

國立交通大學

電信工程學系碩士班

碩士論文

三階諧波石英晶體振盪器之研究



The Study of 3rd Overtone Crystal Oscillator

研究生：蔡昕璋

指導教授：高曜煌 博士

中華民國九十三年八月

三階諧波石英晶體振盪器之研究

The Study of 3rd Overtone Crystal Oscillator

研究生：蔡昕璋

Student：Hsin-Chang Tsai

指導教授：高曜煌

Advisor：Prof. Yao-Huang Kao

國立交通大學

電信工程學系碩士班



A Thesis Submitted to
The Institute of Communication Engineering
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Chiao Tung University
In partial Fulfillment of the Requirements
For the Degree of Master of Science
In
Communication Engineering
Aug 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年八月

三階諧波石英晶體振盪器之研究

The Study of 3rd Overtone Crystal Oscillator

研究生：蔡昕璋

指導教授：高曜煌 博士

國立交通大學電信工程學系碩士班



本論文研究用於高頻時脈參考源諧波石英晶體震盪器，文中提到三種架構，針對第一種純由回授電阻選擇負電阻區的震盪器，求得交越零頻率以及諧波處負阻抗公式，進而發展出一套適用於 CMOS 製程的設計流程，在此設計流程內，考慮了穩定震盪的因素。此外，並討論第二種外加電感電容的架構。在最後並提出一種新的架構，能增加基本波處主動電路提供的正電阻，搭配上正向耦合邏輯輸出級，輸出波型符合 ECL 100K 之規範，以期待能與數位電路系統作一緊密的結合。

The Study of 3rd Overtone Crystal Oscillator

Student : Hsin-Chang Tsai

Advisor : Prof. Yao-Huang Kao

Institute of Communication Engineering

National Chiao Tung University



In this thesis, reference high frequency clock sources are studied. especially , the 3rd overtone crystal oscillator is focused. Three types are examined . In the first type, the frequency range of negative resistance is only controlled by the feedback resistance. The origin of the tuning is clearly illustrated. The second type involves external LC network to make circuit resistance positive at fundamental frequency. At last, a new design is presented to enhance the positive resistance at fundamental frequency, and with PECL output stage, desiring to make 3rd overtone crystal oscillator combine with digital circuit system more compactly.

誌謝

本論文得以順利完成，首先要感謝我的指導教授高曜煌博士，在兩年的研究生生活中，無論電機領域的專業或生活上的待人處事，都使我有很大收穫。此外，感謝龔正教授與謝太炯教授撥冗擔任我的口試委員，提供寶貴的意見。

感謝 909 實驗室的所有成員：孟庭、炯宏、義濱學長學與界鏘、紀震、怡然、清榕以及 babu、崇安、建樺、東鉞學弟們，謝謝你們平時生活的照顧與協助，研究生的生活因你們而有了許多歡笑與回憶。

最後，感謝我的父母與家人，他們的支持使我可以專心於研究，並完成這份論文。

僅以此論文獻給所有關心我、愛我的人。



目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	v
圖目錄	vi
第一章 緒論	1
1.1 動機	1
1.2 石英共振體與基本波震盪器	2
1.3 已知的三階諧波石英晶體震盪器	11
1.4 系統方塊	11
1.5 論文架構	12
第二章 回授電阻法	13
2.1 回授電阻法解析	13
2.2 元件對負電阻影響	25
2.3 設計實例	31
2.4 高通回授法	36
第三章 外掛LC網路三階諧波石英晶體震盪器與PECL輸出級	39
3.1 外掛LC網路三階諧波三階諧波石英晶體震盪器	39
3.2 具有PECL輸出級之三階諧波震盪器	49
第四章 結論	56
參考文獻	57



表目錄

表一	各種通訊系統用的石英震盪器	2
表二	石英晶體參數	4
表三	預計規格	12
表四	設計流程	24



圖目錄

圖 1.1	數位相機系統架構圖	1
圖 1.2	石英共振腔共振模態圖	3
圖 1.3	石英虛部阻抗	4
圖 1.4	石英等效電路	5
圖 1.5	pierce 架構	5
圖 1.6	反相器架構等效為 Colpitts 電路	6
圖 1.7	巴克豪森理論模型	7
圖 1.8	共振腔的衰減響應	7
圖 1.9	正負電阻抵銷的穩定震盪	8
圖 1.10	主動電路實現負電阻	8
圖 1.11	一般的負電阻分析	8
圖 1.12	本論文負電阻分析方式	9
圖 1.13	負電阻頻率響應	10
圖 1.14	overtone 電路	11
圖 1.15	電路架構方塊圖	12
圖 2.1	負電阻頻率響應及等效電路	13
圖 2.2	核心電路	14
圖 2.3	負電阻分析示意圖	14

圖 2.4	小訊號等效電路	14
圖 2.5	負電阻隨回授電阻變化	20
圖 2.6	負電阻示意圖	20
圖 2.7	主動電路複數平面圖	22
圖 2.8	元件對負電阻影響(1)	25
圖 2.9	元件對負電阻影響(2)	26
圖 2.10	元件對負電阻影響(3)	27
圖 2.11	元件對負電阻影響(4)	28
圖 2.12	元件對負電阻影響(5)	29
圖 2.13	回授電阻對負電阻影響	30
圖 2.14	設計實例核心電路圖	31
圖 2.15	負電阻模擬示意圖	33
圖 2.16	公式與 HSPICE 比較	33
圖 2.17	震盪波形與頻譜模擬	34
圖 2.18	phase noise 模擬	34
圖 2.19	layout	35
圖 2.20	震盪器電路	36
圖 2.21	回授路徑	36
圖 2.22	負實部主動電路阻抗響應	38

圖 3.1	震盪器電路	39
圖 3.2	Colpitts 小訊號模型	40
圖 3.3	打斷回授路徑求增益	40
圖 3.4	M25-93A 電路圖	42
圖 3.5	負電阻模擬	42
圖 3.6	震盪波形與頻譜	43
圖 3.7	相位雜訊模擬	44
圖 3.8	量測結果	44
圖 3.9	晶片實作圖	45
圖 3.10	負電阻量測	45
圖 3.11	原理說明	46
圖 3.12	負載效應負電阻模擬	48
圖 3.13	整體架構	49
圖 3.14	PECL 類型	50
圖 3.15	PECL 輸出級	51
圖 3.16	震盪波形模擬	51
圖 3.17	考慮電阻偏移	53
圖 3.18	layout	55



第一章

緒論

1.1 研究動機

石英震盪器由於極高的品質因素，因此常做為各種通訊系統或數位電路的參考頻率。目前常見的商用系統中，如 DVD player 及 DVD recorder 中的 clock generator 需要三十幾 MHz[1]，以及圖 1.1 的數位相機、數位攝影機要 71MHz 的 Clock Generator[1]，

