

第四章 正交分頻分碼多工調變系統之比較

在第二章中介紹了有關 OFDM 的架構及其特性，雖然 OFDM 適合應用於高速傳輸，不過本身並沒有多重進接(Multiple access)的功能，相同次載波上無法同時傳送多用戶的信號。因此，利用分碼多重進接(CDMA)的概念同時運用 OFDM 進行資料傳送，這樣就能達成高速傳送多用戶信號的目標，這也是下一代蜂巢式行動通訊系統的目標。本章將介紹並比較兩種結合 OFDM 與 CDMA 的多重進接系統(OFDM/CDMA)[1][21]，第一種稱為多載波分碼多重進接(Multicarrier CDMA, MC-CDMA)系統，其特點是在頻域上展頻。第二種稱為多載波直接序列分碼多重進接(Multicarrier DS-SS-CDMA, MC-DS-SS-CDMA)，其特點是在時域上完成展頻。所使用的展頻碼為華氏碼(Walsh-Hadamard codes)。我們討論下鏈(Downlink)傳輸情況。

4.1 華氏碼

在 OFDM/CDMA 系統中，展頻碼主要的功能是區分不同用戶的信號，在理想通道傳輸中，最後接收端將接收信號與展頻碼作內積，解展頻後再作符元的偵測，如果各用戶的展頻碼具有互為正交的特性，便可將其他用戶的干擾完全去除，很明顯的，PN codes 沒有正交的特性，而華氏碼(Walsh-Hadamard codes)則是此類的正交碼。

華氏碼是由 Hadamard 矩陣 \mathbf{H}_n 的列向量產生[22]，如下：

$$\mathbf{H}_1 = [1], \quad \mathbf{H}_{2N} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_N & \mathbf{H}_N \\ \mathbf{H}_N & -\mathbf{H}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{h}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{2N} \end{bmatrix}, \quad \text{for } N = 2^i \quad (4.1-1)$$

其中， $\mathbf{h}_1 \sim \mathbf{h}_{2N}$ 為 \mathbf{H}_{2N} 的列向量，也就是各用戶的展頻碼，滿足以下特性：

$$\mathbf{h}_i \mathbf{h}_j^T = \begin{cases} 2N & , i = j \\ 0 & , i \neq j \end{cases} \quad (4.1-2)$$

即表示展頻碼間是互相正交的，不過，我們無法預測華氏碼與華氏碼之間的互相關值。



4.2 多載波分碼多重進接系統 (MC-CDMA)

本節將針對 MC-CDMA 下鏈傳輸系統，建構其調變與解調過程，並分析其效能。

4.2.1 傳送端架構

圖 4.2-1 表示 MC-CDMA 第 k 個用戶傳送端模型，其中以基於 IFFT 之 OFDM 調變方式來傳送信號。要傳送給第 k 個用戶的資料先經過 BPSK 調變為 $d_k[n]$ ，再作展頻的動作，為了有效的區分不同的用戶，我們使用華氏碼作為展頻碼，展頻後將 N 個碼切片(chip)平行的以不同次載波傳送(N 為

展頻碼長度或為 FFT 長度)，此動作相當於如圖 4.2-1 將 BPSK 信號複製成 N 份，每份分別乘上展頻碼的不同切片，以不同次載波傳送，因此相當於在頻域上作展頻，IFFT 同時也將頻域的信號轉為時域的信號，傳送端最後會將所有用戶的信號都加起來，並在符元前加上防護區間，以抵抗通道效應。此時 OFDM 符元長度與 $d_k[n]$ 符元長度相同 (Symbol duration = T_b)。設防護區間不長而不考慮時，次載波的頻率間隔為 $1/T_b$ ，OFDM 信號總頻寬為 N/T_b 。

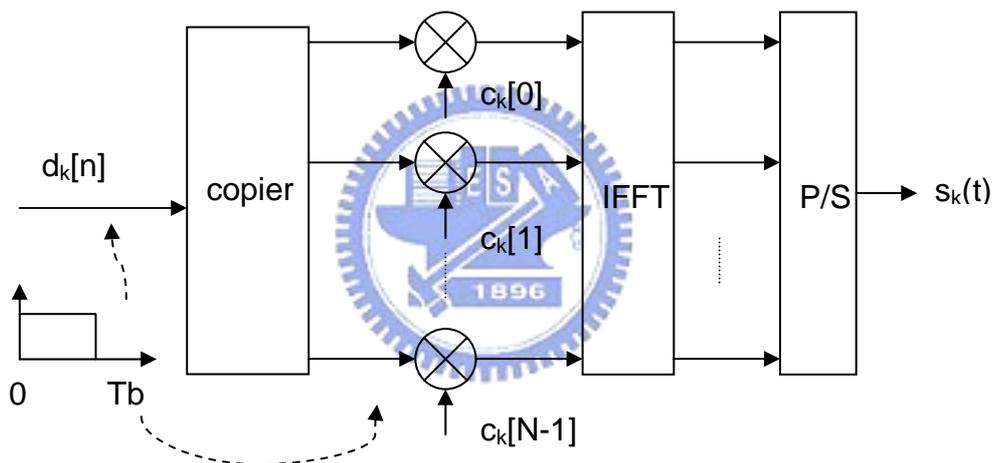


圖 4.2-1 MC-CDMA 系統第 k 個用戶傳送端

被展頻碼展開的信號切片藉由正交的次載波傳送，此點可從圖 4.2-2 中清楚的看出，在傳統 OFDM 系統中，單一符元僅由一個次載波來傳送，而在 MC-CDMA 中，單一符元的所有碼切片分布至整個頻寬，這也就是 MC-CDMA 系統在頻域做展頻的特色，因此，在接收端解回所有次載波上的信號後，再與用戶的展頻碼作內積，最後進行決策，即為解調後的資料。

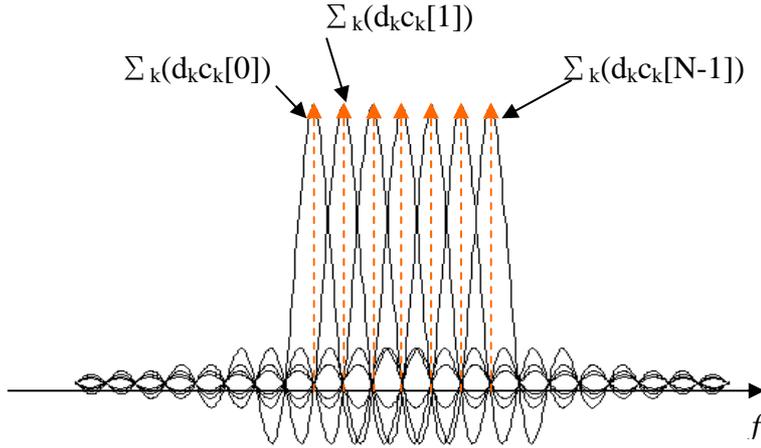


圖 4.2-2 MC-CDMA 系統之頻譜使用

如圖 4.2-1，第 k 個用戶之第 n 個資料位元的傳送訊號可以表示為：

$$\begin{aligned}
 s_k(t) &= \text{IFFT}_i \{d_k[n]c_k[i]\} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} d_k[n]c_k[i] e^{j2\pi f_i t} p_{T_b}(t-nT_b) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} d_k[n]c_k[i] e^{j2\pi \frac{i}{T_b} t} p_{T_b}(t-nT_b)
 \end{aligned} \tag{4.2-1}$$

其中， $d_k[n]$ 為第 k 個用戶之第 n 個資料位元，為 BPSK 調變， $\{c_k[0], c_k[1], \dots, c_k[N-1]\}$ 為第 k 個用戶所使用的展頻碼， $p_{T_b}(t)$ 表示傳送波形：

$$p_{T_b}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T_b] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4.2-2}$$

假設總共傳送 K 個用戶資料，故傳送端的有效傳送訊號 $s(t)$ 為：

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \sum_{k=0}^{K-1} s_k(t) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k[n]c_k[i] \right) e^{j2\pi \frac{i}{T_b} t} p_{T_b}(t-nT_b)
 \end{aligned} \tag{4.2-3}$$

4.2.2 接收端架構

假設傳送端訊號通過非時變的多路徑通道(Time-invariant multipath channel)，加上白色高斯雜訊(White noise)後，根據式(2.1-3)由接收端每隔 $\Delta t = T_b / N$ 做取樣，假設同步完成，則先除去防護區間(Guard interval)，若防護區間大於最大通道延遲，根據 2.3 節，ISI 的效應將完全被去除，圖 4.2-3 中 \mathbf{y} 即代表除去防護區間後的一組取樣值，經過 OFDM 解調(利用 FFT)後，我們能得到在頻域上每個次載波上所搭載的資料。由式(2.3-4)每個次載波上的資料，都會受到該載波頻率上通道頻率響應的影響，為了補償通道的影響，我們可先藉由領航信號(pilot tone)來估計出各次載波上所受到的通道頻率響應，再以等化器補償回來，不過，由於通道並非完美，也就是每個次載波上的通道頻率響應皆不相同，所以會造成正交碼失去其正交性，所以，等化器需同時在雜訊與多用戶干擾(Multiple access interference, MAI)間作衡量。最後，與該用戶的展頻碼做內積，經過決策可得出傳送的資料 $\hat{d}_k[n]$ 。

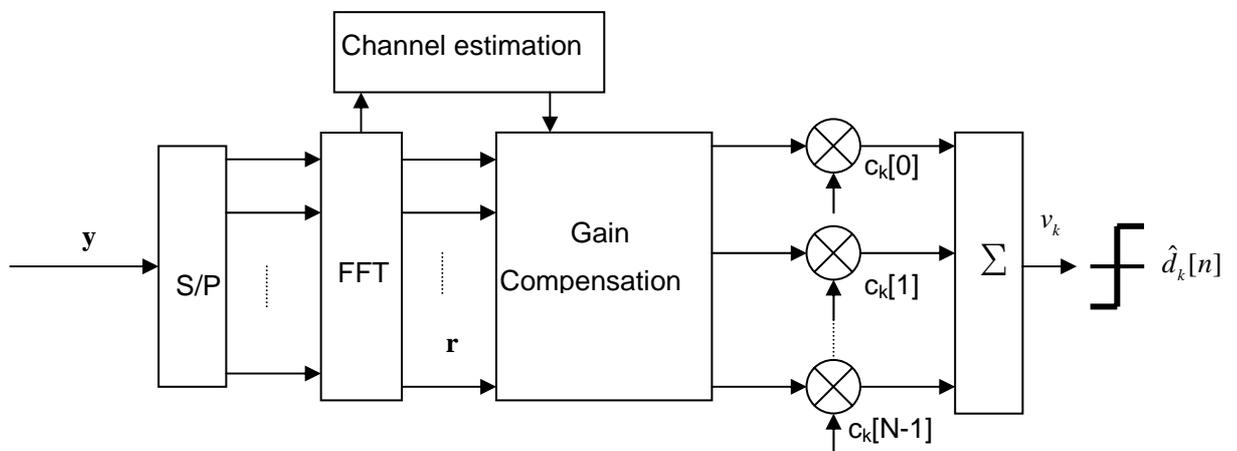


圖 4.2-3 MC-CDMA 系統第 k 個用戶接收端

由式(2.3-4)與式(4.2-3)，我們可以得到接收信號 $\mathbf{y} = [y[0] y[1] \dots y[N-1]]^T$

經過 FFT 轉成頻域後的信號 $\mathbf{r} = [r[0] r[1] \dots r[N-1]]^T$ ，可以表示成：

$$\mathbf{r} = FFT\{\mathbf{y}\} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{H} \odot \mathbf{c}_k d_k + \mathbf{n} \quad (4.2-4)$$

其中， \mathbf{n} 代表 AWGN 雜訊向量，而 $\mathbf{H} = [H[0] H[1] \dots H[N-1]]^T$ 為通道頻率響應向量，設通道長度 L 則 \mathbf{H} 可表示為：

$$\mathbf{H} = FFT\{\mathbf{h}\}, H[i] = \sum_{l=0}^L h[l] e^{-j2\pi \frac{l}{N} i} \quad (4.2-5)$$

假設對每個次載波皆以單一權重(one tap)作通道匹配(Gain compensation)，權重向量為 $\mathbf{g} = [g[0] g[1] \dots g[N-1]]^T$ ，設用戶 0 為所欲用戶(desired user)，則通道補償與展碼內積後待決策信號為 v_0 ，可表示為：

$$\begin{aligned} v_0 &= \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right) g^*[i] c_0[i] \\ &= d_0 \sum_{i=0}^{N-1} H[i] g^*[i] + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=1}^{K-1} d_k c_k[i] c_0[i] H[i] g^*[i] + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] g^*[i] c_0[i] \\ &= S_0 + I_M + \tilde{n} \end{aligned} \quad (4.2-6)$$

我們期望權重 \mathbf{g} 至少能補償通道的相位(phase)，最後依 v_0 進行 BPSK 決策：

$$\hat{d}_0 = sign(v_0) \quad (4.2-7)$$

由上式可看出由於頻率選擇通道使正交碼失去正交特性，決策信號會受到多用戶干擾，若通道為平坦衰減(flat fading)通道， $H[i]=H$ 為常數，則仍能

維持展碼的正交性，但若 H 過小(deep fade)，反而整個信號能量將大幅衰減，由此，可知 MC-CDMA 最大的優點是因為在頻譜上展頻，解展頻時能夠充分的獲得頻率選擇通道(frequency-selective channel)頻譜的分集(frequency diversity)，不會因為某些次載波被通道嚴重衰減而造成信號無法偵測。

4.2.3 通道匹配方式

由於每個次載波頻寬窄，只要 OFDM 符元長度(T_b)遠大於最大通道延遲，每個次載波相當於受到平坦衰減，我們可以想像圖 4.2-3 為一頻域耙式接收器(RAKE receiver)，只要滿足上述條件，可完全收到頻域上的所有信號，故它對多路徑信號的收集比時域耙式接收器更有效率。圖 4.2-3 中通道匹配(Gain compensation)，也相當於時域耙式接收器每個指(finger)上的結合權重(combining weight)，不同通道匹配的方式[23][24]會影響雜訊與多用戶干擾的大小。

- 最大比例合併 (Maximum Ratio Combining, MRC)

$$g^*[i] = H^*[i] \quad (4.2-8)$$

權重直接匹配通道響應，不但補償了所有次載波上信號受到通道造成的相位改變，同時分別乘上通道強度增益，如此可獲得最大的訊雜比(SNR)，不過，MRC 只能針對雜訊作最佳化的動作，卻會增大因為通道強度增益而被破壞正交性的多用戶干擾。由式(4.2-6)可得：

$$\begin{aligned}
v_0 &= \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right) H^*[i] c_0[i] \\
&= d_0 \sum_{i=0}^{N-1} H[i] H^*[i] + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=1}^{K-1} d_k c_k[i] c_0[i] H[i] H^*[i] + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] H^*[i] c_0[i] \quad (4.2-9) \\
&= d_0 \sum_{i=0}^{N-1} |H[i]|^2 + \sum_{k=1}^{K-1} d_k \left(\sum_{i=0}^{N-1} c_k[i] c_0[i] |H[i]|^2 \right) + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] H^*[i] c_0[i] \\
&= S_0 + I_M + \tilde{n}
\end{aligned}$$

