

## 第二章 OFDM 簡介

OFDM 主要的概念是將一串高速的資料利用多個低速的次載波(subcarrier)來傳送，藉此來對抗通道多路徑衰減的影響。OFDM 可利用快速傅利葉及反快速傅利葉轉換來實現，不但在硬體上容易實現不必增加複雜度，並且因為次載波正交的特性而能更有效的利用頻寬。這一章將會介紹 OFDM 傳輸技術的原理架構，並針對外加防護區間(Guard interval)以降低多重路徑造成的符元間干擾(Inter-symbol interference, ISI)及次載波正交性作介紹，最後分析時變通道對載波間干擾(Inter-carrier interference, ICI)的影響。

### 2.1 OFDM 架構



在傳統的單一載波傳輸系統中，當傳送速率越高，所需的頻寬越大，傳輸符元長度(Symbol duration)也就越短，所以當高速的單一載波傳輸系統經過多路徑延遲的通道時，通道的最大時間延遲(Delay spread)佔整個符元長度的比例增大，因此會受到嚴重的 ISI 影響。OFDM 是源於多載波調變系統(Multi-carrier modulation, MCM)的原理，圖 2.1-1 表示多載波調變系統的傳送端，將一連串的高速寬頻資料經序列轉平行(S/P)分成多個低速的窄頻資料後以不同的載波來傳輸。原本資料傳輸速率為  $1/T$ ，符元長度為  $T$ ，經過 S/P 後資料速率降為  $1/NT$ ，符元長度增長為  $NT$ ，當  $N$  越大，符元長度拉的越長，所以在相同的傳輸速率下，多載波調變系統能忍受較大的通道延遲，

降低 ISI 的影響，適用於頻率選擇性衰減通道。每個次載波信號為：

$$D_k(t) = d_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \quad (2.1-1)$$

發射機傳送信號為：

$$D(t) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi f_k t} \quad (2.1-2)$$

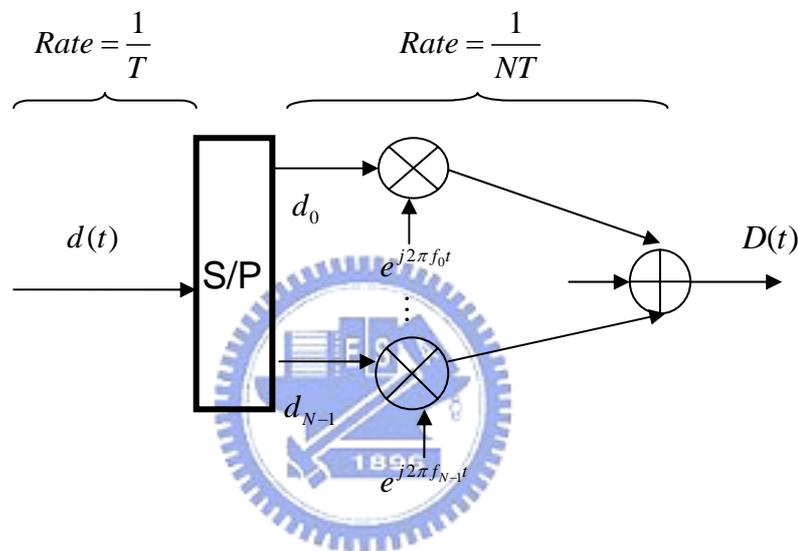


圖 2.1-1 多載波調變系統傳送端

我們必須適當的選擇次載波的頻率  $f_0, \dots, f_{N-1}$ ，使得每個次載波上的資料不會互相干擾。圖 2.1-2 是一種選擇次載波頻率的方式，利用 N 個不重疊的次載波來傳送資料，很明顯載波間不會互相干擾，但這種方式浪費了太多頻寬，無法有效率的使用頻譜。

如圖 2.1-3 所示[13]，我們可以選擇重疊的次載波的分頻多工技巧以充分提高頻譜的使用效率(Bandwidth efficiency)，只要接收端在各次載波峰值作取樣，就不會受到其他次載波的干擾，也就是說這些次載波彼此滿足正