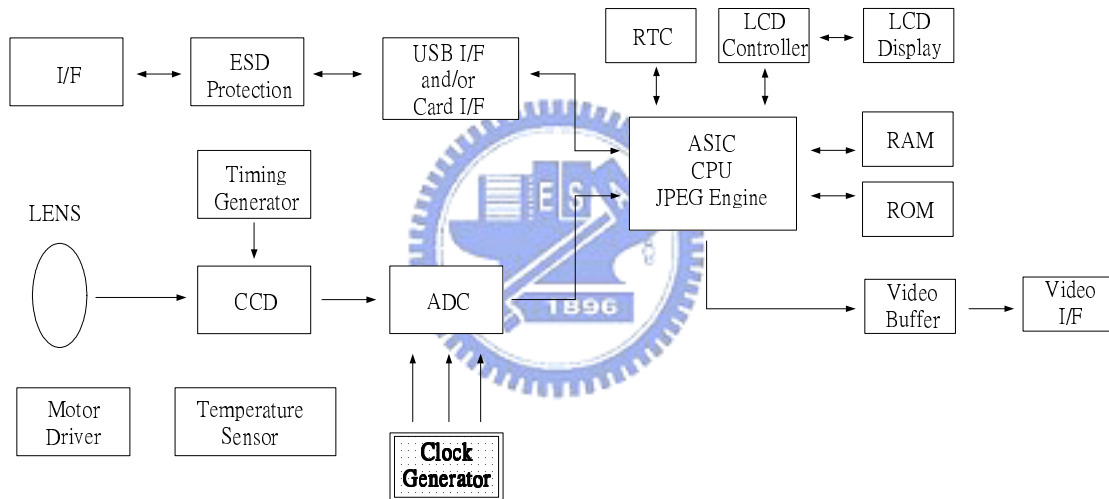


圖 1.1

然而由於受限於石英機械研磨的限制，市面上常見的石英震盪器基本波最高約在 30MHz 左右，對於越來越高的電路操作頻率而言，若要遷就石英的低震盪頻率則必須採用倍頻電路及濾波器，增加成本，而且倍頻之後隨之而來的是相位雜訊的增加(頻率倍頻 n 倍，相位雜訊增加 $20\log(n)$ dB)，而且增加功率消耗；因此，本論文要利用石英在奇數階諧波處共振的特點，做出仍保有低雜訊表現的石英晶體震盪

器。

另外像 set top box[1]等等的系統都有機會用到高頻的 overtone crystal 來當做 clock。

	ISDN & xDSL	Base Station
VCXO	310MHz	60MHz
	155.5MHz	130MHz

表一 兩種通訊系統的整理[2]

綜合上面整理的表格，可知道石英震盪器在各種系統的重要性，而只要是用到較高頻率的參考源，overtone crystal oscillator 就有其可用之處。

1.2 石英共振體與基本波震盪器

石英共振體在 AT-cut 的機械共振模式為厚度剪向震動

(Thickness-shear) 其厚度為半波長的整數倍，震盪模態如圖 1.2(a)

基本波、(b)三倍頻，

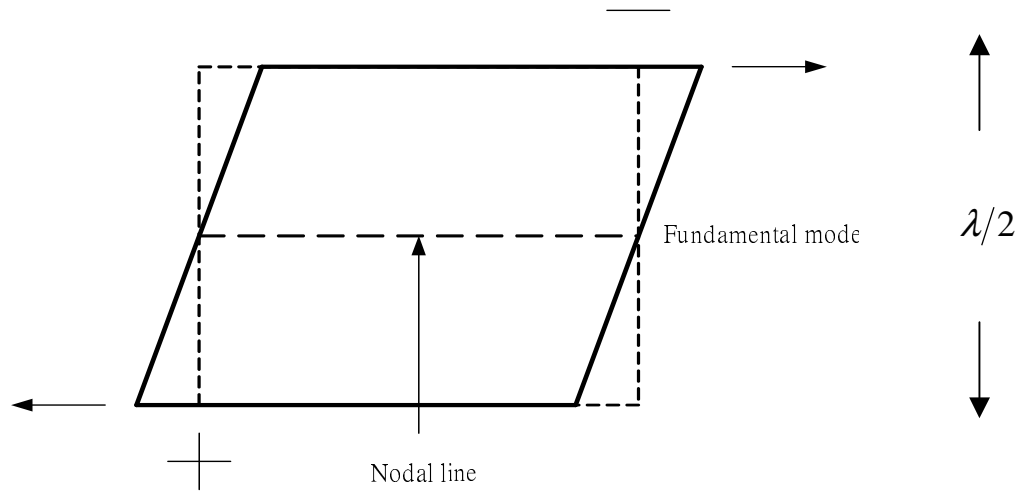


圖 1.2(a) fundamental mode

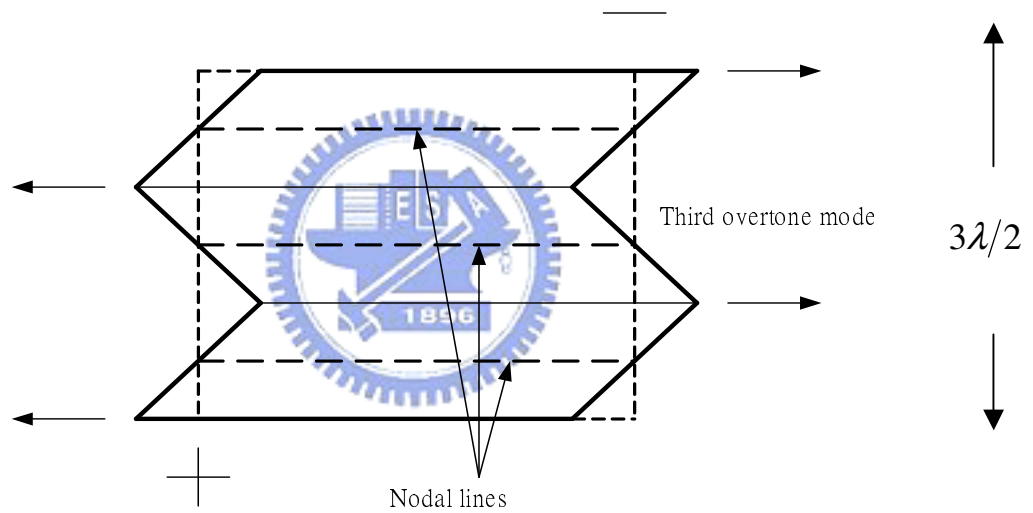


圖 1.2(b) 3rd overtone mode

由於石英共振體兩端電極為一正一負，因此僅有奇數階的共振模態符合，稱為 3rd overtone、5th overtone 等等，所有的 crystal overtone oscillator 必定只有奇數諧波。

	基本波	三倍波
Fs[MHz]	155.519649	156.2757
Ls[μH]	205.755	1481.696
Cs[fF]	5.09	0.7
Rs[Ω]	11.5	25.3
Co[pf]	2.7	2.9
Q[unloaded]	17483.09	57505.60

表二 石英晶體參數

由表二可以看出，overtone 的電阻大，unloaded Q 雖然 overtone 的電阻大，但是因為 Cs 大幅縮小，因此 Q 反而增加，其中，

$$\text{串聯共振頻率 } f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}}, \text{ 並聯共振頻率 } f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s \left(\frac{C_0 + C_s}{C_0 C_s} \right)}}。$$