- 等增益合併 (Equal Gain Combining, EGC)

$$g^*[i] = \frac{H^*[i]}{|H[i]|} \quad (4.2-10)$$

如同 MRC，EGC 補償了所有次載波上訊號受到通道造成的相位改變再作合併，不過，EGC 不用再乘以通道強度增益，各切片乘上的增益為 1，故更為簡單，由式(4.2-6)可得：



$$\begin{aligned}
v_0 &= \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right) \frac{H^*[i]}{|H[i]|} c_0[i] \\
&= d_0 \sum_{i=0}^{N-1} H[i] \frac{H^*[i]}{|H[i]|} + \sum_{k=1}^{K-1} d_k \left(\sum_{i=0}^{N-1} c_k[i] c_0[i] H[i] \frac{H^*[i]}{|H[i]|} \right) + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] \frac{H^*[i]}{|H[i]|} c_0[i] \quad (4.2-11) \\
&= d_0 \sum_{i=0}^{N-1} |H[i]| + \sum_{k=1}^{K-1} d_k \left(\sum_{i=0}^{N-1} c_k[i] c_0[i] |H[i]| \right) + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] \frac{H^*[i]}{|H[i]|} c_0[i] \\
&= S_0 + I_M + \tilde{n}
\end{aligned}$$

- 強制歸零通道匹配 (Zero Forcing Combining, ZFC)

$$g^*[i] = \frac{H^*[i]}{|H[i]|^2} = \frac{1}{H[i]} \quad (4.2-12)$$

也就是要將通道的效應完全歸零，如此一來，我們所用的華氏碼依舊保

有正交的特性，因此不會有多用戶干擾的影響，不過，當通道在某些頻率受到嚴重衰減時，其通道倒數為非常大的值，經過 $g^*[i]$ 補償後雜訊將被瞬間大幅放大(Noise enhancement)，而造成整體訊雜比的下降，所以 ZFC 通常只適用於 SNR 大，雜訊相當小時才適用。由式(4.2-6)可得：

$$\begin{aligned}
 v_0 &= \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right) \frac{H^*[i]}{|H[i]|^2} c_0[i] \\
 &= d_0 \sum_{i=0}^{N-1} \frac{H[i] H^*[i]}{|H[i]|^2} + \sum_{k=1}^{K-1} d_k \left(\sum_{i=0}^{N-1} c_k[i] c_0[i] \frac{H[i] H^*[i]}{|H[i]|^2} \right) + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] \frac{H^*[i]}{|H[i]|^2} c_0[i] \quad (4.2-13) \\
 &= N d_0 + \sum_{i=0}^{N-1} n[i] \frac{H^*[i]}{|H[i]|^2} c_0[i] \\
 &= S_0 + \tilde{n}
 \end{aligned}$$

● 最小均方差通道匹配 (Minimum mean square error, MMSE)

我們希望能找到一組權重，使得最後的決策信號能同時對雜訊與干擾作最佳化的處理而得到最小平方誤差，目標是針對各個次載波，使補償後的信號與傳送位元 d_0 間有最小均方差，為了方便起見，我們將圖 4.2-3 中通道補償與展碼合併為新的一組權重 $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ \dots \ w_{N-1}]^T$ 並簡化如下圖：

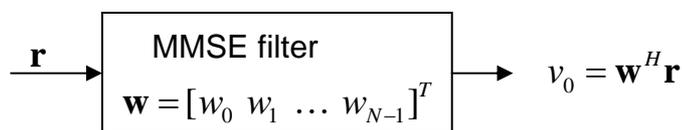


圖 4.2-4 簡化後之 MMSE 通道匹配示意圖

依照我們的目標，對第 i 個次載波而言的最佳權重為：

$$\begin{aligned}
w_i &= \arg \min_{w_i} E \left\{ \left[d_0 - w_i^* \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right) \right]^2 \right\} \\
&= \arg \min_{w_i} E \left\{ (d_0 - w_i^* r_i)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{4.2-14}$$

根據威能解(Wiener Solution)，我們可以求出上式的最佳解：

$$w_i^* = R_{dr}[i] R_{rr}^{-1}[i] \tag{4.2-15}$$

其中，

$$\begin{cases} R_{dr}[i] = E \{ d_0 r_i^* \} \\ R_{rr}[i] = E \{ r_i r_i^* \} \end{cases},$$

$$\begin{aligned}
R_{dr}[i] &= E \{ d_0 r_i^* \} = E \left[d_0 \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right)^* \right] \\
&= E \left[d_0 \left(d_0 c_0[i] H[i] + \sum_{k=1}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right)^* \right] \\
&= c_0[i] H^*[i]
\end{aligned} \tag{4.2-16}$$

$$\begin{aligned}
R_{rr}[i] &= E \{ r_i r_i^* \} = E \left[\left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right) \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] + n[i] \right)^* \right] \\
&= E \left[\left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] \right) \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k c_k[i] H[i] \right)^* + n[i] n^*[i] \right]
\end{aligned}$$

其中， $E[n[i] n^*[i]] = \sigma_n^2$ ，若每個用戶傳送信號互相獨立，則：

$$\begin{cases} E \left[(d_k c_k[i] H[i]) (d_m c_m[i] H[i])^* \right]_{(m=k)} = |H[i]|^2 \\ E \left[(d_k c_k[i] H[i]) (d_m c_m[i] H[i])^* \right]_{(m \neq k)} = 0 \end{cases}$$

由以上式子可得 $R_{rr}[i]$ 為:

$$R_{rr}[i] = \sum_{k=0}^{K-1} |H[i]|^2 + \sigma_n^2 = K |H[i]|^2 + \sigma_n^2 \quad (4.2-17)$$

則最佳化權重為:

$$w_i^* = R_{dr}[i] R_{rr}^{-1}[i] = \frac{c_0[i] H^*[i]}{K |H[i]|^2 + \sigma_n^2} \quad (4.2-18)$$

MMSE 與之前匹配方式的不同處是它能在雜訊放大(Noise enhancement)與多用戶干擾(MAI)間做適當的妥協，獲得最佳的效能。不過，從式(4.2-18)也可看出我們需要額外的一些資訊：使用次載波傳送資料的總用戶數 K 與雜訊功率大小。總用戶數可以由基地台直接告訴用戶，而雜訊功率需在接收端自行估測，但接收到的信號參雜雜訊與其他用戶干擾，要區分開不容易，需以指標信號(pilot signal)或訓練序列(training sequence)來估計。

4.2.4 效能分析

本小節我們將針對 MRC 與 EGC 兩種通道匹配方式作 MC-CDMA 系統在下鏈傳輸下的效能分析。在這裡所作的通道假設是非時變多路徑瑞雷衰減通道(Time-invariant multipath Rayleigh fading channels)，由於都卜勒效應的影響取決於 OFDM 符元長度與通道的同調時間(coherent time)的關係，只要 OFDM 符元長度小於通道同調時間 $T_b < \frac{1}{f_{D_{\max}}}$ ，都卜勒效應可忽略，簡化為非時變通道。由第二章當 OFDM 符元長度遠大於通道延遲($T_b \gg t_{\text{delay}}$)，每個次載波上通道為平坦衰減，並且通道效應為通道轉換函數(Transfer function)在該次載波頻率上的值與傳送信號的乘積。我們假設第 i 個次載波的通道轉換函數為： $H[i] = \rho_i e^{j\theta_i}$ (4.2-19)

其中， ρ_i 為瑞雷分布[22]:

$$f_{\rho}(\rho_i) = \frac{\rho_i}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{\rho_i^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad \sigma^2: \text{variance} \quad (4.2-20)$$

$$E[\rho_i] = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma \quad E[\rho_i^2] = 2\sigma^2 \quad (4.2-21)$$

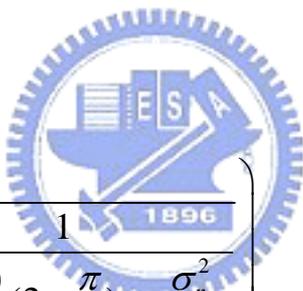
θ_i 為在 $[0, 2\pi]$ 的均勻分布。最後，假設不同次載波的衰減皆互相獨立，實際上，通道頻率響應都有同調頻寬(coherent bandwidth)，在此頻寬內通道變化不劇烈，在多位元傳送系統中，我們會將同一傳送位元的展頻切片(chip)打散至不相鄰的頻帶，使其通道接近不相關(uncorrelated)，近似我們的假設。

- EGC

利用我們所假設通道的特性，式(4.2-19)~式(4.2-21)，我們可以推導由式(4.2-11)中以 EGC 匹配方式所得到的信號-干擾雜訊比(SINR)[31]，過程詳見附錄。

$$\gamma = \frac{S^2}{\sigma_{I_M}^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2} \approx \frac{\frac{\pi}{2} N^2 \sigma^2}{(K-1)N(2 - \frac{\pi}{2})\sigma^2 + N\sigma_n^2} \quad (4.2-22)$$

則 BPSK 系統位元錯誤率可得：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{1}{(K-1)N(2 - \frac{\pi}{2}) + \frac{\sigma_n^2}{N\sigma^2}}} \right) \quad (4.2-23)$$


- MRC

利用我們所假設通道的特性，式(4.2-19)~式(4.2-21)，我們可以推導由式(4.2-9)中以 MRC 匹配方式所得到的信號-干擾雜訊比(SINR)[31]，過程詳見附錄。

$$\gamma = \frac{S^2}{\sigma_{I_M}^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2} \approx \frac{4N^2\sigma^4}{4(K-1)N\sigma^4 + 2N\sigma_n^2\sigma^2} \quad (4.2-24)$$

則 BPSK 系統位元錯誤率可得：

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{1}{2 \frac{K-1}{N} + \frac{\sigma_n^2}{N\sigma^2}}} \right)
 \end{aligned} \tag{4.2-25}$$

4.2.5 完美通道估計之模擬分析

本節我們將針對上一節的效能分析進行單位元傳送系統的模擬分析。系統參數如表格 4.2-1 所示，在此我們根據 4.2.4 節中之假設進行非時變通道的模擬。

調變	BPSK
頻寬(Bandwidth)	20MHz
次載波個數(number of subcarriers)	64
有效符元時間(useful symbol time)	3.2 μ s
防護區間(guard interval)	800ns
展頻增益(processing gain)	64
車速	0 km/hr

表格 4.2-1 MC-CDMA 單位元傳送系統模擬參數

	Channel A	Channel B	Channel C	Channel D
最大路徑延遲	Frequency domain uncorrelated channel	600 ns (4 paths)	200 ns (4 paths)	0 ns (single path)
多路徑功率測面圖		指數遞減 (Exponential decay)		
同調頻寬	小 \longrightarrow			大
次載波間通道相關性	低 \longrightarrow			高

表格 4.2-2 MC-CDMA 單位元傳送系統通道模型

通道 A 如同式(4.2-19)所示，通道頻率響應在每個次載波上各為獨立瑞雷分布，互不相關(uncorrelated)，符合進行理論分析的假設。而通道 B 為 4 個指數遞減瑞雷分布的路徑，最大通道延遲(delay spread)為 600ns，同調頻寬(coherent bandwidth)為 1.67MHz，通道 C 為 4 個指數遞減瑞雷分布的路徑，最大通道延遲為 200ns，同調頻寬為 5MHz，最後通道 D 為單一路徑瑞雷衰減通道，通道頻率響應在信號頻寬內皆相同。因此，通道 B、C、D 之同調頻寬皆大於單一次載波頻寬 312.5kHz，故相鄰數個次載波對應的通道頻率響應仍具相關性(correlated)，相關程度為：通道 D > 通道 C > 通道 B。由模擬結果可分析通道頻率響應的相關性對理論效能分析的影響。本節皆假設有完美的通道估計。

- 通道 A

- 匹配方式對系統效能的影響

圖 4.2-5，圖 4.2-6 分別為 MC-CDMA 單位元傳送系統在通道 A 中使用 MRC, EGC, MMSE, ZFC 這 4 種通道匹配方式在不同的訊雜比($\frac{E_b}{N_0}$)與用戶數下的系統效能(bit error rate, BER)，同時假設具有完美的通道估計。由此二圖可看出 MRC 與 EGC 當用戶數增加時，用戶間的干擾也相對增加，雖然 MRC 能對雜訊作最佳的抑制，在單用戶時能發揮最好效能，但其受多用戶干擾的影響卻相對較大。而 MMSE 正如預期的不論使用者多寡，都能在干擾與雜訊間作妥協，獲得最佳的效能，在單用戶時與 MRC 有等同的效能。對 ZFC 而言，由於我們使用華氏碼來展頻，因此用戶間不會互相干擾，但雜訊放大(Noise enhancement)的效應卻將嚴重影響其系統效能。

圖 4.2-7 與圖 4.2-8 分別為使用 MRC 與 EGC 匹配方式時，系統效能模擬結果與上一節所推導系統錯誤率之理論曲線在不同的訊雜比與用戶數下所做的比較。我們發現理論推導與在相同通道假設下的系統模擬結果相當的吻合。由於通道頻率響應在不同次載波上皆不相關，很少會發生各次載波上之通道狀況「全好」或「全壞」的情形，因此具有最佳的頻率分集(frequency diversity)，由接下來所設定其他通道狀況的模擬中，我們也將發現通道的同調頻率越小，能得到越大的頻率分集，單用戶系統效能也越好，

故圖 4.2-5 中單用戶 MRC 曲線為此 MC-CDMA 系統位元錯誤率的下限 (lower bound)。

➤ 匹配方式對信號，干擾及雜訊影響分析

如式(4.2-9)與式(4.2-11)，我們可以將信號，干擾以及雜訊分開來看，圖 4.2-9 為 EGC 匹配方式內積後所得信號，干擾及雜訊關係，圖 4.2-10 為 MRC 匹配方式內積後所得信號，干擾及雜訊關係，其中，縱軸代表功率大小， E_b/N_0 代表接收端之訊號雜訊比，令信號功率固定，我們觀察接收端雜訊功率與用戶數改變時通道匹配後干擾與雜訊功率的改變，顯而易見的，雜訊功率會隨著 E_b/N_0 提高而降低，並且與用戶個數無關，而干擾部分則會隨著用戶數增加而提高，並且與 E_b/N_0 無關。MRC 匹配方式在 SNR 低時($E_b/N_0=0\text{dB}$)，只要用戶數超過 32，則多用戶干擾便超過雜訊功率，甚至在滿載(Full load)時，多用戶干擾功率幾乎接近信號功率，可見其對雜訊較有抑制作用，但多用戶干擾明顯嚴重許多。而 EGC 匹配方式在 SNR 低時，儘管系統滿載，多用戶干擾仍比雜訊功率小的多，只有當 SNR 提高($E_b/N_0>8\text{dB}$)時，多用戶干擾(用戶數 32 以上)才會超過雜訊功率而為影響效能的主要因素。故 EGC 降低了多用戶干擾，但隨著 SNR 提高，雜訊功率並沒有顯著降低。