交特性，而此種方式可以省下一半以上的頻寬，這種次載波間具有重疊及正交性質的分頻多工(FDM)方式就稱為正交分頻多工(OFDM)系統。

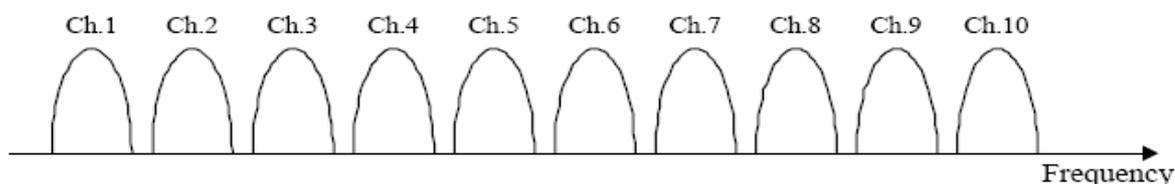


圖 2.1-2 非重疊次載波分配

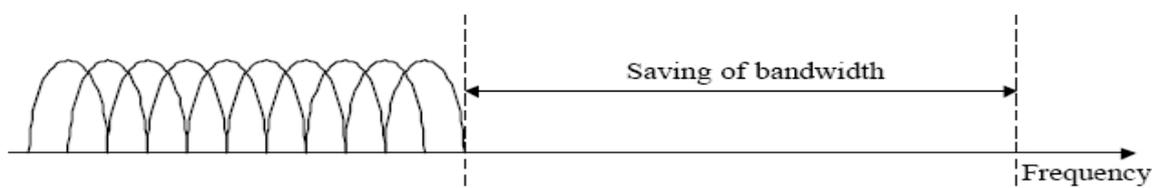


圖 2.1-3 重疊次載波分配

不過由圖 2.1-1 可看出我們需要  $N$  個振盪器來產生  $N$  個次載波，而且這些次載波必須符合正交的特性，在硬體實作上是很難實現的，尤其  $N$  很大時。因此有人提出了以離散傅利葉轉換(DFT)來替代振盪器的使用[14]。接下來將說明如何用 DFT 來產生  $N$  個次載波。

在圖 2.1-1 中選擇振盪器頻率為  $f_k$ ， $f_k = f_0 + k\Delta f$ ， $\Delta f$  為每個次載波的間隔。為了方便起見，我們以基頻表示法(Baseband)來說明， $f_0 = 0$ 。將式(2.1-2)以  $1/\Delta t$  的速率取樣，取樣後信號為：

$$D(n\Delta t) = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi f_k n\Delta t} = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi kn\Delta f \Delta t} \quad (2.1-3)$$

如果取  $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$ ，則上式變為：

$$D[n] = \sum_{k=0}^{N-1} d_k \cdot e^{j2\pi \frac{k}{N}n} = \text{IDFT}\{d_k\} \quad (2.1-4)$$

因此我們可以使用 IDFT 來取代各載波上的振盪器，實現 OFDM 傳輸，而接收端也只要以和傳送端反向的 DFT 就可將各載波上的信號解調變出來。若選擇 N 為  $2^m$ ，那可以更進一步以快速傅利葉轉換(FFT)來降低運算複雜度。圖 2.1-4 即為基於 FFT/IFFT 的 OFDM 傳送接收架構，在傳送端將一連串高速資料以 S/P 轉成 N 個低速的平行資料流，再分別對映成 QPSK 或其他調變信號。此 N 個調變信號可視為在頻域的信號，之後 IFFT 在將其轉為時域的信號，利用 S/P 將 N 個平行信號串成序列，最後加上一段防護區間 (Guard interval) 便可將信號送至通道，而接收端以傳送端的反向動作即可解調。防護區間的作用後面會再作說明。