經由計算石英的虛部阻抗(圖 1.3)可以看到串聯共振頻率 fs 與並聯共振頻率 fp。如下圖所示可知在兩者之間有電感性的特性。

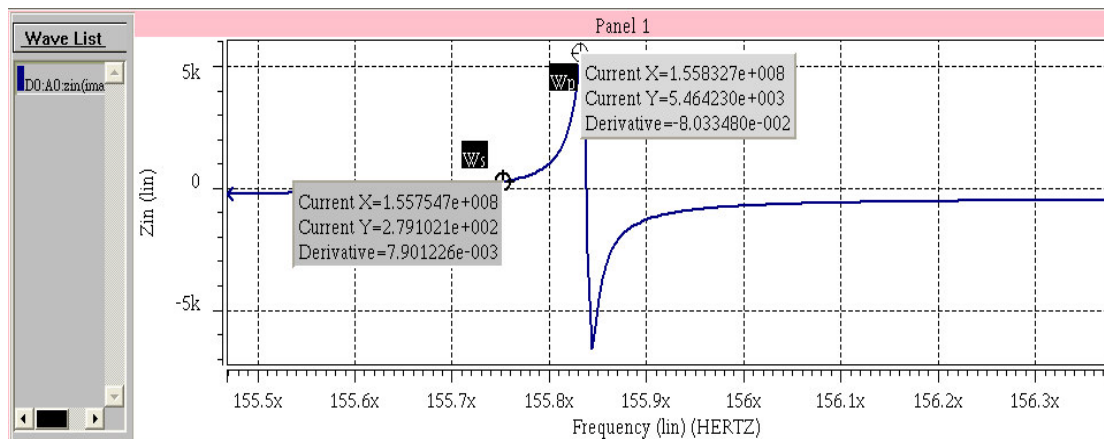


圖 1.3 石英虛部阻抗

石英的震盪等效電路如圖 1.4，每一串聯電路 $L_s(i)$ 、 $C_s(i)$ 、 $R_s(i)$

分別代表其機械性共振模態，其中 i 為奇數，每個模態其阻抗 $Z_s(i)$ 也不相同。每個模態之共振頻率可以表示為

$$\omega_s(i) = \frac{1}{\sqrt{L_s(i)C_s(i)}} \quad (1-1)$$

其品質因素為

$$Q(i) = \frac{1}{\omega_s(i)C_s(i)R_s(i)} \quad (1-2)$$

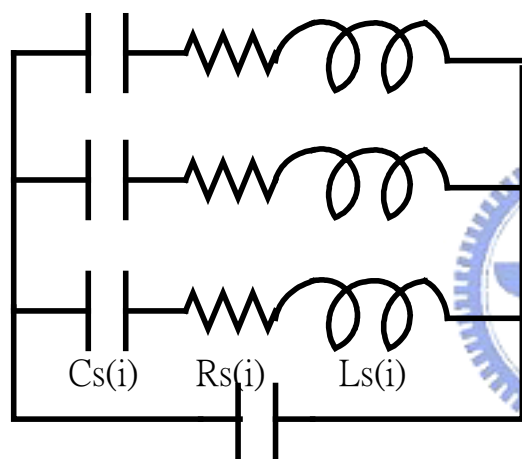


圖 1.4 石英等效電路

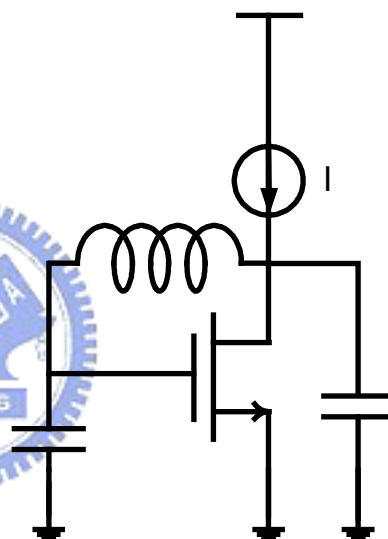


圖 1.5 pierce 架構

基本波石英震盪器最常採用 pierce 的架構(圖 1.5)，而石英晶體震盪器最常出現的反相器架構，如果將上面的 PMOS 翻下來與下面的 NMOS 重疊可以看作其實就是一個 Colpitts 兩電容一電感的震盪電路(圖 1.6)。由於石英必須操作在電感性區間以實現 Colpitts 電路的電感，因此去對石英的阻抗做分析時可以看到其虛部為電感性處才有可能發生震盪

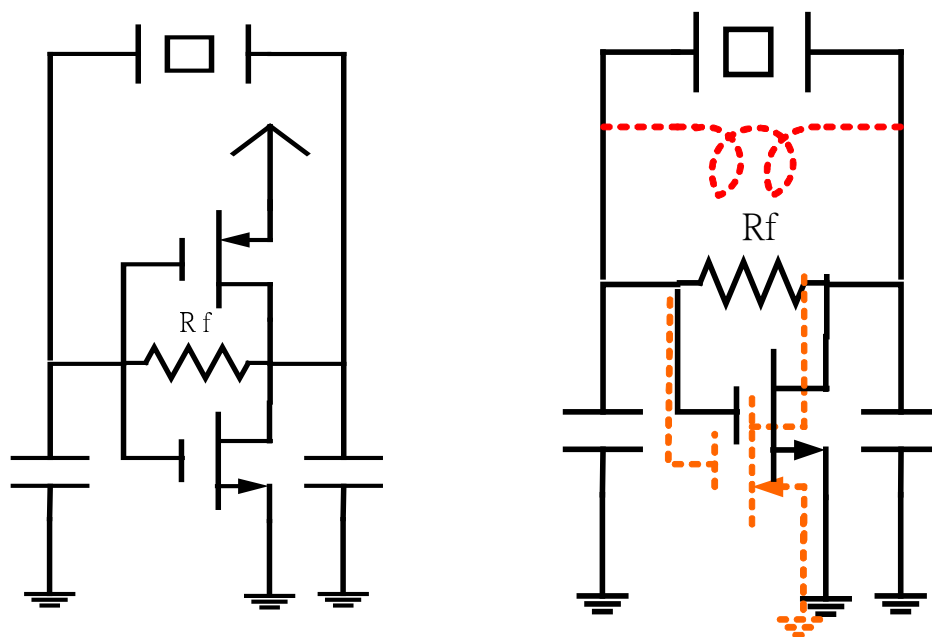


圖 1.6 反相器架構等效為 Colpitts 震盪電路

設計原理

一般震盪器設計原理有兩種，一是 barkhausen 準則，其道理在於當震盪器的閉迴路增益(closed loop gain)大於 1，訊號從正回授路徑回來相位為零之頻率響應處即產生震盪。其理論模型如圖 1.7，包含一負增益放大器(-A)及一共振槽電路作為頻率選擇，此電路將在某一頻率下振盪，而共振槽在此頻率下提供 180° 之相位移，負增益放大器提供另外之 180° 相位移。因此在此頻率下，繞迴路一圈全部的相位移為 0° 或是 360° 。為了確保振盪的發生及持續，負增益放大器之增益 A 需大於 RC 網路轉移函數之倒數。當打開電源後，振盪振幅逐漸增加，直到被電路中之非線性效應機限制幅為止。

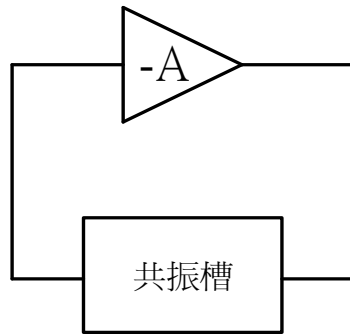


圖 1.7 Barkhausen 理論模型

第二種起振分析方法為負電阻分析，如圖 1.8 所示若考慮一個簡單具有正電阻的 LC 共振器並由一外加電流脈衝所激發，該共振腔會表現出衰減的震盪波形，原因在於從電流脈衝而來的能量會經由 R_p 消耗掉，但若是理論上直接加上一負電阻 $-R_p$ 抵銷 R_p ，則電流脈衝所產生的能量將在電感 L_p 與電容 C_p 內反覆移動，穩定震盪即可產生，如圖 1.9；然而負電阻並沒有單一元件可以實現，必須藉由主動電路的仔細設計，使得在所設計的節點看進去得到負的阻抗實部，如圖 1.10。

