

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

定壓型並聯離心式流體機械之節能設計

Optimalization of Constant Pressure Centrifugal

Machines in Parallel

研究生：林佑璉

指導教授：傅武雄 博士

中華民國一百年六月

定壓型並聯離心式流體機械之節能設計

Optimalization of constant pressure centrifugal machines  
in parallel

研 究 生：林佑聰

Student: Yu-tsung Lin

指 導 教 授：傅武雄

Advisor: Wu-Shung Fu

國立交通大學

機械工程學系



Submitted to Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

June 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

# 定壓型並聯離心式流體機械之節能設計

研究生：林佑聰

指導教授：傅武雄 博士

國立交通大學機械工程學系

## 摘要

本文主要目的為採用多台不同型式之離心式流體機械的並聯方式，進行複雜管路流量計算。對於複雜管路系統，單台離心式流體機械往往無法提供龐大的流量需求，必須採用多台並聯的方式處理，故要找出不同形式離心式流體機械並聯之性能曲線和阻抗曲線組合圖。

本文另一目的是利用上述結果，將定壓型流體機械並聯系統配合複雜管路系統模擬不同負載下的最佳並聯台數與各台之最佳操作條件含壓力與轉速的組合狀態。接著將各種負載不同台數的情況依序記下，並繪製出總耗能曲線做成資料庫，而達成客製化的結果。

# Optimalization of constant pressure centrifugal machines in parallel

Student : Yu-tsung Lin

Advisor : Wu-Shung Fu

Department of Mechanical Engineering

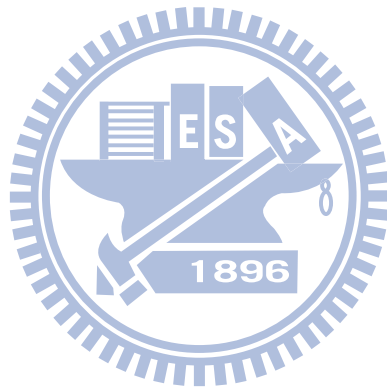
National Chiao Tung University

## Abstract

The aim of this study is to solve the complex piping problems and obtain the optimal situation with the differences of centrifugal machineries in parallel. In order to provide huge mass flow rate, the centrifugal machineries in parallel are necessary, so we need to find the combination sketch of performance curve and impedance curve of different centrifugal machineries in parallel.

The other aim of this study is to use the above-mentioned result to simulate the best combination condition of different number of centrifugal machineries in parallel and operating condition of different loads. Then take down all data of combination conditions and plot the total curve of energy consumed. After that, we can obtain the optimization curve and reach the result of customization.

致 謝



# 目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
致謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	V
圖目錄.....	VI
照片目錄.....	IX
符號說明.....	X
第一章 緒論.....	1
第二章 物理模式.....	7
第三章 數值方法.....	46
第四章 結果與討論.....	53
第五章 結論.....	124
參考文獻.....	125



## 表目錄

表 4-1 系統各管段與工作流體資料.....	56
表 4-2 並聯兩台動力源系統及各管段與工作流體資料.....	74
表 4-3 一台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率.....	97
表 4-4 兩台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率.....	99
表 4-5 三台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率.....	101
表 4-6 四台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率.....	103
表 4-7 五台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率.....	105
表 4-8 在自動模式 0.06bar 下各台數之頻率和總功率.....	107
表 4-9 在自動模式 0.04bar 下各台數之頻率和總功率.....	108
表 4-10 在自動模式 0.02bar 下各台數之頻率和總功率.....	109
表 4-11 五台泵浦總負載時最高頻率之結果圖.....	110
表 4-12 五台泵總流量降至 300CMH 之結果圖.....	111
表 4-13 五台泵總流量降至 200CMH 之結果圖.....	112
表 4-14 五台泵總流量降至 100CMH 之結果圖.....	113
表 4-15 四台泵總流量調升至 300CMH 之結果圖(僅模擬其結果).....	114
表 4-16 四台泵總流量降至 200CMH 之結果圖.....	115
表 4-17 四台泵總流量降至 100CMH 之結果圖.....	116
表 4-18 三台泵總流量降至 200CMH 之結果圖.....	117
表 4-19 三台泵總流量降至 100CMH 之結果圖.....	118
表 4-20 二台泵總流量降至 100CMH 之結果圖.....	119
表 4-21 三台泵總流量降至 120CMH 之結果圖.....	123

## 圖目錄

圖 1-1 固定轉速 (1750rpm) 之某工業用泵浦曲線資料圖.....	6
圖 2-1 物理模式示意圖.....	15
圖 2-2 某泵浦轉速 1750rpm 資料圖.....	16
圖 2-3 資料點與二次多式式曲線圖.....	17
圖 2-4 90 度圓形彎角.....	18
圖 2-5 其它角度彎角.....	19
圖 2-6 三管相連接.....	20
圖 2-6 三管相連接(續).....	21
圖 2-7 風門與損失係數.....	22
圖 2-8 管路突擴與突縮損失係數.....	23
圖 2-9 單台、兩台與三台動力源並聯的性能曲線.....	30
圖 2-10 某動力源性能曲線與系統阻抗曲線.....	31
圖 2-11 轉速 $N_O$ 和 $N_R$ 之性能曲線與系統阻抗曲線.....	32
圖 2-12 某 A 型與 C 型性能曲線與不同之操作點.....	33
圖 2-13 某 A 型與 B 型性能曲線與近似之相同操作點.....	34
圖 2-14 某 A 型與 B 型並聯後之性能曲線.....	35
圖 2-15 取三個操作點利用二次曲線近似之性能曲線.....	36
圖 2-16 兩台離心式流體機械並聯模式之物理模式圖.....	37
圖 2-17 泵浦直徑之修正圖.....	42
圖 2-18 以二次多項式表示效率曲線.....	43
圖 2-19 以三次多項式表示效率曲線.....	44
圖 2-20 以四次多項式表示效率曲線.....	45
圖 4-1 管路結構.....	57



圖 4-2 某廠商用 A 型泵浦與 B 型泵浦以二次多項式表示之性能曲線.....	58
圖 4-3 A 型泵浦 1750 轉於圖 4-1 之系統流量分佈.....	59
圖 4-4 A 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-3 系統的性能曲線及阻抗曲線.....	60
圖 4-5 A 型泵浦 2304rpm 在圖 4-1 之系統流量分佈.....	61
圖 4-6 A 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-5 系統的性能曲線及阻抗曲線.....	62
圖 4-7 B 型泵浦 1750rpm 在圖 4-1 之流量分佈.....	63
圖 4-8 B 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-7 之系統的性能曲線及阻抗曲線.....	64
圖 4-9 B 型泵浦 2515rpm 在圖 4-1 之系統流量分佈.....	65
圖 4-10 B 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-9 之系統的性能曲線及阻抗曲線.....	66
圖 4-11 兩台並聯動力源形式之管路系統.....	67
圖 4-12 相同 A 型泵浦 1750rpm 並聯對應圖 4-11 系統之流量分佈.....	68
圖 4-13 相同 A 型泵浦並聯對應圖 4-12 個別之阻抗曲線及性能曲線.....	69
圖 4-14 相同 A 型泵浦調至每個出口流量相同.....	70
圖 4-15 相同 A 型泵浦調至每個出口流量相同之個別之阻抗曲線及性能曲線.....	71
圖 4-16 相同 A 型泵浦 1750rpm 並聯調至所需流量 3000CMH.....	72
圖 4-17 相同 A 型泵浦 1750rpm 並聯調至所需流量 3000CMH 之阻抗曲線及性能 曲線.....	73
圖 4-18 不同型動力源並聯管路系統之型式.....	75
圖 4-19 一 A 一 B 型泵浦 1750rpm 並聯對應圖 4-18 系統之流量分佈.....	76
圖 4-20 一 A 一 B 型泵浦並聯對應圖 4-18 個別之阻抗曲線及性能曲線.....	77
圖 4-21 一 A 一 B 型泵浦並聯所對應之阻抗曲線及性能曲線.....	78
圖 4-22 五台泵浦輸入物理模式示意圖.....	86
圖 4-23 廠商使用之泵浦性能曲線示意圖.....	87
圖 4-24 廠商使用之泵浦效率曲線示意圖.....	88
圖 4-25 等壓條件下改變轉速之方法示意圖.....	89
圖 4-26 現場所使用之 PLC 控制介面.....	92

圖 4-27 五個平衡閥全開(上圖)和只開三個平衡閥(下圖)之比較.....	96
圖 4-28 一台泵浦在手動模式下之示意圖.....	98
圖 4-29 兩台泵浦在手動模式下之示意圖.....	100
圖 4-30 三台泵浦在手動模式下之示意圖.....	102
圖 4-31 四台泵浦在手動模式下之示意圖.....	104
圖 4-32 五台泵浦在手動模式下之示意圖.....	106
圖 4-33 三台、四台和五台在所需流量 200 CMH 之總功率比較圖.....	120
圖 4-34 兩台、三台、四台和五台在所需流量 100 CMH 之總功率比較圖... ..	121
圖 4-35 各台泵浦在操作範圍內之流量對功率圖.....	122



## 照片目錄

照片 4-1 現場實驗機台之陳設情況.....	93
照片 4-2 泵浦之入口閘門關閉情形.....	94
照片 4-3 平衡閘區及壓力測試計.....	95



## 符號說明

$A_n$	管路編號 $n$ 的截面積	[m <sup>2</sup> or inch <sup>2</sup> ]
$A_{sn}$	A 型動力源性能曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
$B_{sn}$	B 型動力源性能曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
$BHP_O$	離心式流體機械在初始轉速(或直徑)時的功率	[W or HP]
$BHP_R$	離心式流體機械在變更轉速(或直徑)時的功率	[W or HP]
$C_b$	彎角損失常數	
$C_{b,c}$	三管連接流經子管與連管損失常數	
$C_n$	出入口兩端壓力相差值	[Pa (帕) or Ft (水頭)]
$C_{s,c}$	三管連接流經主管與連管損失常數	
$C_{Sn}$	性能曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
$C'_{Sn}$	性能曲線方程式在變更轉速(或直徑)的各項係數值	
$D_n$	管路編號 $n$ 的管徑	[mm or inch]
$D_O$	離心式流體機械的原始直徑	[mm or inch]
$D_R$	離心式流體機械的變更直徑	[mm or inch]
$E_i$	效率曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
$E'_i$	效率曲線方程式在變更轉速(或直徑)的各項係數值	
$e_n$	管路編號 $n$ 的壁面絕對粗糙度	[mm or inch]
$Ef$	離心式流體機械效率值	
$Ef_O$	離心式流體機械在初始轉速(或直徑)的效率值	
$Ef_R$	離心式流體機械在變更轉速(或直徑)的效率值	
$f_n$	管路編號 $n$ 的摩擦因子	

$G_n$	管路編號 n 離心式流體機械配方衍生項 (兼 A 型動力源)	
$H_n$	B 型動力源管路編號 n 離心式流體機械配方衍生項	
$K_n$	管路編號 n 的壓力損失係數	
$K_{sys}$	系統需求常數，等於 $\frac{P_{sys}}{Q_{sys}^2}$	
$L_n$	管路編號 n 的長度	[m or Ft]
$N_O$	離心式流體機械的初始轉速	[rpm]
$N_R$	離心式流體機械的變更轉速	[rpm]
$Q_{JP}$	J 台並聯的總流量	[CMS or GPM]
$Q_n$	管路編號 n 的流量	[CMS or GPM]
$Q_{sys}$	系統需求流量	[CMS or GPM]
$Re_n$	管路編號 n 流體的雷諾數	
$S_i$	功率曲線方程式在初始轉速(或直徑)的各項係數值	
$P_n$	節點編號 n 流體的全壓值	[Pa (帕) or Ft (水頭) ]
$P_{sys}$	系統所需克服的壓力	[Pa (帕) or Ft (水頭) ]
$P_{v,c}$	流體之動壓值	[Pa (帕) or Ft (水頭) ]
$V_n$	管路編號 n 流體的平均速度	[m/s or Ft/s]
$\Delta P_n$	流體流經管路編號 n 的壓損值	[Pa (帕) or Ft (水頭) ]
$\rho$	流體密度	[kg/m <sup>3</sup> or lbf/Ft <sup>3</sup> ]
$\mu$	流體黏滯係數	[kg/m · s or lbf · s/Ft <sup>2</sup> ]

# 第一章 緒論

近十幾年來，工業成長迅速，台灣半導體產業更加蓬勃發展，量產技術不斷提昇，廠房也日益擴大。然而其所造成的環境汙染及能源消耗的問題日益嚴重，因此如何減少能源無謂的浪費乃是各界努力追求的方向。金融風暴過後，景氣不斷回甦加溫，許多廠商也陸續新增廠房，對此台灣的就業率大幅提升，然而在製造過程中，許多產業常常使用有害人體健康的化學物質，這意味著若沒有良好的製程排氣系統設計，將對工作環境品質及其操作員的健康造成莫大的傷害，所以複雜管路系統計算方法的探討與研究，為目前急需解決的問題。

複雜管路系統實際應用範圍十分廣泛，不論是工業的排氣系統、大樓的通風管路，亦或流體輸送系統等，所使用之基本理論是一樣的，包含管段所造成的摩擦損失(從 Moody diagram 得來，即 Darcy-Weisbach 公式)，其它設計配件所造成的全壓損失(通稱 Minor Loss)所累加之阻抗曲線，配合所使用風機或泵浦的性能曲線，求得壓力和流量關係。在複雜管路系統設計上，必需考慮傳送流量和流速的限制，以及系統壓力平衡性、噪音、空間配置及系統造價成本的問題。進行管路系統設計時，必需知到的條件通常有：配件及設備資料、設計限制及參數資料、系統資料和管段資料。待求的設計項目有：各管段的直徑大小和全壓損失，並決定出適當風機或泵浦的全壓。縱使在設計中已考慮到許多物理因素，但設計出的管路系統，在壓力的平衡性效果常常不好。以下將會介紹出常見的管路系統設計方法，並探討其優缺點。

目前常見複雜管路的設計方法主要有五種[1]：速度法(Velocity Method)、等摩擦法(Equal Friction Method)、靜壓再得法(Static Regain Method)、T-最佳化設計方法(T-Method Optimization)和 T 模擬方法。

速度法的設計原理，是先設定系統中所有管段之流速，然後再依該管段之流率與流速進行尺寸設計。又可分成等速度法(Constant Velocity Method)和速度遞減法(Velocity Reduction Method)。為了控制噪音問題，會有速度的上限；為了避

免污染物堆積，造成管路堵塞的問題，會有速度的下限。速度法是目前所有設計方法中最簡單的，然而系統壓力不易平衡，設計後須花費額外的時間和成本進行壓力調整平衡。

等摩擦法是假設系統中所有管段的單位長度全壓損失都相同，此處所指的長度，是管段本身的長度再加上屬於該管段配件的等效長度。利用迭代的計算程序，取得新的等摩擦率，將其應用在原先壓降較小的路徑，透過減小下游管段的尺寸，以改良壓力的平衡。然而在系統中若存在各個路徑，其總長度相差極大，壓力的平衡性會出問題，因此等摩擦法通常適用在對稱性系統，或是系統中各路徑總長度接近。

靜壓再得法是將 Bernoulli 方程式及 Borda 方程式結合後推導出靜壓再得計算公式，並在風管系統中利用動壓損失所轉換之靜壓再得(static regain)來節省能源。但從流體力學的觀點上，靜壓再得法理論的不適用性包含有：

- (1) Bernoulli 定律不適用於分歧的樹狀管路系統
- (2) 靜壓再得法無法真正使系統壓力平衡
- (3) 靜壓再得因子的不確定性
- (4) 不可能利用動能轉換為靜壓再得的過程達到節省能源的目的。

T-最佳化設計方法以管路系統的生命週期成本(包含風機運轉所消耗的能源成本及管路系統建構成本)為基礎，在嚴謹的數學模式下，使用迭代的計算程序及成本最佳化理論，除了使生命週期成本最小化之外，並在各路徑上都有相同的全壓損失，不必花多餘時間及成本進行系統的壓力平衡工作。設計的過程包含系統收縮、風機選擇與系統展開這三個步驟，T-最佳化設計方法的缺點在於流速控制性較差。

T 模擬方法(T-Method Simulation)是用來針對一個已經設計完成的管路系統，利用系統收縮、選取風機操作點和系統展開的三步驟，求取系統管段內的流量分配，可以其發現計算流程和 T-最佳化設計方法十分相似，都是屬於 T 方法理論。

雖然目前發展出許多套設計方法，但是設計與實際運作中，仍然會有些許的差距，此時必須依靠其它裝置來進行調整。經這些更動之後，常常會影響到其它管路流量的大小。常見工廠管路系統變更的方式有：改變風門(damper)檔板的角度、改變管段的尺寸與性質、增加工作區與配件、對風機作變頻控制、更換風機、風機的串並聯等等。然而在半導體廠房裡，在沒有任何的評估之下，憑經驗來做手動操作是很大膽的行為，若是操作不當，很容易造成管路系統完全癱瘓，甚至危害到員工的生命安全。因此必需借助模擬的方式，針對實際的管路配置與風機條件，著手進行計算，來達到改進的要求。因此模擬出實際管路系統的運作情況，扮演著極重要的地位。

Jeepson[3]利用克西赫夫(Kirchhof)的第一、第二定律，在節點處建立連續方程式和以迴圈為基礎的能量方程式，得到足夠的方程式，求得複雜管路系統內部流體流量及流動的情形，雖然可以求得多台泵浦同時存在的情況，然而對並聯形式的例子卻沒有說明。而 Osiadacz[4]在管路系統建立方程式的演算法，有詳盡的說明。

林[5]將 Jeepson 和 Osiadacz 的理論結合後，求出複雜管路內的流量分佈情形，並從中知道，進行管路系統模擬時，離心式流體機械的性能曲線可以由二次多項式表示，此二項式和原性能曲線極為吻合。其餘各管路元件的壓力損失係數，皆可在 ASHRAE 的手冊[6]查表求得。

對於複雜的管路系統計算，離心式流體機械是影響流量最重要的因素，然而廠商所提供的離心式流體機械，只有在某固定轉速下的性能曲線和機械效率曲線等相關資料如圖 1-1，對於其它未知轉速下的資料，必需靠其它相關的公式求得。在調整轉速方面，文獻[7][8]說明了風機定律，指出風機轉速與流量、壓力和功率之間的關係式；而文獻[9]說明了泵浦的相似定理，其轉速與流量、壓力和功率之間的關係式，均與風機定律相同，此外也提供了泵浦變更的直徑時，直徑與流量、壓力和功率的關係式，當變更直徑與原提供直徑相差愈大，計算出來的誤差也愈大，因此理想的使用範圍為變動直徑不小於原直徑的 70%。文獻[10]更是



提出泵浦的相似定理，在直徑上的修正方法。

文獻[11]同樣使用 Darcy-Weisbach equation 來進行複雜管路的數值模擬計算，然而在分離變數、矩陣畫分等條件的不同，所以可以得到一套新的分析方式，而文獻最後有提出幾個問題可得到近似的解答。文獻[12]將複雜管路運算應用到大型渦輪船的引擎室，使用控制原理，將管路、閥、管接點和離心式泵浦等各構造的摩擦因子做串聯或並聯的運算，最後在用矩陣疊代運算得出結果。

在複雜管路系統環境下，單台離心式流體機械往往難以提供龐大的需求流量，為了使總流量提高，最常使用的方法為使多台離心式流體機械並聯運作。而林[5]指出當多台相同之離心式流體機械並聯時，可以將其等效於單台離心式流體機械。即假設每台離心式流體機械所分配的流量相同，所提供的壓力也相同，因此可以看成有一台離心式流體機械在運作時，與並聯時對系統造成的影響相同，此台假想之離心式流體機械提供的流量和並聯時的總流量相同，而提供的壓力是實際上單台所提之壓力。此方法也是在目前管路系統設計或模擬上，最常用的方法。而施[13]將並聯相同型式離心式流體機械每一台實際上的流量分配完整求出，進而使流量均勻分配，並計算在所需流量和壓力的條件下，找出最省功率的並聯方式。張[14]模擬多台且不同形式之離心式流體機械並聯的管路系統，求得每根管段與每台流體機械的實際流量。並探討每台之性能曲線與系統阻抗關係，且由計算結果分析出最省能的並聯台數。然而在廠房所使用之流體機械皆為定壓模式，對此未有完整說明，而這也是目前業界所需解決的問題。

為確保生產所需流體的供應量不致中斷及降低成本考量，提供供應量的流體機械也都採用複數台並聯式供應系統而不採用單機系統。由於所需流體為屬大流量與中低靜壓，因此以離心式流體機械為主，而非軸流式流體機械。廠房所需流體機械台數與總流量的採用標準約為生產滿負載(100%)加某程度的安全裕度下的最佳配置。此時通常為效率最高的狀態，但當負載因某些因素而調整時(通常負載低於 100% 狀況)，則原最佳配置狀態將改變，而有它種形式之最佳狀態存在。亦即原最佳配置狀態為過量供應，浪費額外能源。惜至今尚未見到實務的方

法，能有效解決在各負載下台數最佳配置的方法。

因此本文之目的在於將定壓型流體機械並聯系統配合複雜管路系統模擬不同負載下的最佳並聯台數與各台之最佳操作條件含壓力與轉速的組合狀態，在數值分析中能和泵浦隨機所附的性能曲線和效率曲線吻合，因此可以得到良好的結果。接著將各種負載不同台數的情況依序記下，並繪製出總耗能曲線做成資料庫，如此便能達成客製化的目的。最後將此套結果套用在實驗上以做進一步確認。

由於實驗設備為閉環管路，使用可編程控制器(PLC)來實現 PID 控制。PID 控制具有穩定性好、工作可靠、調節方便且結構相當簡單等優點，在工業控制中受到相當廣泛的使用，透過其簡單的操作介面，能快速擷取所需的資料點，進而和模擬結果做比對，比較兩者的趨勢，若能相互吻合，即代表數值模擬結果有相當高的可靠度。不再使用人工一一調整各機台，而是事先使用數值方法得到最佳模式，進而達到節能減碳的目的。



