

國立交通大學

電信工程研究所

碩士論文

以金屬波導分歧結構與基板整合波導 Riblet
短槽結構實現 W 頻段垂交混成器



W-Band Quadrature Hybrid Realized by Metallic
Branch-Guide and SIW Riblet Short-Slot Structure

研究生：黃鵬達

指導教授：張志揚 博士

中華民國 一 百 年 七 月



以金屬波導分歧結構與基板整合波導 Riblet
短槽結構實現 W 頻段垂交混成器

W-Band Quadrature Hybrid Realized by Metallic
Branch-Guide and SIW Riblet Short-Slot Structure

研究生：黃鵬達

Student: Peng-Da Huang

指導教授：張志揚 博士

Advisor: Chi-Yang Chang



Submitted to Institute of Communication Engineering

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

in

Communication Engineering

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月



以金屬波導分歧結構與基板整合波導 Riblet 短槽結構實現 W 頻段垂交混成器

研究生：黃鵬達

指導教授：張志揚 博士

國立交通大學電信工程研究所

摘要

本論文使用兩種不同的結構以及不同的製程來實現在特高頻(EHF)的垂交混成器，第一種是用矩形金屬波導來達到 90 度五階分歧耦合器的效能，透過數值矩陣分析電路並考慮波導 E-平面 T-接面的效應來獲取電路初步的電路參數，可以縮短電磁模擬軟體嘗試與錯誤的時間，而此金屬波導其輸入輸出波導為標準 W-頻段的 WR-10 波導。第二種則是用基板整合波導來完成 Riblet 短槽式垂交混成器，並且使用扇形轉換器來進行特高頻探針的量測，其中基板整合波導使用的基板為厚度 5mil 損耗較低的介電常數 2.2 的 Rogers RT-Duroid 5880TM 板材，而扇形探針轉換器則是採用適合特高頻晶圓探針機台量測之陶瓷基板，厚度同為 5mil，介電常數 9.8。完善的組裝兩種板材可得到正確的測量結果。以上兩種混成器電路其中心頻都是在 90GHz 且設計的頻寬皆在 15% 以上，並且皆是以能夠跟平面式電路作為整合而設計，故第一種金屬波導設計為 E-平面電路，以配合 E-平面探針到微帶線轉換器，而第二種基板整合波導則設計為 H-平面電路，可直接與微帶線電路匹配。



W-Band Quadrature Hybrid Realized by Metallic Branch-Guide and SIW Riblet Short-Slot Structure

Student: Peng-Da Huang

Advisor: Dr. Chi-Yang Chang

**Institute of Communication Engineering
National Chiao-Tung University**

Abstract

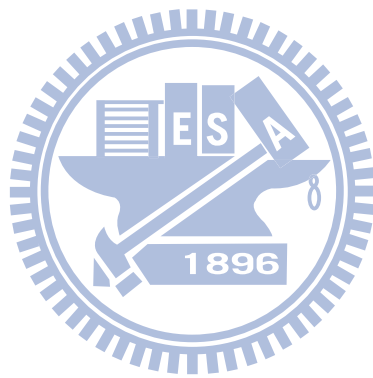
In this thesis, W-band quadrature hybrids are proposed using two different structures and manufacturing processes. The first circuit is a metallic rectangular waveguide five-branch 90° branch-line coupler. By means of analytical calculation of circuit matrix including the equivalent circuit of waveguide E-plane T-junction to obtain the initial circuit parameters, the iteration time of electromagnetic simulation can be largely reduced. The I/O waveguide is the standard WR-10 W-band waveguide. The second circuit is a substrate integrated waveguide (SIW) Riblet short-slot quadrature hybrid. A fan-shaped transition is applied to meet the on-wafer probe measurement environment in the extra-high frequency (EHF) band. The SIW is manufactured on a Rogers RT-Duroid 5880TM substrate with a low loss dielectric constant of 2.2, thickness of 5mil whereas the fan-shaped transition is implemented on an Al₂O₃ substrate with a dielectric constant of 9.8 and thickness of 5mil. A precisely assembling of transition and SIW hybrid is extremely important for a proper measurement results. Both two kinds of hybrid circuits are designed at the center frequency of 90GHz and a fractional bandwidth more than 15%. Meanwhile, both circuits are design to integrate with microstrip planar circuit. The first circuit is an E-planar circuit that it matches with an E-plane probe to microstrip transition. And the second circuit is an H-plane SIW that it is inherently applying the microstrip as the I/O transmission lines.



致謝

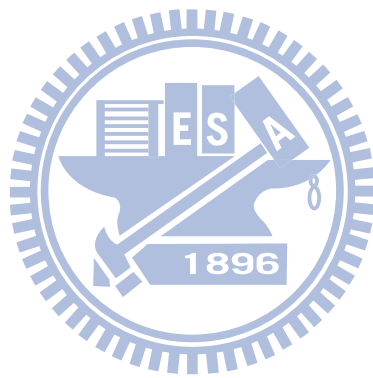
首先，要大大感謝指導教授張志揚博士兩年來的教導與照顧，老師總是在我研究遇到困難時提出關鍵有效的解決方法且從不過問我曾做過的錯誤。遺憾的是，老師的生活態度與專業知識還沒能探究完全就要畢業了，永遠會記得有這麼位可以跟學生吃飯，騎車，旅遊，平易近人的指導教授。另外要特別感謝中科院的牛博以及技術員協助本論文之波導與平面電路的製程、組裝、與量測。

要感謝的人還有很多，感謝郭伯學長在自己的研究都作不完時還抽空教導軟體的使用，感謝昀瑋學長總是細心的回答我瑣碎的問題，感謝梁八學長在碩一下的暑假經常待在實驗室並且提供我寶貴的意見，感謝建育學長經常處理我的收據，感謝廖董學長與我共同做微波實驗，感謝維欣經常幫我收老師上課用的電腦及傳輸線，感謝懿萱同學總是刺激與叮嚀我事情早點作完，感謝宛蓉同學陪我很晚還待在實驗室，感謝新進實驗室的費翔，極柑，草草，祥容帶來許多歡樂。不得不提的是，我略感愧疚的家人，繁忙的研究生生活讓我有時間偷閒時就跟朋友出去遊憩，沒有經常回家，家人也沒有多說甚麼，衷心感謝他們默默的支持與體諒。



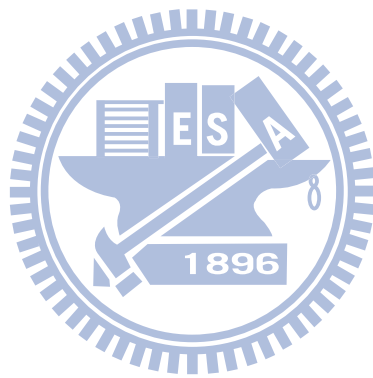
目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	iii
致謝.....	v
目錄.....	vii
表目錄.....	ix
圖目錄.....	xi
第一章 緒論.....	1
第二章 矩陣分析解析特高頻 3dB E-平面分歧波導耦合器.....	5
2.1 簡介.....	5
2.2 分歧耦合器基本概論.....	6
2.3 數值矩陣分析法.....	15
2.4 電路設計與實測.....	30
第三章 特高頻 H-平面短槽式基板整合波導(SIW)垂交混成器.....	41
3.1 簡介.....	41
3.2 短槽式基板整合波導基本理論與電路設計.....	42
3.3 量測規劃與轉換器之設計.....	54
3.4 整體電路模擬與實測.....	59
第四章 結論.....	67
參考文獻.....	69
附錄一.....	73
附錄二.....	74



表目錄

表 2-1	分歧耦合器的奇偶模特性示意表.....	12
表 2-2	二階到六階分歧耦合器的公式.....	13
表 2-3	五階分歧耦合器的阻納值.....	14
表 2-4	微調後五階分歧耦合器的阻納值.....	24
表 2-5	微調後五階分歧耦合器的阻抗值與E-平面等效電路的電抗值.....	29
表 2-6	圖 2-20 的實際物理尺寸(單位:mm).....	34
表 2-7	微調過後的實際物理尺寸(單位:mm).....	36
表 2-8	彎曲管實際物理尺寸(單位:mm, 度).....	38
表 2-9	模擬與實作的數據比較.....	40
表 3-1	3dB 短槽式耦合器的寬度與長度.....	47
表 3-2	初步的基板整合波導的物理尺寸(單位: mm).....	48
表 3-3	修正後初步短槽式耦合器的物理尺寸(單位: mm).....	49
表 3-4	修正後貫孔的短槽式耦合器物理尺寸(單位: mm).....	50
表 3-5	與平面式電路接合修正後貫孔的短槽式耦合器物理尺寸(單位: mm).....	52
表 3-6	CBCPW-to-ML 轉換器的尺寸設計(單位: um, 度).....	56
表 3-7	扇形轉換器的尺寸設計(單位: um, 度).....	58
表 3-8	圖 3-18(a)與(b)的設計尺寸 (單位: mm, 度).....	60
表 3-9	圖 3-18(c)設計尺寸 (單位: mm, 度).....	60
表 3-10	主電路模擬與實作的數據比較.....	66



圖目錄

圖 2-1	單階的平行耦合線 (a)幾和結構與端口的設定 (b)示意電路圖.....	7
圖 2-2	奇偶模激發平行耦合器示意圖 (a)偶模激發 (b)奇模激發.....	7
圖 2-3	單階的四分之波長濾波雛形電路.....	9
圖 2-4	分歧耦合器示意圖.....	11
圖 2-5	分歧耦合器 (a)偶模示意圖 (b)奇模示意圖.....	11
圖 2-6	五階分歧耦合器奇偶模示意圖.....	12
圖 2-7	單階的四分之波長轉換器.....	14
圖 2-8	一個被隔離的理想傳輸線.....	16
圖 2-9	E-平面接面中的電壓與電流.....	17
圖 2-10	二階分歧耦合器中電壓電流與 S 參數與各節點之間的關係.....	18
圖 2-11	對稱的五階分歧耦合器節點與端口的的位置分佈.....	22
圖 2-12	矩陣分析五階分歧耦合器的 S 參數響應圖.....	24
圖 2-13	微調後的矩陣分析五階分歧耦合器的 S 參數響應圖.....	24
圖 2-14	波導中 E-平面 T 接面的等效電路圖.....	25
圖 2-15	考慮 E-平面 T 接面的對稱五階分歧耦合器的等效電路圖.....	26
圖 2-16	矩陣分析五階分歧耦合器的 S 參數響應圖.....	29
圖 2-17	(a) 矩形金屬波導 (b)E-平面 T 接面 示意圖.....	30
圖 2-18	(a) E-平面 T 接面側面圖 (b) E-平面 T 接面等效電路.....	31
圖 2-19	簡化的 E-平面 T 接面等效電路圖.....	32
圖 2-20	E-平面 T 接面 (a)支線方向的參考平面 (b)主線方向的參考平面.....	33
圖 2-21	由表 2-4 轉成實際的佈局圖.....	34
圖 2-22	矩陣分析與 HFSS 模擬頻率響應的比較.....	34
圖 2-23	矩陣分析與 HFSS 模擬 (a)振幅平衡 (b)相位差 的比較.....	35

圖 2-24	微調過後的頻率響應.....	35
圖 2-25	HFSS 微調過後的 (a)振幅平衡 (b)相位差.....	36
圖 2-26	微調好的波導配上彎曲管.....	37
圖 2-27	單邊彎曲管的頻率響應.....	37
圖 2-28	整體電路的頻率響應.....	38
圖 2-29	三種不同的表面處理對電路能量損耗的比較.....	39
圖 2-30	3dB 分歧耦合器 (a)實體電路圖 (b)局部放大圖.....	39
圖 2-31	模擬與量測的頻率響應.....	40
圖 2-32	模擬與量測的 (a)振幅平衡 (b)相位差.....	40
圖 3-1	短槽式混成接面示意圖.....	42
圖 3-2	短槽式基板整合波導示意圖.....	43
圖 3-3	短槽式基板整合波導 (a)奇模分析 (b)偶模分析 電場示意圖.....	44
圖 3-4	初步的基板整合波導電路圖.....	47
圖 3-5	初步的基板整合波導頻率響應圖.....	48
圖 3-6	修正後初步的基板整合波導電路圖.....	48
圖 3-7	修正後初步的基板整合波導頻率響應圖.....	49
圖 3-8	修正後貫孔的基板整合波導電路圖.....	50
圖 3-9	修正後貫孔的基板整合波導頻率響應圖.....	50
圖 3-10	修正後貫孔的基板整合波導其 (a)振幅平衡 (b)相位差.....	51
圖 3-11	(a)短槽式基板整合波導 (b)奇模分析 (c)偶模分析 電場示意圖.....	51
圖 3-12	可與平面式電路接合的修正後貫孔的基板整合波導.....	52
圖 3-13	與平面式電路接合修正後貫孔的基板整合波導頻率響應圖.....	53
圖 3-14	與平面式電路接合修正後貫孔的基板整合波導其 (a)振幅平衡 (b)相位差.....	53
圖 3-15	CBCPW-to-ML 轉換器實際電路圖.....	56

圖 3-16	CBCPW-to-ML 轉換器頻率響應圖.....	57
圖 3-17	扇形轉換器實際電路圖.....	58
圖 3-18	扇形轉換器頻率響應圖.....	58
圖 3-19	整體電路量測 (a)反射、穿透和耦合增益 (b)隔離增益 (c)非主電路損耗的示意圖.....	60
圖 3-20	為量測 (a)反射、穿透和耦合增益 (b)隔離增益 (c)非主電路損耗 所製作的電路之頻率響應圖.....	61
圖 3-21	只有主電路的頻率響應圖.....	62
圖 3-22	只有主電路的 (a)振幅平衡 (b)相位差.....	62
圖 3-23	整體 SIW 電路的實體電路.....	63
圖 3-24	組裝成背對背形式之扇形轉換器的量測結果.....	63
圖 3-25	組裝兩種板材之非主電路損耗的量測結果.....	64
圖 3-26	整體電路反射、穿透和耦合增益之量測結果.....	65
圖 3-27	整體電路之 (a)振幅平衡 (b)相位差 量測結果.....	65
圖 3-28	整體電路隔離度增益之量測結果.....	65



第一章 緒論

大部分的毫米波和次毫米波超外差式接收機(hetrodyne receiver)在無線太空習慣使用簡單的雙旁波帶混波器去降頻轉換(downconvert)射頻訊號到中頻訊號。如此的雙旁波帶操作是去連續的觀察雙旁波帶的訊號。然而，在大部分頻譜線的觀察中從鏡像旁帶降頻轉換會導致整體的量測敏感度下降。另外，雜訊來自鏡像旁帶也會大幅提升系統的雜訊溫度。為了減少雙旁波帶外差式接收機的缺點，使用單旁波帶外插式接收機(single sideband hetrodyne receiver)作為觀察是一個解決的方法。而單旁波帶外插式接收機的主要元件有混波器，射頻功率分配器(power divider)，以及射頻垂交混成器[1-2]等等，其中寬頻的垂交混成器對觀察無線太空是不可或缺的元件的。

除了無線太空觀測需要用到垂交混成器，放大器的功率加成(power combining)技術也常會使用到。往往放大器晶片輸出之功率無法達到要求，需要利用功率加成技術來提高功率輸出，而功率加成技術又可以分成元件等級與電路等級二種。元件等級功率加成可以做到體積小功率加成效率高等優點但必須非常精準的計算元件的所有寄生效應，所以幾乎只能在單晶片上面實現，且由於在特高頻時電晶體的增益已經大幅下降，太多元件做功率加成只會使增益下降，所以有其實際的困難存在。而電路等級的功率加成在微波頻段使用的極為普遍，有人用威金森功率分配器[3]、鼠競環混成器或導波管魔術-T混成器等同相位或 180° 反相之 3dB 耦合器再配上一段四分之一波長的傳輸線來當作功率加成之元件，但其中最常見的為使用 3dB 90° 耦合器或稱作垂交混成器[4]。

但特高頻工作頻率極高，屬於毫米波頻段中之較高頻段。因此傳統平面式電路之耗損變得非常大，在很多應用場景之下變得不合適。例如在特高頻之下傳統微帶線之垂交混成器其耗損約有 1-1.5dB。因此功率加成效率大幅下降，本來兩

個放大器之理想功率加成因素應為二倍(3dB)，會變成最多只有 1.4~1.58 倍 (1.5-2dB)之加成效果，也就是說最理想的功率加成效率也只有 40%-58%。因此本論文將使用矩形金屬波導分歧線耦合器以及基板整合波導短槽式垂交混成器來克服這種特高頻時分支混成器高耗損的問題。

在過去有關分歧波導耦合器之分析與合成理論已經相當完整，也有一些相關的設計圖表可資利用 [5-7]。但是早期的論文實做的頻率都是在 X-頻段以下。設計一個有寬頻效應的五階(五個分支)分歧波導耦合器其中有許多 E-平面 T-接面，必須將 T-接面的等效電路包含進去設計才會正確。而 E-平面 T-接面其等效電路可視為是一個串聯的電抗，這個電抗值與主線、支線波導的高度有關也與頻率相關，在早期有許多波導手冊之類的書有其等效電路的曲線圖[8]。E-平面分歧波導耦合器這種結構雖已很成熟，但直到 2000 年仍有相關論文發表[9]，主要都是因為計算上精確性的提高。以上幾篇頻率都是設計在 Ku-頻帶以下。至於較高頻的論文[10]，其頻率大約設計在 40GHz。本論文將頻率上推至 W-頻段，其中最重要的是如何估計耦合器中許多 E-平面 T-接面造成整體電路的效應，我們使用數值矩陣快速地分析此耦合器並且考慮 E-平面 T-接面的影響[11]，接著在電磁模擬軟體上適當的調整幾段支線的物理尺寸以消除 E-平面 T-接面等效電抗對電路特性的影響。

矩形金屬波導元件在二次世界大戰後廣泛的被應用在微波與毫米波通訊系統、無線太空以及其他具有低穿透損耗、高功率性能或高 Q-factor 顯著特性的元件。然而，其需要頗大的物理尺寸、嚴苛精準的製程設備並且不是平面式的結構，不易整合到現代微波與毫米波積體電路中。以印刷電路板為主的電路，例如微帶線、帶線、共平面波導及槽線等等。這些傳輸線，由於其低成本、中等的穿透損耗，以及平面式電路的特性被推出作為一個微波和毫米波電路選擇，但是此種微帶線為主的印刷電路其性能在毫米波頻段時對於附近的主動裝置或被動元件的輻射或耦合是相當敏感的。近年來，一種新穎的平面式電路技術由於其低

成本、面積小並且容易與其他系統整合或使用印刷電路製成之積體電路的特性逐漸受到大家的注意，其被稱作”基板整合波導(SIW)”或”支柱-牆波導(post-wall waveguide)”。此基板整合波導元件通常使用貫孔陣列取代金屬牆並且上下兩層金屬表面覆蓋在基板的上下兩面來模仿金屬波導的結構，可以視之為一個低高度介電波導(reduce-height dielectric waveguide)，因此其具有矩形金屬波導的一切特性，由於基本整合波導是在介電常數比空氣大的基板中傳播，在相同結構下此種基板整合波導的電路尺寸會比金屬波導來的小。所以除了具有電路面積可以縮小還有低穿透損耗，低輻射損耗和不易受外部電路的干擾以及以印刷電路製作簡易的特性，並且因為此種波導是整合在電路基板中，故可與一般平面電路如微帶線電路或共面波導電路整合，這是它最大的優勢。相似的技術被使用在感光厚膜技術(photoimageable thick film)，低溫共燒陶磁波導(LTCC waveguide)，及層壓板波導(laminated waveguide)中[25-28]，而許多主動裝置與被動電路，如天線，濾波器，雙工器，功率分配器，SIW-微帶線轉換器，振盪器，移相器及耦合器也是利用此種基板整合波導的技術在近幾年逐漸被提出[29-31]。

本論文第二章將介紹矩形金屬波導 E-平面分支波導垂交混成器和其離型四分之波長轉換器的基本理論，並且借由已十分成熟的四分之波長轉換器 [12-14] 對應出分歧耦合器的初步阻納值[15-16]，接著利用數值矩陣分析電路使其快速的得到此射頻元件的性能[11]，以縮短電磁模擬的嘗試與錯誤時間，最後說明實際得到金屬波導之物理尺寸的方法 [8]， [17]，如此一個可應用在無線太空觀測單旁波帶外插式接收機以及放大器的功率加成技術中寬頻 3dB 矩形金屬波導分歧耦合器便可如此設計出來。

第三章的內容則是基板整合波導 Riblet 短槽式垂交混成器[32]，此為最近幾年十分熱門的電路，首先探討其基本理論以及設計方法[33]，接著闡述由於將電路推到特高頻時，由於製成以及量測儀器之限制所因應的量測方式，例如，使用陶瓷基板製做之扇形轉換器進行探針到 Duroid 基板製做之基板整合波導的量測

以及使用吸波材料做為終端器(termination)，同時為量測非主要電路部分之損耗，另行製作一個同等結構之電路以對外接傳輸線造成去埋藏(de-embedding)的效果，最後將量測得到的參數作一個重組以得到內部主電路的頻率響應圖。

第四章將對以上兩種不同結構，不同實現方式的特高頻 3dB 耦合器作一些比較與評論，以上二種電路都是以能與平面電路結合做考量，第一種是 E-平面電路可與 E-平面轉換器結合，第二種基板整合波導本身便是平面電路，唯所使用之基板將選用與平面電路一致的基板。



第二章 矩陣分析解析特高頻 3dB E-平面分歧波導耦合器

2.1 簡介

方向耦合器在 UHF 和微波頻率有很多的型式與應用。其中分歧方向耦合器是適合用各種型態的傳輸線來實現。當使用波導實現時，分歧方向耦合器其機械結構與電性能相似於 Riblet 短槽式耦合器或多孔洞(multihole)耦合器，而當使用同軸電纜或帶線線時並沒有與分歧方向耦合器相似結構或性能的電路。分歧方向耦合器其兩條主線的耦合量是透過有線長度的支線來傳遞的，此種形式適合強耦合設計，比較不適用於弱耦合的電路。用奇模偶模來分析對稱的耦合器的想法最早可追溯到戰爭時期 Lippman 提出的報告[18]，這種分析方法後來被出版在許多期刊[19-20]，文獻[19]由 Reed 及 Wheeler 比較分歧耦合器和混成環的性能。Reed 後來提出有限階數之分歧耦合器的公式和計算結果，其中還包含 0dB 的耦合器[21]。文獻[19], [21]考慮的耦合器是週期性耦合器(periodic couplers)，也就是其從輸入端到輸出端有一致的主線阻抗，而支線阻抗除了結尾的支線阻抗可以不同其他都相同，這樣的耦合器具有週期性結構的優點，亦即其結構比一般正常的耦合器簡單，但其通帶的特性較難探究出清楚的定義。為了取得通帶的行為，比起週期性的結構，其主線與支線之阻抗必須被濾波器型態的結構控制。文獻[22]由 Lomer 和 Crompton 描述一個五階(五個分支線)“二項式”的分歧耦合器，也就是其只有支線的阻抗被調整，而主線依然是都相同阻抗。其方法是根據第一階理論(first-order theory)，亦即將一個兩階的耦合器串接(cascade)成任意階數的耦合器，此方法實作時需要許多的經驗去獲得期望的效能。而 Young 則是考慮一般正常結構的耦合器，其主線與支線之阻抗皆是可變化的，此種結構的耦合器又被稱作“同調耦合器(synchronous couplers)”，並提出針對完全匹配與完美指向性及

特定耦合量時的公式。本章使用的四分之波長轉換器為雛形轉換到分歧方向耦合器即是利用同調的濾波器雛形電路轉換到同調的耦合器。

2.2 分歧耦合器基本概論

方向耦合器有很多種形式，有以 TEM 模態為主模的平行耦合器以及以 TEM 模態或是波導形式存在的分歧耦合器。方向耦合器又可被稱作”反向耦合 (backward couplers)”。通常設計多階的耦合器會讓它具有端對端對稱(end-to-end symmetry)以方便設計。而多階的耦合器可以被設計為極平坦或是等連波的響應藉由調整每段的耦合量，設計越多階可以得到更多的頻寬。當分析 TEM 模態為主的耦合器時多於一階的耦合時經常會導致過長或過於複雜的算式，化解這個問題的方法是去分析方法相似的四分之波長的轉換器[12-14]。當耦合器設計讓它每段都在中心頻時的四分之波長，分析此耦合器以及四分之波長的轉換器時，彼此奇模或偶模的操作以及分析串接情況的數學式兩者是可以互換的，也可以將四分之波長轉換器視為方向耦合器的雛型，其相關的詳細說明在參考文獻[15-16]。以下將先概述方向耦合器以及四分之波長轉換器的特性，再描述兩者之間轉換的形式，最後再闡述分歧耦合器基本理論以及說明如何使用由四分之波長轉換器轉成同調分歧耦合器的表格，附錄(一)或[17]。

2.2.1 方向耦合器與其雛型四分之波長轉換器(四分之波長濾波雛形電路)