➤ MC-CDMA 與 OFDM 系統之 SINR 增益與系統容量分析

另外，我們也可試著分析 MC-CDMA 因為展頻而比 OFDM 系統所提昇 SINR 的增益。由式(4.2-22)與式(4.2-24)我們可得 MC-CDMA 以 EGC 及 MRC 匹配方式之 SINR，與 OFDM 系統在單路徑 AWGN 通道下之輸出 SNR 相較所得的增益分別如圖 4.2-11 與 4.2-12，其中由於與 OFDM 相比，因此我們用 E_c/N_0 為橫軸， E_c 代表一個切片能量， $E_b=64E_c$ 。由兩圖可發現，當單用戶時，SINR 增益為定值不隨 E_c/N_0 提高而改變，此定值代表展頻增益 (processing gain) 所造成，也是 MC-CDMA 由於展碼而相較於 OFDM 所能獲得最大 SINR 的增益。



固定 E_c/N_0 值，則當用戶數增加時，增益受到多用戶干擾的影響而下降，我們可看到使用 MRC 方式之 SINR 增益(圖 4.2-12)會隨著用戶的增加而快速退化，也說明了多用戶干擾主宰了 MRC 的效能。而 EGC 方式(圖 4.2-11)之 SINR 增益也會隨著用戶數增加而退化，但退化程度與 MRC 有所差別。由圖 4.2-9 我們知道當 E_c/N_0 低時雜訊功率影響大於干擾影響，因此多用戶干擾並不會明顯降低 MC-CDMA 對 OFDM 之 SINR 增益，圖 4.2-11 中當 $E_c/N_0=-20\text{dB}$ 時，SINR 增益雖然隨著用戶數增加而降低，增益仍在 60 以上。由圖 4.2-9 因為在 E_c/N_0 高時多用戶干擾的影響才會大於雜訊的影響，因此在 E_c/N_0 高時 SINR gain 才會隨著用戶增加而快速退化，如圖 4.2-11 中當 $E_c/N_0=-8\text{dB}$ 時，SINR 增益隨著用戶數增加將快速退化至低於 20。

不論是 MRC 或 EGC 方式，當 E_c/N_0 持續提高(大於 0dB)，則 SINR gain 在用戶數為 64 時(Full load)將會因為多用戶干擾主導 MC-CDMA 之效能而小於 1，這代表此時 MC-CDMA 之系統容量(Capacity)將小於 OFDM 之系統容量，接下來我們分析此一現象。

MC-CDMA 將一個資料位元分成 64 個切片傳送，因此資料傳輸速率為 OFDM 之 1/64，不過因為最多可同時容納 64 個用戶資料，OFDM 與滿載之 MC-CDMA 系統總傳送位元速率相同，因此我們比較 OFDM 系統與滿載之 MC-CDMA 系統之位元錯誤率以比較其系統容量。圖 4.2-13 為滿載之 MC-CDMA 與 OFDM 系統在通道 A 之系統容量比較，圖中橫軸我們分別標上 E_c/N_0 與等效 E_b/N_0 ($E_b/N_0=64E_c/N_0$)以供辨識，我們發現比較高訊雜比的範圍中，MC-CDMA 的效能由多用戶干擾所主導，因此錯誤率隨著訊雜比的提昇並沒有顯著的下降，而 OFDM 系統則單純受到雜訊的影響，因此訊雜比提高則 OFDM 錯誤率也顯著的下降。如圖所示，在 $E_c/N_0 < 4\text{dB}$ 時，MC-CDMA 以 MRC 匹配之系統容量大於 OFDM 之系統容量，而 EGC 匹配之 MC-CDMA 系統在 $E_c/N_0 < 18\text{dB}$ 時，系統容量都可大於 OFDM 系統，故對多用戶干擾抑制效果較好的匹配方式也能令 MC-CDMA 有較佳的系統容量。反之，當 E_c/N_0 持續提高，雜訊功率下降，此時 OFDM 系統所受雜訊影響小，因此錯誤率隨之降低，效能即可超越滿載之 MC-CDMA 系統，因此，OFDM 在高訊雜比時有較好的系統容量。

我們能獲得以下結論：在下鏈的情況，MC-CDMA 以單用戶偵測來還原資料位元，則多用戶干擾將嚴重影響系統效能。滿載之 MC-CDMA 系統與單用戶 OFDM 系統有相同的總傳送位元速率，但在低訊雜比的通道中，MC-CDMA 才能有較高的系統容量，而當訊雜比提昇，OFDM 之系統容量將超越 MC-CDMA。而 MC-CDMA 的優勢則在於，當系統非滿載時，總傳送位元率雖然降低，卻能大幅降低錯誤率，而 OFDMA(多用戶分享 OFDM 之頻寬)由於各用戶有固定的頻寬，因此系統非滿載時也無法大幅提昇系統效能，這也是 MC-CDMA 較有彈性的特色。



- 通道 B 與通道 C

圖 4.2-14，圖 4.2-15 分別為 MC-CDMA 單位元傳送系統在通道 B 中使用 MRC, EGC, MMSE, ZFC 這 4 種通道匹配方式在不同的訊雜比與用戶數下的系統效能，同時假設具有完美的通道估計。而圖 4.2-16，圖 4.2-17 則為在通道 C 中的模擬結果。此兩種情況下通道匹配方式與雜訊/干擾抑制的關係大致與通道 A 中相同，不過比較圖 4.2-5，圖 4.2-14，與圖 4.2-16，我們可以發現單用戶時系統效能隨著通道的同調頻寬增大而下降，對位元錯誤率(BER)為 10^{-3} 情況下，通道 B 比通道 A 在訊雜比上降低了約 1dB，而通道 C 比通道 A 降低約 2.5dB，也就是當次載波間通道頻率響應的相關性越

強則頻率分集(frequency diversity)效果越差，無法將被通道嚴重衰減的風險分散，導致位元錯誤率提高。

再比較圖 4.2-6，圖 4.2-15，與圖 4.2-17，為在三種不同通道下用戶數與位元錯誤率的關係，取樣的用戶數皆各為 $[2^0 2^1 2^2 2^3 2^4 2^5 2^6]$ ，我們發現，用戶間干擾的影響隨著通道的同調頻率增大而下降。在通道 A 中，當用戶數從單用戶開始增加其錯誤率就立即受到顯著的影響，用戶數為 2 其錯誤率比單用戶增加將近 10dB (MRC)，可見正交碼的正交性被破壞的很嚴重。在通道 B 中，由圖 4.2-15 可看出當用戶數在 4 以內其系統效能並沒有明顯的下降(degradation)，繼續增加用戶數才讓錯誤率明顯提高。而在通道 C 中，由圖 4.2-17 可看出當用戶數在 8 以內其系統效能仍沒有明顯的下降(degradation)，繼續增加用戶數才讓錯誤率明顯提高。由之前的分析我們知道 MRC 匹配方式將造成展頻碼正交性相對較大的破壞，由圖 4.2-6,15,17 三圖我們還可看出 MRC 匹配方式儘管單用戶效能隨著同調頻寬增大而下降，但用戶增多時，效能卻隨著同調頻寬增大反而有些許的提高。故驗證了當通道同調頻寬增大，通道頻率響應在不同頻率變化小，因此對正交碼的正交性破壞減小，多用戶干擾效應下降。

● 通道 D

通道 D 為一極端的通道狀況，單一路徑的瑞雷衰減通道，故其同調頻寬為整個 OFDM 的傳輸頻寬，每個次載波的通道效應相同。將常數通道頻

率響應 $H[i] = H$, for $i = 1 \dots N$ 分別代入式(4.2-9)(4.2-11)(4.2-13)中可得決策信號:

$$\text{MRC: } v_0 = N|H|^2 d_0 + H^* \sum_{i=0}^{N-1} n[i]c_0[i] \quad (4.2-26)$$

$$\text{EGC: } v_0 = N|H|d_0 + \frac{H^*}{|H|} \sum_{i=0}^{N-1} n[i]c_0[i] \quad (4.2-27)$$

$$\text{ZFC: } v_0 = Nd_0 + \frac{1}{H} \sum_{i=0}^{N-1} n[i]c_0[i] \quad (4.2-28)$$

$$\text{其訊雜比皆為: } \text{SNR} = |H|^2 \frac{E_b}{N_0} \quad (4.2-29)$$

故無論使用何種匹配方式，其位元錯誤率皆符合於非頻率選擇緩慢瑞雷衰減通道(frequency nonselective slow Rayleigh fading channel)下 BPSK 傳輸位元錯誤率(BER)之表示式:

$$\text{BER}_{\text{nonselective}} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_b / N_0}{1 + E_b / N_0}} \right) \quad (4.2-30)$$

圖 4.2-18 是 MC-CDMA 系統在通道 D 中的效能模擬，其中包含了單用戶與用戶數為 16 時各以 MRC，EGC，ZFC，MMSE 等匹配方式所模擬出來的效能曲線，其中也包含了式(4.2-30)的理論曲線，可以清楚的看到，所有曲線皆重疊在一起，驗證了 MC-CDMA 在非頻率選擇瑞雷衰減通道的效能等同單純在非頻率選擇緩慢瑞雷衰減通道中傳送 BPSK 信號之效能。