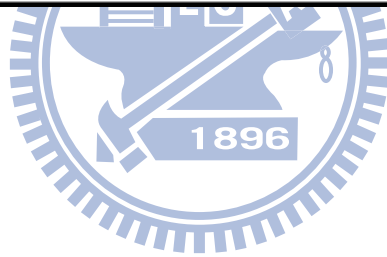
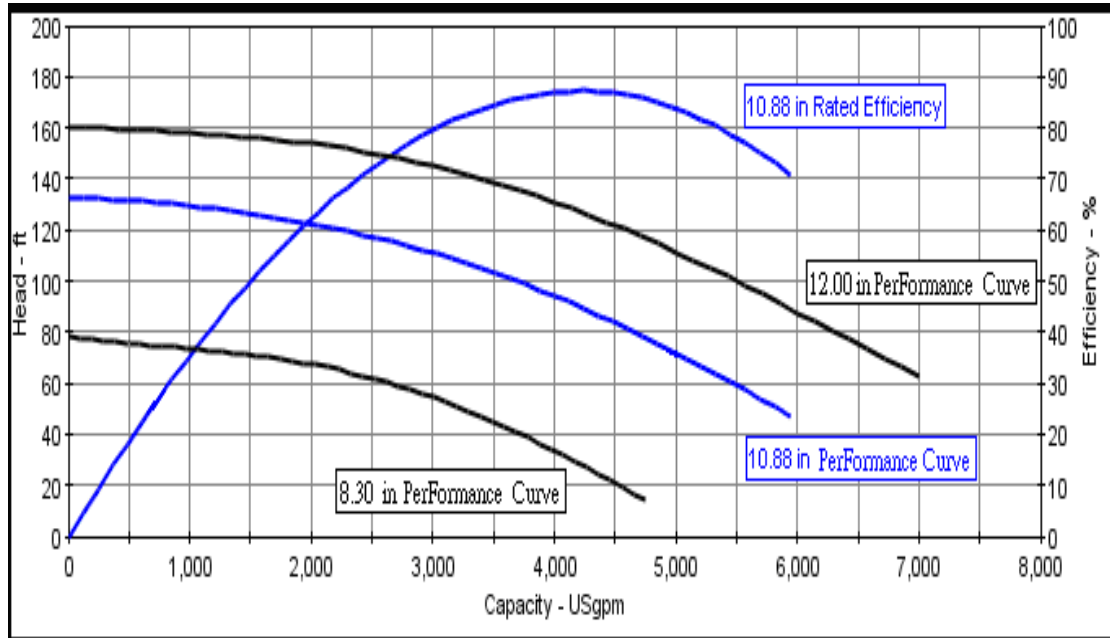



圖 1-1 固定轉速（1750rpm）之某工業用泵浦曲線資料圖

## 第二章 物理模式

本研究在探討多台離心式風機或泵浦(之後通稱動力源)並聯時，對複雜管路系統的流量造成的影響，並進一步探討並聯動力源在定壓時的情況。為了模擬實際管路，先從單一動力源的數值計算進行探討，再推導系統阻抗曲線、操作點、動力源並聯之性能曲線等相關數學模式，藉此說明單一動力源並無法作龐大流量的供給，必須採用多機系統，進而求得並聯形態所需之方程式。再來計算方式將多台不同的動力源等效於單台動力源，求出單台虛擬動力源在系統中所造成的總流量，再將總流量分配於各台動力源。然而利用這種方法，常常每台動力源所分配的流量相差甚多，和實際應用等壓的情況亦有所差距，因此本文借助這兩種方法的比較，探討動力源並聯流量分配的情形。

首先單台動力源之管路系統如圖 2-1 所示，圖中有圓圈○的數字是管路編號，沒有圓圈的數字是節點(管路交接處)編號，線段代表管路，代表動力源。動力源的性能曲線由廠商提供圖示，為了計算上的方便，必須把動力源的性能曲線用數學式表示。不同型號的動力源，性能曲線亦隨之不同，圖 2-2 為某泵浦在轉速 1750rpm 的不同尺寸葉扇(impeller)性能曲線(圖上 7"、6 1/2"，標示為 a 之曲線)、等功率線(圖上 2HP、11/2HP，標示為 b 之曲線)與等效率線(圖上 68%、65%，標示為 c 之曲線)。為了方便計算上的執行，可將性能曲線表示成多項式。以圖面上葉扇尺寸 6 1/2" 的性能曲線為例，從圖上可取得流量為 0, 30, 45, 56, 72, 87, 105, 120, 137, 147, 165 GPM(加侖/分)，泵浦所提供的水頭分別為 47, 47, 46, 45, 44, 42, 39, 36, 32, 28, 22 FT(呎，水頭單位)，總共 11 個資料點，也因此多項式可使用的最高次數為 10 次，可寫成

$$H = \sum_{n=0}^{10} a_n Q^n \quad (2-1)$$

有 11 個未知係數( $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ )，因此需要 11 個方程式求解。將已知的 11 個資料點分別帶入(式 2-1)可得到所需的 11 個方程式，聯立後可寫成

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & 30 & 30^2 & \cdot & \cdot & \cdot & 30^{10} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 165 & 165^2 & \cdot & \cdot & \cdot & 165^{10} \end{bmatrix}_{11 \times 11} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{10} \end{bmatrix}_{1 \times 1} = \begin{bmatrix} 47 \\ 47 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 22 \end{bmatrix}_{1 \times 1} \quad (2-2)$$

下標表示該矩陣的行和列。(2-2)為一線性聯立方程組，可使用高斯消去法求解，得到多項式的係數。由(2-2)可知，有 m 個資料點時，最高次方為 m-1 次。當多項式的最高次方過大時(如  $30^{10}$ ， $165^{10}$ )，極易求出係數不準確。為了避免上述的情形，採用二次多項式來表示性能曲線，僅需要圖上的三個資料點。圖 2-3 為 11 個資料點與二次多項式曲線的比較圖，可發現相似性極大。

圖 2-1 為單台動力源的管路系統，共有 9 根管段和 10 個節點(包含流體出入口與合流點，即所有管段的兩端點)。其中節點 1、2、4、6、7 為支管出口，節點 9 和 10 為總入口。在管 9 上有一個動力源，圖上的箭頭符號(<)為程式內定計算所假設的方向，並不代表實際流體流動的方向。整個系統所待求的是各個管段流量  $Q_n$ ，下標 n 為管路編號，代表不同管路的流量。因為有 9 個未知數

( $Q_1$ ， $Q_2$ ，...， $Q_9$ )，需要 9 個線性獨立方程式求解。利用節點處流量守恆建立的連續方程式，如節點 3，管 3 的流量等於管 1 和管 2 的流量和。可表示成(式 2-3)

$$Q_1 + Q_2 - Q_3 = 0 \quad (2-3)$$

同理，節點 5、8、9 可寫出(2-4)、(2-5)和(2-6)三個流量守恆方程式

$$Q_3 + Q_4 - Q_5 = 0 \quad (2-4)$$

$$Q_6 + Q_7 - Q_8 = 0 \quad (2-5)$$

$$Q_5 + Q_8 - Q_9 = 0 \quad (2-6)$$

其它的節點(節點 1、2、4、6、7 和 10)並沒有流量守恆的關係，因此無法寫出可

用來求解的流量方程式。

求解所需的另外 5 個方程式可由能量守恆的概念求得。考慮管 3，兩端的節點分別為節點 5 和節點 3，若流量從節點 5 流向節點 3，表示節點 5 比節點 3 有較大的全壓值，而流體流經管 3 會因為摩擦或管路結構造成全壓損失，表示成  $\Delta P_3$ ，節點 3 和節點 5 的全壓分別表示成  $P_3$  和  $P_5$ ，則兩節點關係可寫成

$$\Delta P_3 = P_5 - P_3 \quad (2-7)$$

管 3 的全壓損失  $\Delta P_3$  又可表示成  $K_3 Q_3^2$  (本章後面會有解說)，其中  $K_3$  表示管 3 的全壓損失係數，所以(2-7)可寫成

$$K_3 Q_3^2 = P_5 - P_3 \quad (2-8)$$

各管路有不同的結構與裝置，所以會有不同的全壓損失係數，以下標區分不同管段全壓損失係數。(2-8)等號左邊含有未知數  $Q_3$ ，而等號右邊的未知數則為  $P_3$  和  $P_9$ ，如此一來增加一個方程式，但卻多了兩個未知數。假設所有進出口的全壓條件已知(也就是節點 1、2、4、5、7 和 10)，當流體是從節點 10 流進，流經管 9、管 5、管 3 和管 1，最後從節點 1 流出，利用(2-7)的原理可寫成

$$\Delta P = P_{10} - P_1 \quad (2-9)$$

其中  $\Delta P$  為各管段全壓損失與動力源所改變的全壓總合，以數學式表示為

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_3 + \Delta P_5 + \Delta P_9 - \Delta P_{S9} \quad (2-10)$$

其中  $\Delta P_{S9}$  為離心式流體機械的全壓值，稍後會提到如何處理  $\Delta P_{S9}$ 。將(2-10)代入(2-9)，整理後可寫成

$$\Delta P_{S9} - \Delta P_9 - \Delta P_5 - \Delta P_3 - \Delta P_1 = P_{10} - P_1 = C_1 \quad (2-11)$$

因為  $P_{10}$  和  $P_1$  為已知，因此  $C_1$  為一常數。最後將  $\Delta P$  換成  $KQ^2$  的型式，可得到

$$\Delta P_{S9} - K_9 Q_9^2 - K_5 Q_5^2 - K_3 Q_3^2 - K_1 Q_1^2 = C_1 \quad (2-12)$$

其它的方程式同理可得，分別為

$$\Delta P_{S9} - K_9 Q_9^2 - K_5 Q_5^2 - K_3 Q_3^2 - K_2 Q_2^2 = P_{10} - P_2 = C_2 \quad (2-13)$$

$$\Delta P_{S9} - K_9 Q_9^2 - K_5 Q_5^2 - K_4 Q_4^2 = P_{10} - P_4 = C_3 \quad (2-14)$$

$$\Delta P_{S9} - K_9 Q_9^2 - K_8 Q_8^2 - K_6 Q_6^2 = P_{10} - P_6 = C_4 \quad (2-15)$$

$$\Delta P_{S9} - K_9 Q_9^2 - K_8 Q_8^2 - K_7 Q_7^2 = P_{10} - P_7 = C_5 \quad (2-16)$$

(2-12)~(2-16)的路徑，均從含動力源管段的出口節點(節點 10)，走向各個吹出口節點(節點 1、2、4、6 和 7)。此時方程式共有 9 個，而多一個未知數  $\Delta P_{S9}$ 。

(2-1)式代表離心式流體機械的性能曲線方程式，先前提過用二次多項式來表示已十分吻合，因此可將離心式流體機械在某固定轉速下的性能曲線寫成

$$\Delta P_{S9} = C_{S1} Q_9^2 + C_{S2} Q_9 + C_{S3} \quad (2-17)$$

其中  $C_{S1}$ 、 $C_{S2}$  和  $C_{S3}$  皆為常數，下標 S 表示離心式流體機械。(2-11)式~(2-16)式等號左邊的每一項(除了  $\Delta P_{S9}$ )，均為一全壓損失係數乘上管路流量的平方。因此

為了將  $\Delta P_{S9}$  併入方程組計算，將(2-15)式利用配方法寫成

$$\begin{aligned} \Delta P_{S9} &= C_{S1} \left( Q_9^2 + \frac{C_{S2}}{C_{S1}} Q_9 + \left( \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \right)^2 \right) + C_{S3} - \frac{C_{S2}^2}{4C_{S1}} \\ &= C_{S1} \left( Q_9 + \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \right)^2 + C_{S3} - \frac{C_{S2}^2}{4C_{S1}} \\ &= C_{S1} G_9^2 + C_{S4} \end{aligned} \quad (2-18)$$

其中  $G_9 = Q_9 + \frac{C_{S2}}{2C_{S1}}$  且  $C_{S4} = C_{S3} - \frac{C_{S2}^2}{4C_{S1}}$ 。將(2-18)式代入(2-11)式，整理過後可以

得到

$$C_{S1} G_9^2 - K_9 Q_9^2 - K_5 Q_5^2 - K_3 Q_3^2 - K_1 Q_1^2 = C_1 - C_{S4} \quad (2-19)$$

同理，(2-13)~(2-16)式也可以將(2-18)式代入

$$C_{S1} G_9^2 - K_9 Q_9^2 - K_5 Q_5^2 - K_3 Q_3^2 - K_2 Q_2^2 = C_2 - C_{S4} \quad (2-20)$$

$$C_{S1} G_9^2 - K_9 Q_9^2 - K_5 Q_5^2 - K_4 Q_4^2 = C_3 - C_{S4} \quad (2-21)$$

$$C_{S1} G_9^2 - K_9 Q_9^2 - K_8 Q_8^2 - K_6 Q_6^2 = C_4 - C_{S4} \quad (2-22)$$

$$C_{S1} G_9^2 - K_9 Q_9^2 - K_8 Q_8^2 - K_7 Q_7^2 = C_5 - C_{S4} \quad (2-23)$$

此時未知數  $\Delta P_{S9}$  轉換成未知數  $G_9$ ，同樣多出一未知數  $G_9$ ，不過可由(2-16)式的配方過程，再取得一方程式

$$G_9 - Q_9 = \frac{C_{S2}}{2C_{S1}} \quad (2-24)$$

(式 2-19)~(式 2-23)的  $K_n$  ( $n=1、2、\dots、9$ )均為已知數，此為管路的全壓損失係數，這包含兩個部分，一是流體流經管路因摩擦所造成的損失，二是管路系統中所安裝各式設備(equipment)及配件(fitting)，所造成的次要損失(Minor Loss)。以下將介紹如何處理這部分。

### (1) 摩擦損失

流體流經管路會因為摩擦而造成全壓損失，不同材質、管徑和長度的管路損失，可用 Darcy-Wesbach 公式[3]來計算

$$\Delta P_n = \rho \cdot f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{V_n^2}{2} \quad (2-25)$$

下標 n 表示不同管路有不同長度( $L_n$ )、管徑( $D_n$ )與材質，在不同的平均速度時( $V_n$ )，會有不同的全壓損失。 $f_n$  稱為摩擦因子(friction factor)，與雷諾數(Reynolds number， $\frac{\rho V_n D_n}{\mu}$ ， $\mu$  為流體黏滯係數， $\rho$  為流體密度)和管路相對粗糙度有關，可由 Colebrook 的公式[6]求得



$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{e}{3.7D} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad \text{Re} > 4000 \quad (2-26)$$

其中  $e$  為管壁的絕對粗糙度(absolute roughness)，單位為長度單位。 $\frac{e}{D}$  稱為相對粗糙度。由於 Colebrook 求解時較為困難，因此可以用 Altshul-Tsal 方程式[6]來求得  $f$  值，為

$$f' = 0.11 \left( \frac{e}{D} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0.25} \quad (2-27)$$

若  $f' \geq 0.018$ :  $f = f'$

若  $f' < 0.018$ :  $f = 0.85f' + 0.0028$

只要知道相對粗糙度和雷諾數，便可以直接求得  $f$  值。

將(2-25)的速度項改成流量，可寫成

$$\Delta P_n = f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{1}{2} \left( \frac{Q_n}{A_n} \right)^2 = K_n \frac{Q_n^2}{A_n^2} \quad (2-28)$$

而  $K_n$  即為管路的全壓損失係數， $A_n$  為管路截面積。

## (2) 次要損失(Minor Loss)

管路系統中，常見造成次要損失的原因有彎管(Bend)、風門(Damper)、不同管路的連接等。次要損失與動壓呈成現正比關係，其通式可寫成

$$\Delta P = C_c p_{v,c} \quad (2-29)$$

其中  $p_{v,c}$  代表動壓， $C_c$  代表損失係數，下標  $c$  代表連管(connecting tube)。其中動

壓等於  $p_{v,c} = \rho \frac{V_n^2}{2}$ ，因此(式 2-29)可寫成

$$\Delta P = \rho \cdot C_c \frac{V_n^2}{2} \quad (2-30)$$

(i)、彎管(Bend)：

實際管路結構中常受限於廠房現場的配置，在同一段管路中常會有許多轉彎的部分即稱為彎角。如圖 2-4 和圖 2-5 分別為 90 度彎角和其它角度彎角的結構

與損失係數。經過彎角的全壓損失為

$$\Delta P = \rho \cdot C_b \frac{V_n^2}{2} \quad (2-31)$$

$C_b$  為彎角損失係數，可從圖 2-4 和圖 2-5 上依據不同管路條件得到。 $V_n$  是該管路段內流體的平均速度。因此(2-31)也可以將速度轉換成流量。若一管路有一彎角，則包括摩擦所造成的全壓損失可寫成

$$\begin{aligned} \Delta P_n &= \rho \cdot f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{V_n^2}{2} + \rho \cdot C_b \frac{V_n^2}{2} \\ &= \left( \rho \cdot f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{1}{2A_n^2} + \rho \cdot C_b \frac{1}{2A_n^2} \right) Q_n^2 \\ &= K_n Q_n^2 \end{aligned} \quad (2-32)$$

其中全壓損失係數  $K_n$  包括因摩擦和彎角所造成的損失。

#### (ii)、三管路相接

三管相連接(Wye)分別為主管(main, straight-through)，子管(branch)和連管(common branch)。如圖 2-6 為一主管和連管管徑相同，且子管與主管角度為 30 度的結構圖與損失係數。圖中標示 s 即為主管，b 即為子管，而 c 為連管。從主管到連管的全壓損失用  $\Delta P_{s,c}$ 。從主管流經連接處到連管的全壓損失為

$$\Delta P_{s,c} = \rho \cdot C_{s,c} \frac{V_c^2}{2} \quad (2-33)$$

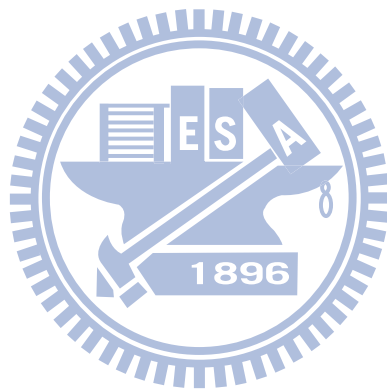
而從子管流經連接處到連管的全壓損失為

$$\Delta P_{b,c} = \rho \cdot C_{b,c} \frac{V_c^2}{2} \quad (2-34)$$

其中  $C_{s,c}$  和  $C_{b,c}$  可由圖 2-6 的表格查得。式(2-33)與(2-34)都是乘上連管平均速度的平方，而非主管或子管的。建立方程式時，需要依照經過的路徑來計算三管連接處所造成的全壓損失。考慮圖 2-1 之路徑管 6→管 5 和管 6→管 4，管 6 為連管，管 4 為子管，管 5 為主管，比較式(2-21)與(2-22)，當兩方程式皆通過節點 6 時，所造成的全壓損失各不相同。因此建立方程式時，每條路徑各自計算經過節點連接處時的全壓損失。

(iii)、其它

除了(i)和(ii)之外，尚有風門(圖 2-7)與管路突擴與突縮(圖 2-8)所造成的次要損失，其公式皆與(2-29)相似，更詳細的資料可以由文獻[6]中找到。



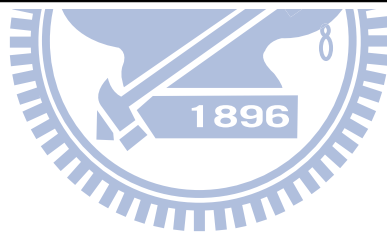
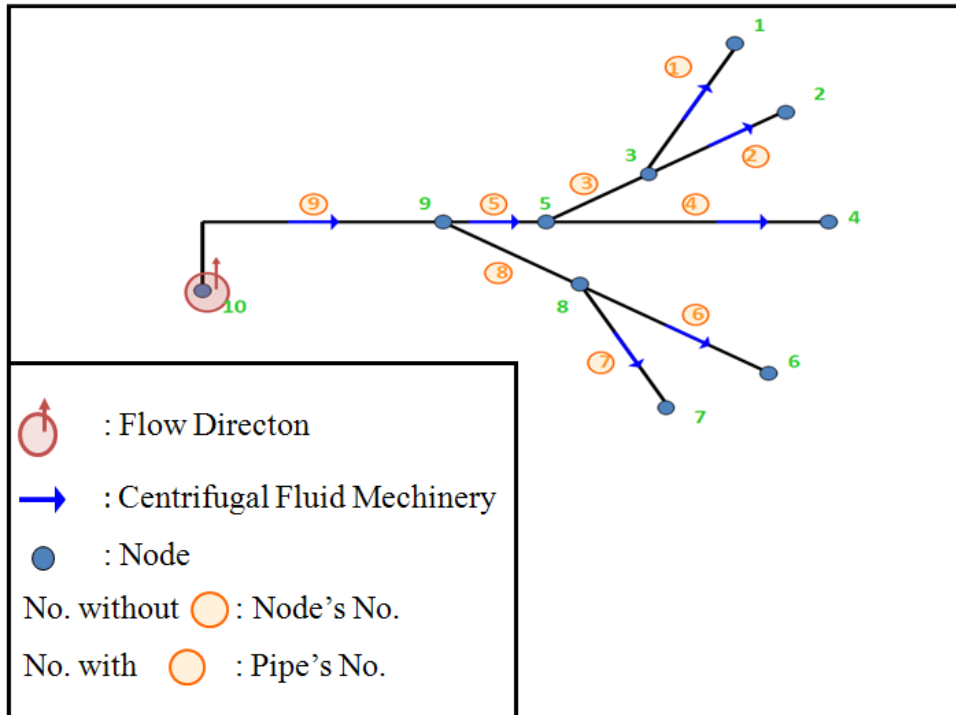


