - B_{13} \\ b_{23} = r_2 + r_3 - B_{23} \end{cases} \quad \begin{cases} b_1^U = \min(b_{12}, b_{13}) = b_{12} \\ b_2^U = \min(b_{12}, b_{23}) = b_{23} \\ b_3^U = \min(b_{13}, b_{23}) = b_{23} \end{cases} \quad (3.5)$$

， $BS_1$  根據 (3.5) 式所計算的 NLOS 簡易上限  $b_1^U = \min(b_{12}, b_{13}) = b_{12}$  為兩黑色線段（虛線與實線最小值），由於確定 MS 落在交集區內若  $BS_1$  量測值扣除黑色線段長度將會使交集區不存在，例如扣除  $b_{12}$  會使得  $S_{12} = \phi$ ；扣除  $b_{13}$  會使得  $S_{13} = \phi$ ，所以兩黑色線段最小值  $b_1^U = \min(b_{12}, b_{13}) = b_{12}$ ， $BS_1$  代表的 NLOS 簡易上限  $b_1^U$ 。

式 (3.5) 與式 (3.2) 稍後會在 4.2 節做數學分析，並且在 5.1 節以電腦模擬觀察落差，在某些情況 NLOS 上限相當接近 NLOS 偏差量  $b_i$ ，上限檢測根據 NLOS 簡易上限大小排列 NLOS 優先順序，與直接檢測相同，排列出優先順序以後，可以彈性選擇保留多少個 BS 做定位的動作。

上限檢測可以做 NLOS 檢測，在於式 (3.5) 以簡易方式估計 NLOS 簡易上限，如圖 3.10，

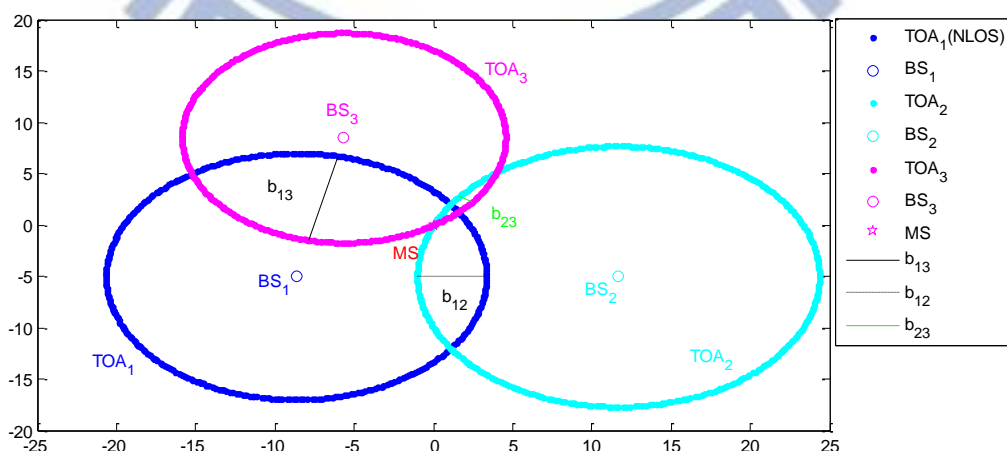


圖 3.10 上限檢測示意圖（基地台個數 3）



$BS_1$  是 NLOS 且由圖 3.10 可看出  $b_1^U = \max(b_1^U \ b_2^U \ b_3^U)$ ，故可以將 NLOS 檢測出來。另外圖 3.10 與式 (3.5) 可看出  $b_2^U = b_3^U$  (綠色線段長度)，當發生 NLOS 上限相同時，無法判斷優先順序，則回到直接檢測根據量測值  $r_i$  作優先權排序。

上限檢測與直接檢測相同，在某些情況也會有誤判發生，例如 LOS 的 BS 卻計算出過大的 NLOS 簡易上限  $b_i^U$  如圖 3.11 所示  $b_1^U = b_2^U = b_{12} < b_3^U = b_{13}$  (黑色虛線長度小於黑色實線)，此時上限檢測判斷 NLOS 優先順序為  $BS_3$ 、 $BS_2$ 、 $BS_1$ ，會造成誤判主要原因在於  $b_i$  與  $b_i^U$  之間的落差。

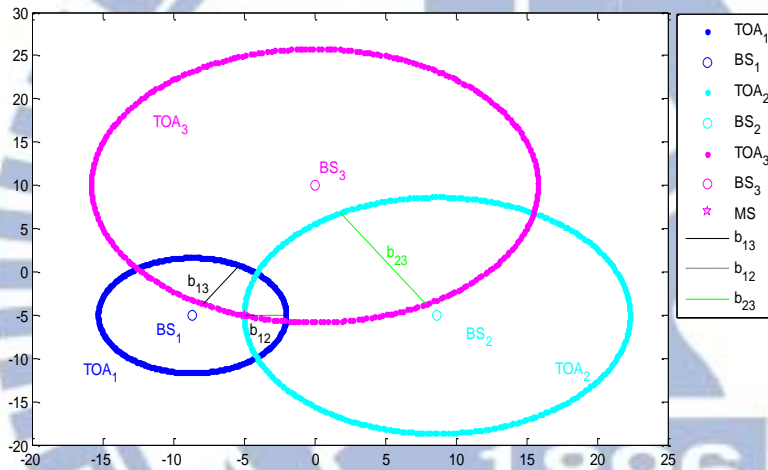


圖 3.11 上限檢測誤判示意圖

但此種情況，隨著  $N$  上升，NLOS 上限  $b_i^U$  會接近 NLOS 偏差量，如下式 (3.6) 所示

$$\begin{aligned}
 & \min(b_{1j}, j=1 \dots N+K, j \neq 1) \\
 &= \min(\min(b_{1j}, j=1 \dots N, j \neq 1) \quad \min(b_{1j}, j=N+1 \dots N+K, j \neq 1)) \\
 &\geq \min(b_{1j}, j=1 \dots N, j \neq 1)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

誤判機率會隨著降低。

### 3.4 餘差檢測

由於上限檢測為計算 NLOS 簡易上限做為檢測值，但真實 NLOS 偏差量與簡易上限仍

有落差，假設如果可以得知手機位置 MS 則可計算各基地台的餘差如下式 (3.7)

$$n_i + b_i = r_i - \|BS_i - MS\| = r_i - d_i \quad (3.7)$$

但實際上 MS 是未知，以簡易方式先粗略估計一點  $\hat{p}$  如[5]，在此採用將原本每一個量測資訊所的区域  $S_i$ ，將  $S_i$  由圓化成方型区域  $S'_i$ ，取方形交集区域  $S'$  中心做為  $\hat{p}$ ，如下圖 3.12，三個圓變成三個方(圓在方形內)，三個方型区域取交集得紅色虛線方形，再取紅色虛線方形的中心紅色方形點作為估計位置。

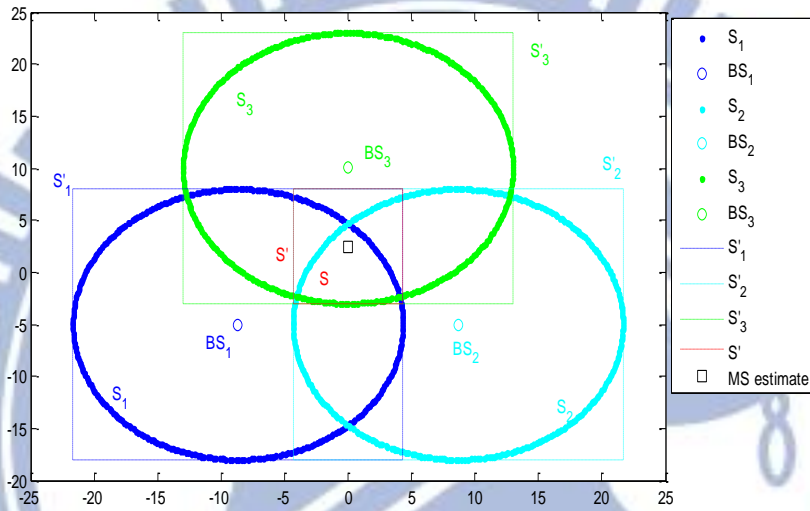


圖 3.12 餘差檢測估計  $\hat{p}$  示意圖

此種估計  $\hat{p}$  有兩個優點，一方面運算簡單只需做加法運算即可得  $\hat{p}$ ，另一方面  $\hat{p}$  必定落在  $\hat{S}$  區域內，與 2.4 節所提到方法限制 MS 落在 S 區域內，有相同效果可以降低 NLOS 效應，差別在於將原本 S 非線性的區域放鬆條件變成  $\hat{S}$  線性區域。

再將估計位置代入式 (3.7) 可估計 NLOS 偏差量如式 (3.8)，可得到餘差，

$$b_i \approx r_i - \|BS_i - \hat{p}\| \quad (3.8)$$

當餘差越大者則 NLOS 可能性越大，優先權越高如圖 3.13，估計位置後  $\hat{p}$  代入式 (3.8)，所得到的餘差，分別為  $r_1 - \|BS_1 - \hat{p}\|$  (藍色)、 $r_2 - \|BS_2 - \hat{p}\|$  (淺藍色) 與  $r_3 - \|BS_3 - \hat{p}\|$  (綠色) 線段，又以藍色線段長度最長，也就是  $BS_1$  檢測值最大，故推測  $BS_1$  為 NLOS 可能性最大。

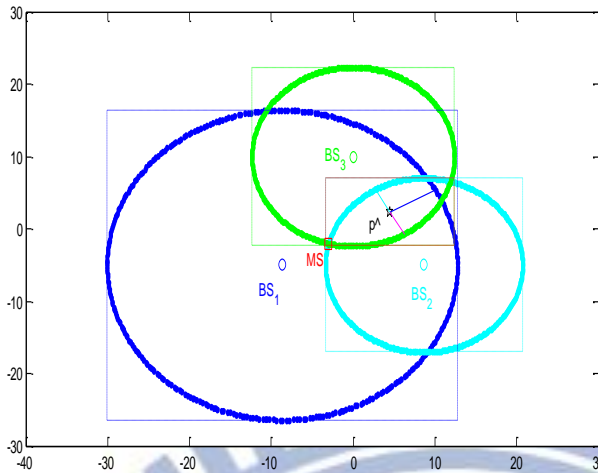


圖 3.13 餘差檢測示意圖

與上限檢測相同，當基地台個數  $N$  越大檢測效果越佳，這是因為當  $N$  提高  $S'$  交集區縮小，此時估計  $\hat{p}$  會越接近真實  $MS$ 。

而餘差檢測也會有發生錯誤情況如下圖 3.14 所示，估計位置  $\hat{p}$  後，計算餘差， $BS_1$  為 NLOS 但卻得到較小的餘差（藍色直線線段），主要原因是在估計  $\hat{p}$  與  $MS$  落差過大。

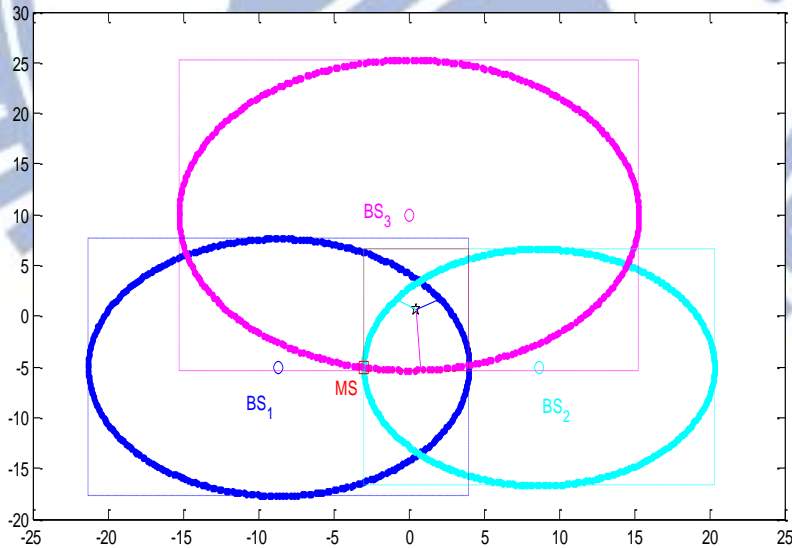


圖 3.14 餘差檢測誤判示意圖

在最後對於三種檢測法做總結，如下表 3.1

檢測法	檢測值計算	檢測值與 $b_i$ 落差原因	N 提高的影響
直接檢測	$r_i = d_i + b_i + n_i$	受 $d_i$ 影響	無
上限檢測	$b_i^U = \min_{j \neq i} (r_i + r_j - B_{ij})$	$b_i$ 與 $b_i^U$ 落差	$b_i$ 與 $b_i^U$ 落差降低
餘差檢測	$r_i - \ BS_i - \hat{p}\ $	MS 與 $\hat{p}$ 落差	MS 與 $\hat{p}$ 落差降低

表 3.1 三種檢測法比較表

### 3.5 排序與移除

在 3.2-3.4 節已對三種檢測法說明，如圖 3.1 處理流程，接下來本節要介紹三種檢測法得到檢測值以後如何做排序與移除動作，三種檢測法以不同方式估計 NLOS 偏差量，且檢測值越大代表 NLOS 偏差量越大同時也暗示 NLOS 可能性越大，有基於此在檢測法得到檢測值以後，檢測值越大者給優先權越高，再做移除時以優先權作為移除順序，如表 3.2 所示，優先權排序由檢測值大小決定，做完優先權排序動作，在選擇性移除多少量測資訊第一種方式採移除所有基地台百分比， $d_{30\%}$  為移除前百分之三十再取最小整數  $\lfloor N * 30\% \rfloor$ ， $d_{50\%}$  為移除前百分之五十再取最小整數  $\lfloor N * 50\% \rfloor$ ，如表 3.2

基地台	檢測值	優先權	$d_{30\%}$	$d_{50\%}$	$d_{\mu+\delta}$	$d_{\mu}$
$BS_2$	35	1	移除	移除	移除	移除
$BS_3$	26	2	保留	移除	保留	移除
$BS_4$	23	3	保留	保留	保留	保留
$BS_1$	22	4	保留	保留	保留	保留
$BS_5$	18	5	保留	保留	保留	保留
$\mu$	24.8					
$\delta$	6.37					

表 3.2 排序與移除範例

基地台個數  $N=5$ ， $d_{30\%}$  移除優先權最高者， $d_{50\%}$  移除優先權最高者與次高者，第二



種方式依檢測數值計算平均值  $\mu$ 、標準差  $\delta$ ，計算門檻 (threshold) 大於門檻的檢測值就做移除動作，如表 3.2 所示  $d_{\mu+\delta}$  門檻為  $\mu+\delta=31.17$ ，則檢測值 35 大於門檻將會被移除，而  $d_{\mu}$  門檻為  $\mu$  則檢測值 35、26 大於門檻會被移除移除個數多，容易發生將 LOS 移除；移除少，會使 NLOS 無法完全移除，另外如果所有量測資訊皆為 NLOS，排序與移除動作也會將較大 NLOS 偏差量的量測資訊移除，保留受 NLOS 影響較小的量測資訊在第五章將會以電腦模擬觀察移除個數對檢測法與最後結果的影響。

最後由於至少需要三個基地台與量測資訊方能做定位，再做移除過程須確認，移除過後保留的資訊是否能夠做定位，例如 N 為 4 則不管何種移除方式最多只能移除優先權最高者。

### 3.6 全面篩選

在第二章已說明過[1]中對 NLOS 處理方式，但實際上按照 2.3 節計算方式，約略需要計算 2 的 N 次方的候選點，如下式 (3.9)，

$$\sum_{K=3}^N C_K^N = 2^N - C_0^N - C_1^N - C_2^N \approx 2^N \quad (3.9)$$

為了降低運算次數在[2]提出降低運算複雜度，流程如下

1. 在 N 個 BS 中任取三個  $C_3^N$ ，估計位置  $\hat{p}_j$  與餘差  $residual_j$ 。找出餘差最小  $residual_0$  的組合  $Set_0$  個數為 K=3 位置  $\hat{p}_0$ ，並且令  $Set = Set_0$ 。
2. 固定  $Set$ ，再由剩餘 N-K 挑一個進入  $C_{Set}^{Set} C_1^{N-Set}$  估計計算位置  $\hat{p}_j$  與餘差  $residual_j$ 。找出餘差最小  $residual_i$  的組合  $Set_i$  個數為 K=K+1 位置  $\hat{p}_i$ ，調整  $Set = Set_i$ 。
3. 重複 2 的動作直到 K=N。此時 2 的動作會執行 N-2 次，會有 N-1 組位置  $\hat{p}_i$  與  $residual_i$  在做加權平均。

這種方式可以將原本 2 的 N 次方估計位置次數大幅將低如式 (3.10) 所式。

$$2^N \Rightarrow C_3^N + \sum_{i=4}^N (N-i) \quad (3.10)$$

此種方式可以大幅降低運算次數，且效能只略差原始方法，此方式存在一缺點，一旦第一步驟發生誤判取到 NLOS，後面所有的候選點都必定受 NLOS 影響。

且由於 NLOS 關係 residual 最小者未必皆為 LOS，且初始點  $\hat{p}_0$  所決定  $Set_0$ ，會影響到第二步驟所決定的所有 Set，如果在決定  $Set_0$  發生誤判情況發生如圖 2.5 (b) 則後續所有  $\hat{p}_i$  皆會受 NLOS 影響，誤判情況將在 4.5 節做推導，如果利用檢測法先行排除 d 個 NLOS，可降低誤判發生機率，同時也可以再進一步降低運算次數。

綜合兩種降低運算次數，本論文在改善全面篩選方式首先先過濾 d 個 NLOS，如此可以降低誤判發生機率，再搭配上上述方式[2]運算複雜度大幅降低同時也降低了誤判發生機率，運算次數降低如下式 (3.11)。

$$2^N \Rightarrow 2^{N-d} \Rightarrow C_3^{N-d} + \sum_{i=4}^{N-d} (N-d-i) \quad (3.11)$$

最後說明取 K 個量測資訊，如何估計位置方法，在第二章已知定位常用都是找最小平方距離和 (Least Square)，目標函數如 2.3 節中式 (2.8)，共有 K 個非線性方程式由於要計算式 (3.11) 次的位置，為了簡化每一次所估計位置的運算複雜度，將原本非線性方程式做平方在新增一個變數  $x^2 + y^2$  如式 (3.12) 所示，

$$r_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \Rightarrow r_i^2 = -2x_i x - 2y_i y + x_i^2 + y_i^2 + x^2 + y^2 \quad (3.12)$$

式 (3.12) 式的動作，可將原本 K 個非線性方程式轉換成線性方程式，並且寫成矩陣形式如式 (3.13) 所示。

$$B = A \begin{bmatrix} x \\ y \\ x^2 + y^2 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \quad (3.13)$$

$$\text{其中 } B = \begin{bmatrix} r_1^2 \\ \vdots \\ r_i^2 \\ \vdots \\ r_K^2 \end{bmatrix}_{K \times 1} \quad A = \begin{bmatrix} -2x_1 & -2y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x_i & -2y_i & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x_K & -2y_K & 1 \end{bmatrix}_{K \times 3}$$

如此原本式 (2.8) 式非線性最小二乘方的問題轉為線性的最小二乘方問題如式 (3.14) 即可求出 K 個量測資訊所決定的位置  $\hat{p}$ 。

$$\hat{p} = \arg \min_p \sum_{i=1}^K (r_i - \|BS_i - p\|)^2 \Rightarrow \hat{p} = \arg \min_p \|B - Ap\|^2 = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (3.14)$$

在後面將會在 5.3 節以電腦模擬觀察加入檢測法對於全面篩選的影響。

### 3.7 加入限制式

在 2.4 節加入限制式，線性限制式或者非線性限制式都是為了限制估計位置在 S 交集區內如圖 3.15 (a) 交集區為  $S = \bigcap_{i=1}^4 S_i$ ，當 N 提高運算相當複雜，此時可利用檢測法移除部分量測資訊降低運算複雜度。