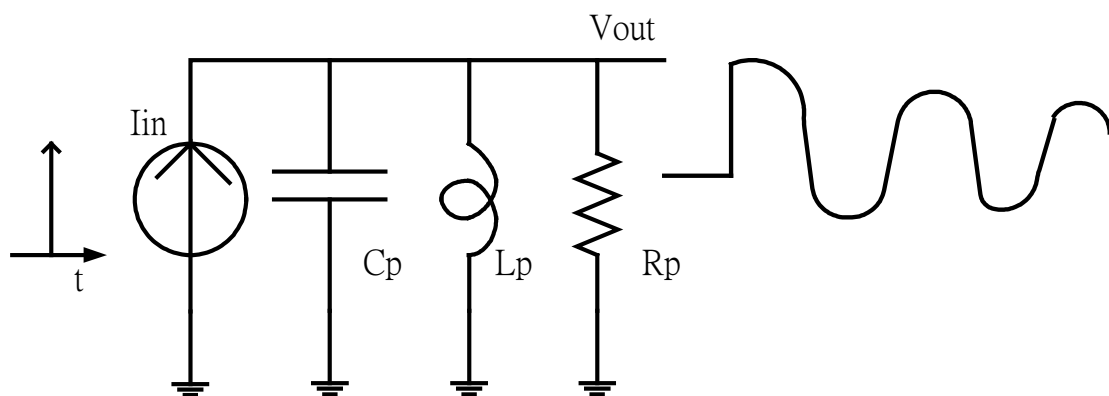


圖 1.8 共振腔的衰減響應

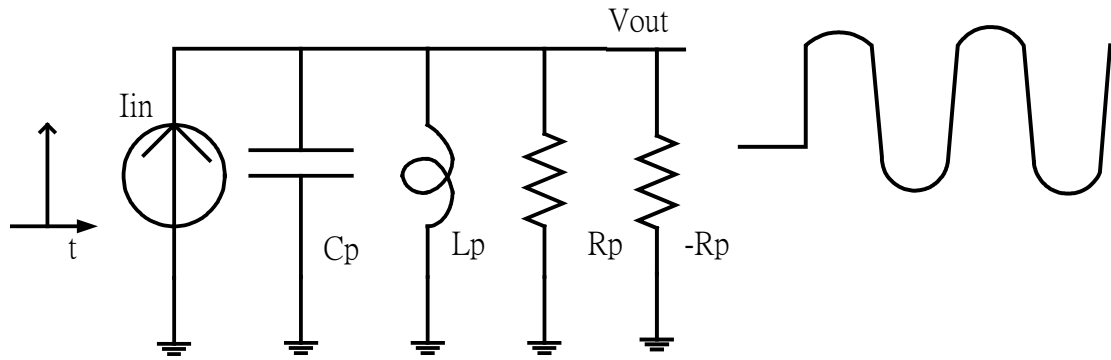


圖 1.9 正負電阻抵銷的穩定震盪

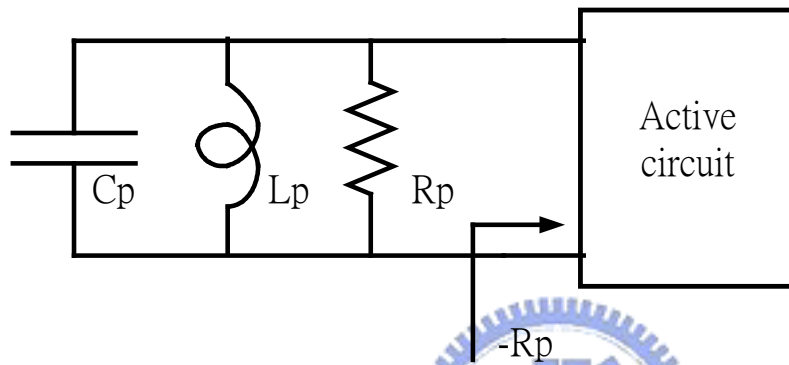


圖 1.10 以主動電路實現負電阻

本論文所採用的起振分析是以負電阻的觀點來設計。

一般來說分析石英震盪器的負電阻會將整個石英等效電路拿掉，差動式地看入主動電路的阻抗實部，如圖 1.11。

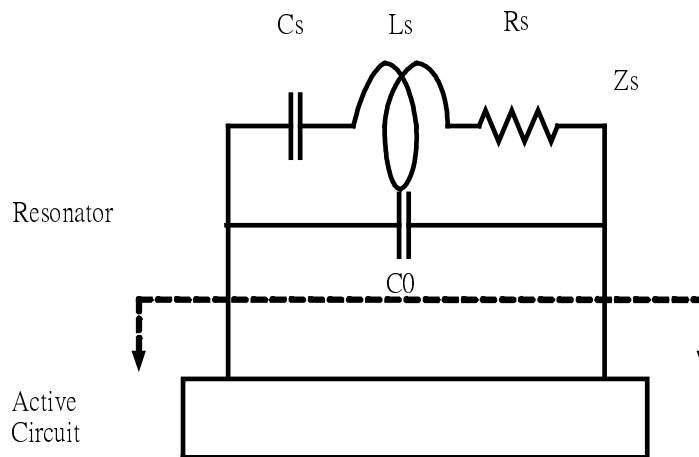


圖 1.11 一般的負電阻分析

但為了要滿足克希荷夫迴路定律，必須先將石英等效並串聯電路轉換為串聯，求得石英的等效串聯電阻(Effective Series Resistance:ESR)，然後再跟主動電路提供的負電阻相比，這樣的方法複雜較不直觀，為方便起見將 C_0 包含進主動電路如圖 1.12，

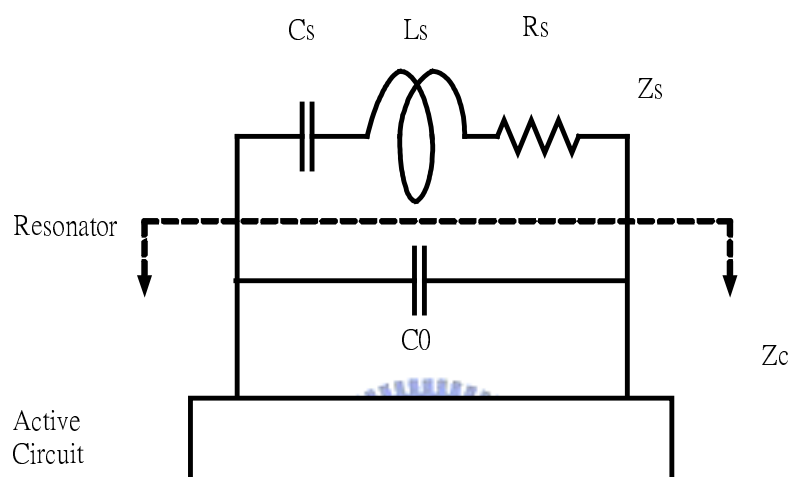


圖 1.12 本論文的負電阻分析方式

這樣子的分析方法只要將 Z_c 的負實部阻抗直接和 R_s 相比即可

前面曾經提到石英有多個奇數階的震盪模態，而且模態越低 R_s 越小，若想要震盪在三階諧波頻率，必須要抑制基本波的震盪，並提供適於三階諧波起振的環境。前面的負電阻理論，可以得知若能做出一主動電路使得其實部阻抗的頻率響應在基本波處為正，且在三階諧波處為負，絕對值大於三階的 $R_s(3)$ 的主動電路，則三階諧波的震盪是可以發生的，如圖 1.13 所示。