在處理多階的方向耦合器時為了簡化程序我們會使用四分之波長轉換器來作快速且直接的對應，以下會先探討方向耦合器和四分之波長轉換器的基本理論以及其對應關係。

首先考慮一個單階的平行耦合線方向耦合器，如圖 2-1，將其進行奇偶模分

析，如圖 2-2，此時將端口阻抗(Z_0)視為負載阻抗我們可以得到公式(2.1)，同時根據分壓定理可獲得(2.2)式。

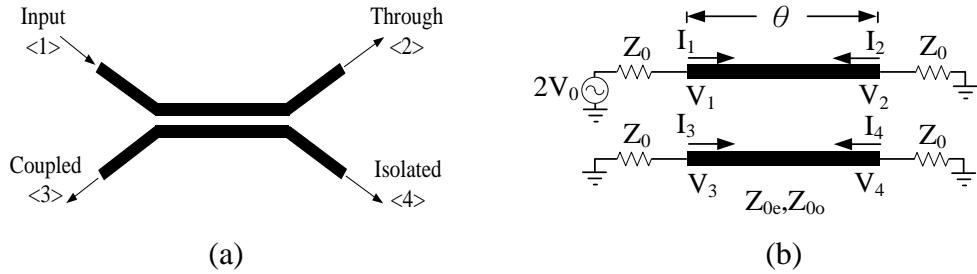


圖 2-1 單階的平行耦合線 (a)幾何結構與端口的設定 (b)示意電路圖

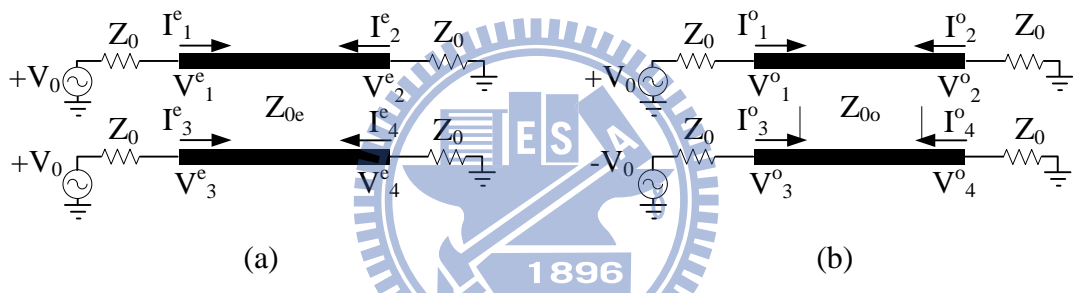


圖 2-2 奇偶模激發平行耦合器示意圖。(a)偶模激發 (b)奇模激發

$$Z_{in}^e = Z_{0e} \frac{Z_0 + jZ_{0e} \tan \theta}{Z_{0e} + jZ_0 \tan \theta} \quad (2.1a)$$

$$Z_{in}^o = Z_{0o} \frac{Z_0 + jZ_{0o} \tan \theta}{Z_{0o} + jZ_0 \tan \theta} \quad (2.1b)$$

$$V_1^e = V_0 \frac{Z_{in}^e}{Z_{in}^e + Z_0} \quad (2.2a)$$

$$V_1^o = V_0 \frac{Z_{in}^o}{Z_{in}^o + Z_0} \quad (2.2b)$$

$$I_1^e = \frac{V_0}{Z_{in}^e + Z_0} \quad (2.2c)$$

$$I_1^o = \frac{V_0}{Z_{in}^o + Z_0} \quad (2.2d)$$

接著推導整體的輸入阻抗(Z_{in})，如(2.3)式，此時可以得到若平行耦合線方向耦合器要達到匹配就必須要形成(2.4)式的關係式，且將(2.4)的關係式代回(2.1)式則可將 Z_0 消掉。

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_1^e + V_1^o}{I_1^e + I_1^o} = Z_0 + \frac{2(Z_{in}^e Z_{in}^o - Z_0^2)}{Z_{in}^e + Z_{in}^o + 2Z_0} \quad (2.3)$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{0e} Z_{0o}} \quad (2.4)$$

若要取得平行耦合線耦合器的耦合量則如(2.5)式的推導，其中透過(2.1)，(2.4)式達到簡化，定義 $C = (Z_{0e} - Z_{0o}) / (Z_{0e} + Z_{0o})$ ，讓(2.5)式寫成(2.6a)式，同樣的平行耦合器的穿透量透過同樣的方法得到(2.6b)。

$$V_3 = V_1^e - V_1^o = V_0 \left[\frac{Z_{in}^e}{Z_{in}^e + Z_0} - \frac{Z_{in}^o}{Z_{in}^o + Z_0} \right] \quad (2.5)$$

$$= V_0 \frac{j(Z_{0e} - Z_{0o}) \tan \theta}{2Z_0 + j(Z_{0e} + Z_{0o}) \tan \theta}$$

$$\frac{V_3}{V_0} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{jC \sin \theta}{\sqrt{1 - C^2} \cos \theta + j \sin \theta} \quad (2.6a)$$

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{1 - C^2}}{\sqrt{1 - C^2} \cos \theta + j \tan \theta} \quad (2.6b)$$

再來考慮一個單階的四分之波長轉換器或是稱之為”四分之波長濾波離形電路”，如圖 2-3 所示，此轉換器包含了兩個阻抗步階(一個阻抗變大，一個阻抗變小)以及一段電性長度為 θ 的傳輸線，並且所有的特性阻抗以兩邊終端的特性阻抗進行了歸一化，其中 a_1, a_2, b_1 的定義是根據功率的流向，例如， $|a_1|^2$ 和 $|a_2|^2$ 代表的是往前流向的功率，而 $|b_1|^2$ 代表的是往後流向的功率或是反射回來的功率。圖 2-3 中的 a_1, a_2, b_1 彼此的關係如(2.7)式，其中 $\Gamma = (Z - 1) / (Z + 1)$ ，參考文獻[15-17]中有清楚的說明。

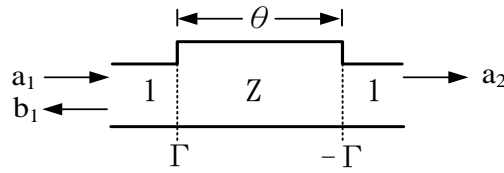


圖 2-3 單階的四分之波長濾波雛形電路

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{\Gamma(1 - e^{-j2\theta})}{1 - \Gamma^2 e^{-j2\theta}} \quad (2.7a)$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{(1 - \Gamma^2)e^{-j\theta}}{1 - \Gamma^2 e^{-j2\theta}} \quad (2.7b)$$

公式(2.7)可以被推導成可以與平行耦合器耦合量與傳透量相對應的式子，如(2.8)式所示，

$$\begin{aligned} \frac{b_1}{a_1} &= \frac{\Gamma e^{-j\theta} (e^{+j\theta} - e^{-j\theta})}{e^{-j\theta} (e^{+j\theta} - \Gamma^2 e^{-j\theta})} = \frac{2\Gamma \cdot j \sin \theta}{(1 - \Gamma^2) \cos \theta + j(1 + \Gamma^2) \sin \theta} \\ &= \frac{\left(\frac{2\Gamma}{1 + \Gamma^2}\right) j \sin \theta}{\left(\frac{1 - \Gamma^2}{1 + \Gamma^2}\right) \cos \theta + j \sin \theta} \end{aligned} \quad (2.7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{a_2}{a_1} &= \frac{(1 - \Gamma^2)e^{-j\theta}}{e^{-j\theta} (e^{+j\theta} - \Gamma^2 e^{-j\theta})} = \frac{(1 - \Gamma^2)}{(1 - \Gamma^2) \cos \theta + (1 + \Gamma^2) \sin \theta} \\ &= \frac{\left(\frac{1 - \Gamma^2}{1 + \Gamma^2}\right)}{\left(\frac{1 - \Gamma^2}{1 + \Gamma^2}\right) \cos \theta + j \sin \theta} \end{aligned} \quad (2.7b)$$

觀察(2.6)式及(2.7)式可以發現 b_1/a_1 是對應到 V_3/V_1 ，而 a_2/a_1 是對應到 V_2/V_1 ，其互相對應的轉換式以(2.8)式表示，此時的 Z 是假設大於一單位振幅的值。

$$C = \frac{2\Gamma}{1 + \Gamma^2} = \frac{Z^2 - 1}{Z^2 + 1} \quad (2.8)$$

2.2.2 分歧耦合器基本理論

分歧耦合器又稱方向分歧耦合器，是方向耦合器的一種，並且是由兩條平行的傳輸主線以及某個數量的分支線將其耦合從一條傳輸線帶到另一條傳輸線，其中每段分支線的長度以及彼此之間的間距設計在中心頻時的四分之波長，如圖 2-4 所示，而被某個數量的分支線分割成許多段的兩條平行傳輸主線以及每段分支線的特性阻抗可以調整以增加電路的性能。

要實現圖 2-4 的分歧耦合器可以用同軸電纜、帶線、微帶線、或者是截面為 E-平面的矩形波導，當傳輸主線以及分支線是由同軸電纜、帶線、或微帶線實現時，主線與分支線之間是並聯的關係，並且 P_3 為隔離埠而 P_4 為耦合埠，但當使用截面為 E-平面的波導時，分支線與主線之間是屬於串聯的關係，此時 P_3 為耦合埠而 P_4 為隔離埠。為了分析方便，當主線與分支線情況為並聯關係時使用導納分析比較好處理，而情況為串聯關係時則使用阻抗來分析，以下將使用“阻納”(immittance)這個表示法來取代串聯狀況時的阻抗或並聯狀況時的導納，使用者可以根據不同實現分歧耦合器的方法來應用。通常設計耦合器會讓端對端對稱也就是讓 $H_i = H_{6-i}$ ($i = 1, 2, 3$)， $K_i = K_{5-i}$ ($i = 1, 2$) 並且會以終端阻納 K_0 作為歸一化的基準。

以下論述的過程暫時先將各接面(junction)視為理想的串聯或是理想的並聯，並且每一段主線或是分支線都先視為在中心頻時的四分之波長，當然最後的實作電路會受到接面不連續以及接面的參考平面影響最終物理尺寸的效應，不過接面不連續帶來的電抗值通常都不大，而接面的參考平面的計算方式會在電路實作中提到。

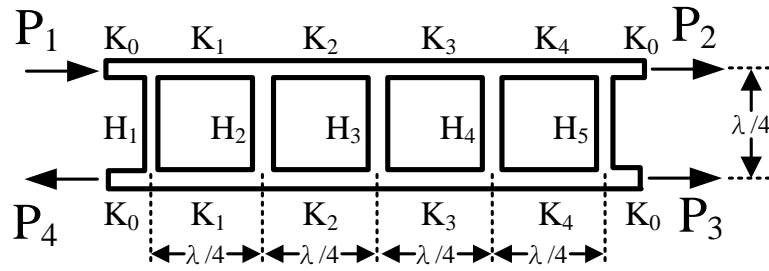


圖 2-4 分歧耦合器示意圖

當將圖 2-4 的分歧耦合器進行奇偶模來分析時，如圖 2-5 所示，偶模的半電路中的分支線由四分之波長的分支線變成八分之波長的開路短截線(stub)，而奇模的半電路中的分支線則由四分之波長的分支線變成八分之波長的短路短截線。如此的八分之波長的開路短截線與八分之波長的短路截線會在端口二及端口三產生大小相等方向相反的相位偏移量 $\pm\theta$ (當以端口一為輸入端輸入訊號時，相對於輸入訊號的相位偏移)，並且當輸入功率是一單位時，對一個完全匹配且無限大指向性的分歧耦合器，其兩個輸出端，端口二和端口三分到的功率分別為 $\cos^2\theta$ 和 $\sin^2\theta$ ，表 2-1 簡單的示意當主線與支線是串聯關係時分歧耦合器的奇偶模特性。

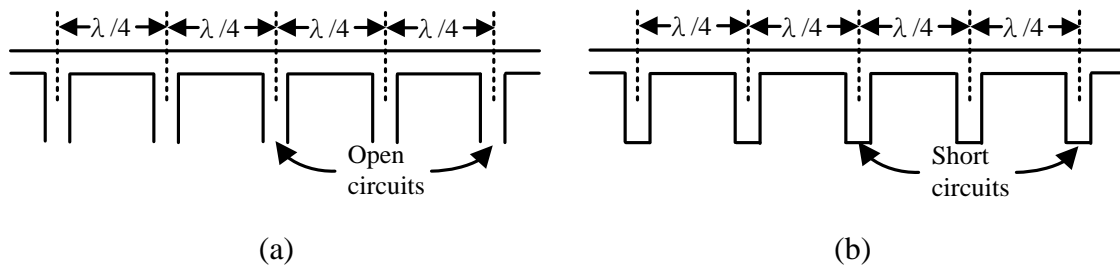


圖 2-5 分歧耦合器示意圖 (a)偶模示意圖 (b)奇模示意圖

表 2-1 分歧耦合器的奇偶模特性示意表

埠	1	2	3	4
偶模	↑	↑		
奇模	↑	↓		
和	↑	zero		
振幅	1	0	$\cos \theta$	$\sin \theta$
功率	1	0	$\cos^2 \theta$	$\sin^2 \theta$

對分歧耦合器的奇偶模特性有初步了解了以後，現在考慮一個五階的分歧耦合器的奇偶模分析，由於此電路是設計端對端對稱的，我們可以把整個電路視為一個雙對稱的結構，如圖 2-6 所示，原本的奇偶模分析只將電路拆解成上下兩個半電路，這裡透過電路的雙對稱特性將電路拆成四個小電路以便分析，對每塊小電路分析其奇偶模時比對半電路少了一半的傳輸線要計算，接著對每塊小電路分析其偶偶模、偶奇模、奇奇模、和奇偶模以得到整體電路的 S 參數，如(2.9)式。

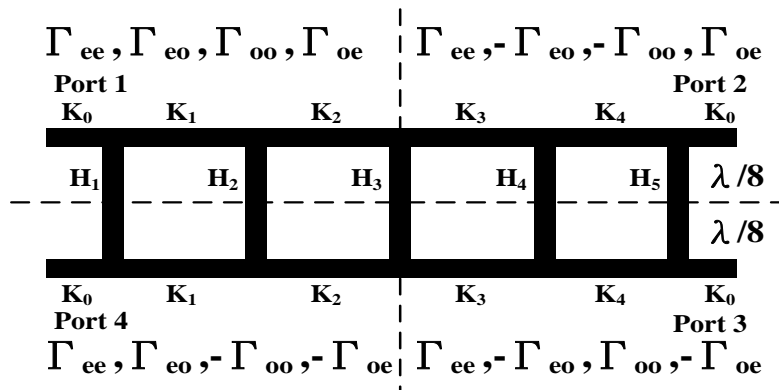


圖 2-6 五階分歧耦合器奇偶模示意圖

$$S_{11} = \frac{\Gamma_{ee} + \Gamma_{eo} + \Gamma_{oo} + \Gamma_{oe}}{4} \quad (2.9a)$$

$$S_{21} = \frac{\Gamma_{ee} - \Gamma_{eo} - \Gamma_{oo} + \Gamma_{oe}}{4} \quad (2.9b)$$

$$S_{31} = \frac{\Gamma_{ee} - \Gamma_{eo} + \Gamma_{oo} - \Gamma_{oe}}{4} \quad (2.9c)$$

$$S_{41} = \frac{\Gamma_{ee} + \Gamma_{eo} - \Gamma_{oo} - \Gamma_{oe}}{4} \quad (2.9d)$$

由於此分歧耦合器我們希望其具有完全匹配，無限大的指向性，因此產生(2.10)的條件式，同時設計其為一個 3dB 的耦合器，故有(2.11) 的條件式，其中(2.10)可以換成(2.12)式，而(2.11)則可換成(2.13)，可以省略一些計算的步驟，表 2-2 為分析 3dB 分歧耦合器二階，三階到六階得到的兩個獨立關係式，在參考文獻[23]有較為清楚的推導過程。

$$|S_{11}| = |S_{21}| = |S_{31}| = |S_{41}|, |S_{14}| = |S_{23}| = |S_{32}| = |S_{41}| \quad (2.10)$$

$$S_{21} = jS_{31}, S_{43} = jS_{13}, S_{12} = jS_{42}, S_{34} = jS_{24} \quad (2.11)$$

$$\Gamma_{ee} + \Gamma_{eo} = 0, \Gamma_{oo} + \Gamma_{oe} = 0 \quad (2.12)$$

$$\Gamma_{ee} = j\Gamma_{oo}, \Gamma_{eo} = j\Gamma_{oe} \quad (2.13)$$

表 2-2 二階到六階分歧耦合器的公式

n=2	n=3	n=4
$H'_1 = 1$	$H'_1 = \sqrt{2} - 1$	$H'_2 = \frac{K_1'^2(1-H'_1)}{1+2H'_1-H_1'^2}$
$K_1' = \sqrt{2}$	$K_1'^2 = H'_2 \sqrt{2}$	$K_2' = \frac{H'_2 \sqrt{2}}{1-H_1'}$
n=5		n=6
$\frac{K_1'^2}{1+H'_1} = \frac{H'_2(2K_2'^2-H'_2H'_3)}{K_2'^2-H'_2H'_3}$		$\frac{K_1'^2(1-H'_1)}{1+2H'_1-H_1'^2} = H'_2 + \frac{H'_3K_2'^2}{K_3'^2-H_3'^2}$
$\frac{K_1'^4}{1-2H'_1-H_1'^2} = \frac{H'_2(2K_2'^2-H'_2H'_3)}{H'_3}$		$\frac{K_1'^2}{1-H'_1} = \frac{(K_2'^2-H'_2H'_3-H'_2K_3')(K_2'^2-H'_2H'_3+H'_2K_3')}{H'_2(K_3'^2-H_3'^2)+H'_3K_2'^2}$

此次研究為了達到寬頻的效果故將分歧耦合器設計在五階，但只由完美匹配和無限大的指向性以及耦合量與穿透量相等這些條件只能建立兩個獨立的方程式，為了得到某個寬頻下五階分歧耦合器各段主線以及分支線的阻納，我們應用上一小節提到四分之波長轉換器可視為分歧方向耦合器的雛形的關係來取得附錄(一)的對應表格，此表格是針對理想傳輸線構成的四分之波長轉換器的某個特定 w_b 時耦合器的阻納值[24]，其中 w_q 與 w_b 經驗關係如(2.14)式[17]，而 R 代表四分之波長轉換雛形其輸出端與輸入端的阻抗比，如圖 2-7 所示，在阻抗匹配的情況下 $R=Z^2$ ，若要得到一個五階的 3dB 分歧耦合器，先去計算耦合端口為 3dB 時的耦合量 c ，如(2.15)式所示，接著由上一小節的(2.8)式與 $R=Z^2$ 可推出(2.16) 耦合量 c 與阻抗比 R 的關係，以 3dB 分歧耦合器的例子其推算出來的 R 應為 5.83，再配合表格使用內差法得到表 2-3 初步理想分歧耦合器各段的阻納值。

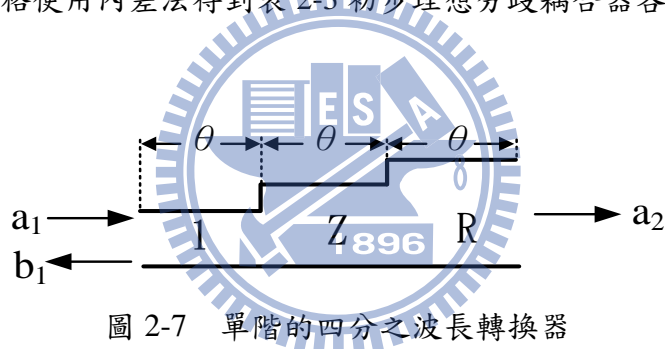


圖 2-7 單階的四分之波長轉換器

$$w_b \approx 0.6w_q \quad (2.14)$$

$$P_{3,3dB} = 10 \log \frac{1}{c^2} = 3(dB), \quad c = 10^{-P_{3,3dB}/20} \quad (2.15)$$

$$R = Z^2 = \frac{1+c}{1-c} \quad (2.16)$$

表 2-3 五階分歧耦合器的阻納值

N=5 (階數)	K''_1	K''_2	H''_1	H''_2	H''_3
Normalized impedance(1/ K_0)	1.1992	1.3815	0.2503	0.4516	0.6015

2.3 數值矩陣分析法

由上一節的方法取得了分歧耦合器的各段理想傳輸線的阻納值，這一節將從分歧耦合器中的其中一個 E-平面接面在一個隔離中的系統的電壓電流與 S 參數的關係來推得整體電路的 S 參數矩陣，但由於上述理論事先假設了所有的接面是理想的並聯或理想的串聯，所以需要考慮實際製作矩形金屬波導其各段主線與支線之間存在著一個空乏區(E-平面 T 接面)的影響，以及如何計算各段傳輸主線支線的參考平面以得到其為四分之一波長的設計，其中空乏區的影響可以參考文獻[8]得到修正過後的矩陣分析，而參考平面的計算將在下一節提到。

2.3.1 被隔離的傳輸線與 E-平面接面(E-plane junction)的特性

在一條相同特性的理想傳輸線隨著位置 x 變化之電壓與電流的複數振幅被定義成公式 (2.17)，這裡的 Z_0 是指傳輸線的特性阻抗而 λ 是指電壓 $V(x)$ 與電流 $I(x)$ 在傳輸線上的波長。為了得到電壓 $V(x)$ 或電流 $I(x)$ 在傳輸線上的解，我們可以將上述公式轉換成拉普拉斯(Laplace)方程式，如 (2.18) 所示。

$$\frac{d}{dx} V(x) = -j \frac{2\pi}{\lambda} Z_0 I(x) \quad (2.17a)$$

$$\frac{d}{dx} I(x) = -j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{Z_0} V(x) \quad (2.17b)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} V(x) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 V(x) = 0 \quad (2.18a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} I(x) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 I(x) = 0 \quad (2.18b)$$

以上的拉普拉斯方程式為一個二階的常微分方程式，其解為兩個指數函數 $e^{j\frac{2\pi}{\lambda}x}$ 和 $e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x}$ 的疊加，可以將之視為傳輸線上有兩個方向的行進波的疊加，其表示式如下(2.19)，這裡的 V^+ 表示入射電壓波在位置 $x=0$ 時的複數振幅， V^- 表示反

射電壓波在位置 $x=0$ 時的複數振幅，而 I^+ 表示入射電流波在位置 $x=0$ 時的複數振幅， I^- 表示反射電壓波在位置 $x=0$ 時的複數振幅。

$$V(x) = V^+ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x} + V^- e^{+j\frac{2\pi}{\lambda}x} = Z_0 I^+ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x} - Z_0 I^- e^{+j\frac{2\pi}{\lambda}x} \quad (2.19a)$$

$$I(x) = I^+ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x} + I^- e^{+j\frac{2\pi}{\lambda}x} = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}x} - \frac{V^-}{Z_0} e^{+j\frac{2\pi}{\lambda}x} \quad (2.19b)$$

現在考慮一個被隔離的理想傳輸線，如圖 2-8 所示，這裡的 l_{mn} 等於 l_{nm} ，同樣的電性長度 θ_{mn} 等於 θ_{nm} ，並且定義 θ_{mn} 為 $2\pi l_{mn}/\lambda$ ，而節點 m 和節點 n 上的電壓和電流 (V_m 、 I_m 、 V_n 、 I_n) 我們用 (2.20) 表示，

$$V_m = Z_{nm} I_{nm} + Z_{mn} I_{mn} e^{-j\theta_{mn}} \quad (2.20a)$$

$$I_m = I_{nm} - I_{mn} e^{-j\theta_{mn}} \quad (2.20b)$$

$$V_n = Z_{nm} I_{mn} + Z_{nm} I_{nm} e^{-j\theta_{mn}} \quad (2.20c)$$

$$I_n = I_{mn} - I_{nm} e^{-j\theta_{mn}} \quad (2.20d)$$

這裡的 V_{ij} 是表示電壓波從節點 j 入射到節點 i 的複數電壓， I_{ij} 則是表示電流波從節點 j 流向節點 i 的複數電流，其中 $i, j = m, n$ ($i \neq j$)。

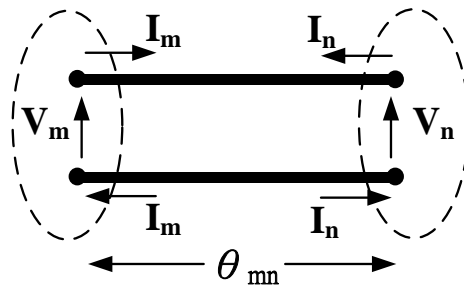


圖 2-8 一個被隔離的理想傳輸線

然而在一個分歧耦合器中，傳輸線往往是由許多 E-平面接面所組合而成的，如圖 2-9 所示，這裡將 E-平面接面視為被隔離中的狀態，根據電荷守恆原理，其各節點的總電壓和應為零，流進某節點的電流應為流出的電流。透過(2.10)式對一條被隔離的理想傳輸線的電壓電流的表示式，我們可以將一個 E-平面接面的電壓電流表示式整理成(2.21)式，這裡的節點 i 透過特性阻抗為 Z_{mi} (或 Z_{im})的理想傳輸線接到節點 m 。

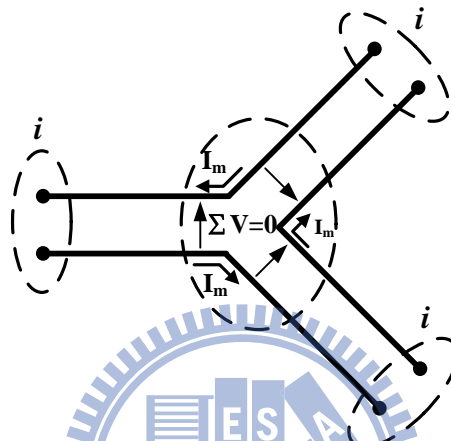


圖 2-9 E-平面接面中的電壓與電流

$$I_{im} - I_{mi} e^{-j\theta_{mi}} = I_m \quad (2.21a)$$

$$\sum_i (Z_{im} I_{im} + Z_{mi} I_{mi} e^{-j\theta_{mi}}) = 0 \quad (2.21b)$$

2.3.2 二階分歧耦合器的矩陣表示法

圖 2-10 為將一個二階的分歧耦合器視為四個 E-平面 T 接面與理想傳輸線所組成的示意圖，其中 K_0, K_1, K_2, H_1, H_2 表示各段理想傳輸線的特性阻抗，並且讓振幅為一單位的電壓波由節點一打入，而分別在節點一，二，三和四得到 S_{11}, S_{21}, S_{31} 和 S_{41} 的反射係數，接著我們將二階分歧耦合器中四個節點應用到上一小節中所提到被隔離的 E-平面接面的電流的公式(2.21a)則可以得到(2.22)式，二階分歧耦合器各節點的電流表示式，在此讓 $\theta_{mn} = \theta_{nm} = \theta$ 。