圖 2-1 物理模式示意圖

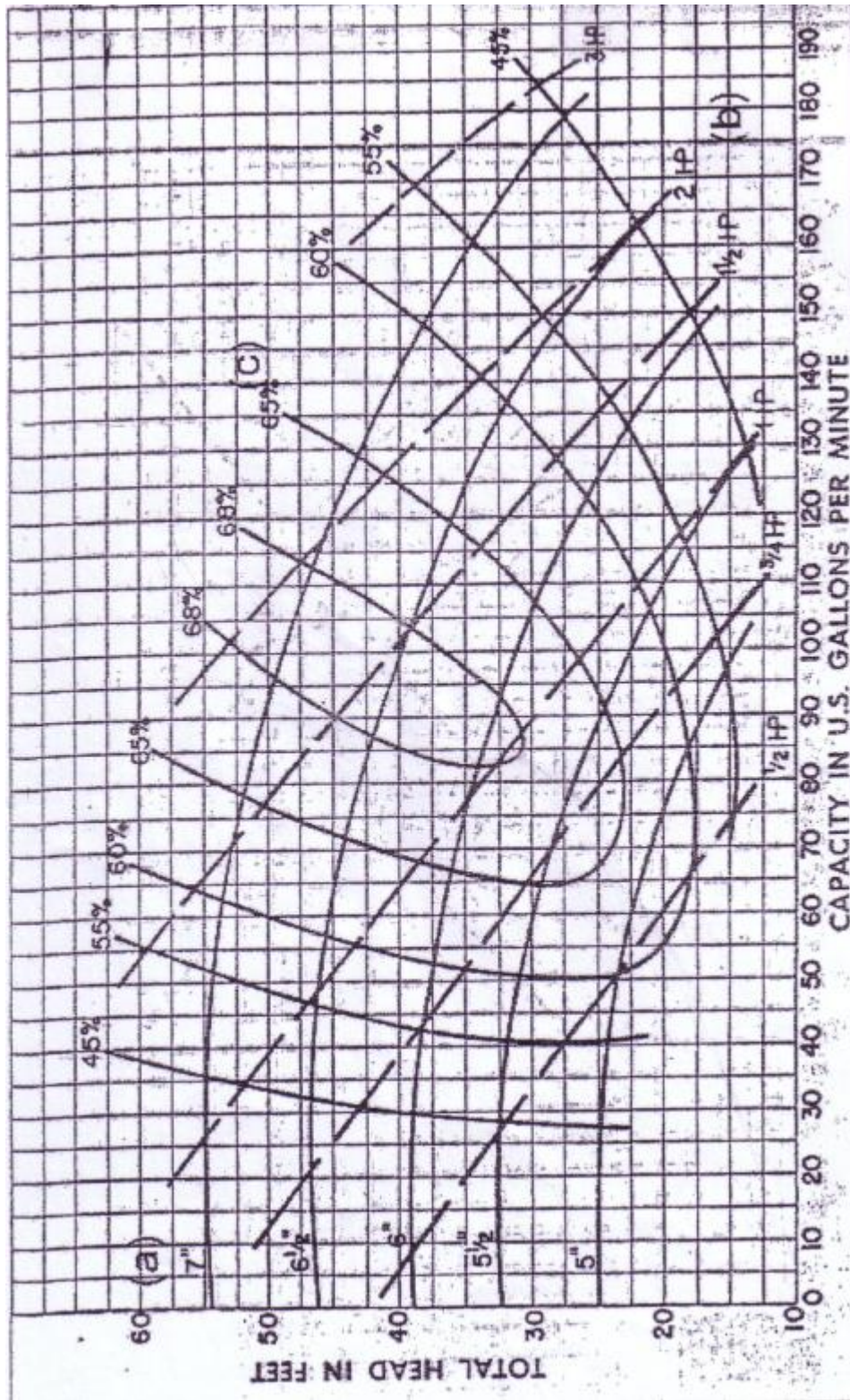


圖 2-2 某泵浦轉速 1750rpm 資料圖

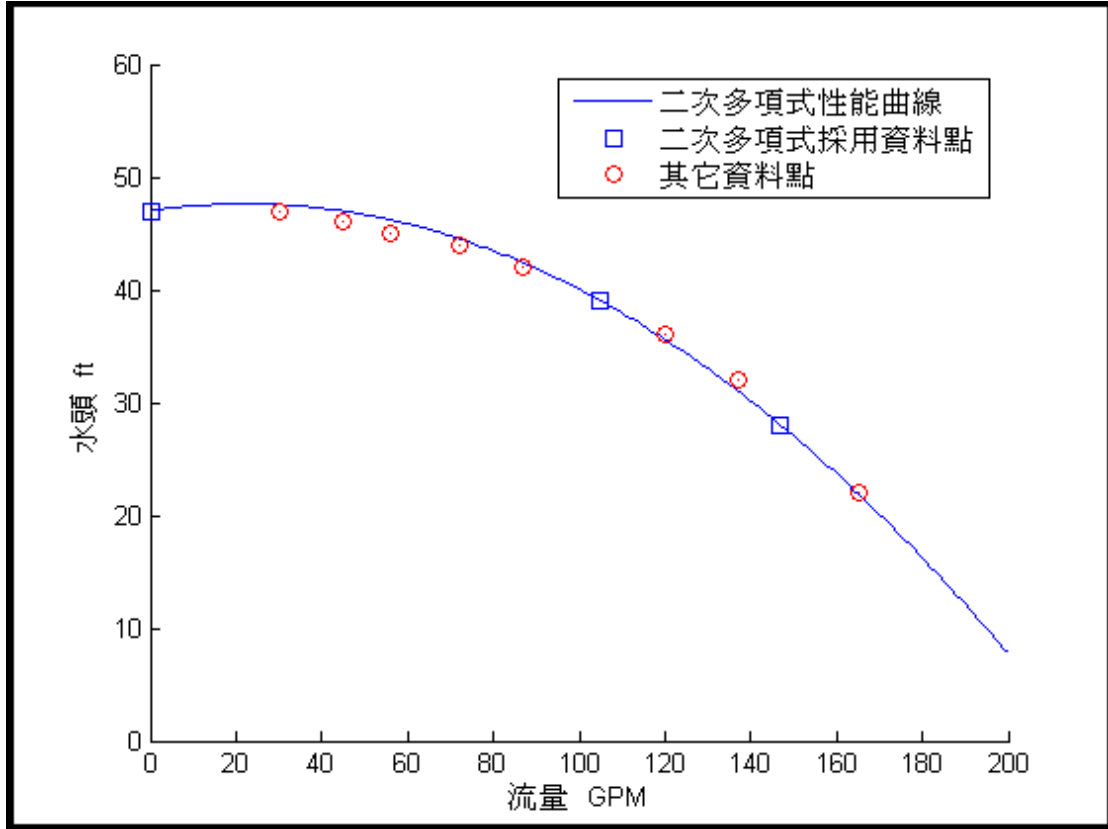
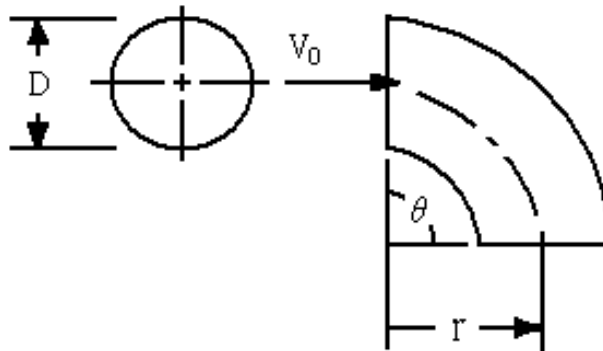


圖 2-3 資料點與二次多式式曲線圖

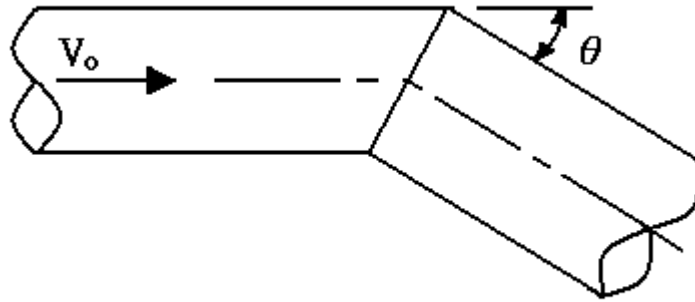


$$C_b = K_\theta C_b'$$

Coefficients for 90° Elbows						
r/D	0.5	0.75	1.0	1.5	2.0	2.5
$C_b$	0.71	0.33	0.22	0.15	0.13	0.12

Angle Correction Factors $K_\theta$ (Idelchik 1986, Diagram 6-1)											
$\theta$	0	20	30	45	60	75	90	110	130	150	180
$K_\theta$	0	0.31	0.45	0.6	0.78	0.9	1	1.13	1.2	1.28	1.4

圖 2-4 90 度圓形彎角



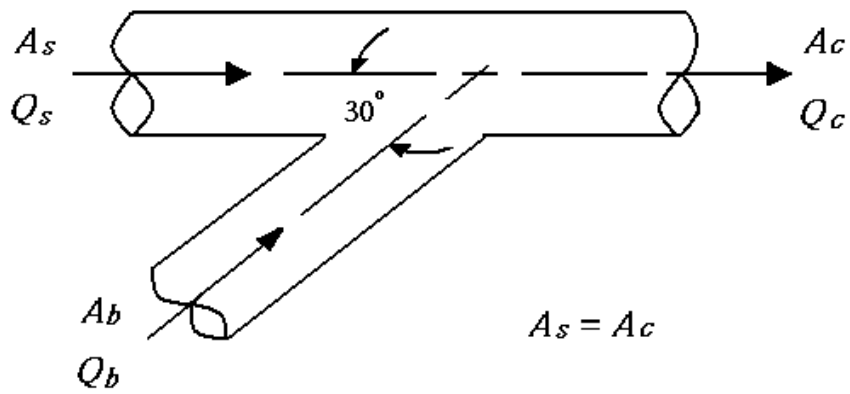
$$C_b = K_{Re} C'_b$$

$\theta$ , deg	20	30	45	60	75	90
$C_b$	0.08	0.16	0.34	0.55	0.81	1.2

Reynolds Number Correction factors : $M/hc$								
$Re \times 10^{-4}$	1	2	3	4	6	8	10	$\geq 14$
$K_\theta$	1.4	1.26	1.19	1.14	1.09	1.06	1.04	

圖 2-5 其它角度彎角





Branch  $C_{b,c}$

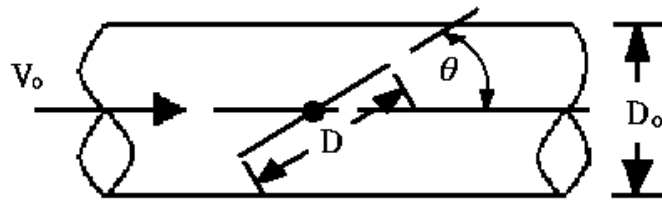
		$A_b / A_c$						
$Q_b / Q_c$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0	
0	-1	-1	-1	-0.9	-0.9	-0.9	-0.9	
0.1	0.21	-0.46	-0.57	-0.51	-0.53	-0.54	-0.54	
0.2	3.1	0.37	-0.06	-0.16	-0.23	-0.24	-0.28	
0.3	7.6	1.5	0.5	0.15	-0.04	-0.06	-0.08	
0.4	14	3.0	1.2	0.42	0.19	0.13	0.12	
0.5	21	4.6	1.8	0.53	0.24	0.19	0.15	
0.6	30	6.4	2.6	0.77	0.35	0.28	0.17	
0.7	41	8.5	3.4	0.99	0.42	0.28	0.22	
0.8	54	12	4.2	1.2	0.47	0.29	0.25	
0.9	58	14	5.3	1.4	0.49	0.29	0.22	
1.0	84	17	6.3	1.6	0.49	0.21	0.15	

圖 2-6 三管相連接

Branch  $C_{s,c}$

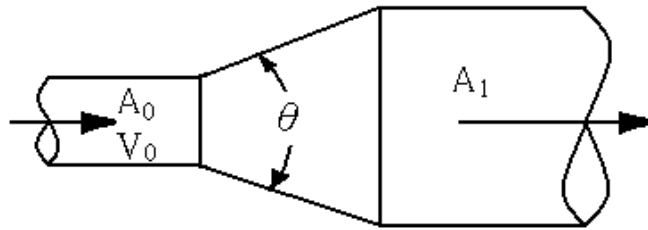
$A_b/A_c$							
$Q_b/Q_s$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0
0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.02	0.11	0.13	0.15	0.16	0.17	0.17
0.2	-0.33	0.01	0.13	0.19	0.24	0.27	0.29
0.3	-1.1	-0.25	-0.01	0.1	0.22	0.3	0.35
0.4	-2.2	-0.75	-0.3	-0.05	0.17	0.26	0.36
0.5	-3.6	-1.4	-0.7	-0.35	0	0.21	0.32
0.6	-5.4	-2.4	-1.3	-0.7	-0.2	0.06	0.25
0.7	-7.6	-3.4	-2.0	-1.2	-0.5	-0.15	0.1
0.8	-10	-4.6	-2.7	-1.8	-0.9	-0.43	-0.15
0.9	-13	-6.2	-3.7	-2.6	-1.4	-0.8	-0.45
1.0	-16	-7.7	-4.8	-3.4	-1.9	-1.2	-0.75

圖 2-6 三管相連接(續)

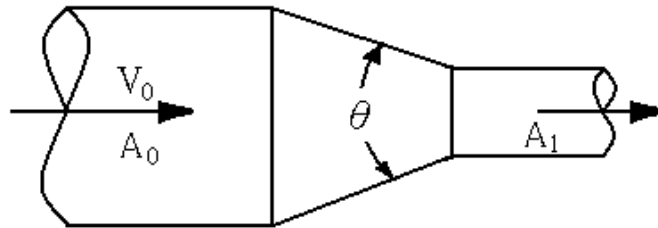


$\theta$ , degrees											
$D/D_o$	0	10	20	30	40	50	60	70	75	80	85
0.5	0.19	0.27	0.37	0.49	0.61	0.74	0.86	0.96	0.99	1.0	1.0
0.6	0.19	0.32	0.48	0.69	0.94	1.2	1.5	1.7	1.8	1.9	1.9
0.7	0.19	0.37	0.64	1.0	1.5	2.1	2.8	3.5	3.7	3.9	4.1
0.8	0.19	0.45	0.87	1.6	2.6	4.1	6.1	8.4	9.4	10	10
0.9	0.19	0.54	1.2	2.5	5.0	9.6	17	30	38	45	50
1.0	0.19	0.67	1.8	4.4	11	32	113	--	--	--	--

圖 2-7 風門與損失係數



$$A_0/A_1 < 1$$



$$A_0/A_1 > 1$$

		$\theta$ , degrees									
$A_0/A_1$	10	15	20	30	45	60	90	120	150	180	
0.06	0.21	0.29	0.38	0.6	0.84	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	
0.1	0.21	0.28	0.38	0.59	0.76	0.8	0.83	0.84	0.83	0.83	
0.25	0.16	0.22	0.3	0.46	0.61	0.68	0.64	0.63	0.62	0.62	
0.5	0.11	0.13	0.19	0.32	0.33	0.33	0.32	0.31	0.3	0.3	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.22	0.24	0.48	0.72	0.96	1.0	
4	0.8	0.64	0.64	0.64	0.88	1.1	2.7	4.3	5.6	6.6	
6	1.8	1.4	1.4	1.4	2.0	2.5	6.5	10	13	15	
10	5.0	5.0	5.0	5.0	6.5	8.0	19	29	37	43	

圖 2-8 管路突擴與突縮損失係數

一個複雜的管路系統，若系統設定不變，則系統的全壓損失與總流量的平方成正比，畫成  $P-Q$  圖為一條曲線，稱為系統阻抗曲線。可寫成

$$\Delta P_{sys} = K_{sys} Q_{sys}^2 \quad (2-35)$$

其中  $K_{sys}$  為固定常數， $Q_{sys}$  為系統的總流量， $\Delta P_{sys}$  為系統的全壓損失。因此在系統不變的條件下，已知系統的在某流量時的壓力，則可求出系統的阻抗曲線。圖 2-10 為系統阻抗曲線與單台動力源的交叉點，該點所對應的流量與壓力，即為系統的總流量與系統的全壓損失，因此稱為操作點。在單台動力源的管路系統中，若動力源的性能曲線和系統阻抗曲線已知，由於系統的全壓損失等於動力源所提供的壓力，系統的總流量等於動力源的流量，(2-32)代入(2-36)得(2-37)

$$P = C_{S1} Q^2 + C_{S2} Q + C_{S3} \quad (2-36)$$

$$C_{S1} Q_{sys}^2 + C_{S2} Q_{sys} + C_{S3} = K_{sys} Q_{sys}^2 \quad (2-37)$$

利用公式法可求得兩曲線之交點(操作點)流量  $Q_{sys}$

$$Q_{sys} = \frac{-C_{S2} \pm \sqrt{C_{S2}^2 - 4(C_{S1} - K_{sys})C_{S3}}}{2(C_{S1} - K_{sys})} \quad (2-38)$$

某固定轉速之動力源，裝置於管路系統中，流量可由(2-38)求得。若求出的流量並非所需求，可變更動力源之轉速來調整。動力源的轉速不同時，動力源的性能曲線會有所不同，操作點也隨之改變。動力源的性能曲線可由相似定理 (Affinity Law)[9]計算，其流量與轉速、壓力與轉速、功率與轉速的關係為：

$$\frac{Q_O}{Q_R} = \frac{N_O}{N_R} \quad (2-39)$$

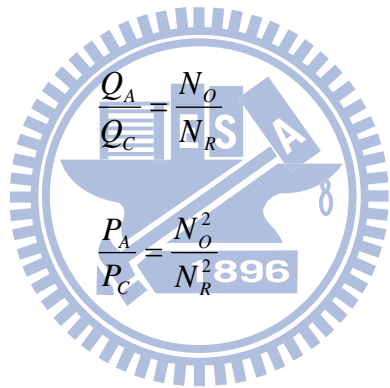
$$\frac{P_O}{P_R} = \frac{N_O^2}{N_R^2} \quad (2-40)$$

$$\frac{BHP_O}{BHP_R} = \frac{N_O^3}{N_R^3} \quad (2-41)$$

其中  $Q$  表示流量， $N$  表示轉速， $P$  表示壓力， $BHP$  (Brake Horse Power) 表示所需功率，下標 O 代表原始轉速  $N_O$  時的狀態，而下標 R 代表變更轉速  $N_R$  時的狀態。圖 2-11 為某離心式流體機械在轉速為  $N_O$  和  $N_R$  的性能曲線之示意圖，圖中 A 和 B 點分別為在固定的系統下，不同轉速時的操作點。(2-35) 式可以求得 A、B 兩點的關係式為

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{K_{s,y} Q_A^2}{K_{s,y} Q_B^2} = \frac{Q_A^2}{Q_B^2} \quad (2-42)$$

這也代表有相異兩點均在系統阻抗曲線上，其關係式必滿足(2-42)之型式。若直接將 A 點由(2-39)式與(2-40)式計算，把轉速調高至  $N_R$ ，所求得的值為 C，其關係式可表示為



$$\frac{Q_A}{Q_C} = \frac{N_O}{N_R} \quad (2-43)$$

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{N_O^2}{N_R^2} \quad (2-44)$$

將(2-43)式代入(2-44)式

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{Q_A^2}{Q_C^2} \quad (2-45)$$

(2-45) 式指出 C 在系統阻抗曲線上，即 B 點和 C 點同一點。也就是已知操作點 A，即可利用相似定理計算出不同轉速性能曲線與系統阻抗曲線的操作點 B。若 B 點為系統的目標流量與壓力(即  $Q_B = Q_{sys}$  和  $P_B = P_{sys}$ )，但不知離心式流體機械所需轉速( $N_R = N_{sys}$ )為多少，由(2-35)式可以計算出參數  $K_{sys}$ ，可寫成

$$K_{sys} = \frac{P_{sys}}{Q_{sys}^2} \quad (2-46)$$

離心式流體機械轉速  $N_O$  時的性能曲線方程式如(2-36)式所示，將(2-36)式與(2-46)

式所需係數代入(2-38)式，求得系統流量 $Q_A$ 。再利用(2-39)式求得 $N_{sys}$

$$N_{sys} = N_o \frac{Q_{sys}}{Q_A} \quad (2-47)$$

將原本的離心式流體機械轉速調至 $N_{sys}$ ，即可得到所需的流量。利用(2-39)式和(2-40)式，離心式流體機械調整轉速後的方程式為

$$\frac{N_o^2}{N_{sys}^2} P = C_{S1} \left( \frac{N_o}{N_{sys}} Q_{sys} \right)^2 + C_{S2} \left( \frac{N_o}{N_{sys}} Q_{sys} \right) + C_{S3} \quad (2-48)$$

將係數移項整理後可得到

$$P = C_{S1} Q_{sys}^2 + C_{S2} \frac{N_{sys}}{N_o} Q_{sys} + C_{S3} \left( \frac{N_{sys}}{N_o} \right)^2 \quad (2-49)$$

$$= C'_{S1} Q_{sys}^2 + C'_{S2} Q_{sys} + C'_{S3}$$

其中 $C'_{S1} = C_{S1}$ 、 $C'_{S2} = C_{S2} \frac{N_{sys}}{N_o}$ 和 $C'_{S3} = C_{S3} \left( \frac{N_{sys}}{N_o} \right)^2$ ，(2-49)式即為變更轉速後之性能曲線方程式。

而當同樣型號的離心式動力源並聯在一起，性能曲線的流量隨並聯動力源的數目增加若壓力相同會以倍數增加[11]。但是在不同型號的情況下，這種情形就不一定。因為不同型號的離心式動力源所屬的性能曲線必不相同，故並聯時操作點所對應到的各流量和壓力也不一定相同。若要達成倍數成長的條件就是不同型號的離心式動力源之各性能曲線要趨近相同，且要在正確的操作點（壓力流量兩者相同）上才會有倍數增長的情況。如圖 2-9 即某動力源在固定轉速時，不同數目相同泵浦並聯的性能曲線。比較圖面上單台和兩台泵浦並聯的性能曲線，提供相同壓力的條件下，兩台泵浦並聯所提供的流量是單台的兩倍。同樣的，三台泵浦並聯在同樣壓力的條件下，提供三倍的流量。而由圖 2-12 兩種不同型號之泵浦兩者性能曲線差異極大並聯後由於兩者對應操作點不相同則壓力及流量不同故無法達到倍數關係。而圖 2-13 則是兩種不同型號之泵浦性能曲線接近相同且