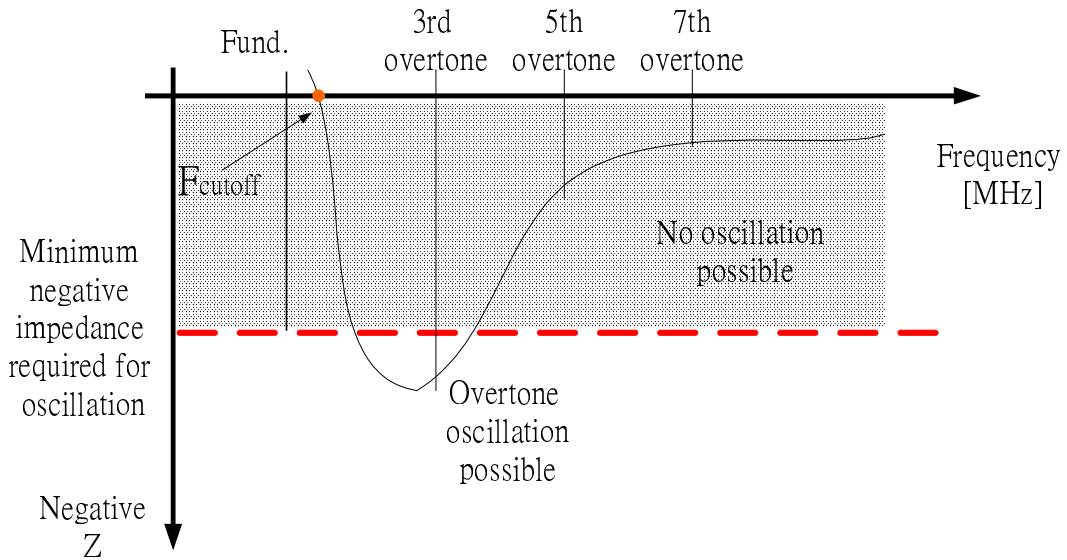


圖 1.13 負電阻頻率響應

圖 1.13 可以看出諧波震盪器的原理，曲線為負電阻，它發生的最低頻率 f_{cutoff} 比基本波頻率高，所以不會產生基本波震盪，在後面的兩個 overtone 之所以”No oscillation possible”，是因為越高階的諧波其石英的等效電路的 R_s 值越大，該主動電路於第五階、第七階 overtone 處所提供的負電阻已經掉下來了，但 R_s 卻往上升，因此不會震盪。一般來說負電阻會選擇比正電阻大上 2 到 3 倍。以前採用外加電感的方式對基本波做抑制的動作，但不能積體化，所以本文以全積體化為目標，提出一架構可直接輸出 155MHz 接近 rail-to-rail 振幅的弦波訊號，再經由反相器串接轉成方波輸入 PECL，使 output 符合 PECL 方波的規範。

1.3 已知的三階諧波石英晶體震盪器

外掛 LC 網路有兩種類型，其原理分別為：一是藉著將 LC 網路共振在 overtone 附近，以石英共振體在共振時短路的特性作一穩頻的功能，例如圖 1.14；另一種方法是利用外加電感及輸出端電容共振在較低頻處以破壞基本波的負電阻，本論文將探討第二種電路。

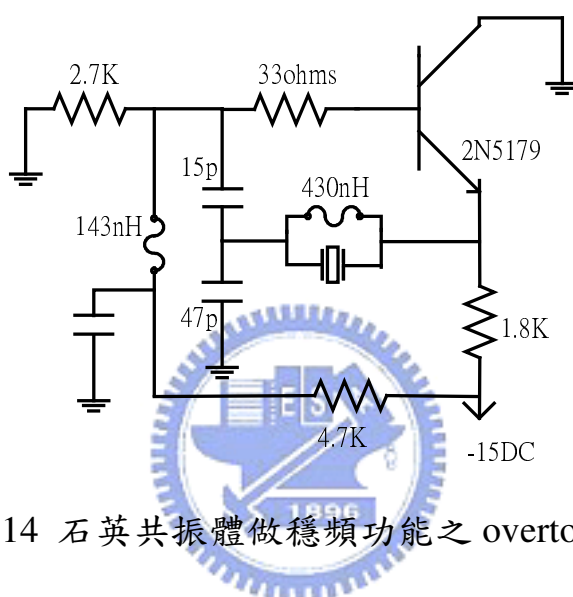


圖 1.14 石英共振體做穩頻功能之 overtone 電路[3]

1.4 系統方塊

系統方塊圖如圖 1.15，規格如表三，包含三階諧波震盪器、方波轉換器及正向耦合輸出級，其中三階諧波震盪器使用自己設計的負電阻頻段選擇主動電路，負電阻區要涵蓋三階諧波並排除基本波，

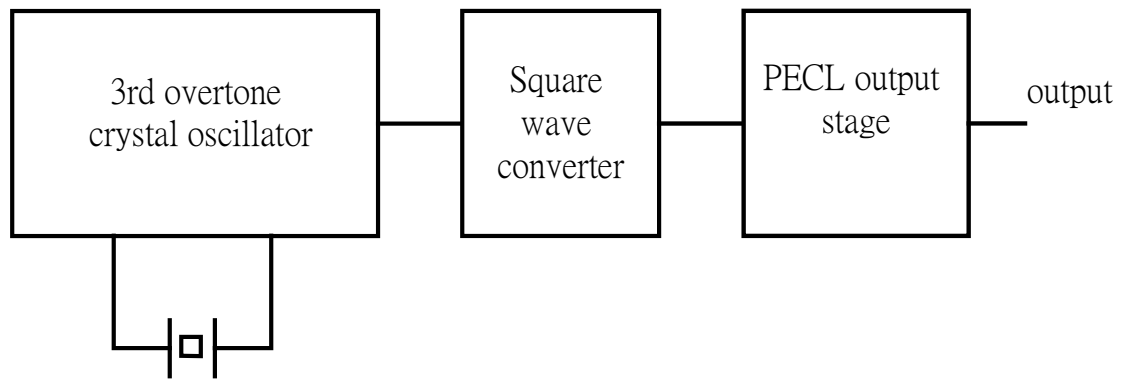


圖 1.15 電路架構方塊圖

整個電路除石英共振體外,皆以 TSMC 2P4M 0.35 μ m 製程實現。

規格	結果
電源供應電壓	3V
壓控振盪器震盪頻率	156.27MHz
系統消耗功率(Vdd=2.5V)	32.1mW(含 buffer)
Voh	2.03V
Vol	1.2V

表三 預計規格

1.5 論文架構

本論文第一章為緒論，第二章討論回授電阻法，以分析及合成的觀點解釋之，並發展一套設計流程，除此之外，還介紹了一種自己設計的三階諧波石英晶體震盪器，第三章為討論外加 LC network 的類型及 PECL 輸出級設計，第四章為結論。

第二章

回授電阻法

2.1 回授電阻法解析

因為回授電阻的大小會影響負電阻的大小及頻率位置，本章節對此種類型的三階諧波震盪電路做小訊號模型的推導，藉以了解為何縮小回授電阻能得到抑制基本波震盪且在諧波處能發振的效果。

在以前 Gray[4]的分析中省略回授電阻 R_f ，因此無法說明低頻負電阻行為，其等效電路如圖 2.1 與負電阻表示方程式如(2-1)式

$$\text{Re}(Z_C) = -\frac{g_m C_1 C_2}{(g_m C_3)^2 + \omega^2 (C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_1 C_3)^2} \quad (2-1)$$