移除部分量測資訊，S 交集區可能擴大，而交集區 S 的大小會間接影響到最後估計位置  $\hat{p}$ ，如圖 3.15 (b) 若移除  $BS_1$  (深藍色圓) 量測資訊，此時移除部分量測資訊雖可降低運算複雜度，但也犧牲了定位精準性，因為交集區變大  $S_{234} = \bigcap_{i=2}^4 S_i \supset S = \bigcap_{i=1}^4 S_i$ ，若移除部分量測資訊後，S 交集區域相同，如圖 3.15 (c) 若移除  $BS_4$  (綠色圓) 量測資訊，S 交集區相同  $S_{123} = \bigcap_{i=1}^3 S_i = S = \bigcap_{i=1}^4 S_i$  則可以降低運算複雜度，又可維持準確性。

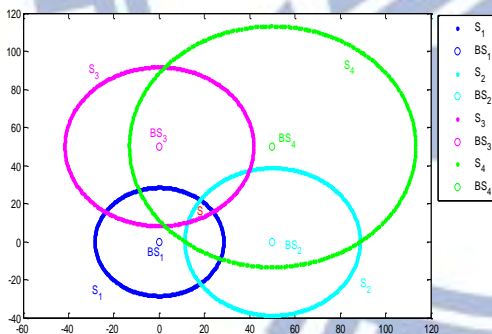


圖 3.15 (a) 基地台個數 4 的交集區

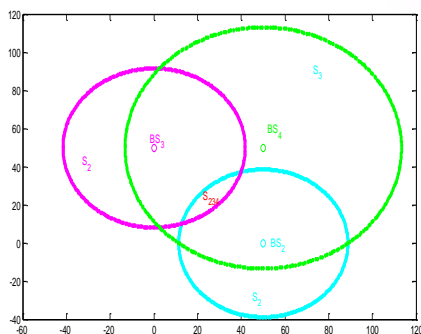


圖 3.15 (b) 基地台個數 3 的交集區 (交集區變大)



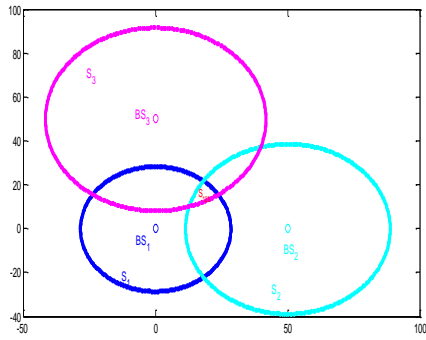


圖 3.15(c) 基地台個數 3 的交集區 (交集區不變)

圖 3.15 交集區改變示意圖

在 2.4 節中提到加入限制式方法使用 SQP (sequential quadratic programming) 演算法解此最佳化問題利用 MATLAB 中 fmincon 指令可執行此演算法，但需一初始點，初始點包含初始位置與初始  $b_i$ ，在初始位置再移除部分量測值後  $K=N-d$  使用式 (3.12)、(3.13) 決定，而初始  $b_i$  設為 0。

在 5.4 節將會以電腦模擬，觀察此種方法與加入檢測法移除部分 NLOS 觀察，檢測法對於此種方式改善程度。

### 3.8 最大概似函數 (Maximum Likelihood)

在 2.5 節最大概似函數的方法，將所有 BS 發生 NLOS 機率 (事前機率) 設為相同，但在每一次量測每一個 BS 只有 LOS 或 NLOS，若以檢測法排列出 NLOS 優先順序，可依照優先順序分配發生 NLOS 機率 (類似事後機率)，再去調整 2.5 節的目標函數，改善 2.5 節方法。

假設已知發生 NLOS 機率 (事前機率) 為 0.4，而在某一次量測每一個 BS 為 LOS 或 NLOS，若能正確檢測出 LOS/NLOS 發生機率 0 或者 1 調整目標函數，結果是最理想 ML 最後估計誤差會接近 CRLB，而實際上幾乎不可能正確檢測出，但至少可根據檢測法優先權高的給與較大 NLOS 機率，如下表 3.3 當檢測法做完檢測排序完優先順序後，按照優先權給予事後機率，優先權最高 1 給予最大的事後機率，依序調整事後機率



	事前機率	$P_{NLOS}$	優先權 1	事後機率 1	優先權 2	事後機率 2
$BS_1$	0.4	NLOS (1)	1	0.8	4	0.3
$BS_2$	0.4	NLOS (1)	2	0.6	3	0.1
$BS_3$	0.4	LOS (0)	3	0.3	2	0.6
$BS_4$	0.4	LOS (0)	4	0.1	1	0.8

表 3.3 調整 NLOS 機率說明

表 3.3 檢測法所決定機率 1 比事前機率更接近此次 NLOS 發生機率，以此種改變 NLOS 發生機率會比原始方法佳，但有時也檢測法可能會產生誤判在分配機率如檢測法決定機率 2，此時事前機率比檢測法所決定機率 2 更接近此次 NLOS 發生機率，效果較差。

本論文調整事後機率的方式如下，首先按照檢測法所計算的檢測值，如 3.5 節所述檢測值越大優先權越高作優先權排序，若已知 NLOS 發生機率與 BS 個數，則可以計算平均 NLOS 個數再取最小整數如下式 (3.15)，利用檢測法所排列出優先順序 1、2、...、N，在優先順序前  $NLOS_{ave\_num}$  個給予事後機率為 1，剩餘的不調整給予事前機率  $P_{NLOS}$ ，

$$NLOS_{ave\_num} = \lfloor P_{NLOS} * N \rfloor \quad (3.15)$$

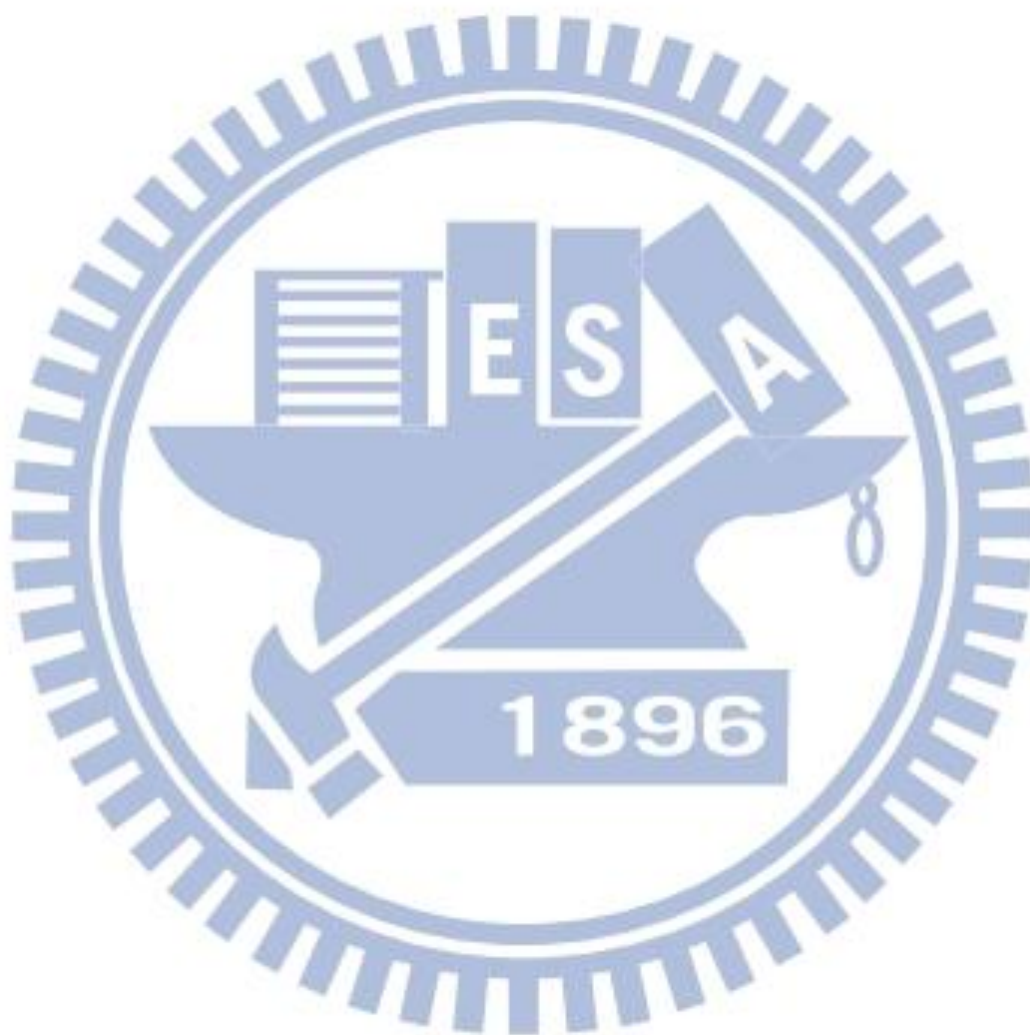
舉例如果  $N=5$ 、 $P_{NLOS}$  為 0.2 則  $NLOS_{ave\_num} = 1$ ，優先權最高的 BS 給予事後機率 1，其他為 0.2，如下表 3.4。

BS	事前機率	檢測值	優先順序	事後機率
BS1	0.2	5	5	0.2
BS2	0.2	33	1	1
BS3	0.2	22	3	0.2
BS4	0.2	28	2	0.2
BS5	0.2	13	4	0.2

表 3.4 調整 NLOS 機率範例

在 5.5 節將會以電腦模擬觀察，ML 與加入檢測法調整事後機率改善 RMSE 程度，而

在執行 ML 運算所需  $\lambda_i$  的與真實距離  $d_i$  相關，而實際上無法得到真實距離  $d_i$ ，為了方便計算，以  $r_i$  來代替  $d_i$  以產生  $\lambda_i$ ，而找 ML 的解。



# 第四章

## 數學分析

### 4.1 直接檢測正確率分析

在之前已說明檢測法所採用的基本想法，4.1 節要以數學推導直接檢測正確檢測 NLOS 機率，並且比較在不同情況下兩種方法的優劣。

在討論直接檢測與上限檢測之前，為了後面討論方便，會先討論兩種近似：高斯近似與指數近似，這兩種近似在不同情況，會與真實機率分佈明顯差異。

在本篇論文中，雜訊部分皆採用高斯雜訊，NLOS 偏差量採用指數分佈，因為兩種機率分佈合理假設獨立，所以兩隨機變數相加的機率分佈等於兩個機率分佈做摺積，由 [7] 所推導高斯機率分佈與指數機率分佈摺積之後結果為

$$N(0, \sigma^2) + E(\lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\left(\frac{x - \sigma^2}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\right)} \Phi\left(\frac{x - \sigma}{\sigma} - \frac{\sigma}{\lambda}\right) \quad (4.1)$$

(4.1) 式相當複雜，對於之後要討論兩種 NLOS 檢測(直接/上限檢測)理論式子，不容易分析，稍後會將此數學式子做近似動作，以便後面分析討論(直接/上限檢測)理論線。

由 [7] 已知將高斯與指數摺積之後，計算該機率分佈的一階動差、二階動差，之後可以高斯近似，此機率分佈即可近似以下高斯機率分佈。

$$N(0, \sigma^2) + E(\lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\left(\frac{x - \sigma^2}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\right)} \Phi\left(\frac{x - \sigma}{\sigma} - \frac{\sigma}{\lambda}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{2(\sigma^2+\lambda^2)}} \sim N(\lambda, \sigma^2 + \lambda^2) \quad (4.2)$$

大多數情況 NLOS 偏差量遠大於雜訊，此時可將雜訊忽略，以指數分佈近似，如下式 (4.3)。

$$N(0, \sigma^2) + E(\lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\left(\frac{x - \sigma^2}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\right)} \Phi\left(\frac{x - \sigma}{\sigma} - \frac{\sigma}{\lambda}\right) \approx E(\lambda) \quad (4.3)$$

有兩種近似，簡單區分，高斯近似適用當雜訊 $n_i$ 與 NLOS 偏差量 $b_i$ 接近時適用，指數近似，是當 NLOS 偏差量 $b_i$ 遠大於雜訊 $n_i$ 時，忽略雜訊。

在 5.2 節電腦模擬，會比較兩種近似與真實機率分佈的落差。

針對基地台個數 $N=3$  NLOS 個數為 1 的情況討論如下圖 4.1

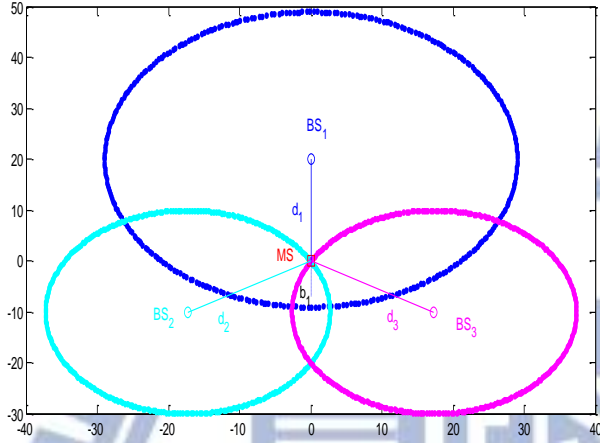


圖 4.1 直接檢測正確率分析說明圖

，假設 $BS_1$ 是 NLOS，偏差量為指數分佈， $BS_2$ 、 $BS_3$ 是 LOS，雜訊皆為高斯雜訊如式(4.4) 直接檢測正確機率 $P_{Ddet}$ 也就是如式(4.5)所示 $r_1 > \max(r_2, r_3)$ ，其中因為 $n_2, n_3$ 是獨立高斯雜訊所以再定義 $\alpha_D$ 如式(4.6)。

$$\begin{cases} r_1 = d_1 + n_1 + b_1 \\ r_2 = d_2 + n_2 \\ r_3 = d_3 + n_3 \end{cases}, n_i \sim N(0, \sigma_i^2), b_1 \sim E(\lambda_1) \quad (4.4)$$

$$P_{Ddet} = P(r_1 > \max(r_2, r_3)) \quad (4.5)$$

$$\alpha_D \equiv P(r_2 > r_3) = Q\left(\frac{d_3 - d_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right) \quad (4.6)$$

由(4.6)得知 $\alpha_D$ 且 $n_2, n_3$ 是獨立高斯雜訊故 $\max(r_2, r_3)$ 為一隨機變數如下式(4.7)

$$\begin{aligned} \max(r_2, r_3) &= \alpha_D r_2 + (1 - \alpha_D) r_3 \\ &= \alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 + N(0, \alpha_D^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_D)^2 \sigma_3^2) \\ &= \alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 + n_{23} \end{aligned} \quad (4.7)$$

也是高斯機率分佈。

接下來分兩種情況討論：第一種情況對於 $r_1$ 部分採高斯近似 $N(d_1 + \lambda_1, \lambda_1^2 + \sigma_1^2)$ ；第



二種情況對於 $b_1$ 部分採指數近似 $E(\lambda_1)$ ，先針對第一種近似做以下討論式(4.5)。

以高斯近似式(4.2)則 $r_1 \sim N(d_1 + \lambda_1, \lambda_1^2 + \sigma_1^2)$ ，此時 $\max(r_2, r_3), r_1$ 都是高斯且獨立，所以 $r_1 - \max(r_2, r_3)$ 也是高斯如下式(4.8)，

$$r_1 - \max(r_2, r_3) \sim N(d_1 + \lambda_1 - \alpha_D d_2 - (1 - \alpha_D) d_3, \sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_D^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_D)^2 \sigma_3^2) \quad (4.8)$$

這樣(4.5)可以Q函數表示直接檢測的機率

$$P_{D\det} \approx Q\left(\frac{\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - (d_1 + \lambda_1)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_D^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_D)^2 \sigma_3^2}}\right) \quad (4.9)$$

討論完高斯近似情況之後，現在針對指數近似情況討論即 $b_i \sim E(\lambda_1)$ 且忽略雜訊 $n_1$ ，由式(4.7)已知 $\max(r_2, r_3)$ 機率分佈，忽略 $n_{23}$ 檢測正確機率式(4.5)推導如下

$$\begin{aligned} P_{D\det} &= P(r_1 > \max(r_2, r_3)) \approx P(b_1 > \alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - d_1) \\ &= \int_{\max(\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - d_1, 0)}^{\infty} \frac{1}{\lambda_1} \exp\left(-\frac{b_1}{\lambda_1}\right) db_1 \\ &= \exp\left(-\frac{\max(\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - d_1, 0)}{\lambda_1}\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

簡單整理此節結論，如表4.1所示

近似方式	$\alpha_D \equiv P(r_2 > r_3)$	正確率 $P_{D\det} = P(r_1 > \max(r_2, r_3))$
高斯近似 $r_1 \sim N(d_1 + \lambda_1, \lambda_1^2 + \sigma_1^2)$	$Q\left(\frac{d_3 - d_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right)$	$Q\left(\frac{\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - (d_1 + \lambda_1)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_D^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_D)^2 \sigma_3^2}}\right)$
指數近似 $r_1 \approx d_1 + b_1 \quad b_1 \sim E(\lambda_1)$	$Q\left(\frac{d_3 - d_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right)$	$\exp\left(-\frac{\max(\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - d_1, 0)}{\lambda_1}\right)$

表 4.1 直接檢測兩種近似下正確率

不論高斯近似的正確率或者指數近似正確率式，可看出當  $d_1$  或者  $\lambda_1$  增加正確率會提高，但若  $d_2$  或  $d_3$  增加則正確率會降低。

## 4.2 NLOS 上限(NLOS UB)定義

在討論上限檢測，以前先對 NLOS 理論上限作定義，並說明採用[3]所定義的 NLOS 簡易上限原因。

不考慮雜訊影響使 TOA 圓向內縮產生效應(只考慮雜訊為正數情況下)，只存在兩種情況 LOS/NLOS 這兩種情況都確定 MS 在 TOA 圓以內，定義  $S_i$  在  $BS_i$  TOA <sub>$i$</sub>  圓內， $S$  為  $S_i$  交集區，MS 必落在  $S$  區域內，因為未知 MS，所以在  $S$  區域內找到離  $BS_i$  最近的點  $p'$ ，( $p'$  未必是 MS 的位置) 如下式 (4.11)

$$\begin{aligned}
 S &\equiv \bigcap_{i=1}^N S_i \\
 S_i &\equiv \{p \mid \|BS_i - p\| < r_i\}, i = 1, \dots, N \\
 MS &\in S \\
 \hat{b}_i^U &\equiv \max_{p \in S} [r_i - \|BS_i - p\|]
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

，但 NLOS 偏差量  $b_i$  必定小於 (4.11) 中所定義 NLOS 理論上限如下式

$$b_i \equiv \|MS - BS_i\| \leq \|p' - BS_i\| \tag{4.12}$$

(4.12) 式恆成立，所以藉由  $p'$  得知  $BS_i$  NLOS 偏差量理論上限，可以定義出 NLOS 理論上限，若存在至少 3LOS 直覺  $S$  區域為一點即是 MS 位置  $p=MS=p'$ 。

不討論雜訊的效應，關鍵在於 TOA 受雜訊影響可能  $S$  區域縮小 (甚至不存在)。

如果  $S$  區域受雜訊影響縮小 (4.12) 不一定成立，可能使的真實 NLOS 偏差量  $b_i$  大於計算出來的 NLOS 理論上限此時真正 MS 可能比  $p'$  點更靠近  $BS_i$  如圖 4.2 (a) 左邊深藍色圓為 NLOS 右邊淺藍色圓為 LOS 但受雜訊影響使 MS (紅色方形) 落在淺藍色圓外，左邊深藍色圓 NLOS 偏差量  $b_1$  為黑色線段，

而利用交集區  $S$  求  $p'$  (紅色星號) 所估計 NLOS 理論上限為綠色線段，而黑色線段  $b_1$  大於綠色線段長度  $\hat{b}_1^U$  此時 NLOS 理論上限  $\hat{b}_1^U$  低於真實 NLOS 偏差量  $b_1$ ，但更嚴重情況  $S$  區域縮小到不存在式 (4.11) 中  $p'$  無解如圖 4.2 (b) 左右兩圓皆為 LOS 且受雜訊影響使得 MS 皆落在圓外且兩圓無交集區域  $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ ，將在 4.2.3 節討論  $S$  區域不存在如何修正 NLOS 理論上限。