兩者操作點也近似相同則壓力及流量也近似相同，故可以達到並聯之後有倍數關係存在。至於不同形式泵浦並聯之結果，可見合併性能曲線如圖 2-14 所示，綜合兩泵浦之性能曲線而得其並聯性能曲線，透過改變流道之阻抗而可以得到不同的操作點數據，如圖 2-15 所示三條阻抗曲線由左至右各段管長分別為 25、20、15m，因此我們可以得到 3 個不同的操作點，取三個點而可使用前章所說明的二次曲線近似法，將這些點依序描出而可以得到並聯性能曲線。

考慮圖 2-16 兩台不同型號並聯之系統，每台離心式流體機械的性能曲線分別為

$$P = A_{S1}Q^2 + A_{S2}Q + A_{S3} \quad (2-50)$$

以及

$$P = B_{S1}Q^2 + B_{S2}Q + B_{S3} \quad (2-51)$$

其中  $A_{S1}$ 、 $A_{S2}$ 、 $A_{S3}$  及  $B_{S1}$ 、 $B_{S2}$ 、 $B_{S3}$  分別為不同性能曲線之常數。然而此並聯系統共有 11 個流量未知數( $Q_1$ 、 $Q_2$ 、...、 $Q_{11}$ )，因此需 11 個線性獨立方程式。流量守恆方程式為建立在非出入口之節點上，其中 4 個節點(即節點 3、5、8 和 9)與(2-3)式~(2-6)式相同，再多加節點 11 的流量守恆

$$Q_9 - Q_{10} - Q_{11} = 0 \quad (2-52)$$

共 5 條流量守恆方程式。能量守恆方程式依之前的原理，只要從某一出入口走向另一出入口即可，也就是節點 1 分別走向節點 2、4、6、7、01 和 12，節點 2 走向節點 4、6、7、10 和 12，節點 4 走向節點 6、7、10 和 12，節點 7 走向節點 10 和 12，以及節點 10 走向節點 12。因此在這個系統中，總共可以找出 21 條路徑。然而剩下所需之方程式只需 6 條，若選擇不當，會造成方程式此線性相依，解出無限多組解。為了避免這種情況發生，用以下規則找尋最後的方程式。若系統有 M 台動力源並聯，需要 N 條能量守恆方程式，最方便的能量守恆路徑選法如下：



步驟 1：先選定某一固定動力源(比如管 10上的動力源)的出口為起點，走向各個吸入口節點，可找出 N-M+1 個方程式。

步驟 2：剩下 M-1(即剩下動力源的數量)的方程式，以其它某一動力源(如管 11的動力源)的出口為起點，走向任一吸入口節點(如節點 1)，便可再找到一條方程式。

步驟 3：若有三台動力源，再以剩下的動力源的出口為起點，同步驟 2 再找出一條方程式。

這也表示說其中一台動力源，會提供 N-M+1 個方程式，其它動力源各提供 1 方程式，至於動力源的同型與否並不影響其算法。

故根據以上步驟可以由步驟 1 得到 5 條方程式：

$$A_{S1} G_{10}^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_9Q_9^2 - K_5Q_5^2 - K_3Q_3^2 - K_1Q_1^2 = C_1 - A_{S4} \quad (2-53)$$

$$A_{S1} G_{10}^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_9Q_9^2 - K_5Q_5^2 - K_3Q_3^2 - K_2Q_2^2 = C_2 - A_{S4} \quad (2-54)$$

$$A_{S1} G_{10}^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_9Q_9^2 - K_5Q_5^2 - K_4Q_4^2 = C_3 - A_{S4} \quad (2-55)$$

$$A_{S1} G_{10}^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_9Q_9^2 - K_8Q_8^2 - K_6Q_6^2 = C_4 - A_{S4} \quad (2-56)$$

$$A_{S1} G_{10}^2 - K_{10}Q_{10}^2 - K_9Q_9^2 - K_8Q_8^2 - K_7Q_7^2 = C_5 - A_{S4} \quad (2-57)$$

再根據步驟 2 得到最後一個方程式

$$B_{S1} H_{11}^2 - K_{11}Q_{11}^2 - K_9Q_9^2 - K_5Q_5^2 - K_3Q_3^2 - K_1Q_1^2 = C_6 - B_{S4} \quad (2-58)$$

其中  $G_{10}$  和  $H_{11}$  與(2-18)式的原理相同，是由性能曲線配方法得到，因此最後必須增加的方程式為

$$G_{10} - Q_{10} = \frac{A_{S2}}{2A_{S1}} \quad (2-59)$$

$$H_{11} - Q_{11} = \frac{B_{S2}}{2B_{S1}} \quad (2-60)$$

此時如果再添加一方程式，其路徑為節點 12 走向節點 2，方程式為

$$B_{S1} H_{11}^2 - K_{11}Q_{11}^2 - K_9Q_9^2 - K_5Q_5^2 - K_3Q_3^2 - K_2Q_2^2 = C_7 - B_{S4} \quad (2-61)$$

將(2-53)式減去(2-54)式，以及(2-58)式減去(2-61)式，都可得到(2-62)式

$$K_2Q_2^2 - K_1Q_1^2 = P_2 - P_1 \quad (2-62)$$

這也代表路徑選擇過多或是不當時，會造成方程式線性相依的問題。以上雙機並聯需要的方程式，包含 5 個流量守恆方程式(2-3)式~(2-6)式和(2-52)式，6 個能量守恆方程式(2-53)式~(2-58)式，以及因性能曲線增加的 2 個方程式(2-59)式和(2-60)式，總共 13 個方程式。這樣就可以計算出並聯系統的流量計算。