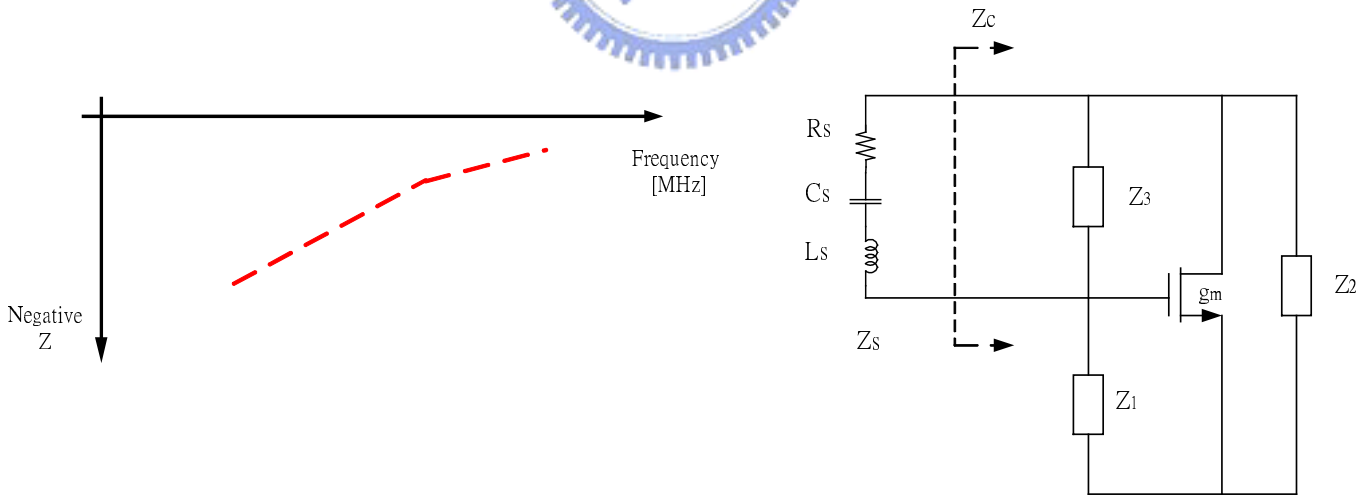


圖 2.1(a)(2-1)式負電阻頻率響應示意圖

圖 2.1(b) 等效電路[4]

今為要探討低頻的負電阻行為，特別是從正電阻變為負電阻的頻率

f_{cutoff} ，在本文中稱為截止頻率點，吾人保留 R_f 並詳加分析如下，

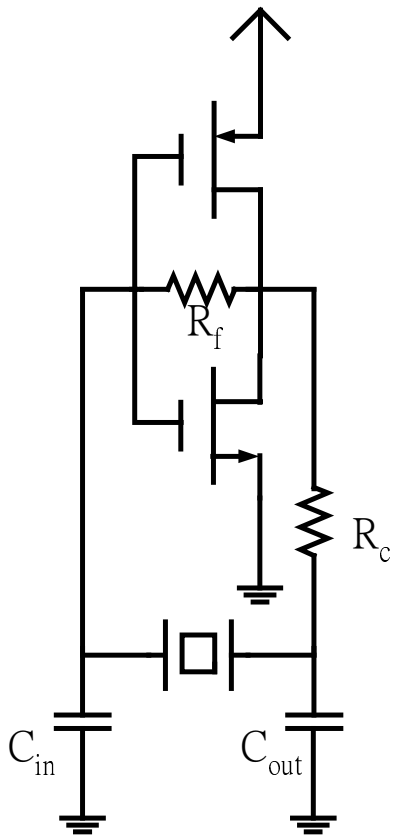


圖 2.2 核心電路

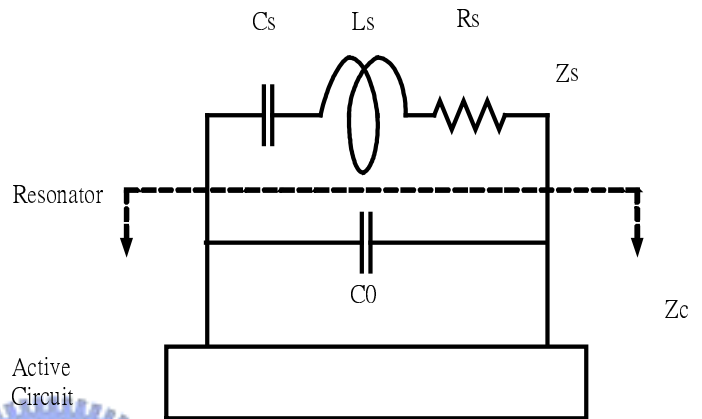


圖 2.3 負電阻分析示意圖

首先，在圖 2.2 畫出核心電路，圖 2.3 為負電阻分析示意圖，接著在圖 2.4 畫出小訊號等效電路，

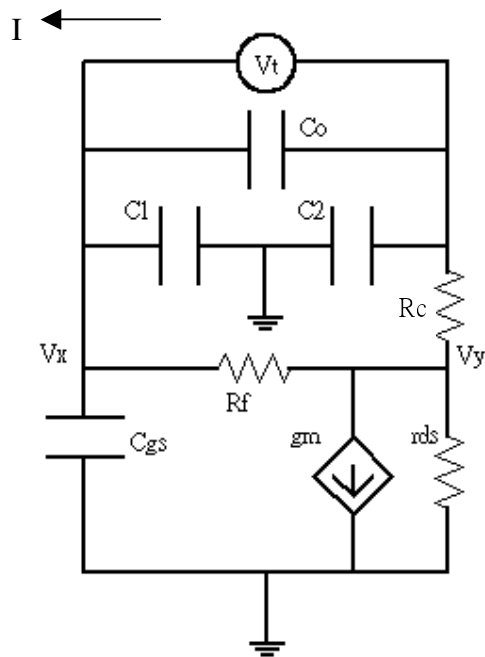


圖 2.4

現在的目標在於求出從外加測試電壓源 V_t 流出的電流 I ，進而即可知道從 V_t 兩端差模看入的阻抗為何。從 V_t 流出的電流可表示如下

$$I = V_t s C_o + V_x s C_1 + V_x s C_{gs} + \frac{V_x - V_y}{R_f} \quad (2-2)$$

如今要先求得 V_x 、 V_y 才能解(2-2)式，所以先對節點 Y 做 KCL

$$\frac{V_y - V_x}{R_f} + \frac{V_y}{r_{ds}} + g_m V_x + \frac{V_y + V_t - V_x}{R_c} = 0 \quad (2-3)$$

整理可得

$$V_y \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{ds}} + \frac{1}{R_c} \right) = \frac{V_x}{R_f} - g_m V_x - \frac{V_t - V_x}{R_c} \quad (2-4)$$

$$V_y = \left(\frac{V_x}{R_f} - g_m V_x - \frac{V_t - V_x}{R_c} \right) \times (R_f // r_{ds} // R_c) \quad (2-5)$$

因為本論文所採用的負電阻分析方式是由石英兩端節點差模

(differential in)看進去的阻抗，因此 ground 節點可以僅僅看作是一個普通的短路節點。

所以可以對 ground 節點作 KCL 求 V_x 如下

$$\begin{aligned} & V_x s C_{gs} + V_x g_m + \left(\frac{V_x}{R_f} - g_m V_x - \frac{V_t - V_x}{R_c} \right) \times (R_f // r_{ds} // R_c) \times \frac{1}{r_{ds}} \\ & + V_x s C_1 + (V_x - V_t) s C_2 = 0 \end{aligned} \quad (2-6)$$