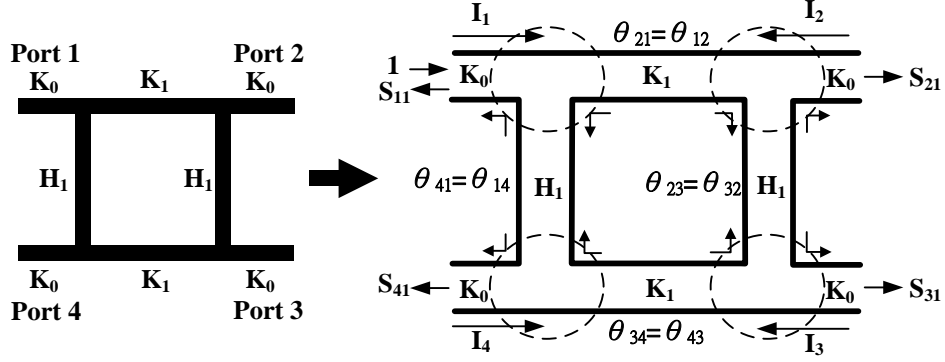


圖 2-10 二階分歧耦合器中電壓電流與 S 參數與各節點之間的關係

$$I_{21} - I_{12}e^{-j\theta_{12}} = I_{41} - I_{14}e^{-j\theta_{14}} = \frac{S_{11} - 1}{K_0} = I_1 \quad (2.22a)$$

$$I_{12} - I_{21}e^{-j\theta_{21}} = I_{32} - I_{23}e^{-j\theta_{23}} = \frac{S_{21}}{K_0} = I_2 \quad (2.22b)$$

$$I_{43} - I_{34}e^{-j\theta_{34}} = I_{23} - I_{32}e^{-j\theta_{32}} = \frac{S_{31}}{K_0} = I_3 \quad (2.22c)$$

$$I_{34} - I_{43}e^{-j\theta_{43}} = I_{14} - I_{41}e^{-j\theta_{41}} = \frac{S_{41}}{K_0} = I_4 \quad (2.22d)$$

若將(2.22a)乘上 $e^{j\theta}$ 再加上(2.22b)可以得到 I_{21} 由 S_{11} 與 S_{21} 表式的關係式，套用此法可以得到任意節點 j 到節點 i 的電流表示式 I_{ij} ，如(2.23)所示。

$$I_{12}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [(S_{11} - 1) + S_{21}e^{j\theta}] \quad (2.23a)$$

$$I_{21}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [(S_{11} - 1)e^{j\theta} + S_{21}] \quad (2.23b)$$

$$I_{23}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [S_{21} + S_{31}e^{j\theta}] \quad (2.23c)$$

$$I_{32}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [S_{21}e^{j\theta} + S_{31}] \quad (2.23d)$$

$$I_{34}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [S_{31} + S_{41}e^{j\theta}] \quad (2.23e)$$

$$I_{43}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [S_{31}e^{j\theta} + S_{41}] \quad (2.23f)$$

$$I_{14}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [(S_{11} - 1) + S_{41} e^{j\theta}] \quad (2.23g)$$

$$I_{41}(2j \sin \theta) = \frac{1}{K_0} [(S_{11} - 1) e^{j\theta} + S_{41}] \quad (2.23h)$$

接著我們將 E-平面接面的電壓的公式(2.21b)代到二階分歧耦合器中則可以得到(2.24)各節點的電壓表示式，

$$K_1(I_{21} + I_{12} e^{-j\theta_{12}}) + H_1(I_{41} + I_{14} e^{-j\theta_{14}}) + S_{11} + 1 = 0 \quad (2.24a)$$

$$K_1(I_{12} + I_{21} e^{-j\theta_{21}}) + H_1(I_{32} + I_{23} e^{-j\theta_{23}}) + S_{21} = 0 \quad (2.24b)$$

$$K_1(I_{43} + I_{34} e^{-j\theta_{34}}) + H_1(I_{23} + I_{32} e^{-j\theta_{32}}) + S_{31} = 0 \quad (2.24c)$$

$$K_1(I_{34} + I_{43} e^{-j\theta_{43}}) + H_1(I_{14} + I_{41} e^{-j\theta_{41}}) + S_{41} = 0 \quad (2.24d)$$

應用(2.22)式到(2.24)式各節點的電壓表示式中，可得到以下的(2.25)式，

$$K_1 \left(\frac{S_{11} - 1}{K_0} + 2I_{12} e^{-j\theta_{12}} \right) + H_1 \left(\frac{S_{11} - 1}{K_0} + 2I_{14} e^{-j\theta_{14}} \right) + S_{11} + 1 = 0 \quad (2.25a)$$

$$K_1 \left(\frac{S_{21}}{K_0} + 2I_{21} e^{-j\theta_{21}} \right) + H_1 \left(\frac{S_{21}}{K_0} + 2I_{23} e^{-j\theta_{23}} \right) + S_{21} = 0 \quad (2.25b)$$

$$K_1 \left(\frac{S_{31}}{K_0} + 2I_{34} e^{-j\theta_{34}} \right) + H_1 \left(\frac{S_{31}}{K_0} + 2I_{32} e^{-j\theta_{32}} \right) + S_{31} = 0 \quad (2.25c)$$

$$K_1 \left(\frac{S_{41}}{K_0} + 2I_{43} e^{-j\theta_{43}} \right) + H_1 \left(\frac{S_{41}}{K_0} + 2I_{41} e^{-j\theta_{41}} \right) + S_{41} = 0 \quad (2.25d)$$

接著將(2.23)八個電流表示式代入到(2.25)式中可得到(2.26)式，其中 K''_1 和 H''_1 代表用 K_0 歸一化後的阻抗值，

$$K''_1 \left((S_{11} - 1) + \frac{1}{j \sin \theta} [(S_{11} - 1) e^{-j\theta} + S_{21}] \right) + H''_1 \left((S_{11} - 1) + \frac{1}{j \sin \theta} [(S_{11} - 1) e^{-j\theta} + S_{41}] \right) + (S_{11} - 1) = -2 \quad (2.26a)$$

$$K''_1 \left(S_{21} + \frac{1}{j \sin \theta} [(S_{11} - 1) + S_{21} e^{-j\theta}] \right) + H''_1 \left(S_{21} + \frac{1}{j \sin \theta} [S_{21} e^{-j\theta} + S_{31}] \right) + S_{21} = 0 \quad (2.26b)$$

$$K''_1 \left(S_{31} + \frac{1}{j \sin \theta} [S_{31} e^{-j\theta} + S_{41}] \right) + H''_1 \left(S_{31} + \frac{1}{j \sin \theta} [S_{21} + S_{31} e^{-j\theta}] \right) + S_{31} = 0 \quad (2.26c)$$

$$K''_1 \left(S_{41} + \frac{1}{j \sin \theta} [S_{31} + S_{41} e^{-j\theta}] \right) + H''_1 \left(S_{41} + \frac{1}{j \sin \theta} [(S_{11} - 1) + S_{41} e^{-j\theta}] \right) + S_{41} = 0 \quad (2.26d)$$

公式(2.26)式可以整理成一個比較有系統化的表示式(2.27)，

$$\left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) (S_{11} - 1) + \left(\frac{K''_1}{j \sin \theta} \right) S_{21} + \left(\frac{0}{j \sin \theta} \right) S_{31} + \left(\frac{H''_1}{j \sin \theta} \right) S_{41} = -2 \quad (2.27a)$$

$$\left(\frac{K''_1}{j \sin \theta} \right) (S_{11} - 1) + \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) S_{21} + \left(\frac{H''_1}{j \sin \theta} \right) S_{31} + \left(\frac{0}{j \sin \theta} \right) S_{41} = 0 \quad (2.27b)$$

$$\left(\frac{0}{j \sin \theta} \right) (S_{11} - 1) + \left(\frac{H''_1}{j \sin \theta} \right) S_{21} + \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) S_{31} + \left(\frac{K''_1}{j \sin \theta} \right) S_{41} = 0 \quad (2.27c)$$

$$\left(\frac{H''_1}{j \sin \theta} \right) (S_{11} - 1) + \left(\frac{0}{j \sin \theta} \right) S_{21} + \left(\frac{K''_1}{j \sin \theta} \right) S_{31} + \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) S_{41} = 0 \quad (2.27d)$$

我們可以將(2.27)的四個方程式視為一個矩陣運算式，如(2.28)所示，

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 \\ 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) & \frac{K''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} + 1 \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11} - 1 \\ S_{21} \\ S_{31} \\ S_{41} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

則我們可以得到由節點一打入電壓波振幅為一單位時，在各節點的反射或穿透波 S_{11} ， S_{21} ， S_{31} ， S_{41} ，

$$\begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ S_{31} \\ S_{41} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 \\ 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

將(2.29)式推廣二階分歧耦合器全部節點的 S 參數的矩陣表示法，如(2.30)

表示，

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 \\ 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1+H''_1}{j \tan \theta}\right)+1 \end{pmatrix}^{-1} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

2.3.3 五階分歧耦合器的矩陣表示法

上一小節提到二階分歧耦合器的矩陣表示法，這一小節則是將二階推廣到五階的分歧耦合器，圖 2-11 顯示一個對稱的五階分歧耦合器，其中 $K_1=K_4$ ， $K_2=K_3$ ， $H_1=H_5$ ， $H_2=H_4$ ，端口一，二，三，四分別在節點一，五，六，十的位置上，運用(2.30)二階分歧耦合器 S 矩陣，一個五階分歧耦合器的 S 矩陣將寫成(2.31)所示，由於五階分歧耦合器我們只需要四個端口，所以在全部節點得到的矩陣中我們只關心在節點一，五，六，十的十六個 S 參數，其他我們不關切

的參數全部用*代表，在(2.31)中的矩陣 M 裡的 M_{ij} ，只有在 $i=j$ 且 $i=1,5,6,10$ 時 M_{ij} 才有"+1"的運算，此處的"+1"相當於 K_0 ，而在 $i=j$ 但 $i \neq 1,5,6,10$ 時 M_{ij} 沒有"+1"的運算，取代的是連接此節點的三個傳輸線其中一個的特性阻抗值。

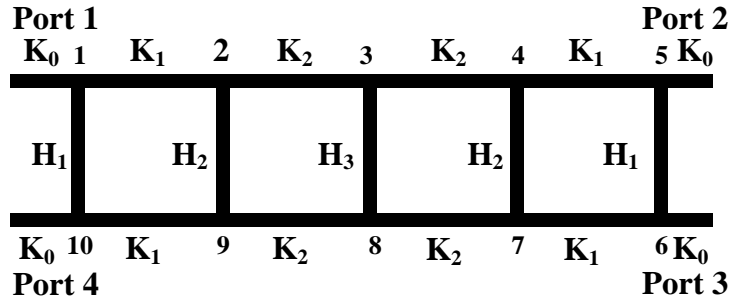


圖 2-11 對稱的五階分歧耦合器節點與端口的位位置分佈

$$\begin{pmatrix}
 S_{11} & * & * & * & S_{12} & S_{13} & * & * & * & S_{14} \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
 S_{21} & * & * & * & S_{22} & S_{23} & * & * & * & S_{24} \\
 S_{31} & * & * & * & S_{32} & S_{33} & * & * & * & S_{34} \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
 * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\
 S_{41} & * & * & * & S_{42} & S_{43} & * & * & * & S_{44}
 \end{pmatrix}
 \equiv -2 \cdot M^{-1}I + I$$

$$= -2 \begin{pmatrix}
 \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & \frac{K''_2 + K''_2 + H''_3}{j \tan \theta} & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & \frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} & \frac{K''_1}{j \sin \theta} \\
 0 & 0 & 0 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} \\
 0 & 0 & 0 & \frac{H''_2}{j \sin \theta} & 0 \\
 0 & 0 & \frac{H''_3}{j \sin \theta} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{H''_2}{j \sin \theta} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c}
\left. \begin{array}{ccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} \\
0 & 0 & 0 & \frac{H''_2}{j \sin \theta} & 0 \\
0 & 0 & \frac{H''_3}{j \sin \theta} & 0 & 0 \\
0 & \frac{H''_2}{j \sin \theta} & 0 & 0 & 0 \\
\frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array} \right\}^{-1} \\
\begin{array}{ccccc}
\left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} \right) + 1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 & 0 & 0 \\
\frac{K''_1}{j \sin \theta} & \frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & 0 & 0 \\
0 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & \frac{K''_2 + K''_2 + H''_3}{j \tan \theta} & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & 0 \\
0 & 0 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & \frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} & \frac{K''_1}{j \sin \theta} \\
0 & 0 & 0 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta} \right) + 1
\end{array} \\
\cdot \left(\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array} \right) + \left(\begin{array}{cc|cc|cc|cc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array} \right) \quad (2.31)
\end{array}$$

由上一節的分析中，由表 2-3 我們可以取得理想傳輸線構成的各段阻納值 K''_1 ， K''_2 ， H''_1 ， H''_2 ， H''_3 ，將之代入五階分歧耦合矩陣分析(2.31)式中可以得到圖 2-12，其中 θ 乃為一個截止頻率與頻率的函數，在下一小節有說明，接著稍微調成表 2-4 所示的阻抗值我們可以得到一個更為漂亮的響應圖，如圖 2-13 所示，此時故意設計讓 $|S_{31}-S_{21}|$ 小於 1dB 之內已達到頻寬的提升。

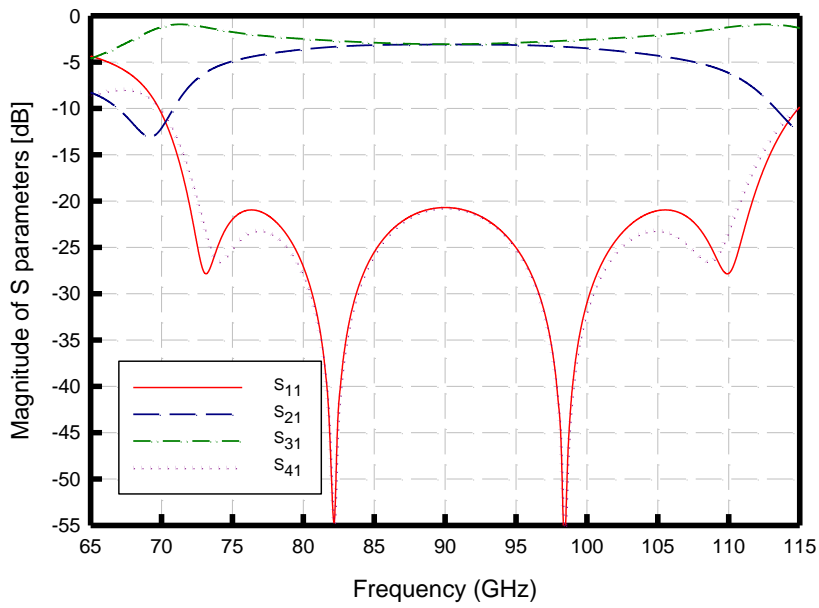


圖 2-12 矩陣分析五階分歧耦合器的 S 參數響應圖

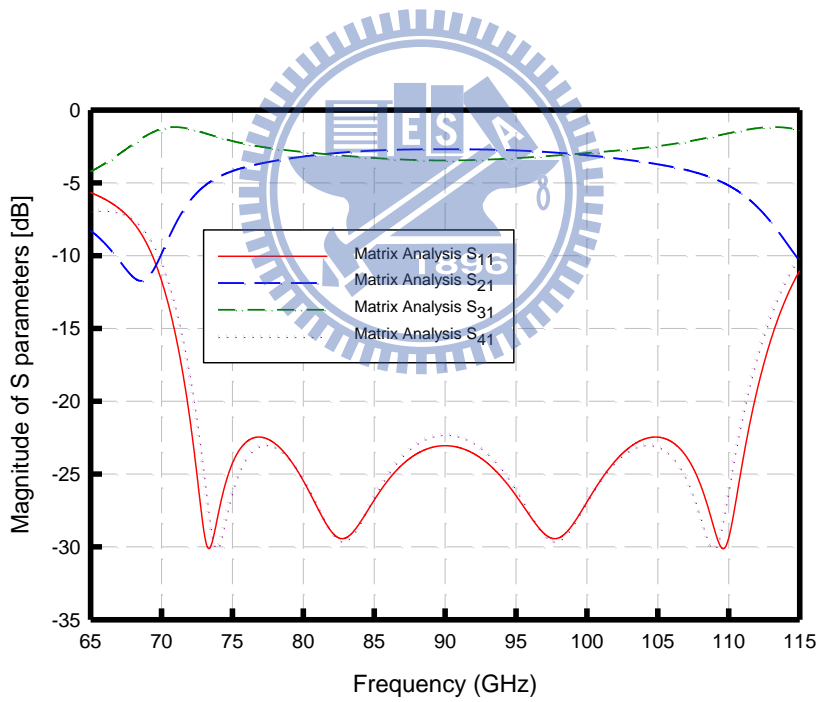


圖 2-13 微調後的矩陣分析五階分歧耦合器的 S 參數響應圖

表 2-4 微調後五階分歧耦合器的阻納值

N=5 (階數)	K''_1	K''_2	H''_1	H''_2	H''_3
Normalized impedance($1/K_0$)	1.0592	1.1020	0.2480	0.3416	0.4115

2.3.4 實際波導的矩陣分析

五階的分歧耦合器的 S 矩陣可由上一小節(2.31)得到，其中的 θ 是一個頻率的函數，當我們使用金屬波導來實現分歧耦合器時，我們必須考慮波導的截止頻率以及 E 平面 T 接面(E-plane T junction)所導致的效應，因此我們必須將(2.31)式作一些修改。首先，在波導中 θ 是一個由頻率以及截止頻率決定的變數，設計讓節點到節點的距離為四分之一個波長，如(2.32)， β 和 λ_{g0} 的定義在(2.33)和(2.34)，其中 k_c 和 f_c 代表截止波數和截止頻率而 λ_{g0} 代表頻率為中心頻時的波長，則(2.32)式可以表示為(2.35)，其中 k_0 和 f_0 代表中心頻波數和中心頻率。

$$\theta(f) = \beta l = \beta(\lambda_{g0} / 4) \quad (2.32)$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = 2\pi\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{f^2 - f_c^2} \quad (2.33)$$

$$\lambda_{g0} = \frac{2\pi}{\beta_0} \quad (2.34)$$

$$\theta(f) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{k^2 - k_c^2}{k_0^2 - k_c^2}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{f^2 - f_c^2}{f_0^2 - f_c^2}} \quad (2.35)$$

接著考慮到實際製作金屬波導中每一個節點都會有的 E-平面 T 接面，在參考文獻[8]中有詳細的說明，此等效電路呈現在圖 2-14，當我們把此等效電路應用在對稱的五階分歧耦合器的十個節點時，其示意圖就如同圖 2-15 所示，因此原先的表示二階分歧耦合器各節點的電壓表示式(2.24)，要更改為(2.36)式。

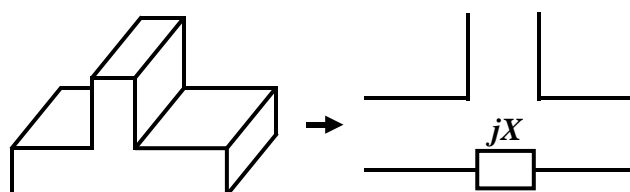


圖 2-14 波導中 E-平面 T 接面的等效電路圖

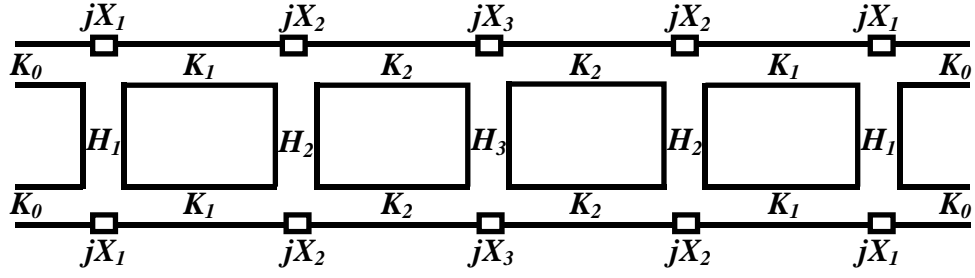


圖 2-15 考慮 E-平面 T 接面的對稱五階分歧耦合器的等效電路圖

$$K_1(I_{21} + I_{12}e^{-j\theta_{12}}) + H_1(I_{41} + I_{14}e^{-j\theta_{14}}) + S_{11} + 1 + I_1 \cdot jX_1 = 0 \quad (2.36a)$$

$$K_1(I_{12} + I_{21}e^{-j\theta_{21}}) + H_1(I_{32} + I_{23}e^{-j\theta_{23}}) + S_{21} + I_2 \cdot jX_1 = 0 \quad (2.36b)$$

$$K_1(I_{43} + I_{34}e^{-j\theta_{34}}) + H_1(I_{23} + I_{32}e^{-j\theta_{32}}) + S_{31} + I_3 \cdot jX_1 = 0 \quad (2.36c)$$

$$K_1(I_{34} + I_{43}e^{-j\theta_{43}}) + H_1(I_{14} + I_{41}e^{-j\theta_{41}}) + S_{41} + I_4 \cdot jX_1 = 0 \quad (2.36d)$$

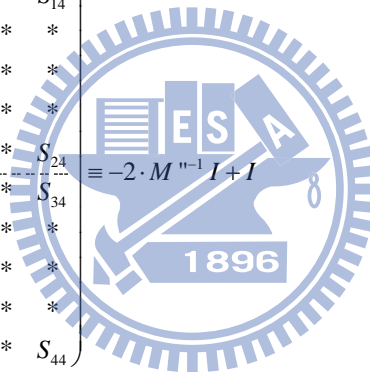
則二階分歧耦合器的 S 矩陣由(2.30)更改為(2.37)，其中 $jX''_1 (= jX_1 / K_0)$ 表示歸一化後的電抗。

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{pmatrix}$$

$$= -2 \begin{pmatrix} \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 + jX''_1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 + jX''_1 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 \\ 0 & \frac{H''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 + jX''_1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} \\ \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 + jX''_1 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$+ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

而對稱的五階分歧耦合器則由(2.38)式表示，在(2.38)中的矩陣 M'' 裡的 M''_{ij} ，在 $i=j$ 且 $i=1,5,6,10$ 時， M''_{ij} 為原先(2.31)式中的 M_{ij} 加上 jX''_1 ，在 $i=j$ 且 $i=2,4,7,9$ 時 M''_{ij} 為的 M_{ij} 加上 jX''_2 ，而在 $i=j$ 且 $i=3,8$ 時 M''_{ij} 為原先的 M_{ij} 加上 jX''_3 ，這裡的 jX''_1 ， jX''_2 ， jX''_3 都是歸一化後的電抗值，其求得法一樣在參考文獻[8]中有詳細說明。

$$\begin{pmatrix} S_{11} & * & * & * & S_{12} & S_{13} & * & * & * & S_{14} \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ S_{21} & * & * & * & S_{22} & S_{23} & * & * & * & S_{24} \\ S_{31} & * & * & * & S_{32} & S_{33} & * & * & * & S_{34} \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ S_{41} & * & * & * & S_{42} & S_{43} & * & * & * & S_{44} \end{pmatrix} \equiv -2 \cdot M''^{-1} I + I$$


$$= -2 \begin{pmatrix} \left(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}\right) + 1 + jX''_1 & \frac{K''_1}{j \sin \theta} & 0 \\ \frac{K''_1}{j \sin \theta} & \frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} + jX''_2 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} \\ 0 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} & \frac{K''_2 + K''_3 + H''_3}{j \tan \theta} + jX''_3 \\ 0 & 0 & \frac{K''_2}{j \sin \theta} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{H''_3}{j \sin \theta} \\ 0 & \frac{H''_2}{j \sin \theta} & 0 \\ \frac{H''_1}{j \sin \theta} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

0	0	0	0
0	0	0	0
$\frac{K''_2}{j \sin \theta}$	0	0	0
$\frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} + jX''_2$	$\frac{K''_1}{j \sin \theta}$	0	$\frac{H''_2}{j \sin \theta}$
$\frac{K''_1}{j \sin \theta}$	$(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}) + 1 + jX''_1$	$\frac{H''_1}{j \sin \theta}$	0
0	$\frac{H''_1}{j \sin \theta}$	$(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}) + 1 + jX''_1$	$\frac{K''_1}{j \sin \theta}$
$\frac{H''_2}{j \sin \theta}$	0	$\frac{K''_1}{j \sin \theta}$	$\frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} + jX''_2$
0	0	0	$\frac{K''_2}{j \sin \theta}$
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	$\frac{H''_1}{j \sin \theta}$	}^{-1}
0	$\frac{H''_2}{j \sin \theta}$	0	
$\frac{H''_3}{j \sin \theta}$	0	0	
0	0	0	
0	0	0	
0	0	0	
$\frac{K''_2}{j \sin \theta}$	0	0	
$\frac{K''_2 + K''_2 + H''_3}{j \tan \theta} + jX''_3$	$\frac{K''_2}{j \sin \theta}$	0	
$\frac{K''_2}{j \sin \theta}$	$\frac{K''_1 + K''_2 + H''_2}{j \tan \theta} + jX''_2$	$\frac{K''_1}{j \sin \theta}$	
0	$\frac{K''_1}{j \sin \theta}$	$(\frac{K''_1 + H''_1}{j \tan \theta}) + 1 + jX''_1$	

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	+	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	(2.38)
---	---	---	--------

接著將上一小節所微調出更好響應的歸一化阻抗值，以及由參考文獻 [8] 中得到的歸一化電抗值(下一小節會再多加說明)，如表 2-5 所示，代入(2.38)的矩陣中得到圖 2-16 的結果，可以發現 E-平面 T 接面造成了反射損耗的些微改變，有越往高頻的部分其漣波幅度會越大的趨勢。

表 2-5 微調後五階分歧耦合器的阻抗值與 E-平面等效電路的電抗值

N=5 (階數)	K''_1	K''_2	H''_1	H''_2	H''_3	X''_1	X''_2	X''_3
Normalized impedance(1/K ₀)	1.0592	1.1020	0.2480	0.3416	0.4115	-0.0244	-0.0721	-0.0992