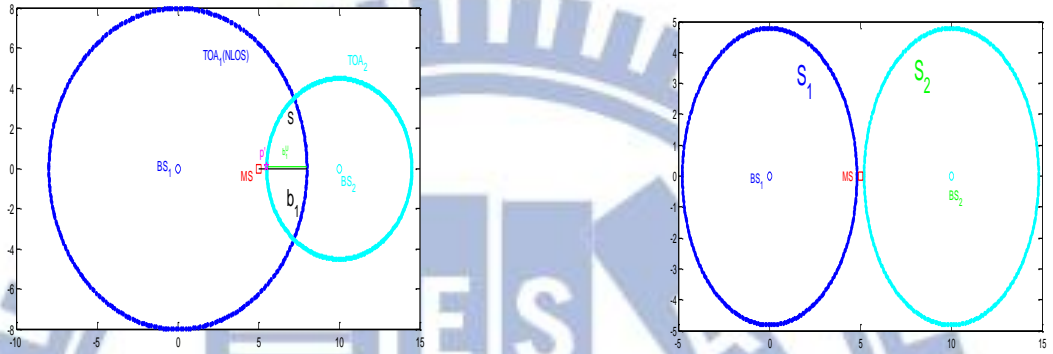


圖 4.2 (a) 手機落在交集區外

圖 4.2 (b) 交集區不存在

圖 4.2 手機落在交集區外

#### 4.2.1 利用交集區域計算 NLOS 理論上限

以  $N=3$  為例，如下圖 4.3 如果要計算左下方  $BS_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  深藍色  $TOA_1$  的 NLOS 理論上限，需

求出  $S$  區域內，離  $BS_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  最近的點  $p'$  (黑色方形)，即為其餘兩圓  $TOA_2 TOA_3$  (淺藍色、紅色圓) 在  $TOA_1$  圓內焦點  $p'$  此時式 (4.11) NLOS 上限可寫成下式 (4.13)，

$$\hat{b}_1^U = \max_{p \in S} [r_1 - \|BS_1 - p\|] = r_1 - \|BS_1 - p'\| = r_1 - \|p'\| \quad (4.13)$$

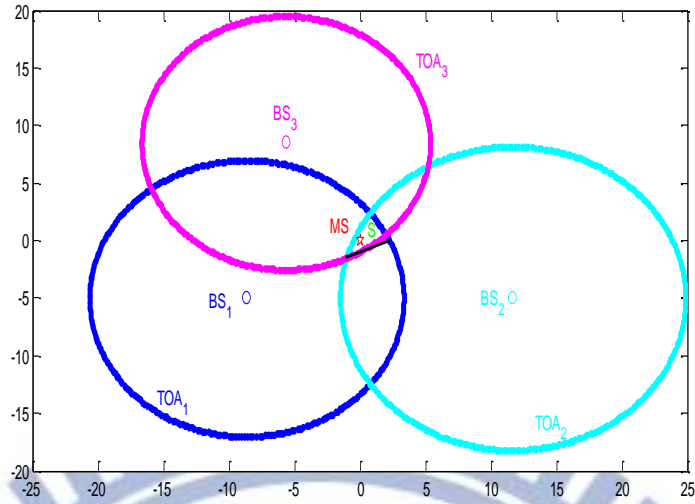


圖 4.3 基地台個數 3 NLOS 理論上限示意圖

由 (4.13) 可知，求  $p'$  點即可得  $BS_1$  的 NLOS 上限，解  $TOA_2 TOA_3$  圓兩交點在保留在  $TOA_1$  圓內交點即可得到  $p'$ 。

針對圖 4.3 令以下參數

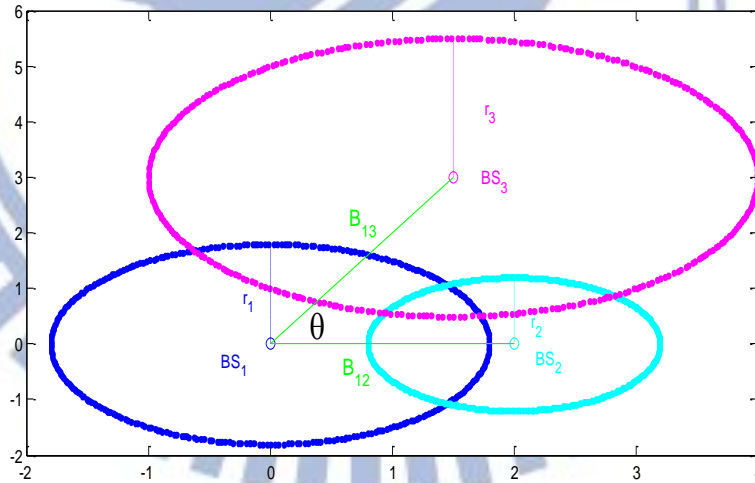


圖 4.4 基地台個數 3 NLOS 理論上限參數圖

如圖 4.4 所示， $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$  量測值分別為不同顏色的虛線，綠色線段  $B_{12}$ 、 $B_{13}$  為  $BS_1$  到  $BS_2$ 、 $BS_3$  之間距離，兩綠色線段之間夾角為  $\theta$ ，為了方便後續推導，將所有參數以  $r_1$  為基準，調整不同比例參數  $\gamma_2$ 、 $\gamma_3$ 、 $\beta_{12}$ 、 $\beta_{13}$ 、 $\beta_{23}$ 。



參數  $r_1, \gamma_2, \gamma_3, \beta_{12}, \beta_{13}, \theta$

$$r_2 = \gamma_2 r_1, r_3 = \gamma_3 r_1, B_{12} = \beta_{12} r_1, B_{13} = \beta_{13} r_1$$

$$BS_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, BS_2 = \begin{bmatrix} B_{12} \\ 0 \end{bmatrix}, BS_3 = \begin{bmatrix} B_{13} \cos(\theta) \\ B_{13} \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

$$\beta_{23}^2 = \beta_{12}^2 + \beta_{13}^2 - 2\beta_{12}\beta_{13} \cos \theta$$

$$B_{23} = r_1 \beta_{23}$$

$$B_{ij} = \|BS_i - BS_j\|$$

將  $BS_2$ 、 $BS_3$  TOA 圓的方程式平方相減可得下式

$$BS_2, BS_3 \Rightarrow y = mx + r_1 k = \frac{\beta_{12} - \beta_{13} \cos \theta}{\beta_{13} \sin \theta} x + r_1 \frac{\gamma_2^2 - \gamma_3^2 + \beta_{13}^2 - \beta_{12}^2}{2\beta_{13} \sin \theta} \quad (4.14)$$

代回  $BS_2$  方程式可得兩點，保留在  $TOA_1$  圓內的點，計算 NLOS 上限

$$\hat{b}_1^U = r_1 - |p' - BS_1| = r_1 \left[ 1 - \sqrt{\gamma_2^2 + \beta_{12}^2 \left( \frac{1-m^2}{1+m^2} \right) - 2\beta_{12} \left( \frac{mk + \sqrt{\gamma_2^2(1+m^2)} - (k + \beta_{12}m)^2}{1+m^2} \right)} \right] \quad (4.15)$$

以上為  $N=3$ ，求 NLOS 理論上限  $\hat{b}_1^U$  的通例，針對此通例，如果滿足某些條件可以在化簡，當  $\beta = \beta_{12} = \beta_{13}$  (4.15) 可化簡如下式 (4.16. a)

$$\hat{b}_1^U = r_1 \left[ 1 - \sqrt{\gamma_2^2 + \beta^2 \cos(\theta) - \left( \frac{\gamma_2^2 - \gamma_3^2}{2} \right) \mp \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{2\beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left( \gamma_2^2 + \gamma_3^2 - 2\beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \left( \frac{\gamma_2^2 - \gamma_3^2}{2} \right)^2 \right)}} \right] \quad (4.16. a)$$

若  $\gamma = \gamma_2 = \gamma_3$  則 (4.16. a) 可再化簡如下式 (4.16. b)

$$\hat{b}_1^U = r_1 \left[ 1 - \left( \beta \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sqrt{\gamma^2 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) \right] \quad (4.16. b)$$

本節 4.2.1 討論針對  $N=3$ ，情況討論若  $N>3$  NLOS 理論上限計算更加複雜，下一節討論如何以簡易計算取代  $\hat{b}_i^U$ 。

## 4.2.2 簡易計算 NLOS 上限

先討論當  $N=2$  情況下，是否能夠計算 NLOS 上限如下圖 4.5 所示此時  $S$  為兩圓重疊區域，

計算左邊（深藍色圓） $BS_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  的 NLOS 上限，可看出在  $S$  區域內離  $BS_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  最近的點  $p'$ （黑色方形），此時，代入(4.11) 得下式(4.17)，此時深藍色虛線線段長度即為  $b_1^U$ 。

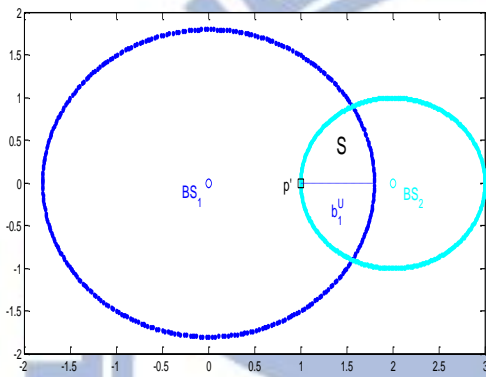


圖 4.5 基地台個數 2 NLOS 簡易上限示意圖

$$S \equiv \bigcap_{i=1}^2 S_i$$

$$MS \in S$$

$$b_1^U \equiv \max_{p \in S} [r_1 - \|BS_1 - p\|] = r_1 + r_2 - B_{12} \quad (4.17)$$

由此可得知，兩兩 TOA 也可以決定 NLOS 上限且當基地台個數  $N=2$  時這兩個 NLOS 上限會相同，所以在此定義 NLOS 理論上限與簡易上限

$$\hat{b}_i^U = \max_{p \in S} (r_i - \|BS_i - p\|) \quad (4.18)$$

$$b_i^U = \min_{i \neq j} \left[ \max_{p \in S_i \cap S_j} (r_i - \|BS_i - p\|) \right] = \min_{i \neq j} (r_i + r_j - B_{ij}), j = 1 \dots N \quad (4.19)$$

其中 (4.18) 比 (4.19) 更接近 NLOS 偏差量  $b_i$ ，如下式

$$0 \leq b_i \leq \hat{b}_i^U \leq b_i^U \quad (4.20)$$

(4.18) 理論上限比較接近真實 NLOS 偏差量  $b_i$  但缺點是運算相當複雜，尤其當  $N > 3$ ，但 (4.19) 簡易上限相當容易計算，既使  $N$  極大亦可算出。

### 4.2.3 當交集區不存在修正 NLOS 上限

在第三章已討論  $S$  不存在的問題，一般而言只有某部分 TOA 圓縮小，才可能使  $S$  區域不存在，合理假設 NLOS 偏差量恆大於雜訊所以如果  $S$  區域不存在若且為若存在 LOS 受雜訊影響使 TOA 縮小，使  $S$  不存在如圖 4.6 所示因為受雜訊影響，使得 MS 落在  $TOA_1$ 、 $TOA_2$  圓外。

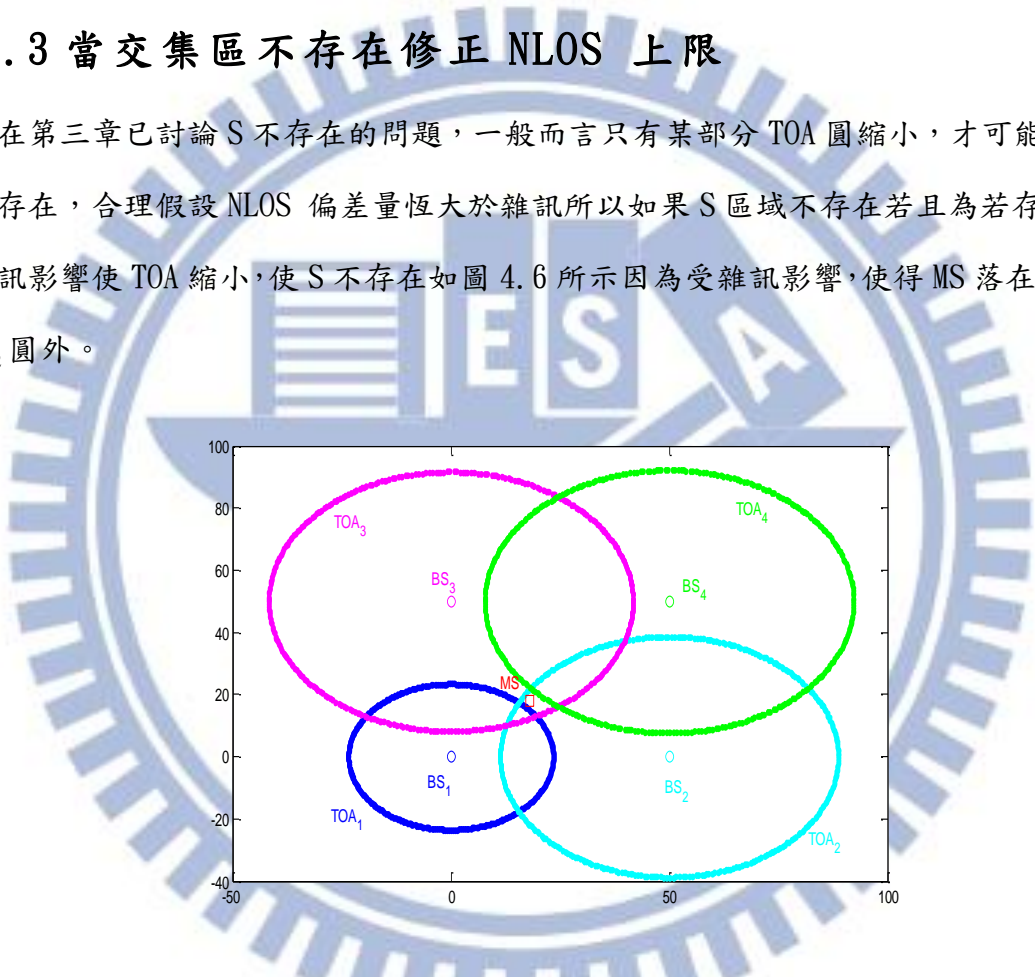


圖 4.6 交集區不存在修正 NLOS 上限

在  $S$  不存在情況下修正式 (4.18) 有兩種方式，第一必須找出，哪些圓是因為雜訊縮小使  $S$  不存在，這等同找出 LOS 的 BS，不在此討論，第二就是放大所有 TOA 的圓，強制  $S$  必定存在。

如果  $S$  不存在要修正簡易上限式 (4.19) 就簡單許多，式 (4.19) 是兩兩 TOA 決定 NLOS 上限，當  $S_i \cap S_j$  不存在，則表示至少 TOA  $i$ 、 $j$  存在其中一圓是 LOS 受雜訊影響，

使得交集區不存在，實際情況比較可能是  $i$ 、 $j$  皆為 LOS，因為如果一個 NLOS、一個 LOS，即使 LOS 圓向內縮，但 NLOS 圓向外擴張，仍然有很高的機率形成交集區  $S_i \cap S_j$  存在；亦或者 NLOS 偏差量極小可視為 LOS，在某許多研究中如 [22, 23, 24] 也以此種幾何方式做為 LOS 檢測方式。如果發生  $S_i \cap S_j$  不存在情況下 (4.19) 所計算 NLOS 簡易上限會出現負數情況如圖 4.6 觀察深藍色圓  $BS_1$ ，按照式 (4.19) 計算  $b_1^U = \min_{j \neq 1} (r_1 + r_j - B_{1j})$  則會出現負數  $b_1^U = (r_1 + r_4 - B_{14}) \leq 0$ ，但一般來說 NLOS 偏差量恆正，而 LOS 算是 NLOS 偏差量 = 0 的特例，為了避免 (4.19) 出現負數情況，我們在簡易上限 (4.19) 式加入限制，如下式

$$b_i^U = \max \left[ \min_{i \neq j} (r_i + r_j - B_{ij}) \quad 0 \right], j = 1 \dots N \quad (4.21)$$

這樣便可確保 NLOS 簡易上限恆正。

### 4.3 上限檢測正確率分析

針對  $N=3$  的情況討論，且只針對 4.2.2 節簡化過後 NLOS 簡易上限討論，假設  $BS_1$  是 NLOS 指數分佈， $BS_2$ 、 $BS_3$  是 LOS，雜訊皆為高斯雜訊，NLOS 上限定義如下式 (4.22)

$$\begin{aligned} b_{ij} &\equiv r_i + r_j - B_{ij} \\ \begin{cases} b_1^U = \min(b_{12}, b_{13}) \\ b_2^U = \min(b_{12}, b_{23}) \\ b_3^U = \min(b_{13}, b_{23}) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.22)$$

而上限檢測正確機率如下式 (4.23)

$$P_{U \text{ det}} = P(b_1^U > \max(b_2^U, b_3^U)) = P(\min(b_{12}, b_{13}) \geq b_{23}) \quad (4.23)$$

與 4.1 節相同，分兩種不同情況討論檢測的正確率，第一種情況是高斯近似；另一種是指數近似，先針對第一種高斯近似做以下討論

首先定義  $\alpha_U \equiv P(b_{12} > b_{13})$



(4.22) 式中  $b_{12}b_{13}b_{23}$  為三維結合高斯機率分佈如下

$$\begin{cases} b_{12} = r_1 + r_2 - B_{12} \\ b_{13} = r_1 + r_3 - B_{13}, \\ b_{23} = r_2 + r_3 - B_{23} \end{cases}$$

$$\text{mean} = \begin{bmatrix} d_1 + \lambda_1 + d_2 - B_{12} \\ d_1 + \lambda_1 + d_3 - B_{13} \\ d_2 + d_3 - B_{23} \end{bmatrix}$$

$$\text{cov} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 & \lambda_1^2 + \sigma_1^2 & \sigma_2^2 \\ \lambda_1^2 + \sigma_1^2 & \lambda_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 & \sigma_3^2 \\ \sigma_2^2 & \sigma_3^2 & \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

根據(4.24)已知平均值相關係數矩陣可求得

$$\alpha_U \equiv p(b_{12} > b_{13}) = Q\left(\frac{B_{12} - d_2 - B_{13} + d_3}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right) \quad (4.25)$$

與  $\min(b_{12}, b_{13})$

$$\begin{aligned} \min(b_{12}, b_{13}) &= (1 - \alpha_U)b_{12} + \alpha_U b_{13} = \\ &= (1 - \alpha_U)(d_1 + d_2 - B_{12}) + \alpha_U(d_1 + d_3 - B_{13}) + \lambda_1 + N\left(0, \sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_U^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_U)^2 \sigma_3^2\right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

透過(4.24)  $b_{12}b_{13}b_{23}$  的相關係數矩陣可得

$$\text{cov}(b_{23}, \min(b_{12}, b_{13})) = (1 - \alpha_U)\sigma_2^2 + \alpha_U\sigma_3^2 \quad (4.27)$$

已知  $\min(b_{12}, b_{13}), b_{23}$  皆為高斯，也平均值相關係數矩陣已知，所以  $\min(b_{12}, b_{13}) - b_{23}$  為高斯機率分佈，如下式

$$\begin{aligned} \min(b_{12}, b_{13}) - b_{23} &= \\ &= (1 - \alpha_U)(d_1 - d_3 - B_{12} + B_{23}) + \alpha_U(d_1 - d_2 - B_{13} + B_{23}) + N\left(\lambda_1, \sigma_1^2 + \lambda_1^2 + (1 - \alpha_U)^2 \sigma_2^2 + \alpha_U^2 \sigma_3^2\right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

如此可得到正確檢測機率如下

$$\begin{aligned}
P_{U \text{ det}} &= P(b_{23} < \min(b_{12}, b_{13})) = P(\min(b_{12}, b_{13}) - b_{23} > 0) \\
&= Q\left(\frac{\alpha_U(d_2 + B_{13}) + (1 - \alpha_U)(d_3 + B_{12}) - (d_1 + \lambda_1 + B_{23})}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_U^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_U)^2 \sigma_3^2}}\right) \quad (4.29)
\end{aligned}$$

討論完高斯近似接下來要討論第二種情況指數近似，當指數加高斯雜訊忽略高斯雜訊  $b_{12}b_{13}b_{23}$  做以下近似

$$\begin{cases} b_{12} = r_1 + r_2 - B_{12} \approx d_1 + d_2 - B_{12} + E(\lambda_1) \\ b_{13} = r_1 + r_3 - B_{13} \approx d_1 + d_3 - B_{13} + E(\lambda_1) \\ b_{23} = r_2 + r_3 - B_{23} \approx d_2 + d_3 - B_{23} + N(0, \sigma_1^2 + \sigma_2^2) = d_2 + d_3 - B_{23} + n'_{23} \end{cases}, \quad (4.30)$$