此結果更佐證了我們在討論通道 B、C 時所下的結論：與理論分析時所假設的非相關通道不同，當通道的同調頻寬增大，相關性增加，將有下列效應：

- 頻率分集(frequency diversity)效果越差，無法分散通道狀況之風險
- 展頻碼的正交性破壞減小，用戶間干擾減小

最終的系統效能便取決於上述效應的總和影響。而圖 4.2-5 中單用戶 MRC 曲線確實為此 MC-CDMA 系統位元錯誤率的下限(lower bound)。

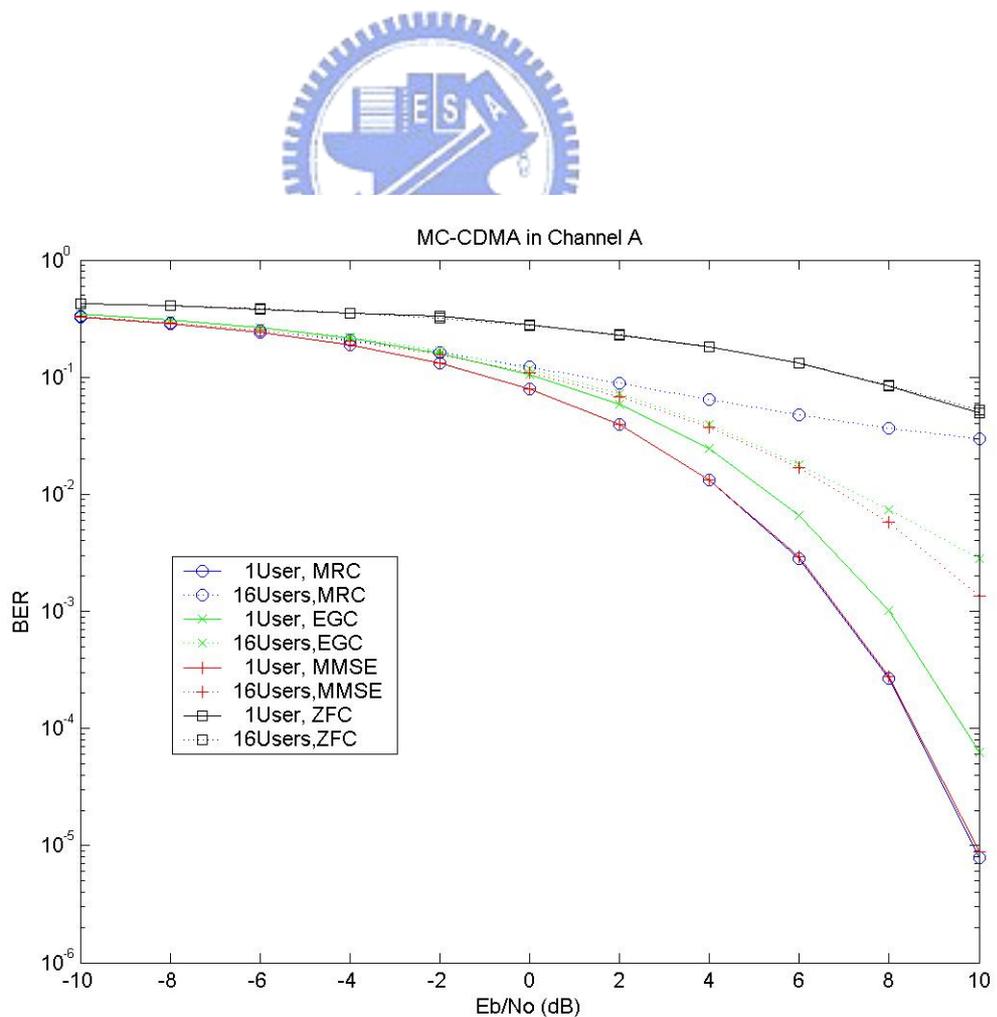


圖 4.2-5 MC-CDMA 在通道 A 中完美通道估計的系統效能

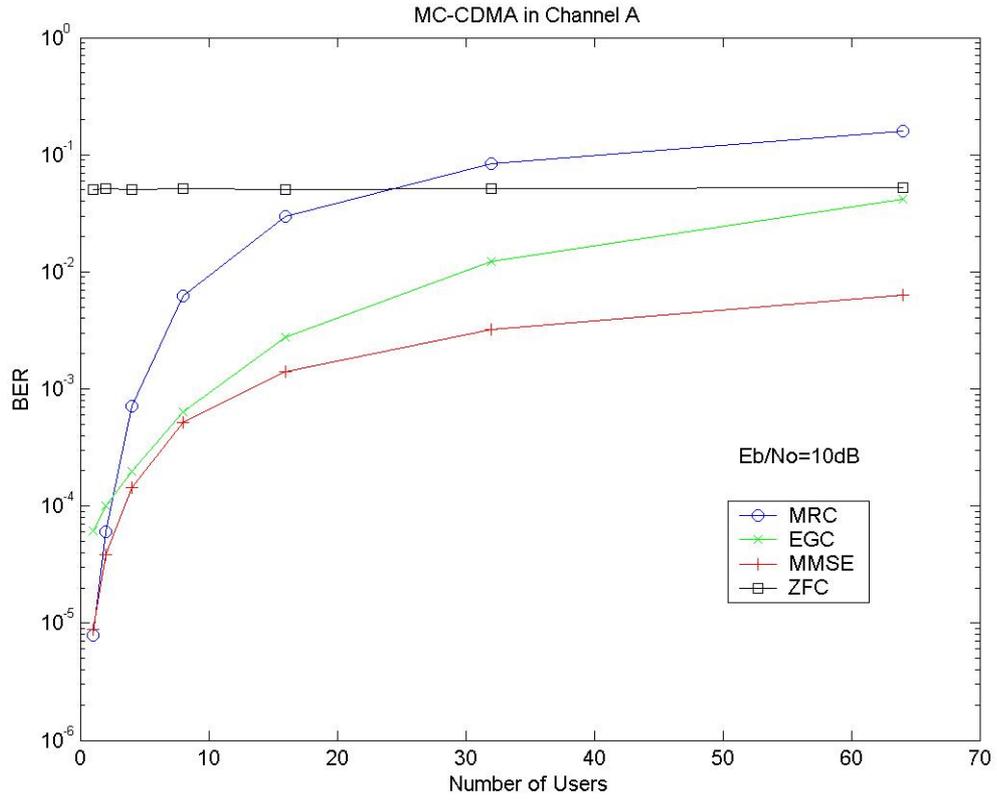


圖 4.2-6 MC-CDMA 在通道 A 中多用戶的系統效能

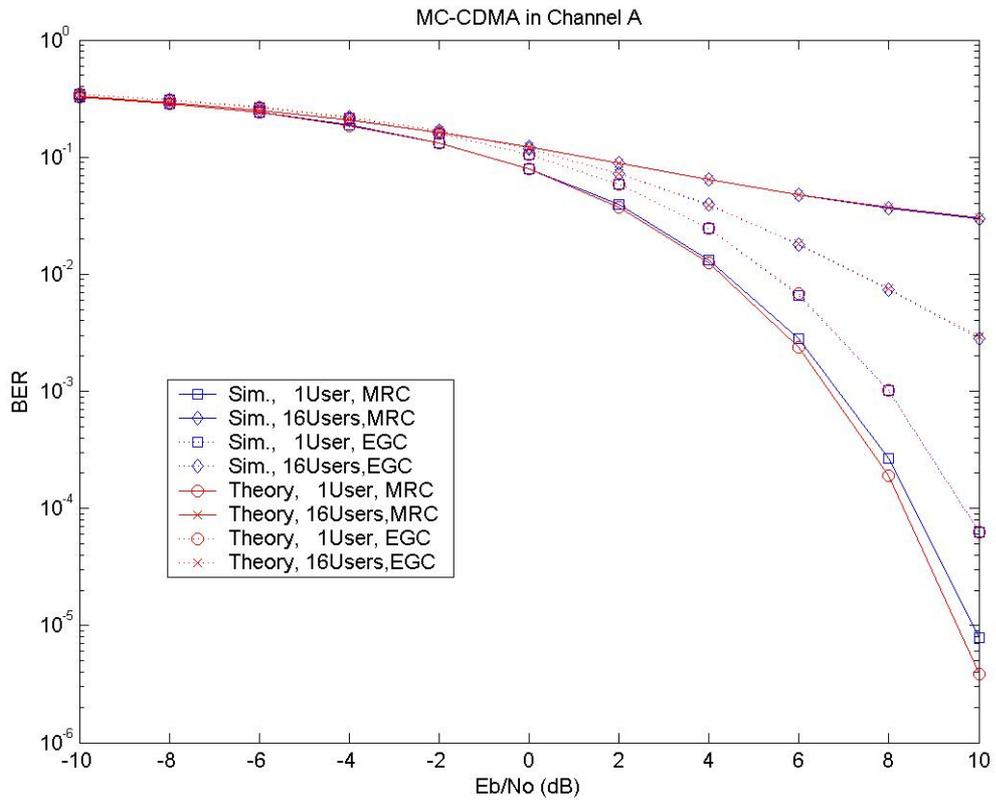


圖 4.2-7 MC-CDMA 在通道 A 中效能與理論值比較

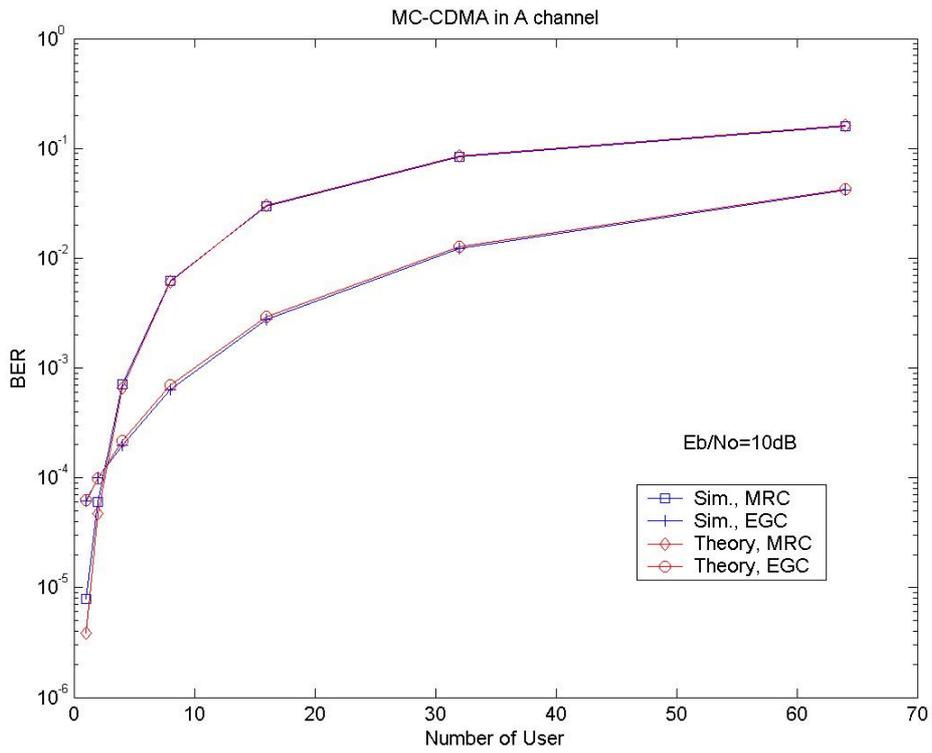


圖 4.2-8 MC-CDMA 在通道 A 中多用戶效能與理論值比較

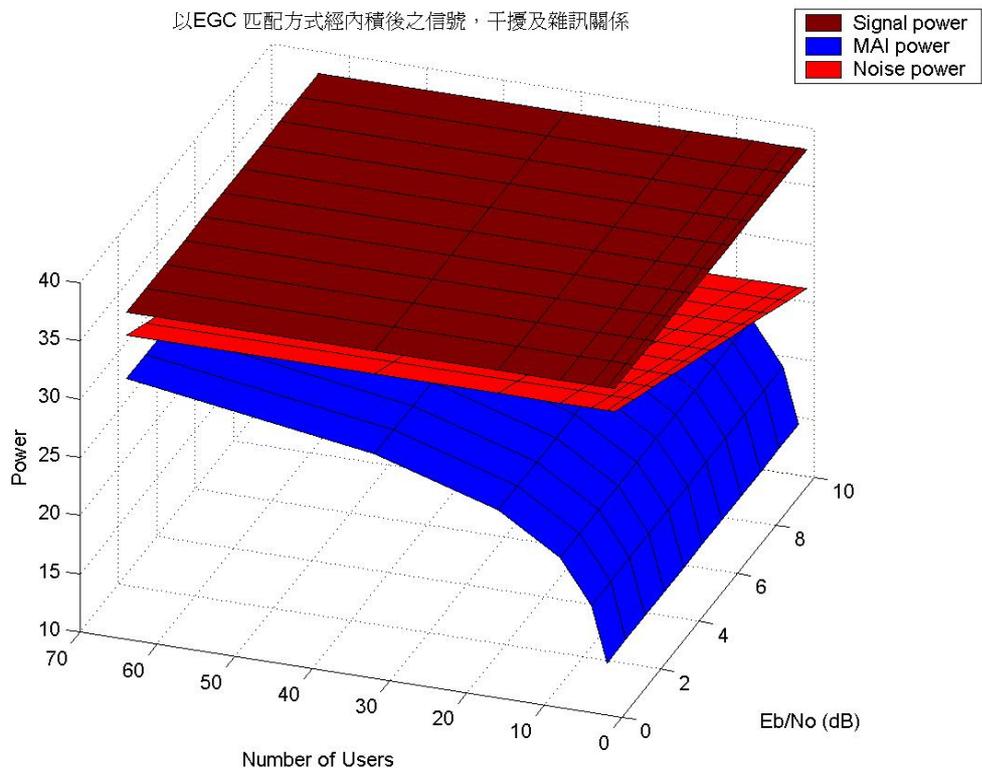


圖 4.2-9 EGC 匹配方式在通道 A 中內積所得信號，干擾及雜訊關係

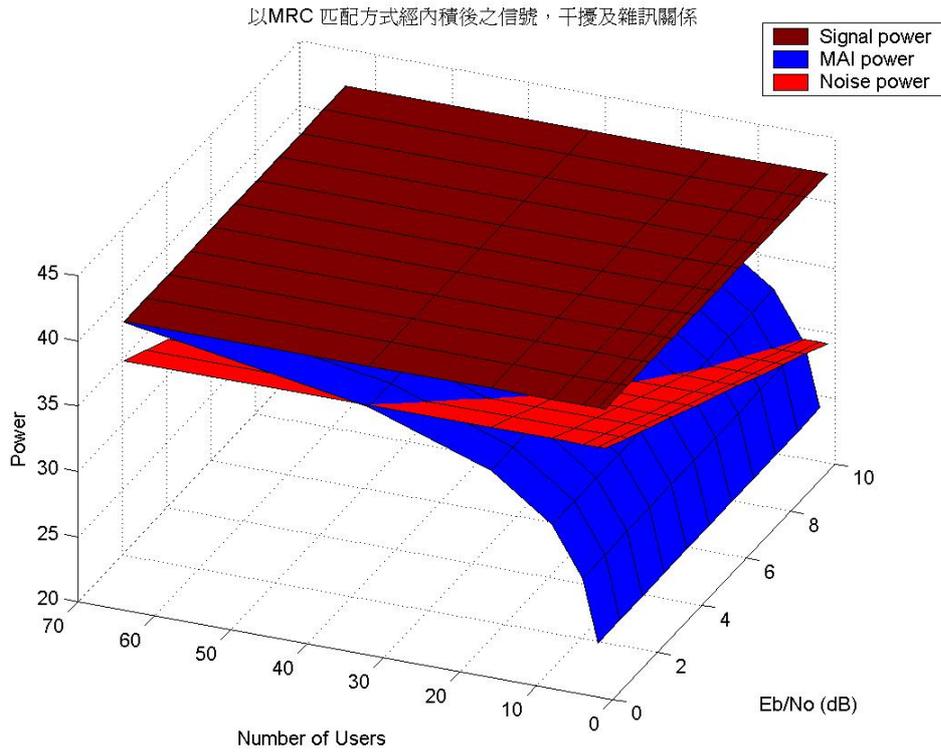


圖 4.2-10 MRC 匹配方式在通道 A 中內積所得信號，干擾及雜訊關係

以EGC匹配方式時，MC-CDMA因展頻對OFDM造成SINR的增益

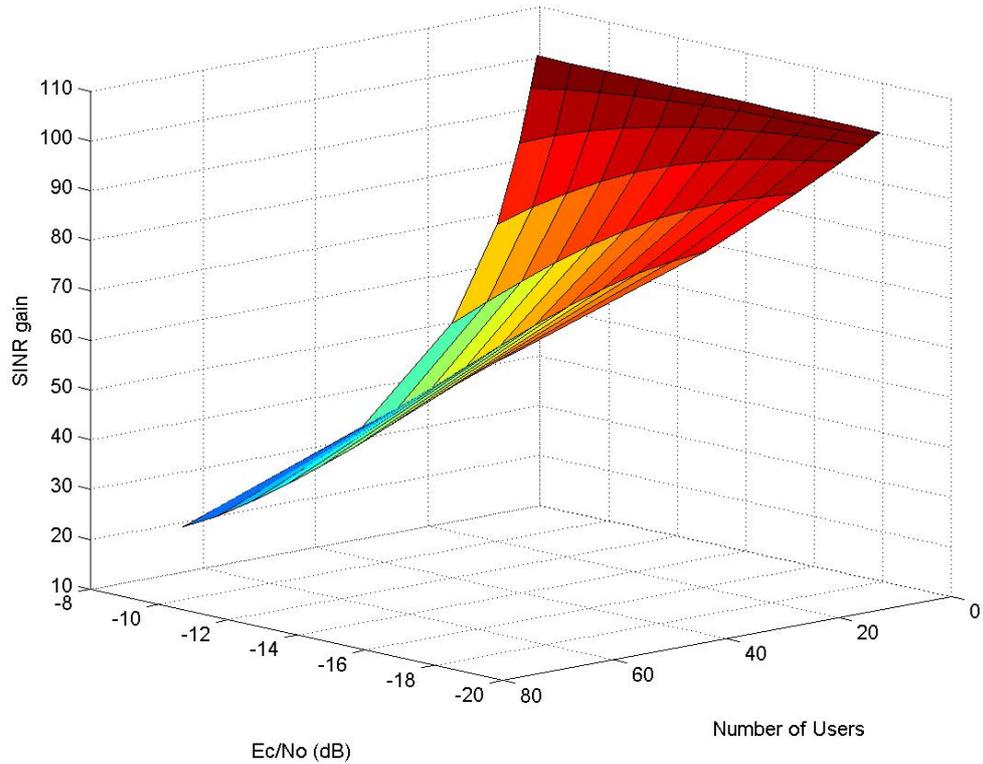


圖 4.2-11 EGC 匹配方式在通道 A 中，MC-CDMA 因展頻對 OFDM 造成 SINR 的增益