整理如下


$$V_x \left[sC_{gs} + g_m + sC_1 + sC_2 + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{r_{ds}} \right] = \frac{V_t}{r_{ds}} \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{R_c} + V_t sC_2$$

$$\cong \frac{V_t}{r_{ds}} + V_t sC_2 \quad (2-7)$$

一般而言， R_f 約 $3K\Omega$ 左右、 r_{ds} 約 $10K\Omega$ 、 R_c 約 100Ω 上下，故可以

把 $\frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{R_c}$ 此項忽略掉。

最後可寫出 V_x 對 V_t 的函數

$$V_x = V_t \left(\frac{1}{r_{ds}} + sC_2 \right) \times \left[sC_{gs} + sC_1 + sC_2 + g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{r_{ds}} \right]^{-1}$$


$$(2-8)$$


再將(2-8)式代入(2-5)解出 V_y 對 V_t 的函數，得到(2-9)式

$$V_y \cong \frac{V_t \left(\frac{1}{r_{ds}} + sC_2 \right) \times \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times (R_f // r_{ds} // R_c)}{\left[sC_{gs} + sC_1 + sC_2 + g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{r_{ds}} \right]} - V_t$$

$$(2-9)$$

將(2-8)、(2-9)代入(2-2)式，得到下式

$$I = V_t s C_o + \frac{V_t \left(\frac{1}{r_{ds}} + s C_2 \right) \times (s C_1 + s C_{gs})}{\left[s C_{gs} + s C_1 + s C_2 + g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{r_{ds}} \right]} +$$

$$\frac{V_t + \frac{V_t \left(\frac{1}{r_{ds}} + s C_2 \right)}{\left[s C_{gs} + s C_1 + s C_2 + g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{r_{ds}} \right]} \left[1 - \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times (R_f // r_{ds} // R_c) \right]}{R_f}$$


(2-10)

整理得

$$\frac{I}{V_t} = s C_o + \frac{\left(\frac{1}{r_{ds}} + s C_2 \right) \times (s C_1 + s C_{gs}) + \frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{r_{ds}} + s C_2 \right) \left[1 - \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times (R_f // r_{ds} // R_c) \right]}{\left[s C_{gs} + s C_1 + s C_2 + g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{(R_f // r_{ds} // R_c)}{r_{ds}} \right]} + \frac{1}{R_f}$$

(2-11)

(2-11)式為電導，將之轉為阻抗

$$Z = \frac{g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{R_f // r_{ds} // R_c}{r_{ds}} + \left\{ \frac{1}{R_f} \left(g_m + \frac{1}{r_{ds}} \right) - \omega^2 (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) \right\} + s(C_{gs} + C_1 + C_2)}{s \left\{ C_o \left(g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{R_f // r_{ds} // R_c}{r_{ds}} \right) + \frac{C_{gs} + C_1 + C_2}{R_f} + \frac{C_1 + C_{gs}}{r_{ds}} \right\} + \frac{C_2}{R_f} \left[1 - \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \frac{R_f // r_{ds} // R_c}{r_{ds}} \right]}$$

(2-12)

在希望有準確預測截止頻率公式的情況下，將(2-12)式有理化如

(2-13)式

$$\text{Re}\{Z\} = \frac{\left[g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{R_f // r_{ds} // R_c}{r_{ds}} \right] \left\{ \frac{1}{R_f} \left(g_m + \frac{1}{r_{ds}} \right) - \omega^2 (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) \right\} + \left\{ \frac{1}{R_f r_{ds}} \left[1 - \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_c} \right) \times \frac{R_f // r_{ds} // R_c}{r_{ds}} \right] - \omega^2 (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) \right\}^2 + \omega^2 (C_{gs} + C_1 + C_2) \left\{ \left[C_o \left(g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_s} \right) \times \frac{R_f // r_{ds} // R_s}{r_{ds}} \right) + \frac{C_{gs} + C_1 + C_2}{R_f} + \frac{C_1 + C_{gs}}{r_{ds}} \right] + \frac{C_2}{R_f} \left[1 - \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_s} \right) \frac{R_f // r_{ds} // R_s}{r_{ds}} \right] \right\}}{\omega^2 \left\{ \left[C_o \left(g_m + \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_s} \right) \times \frac{R_f // r_{ds} // R_s}{r_{ds}} \right) + \frac{C_{gs} + C_1 + C_2}{R_f} + \frac{C_1 + C_{gs}}{r_{ds}} \right] + \frac{C_2}{R_f} \left[1 - \left(\frac{1}{R_f} - g_m + \frac{1}{R_s} \right) \frac{R_f // r_{ds} // R_s}{r_{ds}} \right] \right\}^2}$$

(2-13)

一般而言， R_f 約 $3K\Omega$ 左右、 r_{ds} 約 $10K\Omega$ 、 R_c 約 100Ω 上下， g_m 約 $20mA/V$ ，由此可知，畫線的項由於和 g_m 以及 1 比起來小很多，所以將它省略，

令(2-13)式為零，可得到精確的截止頻率公式如下

$$f_{cutoff} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{g_m}{R_f} \left(g_m + \frac{1}{r_{ds}} \right)}{g_m (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) - (C_{gs} + C_1 + C_2) \left(C_o g_m + \frac{C_{gs} + C_1 + C_2}{R_f} + \frac{C_1 + C_{gs}}{r_{ds}} + \frac{C_2}{R_f} \right)}}$$

(2-14)

式(2-14)預估了截止頻率與 R_f 的關係，電阻越小截止頻率越高。

另一個必須關心的是，在諧波頻率處負實部阻抗其絕對值夠不夠大？由(2-13)式可以發現，如果對其頻率微分取極值，微分後分子將會是 ω 的 5 次方多項式，要得到極值發生時的 ω 已非 analytic 解析方式所能勝任，況且即使得到極值發生的 ω 後需代回原方程式(2-13)式求得最後極值，這兩步驟皆非解析解所能辦到的；除此之外，若將極值設計在所欲震盪的諧波頻率處，則其負電阻將不夠大，因為隨著回授電阻的減小，其負電阻的趨勢將越來越往上浮，如圖 2.5 所示。由先前的研究知，在遠離截止頻率的地方與 Gray[4] 忽略 R_f 電阻的結果相似，如圖 2.6，所以在此將以沒有考慮回授電阻的模型所得到之主動電路負阻抗公式來對諧波處的負阻抗做預測。