此時  $b_{12}b_{13}$ ，只差一固定常數， $\alpha_U$  受此常數影響只有兩種可能 0 或者 1，可得  $\min(b_{12}, b_{13})$  也是一常數無機率分佈如下式。

$$\begin{aligned}
\alpha_U &\equiv P(b_{12} > b_{13}) = 0 \quad \text{or} \quad 1 \\
\Rightarrow \min(b_{12}, b_{13}) &= r_1 + \min(d_2 - B_{12}, d_3 - B_{13}) \quad (4.31)
\end{aligned}$$

欲求  $P(b_{23} < \min(b_{12}, b_{13}))$  如下

$$\begin{aligned}
P(b_{23} < \min(b_{12}, b_{13})) &= \\
P(d_2 + d_3 - B_{23} + n'_{23} < d_1 + b_1 + \min(d_2 - B_{12}, d_3 - B_{13})) &\quad (4.32)
\end{aligned}$$

上式 (4.32) 出現高斯雜訊、指數機率分佈，在做一次近似忽略高斯雜訊

$$\begin{aligned}
P(b_{23} < \min(b_{12}, b_{13})) &= P(d_2 + d_3 - B_{23} - d_1 < b_1 + \min(d_2 - B_{12}, d_3 - B_{13})) \\
&= \begin{cases} P(d_3 - B_{23} - d_1 + B_{12} < b_1, d_2 - B_{12} < d_3 - B_{13} \\ P(d_2 - B_{23} - d_1 + B_{13} < b_1, d_2 - B_{12} > d_3 - B_{13} \end{cases} \\
&= \begin{cases} \exp\left(-\frac{d_3 - B_{23} - d_1 + B_{12}}{\lambda_1}\right), d_2 - B_{12} < d_3 - B_{13} \\ \exp\left(-\frac{d_2 - B_{23} - d_1 + B_{13}}{\lambda_1}\right), d_2 - B_{12} > d_3 - B_{13} \end{cases} \quad (4.33)
\end{aligned}$$

簡單整理此節結論，如表 4.2 所示

近似方式	$\alpha_U \equiv P(b_{12} > b_{13})$	正確率 $P_{U \text{ det}} = P(b_1^U > \max(b_2^U, b_3^U))$
高斯近似 $r_1 \sim N(d_1 + \lambda_1, \lambda_1^2 + \sigma_1^2)$	$Q\left(\frac{d_3 - d_2 + B_{12} - B_{13}}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right)$	$Q\left(\frac{\alpha_U(d_2 + B_{13}) + (1 - \alpha_U)(d_3 + B_{12}) - (d_1 + \lambda_1 + B_{23})}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_U^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_U)^2 \sigma_3^2}}\right)$
指數近似 $r_1 \approx d_1 + b_1$ $b_1 \sim E(\lambda_1)$	$\begin{cases} 1 & , d_2 - B_{12} > d_3 - B_{13} \\ 0 & , d_2 - B_{12} < d_3 - B_{13} \end{cases}$	$\begin{cases} \exp\left(-\frac{d_2 - B_{23} - d_1 + B_{13}}{\lambda_1}\right) & , \alpha_U = 1 \\ \exp\left(-\frac{d_3 - B_{23} - d_1 + B_{12}}{\lambda_1}\right) & , \alpha_U = 0 \end{cases}$

表 4.2 上限檢測兩種近似下正確率

## 4.4 直接檢測與上限檢測正確率比較

由 4.1 節 4.3 節已針對  $N=3$ , NLOS 個數為 1 情況下分析兩種 detect 方式正確率。此節要分析兩種方式，在何種情況下的優劣。

### 4.4.1 高斯近似下比較

在 4.1 節直接檢測已有結論表 4.1，在 4.3 節上限檢測已有結論表 4.2，兩種檢測法機率皆為 Q 函數，但是裡面還有  $\alpha_D, \alpha_U$  的 Q 函數，不容易比較那種檢測正確機率高。為了可以比較兩種檢測正確率假設了一個前提

$$\alpha = \alpha_D = \alpha_U \Leftrightarrow B_{12} = B_{13}$$

，兩種檢測正確率可簡化成下列式子

$$P_{D \text{ det}} = Q\left(\frac{\alpha d_2 + (1 - \alpha)d_3 - (d_1 + \lambda_1)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_3^2}}\right) \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned}
P_{U \text{ det}} &= Q \left( \frac{\alpha(d_2 + B_{13}) + (1-\alpha)(d_3 + B_{12}) - (d_1 + \lambda_1 + B_{23})}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha^2 \sigma_2^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_3^2}} \right) \\
&= Q \left( \frac{\alpha(d_2) + (1-\alpha)d_3 - (d_1 + \lambda_1) + [\alpha B_{13} + (1-\alpha)B_{12} - B_{23}]}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha^2 \sigma_2^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_3^2}} \right) \quad (4.35)
\end{aligned}$$

上面式子，可看出兩者只差別在 $[\alpha B_{13} + (1-\alpha)B_{12} - B_{23}]$ 此項，令此項為

$\Delta_{Guass} = [\alpha B_{13} + (1-\alpha)B_{12} - B_{23}]$ ，因為Q函數為一個嚴格遞減函數，以當 $\Delta_{Guass} > 0$ 時， $P_{D\#}$  機率大於 $P_{U \text{ det}}$ 。

MS(原點)、 $BS_1$ 位於 $B_{23}$ 中垂線上 $B_{12} = B_{13}$ ，故 $\alpha = 0.5$ ，當 $B_{13} = B_{12} = B_{23}$ 時 $\Delta_{Guass} = 0$  直接檢測與上限檢測正確率相同，如圖4.7(a)黑色三角形為正三角形即 $B_{13} = B_{12} = B_{23}$ ，此時直接檢測與上限檢測正確率相同，而當 $B_{13} = B_{12} > B_{23}$ 時 $\Delta_{Guass} > 0$ 直接檢測正確率大於上限檢測，如圖4.7(b)  $BS_1$ 在黑色正三角形外即 $B_{13} = B_{12} > B_{23}$ ，當 $B_{13} = B_{12} < B_{23}$ 時 $\Delta_{Guass} < 0$ 直接檢測正確率大於上限檢測，如圖4.7(c)  $BS_1$ 在黑色正三角形內。

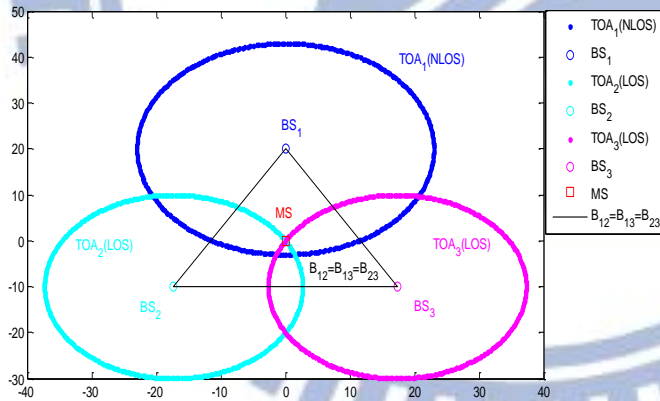


圖 4.7 (a) 直接檢測正確率等於上限檢測正確率



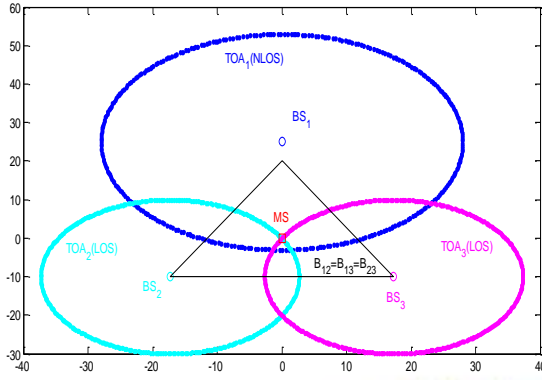


圖 4.7 (b) 直接檢測正確率大於上限檢測正確率

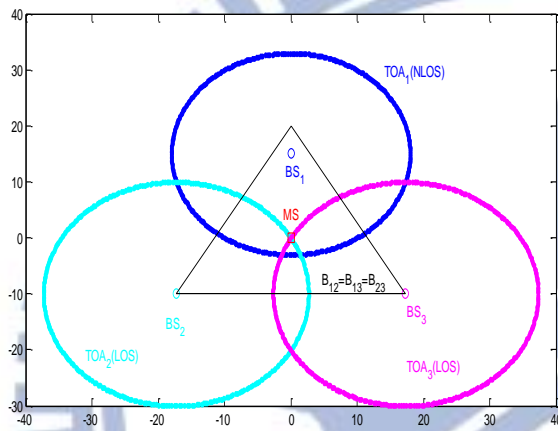


圖 4.7 (c) 直接檢測正確率小於上限檢測正確率

圖 4.7 直接/上限檢測正確率比較示意圖

#### 4.4.2 指數近似下比較

由 4.1 節得到結論表 4.1 由 4.3 節得到結論表 4.2

直接檢測與上限檢測都是指數型式，但是此二式無法直接看出大小，原因有兩個，第一直接檢測內存在  $\alpha_D$  為 Q 函數，第二  $P_{U\text{det}}$  有兩種情況。

同[4.4.1]為了比較  $P_{U\text{det}}$  &  $P_{D\text{det}}$  我假設了一些前提令

$$B = B_{12} = B_{13}$$

$$d = d_3 = d_2 \Leftrightarrow \alpha_D = 0.5$$

並且忽略  $\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - d_1 \leq 0$  的情況，在這前提下兩種檢測正確率可整理成

$$P_{D\det} = \exp\left(-\frac{d-d_1}{\lambda_1}\right) \quad (4.36)$$

$$P_{U\det} = \exp\left(-\frac{d-B_{23}-d_1+B}{\lambda_1}\right) = \exp\left(-\frac{d-d_1}{\lambda_1}\right) \exp\left(-\frac{B-B_{23}}{\lambda_1}\right) \quad (4.37)$$

上兩式只差  $\exp\left(-\frac{B-B_{23}}{\lambda_1}\right)$  此項，令  $\Delta_{\text{exp}} = B - B_{23}$ ，因為指數負次冪為一個嚴格遞減函數，

所以當  $\Delta_{\text{exp}} > 0$  時， $P_{D\det}$  機率大於  $P_{U\det}$ 。

MS (原點)、 $BS_1$  位於  $B_{12}$  中垂線上  $B_{12} = B_{13}$ ，故  $\alpha = 0.5$ ，當  $B_{13} = B_{12} = B_{23}$  時  $\Delta_{\text{exp}} = 0$  直接檢測與上限檢測正確率相同，如圖 4.7 (a)，當  $B_{13} = B_{12} > B_{23}$  時  $\Delta_{\text{exp}} > 0$  直接檢測正確率大於上限檢測，如圖 4.7 (b)，反之當  $B_{13} = B_{12} < B_{23}$  時  $\Delta_{\text{exp}} < 0$  直接檢測正確率小於上限檢測，如圖 4.7 (c)，與高斯近似結論相同。

## 4.5 全面篩選法初始點的誤判分析

在 2.3 節已說明全面篩選中取 residual 最小可能會取到 NLOS，若採用 [2] 的方法，假設 [2] 初始點取到 NLOS，則後續所有估計位置都會受到 NLOS 影響，本節將會以數學分析 [2] 初始點誤判得情況，如下圖 4.8 所示，假設已知  $TOA_2$ 、 $TOA_3$  為 LOS 且無雜訊且交於兩點 MS、 $MS_{\text{Fake}}$ ， $BS_1$  為 LOS 有雜訊， $BS_4$  為 NLOS，由於已知  $BS_2$ 、 $BS_3$  為 LOS，所以只存在兩種情況， $BS_1$ 、 $BS_2$ 、 $BS_3$  估計位置 residual 比  $BS_2$ 、 $BS_3$ 、 $BS_4$  小或者大，前者則檢測正確，後者則誤判，即  $BS_2$ 、 $BS_3$ 、 $BS_4$  估計位置得 residual ( $R_1$ )， $BS_1$ 、 $BS_2$ 、 $BS_3$  估計位置得 residual ( $R_2$ )，當  $R_1$  小於  $R_2$  時發生誤判。

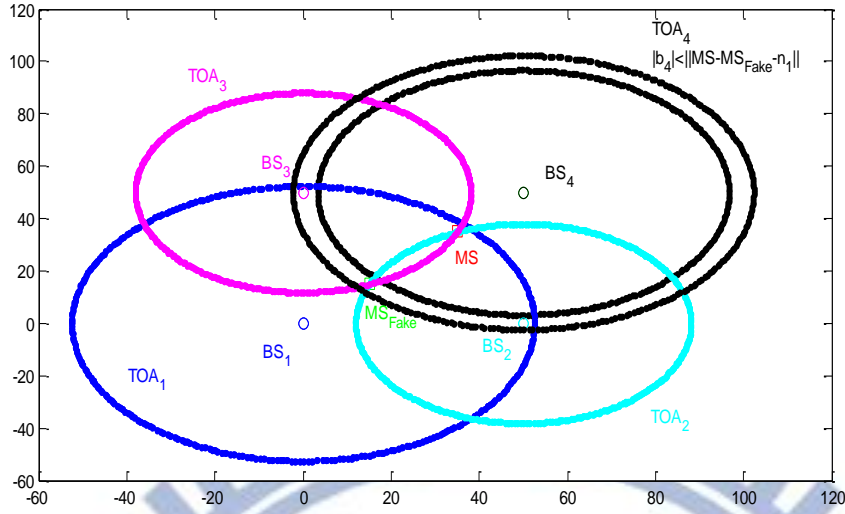


圖 4.8 全面篩選初始點誤判示意圖

由於不易計算  $R_1$ 、 $R_2$ ，所以對  $R_1$ 、 $R_2$  做近似動作，由圖 4.8 可知， $BS_1$ 、 $BS_2$ 、 $BS_3$  最後所估計位置  $\hat{p}_{123}$  大約落在 MS 附近，同理  $BS_2$ 、 $BS_3$ 、 $BS_4$  估計位置  $\hat{p}_{234}$  約落在  $MS_{Fake}$  附近，如此對  $R_1$ 、 $R_2$  做近似如下式 (4.38) (4.39)，由式 (4.38) (4.39) 近似結果回到圖 4.8 可解釋若黑色圓到  $MS_{Fake}$  距離小於藍色圓到 MS 距離即發生誤判即 NLOS 偏差量  $b_4 \approx \|MS - MS_{Fake}\|$ ，即假設藍色圓到 MS 距離 3，則當黑色圓  $MS_{Fake}$  到距離小於 3 即發生誤判，所以當受 NLOS 影響的黑色圓落在環形區域內則發生誤判。

$$R_1 = \frac{\sum_{i=2}^4 (r_i - \|\hat{p}_{234} - BS_i\|)^2}{3} \approx \frac{\sum_{i=2}^4 (r_i - \|MS_{Fake} - BS_i\|)^2}{3} = \frac{(r_4 - \|MS_{Fake} - BS_4\|)^2}{3} \quad (4.38)$$

$$R_2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (r_i - \|\hat{p}_{123} - BS_i\|)^2}{3} \approx \frac{\sum_{i=1}^3 (r_i - \|MS - BS_i\|)^2}{3} = \frac{(r_1 - \|MS - BS_1\|)^2}{3} \quad (4.39)$$

誤判機率  $P(R_1 \leq R_2)$  可整理成下式 (4.40)

$$\begin{aligned} P(R_1 \leq R_2) &\approx P\left(r_4 - \|MS_{Fake} - BS_4\| \leq r_1 - \|MS - BS_1\|\right) \\ &= P\left(d_4 + n_4 + b_4 - \|MS_{Fake} - BS_4\| \leq |n_1|\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} P\left(d_4 + n_4 + b_4 - \|MS_{Fake} - BS_4\| \leq x \mid x = |n_1|\right) \bullet P(x = |n_1|) dx \end{aligned} \quad (4.40)$$

合理假設  $n_1$ 、 $n_4$ 、 $b_4$  皆獨立式 (4.40) 可化簡如下式 (4.41)

$$\begin{aligned}
P(R_1 \leq R_2) &\approx \int_{-\infty}^{\infty} P(d_4 + n_4 + b_4 - \|MS_{Fake} - BS_4\| \leq x) \cdot P(x = |n_1|) dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} P(b_4 + n_4 - \|MS - MS_{Fake}\| \leq x) \cdot P(x = |n_1|) dx
\end{aligned} \tag{4.41}$$

式 (4.41) 如果雜訊  $n_1$ 、 $n_4$  為高斯機率分佈，NLOS 偏差量  $b_4$  為指數分佈，不容易積分，為解決積分問題，將雜訊與 NLOS 偏差量  $b_4$  設為均勻分佈如下式 (4.42)

$$\begin{aligned}
n'_i &\sim U(-n', n') \\
b'_4 &\sim U(3, N' + 3)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

其中， $b_4$  至少大於 3 是為了避免， $\hat{p}_{234}$  過於靠近 MS 造成式 (4.38) 近似差異過大，且實際上 NLOS 偏差量大於雜訊上限故合理假設  $b_4 \geq n'_1$ ，令  $d'_4 = d_4 + n'_4 - \|MS - MS_{\mathbf{r}_k}\|$  作變數變換則機率密度函數如下圖 4.9

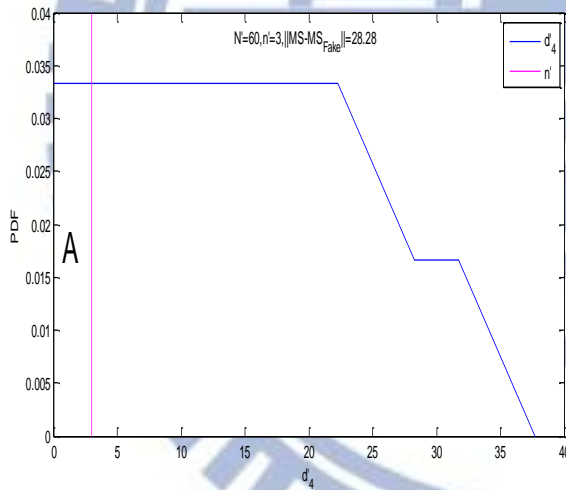


圖 4.9 全面篩選初始點誤判機率密度

其中因為  $x < n$  所以大於  $n$  部分不影響式 (4.41) 積分式，則式 (4.41) 積分結果如下式 (4.43)

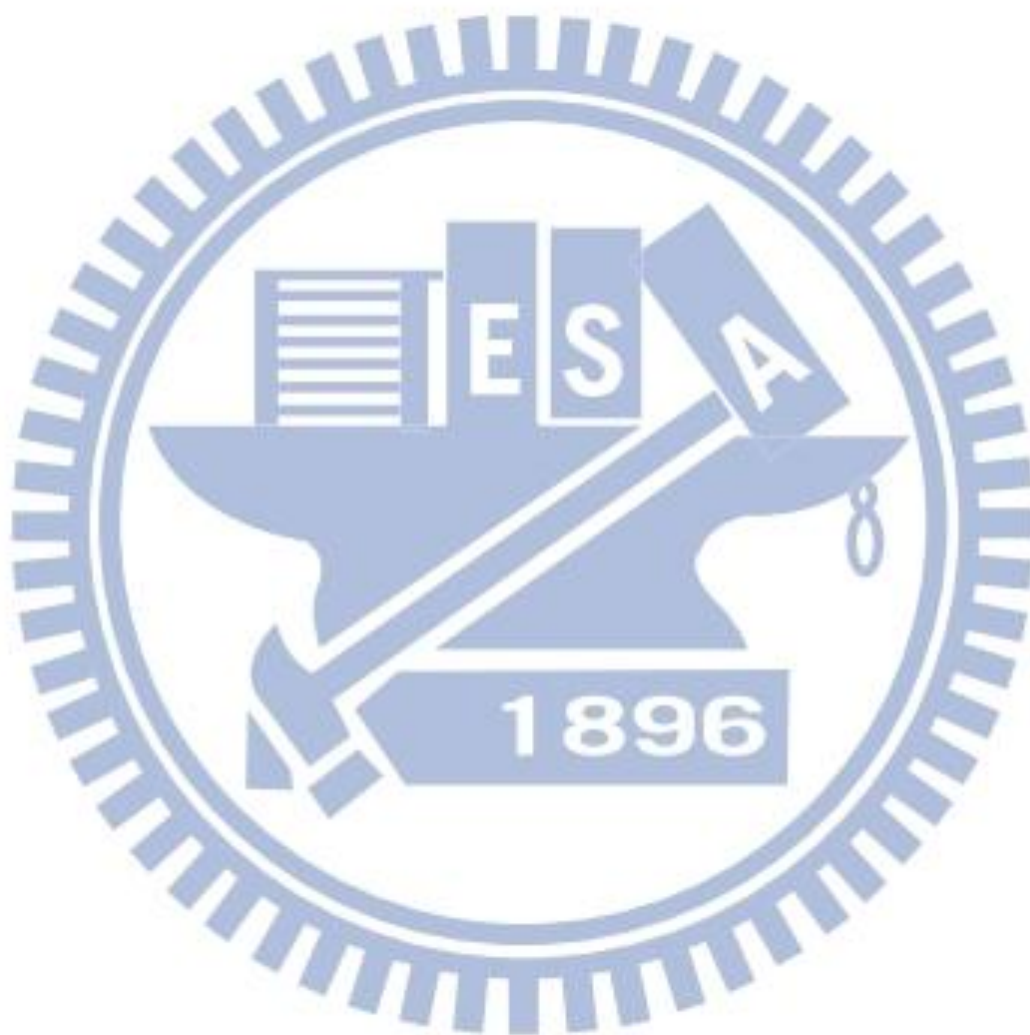
$$P(R_1 \leq R_2) = \int_0^{n'} \frac{2x}{N'} \cdot \frac{1}{n'} dx = \frac{n'}{N'} \tag{4.43}$$