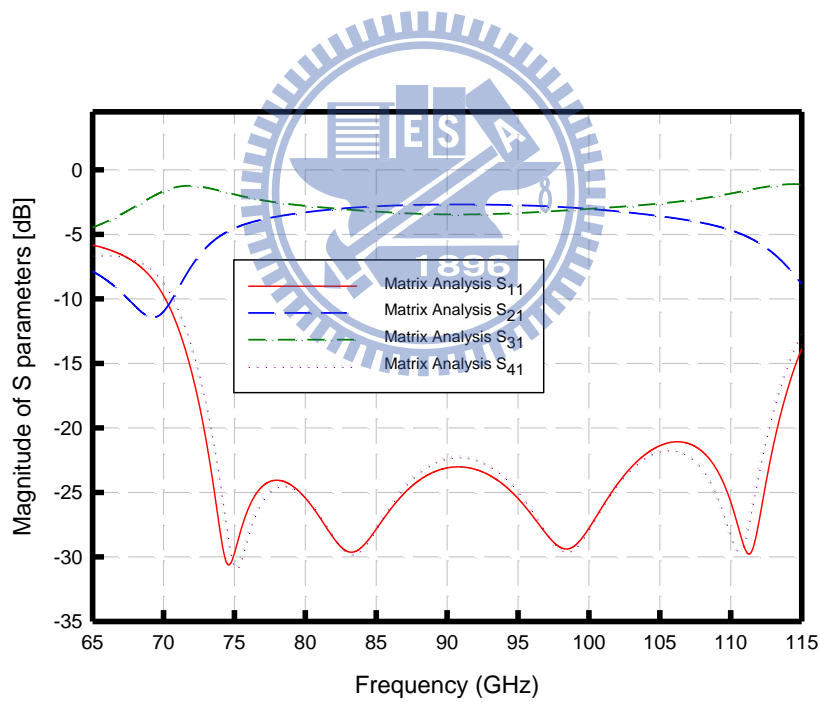


圖 2-16 矩陣分析五階分歧耦合器的 S 參數響應圖

2.4 電路設計與實測

上一節由矩陣分析法得到一個 S 參數響應頗為合乎要求的阻抗值，表 2-4，這一節將闡述如何將這樣的阻抗值用矩形金屬波導製作，以及多加說明上一節提到各段傳輸線的參考平面的計算方式，並且比較運用包含 E-平面 T 接面等效電路的電抗值的數值矩陣分析法解析整體五階分歧耦合器的 S 參數響應與用 3D 電磁模擬軟體 HFSS 模擬出來的頻率響應之間的異同。

2.4.1 矩形金屬波導的電路設計

圖 2-17 為一個矩形金屬波導與其 E-平面 T 接面的示意圖，本次電路設計在特高頻中心頻選擇為 90GHz，故使用 WR-10 的導波管作為埠的輸出，圖中所示的 $a \times b$ 即為 2.54mm x 1.27mm，由於金屬波導各段主線或支線的阻抗比大約與主線或支線的高度成正比，如(2.39)式所示，其中 b_n 表示支線波導的高度， b_n 表示主線波導的高度，配合由表 2-4 得到的理想阻抗值(已歸一化)可得到各段主線支線波導的高度。

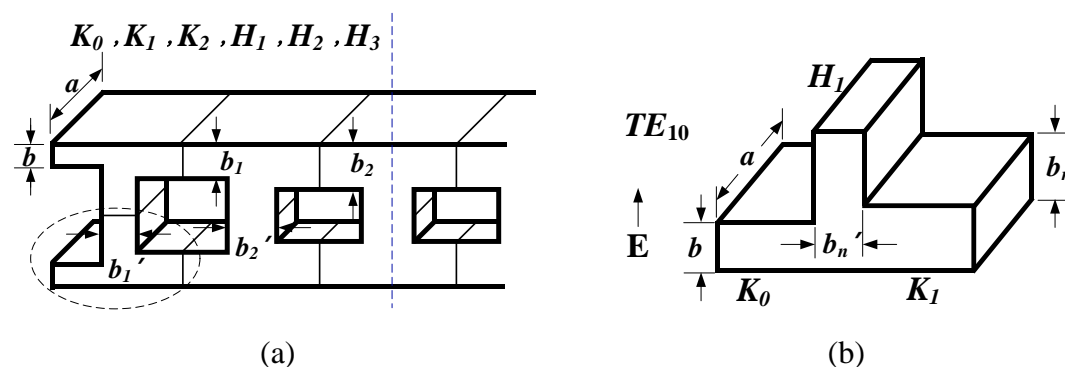


圖 2-17 (a)矩形金屬波導 (b)E-平面 T 接面 示意圖

$$\frac{H_n}{K_0} = \frac{Z_{n0}'}{Z_0} = \frac{b_n'}{b}, \quad \frac{K_n}{K_0} = \frac{Z_{n0}}{Z_0} = \frac{b_n}{b}, \quad n=1,2,3 \quad (2.39)$$

以上決定了矩形金屬波導各段主線支線的高度，接著由於電路各段主線支線是設計在四分之一波長，我們還必須計算矩形金屬波導的長度，在這之前先了解E-平面 T 接面其等效電路是由若干個電容與電感集結而成，如圖 2-18 所示，其中的各電容與電感乃是主線波導與支線波導的高度比(或阻抗比)的函數，如(2.40)，(2.41)式，其中 A_1, A_2 乃為 α 的函數，參考文獻[8] 或附錄(二)有更清楚的說明。

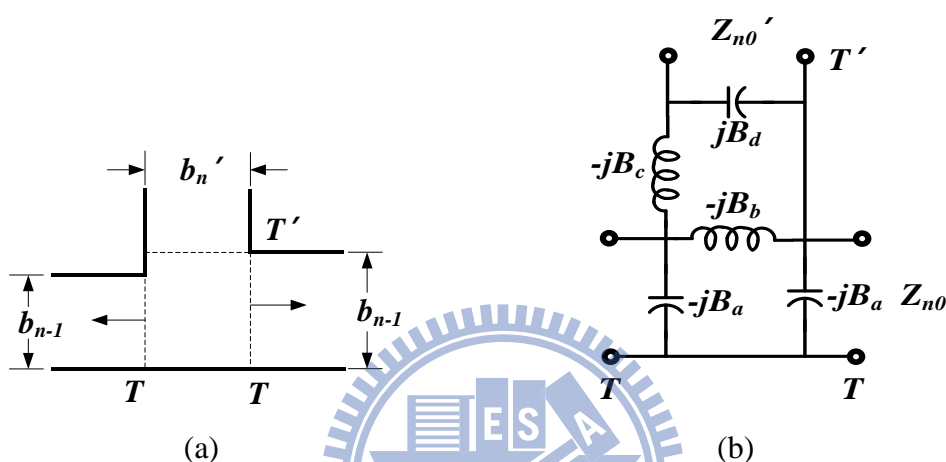


圖 2-18 (a) E-平面 T 接面側面圖 (b) E-平面 T 接面等效電路

$$b_{n.av} = \frac{b_{n-1} + b_n}{2}, \quad \frac{b_{av}}{b'} = \frac{1}{2\alpha} \quad (2.40)$$

$$\frac{B_a}{Y_0} = \frac{2b'}{\lambda_g} \left(\tan^{-1} \frac{1}{\alpha} + \frac{\ln \sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} \right) \quad (2.41a)$$

$$\frac{B_a - 2B_b}{Y_0} = \frac{2b}{\lambda_g} \left(\frac{\pi\alpha}{3} + A_1 \right) \quad (2.41b)$$

$$\frac{B_c}{Y_0} = \frac{\lambda_g}{2\pi b'} \quad (2.41c)$$

$$\frac{B_d}{Y_0} = \frac{b}{\lambda_g} \left(\frac{\pi}{3\alpha} + A_2 \right) \quad (2.41d)$$

然而圖 2-18 的等效電路又可以簡化成圖 2-19，並且其中的 n^2 與 X 如(2.42)式表示，其中的 A_0, A_a, A_b, A_c 為 α 與 λ_g 的函數，使用的限制在 $b'/b < 1$ 以及 $b/\lambda_g < 0.8$ ，參考文獻[8]或附錄(二)中有多加說明，而 n^2 會很接近一，通常可以省略之，由於之前已經決定了各段主線與支線的高度，所以我們可以得到三個 E-平面 T 接面的等效歸一化電抗值為 -0.0244，-0.0721，-0.0992。

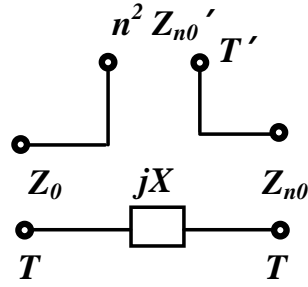


圖 2-19 簡化的 E-平面 T 接面等效電路圖

$$n^2 = \frac{2b}{b'} \frac{(1+A_0^2)(A_b + A_a A_c)}{(A_a - A_0)^2 + (A_b + A_0 A_c)^2} \quad (2.42a)$$

$$\frac{X}{2Z_0} = \frac{A_0(1+A_c^2 - A_a^2 - A_b^2) - (1-A_0^2)(A_a - A_b A_c)}{(A_a - A_0)^2 + (A_b + A_0 A_c)^2} \quad (2.42b)$$

此電路設計每段主線與支線在四分之一波長，我們使用 TE_{10} 模態激發電路，由(2.43)式可算出其截止頻率，代回(2.33)，(2.34)式則可得到波導的波長。接著為計算出一個 E-平面 T 接面的支線的參考平面，如圖 2-20(a)，其中 T_n' 表示計算第 n 個支線長度時的參考平面， $b_{n.av}$ 則代表第 n 個支線兩邊主線高度的平均值，而 d_n 為 $b_{n.av}$ 到參考平面 T_n' 的距離，由於設計的两个相鄰的主線波導的高度可能是不一樣高的，我們利用(2.44a)式來得到參考平面 T_n' ，讓兩個參考平面 T_n' 之間的距離為四分之一波長即可得到支線波導的長度。

同樣的圖(2-20b)則可計算 E-平面 T 接面主線的參考平面，其中 d_n' 為第 n 個支線高度的一半 $b_n/2$ 到左參考平面或右參考平面 T_n 的距離，並且透過(2.44b)式

得到參考平面 T_n 並讓兩參考平面間距為四分之一波長去得到 E-平面 T 接面的主線長度。

$$f_{c_{mn}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad f_{c_{10}} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\varepsilon}} = 59.055\text{GHz} \quad (2.43)$$

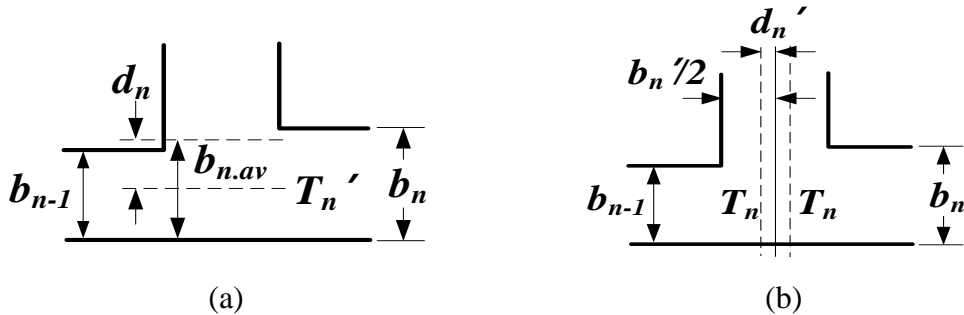


圖 2-20 E-平面 T 接面 (a)支線方向的參考平面 (b)主線方向的參考平面

$$\frac{2\pi d_n}{\lambda_g} = \tan^{-1} \frac{A_0 A_c + A_b}{A_0 - A_a} \quad (2.44a)$$

$$\frac{2\pi \left(\frac{b_n'}{2} - d_n\right)}{\lambda_g} = \tan^{-1} A_0 \quad (2.44b)$$

由上述設計主線支線的高度與長度的方式我們可以得到由矩陣分析得到的阻抗值(表 2-4)轉為圖 2-21 的佈局圖，尺寸附在表 2-6 裡，其中 l_0 為此 3dB 分歧耦合器接到 WR-10 的一段小距離。圖 2-22 則為用矩陣分析法配上 E-平面 T 接面的等效電抗值去模擬的 S 參數響應與直接用表 2-4 理想阻抗值對應出各主線支線高度與長度(表 2-6)的 3D 電磁模擬軟體 HFSS 模擬整體電路 S 參數響應的比較，可以發現如同兩者都有因為 E-平面之 T-接面不是一個理想的接面造成反射損耗連波越高頻時起伏越大的特性，而 HFSS 的模擬在約 112GHz 時有一個跳點，並且在 112GHz~115GHz 不如矩陣分析法的預期，這是因為此時頻率已相當接近 TE_{20} 模態的截止頻率(約 118GHz)，主模 TE_{10} 受到 TE_{20} 的些許影響的結果。圖 2-23 則表示兩者振幅平衡與相位差的比較，HFSS 的模擬中心頻略比矩陣分析低

了 2.5GHz 左右，而 $|S_{31}-S_{21}|$ 的差值比矩陣分析的差值多了約 0.8dB，相位差則少了 0.6 度左右。

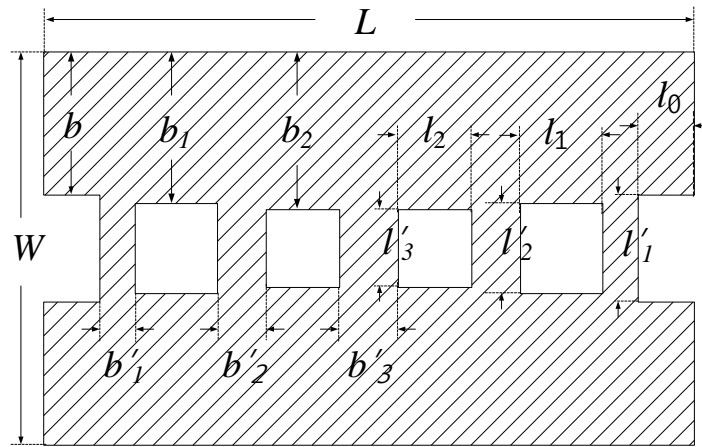


圖 2-21 由表 2-4 轉成實際的佈局圖

表 2-6 圖 2-20 的實際物理尺寸(單位:mm)

b	b_1	b_2	b'_1	b'_2	b'_3
1.27	1.3452	1.3995	0.3149	0.4338	0.5226
l_0	l_1	l_2	l'_1	l'_2	l'_3
0.5	0.7325	0.6536	0.949	0.7986	0.69
L	W				
5.7923	3.4890				

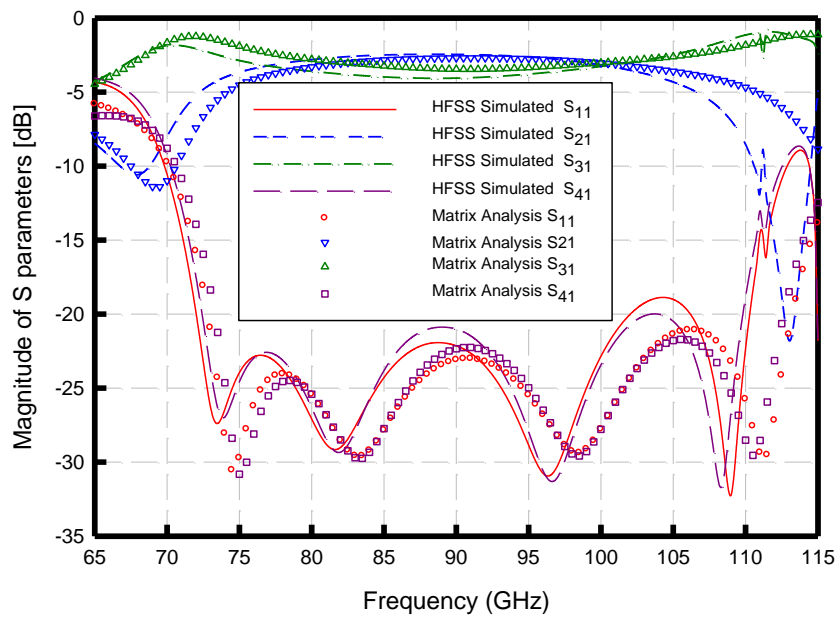


圖 2-22 矩陣分析與 HFSS 模擬頻率響應的比較

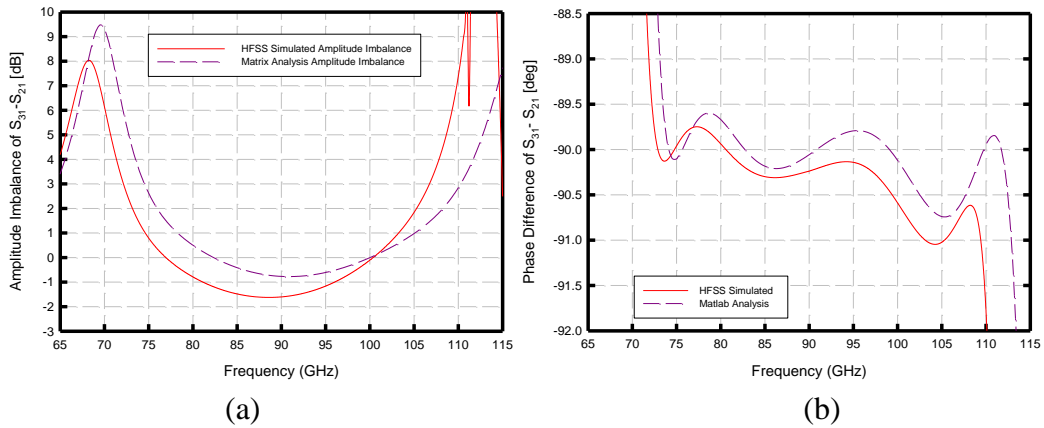


圖 2-23 矩陣分析與 HFSS 模擬 (a)振幅平衡 (b)相位差的比較

2.4.2 電路設計與實作比較

在經由矩陣分析法我們得到了初步的 3D 電磁模擬頻率響應(圖 2-22)，接著對其中的 b'_2 及 b'_3 兩個變數進行幾次的微調很快的就得到了圖 2-24 更佳的頻率響應，此時 $|S_{31}-S_{21}|$ 的差值已由約 1.6dB 縮到 0.66dB 且反射損耗皆在 -25dB 附近， $\angle S_{31}-S_{21}$ 也更接近 -90 度，如圖 2-25 所示，表 2-7 為表 2-6 微調幾次後的實際尺寸。

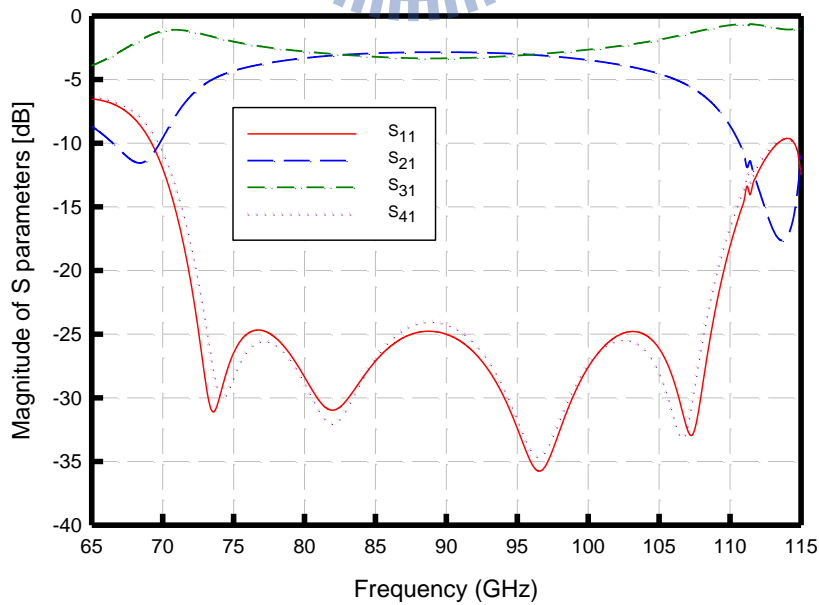


圖 2-24 微調過後模擬的頻率響應

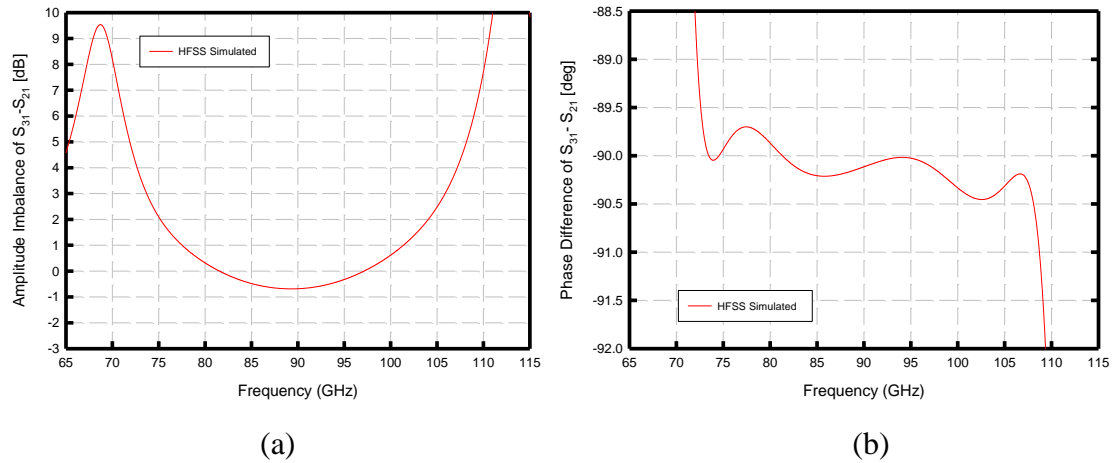


圖 2-25 HFSS 微調過後的 (a)振幅平衡 (b)相位差

表 2-7 微調過後的實際物理尺寸(單位:mm)

b	b_1	b_2	b'_1	b'_2	b'_3
1.27	1.3452	1.3995	0.3149	0.5338	0.6726
l_0	l_1	l_2	l'_1	l'_2	l'_3
0.5	0.7325	0.6536	0.949	0.7986	0.69
L	W				
6.1422	3.4890				

在量測時由於量測機台埠與埠之間必須隔一段距離以上，所以需要將上述設計好的電路各個端口以等阻抗大小的波導(WR-10)延伸出去，如圖 2-26 所示，但由於量測電路工作頻率是屬於射頻電路中偏高的頻率 W 頻段上，若使用四埠網路分析儀量測其校準不但麻煩而且在接近 100GHz 時校準會失真，故量測時我們是使用兩埠網路分析儀分別量測反射增益，穿透增益和耦合增益以及隔離度增益，共量測三次，其中沒有接到網路分析儀的埠接波導終端器匹配之。另外，兩埠網儀在這麼高頻的頻率校準時應保持兩個埠為東西向或是南北向，校準才準確，所以延伸出去的波導方向無法只轉 45 度直接接上四埠網儀，必須如圖 2-26

轉了兩次 45 度再接兩埠網儀的埠以及波導終端器量測之。圖 2-26 表示了整體電路模擬的佈局圖，其中中間紅色的虛線方塊的設計布局圖如圖 2-21，尺寸略為微調成表 2-8，左上方的綠色虛線方塊的模擬結果與尺寸設計在圖 2-27 與表 2-8 所示，而圖 2-28 則為整體電路模擬的頻率響應，其振幅平衡的平均值大約是 -3.26dB。

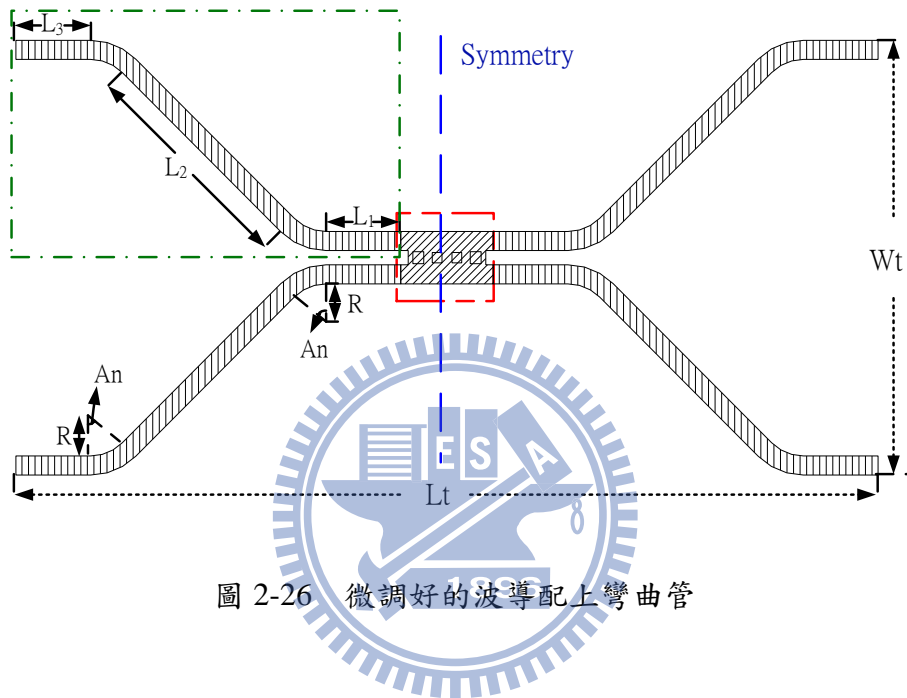


圖 2-26 微調好的波導配上彎曲管

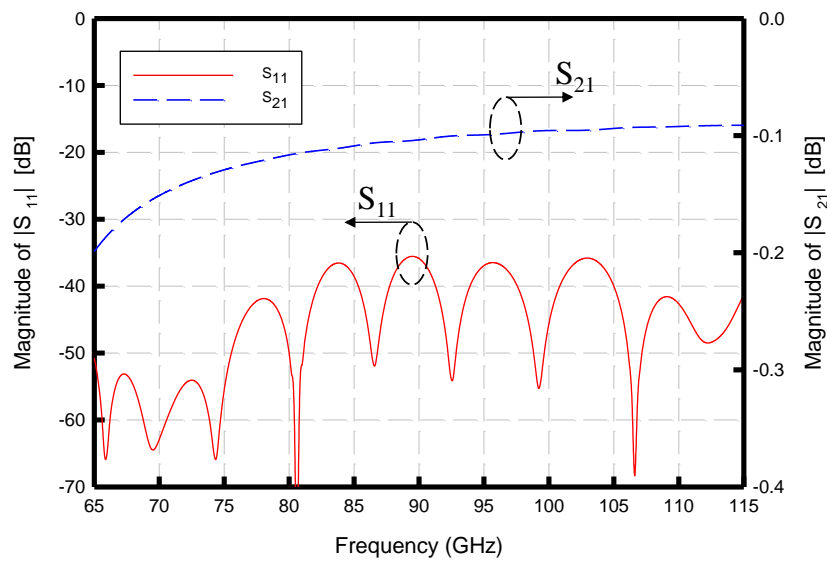


圖 2-27 模擬的單邊彎曲管的頻率響應

表 2-8 彎曲管實際物理尺寸(單位:mm，度)

b	b_1	b_2	b'_1	b'_2	b'_3	l_0
1.27	1.345	1.4	0.31	0.57	0.67	0.5
l_1	l_2	l'_1	l'_2	l'_3	An	R
0.73	0.63	0.95	0.8	0.69	45	3
L_t	W_t	L_1	L_2	L_3		
57.6845	28.9619	5	15	5		