以MRC匹配方式時，MC-CDMA因展頻對OFDM造成SINR的增益

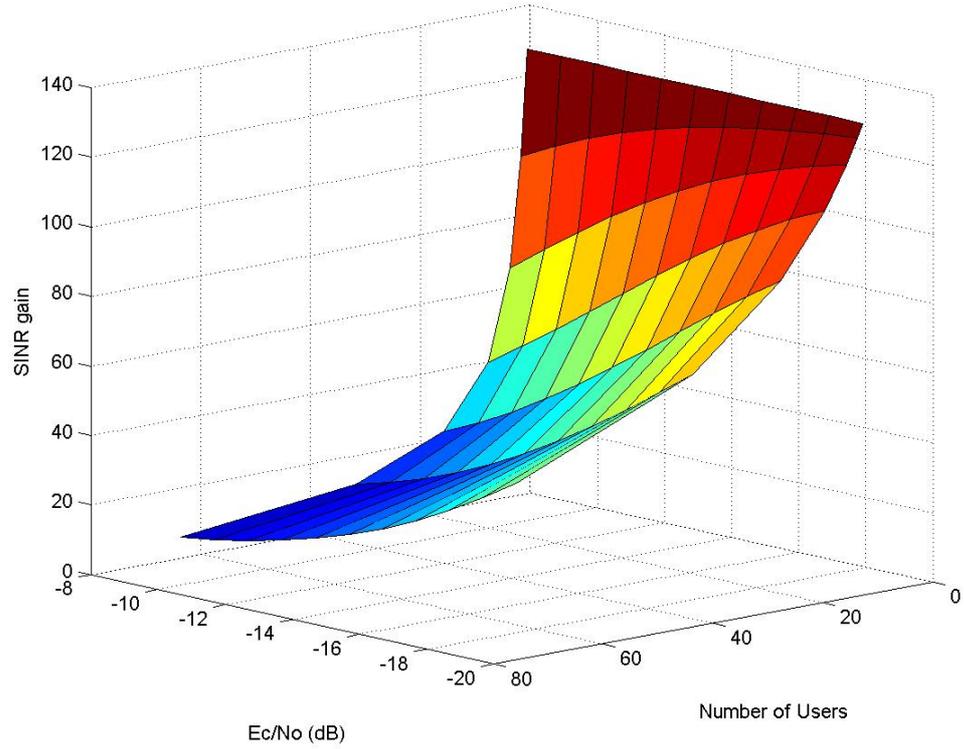


圖 4.2-12 MRC 匹配方式在通道 A 中，MC-CDMA 因展頻對 OFDM 造成 SINR 的增益

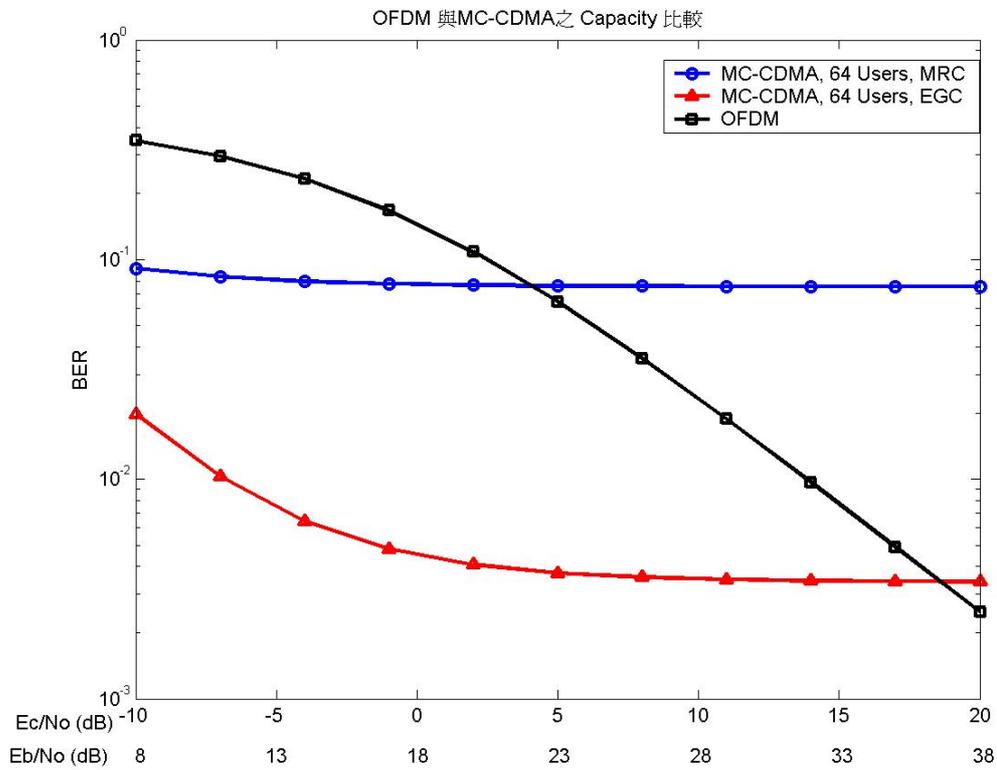


圖 4.2-13 OFDM 與 MC-CDMA 滿載時系統容量的比較

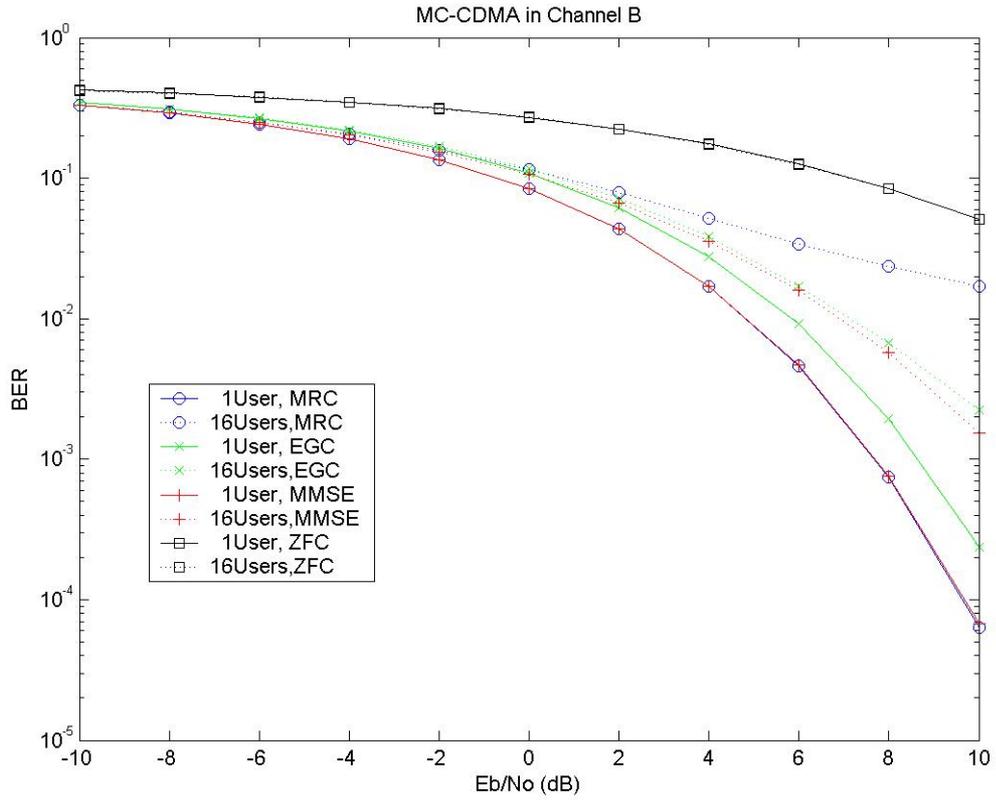


圖 4.2-14 MC-CDMA 在通道 B 中完美通道估計的系統效能

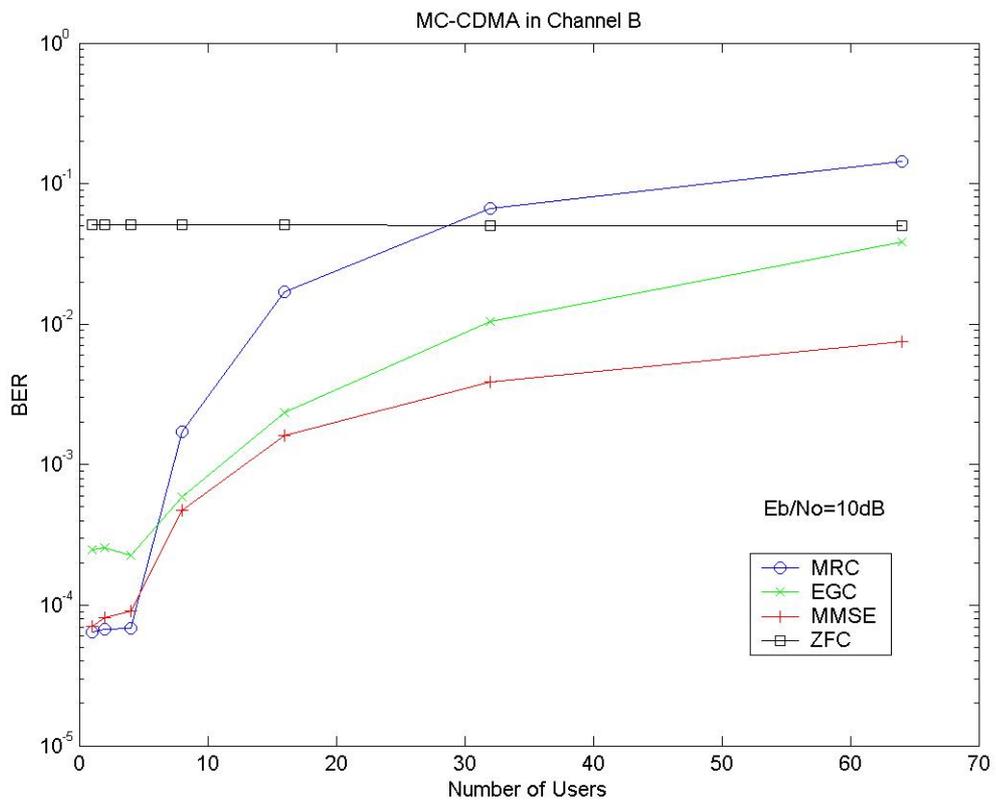


圖 4.2-15 MC-CDMA 在通道 B 中多用戶的系統效能

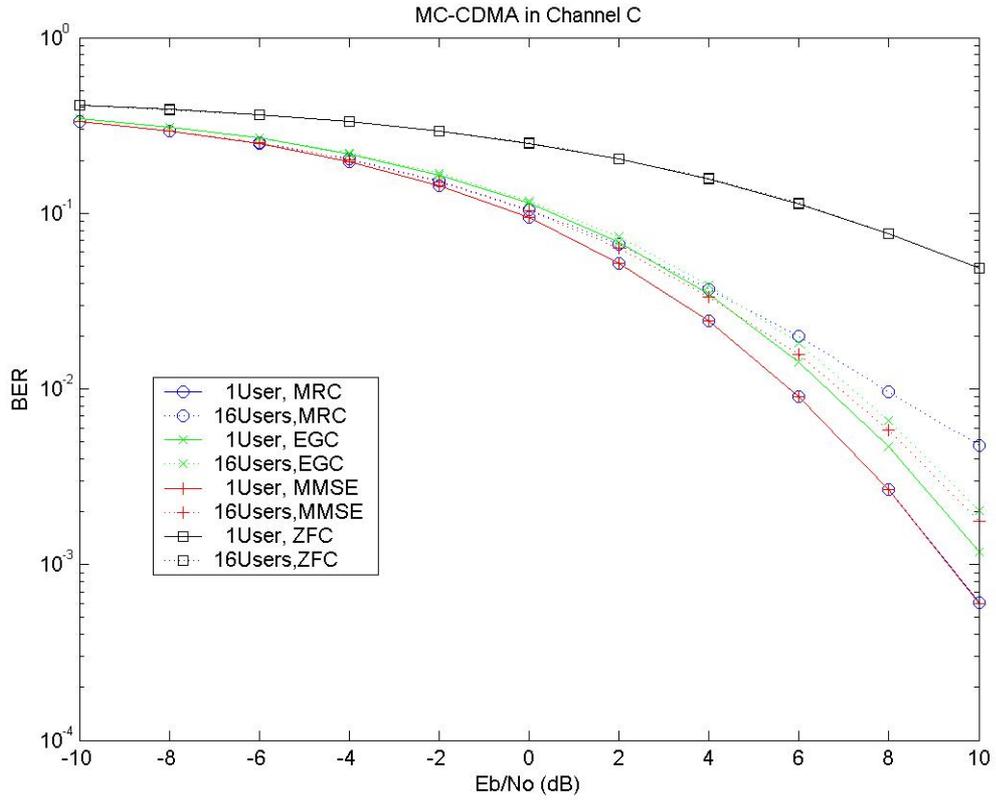


圖 4.2-16 MC-CDMA 在通道 C 中完美通道估計的系統效能

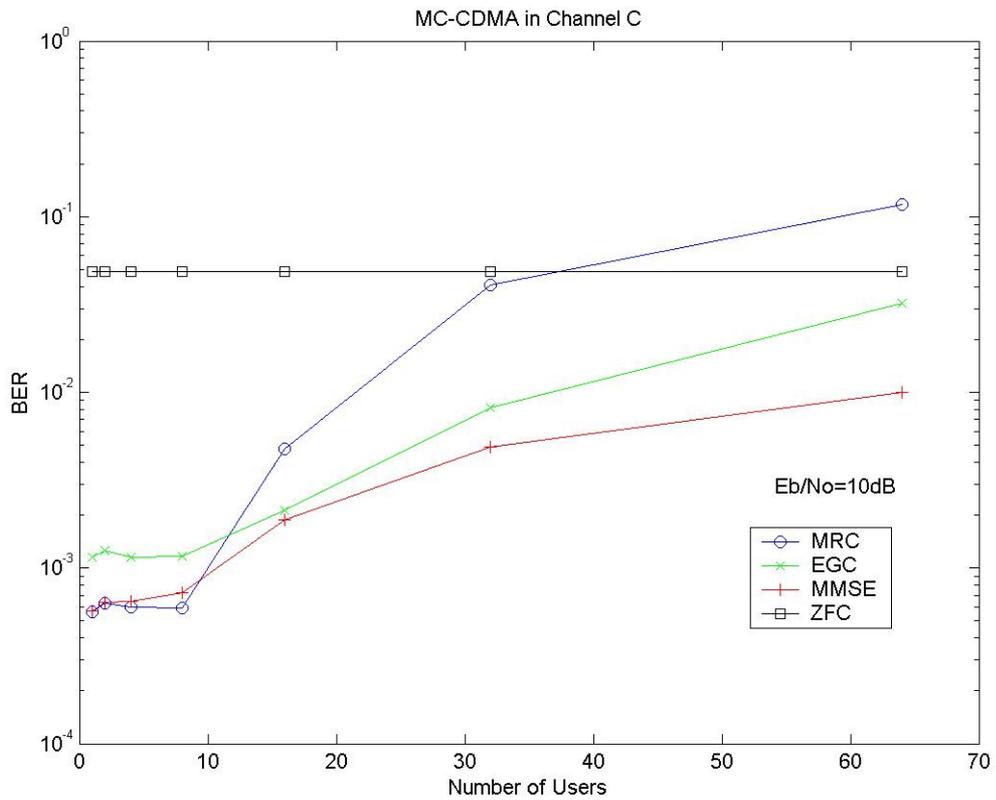


圖 4.2-17 MC-CDMA 在通道 C 中多用戶的系統效能

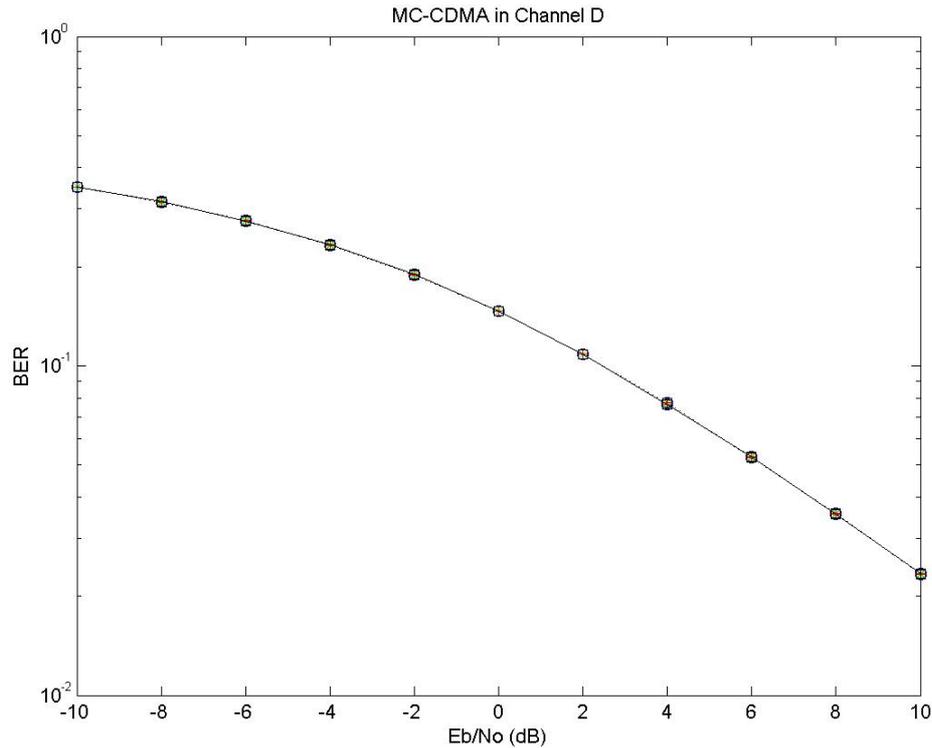


圖 4.2-18 MC-CDMA 在通道 D 中完美通道估計的系統效能



4.2.6 多位元傳送系統

前面介紹並分析 MC-CDMA 單位元的傳送與接收架構及其效能，為了能更增加資料的傳送速率，我們可以在傳送端一次傳送多個位元，而所需的 FFT/IFFT 長度增為展頻增益 N_s 乘以同時傳送位元數 P ，再加上為了進行通道估計而插入的指標信號(pilot signal)數 N_p ，因此相較於單位元傳送系統，令次載波間隔(subcarrier spacing)相同，則多位元傳送系統之位元傳輸率可增為 P 倍，但相對的也得使用較多頻寬。