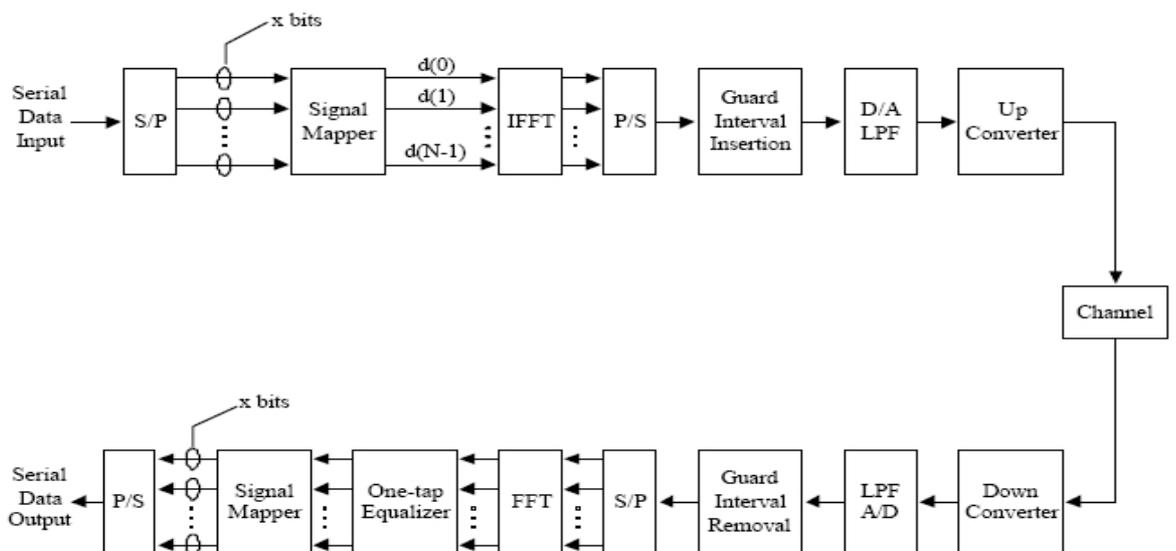


圖 2.1-4 基於 FFT/IFFT 的 OFDM 傳送接收架構

## 2.2 OFDM 的正交性

以下將證明利用 DFT 能使各次載波間會有正交的特性，如式(2.1-4)，第 k 個次載波形式為：

$$D_k(t) = d_k \cdot e^{j2\pi k \Delta f t}, \Delta f = 1/N\Delta t = 1/T \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (2.2-1)$$

其中，T 即為經過 S/P 後之符元長度(Symbol duration)，對第 p 與第 q 個次載波而言：

$$\begin{aligned} & \int_0^T (d_p \cdot e^{j2\pi \frac{p}{T}t})(d_q \cdot e^{j2\pi \frac{q}{T}t})^* dt \\ &= \int_0^T (d_p d_q^* \cdot e^{j2\pi \frac{p-q}{T}t}) dt = d_p d_q^* \cdot \frac{e^{j2\pi(p-q)}(1 - e^{-j2\pi(p-q)})}{j2\pi(p-q) \frac{1}{T}} \\ &= \begin{cases} T \cdot |d_p|^2 & , q = p \\ 0 & , q \neq p \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2-2)$$

因此只要次載波的間距為  $1/T$  的整數倍，則次載波間皆滿足相互正交的特性，不會互相干擾。

## 2.3 防護區間的插入

先前提到我們利用 IFFT 讓資料平行傳輸，以拉長符元長度，相較於單載波高速系統，OFDM 在多路徑通道中 ISI 的影響較不嚴重，不過只要我們在每個符元的前面加上一段此符元後半部的資訊，也稱為循環字首(Cyclic prefix, CP)，如圖 2.3-1 所示，如果防護區間(Guard interval)的長度大於通道的最大延遲時間(Delay spread)，就可以完全避免 ISI。