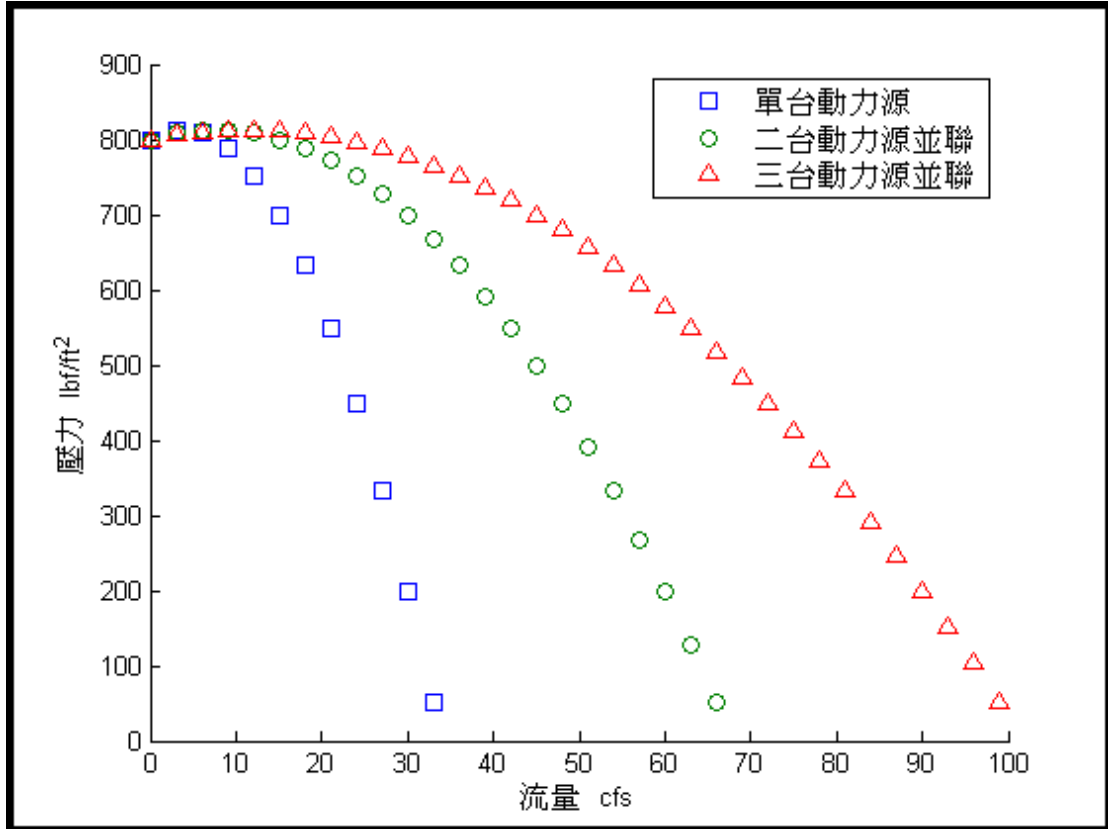


圖 2-9 單台、兩台與三台動力源並聯的性能曲線

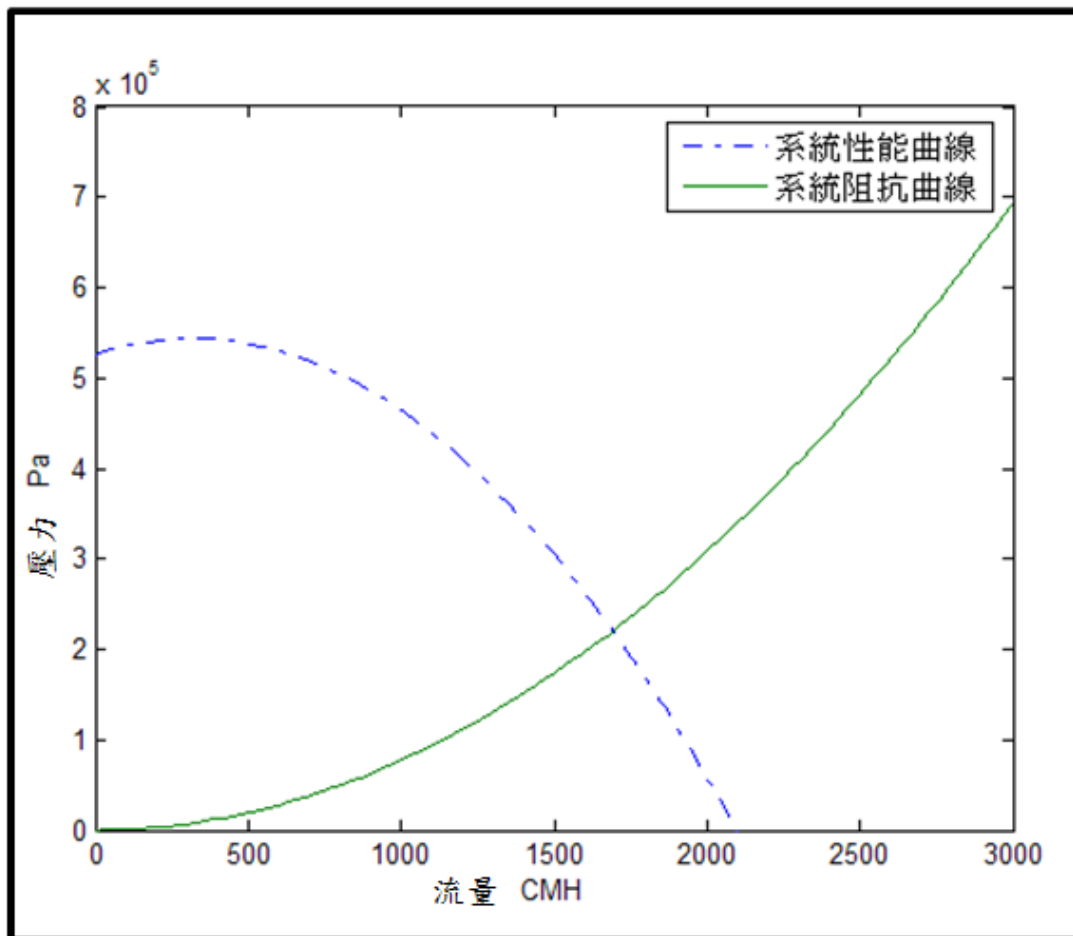


圖 2-10 某動力源性能曲線與系統阻抗曲線

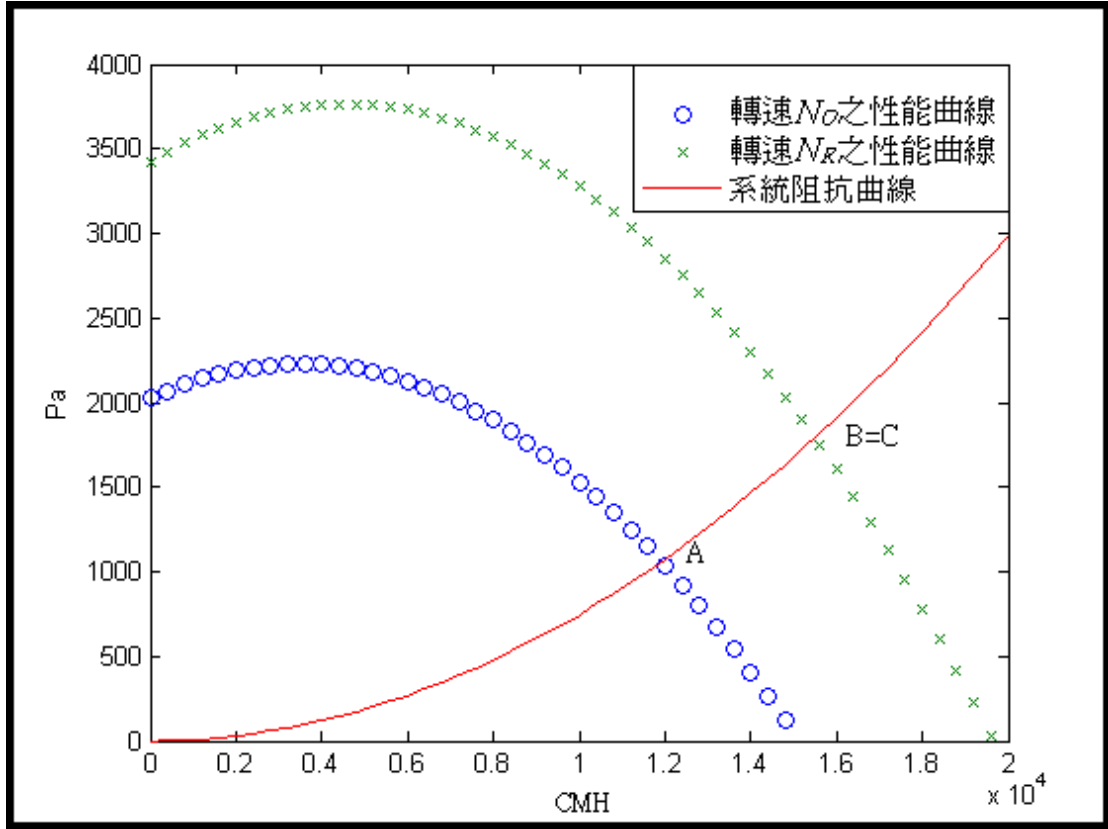


圖 2-11 轉速  $N_o$  和  $N_R$  之性能曲線與系統阻抗曲線

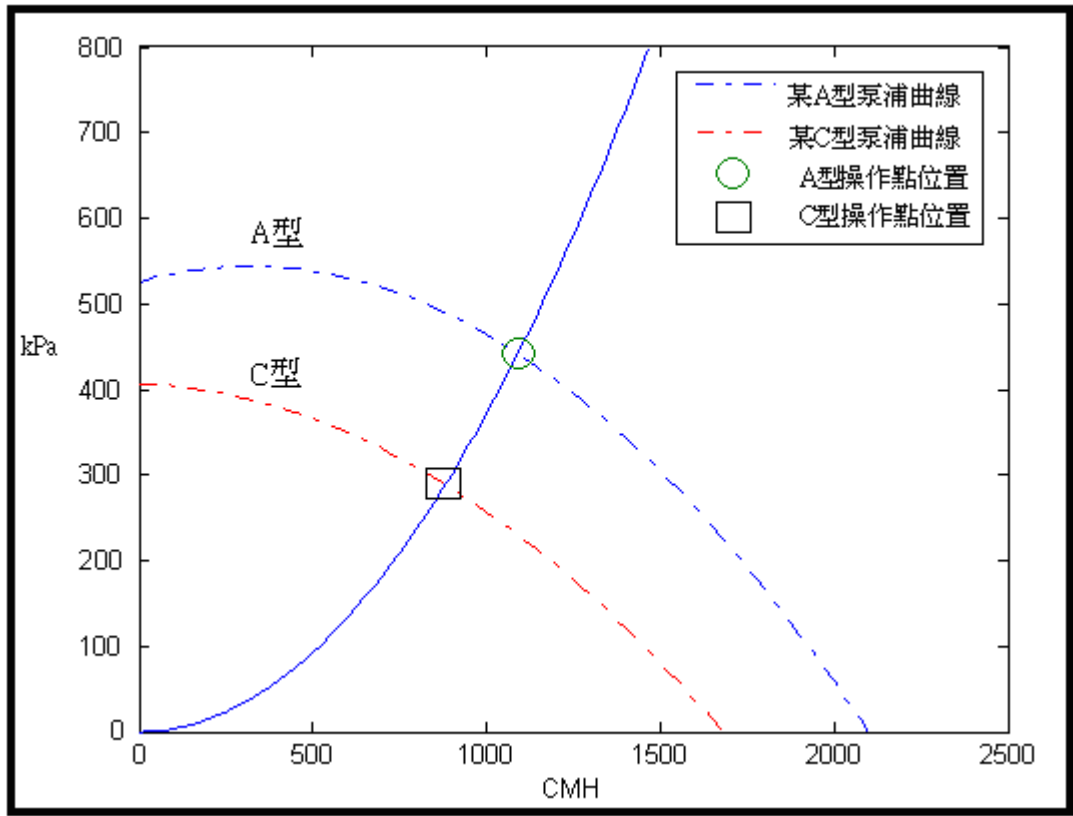


圖 2-12 某 A 型與 C 型性能曲線與不同之操作點

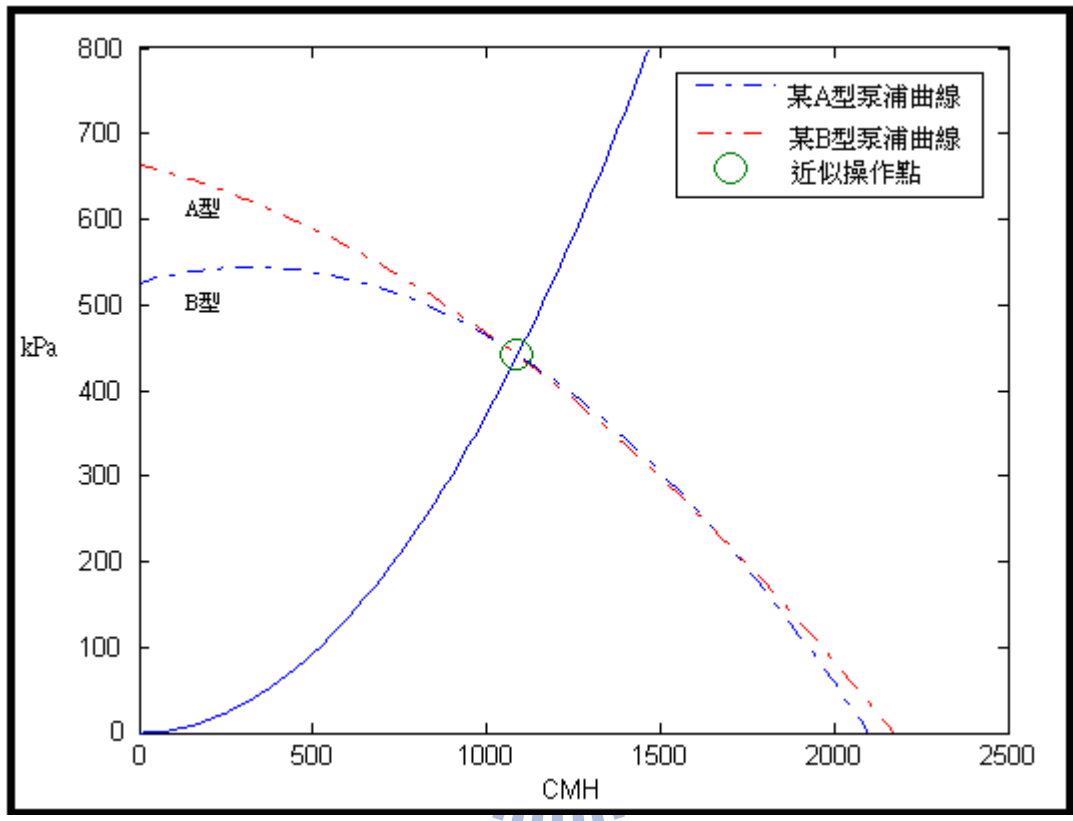


圖 2-13 某 A 型與 B 型性能曲線與近似之相同操作點

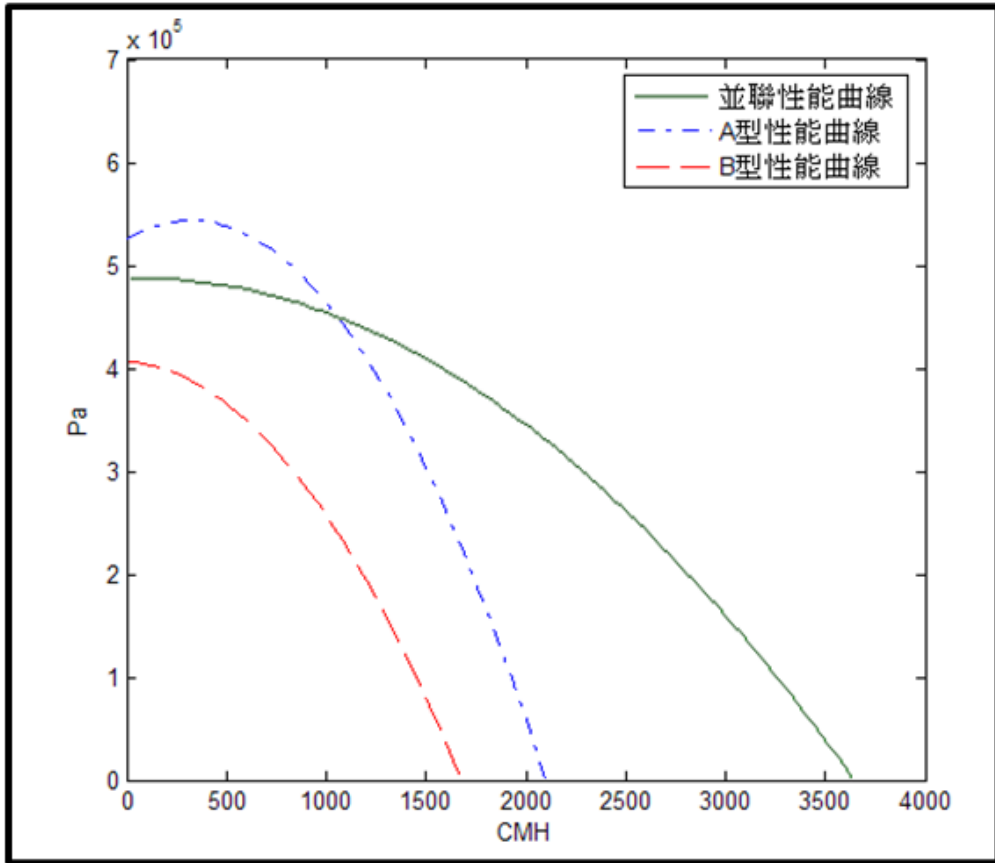


圖 2-14 某 A 型與 B 型並聯後之性能曲線



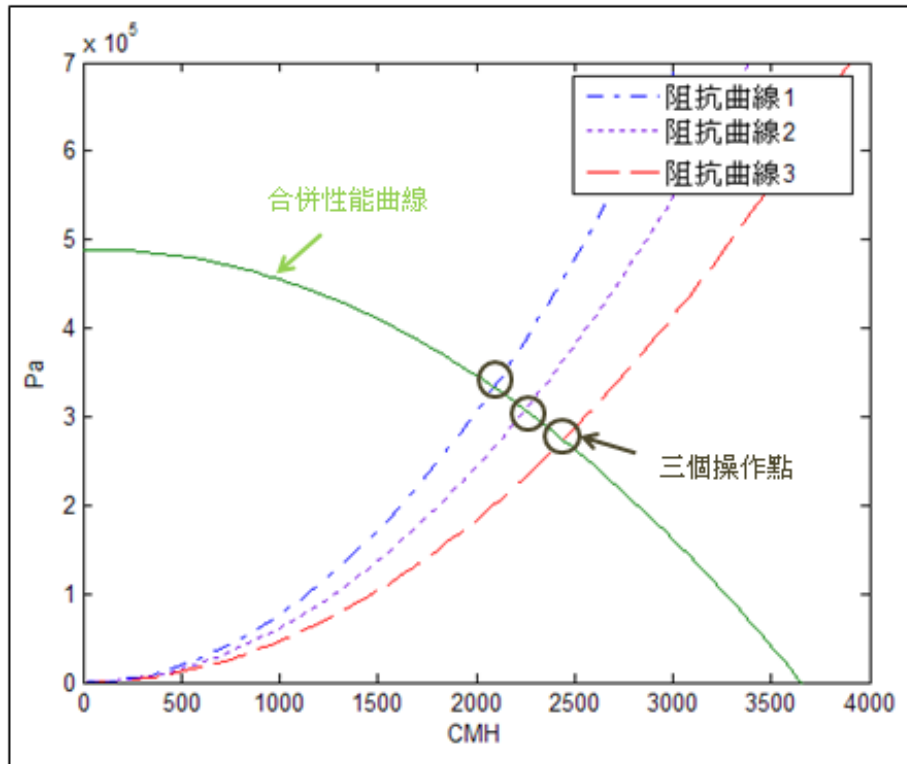


圖 2-15 取三個操作點利用二次曲線近似之性能曲線

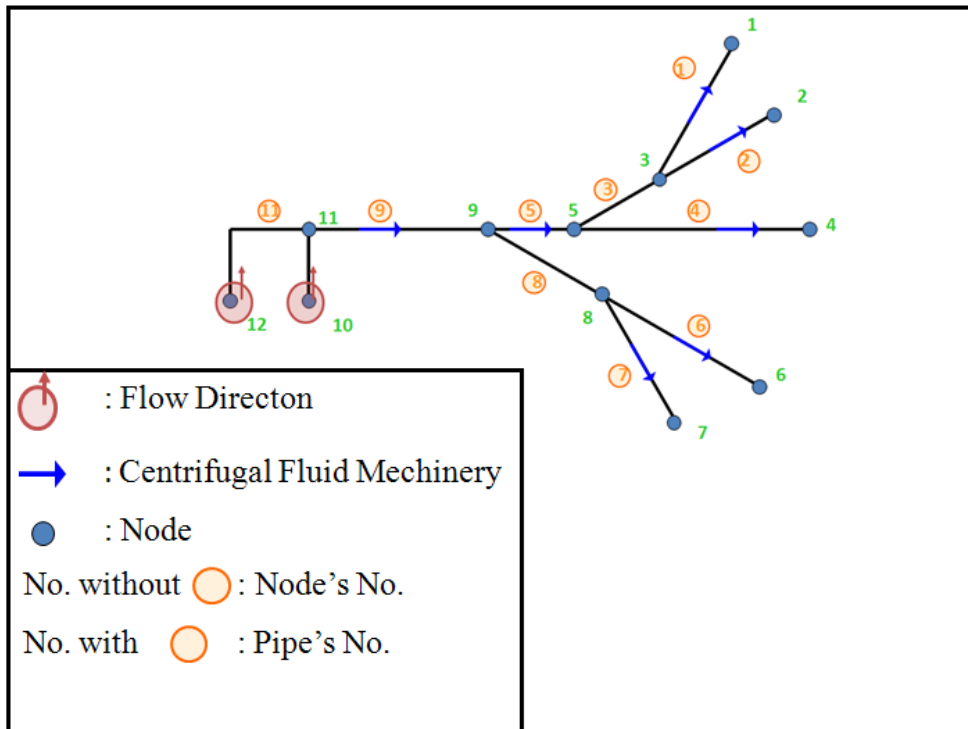


圖 2-16 兩台離心式流體機械並聯模式之物理模式圖

同理對於已經可以完整計算不同形式流體機械的流量計算，但達到最省能源的並聯台數，必須得知系統所需之總功率。離心式流體機械之功率公式為

$$BHP = \frac{Q \times P}{Z \times Ef} \quad (2-63)$$

其中  $BHP$  代表功率， $Q$  代表流量， $P$  代表壓力， $Ef$  代表效率， $Z$  代表單位轉換常數。隨著流量與壓力單位使用的不同， $Z$  值也隨之改變。以一般泵浦而言，流量的單位為  $GPM$ ，而壓力使用單位為  $FT$ ，所以  $Z$  值為 3960。從(2-63)式中可以得知，除了流量與壓力外，效率值  $Ef$  也會影響到功率值的大小。

廠商給的離心式流體機械的資料圖包含等效率曲線，那麼只要知道離心式流體機械操作時的壓力和流量，則可直接查出效率值。如圖 2-2 之不同直徑泵浦，像 U 字型之(C)曲線為等效率曲線。若葉片直徑為 7 英吋，在流量 120  $GPM$  與壓力 45  $FT$  時，其效率值約為 66%，那麼所使用功率為 2.06  $HP$ ；若葉片直徑為 6 英吋，在流量 120  $GPM$  與壓力 27  $FT$  時，其效率值約為 61%，使用功率為 1.34  $HP$ 。又如圖 1-1 所示泵浦，假使廠商給的資料為在固定尺寸 (10.88 英吋) 轉速下之效率曲線 ( $Ef$ ，也就是機械效率) 或功率曲線 ( $BHP$ ，即制動馬力)，當轉速變更時，其曲線也必定隨之改變，因此無法從查表中求得，只得借助數學轉換公式逼近。

$$\frac{Q_O}{Q_R} = \left( \frac{D_O}{D_R} \right)^n \quad (2-64)$$

$$\frac{P_O}{P_R} = \left( \frac{D_O}{D_R} \right)^m \quad (2-65)$$

$$\frac{BHP_O}{BHP_R} = \left( \frac{D_O}{D_R} \right)^k \quad (2-66)$$

以泵浦而言，其  $n=1$ ， $m=2$ ， $k=3$  [9]；若以風機而言  $n=3$ ， $m=2$ ， $k=5$  [7]。文獻[9]提到當泵浦變動直徑與原提供直徑相差愈遠時，其計算求得的誤差值也愈大，因此變動直徑以不小於原直徑之 70% 為原則。文獻[10]提供泵浦直徑計算的修正圖，如圖 2-17 所示，可以使(2-64)式~(2-66)式所計算的誤差值減

少。其中橫軸代表欲求之直徑比，而縱軸代表修正後計算的直徑比，例如原直徑  $D_o$  為 7"，提供的流量  $Q_o$  為 100 GPM，欲求直徑  $D_R$  為 6" 時之流量，實際直徑比為 0.857，從橫軸找到 0.857 的值，對應縱軸的值約為 0.839，因此要利用(2-64)式~(2-66)式公式計算時，在直徑比所代入的值應為 0.839，所求之  $Q_R$  為 83.9 GPM。

若廠商給的離心式流體機械的資料圖包含等效率曲線，那麼只要知道離心式流體機械操作時的壓力和流量，則可直接查出效率值。效率曲線可和性能曲線一樣，可利用多項式表示。先前性能曲線採用二次多項式表示，是由於能量守恆方程式流量均為二次式，會比較方便計算。而在效率曲線方面，由於是獨立出來的計算式，因此可採用更高次之多項式表示。因此效率曲線可寫成

$$Ef = \sum_{i=0}^j E_i Q^i \quad (2-67)$$

其中  $j$  代表最高次項， $E_i$  為係數。圖 2-18 到圖 2-20 分別是以二次、三次以及四次多項式，所呈現圖 1-1 泵浦之效率曲線圖。可以發現二次多項式和三次多項式，與原資料點有較大的差異，而四次多項式較為相近，這也代表不同之曲線圖，可以採用較符合之多項式表示達到實際上近似的需求。

以下也是利用(2-64)式到(2-66)式，證明當轉速變更時，其效率曲線的變化情況。從(2-62)式可得知效率與流量、壓力和功率之相關式

$$Ef_o = \frac{Q_o \times P_o}{Z \times BHP_o} \quad (2-68)$$

下標  $o$  代表原轉速為  $D_o$ 。如今將轉速由  $D_o$  調成  $D_R$  時，效率值  $Ef_R$  為

$$Ef_R = \frac{Q_R \times P_R}{Z \times BHP_R} \quad (2-69)$$

因為  $Q_o$  和  $Q_R$ 、 $P_o$  和  $P_R$  以及  $BHP_o$  和  $BHP_R$  必需滿足相似定理，因此將(2-64)式

~(2-66)式代入(2-69)式得到

$$Ef_R = \frac{\left(\frac{N_R}{N_O}\right) Q_O \times \left(\frac{N_R}{N_O}\right)^2 P_O}{Z \times \left(\frac{N_R}{N_O}\right) BHP_O} = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \times \frac{Q_O \times P_O}{Z \times BHP_O} = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \times Ef_O \quad (2-70)$$

因此若  $Ef_O$  之多項式為

$$Ef_O = \sum_{i=0}^j E_i Q_O^i \quad (2-71)$$

所以  $Ef_R$  之多項式應為將 (2-70) 代入 (2-69)

$$Ef_R = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \times Ef_O = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \times \sum_{i=0}^j E_i Q_O^i \quad (2-72)$$

最後將  $Q_O$  轉換成  $Q_R$ ，可得到

$$Ef_R = \left(\frac{D_R}{D_O}\right)^{n+m-k} \times \sum_{i=0}^j E_i \left(\frac{D_O}{D_R}\right)^\alpha Q_R^i = \sum_{i=0}^j E_i \left(\frac{D_O}{D_R}\right)^{\alpha-n-m+k} \times Q_R^i = \sum_{i=0}^j E'_i Q_R^i \quad (2-73)$$

其中  $E'_i = E_i \left(\frac{D_O}{D_R}\right)^{\alpha-n-m+k}$ ，而  $\alpha = i \times n$ 。

同理轉速變更時，可利用(2-73)式求解。當轉速不同時，其  $n=1$ ， $m=2$ ， $k=3$ ，

求出之  $Ef_R$  為

$$Ef_R = \sum_{i=0}^j E_i \left(\frac{N_O}{N_R}\right)^i Q_R^i \quad (2-74)$$

利用以上之效率曲線轉換公式，再配合(2-63)式，即可求出不同轉速(或直徑)時的功率值。

若功率曲線也為已知，以多項式表示為

$$BHP = \sum_{i=0}^j S_i Q_O^i \quad (2-75)$$

因此利用(2-64)~(2-66)式，一樣可求出不同直徑時之功率曲線。將這兩式代入

(2-75)式為

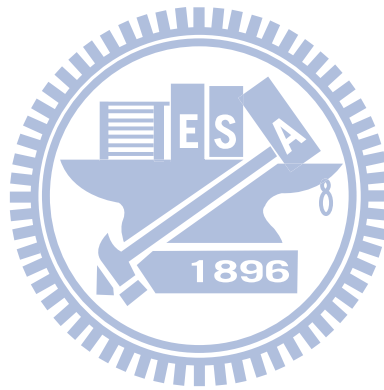
$$\left(\frac{D_o}{D_R}\right)^k BHP_R = \sum_{i=0}^j S_i \left(\frac{D_o}{D_R}\right)^\alpha Q_R^i \quad (2-76)$$

而  $\alpha = i \times n$ ，將(2-76)式整理可得

$$BHP_R = \sum_{i=0}^j S_i \left(\frac{D_o}{D_R}\right)^{\alpha-k} Q_R^i \quad (2-77)$$

同理轉速變更時，可利用(2-76)式求解。當轉速不同時，其  $n=1$ ， $m=2$ ， $k=3$ ，  
 求出之  $BHP_R$  為

$$BHP_R = \sum_{i=0}^j S_i \left(\frac{N_o}{N_R}\right)^{i-3} Q_R^i \quad (2-78)$$