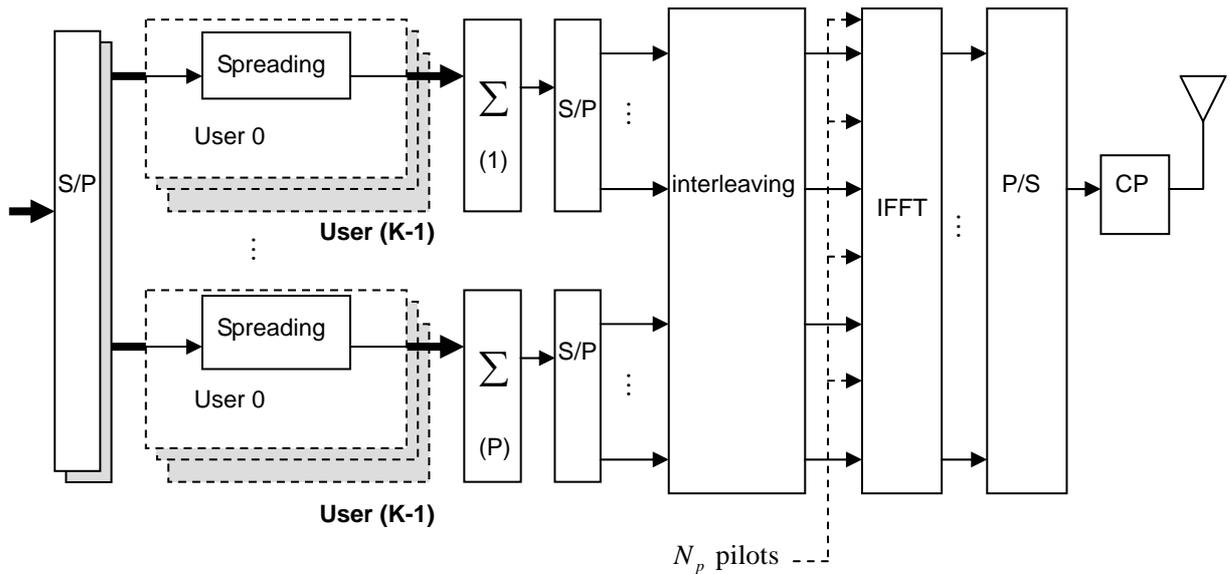


圖 4.2-19 多位元 MC-CDMA 系統傳送端架構

圖 4.2-19 為多位元 MC-CDMA 傳送端的架構，首先要同時傳送 P 個資料位元我們將資料流經 S/P 分成 P 個分支(branch)同時傳送，每個分支都是單位元的傳送系統，每個分支經過長度為 N_s 的華氏碼展頻後，將所有用戶展頻後的信號加總，並以 S/P 將展碼切片平行的傳送出來，每個分支包含 N_s 個切片，因此，輸入 IFFT 前共有 $P \cdot N_s$ 個平行傳送切片。實際通道頻率響應在相鄰次載波間相關性是很高的，為了避免因為通道嚴重衰減而造成同一位元的所有切片發生叢發錯誤(burst error)，我們可以使用區段交錯器(block interleaver)來將切片打散，使其不在同調頻寬內，而有較佳的頻率分集的效果。圖 4.2-20 為區段交錯器之示意圖，如圖 4.2-19，在交錯器前資料為列的方向讀入，也就是先讀入第一個傳送位元的 N_s 個切片，再讀入下一個位元的切片，而區段交錯器的作用則為將此資料由行的方式讀出，因此，交錯器輸出信號將間隔 P 才會出現同一位元的其他切片。交錯後的切

片送入 IFFT 以 OFDM 調變來傳送，為了估計通道響應，我們會利用一些次載波傳送指標信號(pilot)。

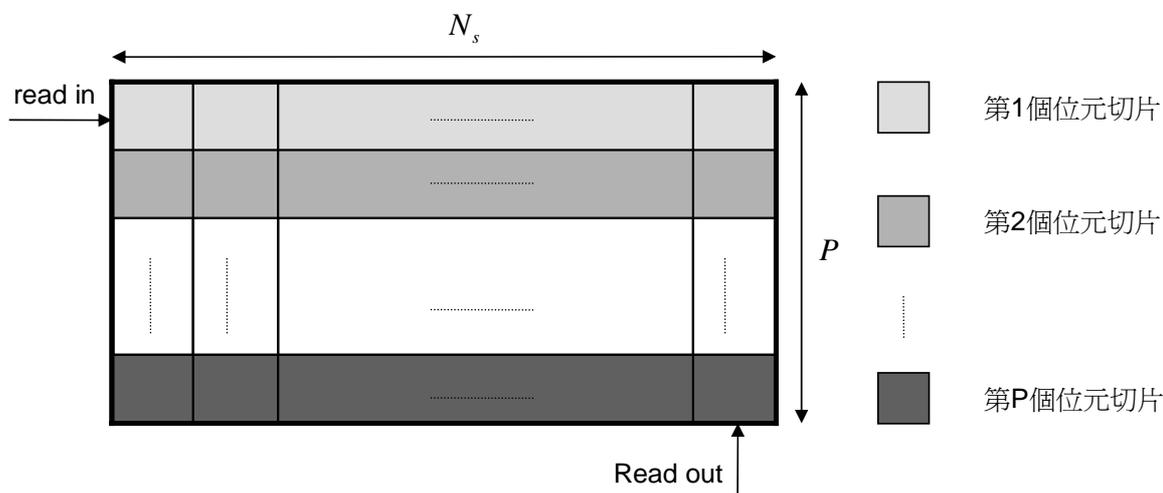


圖 4.2-20 區段交錯器

圖 4.2-21 為多位元 MC-CDMA 接收端架構，在 OFDM 解調後，我們可利用指標信號的傳送值 X_p 與接收值 Y_p 間的關係，以第二章提出的 LS 或 LMS 演算法，搭配一維線性內插(linear interpolation)來估計整體的通道頻率響應。選擇適當之通道匹配方式(MRC, EGC, MMSE, ZFC)來減少雜訊及用戶間干擾後，我們再將打散的切片以解交錯器(de-interleaver, 圖 4.2-22)來使同一傳送位元的切片訊號聚集在一起以方便做解展頻的動作。P 個分支各與該用戶展頻碼作內積後，經決策即可同時還原 P 個位元資料。

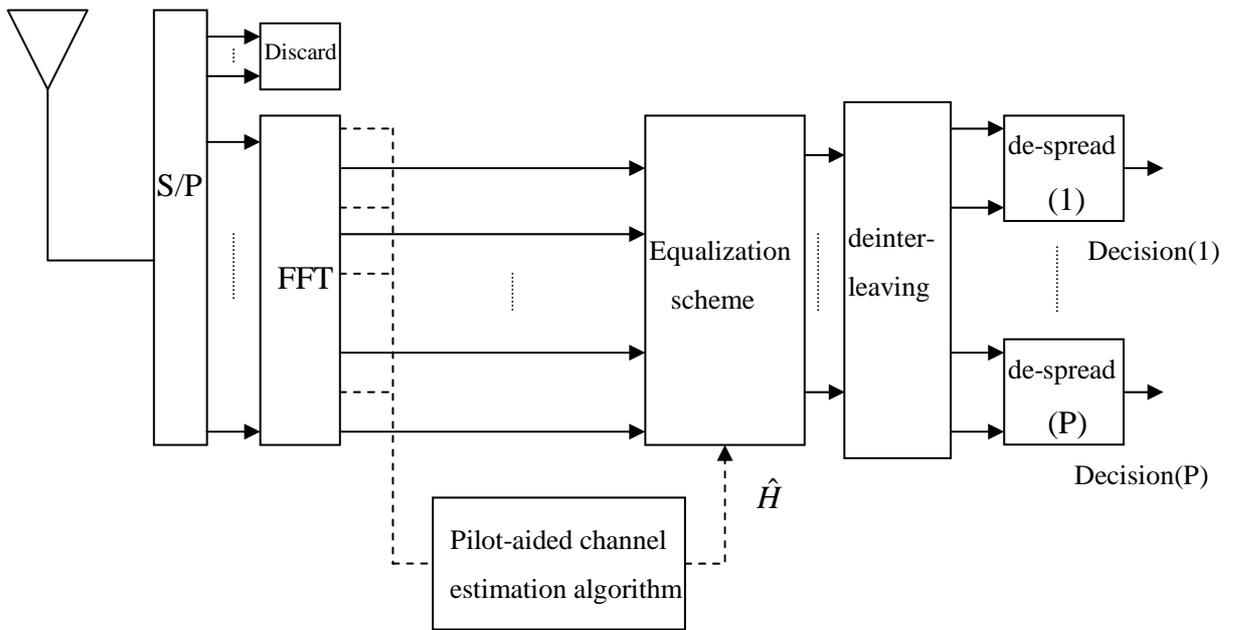


圖 4.2-21 多位元 MC-CDMA 系統接收端架構

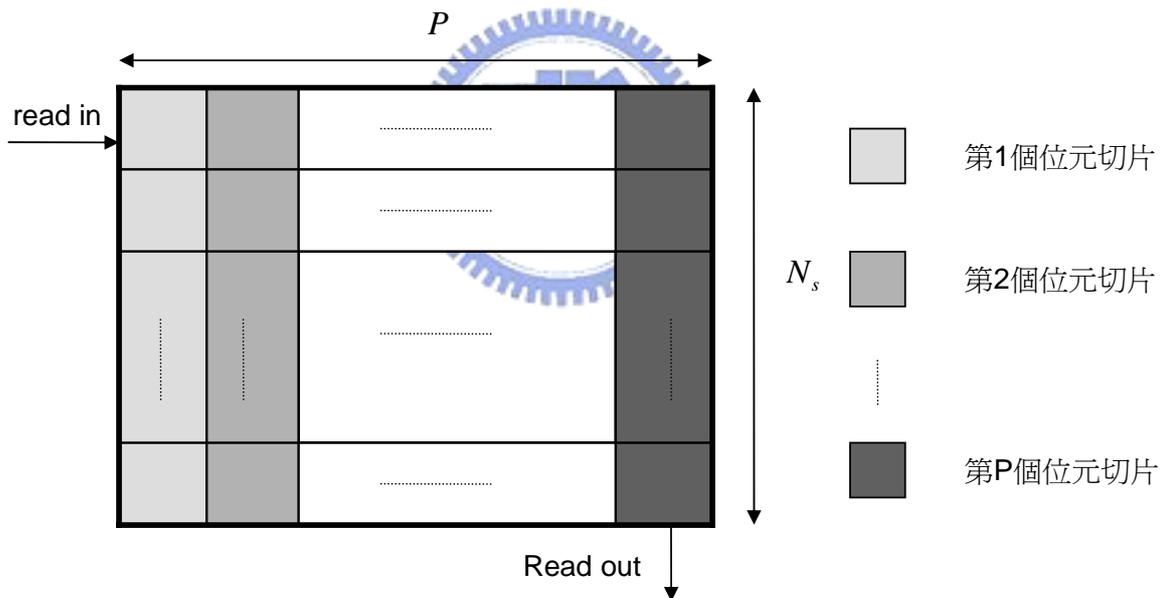


圖 4.2-22 區段解交錯器

4.3 多載波直接序列分碼多重進接系統 (MC-DS-CDMA)

本節將針對 MC-DS-CDMA 下鏈傳輸系統[1][21]，建構其調變與解調過程，並分析其效能。

4.3.1 傳送端架構

圖 4.3-1 表示 MC-DS-CDMA 第 k 個用戶傳送端模型，其中以基於 IFFT 之 OFDM 調變方式來傳送信號。要傳送給第 k 個用戶的資料先經過 BPSK 調變為 $d_k[n]$ ，信號遲續時間為 T_b ，將資料經 S/P 將 N 個位元放在不同的次載波上，拉長了持續時間為 NT_b ，接著分別對此 N 個位元做展頻，假設展頻碼長度為 N_s ，則展頻後每一切片之持續時間變為 $\frac{NT_b}{N_s}$ ，與其他用戶信號相加後經由 IFFT 轉為時域信號傳送出去。

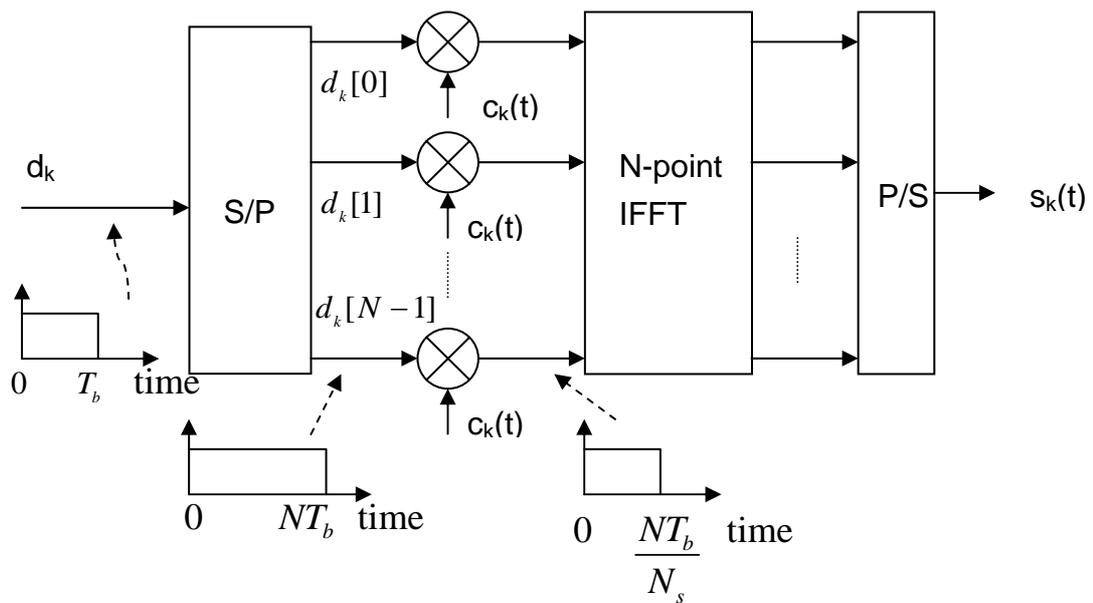


圖 4.3-1 MC-DS-CDMA 系統第 k 個用戶傳送端

由於一個 OFDM 符元是將 N 個傳送位元的一個切片放在次載波上傳送出去，不考慮相對很小的防護區間，則一個 OFDM 的符元區間(symbol time)