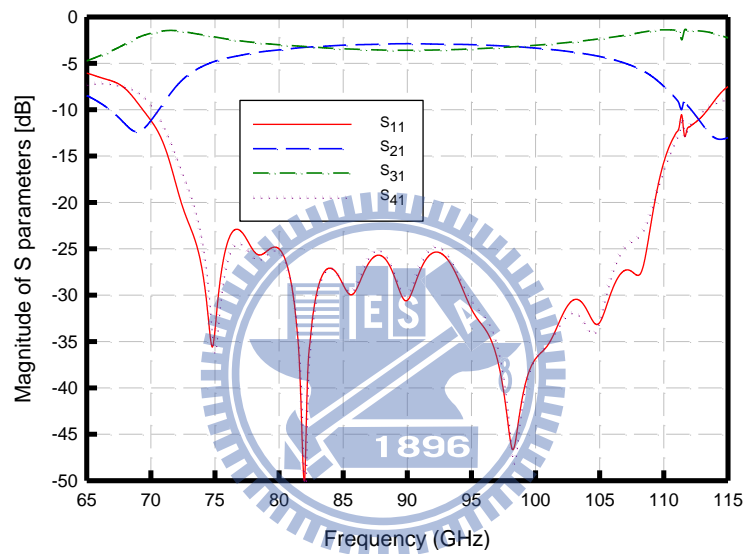


圖 2-28 模擬的整體電路的頻率響應

在取得兩埠網路量測出的三組數據後，我們可以將此三組兩埠 S 參數矩陣轉成一個四埠 S 參數矩陣，以便得到頻率響應，另外，由於此次電路製作對製作好的金屬矩形波導表面做了三種不同的處理，分別是只有陽極處理，表面鍍金和表面鍍銀，我們比較了此三種表面處理對電路損耗的影響，如圖 2-29，如預期的表面鍍銀的電路其損耗較少，而表面鍍金處理的又比只有陽極處理的略好一點。圖 2-30 為其實體電路圖。圖 2-31 和圖 2-32 則是表面鍍銀處理的電路量測結果與電

磁模擬軟體對 S 參數響應和振幅平衡與相位差的比較,量測的反射損耗從 75GHz 到 108GHz 都在-20dB 以下,振幅平衡在 74GHz 到 104GHz 都在 1dB 以內,振幅平衡的平均值大約為 3.53dB,若將圖 2-27 模擬單邊彎曲管的損耗考慮進去,量測得到的振幅平衡平均值再減掉 2 倍的 0.12dB 左右,大約 3.29dB 即為只有分歧耦合器的振幅平衡平均值,而量測的相位差則在幾乎整個 W 頻段都在 2.5 度以內。表 2-9 列出模擬與實測頻寬百分比,反射增益,振幅平衡及相位差等數據的整理。

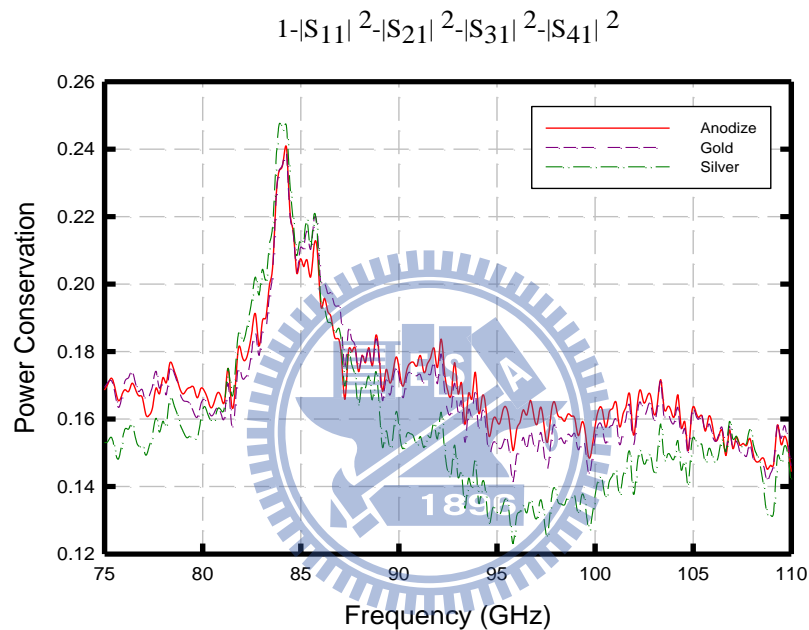


圖 2-29 三種不同的表面處理對電路能量損耗的比較

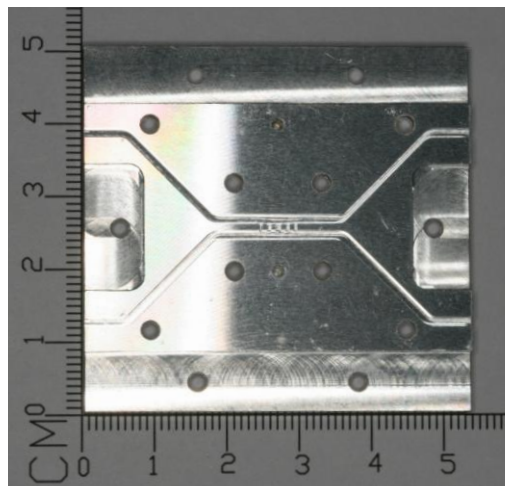


圖 2-30 3dB 分歧耦合器實體電路圖

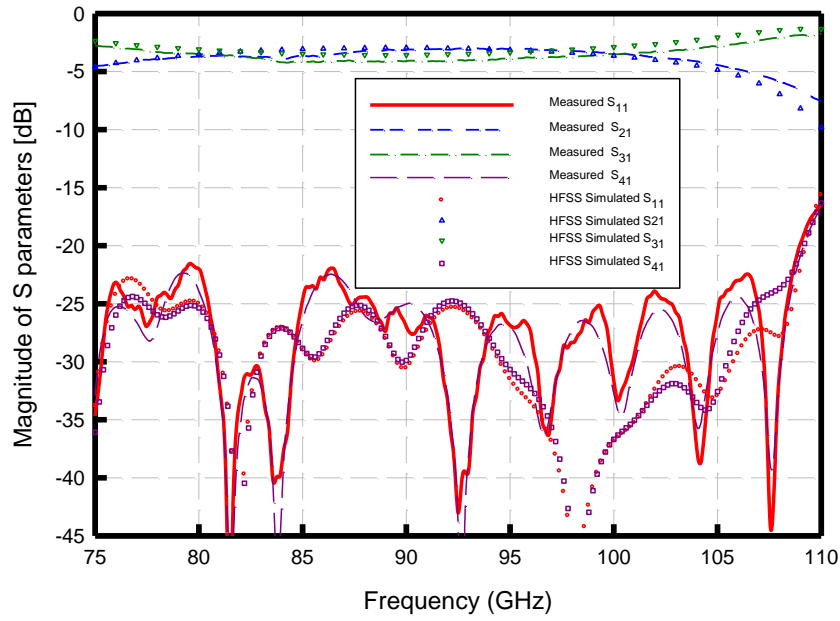
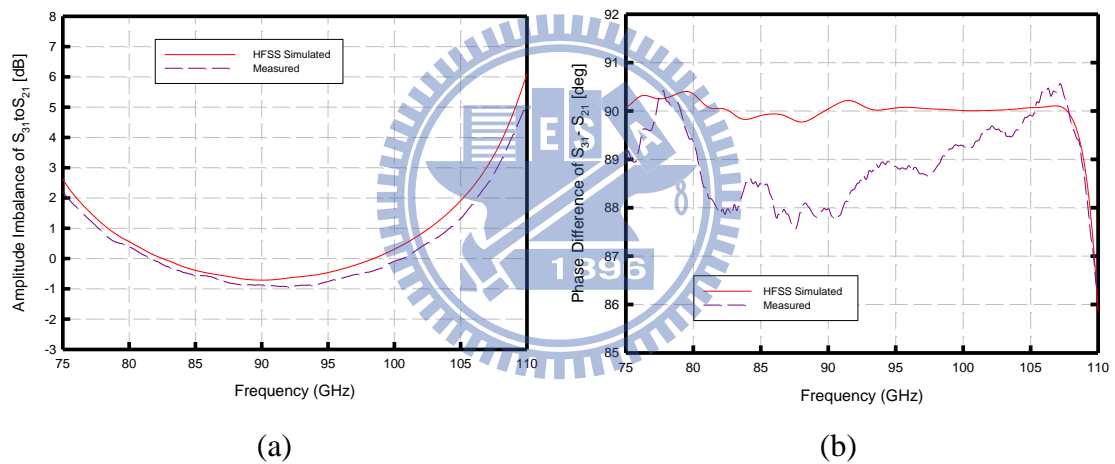


圖 2-31 模擬與量測的頻率響應



(a) (b)
圖 2-32 模擬與量測的 (a)振幅平衡 (b)相位差

表 2-9 模擬與實作的數據比較

75~110GHz	模擬	實測
百分比頻寬(1dB)	28.7%	29.52%
反射增益最差值	24dB	22dB
振幅平衡 $ S_{31}-S_{21} $	0.66dB	0.96dB
振幅平衡平均值	3.27dB	3.53dB
相位差 $\angle S_{31}-S_{21}$	$\pm 0.3^\circ$	$\pm 2.5^\circ$
隔離度增益最差值	24dB	23dB

第三章 特高頻 H-平面短槽式基板整合波導(SIW)垂交混成器

3.1 簡介

波導混成器在波導電路扮演著相當重要的部分，可以將之應用在功率的分歧上，例如平衡式的雙工器，平衡式的混波器或是寬頻的微波開關，以及特別形式的波導混成器，如魔術 T 和鼠競混成環(rat-race hybrid ring)，兩者都具有在某一終端打入訊號時可以在相等距離的輸出終端得到振幅能量一樣但相位同向或反向的電路特性。除此之外，還存在著一種直角混成器或垂交混成器(right-angle hybrid or quadrature hybrid)，其在某一端輸入訊號時在輸出端得到的兩個訊號則是振幅能量一樣但相位差 90 度，並且如此的 90 度混成接面具有寬頻的特性[34]。然而，在很多的應用裡此種直角混成器由於其四分之一波長的原因，其尺寸都極大，因此後來發展了以此種 90 度混成接面為雛形，縮小化的寬頻混成接面，又被稱作為短槽式混成接面，最早是由 Riblet 在 1952 年提出[32]，其可比起傳統的直角混成器有效的大幅減少尺寸。

本章中預將混成器之頻率推到毫米波頻段中較高頻段的特高頻中，因此傳統平面式電路之耗損變得非常大，在很多應用場景之下變得不合適。例如，在特高頻之下傳統微帶線之 90° 混成器其耗損約有 1-2dB(混成器本身，不包含週邊電路)，其製作大致成分歧線耦合器或稱枝幹耦合器(branch line coupler)與藍吉耦合器(Lange coupler)二大類，分歧線耦合器因為在 W-頻段四分之一波長線段極短，接面效應太強，且頻寬一般約小於 10%，不容易製作。而藍吉耦合器則不適用在介電常數低且厚度小的基板，因為線寬與線距都會遠小於製程極限。

由以上諸多原因，故我們不使用直角混成接面(分支線耦合器)而選用 Riblet 短槽式混成接面來減少電路的面積，並且採用近期頗為新穎基板整合波導技術來製作電路，選用之基板為厚度 5mil、介電常數 2.2 的 Rogers RT-Duroid 5880™

基板，此 Riblet 短槽式垂交混成器為一個 H-平面電路，因此在製程上可完全匹配基板整合波導電路。

3.2 短槽式基板整合波導基本理論與電路設計

3.2.1 短槽式波導基本原理

短槽式混成器類似於方向耦合器的一種，或著也可以將之視為兩個平行波導中間開一個很大的口徑[35]，圖 3-1 顯示一個短槽式混成接面，當功率在主波導終端 1 in 入射行進之後到達耦合區域，在適當的條件下，電磁波到達耦合區域末端時一些能量會分給終端 1 out 一些能量則分到終端 2 out，並且當假設此波導混成接面是一個理想接面時，終端 1 out，終端 2 out 是完全匹配的情況，所以沒有能量會到達終端 2 in 達成指向性無窮大的特性。

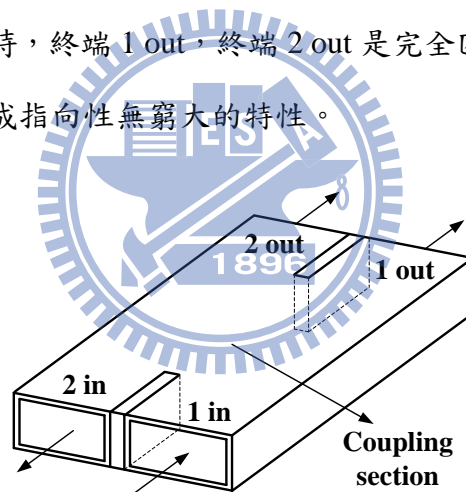


圖 3-1 短槽式混成接面示意圖

接著將簡單地解釋此種混成接面的重要特性及其基本的條件，首先第一個條件是設計一個短槽式波導時要有完全匹配及高隔離度的特性，因此在奇模和偶模分析中各埠的反射增益應為零，接著第二個條件是當此短槽式波導具有在兩輸出埠得到能量各一半的混成特性，因此在奇模和偶模分析中兩輸出埠的穿透增益的相位須差 90 度，其關係表示式如(3.1)式，其中 L 表示耦合區域的長度， λ_g^e 和 λ_g^o 則分別表示偶模波導波長與奇模波導波長，而 ϕ 表示偶模分析中耦合區域末

端的反射貢獻的相位偏移量。由以上的論述可以推得一些有用的事實，當利用高隔離度以及功率分配的特性可以得到輸出埠 2 out 的相位應比輸出埠 1 out 領先 90 度，而在高隔離度的情況下觀察一個中間沒有開口的波導我們可以發現短槽式波導輸出埠 1 out 的相位應比中間沒有開口的波導領先 45 度。另外，值得一提的是與在偶模分析時不同，奇模分析時短槽式波導沒有開口口徑效應。其原因是在偶模分析時耦合區域中間是一個開路的效果與耦合區域兩端點的短路效果衝突，故其會有不可忽略的反射，而奇模分析時耦合區域中間是短路的效果不會與耦合區域兩端點形成衝突，故其反射會極低，以致可以在分析奇模時省略之。

$$L\left(\frac{1}{\lambda_g^e} - \frac{1}{\lambda_g^o}\right) + \phi_r = 1/4 \quad (3.1)$$

3.2.2 短槽式基板整合波導基本原理與電路設計

上一小節提到，早期由 Riblet 提出可以縮短原本傳統 90 度混成金屬波導的短槽式金屬波導的基本原理，這一小節將短槽式波導引用至近期頗為熱門的基板整合波導上面，圖 3-2 為一個短槽式基板整合波導的示意圖，圖中左邊是使用溝槽(groove)的方式來達成如同金屬牆的特性，而右邊則是利用一排的支柱-牆(post-wall)或稱為貫孔(via hole)來形成整體電路近似一個金屬波導，其中貫孔與貫孔的間距(p)必須小於 4 倍的貫孔半徑(r)，且波導口徑的寬(w)必須大於 8 倍的貫孔半徑(r) [36]，如此才能讓電磁波在基板整合波到中達到相當接近金屬波導中的 TE 模態。

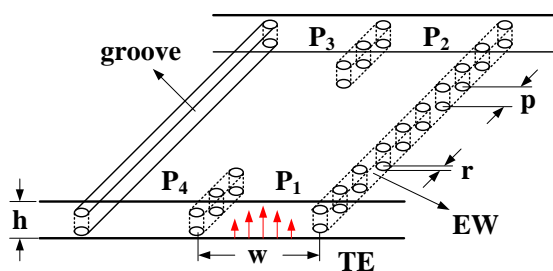


圖 3-2 短槽式基板整合波導示意圖

接著將短槽式波導應用到基板整合波導的奇偶模分析中，我們定義入射波從埠 1 激發電路時用 $a=[a_1, 0, 0, 0]$ 表示，而用偶模奇模從埠 1 埠 4 激發電路時用 $a_e=[a_1/2, 0, 0, a_1/2]$ 和 $a_o=[a_1/2, 0, 0, -a_1/2]$ 表示，其中 $a=a_e+a_o$ 。圖 3-3 為一個基板整合波導用奇模與偶模分析的電場示意圖，在偶模分析中，由於耦合區域中間是一個磁牆這裡的電場能量最大，故在偶模時最低的傳播模態是 TE_{10} 模態，而在奇模分析時，耦合區域中間是一個電牆這裡的電場能量則是最小，故其在奇模時最低的傳播模態是 TE_{20} 模態。

由上一小節提到的第一個條件完全匹配及高隔離度的特性，偶模分析出的反射係數要接近零，而反射會發生在剛進入耦合區域以及剛要離開耦合區域的地方，所以可以得到(3.2a)式，其中假設埠 1 埠 2 的反射係數與穿透係數皆相同則可得(3.2b)式，式子中的 S 參數是以剛進與剛出耦合區域的參考平面， a_1 是從埠 1 打入的入射振幅， b_1 是在埠 1 得到的反射振幅， l 是此耦合區域的長度，而 β_{10} 是代表偶模的相位常數，由於偶模的反射係數不接近於零，可以推得(3.3)式。當奇模分析時，一樣我們可以得到(3.4)式，其中 β_{20} 是代表奇模的相位常數，但由於用奇模激發時，埠 1 埠 2 的反射係數接近於零，故沒辦法在得到更多的關係式。

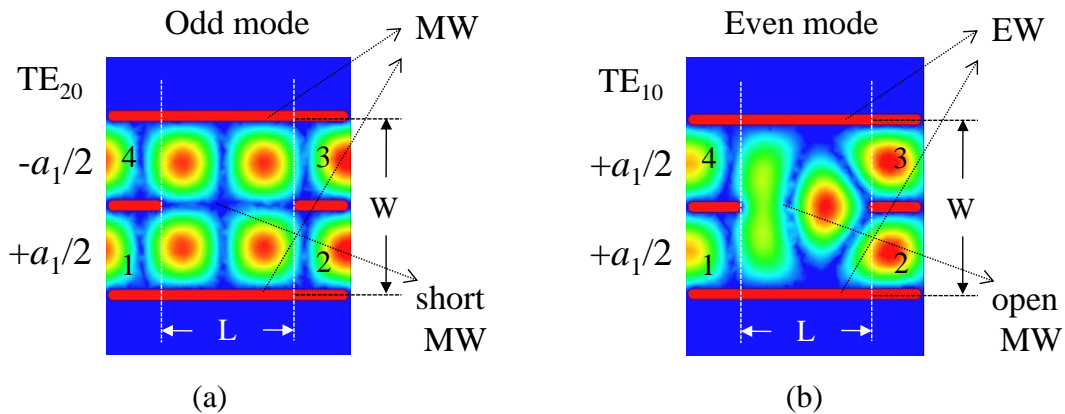


圖 3-3 短槽式基板整合波導 (a)奇模分析 (b)偶模分析 電場示意圖

$$b_1 = \frac{1}{2} a_1 [S_{e11} + (S_{e21} e^{-j\beta_{10}l}) S_{e22} (S_{e12} e^{-j\beta_{10}l})] = 0 \quad (3.2a)$$

$$= \left(\frac{1}{2}a_1\right)S_{e11}[1 + S_{e21}^2 e^{-j2\beta_{10}l}] = 0 \quad (3.2b)$$

$$l = \frac{(2n+1)\pi}{2\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{w}\right)^2}}, \quad \beta_{10} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{w}\right)^2} \quad (3.3)$$

$$b_1 = \left(\frac{1}{2}a_1\right)S_{o11}[1 + S_{o21}^2 e^{-j2\beta_{20}l}] = 0 \quad (3.4)$$

第二個條件式要考慮偶模與奇模的相位差，當我們先分析偶模激發時，理想上應得到(3.5a)式偶模時各埠的反射振幅，而分析奇模激發時會得到(3.5b)奇模時的各埠反射振幅，由 $b=b_e+b_o$ 我們會有(3.5c)和(3.6)式各埠的反射振幅以及 S 參數，可以發現埠 3 的相位領先埠 2 的相位 90 度，如同之前的短槽式波導的基本原理，接著根據我們設計短槽式耦合器其耦合量在不同值時可以有(3.7)式的關係式，也就是耦合區域中偶模傳播時的相位常數與奇模傳播時的相位常數差決定了兩輸出埠的振幅比。

$$b_e = (a_1/2)[0, e^{-j\beta_{10}l}, e^{-j\beta_{10}l}, 0] \quad (3.5a)$$

$$b_o = (a_1/2)[0, e^{-j\beta_{20}l}, -e^{-j\beta_{20}l}, 0] \quad (3.5b)$$

$$b = (a_1/2)[0, e^{-j\beta_{10}l} + e^{-j\beta_{20}l}, e^{-j\beta_{10}l} - e^{-j\beta_{20}l}, 0] \quad (3.5c)$$

$$\begin{aligned} S = b/a_1 &= [0, \frac{1}{2}(e^{-j\beta_{10}l} + e^{-j\beta_{20}l}), \frac{1}{2}(e^{-j\beta_{10}l} - e^{-j\beta_{20}l}), 0] \\ &= [0, \cos[(\beta_{10} - \beta_{20})\frac{l}{2}]e^{-j(\beta_{10} + \beta_{20})\frac{l}{2}}, -j\sin[(\beta_{10} - \beta_{20})\frac{l}{2}]e^{-j(\beta_{10} + \beta_{20})\frac{l}{2}}, 0] \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\sin^{-1} |S_{31}| = (\beta_{10} - \beta_{20})\frac{l}{2}, \quad \beta_{n0} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{w}\right)^2}, \quad n = 1, 2 \quad (3.7)$$

由(3.3)式以及(3.7)式兩個關係似可以推得(3.8)式在不同 n 值與耦合量的情況下耦合區域寬度與長度的唯一解，

$$w = \sqrt{\frac{[\pi(2n+1) + 4 \sin^{-1} |S_{31}|][3\pi(2n+1) - 4 \sin^{-1} |S_{31}|]}{8 \sin^{-1} |S_{31}| [\pi(2n+1) - 2 \sin^{-1} |S_{31}|]}} \quad (3.8a)$$

$$l = \frac{(2n+1)\pi}{2\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{w}\right)^2}}, n=1,2,3,\dots \quad (3.8b)$$

而當我們設計短槽式耦合器為一個混成器時， $\sin |S_{31}|$ 應為 $1/\sqrt{2}$ ，代入(3.8)可以得到一個由自然數 n 決定的耦合區域的寬度與長度，如(3.9)式所示，表 3-1 為自然數 n 從 1 到 3 耦合區域的理想物理尺寸。由於此短槽式耦合器我們設計他在中心頻率工作時，其操作奇模與偶模分別是以 TE_{20} 和 TE_{10} 為主模在傳播，我們不希望此耦合區域出現其他的模態影響電路的設計，所以需考慮設計的耦合區域的寬度是否會導致比 TE_{20} 或 TE_{10} 更高階的模態生成，由(3.10)式可計算出耦合區域在中心頻率(90GHz)時其寬度是 $1.124\text{mm}(a_{10})$ 會產生 TE_{10} 模態，而寬度是 $2.247\text{mm}(a_{20})$ 會產生 TE_{10} 及 TE_{20} 模態，當其寬度為 $3.371\text{mm}(a_{30})$ 時，耦合區域會產生 TE_{10} 、 TE_{20} 、和 TE_{30} 三個模態，這是我們不想發生的情況，因此表 3-1 提供的設計尺寸其中以 n 為 1 的最符合我們的設計需求，而當 n 大於等於 2 以上的情況會產生不必要出現的高階模態，故我們並不選用之。

$$w = \frac{\pi}{k} \sqrt{\frac{4(n+1)(3n+1)}{4n+1}} \quad (3.9)$$

$$l = \frac{\pi}{k} \sqrt{\frac{(n+1)(3n+1)}{3}}, n=1,2,3,\dots \quad (3.9)$$

表 3-1 3dB 短槽式耦合器的寬度與長度

n=1	W=2.843mm	L=1.835mm
n=2	W=3.433mm	L=2.973mm
n=3	W=3.942mm	L=4.103mm

$$f_{c_{mn}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.10a)$$

$$f_0 = \frac{1}{2a_{10}\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{2}{2a_{20}\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{3}{2a_{30}\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (3.10b)$$

由以上設計電路的方式，我們使用全波模擬軟體 HFSS 進行基板整合波導的 3D 電磁模擬，我們使用的板材是 RT5880 厚度 5mil 的基板，如圖 3-4 所示，這裡我們先使用槽線來模擬理想的金屬牆來得到一個理想的初始設計，其中 L_p 表示的是槽線的邊端與基板邊端之間的距離， L_R 則表示離開耦合區域後到各埠之間的距離，表 3-2 為其實際物理尺寸，其中模擬出的耦合區域長度比表 3-1 在 n 為 1 的情況下還長，其原因是略受 TE₃₀ 模態消散波的影響[37-38]。圖 3-5 則為其模擬的頻率響應圖。

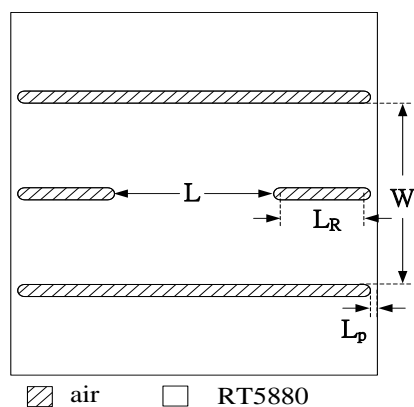


圖 3-4 初步的基板整合波導電路圖

表 3-2 初步的基板整合波導的物理尺寸(單位: mm)