以式 (4.43) 對照圖 4.8、4.9 可知 A 區域面積即為式 (4.43) 積分結果，當  $n'$  越大紅色線段往右邊移動，A 區域面積變大，即圖 4.8 深藍色圓離 MS 越遠誤判機率隨著變大，若  $N'$  變大，圖 4.9 的 A 區域的高度下降，面積變小，即圖 4.8  $b_4$  使  $TOA_4$  落在黑色環狀



區間機率便小，使得誤判機率變小。

在第五章電腦模擬 5.5 節將會以電腦驗證式 (4.43) 與模擬實際誤判機率之間的落差。



# 第五章

## 電腦模擬

在電腦模擬環境設定  $N$  為基地台個數， $P_{NLOS}$  為 NLOS 發生機率， $d$  為檢測法排除個數，雜訊為高斯平均值 0 標準差  $\sigma$ ，NLOS 偏差量採指數分佈，其中指數分佈參數  $\lambda_i = NLOS_{rate} \cdot d_i$  與真實距離  $d_i$  成正比，在 5.3 節以前主要以電腦模擬驗證第四章所推導的數學分析，MS 與 BS 位置按照第四章分析的前提下決定，並且改變不同參數多方面驗證第四章的數學分析，5.3 節以後主要觀察 NLOS 效應降低方法搭配檢測法觀察降低運算複雜度對 RMSE (Root Mean Square Error) 的影響，為了貼近真實情況 BS 位置採蜂巢式網路擺放[3]如下圖 5.1 所示，而 MS 位置則是在中心 cell 內隨機擺放，cell 半徑為 500。

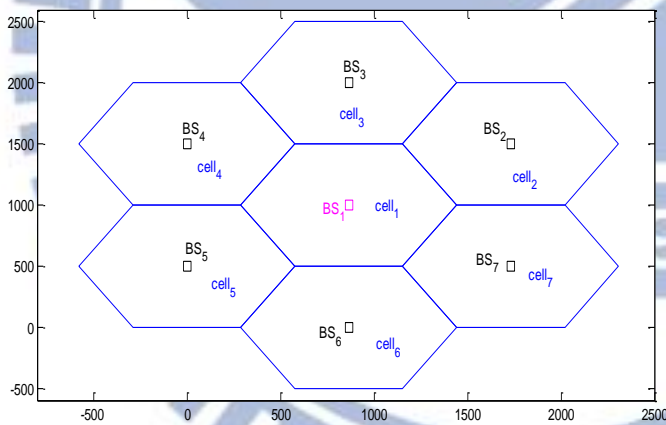


圖 5.1 蜂巢式網路示意圖

### 5.1 NLOS 上限

#### 5.1.1 基地台個數為 3

在上限檢測中按照 NLOS 上限，決定 NLOS 的優先順序，而為了計算簡單使用簡易上限式 (4.21)  $b_i^U$  取代理論上限式 (4.11)  $\hat{b}_i^U$ ，在 BS 個數為三且位置 TOA 量測值已知，可將 (4.11) 整理成 (4.15)，在此節已電腦模擬方式檢驗 (4.15) 與 (4.11) 之間的

落差，如圖 4.3 所示，設定  $r_1=1$ 、 $\gamma_2=1.5$ 、 $\gamma_3=2.5$ 、 $\beta_{12}=2$ 、 $\beta_{13}=3$  改變參數  $\theta$ ，可得下圖 5.2，可觀察到  $b_1^U$  並不受  $\theta$  影響這是因為在式 (4.21)  $b_1^U$  與  $\theta$  無關，且當  $\theta$  為 0 時  $b_1^U$  與  $\hat{b}_1^U$  相同如圖 5.3 (a) 此時  $b_1^U = \min(b_{12}, b_{13})$  即為黑色線段而對  $\hat{b}_1^U$  來說交集區 S 中離 BS1 最近的點  $p'$  所決定 NLOS 理論上限也同樣是黑色線段的長度，另外在圖 5.2 也可觀察當  $\theta$  達到一定值時理論上限  $\hat{b}_1^U$  為 0，以圖 5.3 (b) 做說明， $\theta$  到某特定值交集區 S 會交於一點而該點會落在  $S_1$  邊界上，此時理論上限  $\hat{b}_1^U$  為 0。

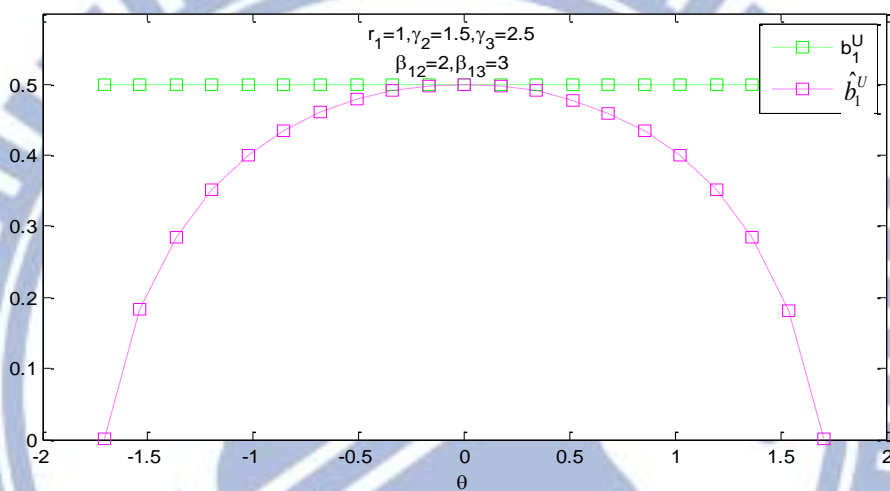


圖 5.2 理論/簡易 NLOS 上限比較

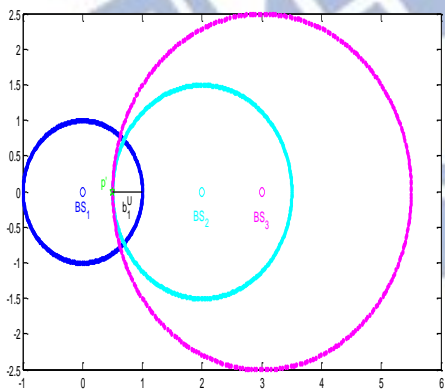


圖 5.3 (a)  $\theta=0$

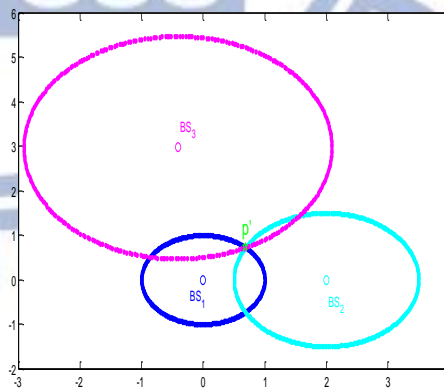


圖 5.3 (a) 交集於一點

圖 5.3 改變  $\theta$  NLOS 理論/簡易上限示意圖

為了方便討論降低參數個數，令  $\gamma = \gamma_2 = \gamma_3$ ， $\beta = \beta_{12} = \beta_{23}$ ，下圖 5.4 分別觀察  $\gamma$ 、

$\beta$ 、 $\theta$  改變對兩種 NLOS 上限所造成的落差

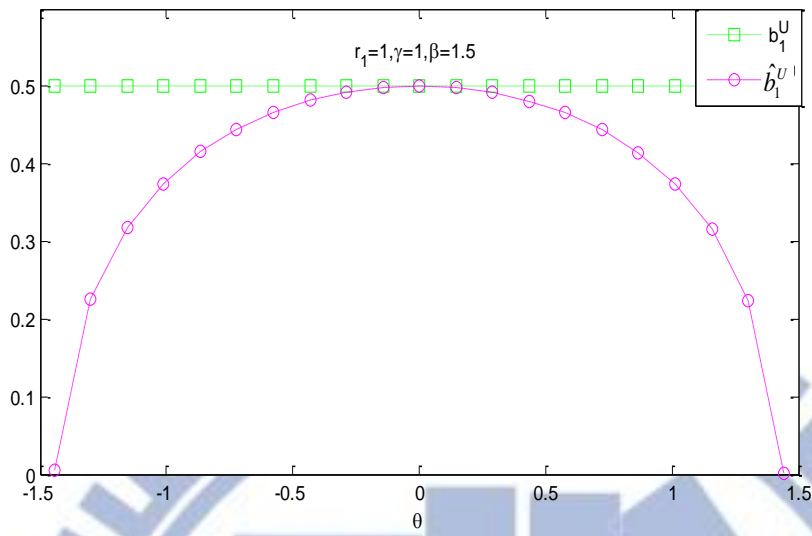


圖 5.4(a) 改變  $\theta$  比較兩種 NLOS 上限落差

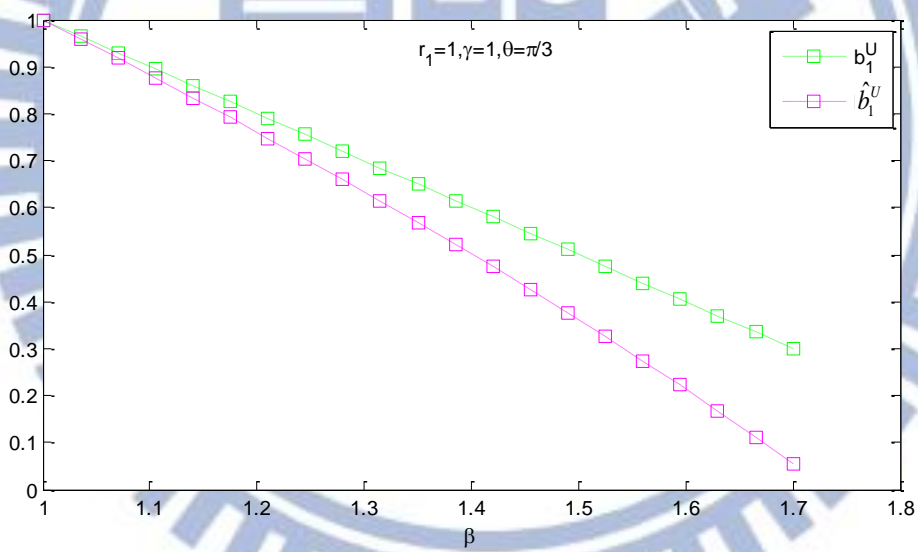


圖 5.4(b) 改變  $\beta$  比較兩種 NLOS 上限落差



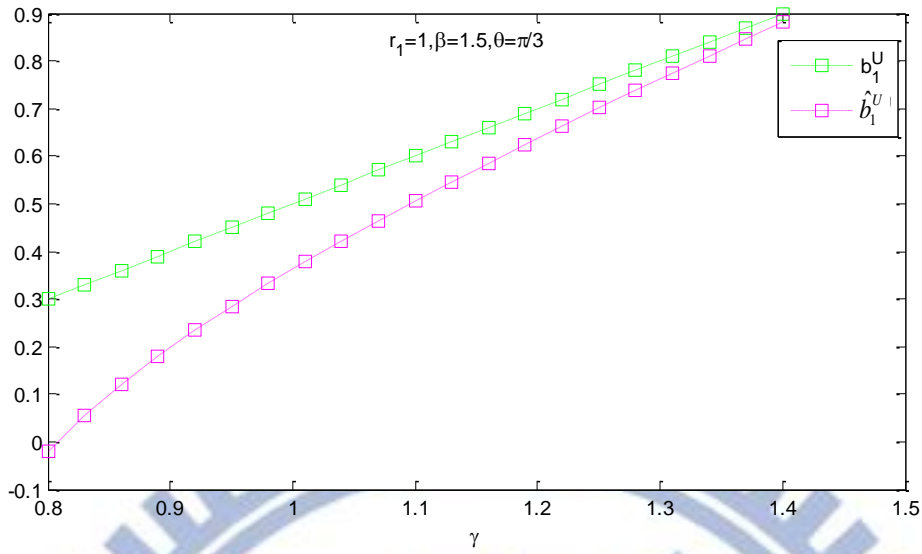


圖 5.4(c) 改變  $\gamma$  比較兩種 NLOS 上限落差

圖 5.4 改變不同參數比較 NLOS 理論/簡易上限落差

由圖 5.4 可觀察出  $\theta$  會使兩種 NLOS 上限產生較明顯落差，而圖 5.4(b) 觀察到當  $\beta$  越大 NLOS 上限越小以圖 5.5 做說明，圖 5.5 (a)  $\beta=1$  而圖 5.5 (b)  $\beta=1.7$ ，由圖 5.5 可看出對於  $b_i^U$  而言  $\beta$  越小 BS 之間距離越短重疊區  $b_{ij}$  越大此時  $b_i^U$  越大，而對  $\hat{b}_i^U$  來說當  $\beta$  越小 BS 之間距離越靠近，共同交集區 S 變大且交集區 S 中離  $BS_1$  最近點  $p'$  越接近  $BS_1$ 。

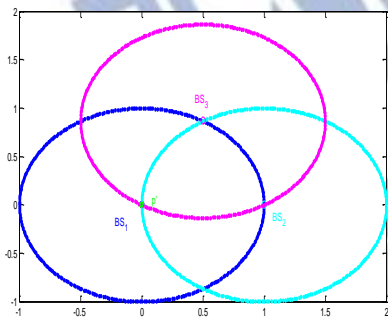


圖 5.5 (a)  $\beta=1$

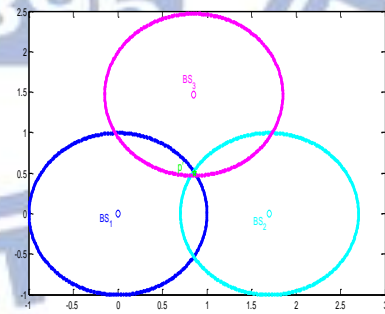


圖 5.5 (b)  $\beta=1.7$

圖 5.5  $\beta$  對 NLOS 理論/簡易上限改變示意圖

圖 5.4 (c) 得知  $\gamma$  越大 NLOS 上限越大以圖 5.6 不同  $\gamma$  做說明，圖 5.6 (a)  $\gamma=0.8$  圖 5.6 (b)  $\gamma=1.4$ ，對於交集區 S 在圖 5.6 (a) 交於一點且在  $S_1$  的邊界上，當  $\gamma$  變大時交集區 S 變大此時也隨著變大，若考慮上限檢測，當  $\gamma$  變大重疊區域也隨著變大。

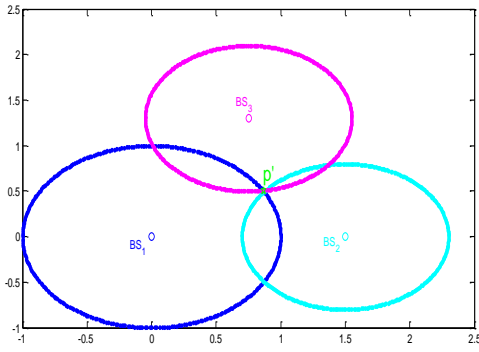


圖 5.6 (a)  $\gamma = 0.8$

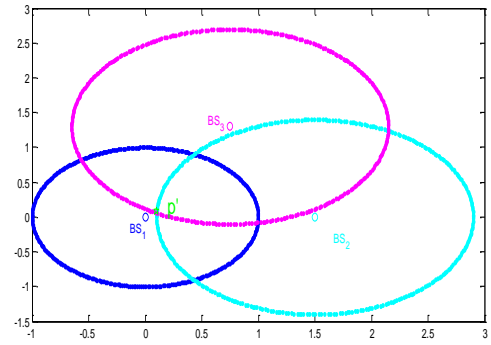


圖 5.6 (b)  $\gamma = 1.4$

圖 5.6  $\gamma$  對 NLOS 理論/簡易上限改變示意圖

### 5.1.2 改變基地台個數對 NLOS 簡易上限影響

在 4.2 節已有式 (4.20)  $0 \leq b_i \leq \hat{b}_i^U \leq b_i^U$  結論，當 BS 個數  $N$  上升交集區  $S$  變小，若 MS 落在交集區內，交集區縮小  $\hat{b}_i^U$  越接近  $b_i$ ，而對於 NLOS 簡易上限  $b_i^U = \min_{\substack{i \neq j \\ j=1 \dots N}} (r_i + r_j - B_{ij})$  而言  $N$  上升個數增多，再取最小值也會變小只考慮  $i=1$  情況下如下式 (5.1)

$$\min_{j=2 \dots N+\Delta N} (r_1 + r_j - B_{1j}) = \min \left( \min_{j=2 \dots N} (r_1 + r_j - B_{1j}), \min_{j=N+1 \dots N+\Delta N} (r_1 + r_j - B_{1j}) \right) \leq \min_{j=2 \dots N} (r_1 + r_j - B_{1j}) \quad (5.1)$$

為了驗證此結論，將 MS 與 BS 隨機擺放在一區域內  $50 \times 50$ ，所有 BS 皆為 NLOS，而  $NLOS_{rate}$  比例參考 [3] 中設為 0.1 且不考慮雜訊，改變  $N$  觀察 BS1 的 NLOS UB 的影響如下圖 5.7，隨著  $N$  變大  $b_i^U$  變小且更接近真實 NLOS 偏差量，另外也順便觀察對於餘差檢測中所估計  $b_i$  與真實 NLOS 的落差，直覺若交集區  $S$  縮小餘差檢測所估計的位置越接近真實位置，即當  $N$  變大交集區縮小，估計位置越接近真實位置，最後計算 NLOS 偏差量越接近真實的 NLOS 偏差量，圖 5.7 可發現，餘差檢測所估計 NLOS 偏差量比上限檢測更接近真實 NLOS 偏差量。

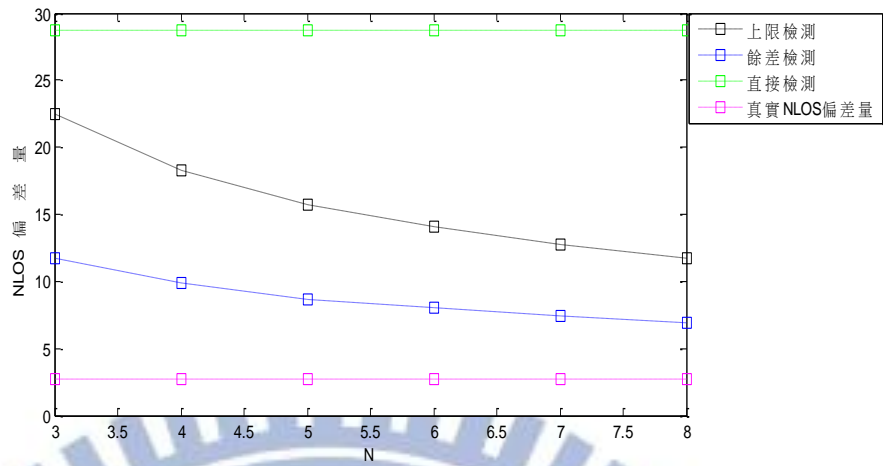


圖 5.7 改變基地台個數對檢測值影響

## 5.2 三種檢測法比較

已知 NLOS 加雜訊機率分佈如式(4.1)所示,此機率分佈可以用高斯來近似如(4.2),也可用指數近似如(4.3)來簡化分析,以電腦繪出式(4.1)(4.2)(4.3) 機率分佈觀察這兩種近似與真實機率分佈的落差。