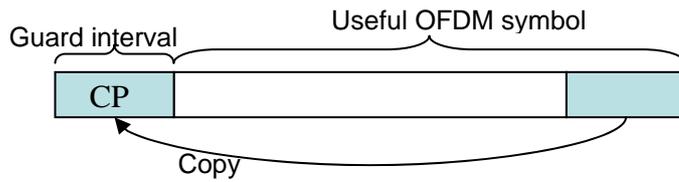


圖 2.3-1 防護區間的插入方式

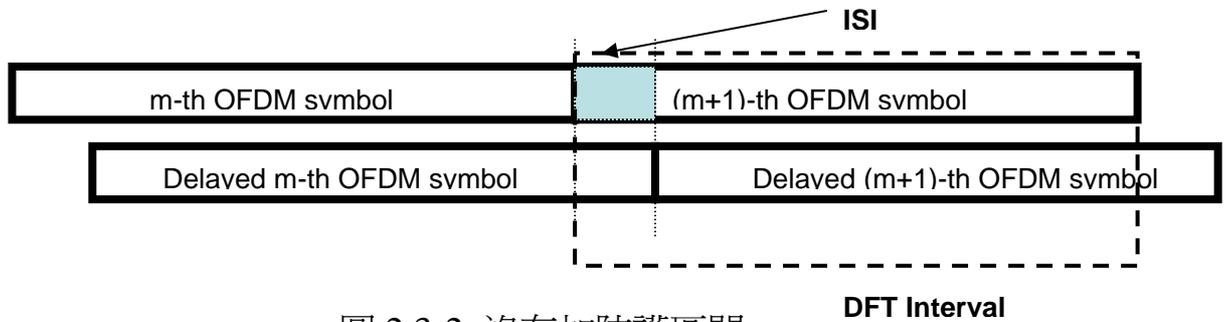


圖 2.3-2 沒有加防護區間

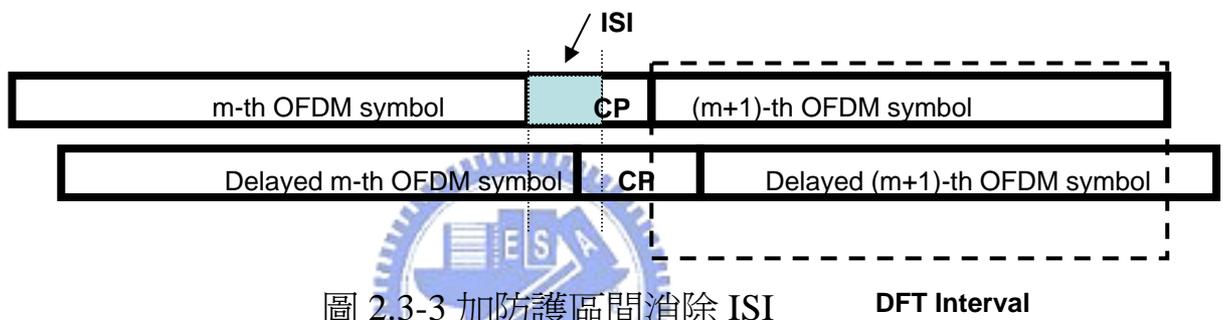


圖 2.3-3 加防護區間消除 ISI

以雙路徑通道模型來說明，在圖 2.3-2 中，OFDM 信號並沒有加上防護區間，因此，第(M+1)個符元會受到延遲的第 M 個符元的干擾，深色框出的部分就是此 ISI 的影響。圖 2.3-3 中加入了循環字首於符元之前，只要防護區間的長度大於通道延遲，延遲的第 M 個符元並不會干擾到第(M+1)個有效符元(Useful symbol)，只要在作 DFT 之前先將 CP 移除，剩餘的即是不受 ISI 影響(ISI free)的有效符元區間[13]。

使用 CP 還有很重要的好處，就是接收端有效的 OFDM 符元可表示成傳送端有效的 OFDM 符元與通道脈衝響應(Channel impulse response)作環旋積(Circular convolution)，則在頻譜上可表示為有效的 OFDM 頻譜與通道頻譜

相乘的效果，對通道補償的等化器設計能大大的簡化。設可解析通道長度為  $L$ ，比防護區間長度  $N_g$  還小，接收端收到完整的 OFDM 符元  $\tilde{r}[n]$  為傳送端完整的 OFDM 符元  $\tilde{s}[n]$  與通道  $h(n, \lambda)$  作線性旋積(linear convolution):

$$\tilde{r}[n] = \tilde{s}[n] * h(n) + \tilde{w}[n] \quad 0 \leq n \leq N + N_g + L - 2 \quad (2.3-1)$$

其中， $\tilde{s}[n]$  為傳送端完整的 OFDM 符元:

$$\tilde{s}[n] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi \frac{k}{N}(n-N_g)} & 0 \leq n \leq N_g - 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.3-2)$$

$h(n)$  為第  $n$  個取樣點之通道脈衝響應(channel impulse response)， $\tilde{w}[n]$  為可加成白色高斯雜訊(AWGN)，對非時變通道而言， $h(n)$  可表示為:

$$h(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h[l] \delta[\lambda - l] \quad (2.3-3)$$

$L$  為可解析路徑之總數， $h[l]$  是第  $l$  個路徑的複數脈衝響應， $\lambda$  是路徑延遲的 index， $h(n)$  在非時變通道中不隨取樣時間  $n$  而改變。