L	W	L _R	L _p
2.3	3	1.2	0.1

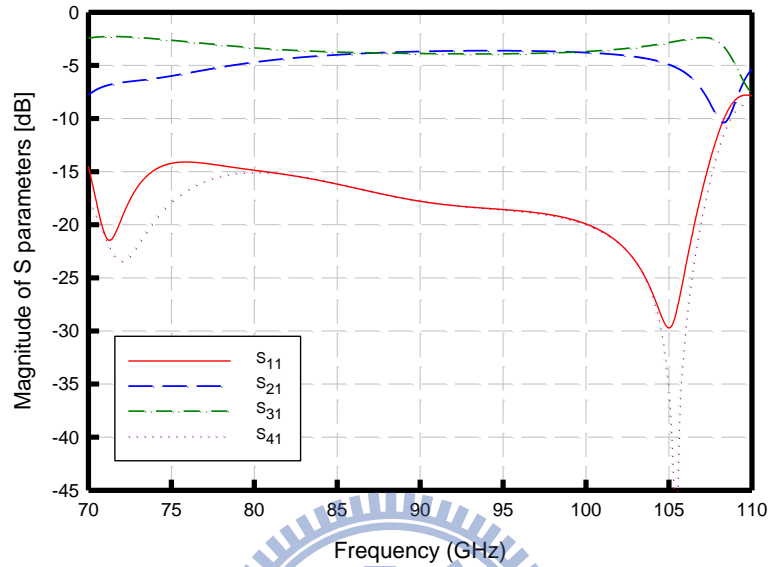


圖 3-5 初步的基板整合波導頻率響應圖

從圖 3-5 我們可發現有第一個 dip 離我們的中心頻很遠，導致反射係數的響應不是很好，我們可以利用在各埠增加步階阻抗轉換以達到調整第一 dip 的方式 [39]，初步的基板整合波導修正為圖 3-6，其實際物理尺寸標在表 3-3，其中 W_p 顯示為各埠的波導寬度， L_m 為維持耦合區域寬度為 W 的上排槽線長度，透過此種方式我們得到圖 3-7 修正後的頻率響應圖，此時振幅平衡 $|S_{31}-S_{21}|$ 設計在 1dB。

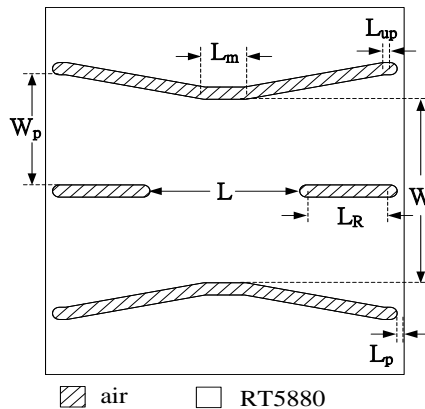


圖 3-6 修正後初步的基板整合波導電路圖

表 3-3 修正後初步短槽式耦合器的物理尺寸(單位: mm)

L	W	L _R	L _m	L _{up}	L _p	W _p
2.15	3	1.2	0.6	0.1	0.1	1.8

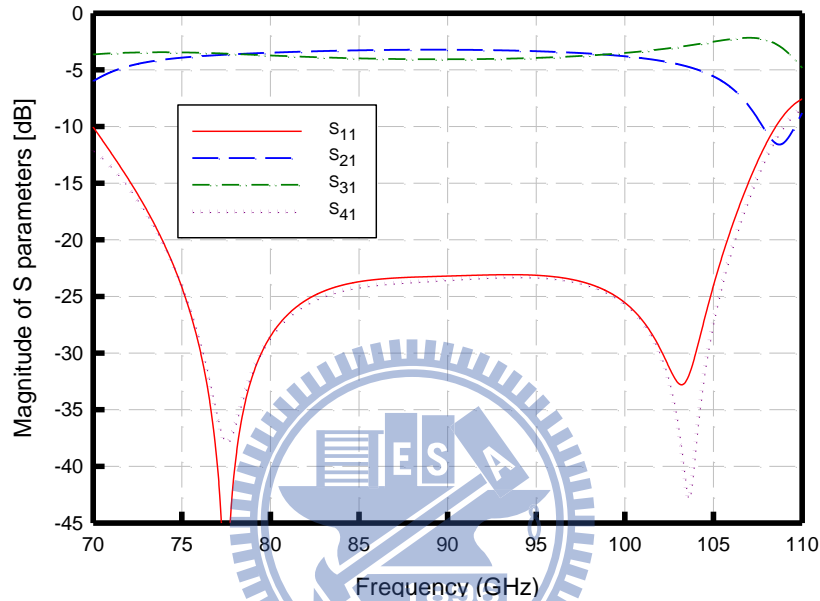


圖 3-7 修正後初步的基板整合波導頻率響應圖

由以上的方式我們可以快速的得到一個不錯的基板整合波導響應結果，接著將上述先用槽線來模擬金屬牆的方式改成用一整排貫孔來取代之，如圖 3-8 所示，我們只需將貫孔打在圖 3-6 中具有形狀代表性的位置上，並且遵照先前提過支柱-牆完美模擬金屬牆的設計規則[36]即可，表 3-4 為此電路的設計尺寸，圖 3-9 則為此用貫孔模擬的基板整合波導頻率響應圖，其中 S_{21} 與 S_{31} 的平均值約為 3.76dB， $|S_{31}-S_{21}|$ 的振幅平衡與 $\angle S_{31}-\angle S_{21}$ 相位差顯示在圖 3-10 中，而圖 3-11 則秀出此 3dB 短槽式耦合器與其奇偶模分析時的電場分布圖，由圖 3-10a 可看出埠 3 相位領先埠 2 約 90 度。

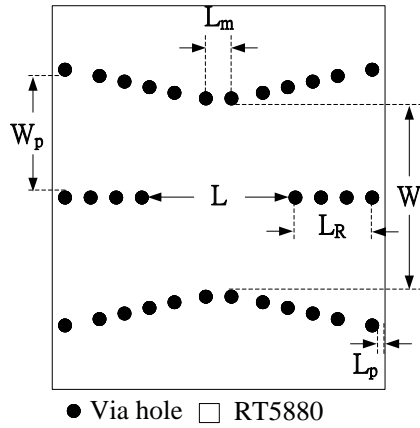


圖 3-8 修正後貫孔的基板整合波導電路圖

表 3-4 修正後貫孔的短槽式耦合器物理尺寸(單位: mm)

L	W	L_R	L_m	L_p	W_p
2.2	2.9	1.2	0.4	0.1	1.8

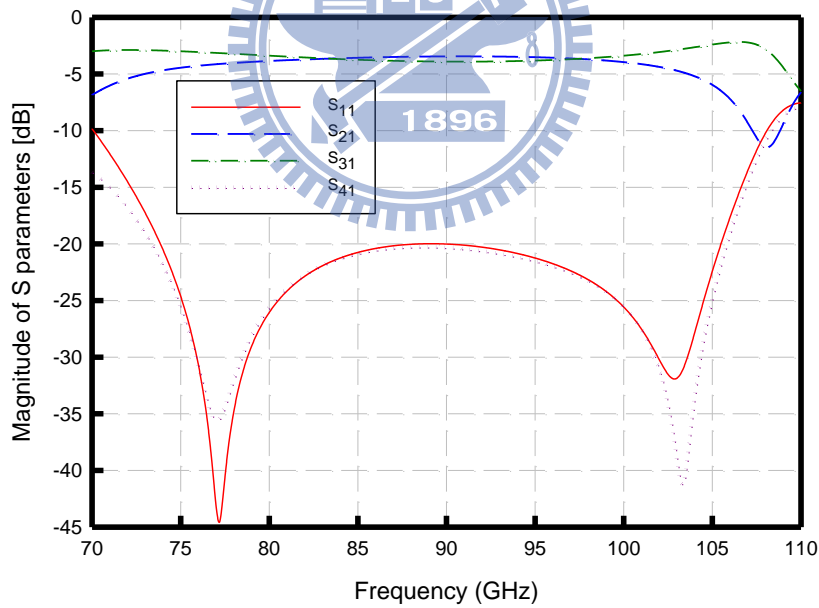


圖 3-9 修正後貫孔的基板整合波導頻率響應圖

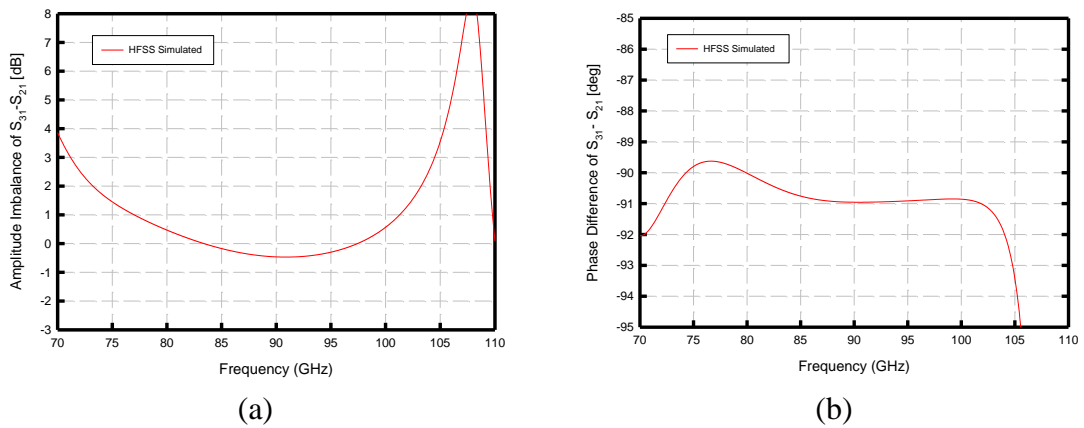


圖 3-10 修正後貫孔的基板整合波導其 (a)振幅平衡 (b)相位差

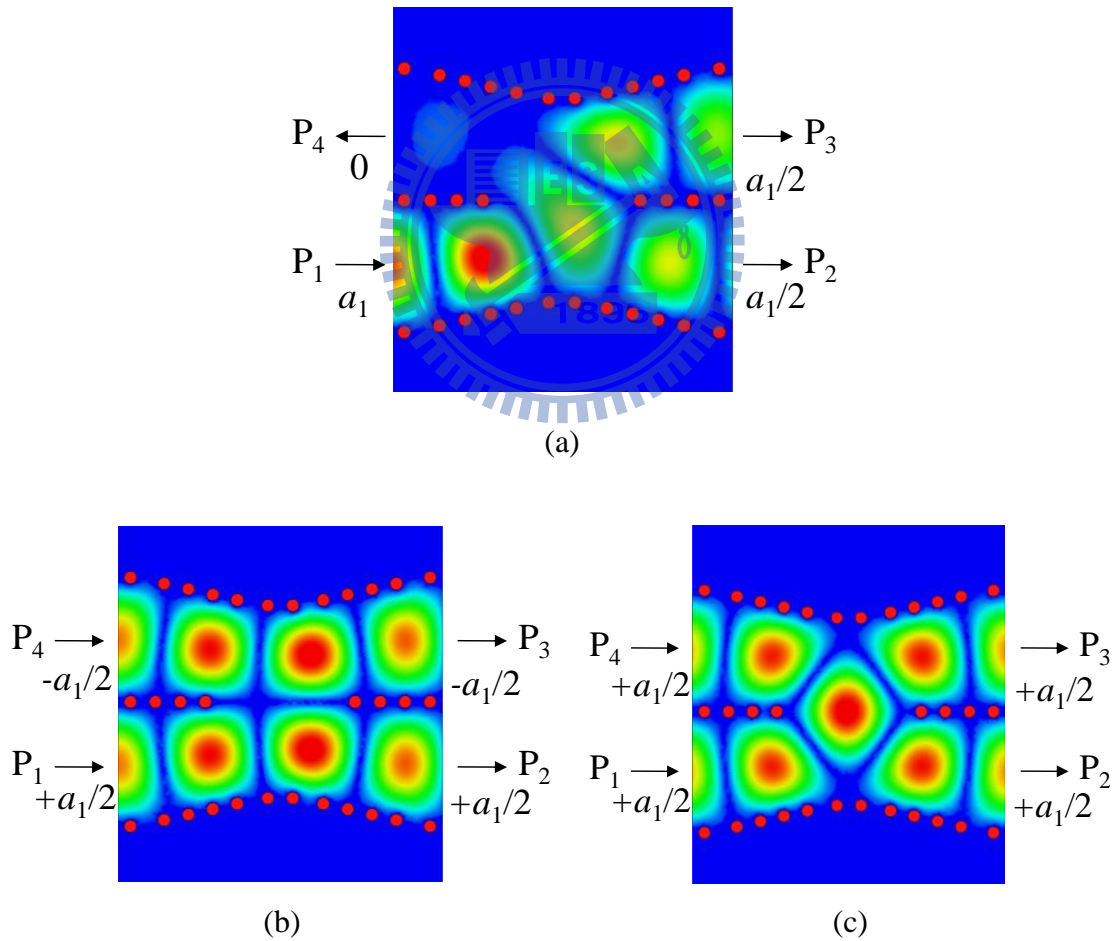


圖 3-11 (a)短槽式基板整合波導 (b)奇模分析 (c)偶模分析 電場示意圖

接著，由於基板整合波導的其中的一優點就是可以與平面式電路作一個結合，我們須將波導模態轉到平面式電路適用的模態，這裡使用將波導 TE 模態轉到微帶線 quasi-TEM 模態的方法[40]，圖 3-8 修正過後貫孔的基板整合波導各端口的阻抗大約是 26Ω 需將之轉換到 50Ω ，我們透過緩變(tapered)形式的變壓器達到一個寬頻的阻抗轉換的作用，其實際電路佈局圖如圖 3-12 所示，其中 W_{26} 與 W_{50} 即分別表示特性阻抗為 26Ω 與 50Ω 微帶線的線寬，同時這裡也在微帶線的 quasi-TEM 模態剛進入基板整合波導的 TE 模態各端口處多鑽了一個貫孔，其與原本端口的貫孔距離為 L_g ，其作用為防止 quasi-TEM 模態散溢到基板整合波導貫孔的外面導致能量的消散，表 3-5 為此電路的各參數設計尺寸，S 參數的響應則秀在圖 3-13 中，其中 S_{21} 與 S_{31} 的平均值約為 4.21dB，而振幅平衡與相位差則顯示在圖 3-14 裡。

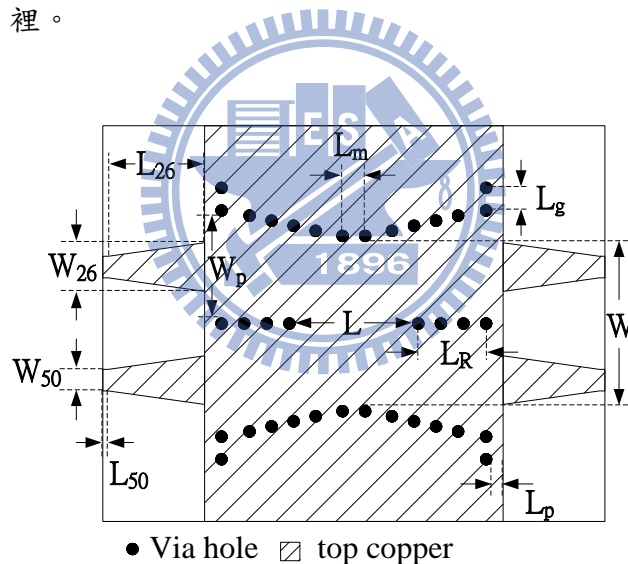


圖 3-12 可與平面式電路接合的修正後貫孔的基板整合波導

表 3-5 與平面式電路接合修正後貫孔的短槽式耦合器物理尺寸(單位: mm)

L	W	L_R	L_m	L_p	W_p
2.08	2.9	1.2	0.4	0.2	1.8
L_g	L_{26}	W_{26}	L_{50}	W_{50}	
0.4	1.7	0.86	0.1	0.382	

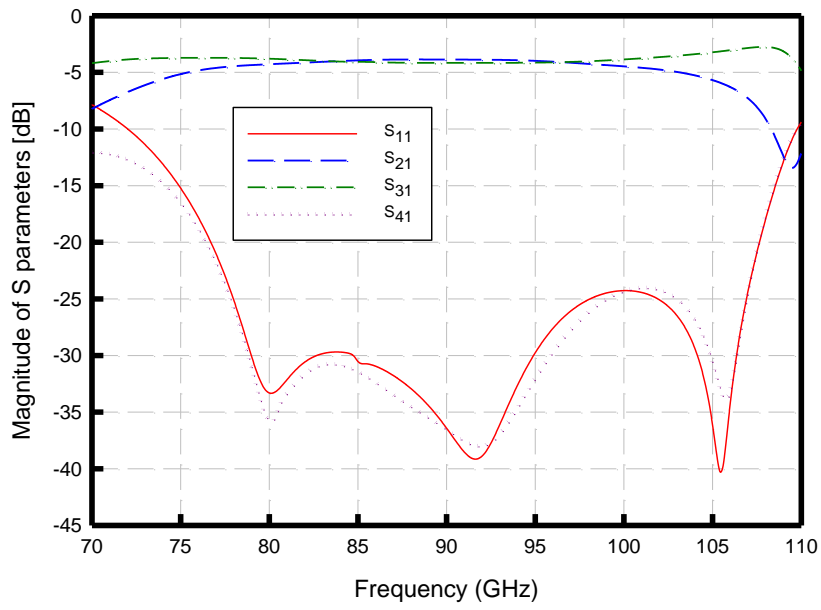


圖 3-13 與平面式電路接合修正後貫孔的基板整合波導頻率響應圖

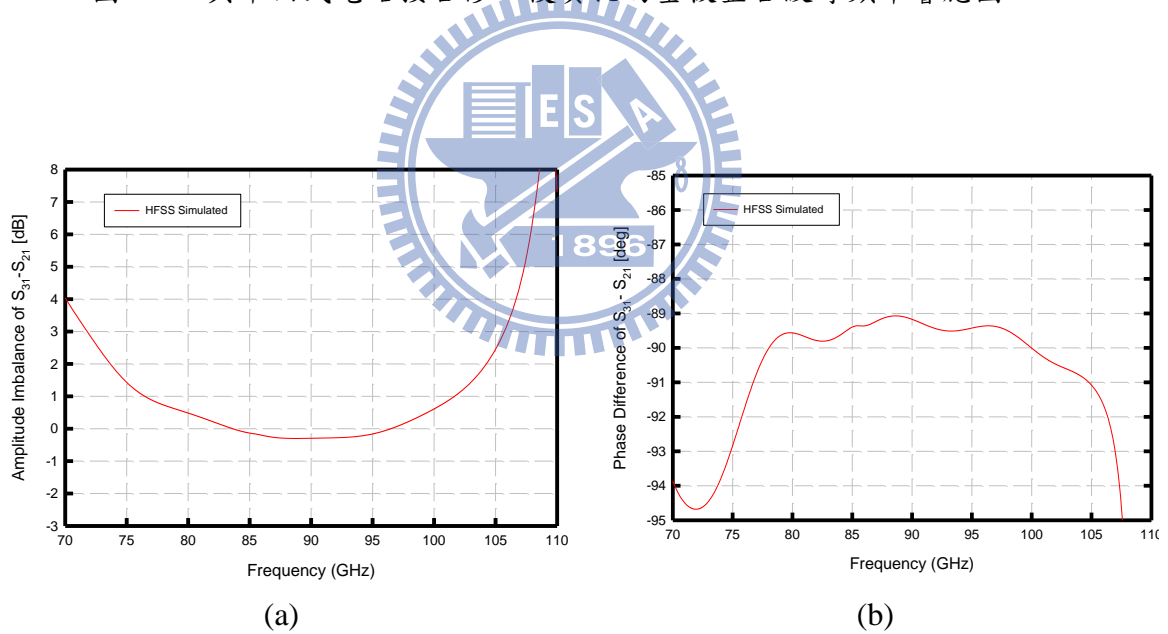


圖 3-14 與平面式電路接合修正後貫孔的基板整合波導其 (a)振幅平衡 (b)相位差

3.3 量測規劃與轉換器之設計

3.3.1 製程與量測的限制

此特高頻 3dB 短槽式耦合器我們將中心頻定為 90GHz，使用 RT5880 介電常數為 2.2 損耗較低的板材，基板厚度為 5mil，銅厚為 0.5 o.z.，此種板材目前板廠蝕刻線寬與線距的極限是 6mil，而如此高頻的量測需使用 100um 探針的機台來進行量測，所以只使用 RT5880 的板子是量不到的，而陶瓷基板其製成極限為 1.2mil 相當適用於 100um 探針的量測，所以我們將在基板厚度也為 5mil 的陶瓷基板上製作一個探針轉到微帶線的轉換器，其金屬為金，厚度為 3um，接著在上一節提到經過緩變(tapered)變壓器轉到 50Ω 的微帶線的基板整合波導的各端口處透過銀膠與金箔將兩種基板整合在一起以進行特高頻的量測。

另外，如同第二章量測特高頻的金屬波導時，使用兩埠網路分析儀比用四埠網路分析儀在校準上比較簡易且精準不會失真，並且校準的兩個埠需為東西向或南北向，否則校準上一樣會有問題，同時由於在 100GHz 附近時 50Ω 的負載其工作效能不佳，我們將使用吸波材料取代之以進行終端的匹配。

因此，我們的量測規畫如下，當為取得反射增益，穿透增益與耦合增益時，我們將上一節經過緩變變壓器轉到 50Ω 的微帶線的基板整合波導之其中 50Ω 的微帶線透過如同為量測金屬波導時將其轉兩次 45 度的形式，其目的為使各埠量測的探針為東西向的，並且此 50Ω 的微帶線需大約長 10mm，其原因是因為吸波材料要能達到其匹配的效果至少需要 7.5mm~10mm 才能有完善的作用，接著將探針接到已整合成陶瓷基板的入射埠(埠 1)，另一個探針則接在同樣整合成陶瓷基板得穿透埠(埠 2)，此時埠 1 與埠 2 乃是東西向的，而沒有接到探針的耦合埠(埠 3)以及隔離埠(埠 4)則在其 50Ω 的微帶線上面各放上一個吸波材料進行終端的匹配，如此一來可以得到反射增益與穿透增益，同樣的當探針接到已整合成陶瓷基板的入射埠(埠 1)以及耦合埠(埠 3)，此時兩埠也是東西向的，而吸波材料將放置

在穿透埠(埠 2)與隔離埠(埠 4) 的 50Ω 的微帶線上面，如此可得到耦合增益的量測。

接著，若要取得隔離增益的量測，由於前述所提到的，兩個量測探針不是都是東西向的校準會有問題，所以我們無法直接將兩個探針放在已整合成陶瓷基板的入射埠(埠 1)與隔離埠(埠 4)並在穿透埠(埠 2)與耦合埠(埠 3)放上吸波材料來進行量測，因此我們將製作另一個與量測反射增益，穿透增益與耦合增益都相同的電路，只有改變入射埠(埠 1)與隔離埠(埠 4)的 50Ω 的微帶線成只轉一次 90° 的彎，使埠 1 與埠 4 形成南北向，使其進行量測時不會有校準失真的問題。

如此一來，透過這兩個電路的量測， 3dB 短槽式耦合器的 S 參數便可以取得，但由於微帶線在如此高頻時其損耗不小，且這種量測方式需將 50Ω 的微帶線轉彎並且拉長到 10mm 左右，量測得到的電路損耗並不只是波導的損耗而已，所以我們製作一個沒有緩變變壓器轉到 50Ω 的微帶線的基板整合波導，只有長約 10mm 且兩次轉彎的 50Ω 微帶線，並且在各埠接上陶瓷基板來進行由於量測需要所增加的電路的損耗的量測。



3.3.2 扇形轉換器之使用

上一小節提到為配合使用 $100\mu\text{m}$ 的探針量測，我們需要使用到其線寬與線距之製成極限比較低的陶瓷基板以進行量測，所以以下將敘述適用於 $100\mu\text{m}$ 探針襯墊(pad)到微帶線的轉換器。一開始，我們設計一個從 CBCPW 模態轉換到微帶線 quasi-TEM 模態的轉換器，其實際電路佈局圖如圖 3-15，其中 W_f 及 G_f 要能接上 $100\mu\text{m}$ 的探針且匹配到 CBCPW 的 50Ω 以及要能符合陶瓷基板的製程極限線寬與線距最小 1.2mil ，CBCPW 模態同時具有 CPW 模態與 quasi-TEM 模態的特性，而長度為 TL 的區域就是使 CBCPW 模態中的 CPW 模態漸漸消失使其完全轉換為 quasi-TEM 模態的過度區域[41]，由於 CBCPW 上層金屬的地要與

下層金屬的地連通以達到共地的效果，但陶瓷基板不能貫孔所以會在基板兩側塗上銀膠以形成上下層金屬的地等電位的效果，但這種方法又會導致 CBCPW 的結構類似於一個波導，故其 W_t 要盡量設計的小，讓此不必要的波導之截止頻率大於我們所需要的頻率範圍，因此，此轉換器轉到 50Ω 微帶線的線寬 W_{mL} 會比理想的寬度略大，表 3-6 表示此列出轉換器的設計參數，為考慮此陶瓷基板的轉換器接到 RT5880 板材時的接面效應，我們在用電磁模擬軟體最佳化設計參數時，是將此 CBCPW 到微帶線的轉換器在其中間接上一段四分之一波長 RT5880 板材 50Ω 的微帶線再以背對背的型式接上以進行參數的微調，其模擬出的頻率響應圖如圖 3-16 所示，由於陶瓷基板接到 RT5880 板才十多重反射的原因造成其反射係數隨著頻率越高反射能量逐漸變大。