當設定指數分佈平均值為 $\lambda$ ,高斯雜訊平均值0 標準差 $\sigma$ ,實際機率分佈與兩種近似機率分佈落差如下圖 5.8。

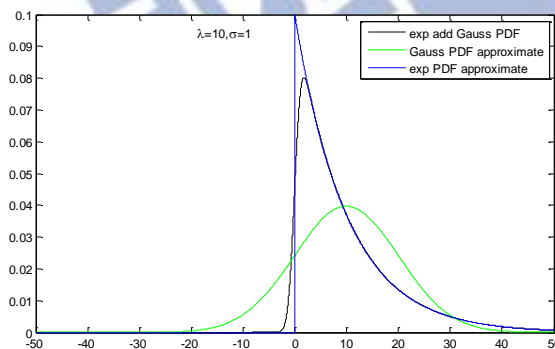


圖 5.8 (a)  $\lambda = 10$ 、 $\sigma = 1$ 兩種近似落差

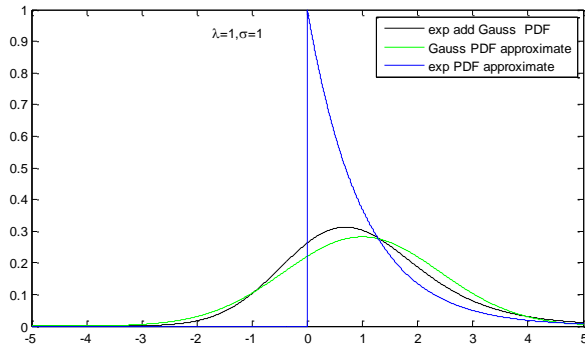


圖 5.8 (b)  $\lambda=1$ 、 $\sigma=1$ 兩種近似落差

圖 5.8 兩種機率近似的機率分佈圖

由上圖 5.8 可觀察出，當  $\lambda$  大時指數近似較接近真實的機率分佈（黑色曲線接近藍色曲線），反之則高斯近似較接近（黑色曲線接近綠色曲線）。

### 5.2.1 正確率比較

在第四章數學分析，已討論在  $N=3$ ，LOS 個數為 1 正確檢測 NLOS 的機率值，在此節以電腦模擬觀察實際上檢測機率、與第四章數學理論分析落差。

在第四章簡單結論整理如下表 5.1 所示

	高斯近似		指數近似	
檢測法	直接檢測	上限檢測	直接檢測	上限檢測
$\alpha$	$\alpha_D = Q\left(\frac{d_3 - d_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right)$	$\alpha_U = Q\left(\frac{d_3 - d_2 + B_{12} - B_{13}}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right)$	$\alpha_D = Q\left(\frac{d_3 - d_2}{\sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right)$	$\alpha_U = \begin{cases} 1, & d_2 - B_{12} > d_3 - B_{13} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$
正確率	式 (4.9)	式 (4.29)	式 (4.10)	式 (4.33)
正確率比較前提	$\alpha = \alpha_D = \alpha_U \Leftrightarrow B_{12} = B_{13}$		$B_{12} = B_{13}$ $d_2 = d_3 \Leftrightarrow \alpha_D = 0.5$	
正確率相等	$B_{12} = B_{13} = B_{23}$			

表 5.1 直接/上限檢測法正確率比較表



其中式 (4.9)、(4.29)、(4.10)、(4.33)

如下

$$P_{D\text{det}} = Q\left(\frac{\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - (d_1 + \lambda_1)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_D^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_D)^2 \sigma_3^2}}\right) \quad (4.9)$$

$$P_{U\text{det}} = Q\left(\frac{\alpha_D (d_2 + B_{13}) + (1 - \alpha_D) (d_3 + B_{12}) - (d_1 + \lambda_1 + B_{23})}{\sqrt{\sigma_1^2 + \lambda_1^2 + \alpha_U^2 \sigma_2^2 + (1 - \alpha_U)^2 \sigma_3^2}}\right) \quad (4.29)$$

$$P_{D\text{det}} = \exp\left(-\frac{\alpha_D d_2 + (1 - \alpha_D) d_3 - d_1}{\lambda_1}\right) \quad (4.10)$$

$$P_{U\text{det}} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{d_3 - B_{23} - d_1 + B_{12}}{\lambda_1}\right), & d_2 - B_{12} < d_3 - B_{13} \\ \exp\left(-\frac{d_2 - B_{23} - d_1 + B_{13}}{\lambda_1}\right), & d_2 - B_{12} > d_3 - B_{13} \end{cases} \quad (4.33)$$

模擬設定 3BS  $\begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -20 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ -10 \end{bmatrix}$ ,  $MS = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_{12} = B_{13}$ 、 $d_2 = d_3$ , 此環境設

定滿足直接/上限檢測正確率比較的前提, 雜訊  $\sigma_i = 1$  改變  $d_1$  如下圖 5.9 示意圖, 改變  $BS_1$  位置, 如藍色箭號的方向。

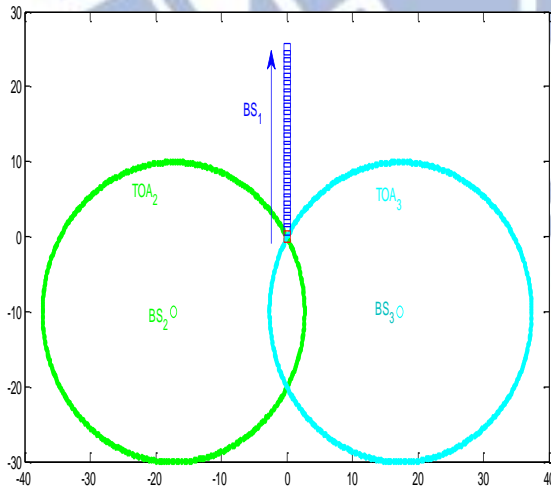


圖 5.9 檢測法比較示意圖

觀察檢測法的正確率圖 5.10 (a) 為  $\lambda_1 = 10$ , 圖 5.10 (a) 為  $\lambda_1 = 1$ , 觀察檢測法正確檢測機率與第四章檢測理論分析線, 其中在圖 5.8 已知  $\lambda$  大以指數近似會比較接近真

實，反之則高斯近似較接近所以在圖 5.10 (a) 的理論線以指數近似，圖 5.10 (b) 則是以高斯近似，而理論線部分在圖 5.10 (a) 直接檢測如表 5.1 以式 (4.10) 計算得之，上限檢測則以式 (4.33) 計算得之，同理圖 5.10 (b) 直接檢測與上限檢測理論式分別為式 (4.9)、(4.29)。

圖 5.10 可觀察出模擬與理論式子有些微落差，主因在於高斯近似與指數近似與真實機率分佈落差造成，進一步比較直接檢測上限檢測的正確率，在第四章以數學式推導當  $B_{12} = B_{13} > B_{23}$  時直接檢測正確率大於上限檢測；反之則直接檢測正確率小於上限檢測， $B_{12} = B_{13} = B_{23}$  為臨界點，圖 5.10 的理論線部分與 4.4 節結論相同，而模擬線比較直接檢測與上限檢測，同樣也會在此臨界點產生相同現象，在臨界點（綠色紅色方形點）左邊上限檢測正確率大於直接檢測；右邊則是直接檢測正確率大於上限檢測。

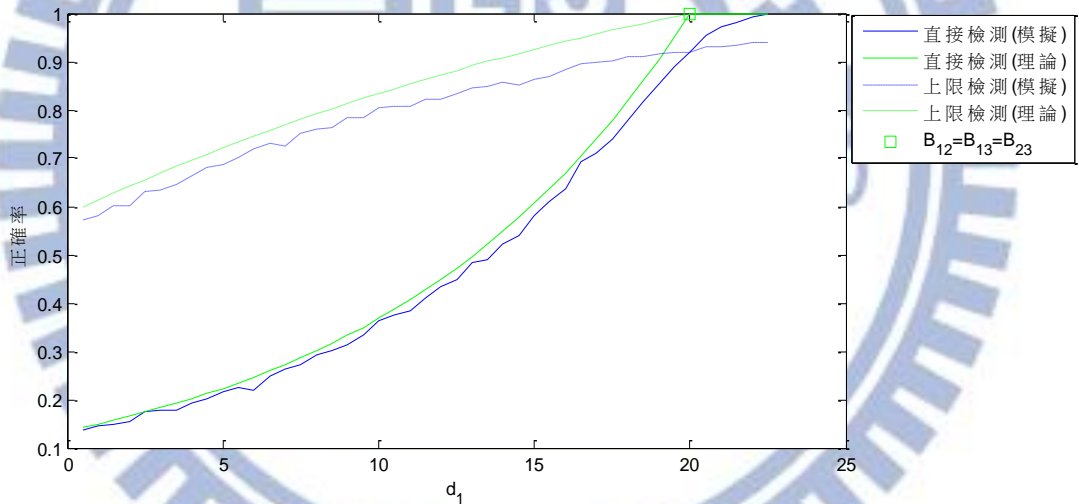


圖 5.10 (a)  $\lambda = 10$  改變  $d_1$  檢測正確率(指數近似)

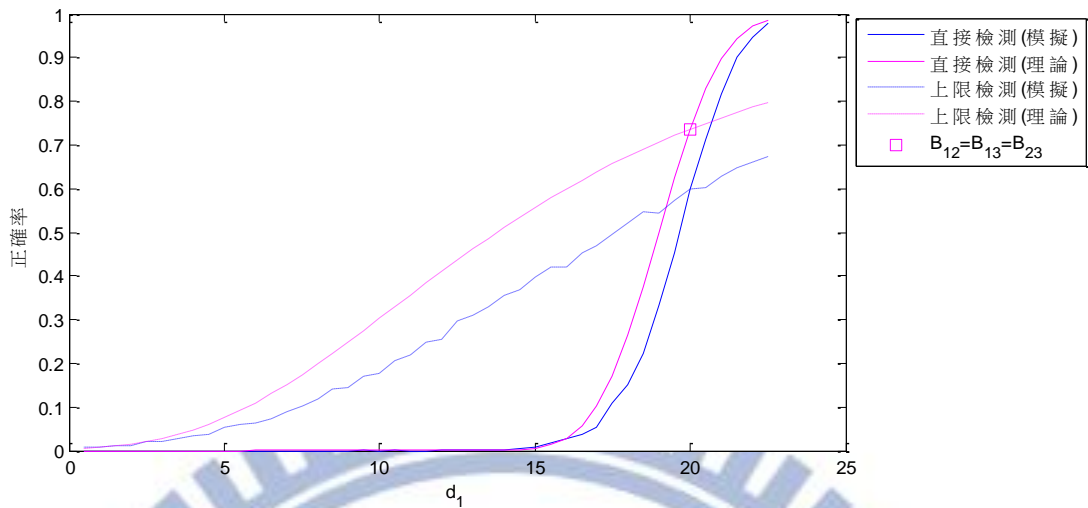


圖 5.10 (b)  $\lambda=1$  改變  $d_1$  檢測正確率(高斯近似)

圖 5.10 改變距離比較理論與模擬正確率

圖 5.10 都可觀察出當  $d_1$  增加正確率也隨之提高，因為  $d_1$  增加  $r_1$  也隨之增加， $r_1 > \max(r_2, r_3)$  機率上升，同樣地也會提高，另外比較圖 5.10 (a) (b) 也可看出  $\lambda$  越大同樣也會增大正確率也會提升以上都與第四章所推導的數學分析相同。

## 5.2.2 不同參數對檢測法影響

在 5.2.1 只針對 BS 個數  $N=3$ ，情況下模擬，在此節將會改變不同參數觀察三種檢測法優劣，由於三種檢測法皆有可能會將 LOS 移除，為了比較三者定義幾個參數  $L$  為 LOS 個數、 $L_d$  為移除過後 LOS 個數， $N$  為移除前個數觀察移除前移除後 LOS 佔的比例是否提高如下式 (5.2)

$$\frac{L}{N} \stackrel{d}{\Rightarrow} \frac{L_d}{N-d} \quad (5.2)$$

，在此節設定 MS 與 BS 在  $50 \times 50$  區域內隨機擺放，圖 5.11 為改變移除個數  $d$ ，觀察檢測法移除過後的 LOS 佔的比例  $\frac{L_d}{N-d}$ ，由圖 5.11 首先可看出三者檢測法的優劣以餘差檢測最佳，再來是上限檢測而直接檢測最差，但直接檢測雖然最差但仍然比隨機挑選 BS 做為 NLOS 好，另外隨著移除個數  $d$  增加移除過後 LOS 佔的比例  $\frac{L_d}{N-d}$  也會增加，但當

移除個數  $d$  增加同樣也容易將 LOS 誤判為 NLOS，但整體來說 LOS 佔的比例仍然提高。

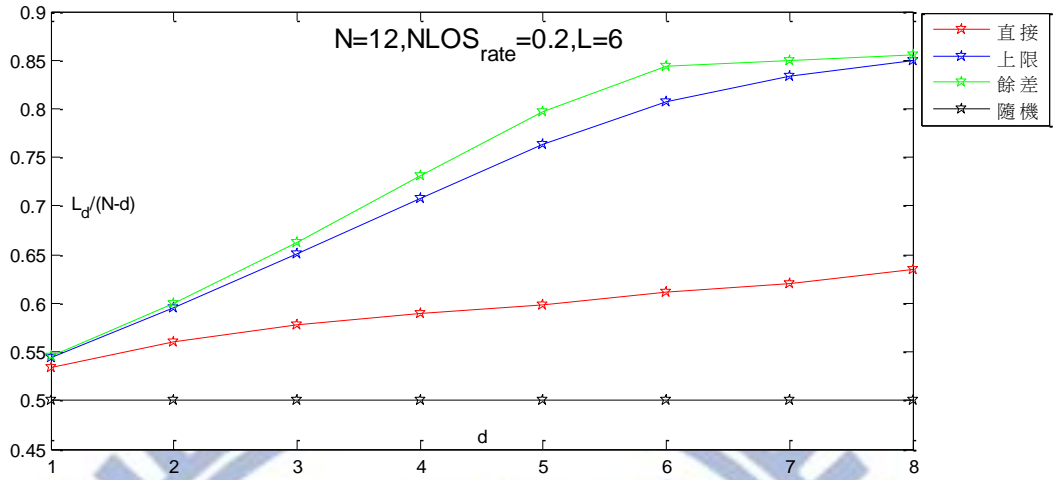


圖 5.11 改變移除個數對檢測法的影響

圖 5.12 改變 LOS 個數  $L$  觀察對檢測法的影響，可看出與圖 5.11 相同結論，餘差檢測最好再來是上限檢測最差是直接檢測，另外當 LOS 個數增加 LOS 的比例  $L/N$  會增加檢測到的 NLOS 個數會減少，但仍可提高 LOS 所佔的比例  $L_d/(N-d)$ 。

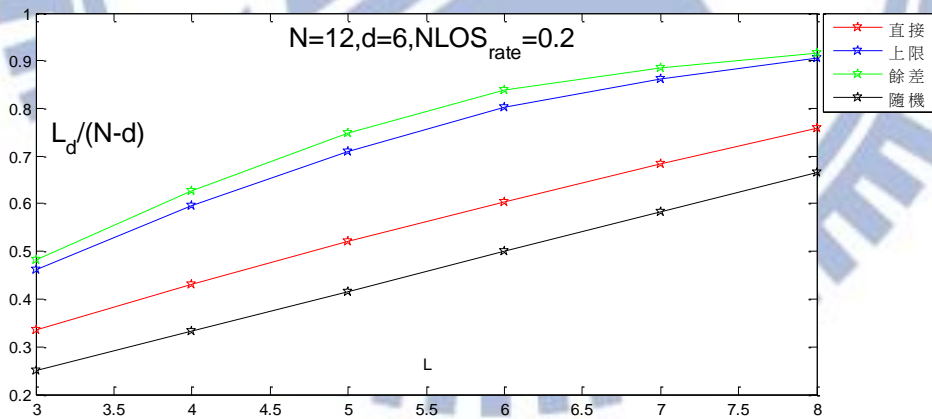


圖 5.12 改變 LOS 個數對檢測法的影響

圖 5.13 改變  $NLOS_{rate}$  觀察對檢測法影響，當  $NLOS_{rate}$  越大如第二章所描述一樣，NLOS 的檢測值不管是量測值、NLOS 上限或估計得 NLOS 偏差量  $b_i$  都會增加，而 LOS 並不會影響，此時檢測法移除過後 LOS 比例  $L_d/(N-d)$  就會提升如圖 5.10  $\lambda$  變大正確率提高一樣的結論，其中直接檢測效能的提升最為明顯，因為  $NLOS_{rate}$  直接就影響到直接檢測的檢測



值。

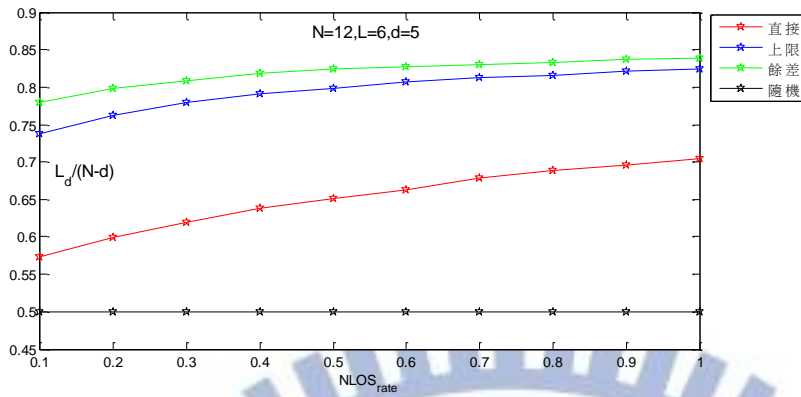


圖 5.13 改變 NLOS 大小對檢測法的影響

在這節最後要驗證改變 BS 個數  $N$  個數觀察對檢測法影響，在 5.1.2 節中圖 5.7 已得知當  $N$  越大上限檢測、餘差檢測的檢測值也就是 NLOS 上限、NLOS 偏差量估計值越接近真實 NLOS 偏差量，此時對於上限檢測、餘差檢測的效能應該有所提升，在圖 5.14  $L=d=N/2$  維持比例情況下，觀察改變 BS 個數  $N$  對於檢測法移除過後 LOS 比例  $L_d/(N-d)$ ，如圖 5.14 當  $N$  上升，對於上限檢測、餘差檢測中有所提升，但對於直接檢測不會因為  $N$  改變影響檢測效果。

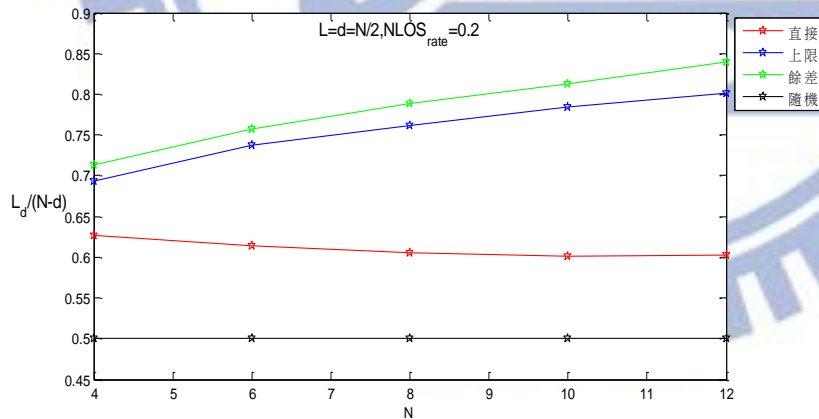


圖 5.14 改變基地台個數對檢測法的影響

## 5.3 全面篩選法

### 5.3.1 全面篩選法初始點誤判模擬

在先前已討論過以 residual 作權重平均，取代挑選 residual 最小做為估計位置，原因在於 residual 小未必代表取到 K 個量測值皆為 LOS 且如果採用 [2] 降低全面篩選運算量挑選 residual 最小做為初始點一但初始點誤判會影響後續所有估計位置，本節將討論 N=4，任取三 BS 估計位置討論初始點誤判情況，並且以將機率分佈簡化為均勻分佈，特殊情況下電腦模擬 BS 個數為 4、K=3 誤判機率，此節將以 NLOS 偏差量  $b_i$  為指數分佈、雜訊為高斯分佈，驗證第四章誤判分析與真實誤判的落差。