T_s 即為切片之持續時間 $\frac{NT_b}{N_s}$ ，系統頻寬為：

$$BW = N \frac{1}{T_s} = N \frac{N_s}{NT_b} = \frac{N_s}{T_b} \quad (4.3-1)$$

令使用相同的展頻碼長度($N_s = N$)，則 MC-DS-CDMA 與 MC-CDMA 在相同的傳輸速率下具有相同頻寬。對一個傳送位元而言，接收端接收一個 OFDM 符元僅能解調出一個切片信號，必須在接收 N_s 個 OFDM 符元後，才能透過解展頻而得到所傳送的位元，並可得 N 個位元。

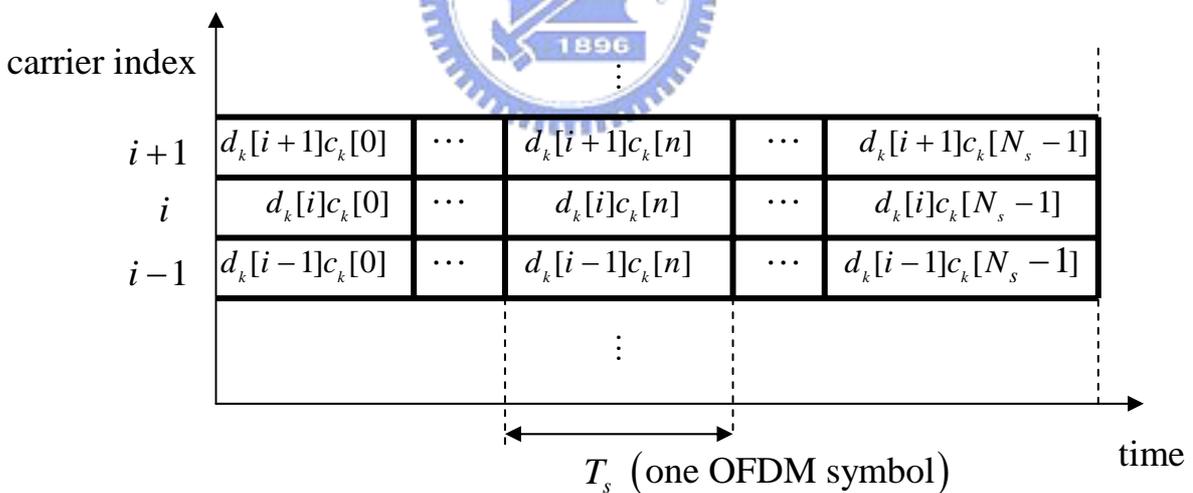


圖 4.3-2 MC-DS-CDMA 在時域展頻示意圖

上圖清楚的表示 MC-DS-CDMA 各切片在時域與頻域的分布， $d_k[i]$ 展頻後的所有切片皆由第 i 個次載波所傳送，不同於 MC-CDMA 在頻域上展頻，MC-DS-CDMA 是在時域上展頻。而且單就第 i 個次載波而言，就等效於一

個傳統的 DS-CDMA 信號，因此，我們可說 MC-DS-CDMA 系統是具有高度頻譜效率的窄頻直序分碼多重系統(Narrow-band DS-CDMA)。

如圖 4.3-1，第 k 個用戶的傳送訊號可以表示為：

$$\begin{aligned}
 s_k(t) &= \text{IFFT}_i \{ d_k[i] c_k[n] \} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} d_k[i] c_k[n] e^{j2\pi f_i t} p_{T_s}(t - nT_s) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} d_k[i] c_k[n] e^{j2\pi \frac{i}{T_s} t} p_{T_s}(t - nT_s)
 \end{aligned} \tag{4.3-1}$$

其中， $d_k[i]$ 為第 k 個用戶由第 i 個次載波傳送的資料位元，為 BPSK 調變。
 $c_k[n]$ 為第 k 個用戶展頻碼之第 n 個切片。 T_s 為 OFDM 之符元長度。 $p_{T_s}(t)$ 表

示傳送波形：

$$p_{T_s}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T_s] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4.3-2}$$



假設總共傳送 K 個用戶資料，故傳送端的有效傳送訊號 $s(t)$ 為：

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \sum_{k=0}^{K-1} s_k(t) \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k[i] c_k[n] \right) e^{j2\pi \frac{i}{T_s} t} p_{T_s}(t - nT_s)
 \end{aligned} \tag{4.3-3}$$

4.3.2 接收端架構

圖 4.3-3 為 MC-DS-CDMA 系統第 k 個用戶的接收端架構，如同 MC-CDMA，序列 \mathbf{y} 為接收端以 $\Delta t = T_s / N$ 作取樣，除去防護區間後的一組取樣值，代表著 ISI-free 之有效 OFDM 信號，經過 OFDM 解調(利用 FFT)後，我們能得到在頻域上每個次載波上所搭載的資料 \mathbf{r} 。由於 MC-DS-CDMA 是在時域作展頻，因此一個傳送位元所展開的 N_s 個切片(chip)皆由相同次載波傳送，但必須經過 N_s 個 OFDM 信號才能將此 N_s 個切片收集解展頻。所以對 \mathbf{r} 進行通道補償後我們必須個別對不同次載波進行時域上的解展頻，經過 N_s 個 OFDM 信號後我們才可完成解展頻的動作，並每個次載波上都能得到該次載波所傳送位元之決策信號 $[v_k[0] v_k[1] \dots v_k[N-1]]$ ，作完決策(decision)後我們即可得到 N 個決策位元 $\hat{\mathbf{d}}_k$ 。

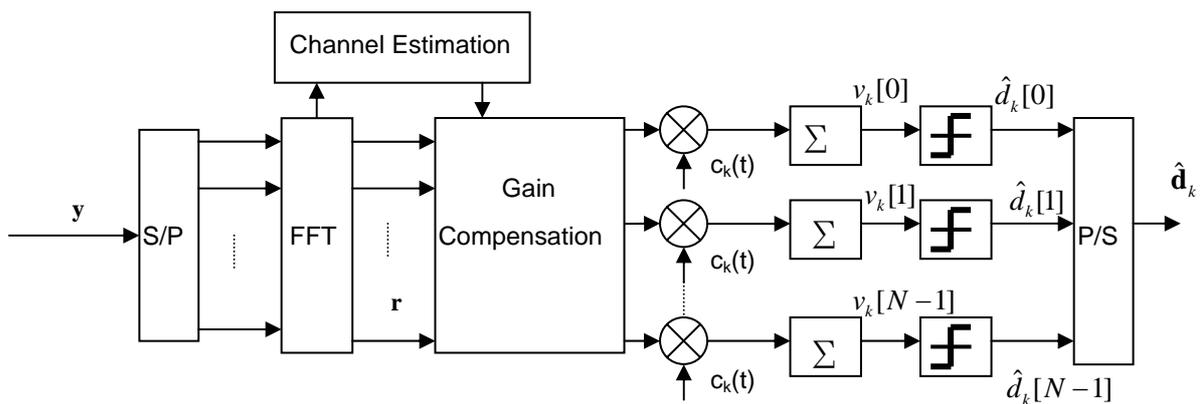


圖 4.3-3 MC-DS-CDMA 系統第 k 個用戶接收端

對第 n 個 OFDM 信號(第 n 個切片)而言，OFDM 解調信號 $\mathbf{r}(n)$ 為：

$$\mathbf{r}(n) = FFT\{\mathbf{y}(n)\} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{H} \odot \mathbf{d}_k c_k[n] + \mathbf{n} \quad (4.3-4)$$

其中， \odot 代表向量對應元素相乘， $\mathbf{d}_k = [d_k[0] d_k[1] \dots d_k[N-1]]^T$ 為各次載波所傳送用戶 k 的信號位元，皆為 BPSK 調變。 $c_k[n]$ 為用戶 k 使用的展頻碼之第 n 個切片，而 $\mathbf{H} = [H[0] H[1] \dots H[N-1]]^T$ 為通道頻率響應向量，設通道長度 L 則 \mathbf{H} 可表示為：

$$\mathbf{H} = FFT\{\mathbf{h}\}, H[i] = \sum_{l=0}^L h[l] e^{-j2\pi \frac{l}{N} i} \quad (4.3-5)$$

由於我們需要 N_s 個 OFDM 信號才能有 N_s 個切片解展頻，故我們針對第 i 個次載波來看，令通道補償權重向量為 $\mathbf{g} = [g[0] g[1] \dots g[N-1]]^T$ ，設用戶 0 為所欲用戶(desired user)，接收到 N_s 個 OFDM 信號後經通道補償及解展頻我們可得第 i 個次載波所傳送位元之決策信號 $v_0[i]$ 為：

$$\begin{aligned} v_0[i] &= \sum_{n=0}^{N_s-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} d_k[i] c_k[n] H[i] + n_i[n] \right) g^*[i] c_0[n] \\ &= N_s d_0[i] H[i] g^*[i] + \sum_{k=1}^{K-1} d_k[i] H[i] g^*[i] \sum_{n=0}^{N_s-1} c_k[n] c_0[n] + \sum_{n=0}^{N_s-1} n_i[n] g^*[i] c_0[n] \\ &= N_s d_0[i] H[i] g^*[i] + \sum_{n=0}^{N_s-1} n_i[n] g^*[i] c_0[n] \\ &= S_{0,i} + \tilde{n} \end{aligned} \quad (4.3-6)$$

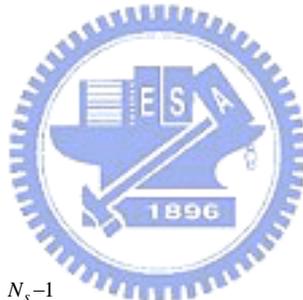
$$\text{其中，} \sum_{n=0}^{N_s-1} c_i[n] c_j[n] = \begin{cases} N_s & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4.3-7)$$

由式(4.3-6)我們可知道 MC-DS-CDMA 系統在非時變通道下，由於相同次載波上所受到的通道頻率響應不隨時間而變，通道補償權重也不隨時間改變，因此展頻碼的正交性可以完全保存，並可完美的將其他用戶的干擾去除，就算考慮都卜勒效應造成的緩慢時變通道，只要變化速度不快，通道頻率響應在時域的關聯性(time domain correlation)還是相當大，正如在 MC-CDMA 中所討論的，並不會強烈破壞展頻碼的正交性，因此，MC-DS-CDMA 系統的優點是沒有多用戶干擾的影響。故通道補償權重我們以 MRC 針對雜訊處理即可：

$$g^*[i] = H^*[i] \quad (4.3-8)$$

則 $v_0[i]$ 可改寫為：

$$v_0[i] = N_s |H[i]|^2 d_0[i] + \sum_{n=0}^{N_s-1} n_i[n] c_0[n] H^*[i] \quad (4.3-9)$$



4.3.3 效能分析

由式(4.3-9)我們可看出 MC-DS-CDMS 系統與 MC-CDMA 系統最大的差別便是 MC-DS-CDMA 並沒有頻率分集(frequency diversity)的特性，而它在時間分集(time diversity)上也因為通道為非時變或緩慢變化而無法獲得好處，因此，對一個傳送位元而言，它所有切片受到的通道狀況可能「全好」

或「全壞」，無法有效分散風險。對一個在多路徑瑞雷衰減通道作傳輸的 MC-DS-CDMA 系統，對個別的次載波而言，就如同在此次載波頻譜內傳送一個窄頻時域的 DS-CDMA 信號，此 DS-CDMA 信號所受到的通道響應，僅僅是單路徑(single path)的瑞雷衰減通道，這是由於 OFDM 符元長度遠大於最大通道延遲，對 MC-DS-CDMA 而言，沒有超過一個 OFDM 符元長度的延遲路徑，故，MC-DS-CDMA 的系統效能相當於 DS-CDMA 系統在非時變單路徑瑞雷衰減通道中的效能[25]，

$$BER_{nonselective} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{1 + E_b/N_0}} \right) \quad (4.3-10)$$

此式等同式(4.2-40)，故可知 MC-DS-CDMA 在非時變多路徑(multi-path)瑞雷衰減通道中的效能等同 MC-CDMA 在非時變單路徑(single-path)瑞雷衰減通道中的效能。

在 MC-DS-CDMA 中，用戶間維持正交性，由式(4.3-9)我們可比較 MC-DS-CDMA 經內積後與 OFDM 系統經等化後兩者的平均輸出 SNR 的增益即為展頻增益 N_s ，並且不隨用戶數的增加而改變。這代表雖然 MC-DS-CDMA 與 OFDM 都缺乏頻率分集的特點，但 MC-DS-CDMA 能在多用戶的環境中比 OFDM 系統提昇對抗雜訊 N_s 倍的效能。因此 MC-DS-CDMA 之系統容量也恆大於 OFDM 系統。

4.3.4 完美通道估計之模擬分析

本節我們針對 MC-DS-CDMA 在非時變通道下進行效能模擬分析，模擬參數如表格(4.3-1)所示，令 $N_s = N = 64$ ，使與 4.2.5 節中 MC-CDMA 有相同的位元傳輸率、系統頻寬、次載波間隔以及展頻增益。本節只討論兩種通道，通道 A 為單一路徑瑞雷衰減通道，通道 B 具 4 根指數遞減瑞雷衰減路徑，最大通道延遲為 200ns。本節皆假設有完美的通道估計。

調變	BPSK
頻寬(Bandwidth)	20MHz
次載波個數(number of subcarriers)	64
有效符元時間(useful symbol time)	$3.2 \mu s$
防護區間(guard interval)	800ns
展頻增益(processing gain)	64
車速	0 km/hr
通道最大路徑延遲(delay spread)	Channel A: 0ns (Single Rayleigh path) Channel B: 200ns (4 exponential decay Rayleigh paths)

表格 4.3-1 MC-DS-CDMA 系統模擬參數

圖 4.3-4 為 MC-DS-CDMA 在通道 A 中效能與理論值比較的模擬結果，

圖 4.3-5 為 MC-DS-CDMA 在通道 B 中效能與理論值比較的模擬結果。由此

我們可發現:

- 完全沒有用戶間的干擾，展頻碼正交性不受通道的影響。
- 不論通道之同調頻寬多大，對 MC-DS-CDMA 沒有任何影響。
- 位元錯誤率的模擬結果與理論值幾乎完全吻合

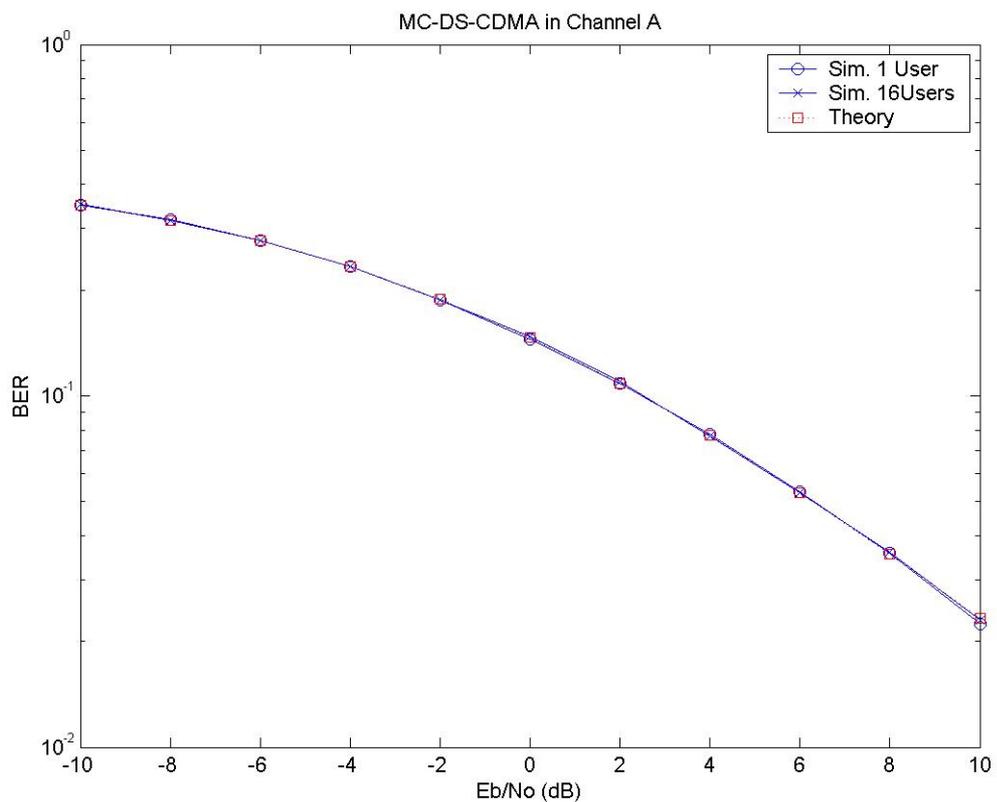


圖 4.3-4 MC-DS-CDMA 在通道 A 中系統效能與理論值比較

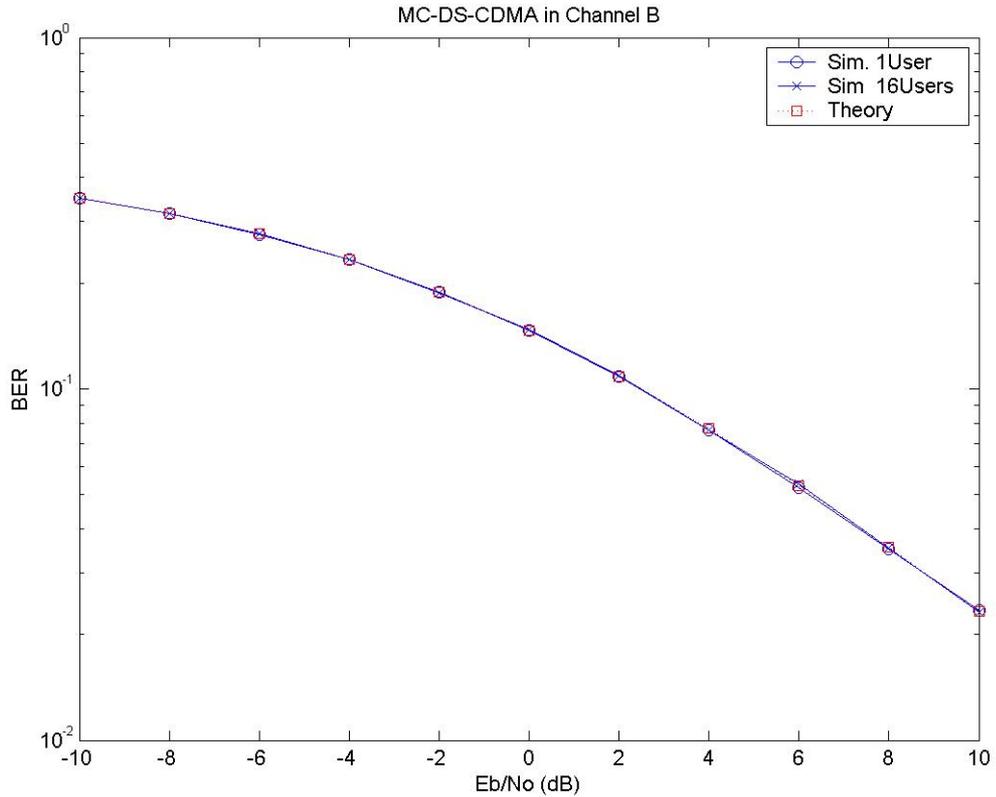


圖 4.3-5 MC-DS-CDMA 在通道 B 中系統效能與理論值比較



4.3.5 改良型多載波直接序列分碼多重進接系統

由之前 MC-DS-CDMA 系統之效能分析我們知道其主要缺點為同一傳送位元的切片信號都在相同的頻帶上傳送，很容易全部受到通道的嚴重衰減而無法偵測。因此，若犧牲傳輸速率在不同的頻帶上重複傳送相同的切片信號，只要傳送頻帶相距大於同調頻寬就有頻率分集(frequency diversity)的效果。重複傳送的頻帶愈多，頻率分集效果愈好，但效能的改善需與傳輸速率作取捨(trade off)。

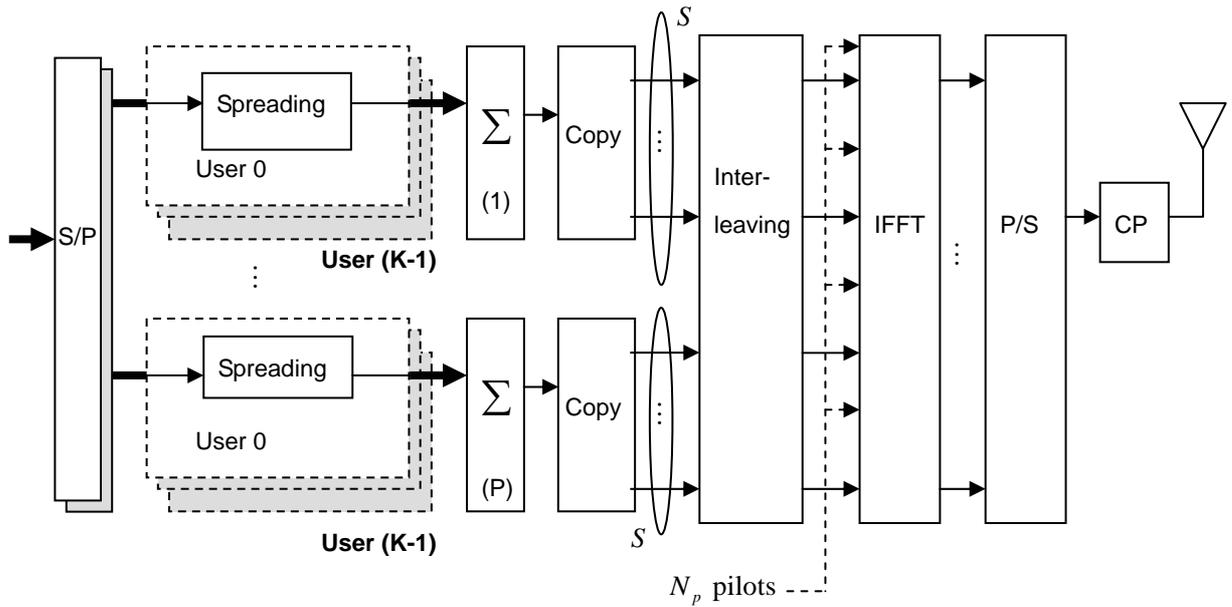


圖 4.3-6 具頻率分集之 MC-DS-CDMA 系統傳送端

如圖 4.3-6，將資料分成 P 個分支(branch)傳送，即同時傳送 P 個位元，經展頻後，我們將每個分支的切片都重複複製成 S 份[26]，此 S 個「副分支」(sub-branch)所傳送的信號完全相同，為了確保此 S 個副分支能在不同的同調頻寬中，我們將其打散，以 $P=4$ ， $S=3$ 為例，如圖 4.3-7(a)代表未打散時因複製而相同信號將在相鄰次載波上傳送，如此無法有效利用頻率分集，圖 4.3-7(b)為將 S 個副分支打散後的信號分布，若通道同調頻寬小於 P 倍次載波間距則能分散通道衰減的風險。此時，FFT/IFFT 長度為 $(P \cdot S + N_p)$ ，設位元傳輸速率為 $\frac{1}{T_b}$ ，則經分成 P 分支後位元時間延展為 PT_b ，展頻切片時間為 $\frac{PT_b}{N_s}$ ，可得到傳輸頻寬為 $BW = (P \cdot S + N_p) \frac{N_s}{PT_b} \approx S \cdot \frac{N_s}{T_b}$ ，與式(4.3-1)比較可知，當 $S=1$ ，則為傳統 MC-DS-CDMA 系統，當 $S>1$ ，具頻率分集效

果但需 S 倍的傳輸頻寬，換句話說，若頻寬固定，我們必須犧牲 S 倍的傳輸速率以換取較佳的位元錯誤率。

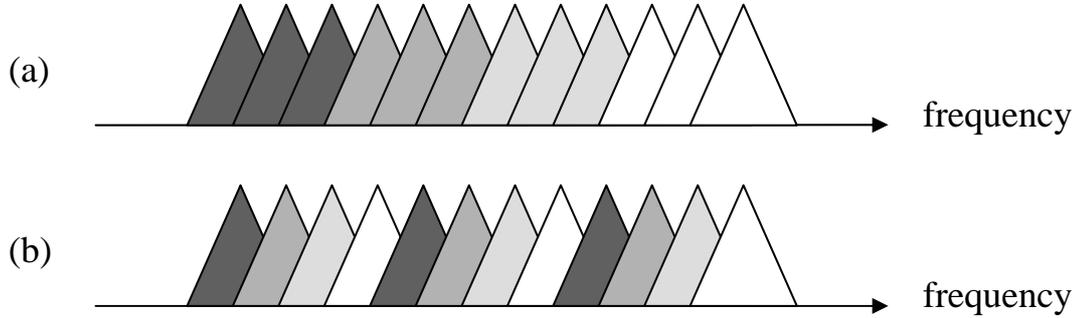


圖 4.3-7 $P=4, S=3$ 時傳送信號頻譜圖(相同顏色代表相同信號)

系統接收端如圖 4.3-8 所示，如同 4.3.2 節中的說明，在 N_s 個 OFDM 符元區間內利用指標信號估出通道狀況後，補償相位及振幅變化，解交錯後各次載波信號個別將 N_s 個切片信號與該用戶展頻碼內積以解展頻，此時，第 p 個分支之第 s 個副分支的輸出信號可由式(4.3-9)改寫為：

$$v_{0,p}[s] = N_s |H_{p,s}|^2 d_0[p] + \sum_{n=0}^{N_s-1} n_i[n] c_0[n] H_{p,s}^* \quad (4.3-11)$$

其中， $H_{p,s}$ 代表第 p 個分支之第 s 個副分支所對應次載波之通道頻率響應。

將 S 個副分支相加即可得第 p 個位元的決策信號：

$$\begin{aligned} V_{0,p} &= \sum_{s=1}^S v_{0,p}[s] \\ &= N_s \left(\sum_{s=1}^S |H_{p,s}|^2 \right) d_0[p] + \sum_{n=0}^{N_s-1} \left(\sum_{s=1}^S H_{p,s}^* \right) n_i[n] c_0[n] \end{aligned} \quad (4.3-12)$$

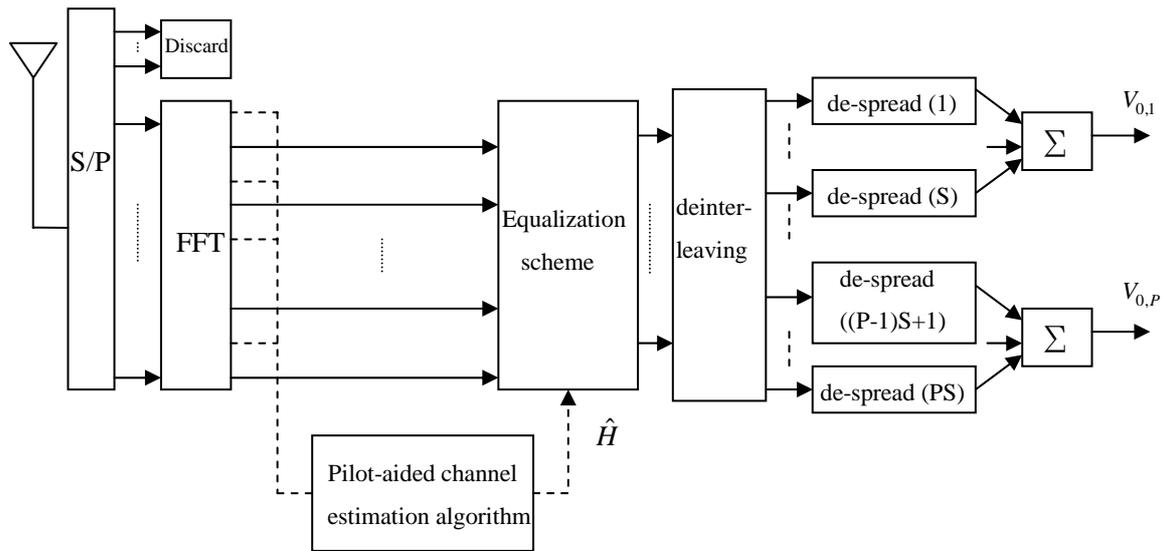


圖 4.3-8 具頻率分集之 MC-DS-CDMA 系統接收端

比較式(4.3-9)與式(4.3-12)可知道重複傳送 S 組相同切片的确可以獲得頻率分集的好處，因為此 S 組切片全受到嚴重通道衰減的機率較低，不過，在相同頻寬下，原本可同時傳送 PS 個位元切片，若重複傳送則只能同時傳送 P 個位元切片，降低了傳輸速率。