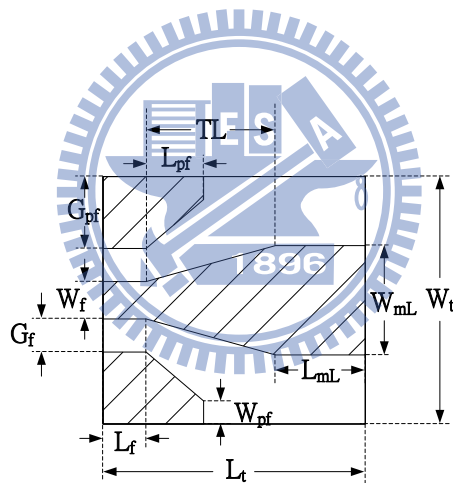


圖 3-15 CBCPW-to-ML 轉換器實際電路圖

表 3-6 CBCPW-to-ML 轉換器的尺寸設計(單位: um, 度)

L_{mL}	W_{mL}	W_f	G_f	L_f	L_{fan}	An_f
420	152	52	46	60	270	55
T_L	L_t	W_t				
150	365	344				

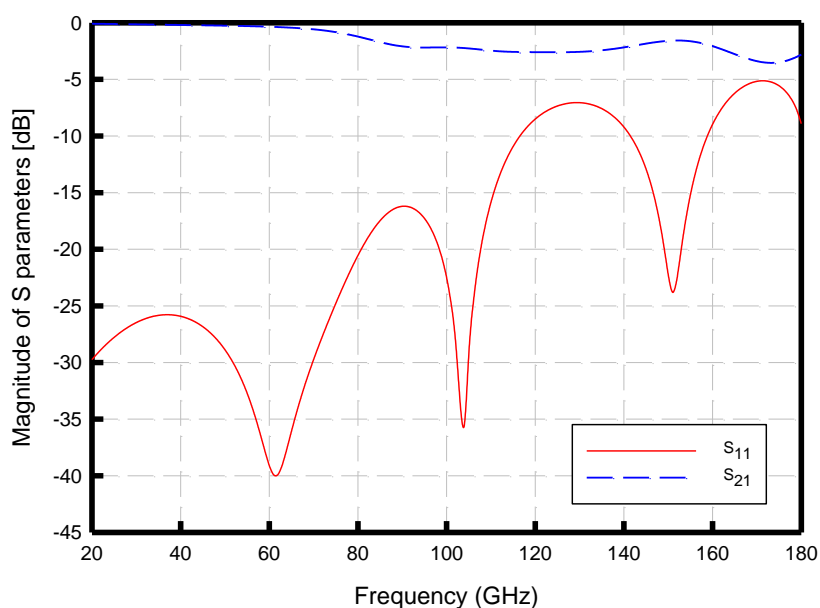


圖 3-16 CBCPW-to-ML 轉換器背對背相接頻率響應圖

圖 3-16 在我們關切的頻率範圍 70~110GHz 由於多重反射造成其 S 參數響應不甚理想，因此我們改採用扇形轉換器，如圖 3-17 所示。控制其扇子的長度 L_{fan} 為中心頻(90GHz)的四分之波長可在中心頻的地方造成如一個濾波器響應的效果，可減少由於兩個板材接合時不連續接面造成的多重反射影響 S 參數響應的效應，其中 W_f 及 G_f 要匹配到 50Ω 的 CPW 且要符合陶瓷基板的製程極限線寬與線距最小 1.2mil，長度為 T_L 的過度區域則是要將 CPW 模態轉換到 quasi-TEM 模態，微調以上設計的參數時，一樣將扇形轉換器接到一段長四分之波長 RT5880 的板材，接著在以背對背的形式接上另一端的扇形轉換器，透過 3D 模擬軟體最佳化後的設計參數秀在表 3-7 中，而其模擬的頻率響應圖顯示在圖 3-18 裡，其反射係數在 55~120GHz 都壓在 25dB 以下，由圖中可以發現穿透損耗在大於 90GHz 之後其損耗有逐漸增大的趨勢，但大約都在 1dB 以內，其 S 參數性能比 CBCPW 轉到微帶線的轉換器好很多，並且其設計也不需考慮到將上下層金屬地連接在一起所導致不必要的波導模態之影響，是一個比較適合作為本次量測特高頻電路的選擇。

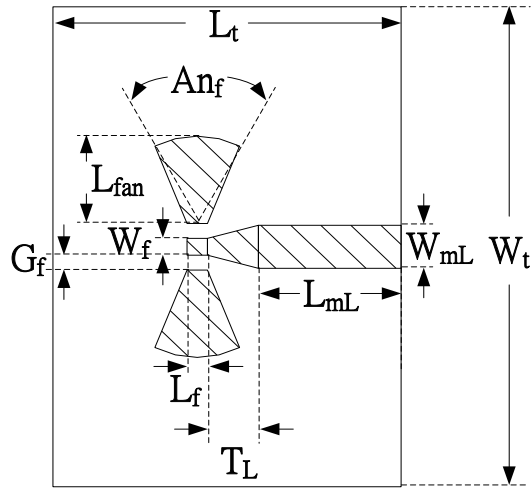


圖 3-17 扇形轉換器實際電路圖

表 3-7 扇形轉換器的尺寸設計(單位: um, 度)

L_{mL}	W_{mL}	W_f	G_f	L_f
420	133	52	46	60
T_L	L_{fan}	An_f	L_t	W_t
150	270	55	850	1484

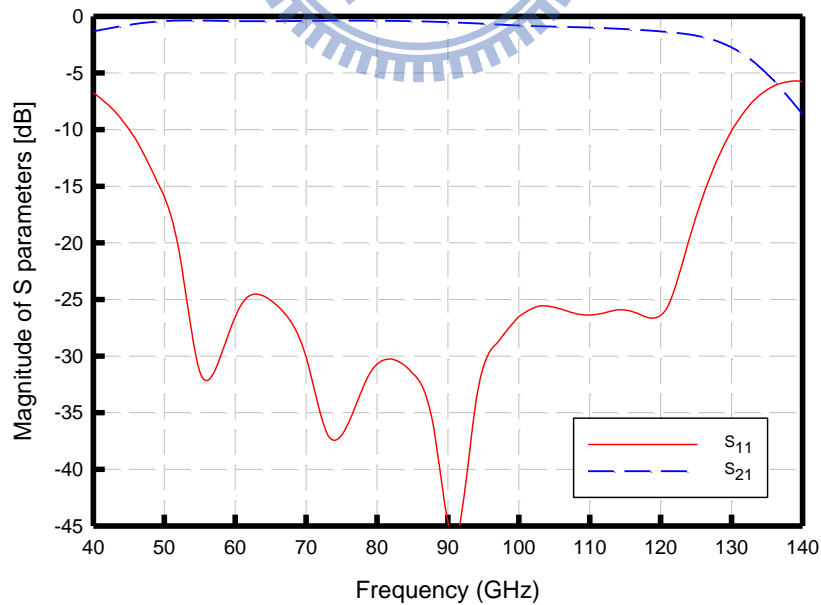
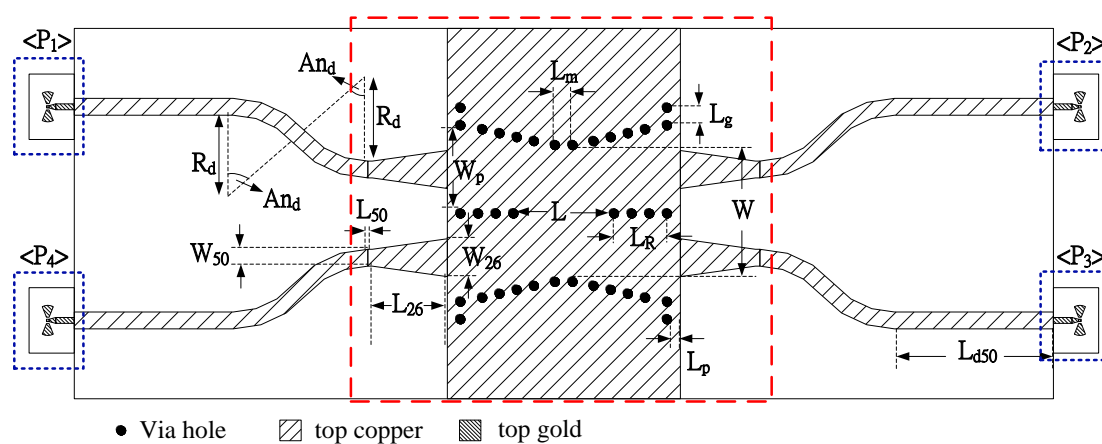


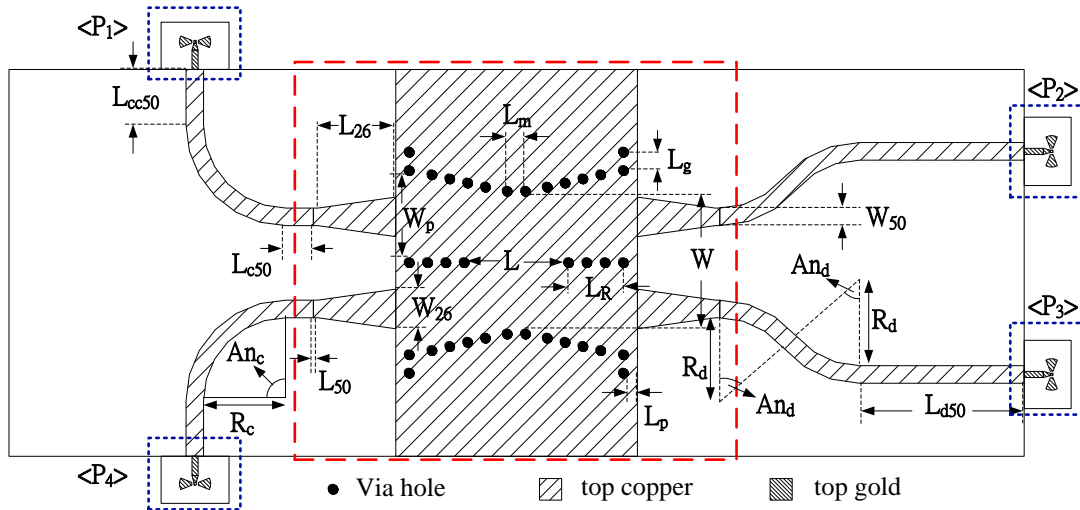
圖 3-18 扇形轉換器背對背相接頻率響應圖

3.4 整體電路模擬與實測

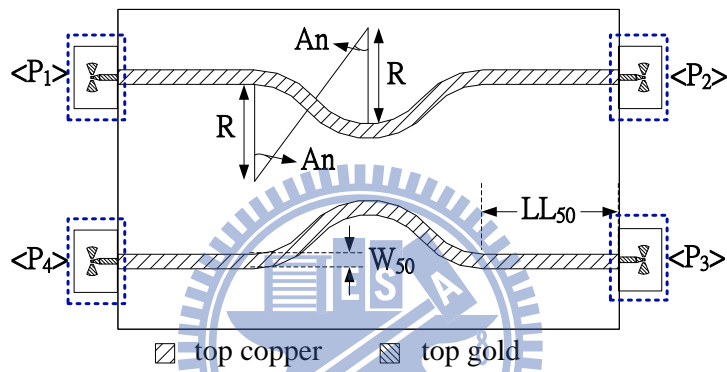
在完成了經過緩變變壓器轉到 50Ω 的微帶線的基板整合波導並且配合吸波材料以及兩埠網儀量測的設計將之拉長約 1mm 以及轉兩次彎後在各埠接上陶瓷基板以進行 100um 探針的量測之整體電路示意圖，其可分為 3 個電路表示之，如圖 3-19 所示，其中中間紅色的虛線方框裡表示緩變變壓器轉到 50Ω 的微帶線的基板整合波導，而四個端口處用藍色虛線方框標示的是用陶瓷基板製成的扇形轉換器，其設計電路圖與設計尺寸均與上一節的圖 3-17 與表 3-5 相同，圖 3-19(a) 所表示的是當連接兩埠網儀的探針接到東西向的埠 1 以及埠 2 時，並且埠 3 和埠 4 用吸波材料放在 RT5880 基板上 50Ω 的微帶線上時，可以量測到反射增益、穿透增益以及耦合增益所製作的電路，圖 3-19(b) 則是表示當探針接到南北向的埠 1 以及埠 4 時，並且埠 2 及埠 3 用吸波材料終端之，可以量到隔離增益所製作的電路，而圖 3-19(c) 是用來量測由於此種量測方法所導致不必要的損耗有多少的量測，各電路的實際設計參數分別列在表 3-8 到 3-9 中。



(a)



(b)



(c)

圖 3-19 整體電路量測 (a)反射、穿透和耦合增益 (b)隔離增益 (c)非主電路損耗 的示意圖

表 3-8 圖 3-19(a)與(b)的設計尺寸 (單位: mm, 度)

L	W	L _R	L _m	L _p	W _p	L _g
2.08	2.9	1.2	0.4	0.2	1.8	0.4
L ₂₆	W ₂₆	L ₅₀	W ₅₀	An _d	R _d	L _{d50}
1.7	0.86	0.1	0.382	55	1.8	3.6
An _c	R _c	L _{c50}	L _{cc50}			
90	1.8	0.6	1.209			

表 3-9 圖 3-19(c)設計尺寸 (單位: mm, 度)

LL ₅₀	W ₅₀	R	An
3.6	0.382	1.8	50

我們可以用電磁模擬軟體得到為了量測反射增益、穿透增益以及耦合增益所製作的電路的頻率響應圖，如圖 3-20(a)，取其中的 S_{11} ， S_{21} 與 S_{31} 來跟實作的結果比較，而模擬為了量測隔離增益所製作的電路(圖 3-19b)的 S 參數響應，如圖 3-20(b)所示，其模擬的結果大致與圖 3-20(a)中的 S_{41} 一致，而 S_{21} 與 S_{31} 的平均值大約在 5.98dB。圖 3-20(c)顯示非主電路所增加損耗的模擬，可以發現隨著頻率越高其損耗越大，其模擬的平均值大約是 1.77dB，圖 3-21 則表示取圖 3-20(a)的 S_{11} ， S_{21} 與 S_{31} 以及圖 3-20(b)的 S_{41} 並且將圖 3-20(c)量測造成非主電路的損耗考慮進去，得到只有經過緩變變壓器將基板整合波導轉到 50Ω 微帶線的主電路的頻率響應圖，圖 3-22 則表示經過緩變變壓器將基板整合波導轉到 50Ω 微帶線的主電路的振幅平衡以及相位差，此時振幅平衡 $|S_{31}-S_{21}|$ 設計從 75~100GHz 都在 0.5dB 以內，而相位差 $\angle S_{31}-\angle S_{21}$ 在 70~105GHz 都在正負 5 度以內。

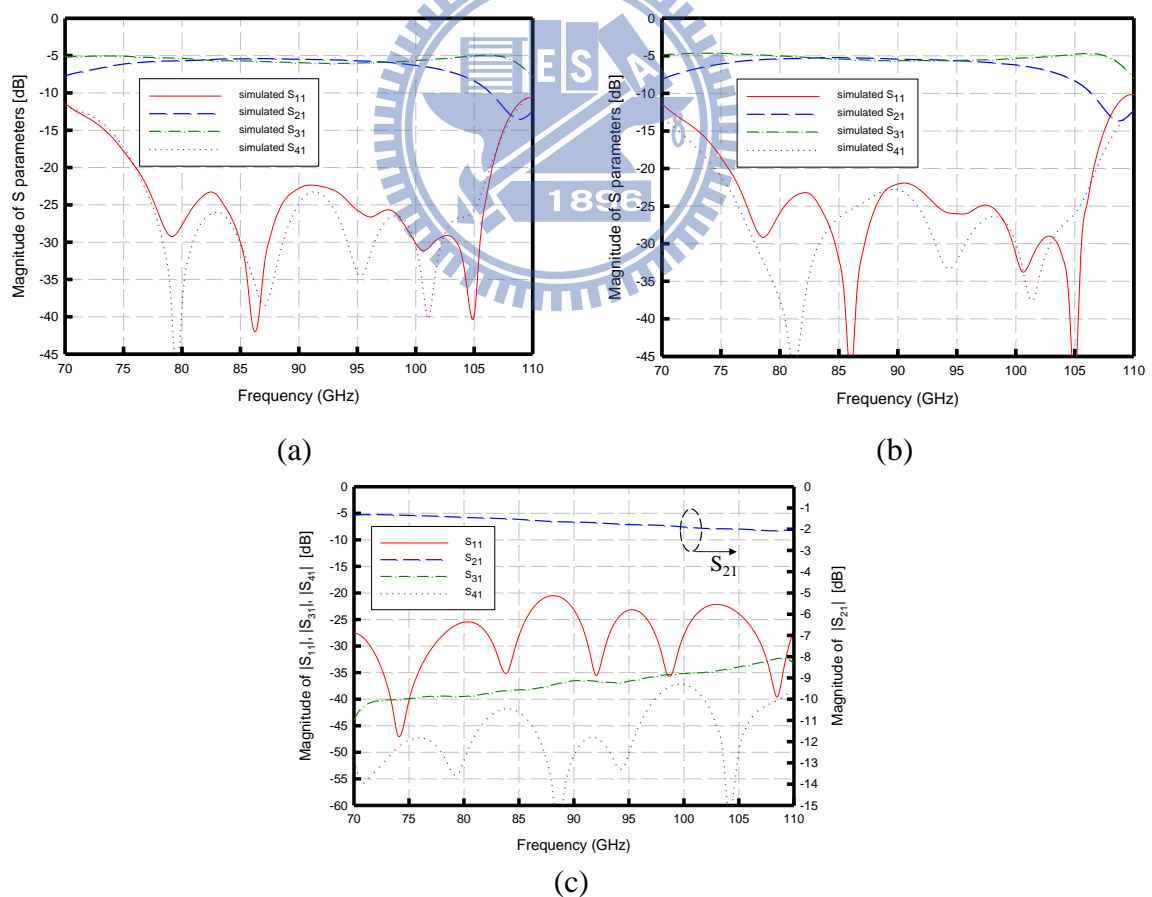


圖 3-20 為量測 (a)反射、穿透和耦合增益 (b)隔離增益 (c)非主電路損耗所製作的電路之頻率響應圖

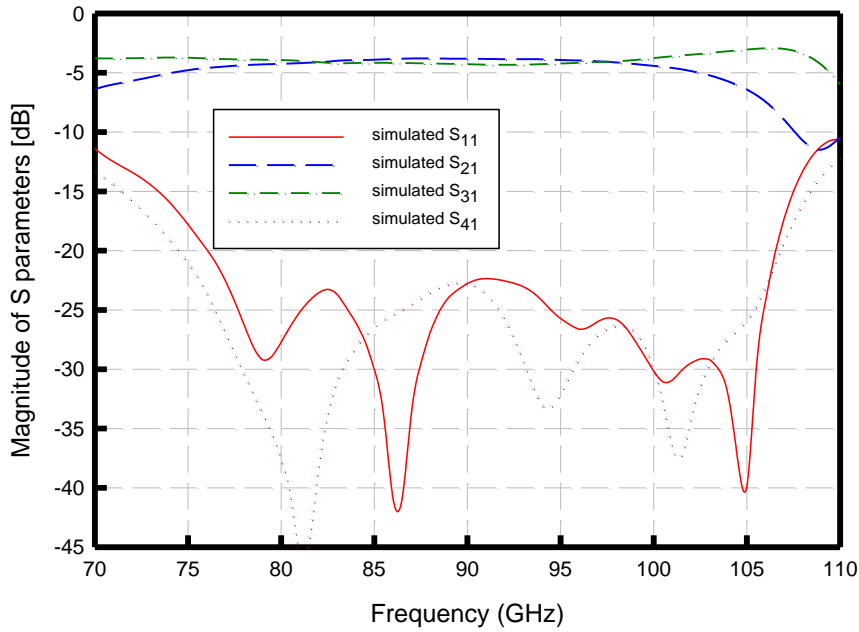


圖 3-21 只有主電路的頻率響應圖

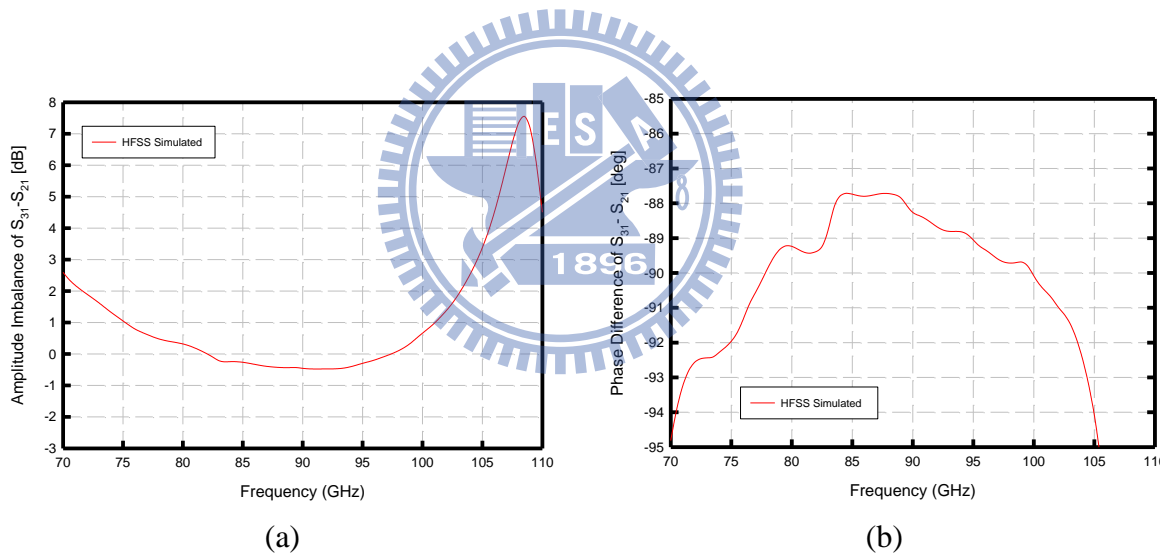


圖 3-22 只有主電路的 (a)振幅平衡 (b)相位差

圖 3-23 為整體 SIW 電路的實體電路照片，其中利用銀膠將之黏置在一大塊金板上且各端口使用金箔將扇形轉換器所在的陶瓷基板與 SIW 所在的 Duroid 基板組裝成一體，其整體長 x 寬約為 $2.45 \times 0.85 \text{cm}^2$ ，只考慮緩變變壓器與 SIW 的尺寸約為 $0.89 \times 0.85 \text{cm}^2$ 。量測此特高頻電路使用的網儀需使用電腦才能取出 S 參數數據，由於中科院電腦管制因素無法取出 S 參數等資料，故量測結果將由繪圖機輸出。

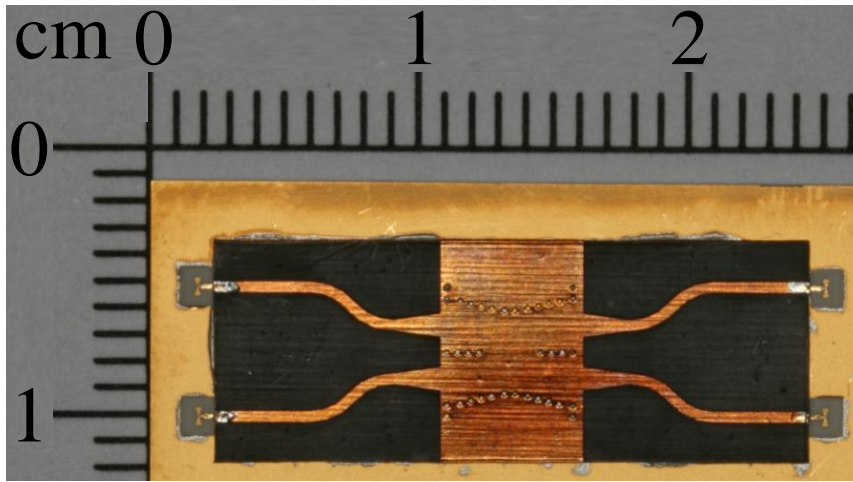


圖 3-23 整體 SIW 電路的實體電路

為了確認此種量測方式其組裝動作是適當的，我們先進行了轉換器背對背接上轉換器的量測以及陶瓷基板整合到 Duroid 基板非主電路損耗的量測，圖 3-24 為將兩個扇形轉換器陶瓷基板組裝成背對背形式的量測結果，其反射係數約 -15dB~-25dB 與電磁模擬結果(圖 3-18)略差了 5dB，而穿透係數大約都在 1dB 以內與模擬結果大致雷同，由於陶瓷基板屬於硬板，在組裝電路時基板與基板結合時問題比較不大，但在此特高頻頻段中模擬與量測的反射增益仍有些許差異。圖 3-25 則為非主電路損耗的量測，其反射增益在整個頻段只有 -8~9dB，與圖 3-20c 的模擬結果 -20dB 以下差距不小，其原因我們推測一者是因為 Duroid 基板屬於軟板，在組裝陶瓷與 Duroid 兩個基板時中間並沒有完全緊密接合在一起，原為 $50\ \Omega$ 的微帶線由於空氣的介入導致阻抗變化造成不匹配，另一個原因是由於我們使用了銀膠塗抹在 Duroid 板與底下的一大塊金板之間，多餘的銀膠溢出 Duroid 基板沒處理掉就接上陶瓷基板，導致兩個板材接合處有殘存的銀膠夾在其中而影響了阻抗的匹配，而穿透增益在反射良好的頻率為 2~3dB 與模擬結果(圖 3-20c)差了約 1dB。由於製做 Duroid 基板和陶瓷基板以及將兩種板材組裝完成大約就要一個月，量測又要再花一兩個禮拜，所以本次研究就先以這樣的結果進行討論。