環境設定  $BS = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 50 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 50 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \end{bmatrix}$ ， $BS_2$ 、 $BS_3$  是 LOS 且無雜訊， $MS = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \end{bmatrix}$ ， $BS_2$ 、 $BS_3$ ，

TOA 的圓會交於兩點分別為  $MS = \begin{bmatrix} 35 \\ 35 \end{bmatrix}$ 、 $MS_{Fake} = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix}$ ， $BS_1$  是 LOS 有雜訊， $BS_4$  是 NLOS，

若  $BS_1$  的圓（深藍色圓）到 MS 距離大於  $BS_4$  的圓（黑色圓）到  $MS_{Fake} = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix}$ ，便會誤判

$BS_2$ 、 $BS_3$  與  $BS_4$  為 LOS，如下圖 5.15。

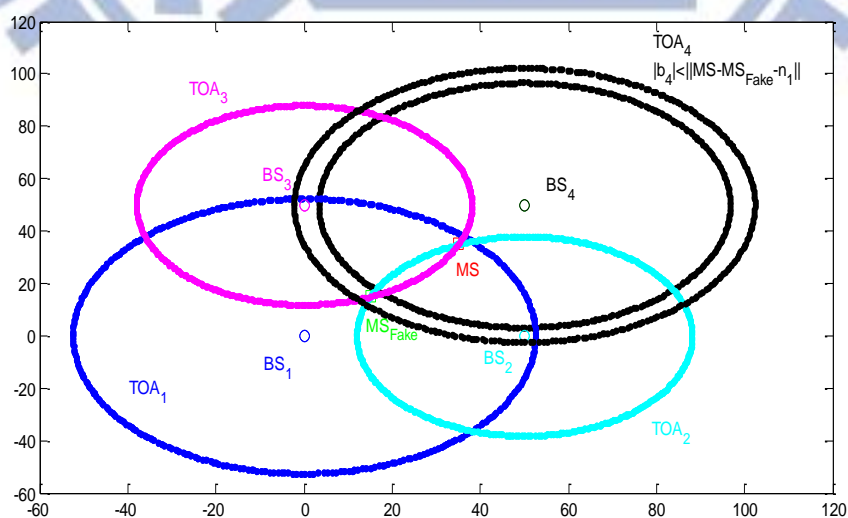


圖 5.15 全面篩選初始點誤判示意圖

在第四章數學分析中以分析當雜訊與 NLOS 偏差量為均勻分布時，誤判機率為  $n'/N'$ ，以電腦模擬如果雜訊與 NLOS 皆為均勻分布的誤判機率，以及雜訊為高斯（變異數與均勻分布的雜訊相同  $Var(n_i) = Var(n'_i)$ ），NLOS 為指數分佈（平均值與均勻分布  $b'_4$  相同  $E[b_4] = E[b'_4] = \frac{N'}{2} + 3$ ），改變  $N'$  與雜訊大小  $Var(n_i)$  誤判機率模擬如下圖 5.16，在圖 5.16 (a) 當  $N'$  變大，此時圖 5.15 黑色區段的機率變小，所以誤判機率降低，圖 5.16 (b) 當雜訊範圍變大圖 5.15 藍色圓離 MS 越遠則黑色區域擴大，所以誤判機率提高。

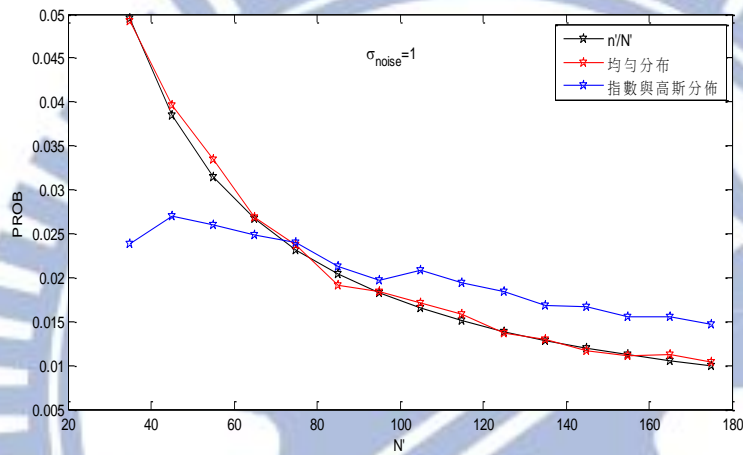


圖 5.16 (a) 改變 NLOS 平均值誤判機率

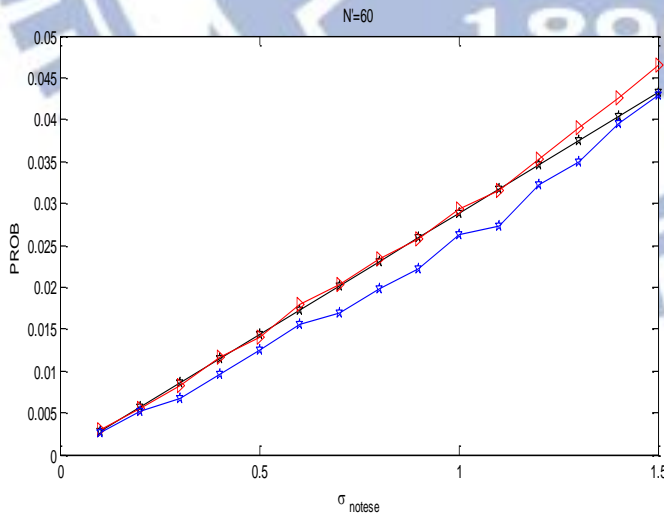


圖 5.16 (b) 改變雜訊大小誤判機率

圖 5.16 全面篩選初始點誤判機率

另外嘗試不同環境，改變 BS 個數，以電腦模擬觀察當 BS 個數  $N$  改變對於全面篩選

的誤判影響，LOS 個數=3、BS MS 位置 50\*50 區域內隨機擺放雜訊採高斯機率分佈  $\sigma=1$ ，NLOS 偏差量採指數分佈  $NLOS_{rate}=0.2$  如下圖 5.17

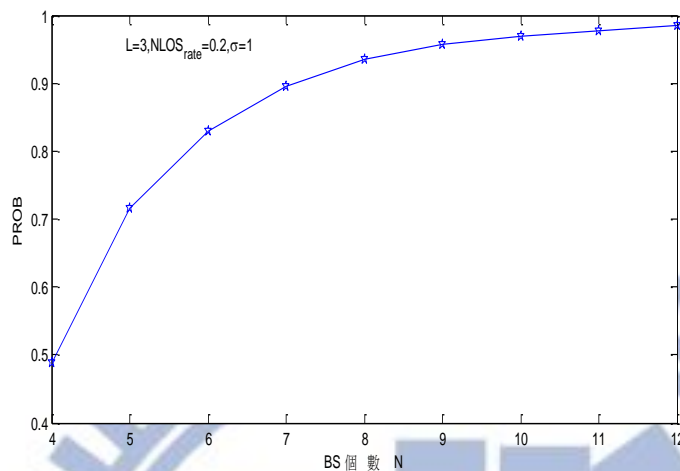


圖 5.17 改變基地台個數觀察初始點誤判機率

由圖 5.17 可知當 BS 個數增加 residual 最小未必可以檢測出 3LOS，這是因為當 N 上升， $M = C_3^N$  增加有更多的候選點去決策，其中令 3LOS 的 residual 為  $residual_{3LOS}$  此時正確檢測出 3 LOS 機率為  $P\left(residual_{3LOS} = \min_{i=1, \dots, M}(residual_i)\right)$ ，當 M 越大正確檢測的機率越小。

### 5.3.2 以檢測法提高精確度

在 5.2.2 節中圖 5.11~14 中已知不同參數對檢測法的影響，為了貼近真實情況，假設 BS 位置如圖 5.1 所示採蜂巢式網路擺設，MS 在 cell 1 中隨機擺放，改變 NLOS 發生機率觀察全面篩選方法加入檢測法在不同 d 的情況下，其中  $K>2$  即可產生估計位置與 residual 但蜂巢式網路如果任取三個做定位如果取的三個基地台在同一直線上會使的式 (3.12) A 矩陣奇異 (singular)，無法解出位置為了解決此問題採用至少也要 4 個 BS 才定位，對 RMSE 的影響如下圖 5.18 所示，其中移除個數如 3.5 節中所說明  $d_{30\%}$  為移除 N 的百分之三十、 $d_{50\%}$  為移除 N 的百分之五十、 $d_{\mu+\delta}$  為將所有檢測值計算平均值  $\mu$  標準差  $\delta$  以  $\mu+\delta$  作為門檻檢測值大於  $\mu+\delta$  即移除，同理  $d_{\mu}$  是以  $\mu$  作為門檻大於即移



除。

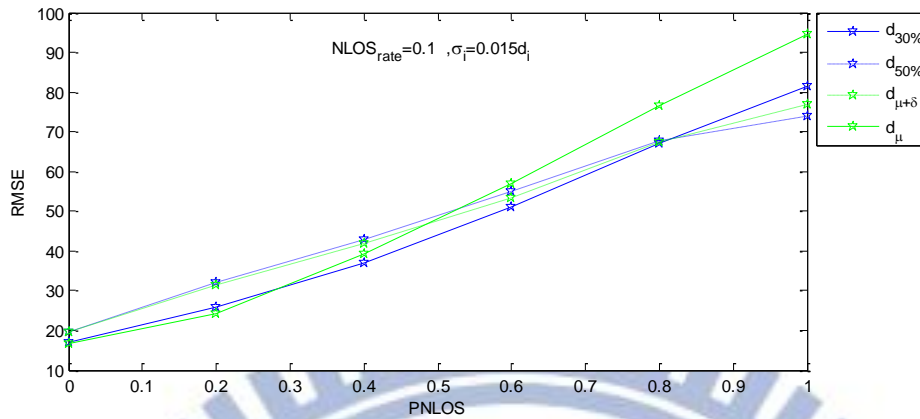


圖 5.18 全面篩選搭配餘差檢測對於不同移除個數的影響

圖 5.18 以餘差檢測為例，首先當 NLOS 機率提高對於 RMSE 是增大，另外值得注意，已知  $d_{30\%} < d_{50\%}$  與  $d_{\mu+\delta} < d_{\mu}$ ，發現當 NLOS 發生機率  $P_{NLOS}$  低的情況也就是 NLOS 個數比較少的情況，移除個數  $d$  比較小 RMSE 較佳，反之當 NLOS 發生機率  $P_{NLOS}$  高的情況移除個數  $d$  大比較好，這是因為當 NLOS 個數低  $d$  太大會將 LOS 誤判為 NLOS，而當 NLOS 個數多太小的情況會無法將 NLOS 全部移除。另外在直接檢測與上限檢測也有相同趨勢。

最後我們以電腦模擬觀察全面篩選搭配檢測法是否有改善 RMSE，由圖 5.18 已知砍少一點會比較保險，所以在圖 5.19 我的分別採用  $d_{30\%}$  與  $d_{\mu+\delta}$  觀察各種檢測法可以改善多少 RMSE，如圖 5.19 所示，加入檢測法當  $P_{NLOS}$  低的情況加入檢測法與不加入差異不大，但當  $P_{NLOS}$  大的情況則有明顯改善，而在  $P_{NLOS}$  高的情況下  $d_{30\%}$  又比  $d_{\mu+\delta}$  略好一點。

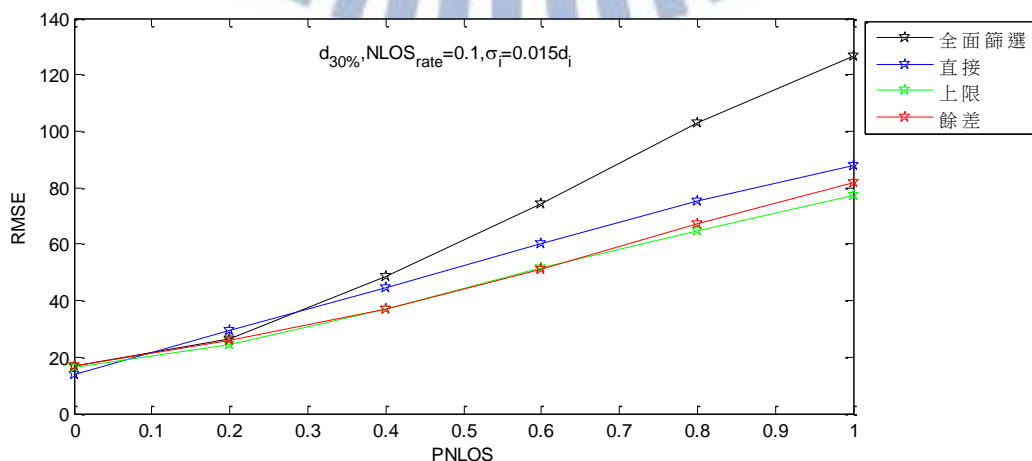


圖 5.19 (a) 全面篩選搭配檢測法  $d_{30\%}$

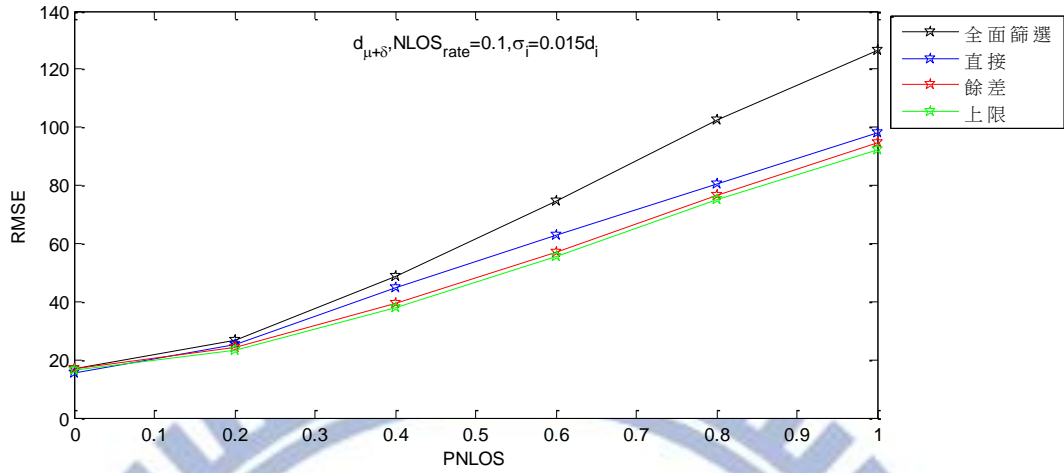


圖 5.19 (b) 全面篩選搭配檢測法  $d_{\mu+\delta}$

圖 5.19 全面篩選搭配檢測法

圖 5.19 單看改變 NLOS 發生機率對 RMSE 的影響，改變  $NLOS_{rate}$  觀察加入檢測法是否也可降低全面篩選 RMSE，如圖 5.20，NLOS 事前機率為 0.8，圖 5.20 (a)  $d_{50\%}$  圖 5.20 (b)  $d_{\mu}$ ，圖 5.20 顯示改變情況下加入檢測法對全面篩選 RMSE 也會下降，而當  $NLOS_{rate}$  越大時，效果更明顯，這是因為當  $NLOS_{rate}$  越大三種檢測法越能夠檢測出 NLOS，與圖 5.13 結論相同。

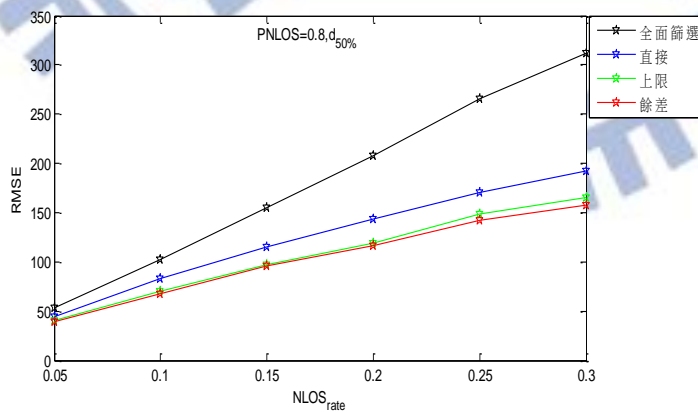


圖 5.20 (a) 移除優先權前 50%

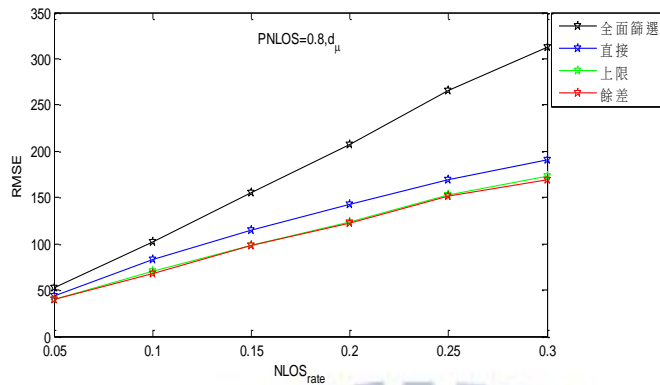


圖 5.20 (b) 以  $\mu$  作為門檻移除

圖 5.20 改變 NLOS 大小全面篩選搭配檢測法

最後改變 BS 個數  $N$ ，驗證檢測法是否能夠降低 RMSE，其中先前說明為了避免三個 BS 在同一直線上，所以  $N$  至少要 4 個，同理  $N-d$  至少也要 4 個，如圖 5.21 所示，當  $N$  為 6、7 時加入檢測法皆可降低 RMSE，但當  $N=5$  時 RMSE 無改善甚至 RMSE 會上升，主要原因在於  $N=5$ ，全面篩選還可以做加權平均降低 NLOS 效應，但是如果以檢測法移除  $d=1$ ，此時只剩下四個基地台，無法做加權平均動作，雖然排除掉 NLOS，但由於 NLOS 機率 0.8 剩餘四個 BS 做定位，仍然受 NLOS 影響且無法做加權平均動作來降低 NLOS 效應，導致結果比沒有搭配檢測法還要差。

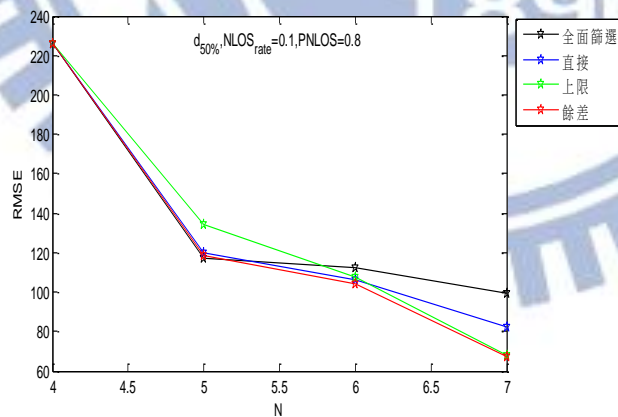


圖 5.21 改變基地台個數全面篩選搭配檢測法

### 5.3.3 以檢測法降低運算複雜度

在式 (3.10) 以說明加入檢測法可以降低估計位置的次數，如果要細部計算真實運

算複雜度需考慮每一次定位根據多少 BS，對於運算複雜度降低程度不易觀察，為了方便觀察檢測法實際上可以降低多少運算量，以電腦模擬觀察每執行 1000 次所需的時間，並且根據移除個數  $d$  的大小觀察對執行時間的影響，如下圖 5.22 所示，移除個數  $d$  越多運算時間越短，顯示檢測法確實可以降低運算量。