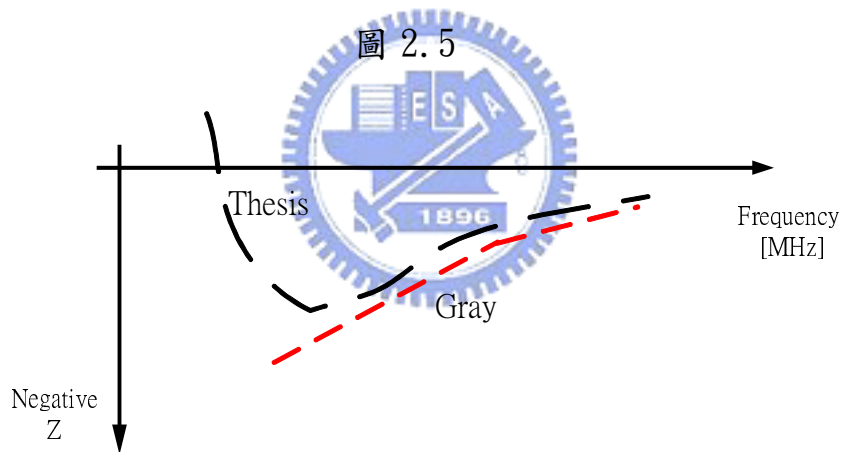
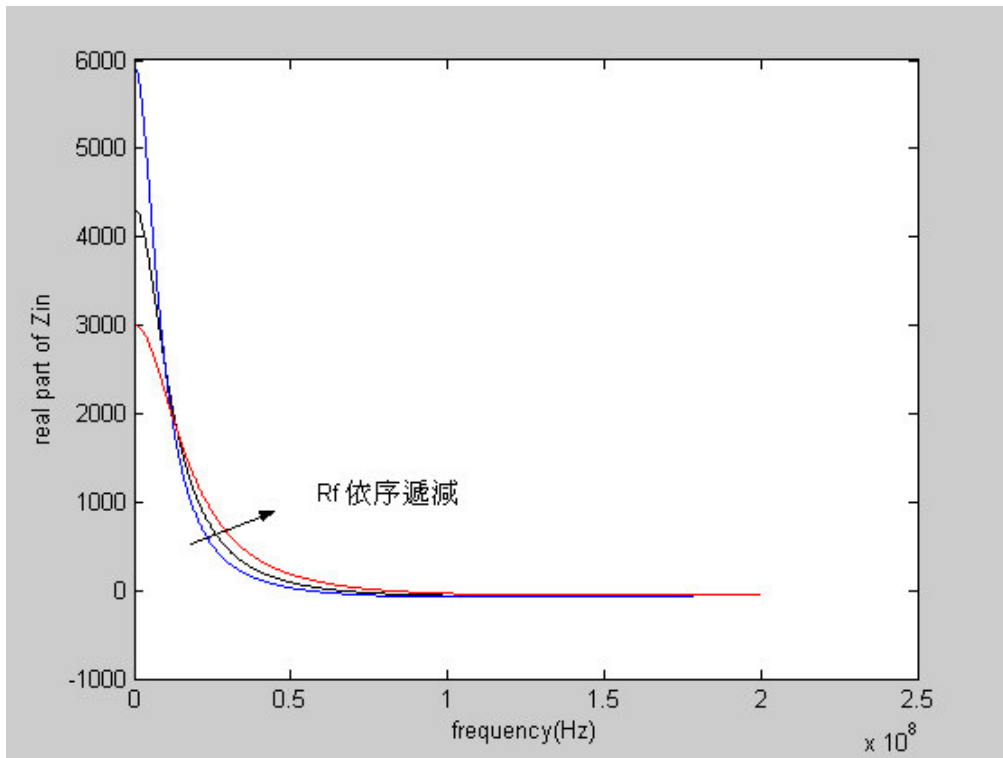


圖 2.6

將(2-13)式做一簡化使 $R_f \rightarrow \infty$ 即可得到無回授電阻的主動電

路阻抗式子，(2-15)式

$$\text{Re}\{z\} = \frac{-g_m (C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) + \left(\frac{C_{gs} + C_1}{r_{ds}} \right) (C_{gs} + C_1 + C_2)}{\left[\omega (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) \right]^2 + \left(C_0 g_m + \frac{C_{gs} + C_1}{r_{ds}} \right)^2} \quad (2-15)$$

以 $R_f \rightarrow \infty$ 所得到的式子做近似，其主要的想法在於當設計基本波的震盪器時，回授電阻的值只要約 $M\Omega$ 以上的數量級即可，也就是說電阻夠大就好[4]，由圖 2.5 可以看到當回授電阻很大時，比較高頻的部分它的負阻抗會比回授電阻小的 case 來得大一點，因此，當用(2-19)式來做諧波處主動電路提供的負阻抗預測時，可以預期的是實際的情況會較小一些，如圖 2.6 所表示。

如今可以用(2-14)、(2-15)式為基礎寫出一個設計流程如下：

(i). 決定電流 $I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{w}{l} (V_{gs} - V_t)^2$

(ii). 接下來決定尺寸 w 、 l ，緊接著 g_m 也就跟著被決定之

(iii). 尺寸以及 g_m 被決定之後， C_{gs} 和 r_{ds} 當然也就知道，諧波的

頻率 ω 端賴設計的應用同樣也是已知，所以(2-15)式

僅僅剩下 C_1 、 C_2 為待求項，一般來說諧波處的負電阻絕對值需

大於石英模型的 R_s 2~3 倍以上，所以令

$$|\text{Re}\{z\}| = \left| \frac{-g_m (C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) + \left(\frac{C_{gs} + C_1}{r_{ds}} \right) (C_{gs} + C_1 + C_2)}{\left[\omega (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) \right]^2 + \left(C_0 g_m + \frac{C_{gs} + C_1}{r_{ds}} \right)^2} \right| > 3R_s$$

並求出 C_1 、 C_2

此時的 C_1 、 C_2 、 g_m 都已決定，根據 ref. [4] 必須檢查是否小於 g_{mopt}

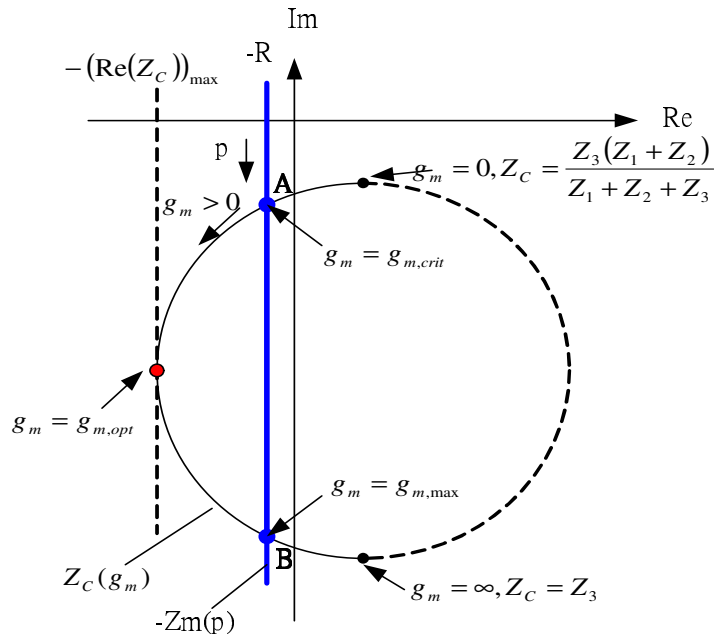


圖 2.7 主動電路複數平面阻抗圖

其中 A、B 兩點雖然皆能提供足夠的負電阻，但 B 點因為大於 $g_{m,opt}$ ，在起振之後會沿著圓軌跡，由 B 點到 $g_{m,opt}$ 到 A 點，然後穩定震盪，但由於從 B 點到 $g_{m,opt}$ 負電阻一直增加，可能會發散不收斂，故為不穩定點。

$$\therefore g_m < g_{m,opt} = \omega \left(C_1 + C_2 + \frac{C_1 C_2}{C_0} \right) \text{ 此式子必須被仔細檢查過}$$

(iv). 若 g_m 的確小於 $g_{m,opt}$ ，則可進行下一步回授電阻的計算；若沒有，將退回第一步重新定義較小的電流及 g_m 。

剩下的回授電阻 R_f 可以用預測截止頻率的(2-15)式來決定之，這裡就與基本波震盪器有很大的不同了，通常會要求主動電路交越零的頻率大於基本波至少 10MHz 以上，這是為了要克服製程偏移需保證

在三個 corner TT、FF、SS 都能不讓交越零的頻率低於基本波頻率所致。

$$\omega_{cutoff} = \sqrt{\frac{\frac{g_m}{R_f} \left(g_m + \frac{1}{r_{ds}} \right)}{g_m (C_0 C_{gs} + C_1 C_0 + C_2 C_0 + C_2 C_1 + C_2 C_{gs}) - (C_{gs} + C_1 + C_2) \left(C_o g_m + \frac{C_{gs} + C_1 + C_2}{R_f} + \frac{C_1 + C_{gs}}{r_{ds}} + \frac{C_2}{R_f} \right)}}} \cong 2\pi(f_{Fin.} + 10MHz)$$