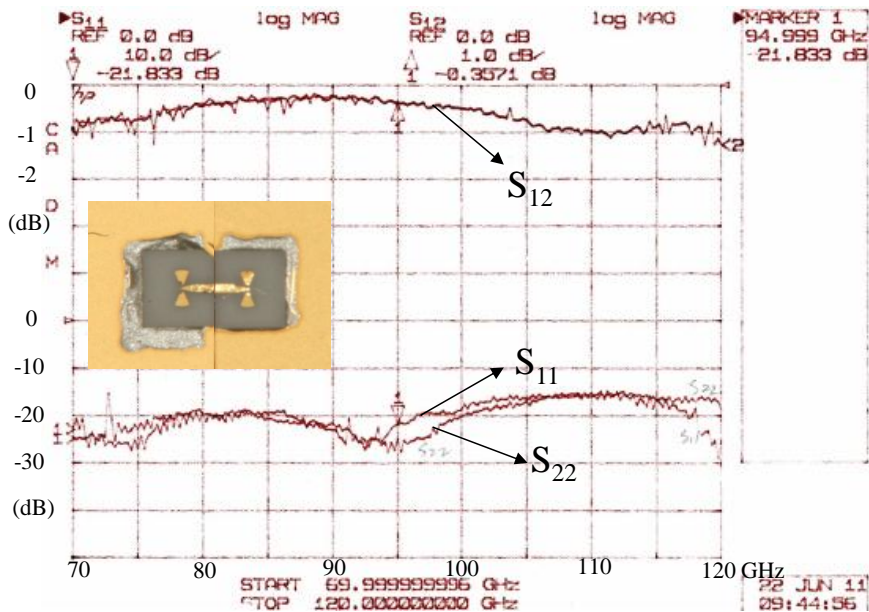


圖 3-24 組裝成背對背形式之扇形轉換器的量測結果

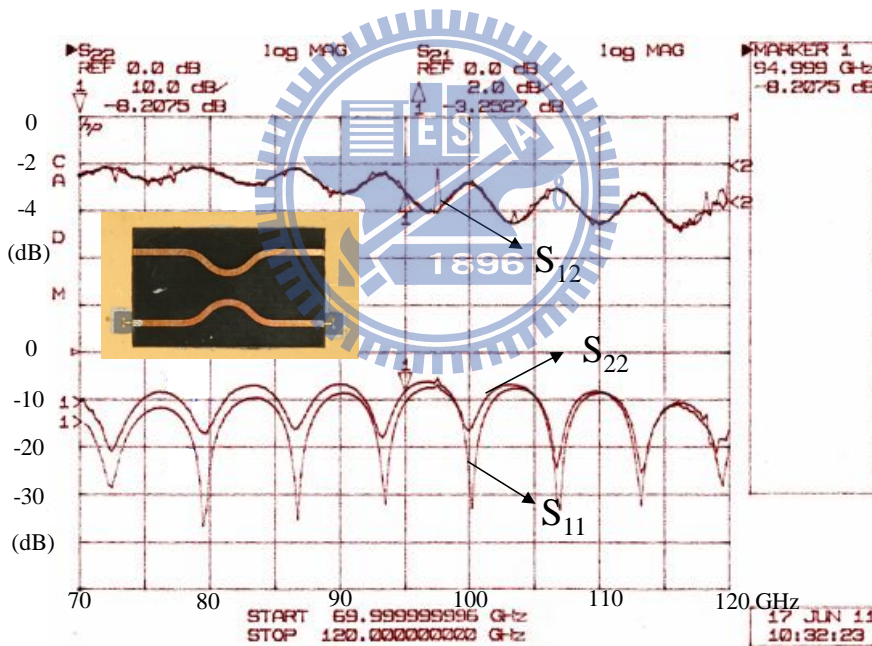


圖 3-25 組裝兩種板材之非主電路損耗的量測結果

接著進行整體電路反射、穿透及耦合增益的量測，如圖 3-26 所示，其反射增益在整個 W 頻段皆在 -10dB 以下，與圖 3-21 模擬的反射增益為 -20dB 以下不一致，其原因與量測非主電路損耗一樣，由於組裝兩種板材時沒完善的貼齊以及銀

膠溢入在兩板材接合處內導致阻抗匹配不良。而穿透與耦合增益其平均值在 87.5GHz~102GHz 平均約為 7.8dB，若扣除非主電路損耗(圖 3-25)其平均約 3.5dB 可得到主電路 S_{21} 與 S_{31} 的平均值約為 4.3dB，其結果與圖 3-13 模擬主電路之結果頗為吻合。整體電路振幅平衡在 87.5~102GHz 皆在 1dB 之內，與圖 3-22(a)模擬結果在頻寬上略有差異，其原因可能來自於鑽孔位置準確度有 2~3mil 的誤差，導致 Riblet 短槽式耦合區域的長度改變影響耦合器的耦合量，所以量測的耦合增益與穿透增益重疊的地方變少以致於頻寬下降，如圖 3-27(a)所示。而量測的相位差在 70~105GHz 約為-100 度與圖 3-22(b)模擬結果略有不同，實測的相位差多了 10 度，如圖 3-27(b)所示，其原因一者為先前提過的由於 Duroid 基板為軟板與陶瓷基板組裝時不易貼齊，在此特高頻量測若埠 2 與埠 3 貼齊程度不同即會導致相當的相位差，另一個原因為在特高頻頻段(90GHz)陶瓷基板一波長約為 1.2 毫米，若埠 2 和埠 3 的下探針位置差 1mil 則相位差就差了 7.5 度左右。圖 3-28 顯示量測隔離度增益的電路以及其量測結果，其隔離度在 87.5~102GHz 皆在 -20dB 以下。可與平面式電路接合之主電路模擬與量測(87.5~102GHz)的反射增益，百分比頻寬，振幅平衡及相位差等數據皆列在表 3-10 內。

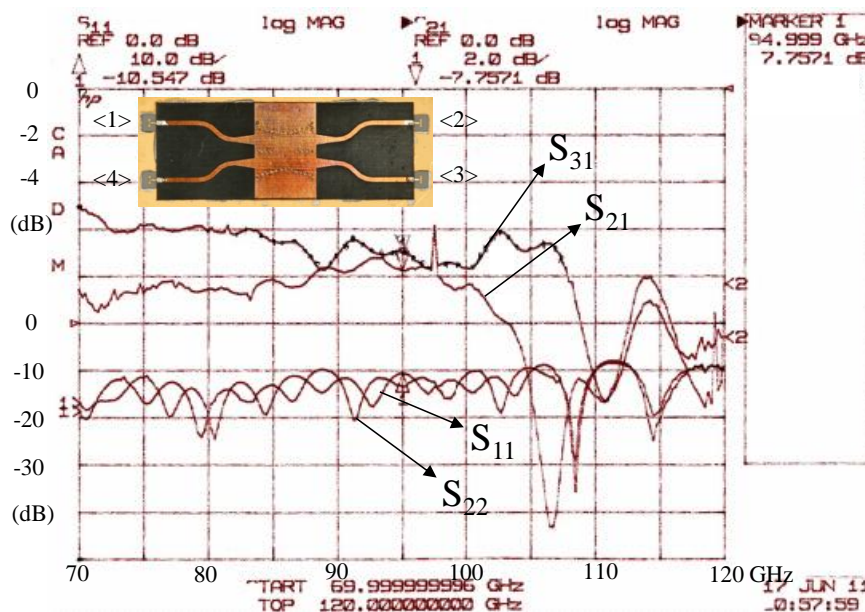


圖 3-26 整體電路反射、穿透和耦合增益之量測結果

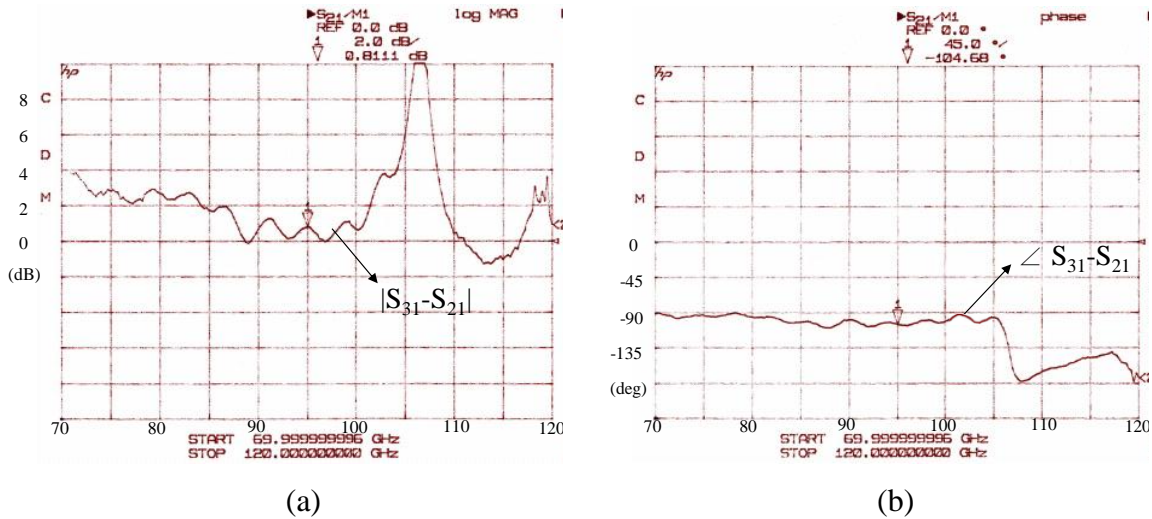


圖 3-27 整體電路之 (a)振幅平衡 (b)相位差 量測結果

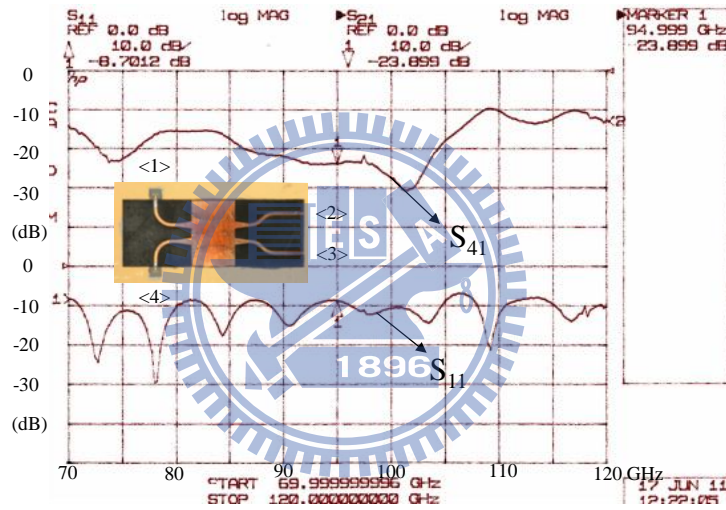


圖 3-28 整體電路隔離度增益之量測結果

表 3-10 主電路模擬與實作的數據比較

	模擬 (75~102GHz)	實測 (87.5~102GHz)
百分比頻寬(1dB)	30.86%	15.3%
反射增益最差值	23dB	10dB
振幅平衡 $ S_{31}-S_{21} $	0.51dB	1dB
振幅平衡平均值	4.21dB	4.3dB
相位差 $\angle S_{31}-S_{21}$	$\pm 2^\circ$	$\pm 10^\circ$
隔離度增益最差值	23dB	20dB

第四章 結論

本論文使用兩種不同的結構與不同的製程方式實現特高頻的垂交混成器，第一種是用矩形金屬波導製做分歧式的 3dB 耦合器，為使電路能有寬頻的效果，故將電路設計具有五個分支線，並且透過發展已十分成熟的四分之波長轉換器為其雛形，得到在某個頻寬互相對應下，分歧式方向耦合器各段主線與支線該有的阻抗值比。接著，透過數值矩陣分析法，得到此理想的分歧耦合器其頻率響應圖，並且將矩陣分析法略為修改成適用於金屬波導的型式，快速的得到一個由於波導截止頻率以及 E-平面 T-接面造成頻率響應改變的模擬圖，此數值矩陣分析法與用全波模擬軟體 HFSS 模擬出的 S 參數響應相去不遠，故透過這種方式我們大幅縮減了在 3D 電磁模擬軟體上最佳化的時間，最後實作時對表面進行了三種不同的處理，分別是只有陽極氧化、表面鍍金、與表面鍍銀三種，如預期的表面鍍銀的電路其電路能量損耗最小，實作的結果與微調好 HFSS 的結果其反射增益差了約 2dB，振幅平衡差值約多了 0.3dB，相位差約差 1 到 2 度，誤差可能是來自此電路工作在特高頻頻段，故對其製成尺寸需要相當的精確度。

第二種是使用近期頗為熱門的基板整合波導，由於其是用整排貫孔以及上下層金屬覆蓋基板的形式來模仿矩形金屬波導的結構，故在適當貫孔設計下金屬波導該有的特性它都具有，不過因為基板整合波導電磁波是在介電常數比金屬波導還高的板材中傳遞能量，所以在相同架構的電路其電路尺寸比較小，又因為基板整合波導製成方便且方便與平面式電路，例如微帶線，共平面波導等電路整合在一起，這些原因使得基板整合波導的發展逐漸受到大家的重視。金屬波導用來作耦合器時常使用的有分歧式混成器或 Riblet 短槽式混成器，其中短槽式混成器為一個 H 平面的電路，相當適合應用在基板整合波導中。初始設計時，使用槽線來模擬金屬牆的特性得到了一個初步理想的基板整合波導響應，並且透過波導步階阻抗轉換來改善 S 參數響應，接著在槽線中各個具有形狀代表性的關鍵點打上

穿孔便可快速取得一個初步貫孔後的基板整合波導。由於特高頻的量測需要，我們也設計了一種適合用在特高頻 100 μ m 探針量測所需要的轉換器，並且規劃了用兩埠網儀取得主電路頻率響應的方法，其模擬結果反射與隔離增益在 77~107GHz 都在 20dB 以下，振幅平衡在 0.5dB 左右，相位差在 5 度以內，但實作電路由於在特高頻頻段些許地組裝不當都會造成量測的失真，例如組裝陶瓷與 Duroid 兩個基板時沒有完善的貼齊，使得兩個板材微帶線的阻抗不匹配造成量測的反射增益只在 10dB 以下，且量測相位差時，若埠 2 與埠 3 兩種板材貼齊程度不同也會導致相位差的失真，同時特高頻電路其波長極小，量測其相位差時由於下探針位置些許的不同都會造成相位量測的不準。而導致量測失真的另一個組裝原因是塗抹在 Duroid 基板下多餘的銀膠溢入 Duroid 基板與陶瓷基板之間，導致兩個板材接合處有殘存的銀膠夾在其中而影響了阻抗的匹配，這方面的組裝還有待進一步的改善，由於製做一次 SIW 的 Duroid 基板與扇形轉換器的陶瓷基板以及將兩板材組裝起來相當耗時，加上量測電路大約要 5~6 個禮拜，故第二種的基板整合波導就先以這樣的量測結果進行比較與討論。

第一種的矩形金屬波導相較於第二種基板整合波導的優點是其電路能量損耗較少，且整體性能在整個 W 頻段中較佳，但缺點是製做矩形金屬波導整體花費高。而基板整合波導若沒有量測上的困難，其電路設計與製程會比基板整合波導簡易，同時其可直接與平面式電路整合不需像金屬波導還需另外製作 E-平面的轉換器才能整合到平面式印刷電路中。

參考文獻

- [1] S.M.X. Claude, C.T. Cunningham, A.R. Kerr and S.-K. Pan, "Design of a Sideband-Separating Balanced SIS Mixer Based on Waveguide Hybrids," ALMA Memo 316, <http://www.alma.nrao.edu/memos> (2000).
- [2] S. Srikanth and A. R. Kerr, "Waveguide Quadrature Hybrids for ALMA Receivers," ALMA Memo 343, <http://www.alma.nrao.edu/memos> (2001).
- [3] M. W. Geen, T. J. Brazil, C. H. Oxley, "Locked oscillator power combining through a wilkinson coupler," IEE Proceedings on Microwaves, Optics and Antennas, vol. 129, pp. 77, April. 1982.
- [4] Xiaoqiang Xie, Ruimin Xu, Ran feng, Weigan Lin, "A millimeter-wave high power combining circuit based on a waveguide-based lossless symmetric 180° 3-dB hybrid," *Microwave and Millimeter Wave Technology*, vol. 2, pp. 548, June 2008.
- [5] L. Young, "Synchronous branch guide directional couplers for low and high power applications," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 10, pp. 459–475, Nov. 1962.
- [6] R. Levy, and L. F. Lind, "Synthesis of symmetric branch-guide directional couplers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 16, No. 2, pp. 80–89, Feb. 1968.
- [7] R. Levy, and L. F. Lind, "Zolotarev branch-guide couplers," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 21, no. 2, pp. 95–99, Feb. 1973.
- [8] N. Marcuvitz, *Waveguide Handbook*, IEEE Electromagnetic Wave Series 21, Peter Peregrinus Ltd. (1986) pp. 336-350.
- [9] T. Sen, K. A. Zaki, and T. Dolan, "Waveguide branch couplers for tight coupling," in *IEEE MTT-S IMS Digest*, pp. 1319-1322, June, 2000.
- [10] T. Sen, Y. Rong, and K. A. Zaki, "Full-wave optimum design of millimeter wave rectangular waveguide narrow-wall branch couplers," in *IEEE MTT-S IMS Digest*, pp.

1729-1732, June, 1999.

[11] Hiroya Andoh, Shinichiro Asayama, Hideo Ogawa, Norikazu Mizuno, Akira Mizuno, Takehiko Tsukamoto, Touko Sugiura, and Yasuo Fukui, "Numerical Matrix Analysis For Performances of Wideband 100GHz Branch-Line Couplers," *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, Vol. 24, No. 5, May 2003.

[12] H. J. Riblet, "General Synthesis of Quarter-Wave Impedance Transformers," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 5, pp. 36, Jan. 1957.

[13] L. Young, "The Quarter-Wave Transformer Prototype Circuit," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 8, pp. 483, Sept. 1960.

[14] L. Young, "Stepped-Impedance Transformers and Filter Prototypes," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 10, pp. 339-359, Sept. 1962.

[15] L. Young, "The Analytical Equivalence of TEM-mode Directional Couplers and Transmission-Line Stepped-impedance Filters," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 110, pp. 275, Feb. 1963.

[16] L. Young, "Analysis of a Transmission Cavity Wavemeter," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 8, pp. 436-439, July 1960.

[17] G. Matthaei, L. Young and E.M.T Jones, *Microwave Filters, Impedance-matching Networks, and Coupling Structure*, Artech House, Inc.(1980) pp.775-842.

[18] B. A. Lippmann, "Theory of Directional Couplers," *Mass. Inst. Tech., Cambridge, Mass., M.J.T. Rad. Lab. Rept. 860*, Dec. 28, 1945.

[19] J. Reed and G. Wheeler, "A method of analysis of symmetrical four-port network," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-4, pp. 246-252, Oct.1956.

[20] L. Young, "Branch guide directional couplers," *Proc. Nat. Electronics Conf.*, vol. 12, pp. 723-732; 1956.

[21] J. Reed, "The multiple branch waveguide coupler," *IRE Trans. Microwave*

Theory and Techniques, vol. MTT-6 ,pp. 398-403; October, 1958.

[22] P. D. Lomer and J. W. Crompton, "A new form of hybrid junction for microwave frequencies," *proc. IEEE(London), B*, vol. 104, pp. 261-264; May, 1957.

[23] L. Young, "Branch Guide Directional Couplers," *Proc. Nat. Electronics Conf.* ,vol. 12, pp. 723-732.

[24] L. Young, "The Design of Branch Guide Directional Couplers for Low and High Power Applications," *Tech. Note 3, Contract AF 30(602)-2392, Stanford Research Institute, Menlo Park, California. RADC-TDR-62-130* (Feb. 1962.)

[25] J. H. Lee, S. Pinel, J. Papapolymerou, J. Laskar, and M. M. Tentzeris, "Low-loss LTCC cavity filters using system-onpackage technology at 60 GHz," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 53, no. 12, pp. 3817-3823, Dec. 2005.

[26] M. Henry, C. E. Free, B. S. Izqueirido, J. Batchelor, and P. Young, "Millimeter wave substrate integrated waveguide antennas: design and fabrication analysis," *IEEE Trans. Advanced Packaging*, vol. 32, no. 1, pp. 93-100, Feb. 2009.

[27] S. Cheng, H. Yousef, and H. Kratz, "79 GHz slot antennas based on substrate integrated waveguides (SIW) in a flexible printed circuit board," *IEEE Trans. Antenna Propagat.*, vol. 57, no. 1, pp. 64-71, Jan. 2009.

[28] E. Moldovan, R. G. Bosisio, and K. Wu, "W-band multiport substrate-integrated waveguide circuits," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 54, no. 2, pp. 625-632, Feb. 2006.

[29] C. Y. Chang, and W. C. Hsu, "Photonic bandgap dielectric waveguide filter," *IEEE Microwave and Wireless Component Letters*, Vol. 12, no. 4, pp. 137-139, April, 2002.

[30] C. Y. Chang, and W. C. Hsu, "Novel planar, square-shaped, dielectric-waveguide, single- and dual-mode filters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 50, No. 11, pp. 80-89, Nov. 2002.

[31] C. J. Chen, and T. H. Chu, "Design of 60GHz SIW short-slot couplers," in *Asia-Pacific Microwave Conf. APMC Digest*, pp. 2096-2099, Dec., 2009.

- [32] H.J. Riblet, "The Short-Slot Hybrid Junction," *IRE* , vol. 40, pp. 180, Feb. 1952.
- [33] C. J. Chen, and T. H. Chu, "Design of 60GHz Substrate Integrated Waveguide Butler Matrix-A Systematic Approach," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 58, No. 7, July 2010.
- [34] H. J. Riblet and T. S. Saad, "A new type of waveguide directional coupler," *PROC. I.R.E.* vol. 36, p.64, Jan. 1948.
- [35] R. H. D, "Principles of Microwave Circuits," M.I.T. Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill Book Co., New York, N.Y., vol. 8, pp.447-448, 1948.
- [36] Feng Xu, Yulin Zhang, Wei Hong, Ke Wu, Tie Jun Cui, "**Finite-difference frequency-domain algorithm for modeling guided-wave properties of substrate integrated waveguide**" *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on* , vol. 51, pp. 2221, Nov. 2003.
- [37] L. W. Hendrick and R. Levy, "Design of waveguide narrowwall short-slot couplers," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 48, no. 10, pp. 1771-1774, Oct. 2000.
- [38] R. Levy, "Determination of simple equivalent circuits of interacting discontinuities in waveguides or transmission lines," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 48, no. 10, pp. 1712-1716, Oct. 2000.
- [39] Hildebrand, L.T. "**Results for a Simple Compact Narrow-Wall Directional Coupler**" *Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 10, Jun 2000.
- [40] Z.X. Wang, P.G. Su, L. Shang, W.B. Dou, "**A waveguide-to-microstrip transition at W-band**", *Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT)*, pp.1486 – 1489, 2010.
- [41] Safwat A.M.E., Zaki K.A., Johnson W., Lee C.H., "**Novel transition between different configurations of planar transmission lines**", *Microwave and Wireless Components Letters, IEEE* , vol. 12, pp 12, April 2002.

附錄(一)

Immittance of Branch-Line Couplers for $n = 3, 4$ and 5 Branches When $w_q=1.20$

R	K ₁	K ₂	H ₁	H ₂	H ₃
n=3					
1.5	1.0192		0.1513	0.1056	
2.0	1.0565		0.2607	0.1855	
2.5	1.0995		0.3479	0.2527	
3.0	1.1441		0.4212	0.3121	
4.0	1.2325		0.5419	0.4160	
5.0	1.3174		0.6410	0.5067	
6.0	1.3982		0.7263	0.5884	
8.0	1.5481		0.8708	0.7331	
10.0	1.6852		0.9929	0.8601	
n=4					
1.5	1.0152	1.0206	0.0994	0.1046	
2.0	1.0445	1.0606	0.1696	0.1838	
2.5	1.0780	1.1067	0.2238	0.2504	
3.0	1.1125	1.1546	0.2680	0.3092	
4.0	1.1800	1.2499	0.3376	0.4123	
5.0	1.2439	1.3416	0.3918	0.5025	
6.0	1.3040	1.4288	0.4364	0.5841	
8.0	1.4140	1.5909	0.5082	0.7291	
10.0	1.5133	1.7392	0.5657	0.8572	
n=5					
1.5	1.0108	1.0192	0.0631	0.0866	0.1047
2.0	1.0315	1.0566	0.1066	0.1542	0.1851
2.5	1.0548	1.0994	0.1393	0.2080	0.2539
3.0	1.0785	1.1438	0.1650	0.2544	0.3157
4.0	1.1243	1.2316	0.2037	0.3331	0.4263
5.0	1.1667	1.3156	0.2320	0.3995	0.5256
6.0	1.2059	1.3951	0.2541	0.4578	0.6171
8.0	1.2761	1.5419	0.2873	0.5581	0.7837
10.0	1.3381	1.6753	0.3119	0.6437	0.9345

Reference [18]

附錄(二)

$$\frac{b_{av}}{b'} = \frac{1}{2\alpha}$$

$$\frac{B_a}{Y_0} = \frac{2b'}{\lambda_g} \left(\tan^{-1} \frac{1}{\alpha} + \frac{\ln \sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha} \right), \quad \frac{B_a - 2B_b}{Y_0} = \frac{2b'}{\lambda_g} \left(\frac{\pi\alpha}{3} + A_1 \right)$$

$$\frac{B_c}{Y_0} = \frac{\lambda_g}{2\pi b'}, \quad \frac{B_d}{Y_0} = \frac{b'}{\lambda_g} \left(\frac{\pi}{3\alpha} + A_2 \right)$$

$$A_1 = -\frac{2\alpha}{\pi} e^{-\frac{2\tan^{-1}\alpha}{\alpha}} \left\{ 1 + \frac{5+\alpha^2}{4(1+\alpha^2)} e^{-\frac{2\tan^{-1}\alpha}{\alpha}} + \left[\frac{4}{1+\alpha^2} + \left(\frac{5+\alpha^2}{1+\alpha^2} \right)^2 \right] \frac{e^{-\frac{4\tan^{-1}\alpha}{\alpha}}}{9} \right\}$$

$$\frac{A_1 + A_2}{2} = \alpha \tan^{-1} \frac{1}{\alpha} + \frac{\tan^{-1} \alpha}{\alpha} + \ln \frac{1+\alpha^2}{4\alpha} - \frac{\pi(1+\alpha^2)}{6\alpha}$$

$$A_0 = \frac{B_a}{Y_0}, \quad A_a = \frac{B_a - 2B_b - 2B_c}{Y_0}$$

$$A_b = 4\alpha \left(\frac{B_c}{Y_0} \right)^2 - A_a A_c, \quad A_c = 2\alpha \frac{B_d - B_c}{Y_0}$$

Reference [11]