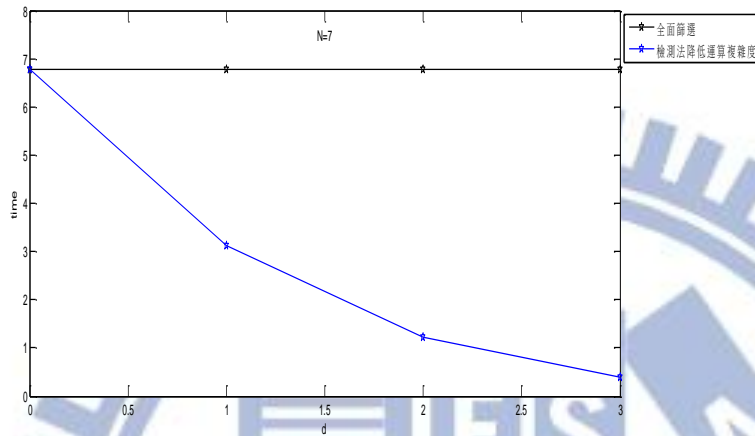


圖 5.22 檢測法降低全面篩選運算複雜度

## 5.4 加入限制式

### 5.4.1 以檢測法提高精確度

與 5.3.2 節相同，首先先觀察改變 NLOS 發生機率觀察加入限制式方法搭配檢測法在不同  $d$  的情況下，對 RMSE 的影響如下圖 5.23 所示，會發現與圖 5.18 相同當  $P_{NLOS}$  越大則 RMSE 也隨著越大，但是不論  $P_{NLOS}$  大小，移除較少的  $d$  永遠比移除較多的  $d$  RMSE 小，會造成這樣的原因在 3.6 節提過，就是雖然 NLOS 會使得最後定位誤差增加，但對於加入限制式的方式，即使是 NLOS 也可能讓交集區域  $S$  縮小，移除較少的  $d$  雖然使得 NLOS 進入目標函數，但至少交集區  $S$  不容易被放大，整體而言是有改善，而當  $d$  變大雖然可能被排除較多的 NLOS 但交集區容易被放大，整體而言可能比  $d$  小的 RMSE 差。而直接檢測與上限檢測趨勢相同。



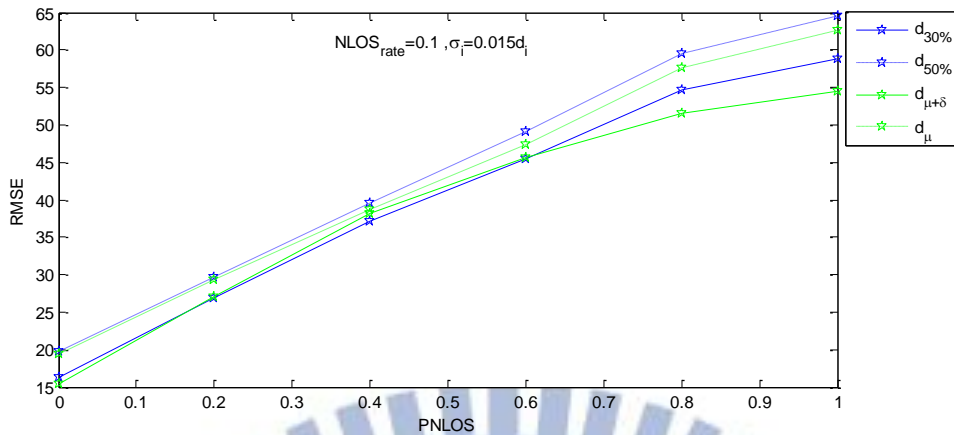


圖 5.23 加入限制式搭配餘差檢測對於不同移除個數的影響

接下來以電腦模擬觀察加入限制式搭配檢測法是否有改善 RMSE，由圖 5.23 已知砍少一點會有較小的 RMSE，所以在圖 5.24 我的分別採用  $d_{30\%}$  與  $d_{\mu+\delta}$  觀察各種檢測法可以改善多少 RMSE，如圖 5.24 所示，除了  $P_{NLOS}$  過低或者過高時檢測法並無改善以外，在其他點搭配檢測法都可以明顯改善原本的方法，而圖 5.21 以  $d_{\mu+\delta}$  比  $d_{30\%}$  的 RMSE 來的略低，與全面篩選的結論不同。

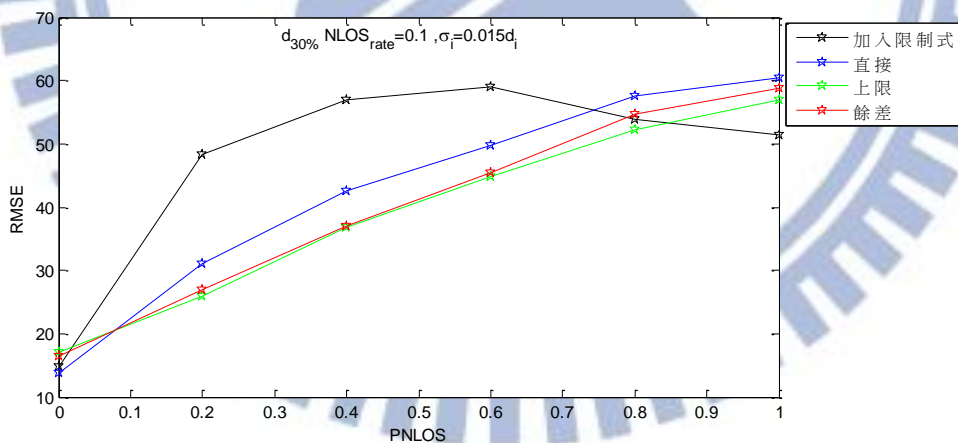


圖 5.24 (a) 加入限制式搭配檢測法  $d_{30\%}$

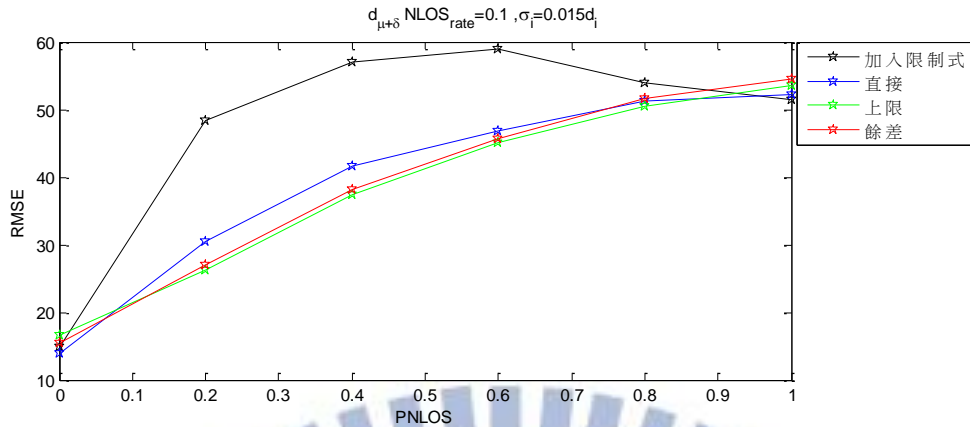


圖 5.24 (b) 加入限制式搭配檢測法  $d_{\mu+\delta}$

圖 5.24 加入限制式搭配檢測法

其中圖 5.24 中加入限制式方法發現當 NLOS 發生機率超過 0.6 時 RMSE 有下降趨勢，針對此點做說明，在 2.4 節已提過加入限制式的方法解不唯一，會找離初始點最近的解，下圖 5.25 分別討論 NLOS 個數對初始點的影響，圖 5.25 (a) 存在 2LOS 但是最後解的初始點會在交集區 S 中間，而圖 5.25 (b) 4NLOS 所以 MS 約落在交集區 S 中間，此時初始點較接近 MS，可視為 4NLOS 的偏差量相互抵消，使 RMSE 下降。

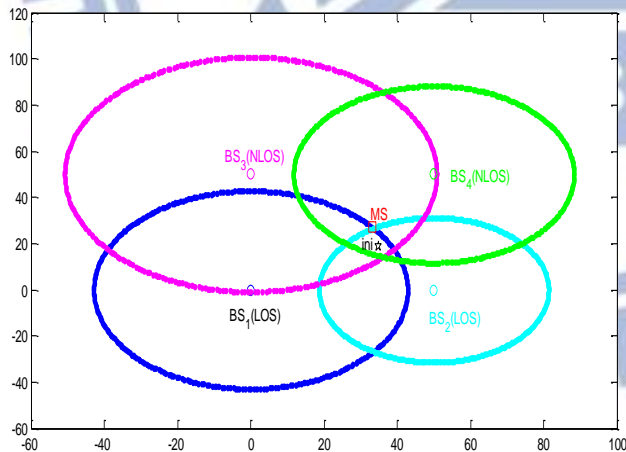


圖 5.25 (a) 2LOS、2NLOS 初始點

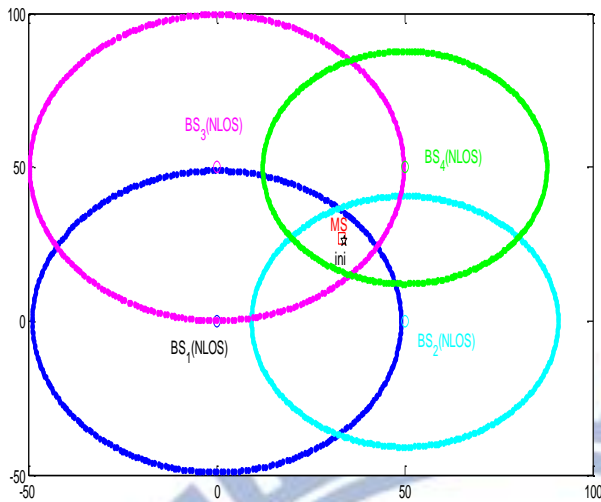


圖 5.25 (b) 4NLOS 初始點

圖 5.25 NLOS 機率越大 RMSE 降低說明圖

## 5.4.2 以檢測法降低運算複雜度

當  $N$  上升，加入限制式方式會使運算複雜度提高，若以檢測法在定位以前先移除優先權高  $d$  的量測值，可降低運算複雜度，而若要以數學方式證明不易，所以在此節以電腦模擬方式驗證，並觀察運算量降低程度，同樣電腦模擬觀察每執行 1000 次所需的時間，並且根據  $d$  的大小觀察對執行時間的影響，如下圖 5.26 所示， $d$  越多運算時間越短，顯示檢測法確實可以降低運算量。

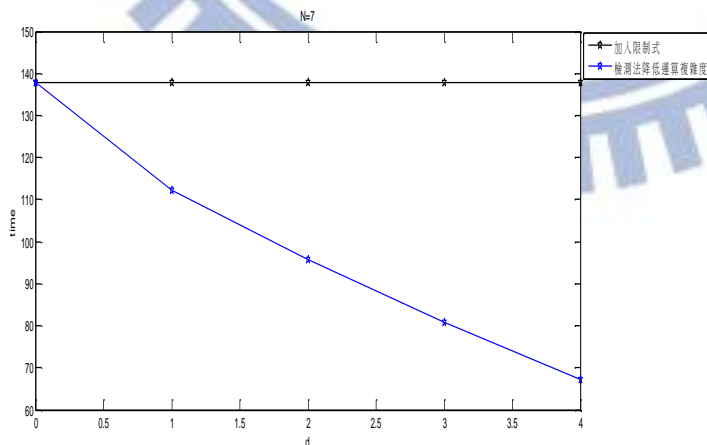


圖 5.26 檢測法降低加入限制式運算複雜度

## 5.5 最大概似函數 (Maximum Likelihood)

3.7 節以說明如何利用檢測法調整事後機率，圖 5.27 觀察不同檢測法調整事後機率與原始 ML 方法做比較，其中另外模擬如果可以完美檢測出哪些 BS 為 LOS 調整  $P_{NLOS} = 1$ ，在做 ML 比較，

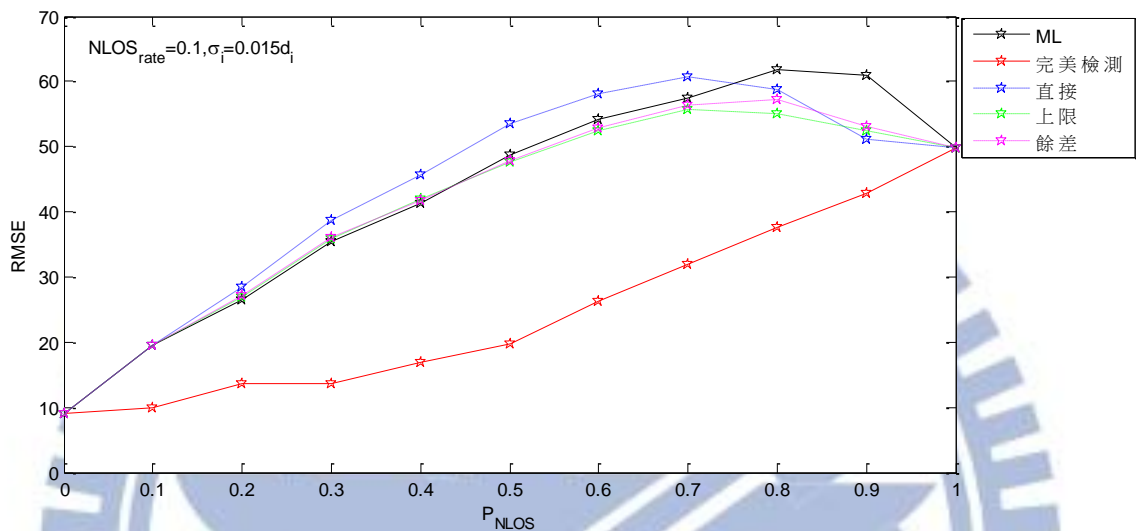


圖 5.27 檢測法調整 ML

結果顯示在 NLOS 發生機率高時，檢測法調整事後機率可降低 RMSE，而當 NLOS 發生機率低時，仍可維持與 ML 接近的 RMSE。



## 第六章

### 結論與未來展望

由第五章電腦模擬結果顯示，其他降低 NLOS 效應的方式如果搭配檢測法，先移除部分量測資訊，可以使 RMSE 下降，且移除部分量測資訊也可降低運算複雜度，除了少數特殊情況無法改善以外例如當所有 BS 皆為 NLOS，加入限制式搭配檢測法無明顯改善，原因在於移除部分量測資訊會使的交集區  $S$  變大，雖然無明顯改善，但仍可達到降低運算複雜度的效果。

即使所有量測值皆為 NLOS，利用檢測法也可將 NLOS 偏差量大的量測資訊做移除動作，保留 NLOS 偏差量小的量測資訊，也可以改善 RMSE，如 5.3.2 節所描述。

移除個數  $d$  小的情況下，只能移除 NLOS 偏差量大的量測資訊，無法將 NLOS 全部移除，而仍然可以降低 RMSE，但移除個數  $d$  過大，會將 LOS 誤判為 NLOS，使的最後結果不理想。另一方面移除個數  $d$  的大小也會影響到運算複雜度，移除個數  $d$  小運算複雜度高、移除個數  $d$  大運算複雜度低。

最後本論文所提出的檢測法，是在沒有任何 NLOS 統計資訊的情況下，所做的檢測法，如果已知 NLOS 統計性質情況下，可考量 NLOS 統計性質搭配檢測法，發展更完善的檢測法，例如事先知道 NLOS 發生機率，則可選擇移除個數  $d$  的大小。

## 參考書目

- [ 1 ] P.C. Chen “ A Non-Line-of-Sight Error Mitigation Algorithm in Location Estimation”  
Wireless Communications and Networking Conference,pp.316-320, 1999. WCNC.
- [ 2 ] J. Xing,J.Zhang,L. Jiao,X. Zhang “A Robust Wireless Sensor Network Localization  
Algorithm in NLOS Environment” 2007 IEEE International Conference on Control and  
Automation Guangzhou,pp.3244-3249 CHINA – May 30 to June 1, 2007
- [ 3 ] K. Yu, Y. J. Guo “ Improved Positioning Algorithms for Non-line-of-Sight Environments”  
IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL.57,NO.4, July 2008
- [ 4 ] K.Weï ,W. Lenan “Constrained Least Squares Algorithm for TOA-Based Mobile  
Location under NLOS Environments” Wireless Communications, Networking and Mobile  
Computing, pp.1-4,2009
- [ 5 ] S. Venkatesh , R. M.Buehrer “NLOS Mitigation Using Linear Programming in  
Ultrawideband Location-Aware Networks” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL.  
56, NO.5, September 2007
- [ 6 ] X.Wang, Z.Wang, and B. O’Dea “ A TOA-Based Location Algorithm Reducing the  
Errors Due to Non-Line-of-Sight (NLOS) Propagation” IEEE Transactions on Vehicular

Technology, VOL.52,NO.1,January 2003

[ 7 ] K.T. Lay, and W.K. Chao “ Mobile Positioning Based on TOA/TDOA/TDOA Measurements with NLOS Error Reduction” Proceedings of 2005 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems ,pp.545-548, December 13-16,2005 Hong Kong

[ 8 ] L. Cong, W. Zhuang “ Nonline-of-Sight Error Mitigation in Mobile Location” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL. 4, NO.2, March 2005

[ 9 ] C.K. Seow, S. Y. Tan “ Non-Line-of-Sight Localization in Multipath Environments” IEEE Transactions on Mobile Computing, VOL. 7, NO. 5, May 2008

[ 10 ] H. Miao, K. Yu, M. J. Juntti “ Positioning for NLOS Propagation: Algorithm Derivations and Cramer-Rao Bounds” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL. 56, NO.5, September 2007

[ 11 ] S. Venkatraman , J. Caffery “ Hybrid TOA/AOA Techniques for Mobile Location in Non-Line-of-Sight Environments” Wireless Communications and Networking Conference, VOL.1,pp.274-278, 2004.

[ 12 ] R.W. Ouyang,A. K. Wong,C.T. Lea and V. Y. Zhang“Received Signal Strength-Based Wireless Localization via Semidefinite Programming” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL. 59,pp. 1307 - 1318, 2010

- [ 13 ] X. Li “RSS-Based Location Estimation with Unknown Pathloss Model” IEEE Transactions on Wireless Communications, VOL.5, pp.3626 – 3633, 2006
- [ 14 ] J. Khodjaev, Y. Park, A. S. Malik “ Survey of NLOS identification and error mitigation problems in UWB-based positioning algorithms for dense environments” Annals of Telecommunications-Annales Des Telecommunications VOL. 65 pp. 301-311, 2009
- [ 15 ] J. Riba and A. Urruela “ A Non-Line-of-Sight Mitigation Technique Based on ML-Detection” 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing VOL.2 pp. ii 153-156 , 2004
- [ 16 ] W.K. Lui, H.C. So, and W.-K. Ma “ Maximum A Posteriori Approach to Time-of-Arrival-Based Localization in Non-Line-of-sight Environment” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL.59, NO.3, March 2010
- [ 17 ] K. Yu and Y. Jay Guo “ Statistical NLOS Identification Based on AOA, TOA, and Signal Strength” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL.58, NO.3, January 2009
- [ 18 ] W. H. Foy “ Position-Location Solutions by Taylor-Series Estimation” IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems VOL.12, NO.2 March 1976
- [ 19 ] S.A. Jassar, J. Caffery, H.R. You “ Scattering-Model-Based Methods for TOA Location in NLOS Environments” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL. 56, NO.2, March 2007



[ 20 ] S. A. Jazzar, J. Caffery, H.R. YOU “ A Scattering Model Based Approach to NLOS Mitigation in TOA Location Systems” Vehicular Technology Conference, 2002. VTC Spring 2002.VOL. 2

[ 21 ] Y.A. Chan, Y. C. Hang, and P.C. Ching “Exact and Approximate Maximum Likelihood Localization Algorithms” IEEE Transactions on Vehicular Technology, VOL. 55, NO.1, January 2006

[ 22 ] Caffery “ A New Approach to the Geometry of TOA Location” Vehicular Technology Conference IEEE VTS-Fall VTC 2000 pp.1943-1949 , 52nd, 2000.

[ 23 ] G.Shen, R. Zetik, O.Hirsch, and R. S. Thoma “ Range-Based Localization for UWB Sensor Networks in Realistic Environments” Hindawi Publishing Corporation EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking Volume 2010

[ 24 ] L. Lin, D.Ping, F. Pingzhi “ A Simple and Efficient Positioning Algorithm Based on Geometry” 2010 International Conference on Communications and Mobile Computing, pp.374-377