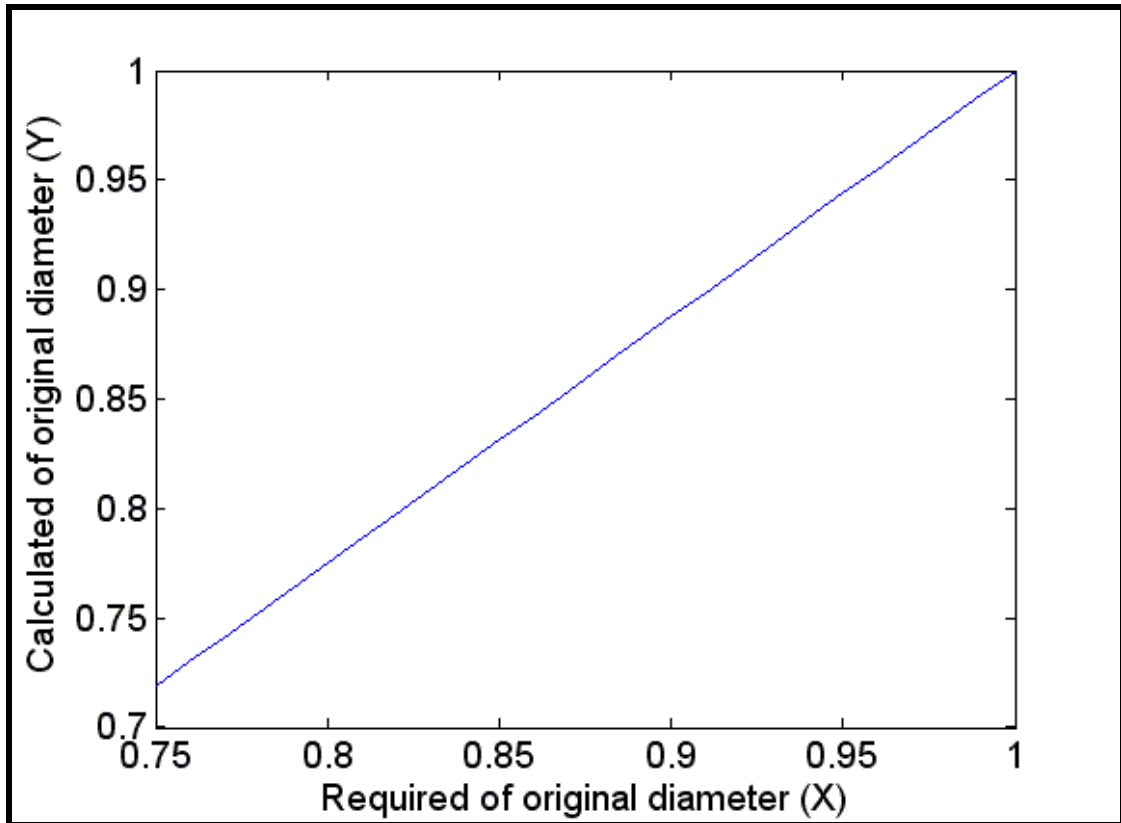


圖 2-17 泵浦直徑之修正圖

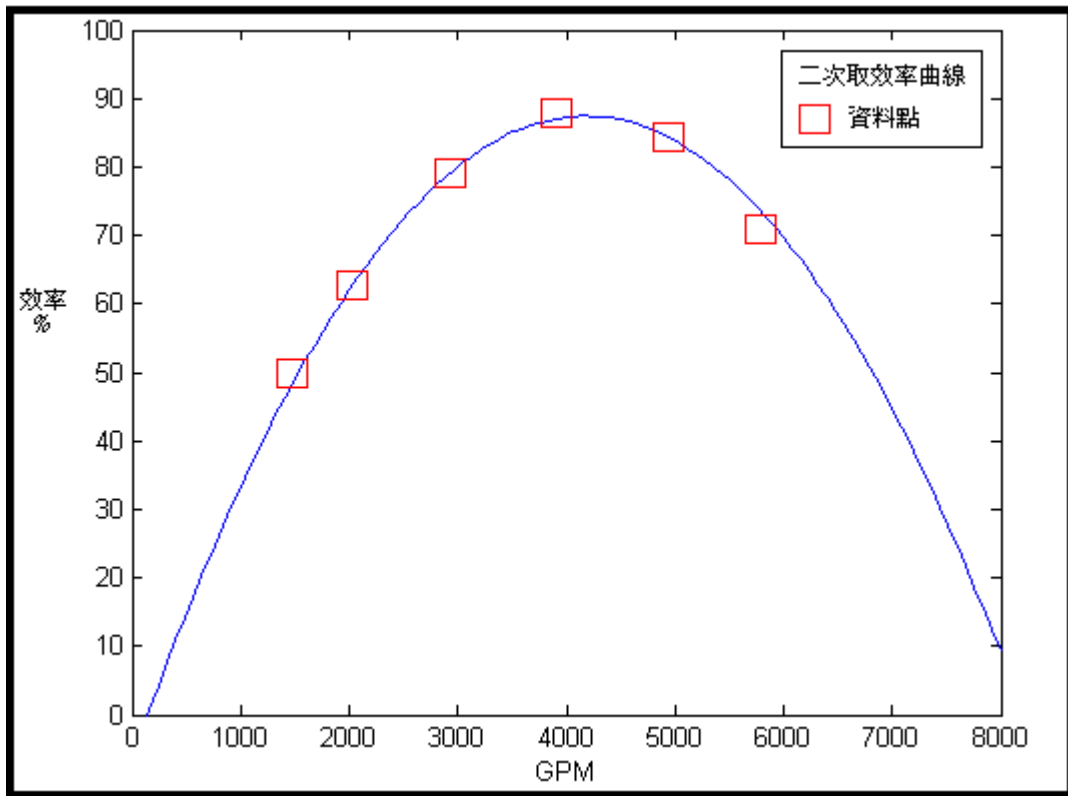


圖 2-18 以二次多項式表示效率曲線



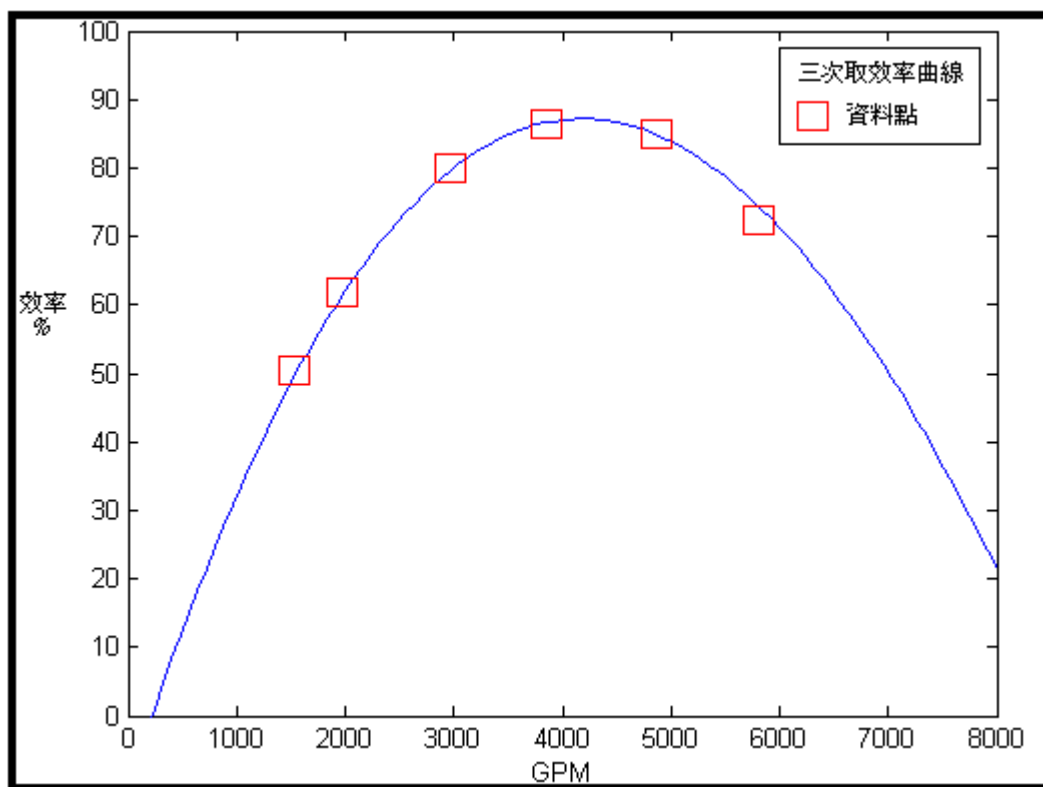


圖 2-19 以三次多項式表示效率曲線

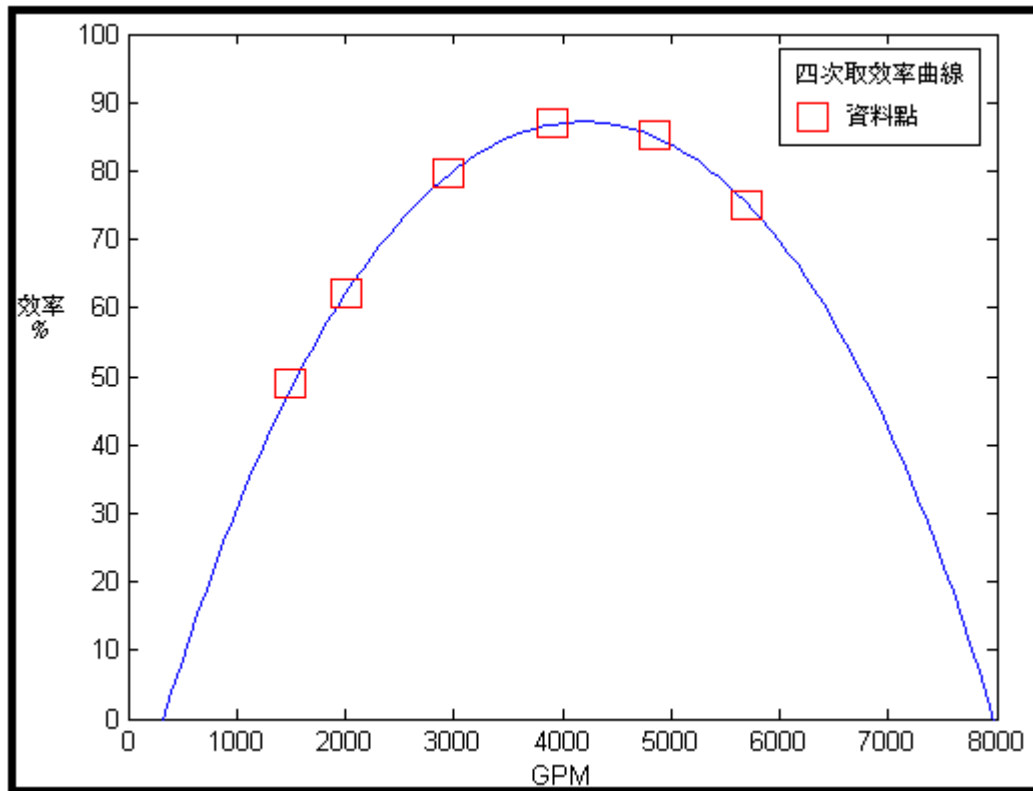


圖 2-20 以四次多項式表示效率曲線

## 第三章 數值方法

由前章物理模式可得到所有管路計算所需的方程式，而怎樣把方程式完整的解出則要利用數值方法。首先我們考慮如圖 2-14 的管路，計算其效率及功率部分，公式建立與求解的過程可分為下列六個步驟：

- (1) 輸入資料：輸入所有管段的相對資料，包含各管段的長度、直徑和粗糙度、管路元件(風門、合流管和彎管等)，工作流體密度與黏滯係數，系統所有出入口的全壓值，不同形式離心式流體機械性能曲線、效率曲線和所在管段與流向。
- (2) 建立預設流量方向：由於輸入資料中，並沒有給定流向值，在此要先決定各管段流量的方向性。
- (3) 建立方程式：求出連續及能量守恆方程式以及加入性能曲線轉換後的方程式。
- (4) 非線性方程式轉換成線性方程式：將能量守恆所建立的非線性方程組轉換成線性方程組。
- (5) 解線性聯立方程組與誤差設定：利用線性法求解流量未知數，並設定合理之誤差值，使得流量與各管段壓損值達到收斂條件。
- (6) 效率與功率之設定：將計算出的流量在帶入效率曲線方程式與功率式(2-63) 得到功率與效率值。

### (1) 輸入資料

輸入的方法採用綜合法(Combined Representation, [5])，由 3 個一維陣列表示其管路結構的相對位置。考慮圖 2-12 的管路，輸入的 3 個向量

元素對應的節點      1,2,3,4,5,6,7,9,10,11,12

位置向量      T : [1 2 3 6 7 10 11 12 15 18 19 22]

相連接管路向量 AT : [1 2 1 2 3 4 3 4 5 6 7 6 7 8 5 8 9 10 9 10 11 11]

相連接節點向量 TL : [3 3 1 2 5 5 3 4 9 8 8 6 7 9 5 8 11 11 9 10 12 11]

T 是位置向量，用來對應每一個節點在其它兩個向量開始的位置。AT 是相連接管路向量，用來記錄與節點相連接的管路。TL 是相連接節點向量，用來記錄與節點相連接的節點。如 T 向量第 1 個元素 1 代表在 AT 和 TL 中，與節點 1 有關的資料從第 1 個元素開始，也就是說 AT 向量記錄與節點 1 相連接的管路是管路 1，TL 向量記錄與節點 1 相連接的節點是節點 3；而 T 向量第 5 個元素就代表節點 5 相關的資料從第 7 個算起，意即與節點 5 相連接的管路是管 3、管 4和管 5，相鄰的節點是節點 3、節點 4 和節點 9。同理，與節點 9 相連接的管路有管 5、管 8和管 9，與節點 7 相鄰的節點有節點 5、節點 8 和節點 11，其它的節點可以依此類推。此外，尚需要輸入每根管路的長度、直徑、粗糙度與工作流量的密度，用來計算摩擦的全壓損失，粗糙度與管路材質有關。其它元件包括風門，多管連接的結構或其它會造成全壓損失的元件。除了這些輸入的資料外，尚需動力源所在的管段、流體推動方向和性能曲線。

## (2) 建立方程式

由於綜合法並沒有輸入流體的流向，可依系統的需求假設初始流向，若系統為排氣系統，則流體從吹出口(圖 2-14 的節點 10 和 12)流向出口點(節點 1、2、4、6 和 7)。因此我們可以採用樹狀圖的方式，將流向先做初步假設。建立樹狀結構的步驟為

1. 以最外側離心式流體機械的入口節點(也就是節點 12)為參考起點，將此點設為目標點(存入於目標點向量中)，同時將目標點也存入已搜尋向量。
2. 找出與目標點相連接的節點，判別此節點是否存在於已搜尋向量，若尚未存在，則將方向設為相鄰節點流向目標點，並將資料記錄下來，反之則跳過。
3. 此時將有設定方向之相鄰節點，存入下次目標點向量與已搜尋向量中，待目標點向量內之所有目標點用完，下次目標點向量取代目標點向量。
4. 若已搜尋過向量的節點數目等於管路的節點數則程式結束，否則持續步驟 2 和步驟 3。

5. 最後判別離心式流體機械之流向是否與所在管段流向相同，如果不同則更正為離心式流體機械之流向。

以圖 2-14 為例，起始目標點為節點 12，找到相鄰點為節點 11，此點並不存在於已搜尋向量中，因此管 11之流量尚未決定，將流量設為節點 12 流向節點 11，也就是管 11之流向是朝著節點 11。此時設立管段對應節點之矩陣，縱軸為管段編號，橫軸為節點編號，在矩陣位置(11,12)定義為-1，代表是管 11流向節點 12 為負向；在矩陣位置(11,10)為 1，代表管 11流向節點 11 為正向，其它不存在之位置，用 0 表示。待方向記錄完成後，將節點 11 設為目標點，存入下次目標點向量以及已搜尋向量。由於原目標點向量中，只有節點 12，其相鄰管段之流量全設定完成，因此這時可將下次目標點向量取代原目標點向量，再由新的目標點向量開始搜尋。新的目標點只有節點 11，此時相鄰節點中，節點 12 存在於已搜尋向中，所以跳過不計，而節點 10 和節點 9 尚未存在，因此分別將管 9和管 10流向定義完成後，將下次目標點向量更新為節點 9 和節點 10，同時也將兩節點存入已搜尋向量。此時再更新目標點向量，此時目標點為節點 9 和節點 10，由於節點 11 已搜尋過，也代表節點 10 找不到下次的目標點，而節點 9 則可找到節點 5 和節點 8，因此下次的目標點只有節點 5 和節點 8。利用以上的原理，可一直往下找尋，直到所有節點已被搜尋過後，才算流向設定完成。

以上之步驟為步驟 1 到步驟 4 的過程，其結果為(3-1)式所示

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1
 \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

若是系統只有單一流體機械，只需執行步驟 1 到步驟 4 即可。但以圖 2-14 之二

機並聯的例子，可發現管 10 流向不合，因此再執行步驟 5，矩陣變為(3-2)式

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

在矩陣位置(10,10)和(10,11)正負號均改變。如此一來，管路系統之流量方向設定完成。

### (3) 建立方程式

當初步流向設定完成時，接著是找出系統所需的方程式。質量守恆方程式可利用(3-2)式求得，(3-2)式之第 n 行代表節點而第 m 列代表管段 m。因此第 1 行代表節點 1，可觀察出除了矩陣位置(1,1)不為 0 外，(2,1)到(11,1)均為 0，這也代表節點 1 是出口或入口節點，不會有質量守恆方程式。而從第 3 行中，發現(1,3)、(2,3)和(3,3)均不為 0，所以節點 3 有質量守恆方程式，依此方法可找出所有含連續方程式的節點，並將方程式建立出來。

接著是求出能量守恆方程式，方程式的路徑皆由入口節點走向出口節點，因此需將出入口節點求出。出入口節點可由(3-2)式中求得，在第 1、2、4、6、7、10 和 12 行的所有元素中，只有一個元素不為 0，這也代表這些節點為出入口節點，而節點 10 和 12 不為 0 的元素為-1，代表這些節點為入口節點，而節點 1、2、4、6 和 7 為不為 0 的元素為-1，代表出口節點。

出入口節點區分完成後，開始著手能量守恆方程式的建立。選取任一出口節點為起始節點，走向其它入口節點，建立同入口節點數量的方程式，同樣以圖 2-14 為例，就是第一個出口節點要找出兩組方程式。假設起始節點 1，接著利用(3-2)式找尋節點 1 的上游管段和節點。從第 1 行中的元素中，找出值為 1 之位置

(1,1)，這表示管 1 為節點 1 之上游管段，再從第 1 列中找出值為-1 的位置(1,3)，這也表示節點 3 為上游節點。接著以節點 3 再往上游找尋管段和節點，同理可找出管 3 和節點 5，直到找到入口節點為止，最先找到的入口節點為節點 10，所以第一個路徑為管 1→管 3→管 5→管 9→管 10。此時還需再一組方程式，一樣以節點 1 為起始節點往上游找尋，直到找到節點 11 時，上游節點為節點 10 和節點 12，然而節點 10 已在先前找過，因此路徑改走向節點 12，這也表示若已找過之出口節點則不採用。最後兩組路徑為管 1→管 3→管 5→管 9→管 11。求出最先兩組方程式後，再分別以其它出口節點為起始節點，利用同樣的方法求得最後方程式路徑，也就是管 2→管 3→管 5→管 9→管 10、管 4→管 5→管 9→管 10、管 6→管 8→管 9→管 10 和 管 7→管 8→管 9→管 10，如此一來便可以求得所有能量守恆方程式的路徑。

雖然第二章能量守恆方程式是以入口節點為起點找尋，此數值找法卻是以出口節點為起點，主要是因為這樣找尋的方法，在程式上判別與寫法會比較方便，而且所求出的方程式和第二章所求得的一樣。

最後再將(2-59)式及(2-60)式兩個方程式加入即可。由於要解方程組為  $Ax = b$  的形態，而以上方程組所找到的  $A$  矩陣只有以下的形態

$$\begin{bmatrix}
 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
 -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0
 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

其中的每一行依序代表的位置為

$$[Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5 \quad Q_6 \quad Q_7 \quad Q_8 \quad Q_9 \quad Q_{10} \quad Q_{11} \quad H_{11} \quad G_{10}]$$

第 1 列到第 5 列為質量守恆方程式，第 6 列到第 11 列代表能量守恆方程式，第 12 列到第 13 列代表性能曲線配方法所增加的方程式。

接著便是求出能量守恆方程式中每項的  $K_n$  值。方程式中的每項  $K_n$  值，可能包含摩擦、彎管、風門和合流管等因素項，所造成的壓損係數，因此必需配合給定的條件代入。大部份的壓力損失係數，如彎管(2-31)式等因素，均知道管路配件條件後即可立即求出，與流量無關。而摩擦損失和多管相連接所造成的壓損係數值，皆和流量  $Q_n$  有關，可從(2-26)式、(2-27)式和圖 2-6 的表中得知。也因此這兩種因素所造成的壓損係數值，是以預設的初始流量值求得。若假設管 1 中含有風門和彎管，分別造成的壓損係數為  $K_{1d}$  和  $K_{1b}$ ，再包含因摩擦所造成的壓損係數  $K_{1f}$ ，管 1 的總壓損係數為  $K_1 = K_{1f} + K_{1b} + K_{1d}$ ，再將  $K_1$  代入(3-4)式中(6,1)的位置即可。而合流管所造成的壓損係數，會因為路徑而有所不同，如(2-33)式和(2-34)式所示，所以(3-4)式中(6,3)和(7,3)的  $K_3$  會不一樣，(6,3)的  $K_3$  是套入管 3 經過管 1 的壓損值，而(7,3)  $K_3$  是套入管 3 經過管 2 的壓損值。當所有  $K_n$  再代入(3-4)式中之能量守恆方程式中，可以發現未知數  $Q_n$  和  $G_n$  還是以平方項出現，接下來便要著手將非線性方程轉換成線性方程式。

#### (4) 非線性方程式轉換成線性方程式

(2-53)式~(2-58)式均為非線性方程式，為了將其改寫成線性方程組，將管路壓力損失  $K_n Q_n^2$  改寫成  $K_n^\beta Q_n^\beta Q_n^{\beta+1}$ ，上標  $\beta$  代表迭代的次數，這也表示  $K_n^\beta Q_n^\beta$  是採用舊值計算，而  $Q_n^{\beta+1}$  即為待求的未知數。因此可以將(2-53)式改寫

$$A'_{S1} G_{10} - K'_{10} Q_{10} - K'_9 Q_9 - K'_5 Q_5 - K'_3 Q_3 - K'_1 Q_1 = C_1 - A_{S4} \quad (3-5)$$

其中  $A'_{S1} = A_{S1} G_{10}^\beta$ ， $K'_n = K_n Q_n^\beta$ 。同理，(2-54)式~(2-58)式也可和(3-5)式一樣，改寫成線性方程式，最後便是解線性聯立方程組。



### (5) 解線性聯立方程組與誤差設定

線性聯立方程組可利用最常見之高斯消去法求解。所求出的  $Q_n^{\beta+1}$  必需達到收斂條件，也就是誤差值  $(Q_n^{\beta+1} - Q_n^{\beta}) / Q_n^{\beta}$  必需小於 0.001。若未達收斂條件，則  $Q_n^{\beta+1}$  取代原  $Q_n^{\beta}$  之位置，重復計算求得之新的流量值。為了加速收斂速度，可添設收斂係數  $\gamma$ ，即  $Q_n'^{\beta+1} = \gamma Q_n^{\beta} + (1-\gamma)Q_n^{\beta+1}$ ，再將  $Q_n'^{\beta+1}$  代入迭代過程， $\gamma$  值約 0.7~0.8 時收斂速度最快。當流量收斂後，需再將每根管段之壓損值求出，確認每段的壓損值達到收斂條件，相對誤差小於 0.001，迭代過程才算完成。

### (6) 效率與功率之設定

計算出流量之後在利用流量與性能曲線關係找出操作點的壓力，在與效率曲線上流量與效率關係，將流量帶入效率曲線內找出效率，最後利用 (2-62) 式帶入壓力流量以及效率找出正確的功率值。



## 第四章 結果與討論

本章分做兩部分做討論，第一部份針對廠商所給定兩種形式之性能曲線做個別和並聯的測試探討；第二部分就廠商所設置的五台並聯泵浦實驗機台做實驗和模擬之比對。

### 第一部份：

本節討論兩種不同形式動力源各別在同一管路系統且此管路系統必須滿足操作點遠離性能曲線頂點平緩之處[13]去探討轉速及流量變化，以及各別並聯之流量變化。

考慮如圖 4-1 的例子，此為一台動力源的情形，節點 3、節點 5、節點 8 和節點 9 為 30 度夾角的合流點，所有出入口的壓力條件為一大氣壓。已知由廠商給定動力源 A 及 B 轉速為 1750 轉的性能曲線如圖 4-2。其中 A 性能曲線方程式為

$$P_{A,1750} = -0.172Q_{A,1750}^2 + 11Q_{A,1750} + 525960 \quad (4-1)$$

各管段的直徑、長度和粗糙度與工作流體性質如表 4-1 所示。此系統設計為總流量為 1518.9CMH 系統全壓損失為 147 KPa。求得的結果如圖 4-3 所示。圖 4-4 為性能曲線與阻抗曲線部分。

然而系統需求的總流量要 2000CMH，一開始計算出的總流量 1518.9CMH，因此必須提昇動力源的轉速。式(4-1)的轉速為 1750 rpm，由式(2-47)可以得到

$$N_{sys} = N_{1750} \frac{Q_{A,New}}{Q_A} = 1750 \frac{2000}{1518.9} \approx 2304.3 \text{ rpm} \quad (4-2)$$

由(2-49)可求得單台動力源轉速升至 2304 rpm 時的方程式為

$$P_{A,2067} = -0.172Q_{A,2067}^2 + 11 \times \left( \frac{2304}{1750} \right) Q_{A,2067} + 525960 \times \left( \frac{2304}{1750} \right)^2 \quad (4-3)$$

將動力源性能曲線改成式(4-3)，使之重新計算後得到的總流量為 2000CMH，詳細資料如圖 4-5 所示。圖 4-6 為不同轉速時的動力源性能曲線與系統阻抗曲線。

同理泵浦 B 轉速為 1750 轉性能曲線如式 (4-4) 及圖 4-2 也是利用上述關係去找到其流量及所需流量所需之關係式。

$$P_{B,1750} = -0.135Q_{B,1750}^2 - 15.11Q_{B,1750} + 406700 \quad (4-4)$$

此 B 動力源對應此系統總流量為 1391.8CMH 系統全壓損失為 110.4KPa。求得的結果如圖 4-7 所示。圖 4-8 為性能曲線與阻抗曲線部分。同理若總流量需求為 2000CMH，也是利用式(2-47)方式找出所需轉速如式 (4-5)。

$$N_{sys} = N_{1750} \frac{Q_{B,New}}{Q_B} = 1750 \frac{2000}{1391.8} \approx 2514.7 \quad (4-5)$$

得知 B 系統調至 2000CMH 時所需轉速為 2514.7 轉再求出變更方程式如式(4-6)

$$P_{B,2590} = -0.135Q_{B,2590}^2 - 15.11 \times \left( \frac{2514.7}{1750} \right) Q_{B,3031} + 406700 \times \left( \frac{2514.7}{1750} \right)^2 \quad (4-6)$$

而調整到總流量為 2000CMH 詳細資料如圖 4-9，圖 4-10 為變更轉速之性能曲線還有阻抗曲線部分。

再考慮如圖 4-11 的例子，此為兩台泵浦並聯的情形，每台泵浦型號與轉速皆相同，節點 3、節點 5、節點 8 和節點 9 為 30 度夾角的合流點，而節點 11 皆為 90 度夾角的合流點。所有出入口的壓力條件為一大氣壓。在管 11 的直角，代表一個 90 度彎管，其它管 1、管 3、管 7、管 8 的直角也是同樣意義。以動力源 A 作為說明，其中 A 型動力源性能曲線如圖 4-2 及式 (4-1)，各管段的直徑、長度和粗糙度與工作流體性質如圖 4-12 所示。系統設計且未調整各台平均流量情況的總流量為 2398.5CMH。求得的結果如圖 4-12 所示，而兩台相同形式動力源並聯之性能曲線與個別系統阻抗曲線如圖 4-13。而從左到右的流量分別為 1169.3CMH 和 1229.2CMH。比較管段 10 和管段 11，管段 10 比管段 11 的流量大，是因流體的慣性力所造成的。若調整管 1、管 2、管 4、管 6、和管 7 之風門大小，使其各出口流量相等，並有效將流量控制在 445CMH±3% 內，如圖 4-14 所示。而從左到右的流量分別為 1102.1CMH 和 1159.5CMH。若所需總流量為

3000CMH，則以並聯方式調整轉速至 2188.9 轉去得到所需求的流量如圖 4-16。  
而更變轉速後的性能曲線及阻抗曲線如圖 4-17。

最後就 A 型與 B 型式(4-1)和式(4-4)兩台並聯且利用表 4-2 之規格及圖 4-18 的系統去找出對應此系統的流量和壓損，其所得值列於圖 4-19 之下表，圖 4-20 為兩台泵浦各自對應到之操作點，參閱圖 2-14 綜合兩泵浦之性能曲線而得其並聯性能曲線，配合總阻抗曲線而可以得到圖 4-21 之結果。