接收端將防護區間去除之後可以得到  $r[n]$ :

$$\begin{aligned} r[n] &= s[n] \otimes_N h(n) + w[n] \quad 0 \leq n \leq N - 1 \\ \text{where } r[n] &= \tilde{r}[n + N_g + 1] \\ s[n] &= \tilde{s}[n + N_g + 1] \quad , \quad 0 \leq n \leq N - 1 \end{aligned} \quad (2.3-4)$$

$s[n]$  是傳送端有效的 OFDM 符元， $\otimes_N$  代表  $N$  點的環旋積(circular convolution)。因此接收到的信號頻譜為傳送信號與通道頻率響應相乘，接

收到第  $k$  個次載波信號為:

$$\begin{aligned} Y_k &= FFT\{\mathbf{r}\} = X_k H_k + n_k \\ H_k &= FFT\{h(n)\} \end{aligned} \quad (2.3-5)$$

由上式我們能在頻域做通道的補償， $\hat{X}_k = \frac{Y_k}{H_k}$ ，每個次載波相當於受到通道平坦衰減(flat fading)的影響，因此 OFDM 的頻域等化器複雜度相當低。

## 2.4 時變通道下之載波間干擾

當 OFDM 符元長度(Symbol duration)較長時，容易受到都卜勒頻率所造成時變通道的影響，而產生載波間的干擾(Inter-carrier interference, ICI) [15]，以下將分析時變通道對 ICI 的影響。

對時變通道可改寫式(2.3-3)為:

$$\begin{aligned} h(n) &= \sum_{l=0}^{L-1} h[l] e^{j \frac{2\pi f_{Dl} T n}{N}} \delta[\lambda - l] \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} h_n[l] \delta[\lambda - l] \end{aligned} \quad (2.4-1)$$

$f_{Dl}$  為第  $l$  個路徑的都卜勒頻率位移， $T$  是 OFDM 之 symbol duration， $h_n[l]$  為在第  $n$  個時間點的第  $l$  個延遲路徑的通道脈衝響應。

$s[n]$ 與 $h(n)$ 作環旋積後，可得 OFDM 接收信號：

$$\begin{aligned} r[n] &= s[n] \otimes_N h(n) + w[n] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h_n[l] X_k e^{j\frac{2\pi}{N}k(n-l)} + w[n], n=0, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (2.4-2)$$

其中， $h_n[l]=0$ , for  $l > (L-1)$ ，最後，以 FFT 解調我們可得第  $i$  個次載波上的接收信號為：

$$\begin{aligned} Y_i &= FFT\{\mathbf{r}\} = H_{i,i} X_i + \sum_{\substack{\mu=0 \\ \mu \neq i}}^{N-1} H_{i,\mu} X_\mu + W_i \\ &= S + ICI + Noise \end{aligned} \quad (2.4-3)$$

其中，通道響應矩陣元素  $H_{i,\mu}$  為：

$$H_{i,\mu} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h_n[l] e^{-j\frac{2\pi}{N}[\mu(l-n)+ni]} \quad (2.4-4)$$

$H_{i,\mu}$  可視為第  $\mu$  個次載波對第  $i$  個次載波所產生的干擾，因此式(2.4-3)的第二個項便是其他次載波對第  $i$  個次載波的干擾總合，即為 ICI。若將 ICI 也視為雜訊的一部分，那  $H_{i,i}$  才是傳統 OFDM 信號所要補償的通道響應， $H_{i,i}$

可寫作：

$$\begin{aligned} H_{i,i} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h_n[l] e^{-j\frac{2\pi}{N}[i(l-n)+ni]} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left( \sum_{l=0}^{N-1} h_n[l] e^{-j\frac{2\pi}{N}li} \right) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (V_i(n)) \\ &= \bar{V}_i \end{aligned} \quad (2.4-5)$$

$$\text{其中， } V_i(n) = \sum_{l=0}^{N-1} h_n[l] e^{-j\frac{2\pi}{N}li} \quad (2.4-6)$$

$V_i(n)$  可視為一組時變的通道轉換函數，而我們想得到的等效通道頻率響應  $H_{i,i}$  即為在一個 OFDM symbol 區間 ( $n = [0, \dots, N-1]$ ) 內，時變通道轉換函數  $V_i(n)$  的平均值  $\bar{V}_i$ 。

本論文最後對時變通道所作的模擬中，「實際通道響應」將代表  $\{H_{i,i}\}$ ，以此來評估通道估計的準確度。