表 4-1 系統各管段與工作流體資料

管段編號	直徑 (mm)	管長 (m)	絕對粗糙度
1	225	20	0.15
2	225	20	0.15
3	225	20	0.15
4	225	20	0.15
5	225	20	0.15
6	225	20	0.15
7	225	20	0.15
8	225	20	0.15
9	225	20	0.15
管段編號	含 90 度彎管	含 45 度彎管	風門數量
1	1	0	0
2	0	0	0
3	1	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	1	0	0
8	1	0	0
9	1	0	0
工作流體		水	
密度 (kg/m <sup>3</sup> )		1000	
黏滯係數 (kg/m×s)		0.001	

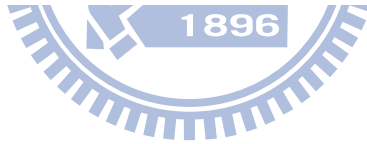
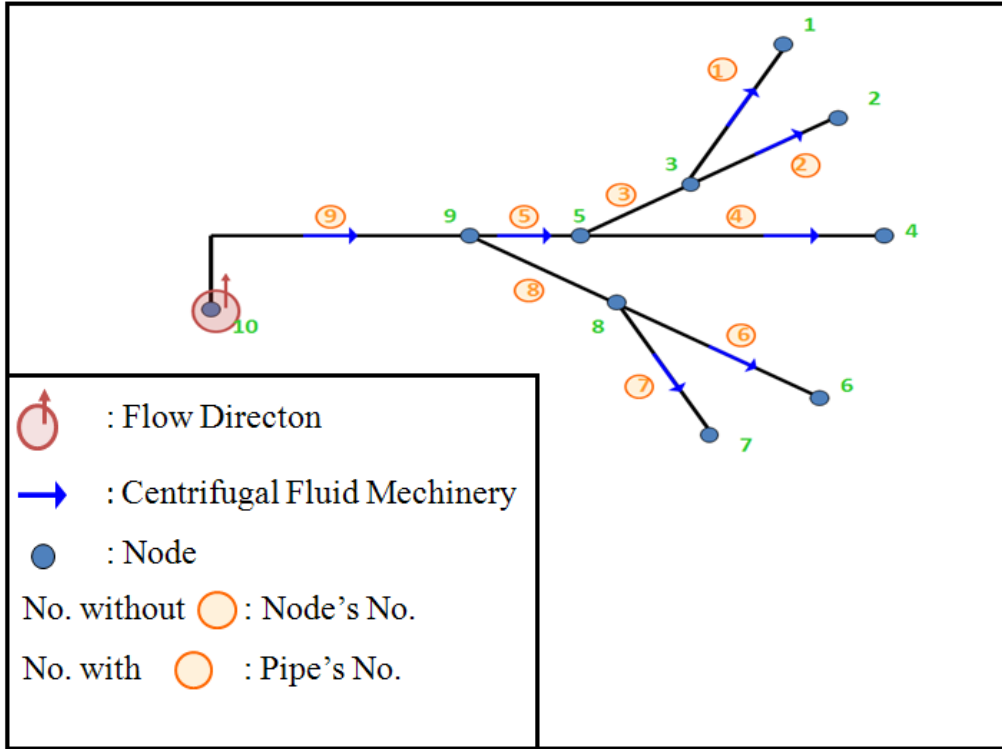


圖 4-1 管路結構

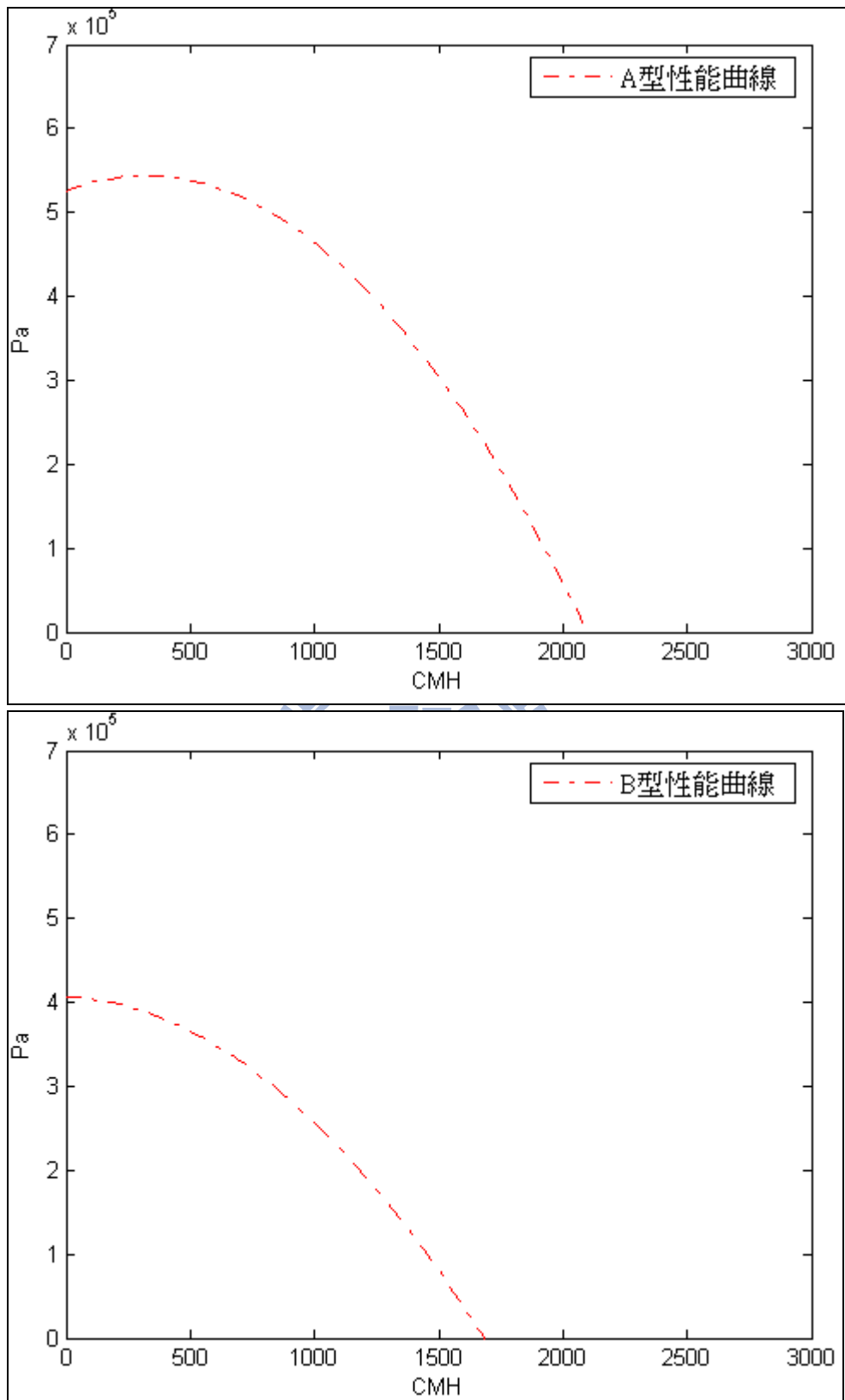
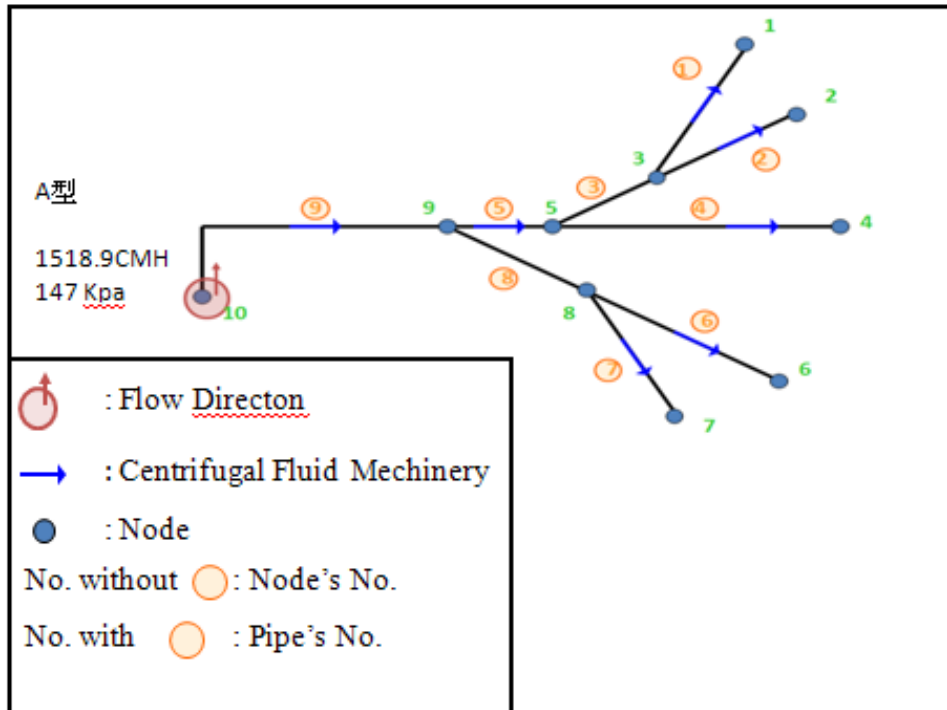


圖 4-2 某廠商用 A 型泵浦與 B 型泵浦以二次多項式表示之性能曲線



管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	201.9	1.90
2	141.1	1.90
3	343.0	5.92
4	316.2	7.81
5	659.1	37.7
6	548.0	11.6
7	308.7	11.6
8	856.7	33.8
9	1518.9	102

圖 4-3 A 型泵浦 1750rpm 於圖 4-1 之系統流量分佈



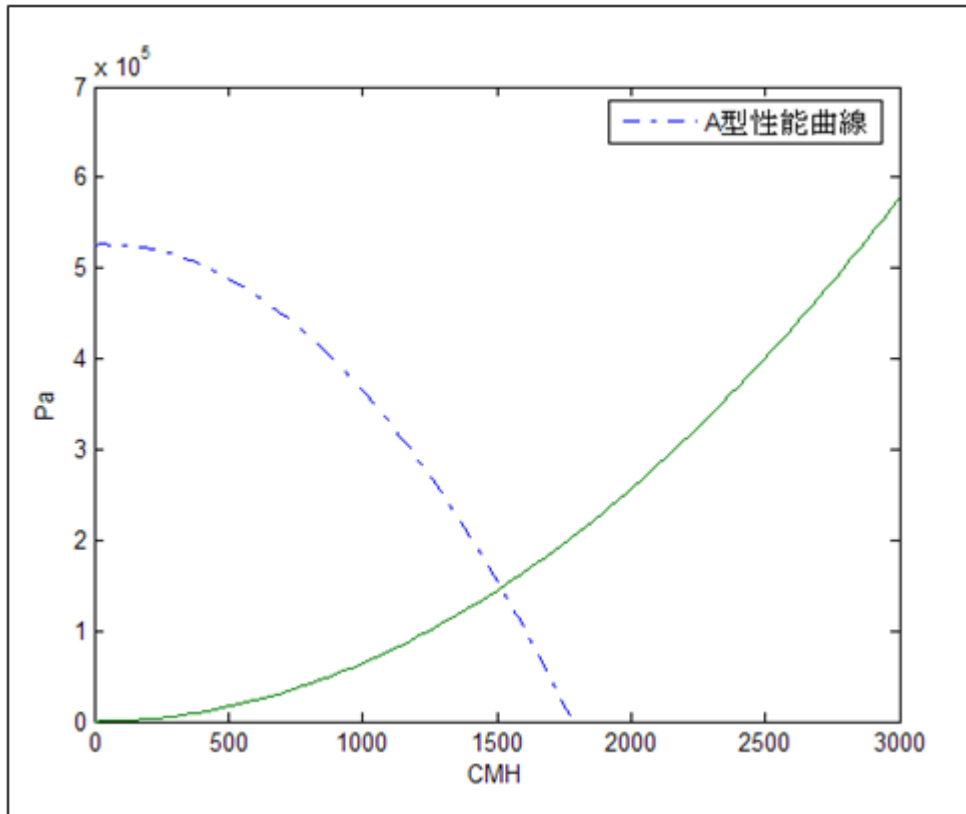
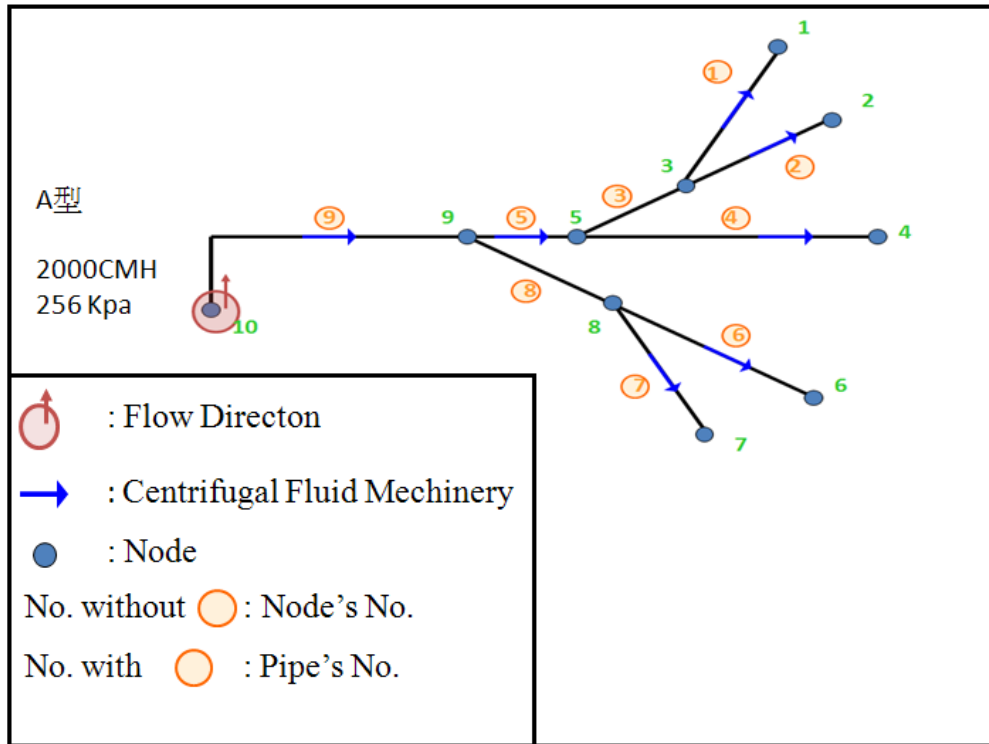


圖 4-4 A 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-3 系統的性能曲線及阻抗曲線



管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	267.2	3.28
2	185.9	3.28
3	453.1	10.2
4	416.6	13.5
5	869.7	65.3
6	724.3	20.2
7	406.6	20.2
8	1131.0	58.6
9	2000	177

圖 4-5 A 型泵浦 2304rpm 在圖 4-1 之系統流量分佈

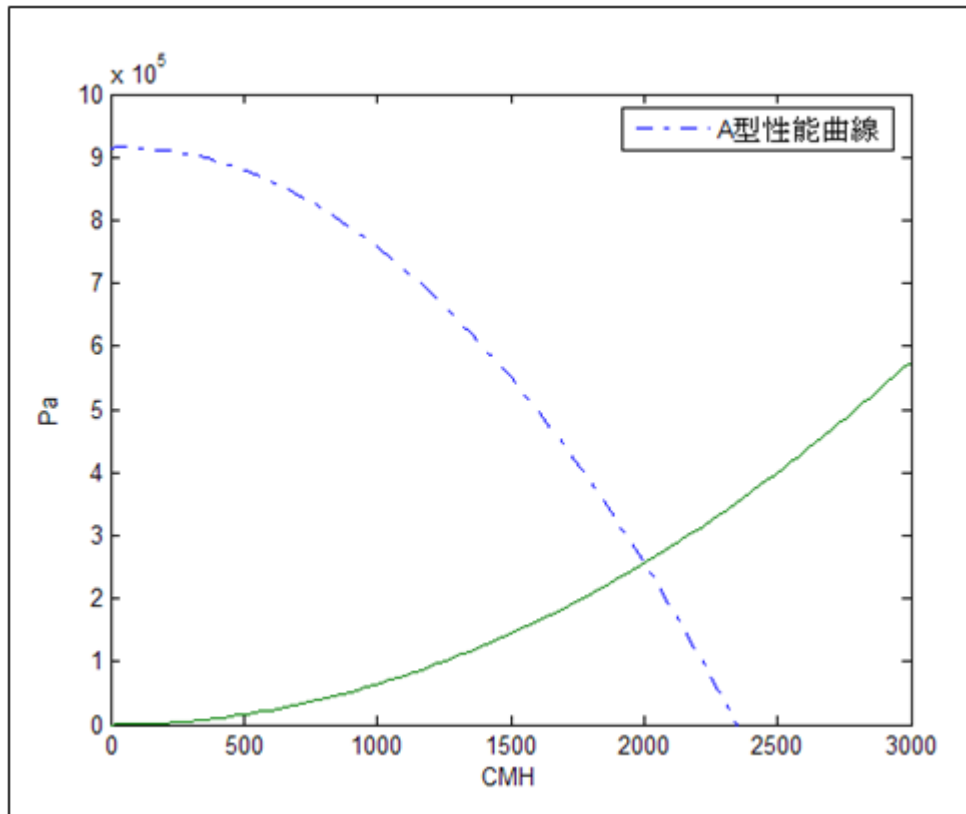
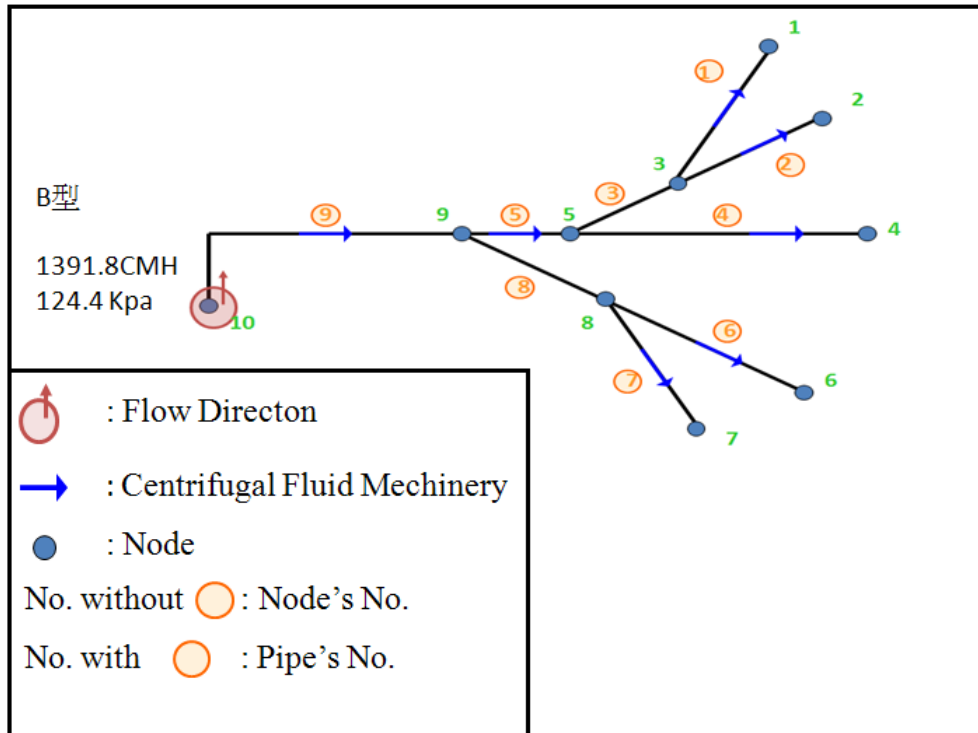


圖 4-6 A 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-5 系統的性能曲線及阻抗曲線



管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	185.2	1.60
2	129.6	1.60
3	314.7	5.00
4	290.5	6.60
5	605.2	31.7
6	502.9	9.82
7	283.7	9.82
8	786.6	28.5
9	1391.8	86.1

圖 4-7 B 型泵浦 1750rpm 在圖 4-1 之流量分佈

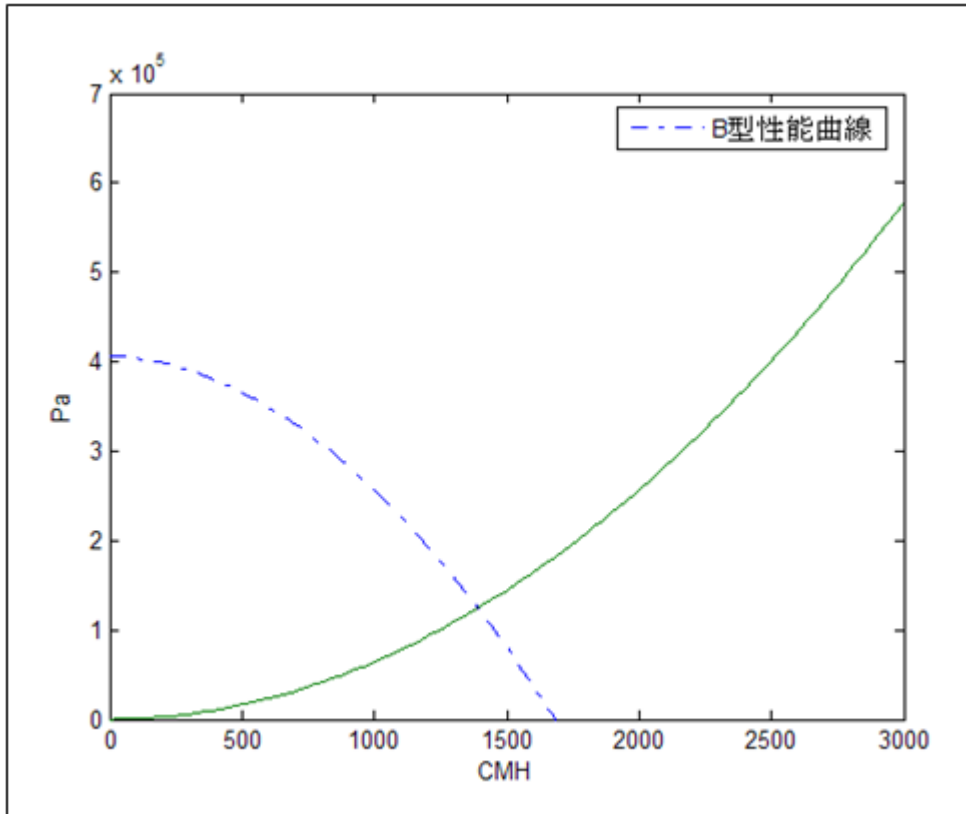
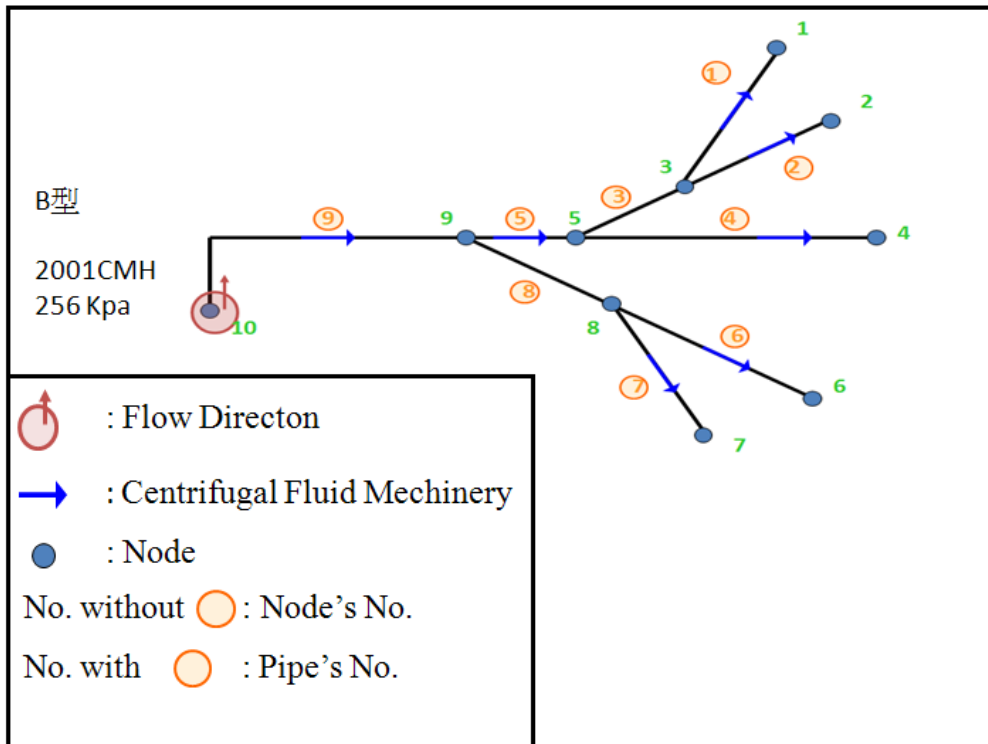


圖 4-8 B 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-7 之系統的性能曲線及阻抗曲線



管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	267.3	3.28
2	185.9	3.28
3	453.2	10.24
4	416.7	13.52
5	869.9	65.31
6	724.5	20.20
7	406.7	20.20
8	1131.2	58.63
9	2001	177.41

圖 4-9 B 型泵浦 2515rpm 在圖 4-1 之系統流量分佈

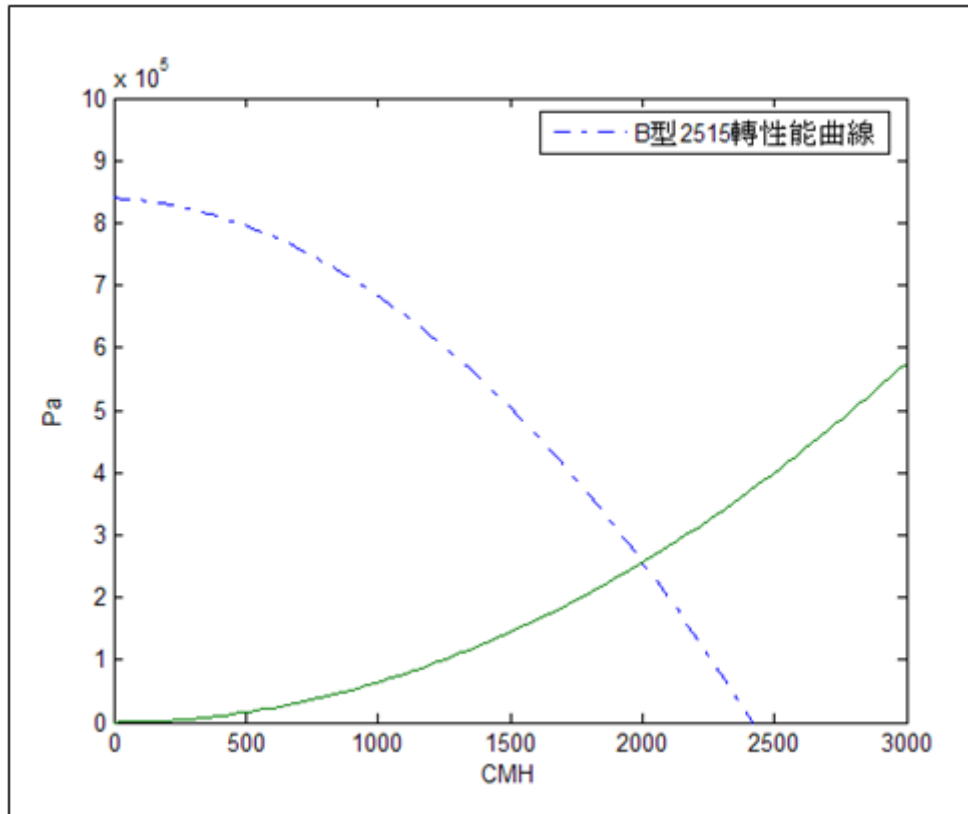


圖 4-10 B 型泵浦對應圖 4-1 及圖 4-9 之系統的性能曲線及阻抗曲線

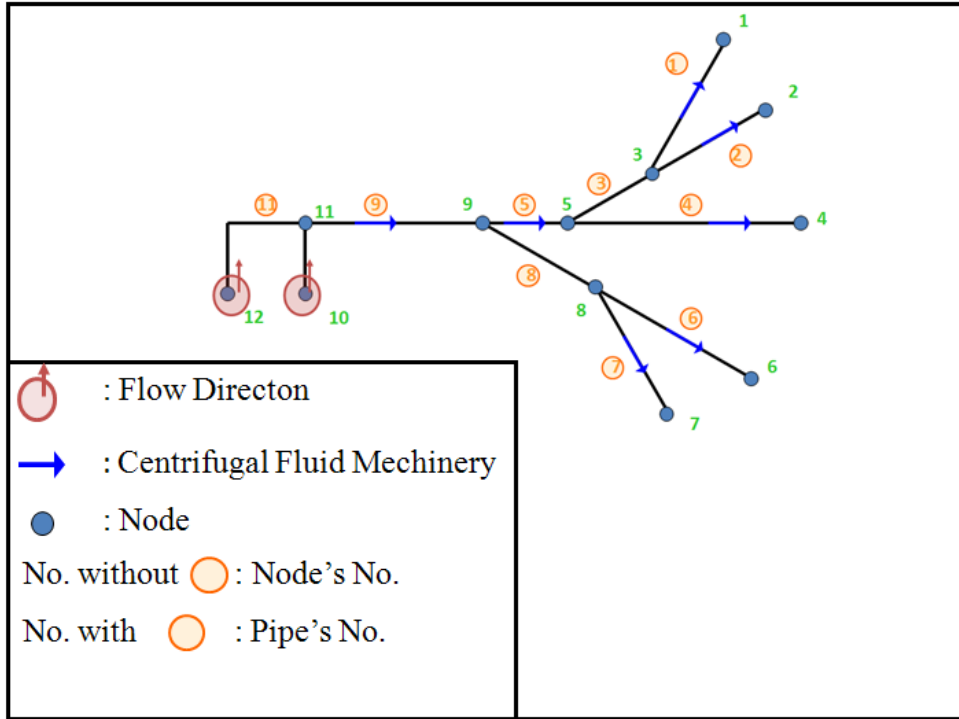
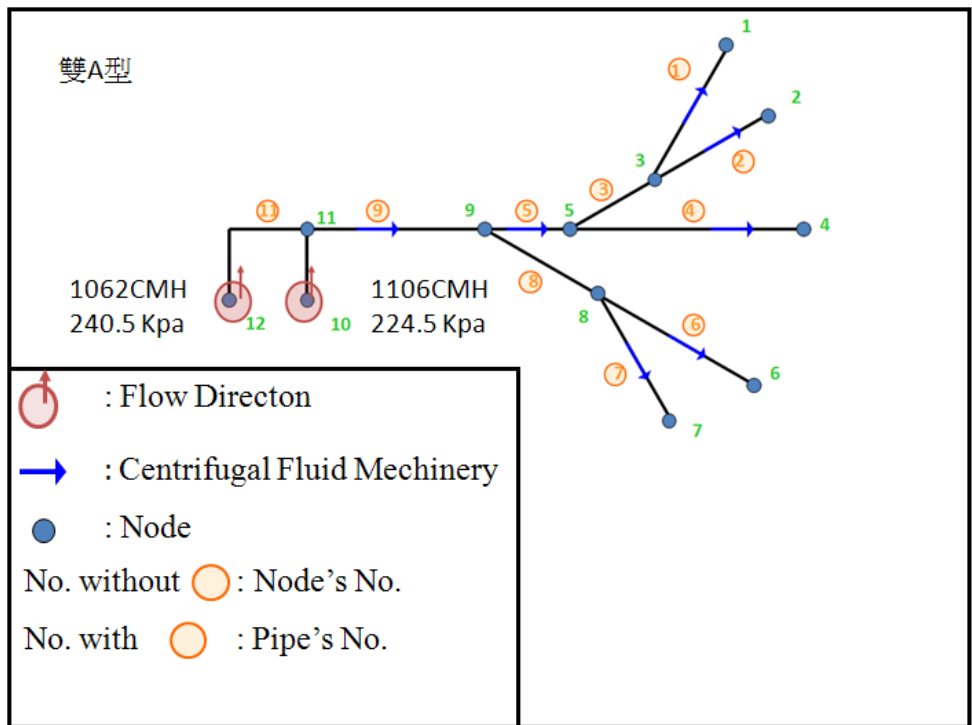


圖 4-11 兩台並聯動力源形式之管路系統





管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	137.9	2.83
2	267.5	2.83
3	405.4	28.34
4	904.9	31.16
5	1310.3	65.87
6	569.2	12.48
7	288.7	12.48
8	857.8	84.56
9	2168.1	79.63
10	1106.0	47.83
11	1062.2	63.81

圖 4-12 相同 A 型泵浦 1750rpm 並聯對應圖 4-11 系統之流量分佈

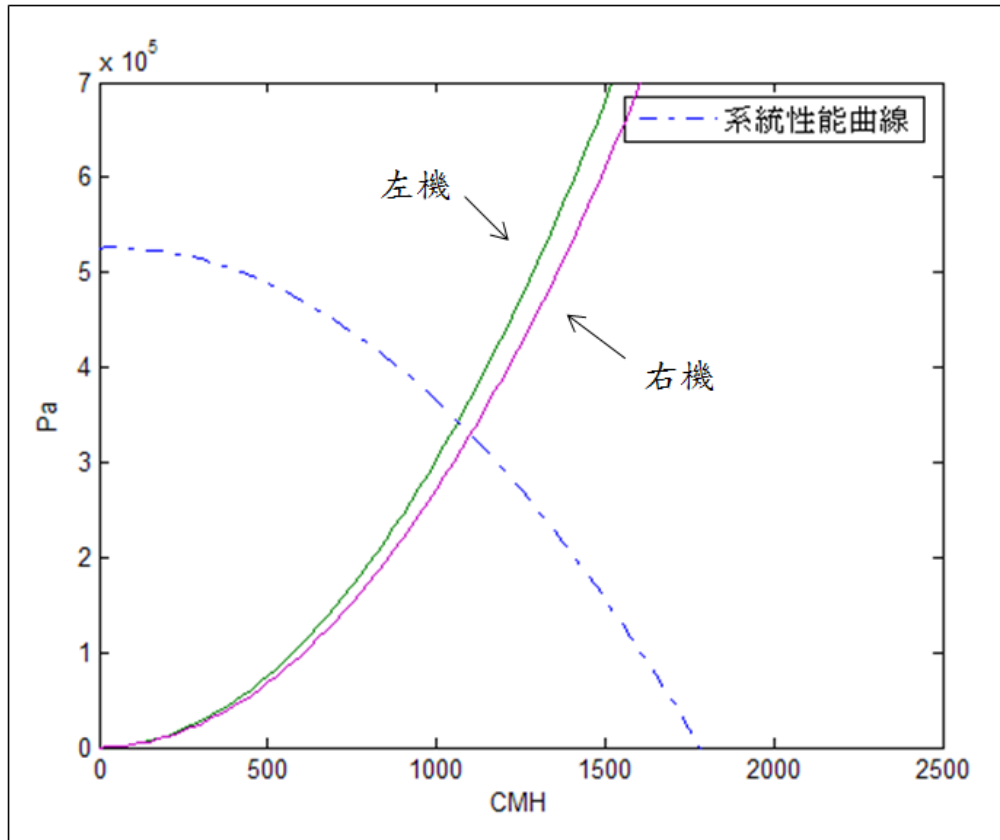
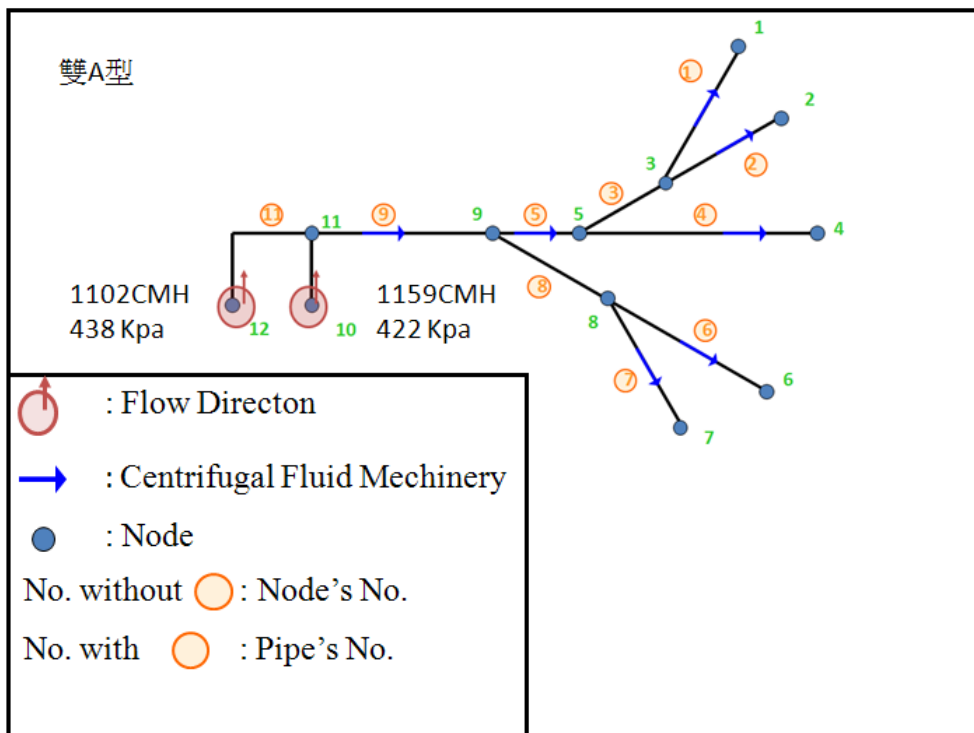


圖 4-13 相同 A 型泵浦並聯對應圖 4-12 個別之阻抗曲線及性能曲線



管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	448.5	18.4
2	443.9	18.4
3	892.4	82.7
4	450.8	101.0
5	1343.2	69.9
6	456.9	19.4
7	461.6	19.4
8	918.4	151.4
9	2261.6	199.0
10	1159.5	52.6
11	1102.1	68.6

圖 4-14 相同 A 型泵浦調至每個出口流量相同

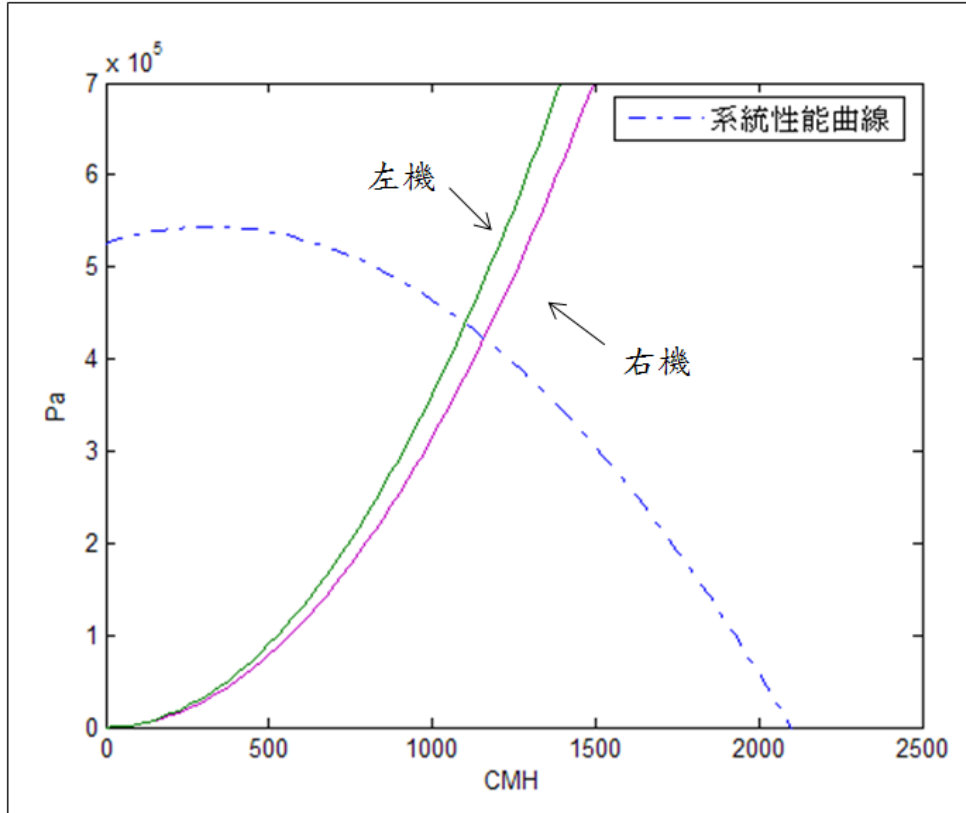
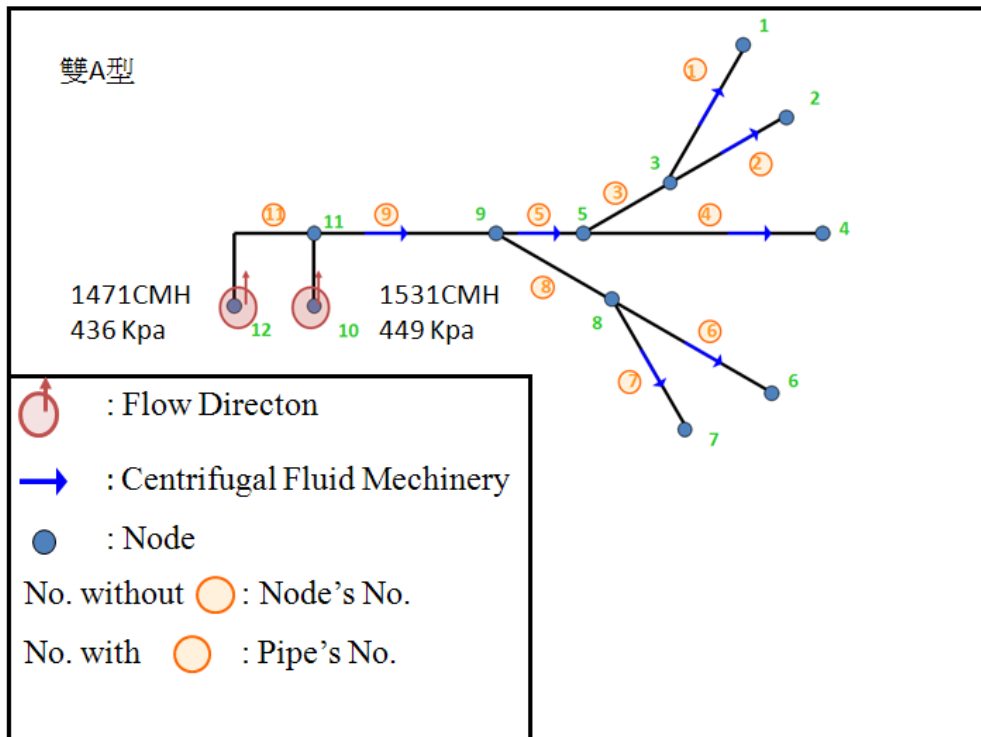


圖 4-15 相同 A 型泵浦調至每個出口流量相同之個別之阻抗曲線及性能曲線



管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	189.7	5.4
2	371.1	5.4
3	560.7	54.2
4	1254.4	59.6
5	1815.1	126.0
6	788.7	23.8
7	398.3	23.8
8	1187.0	161.8
9	3002.1	152.1
10	1531.4	110.8
11	1470.7	97.8

圖 4-16 相同 A 型泵浦 1750rpm 並聯調至所需流量 3000CMH

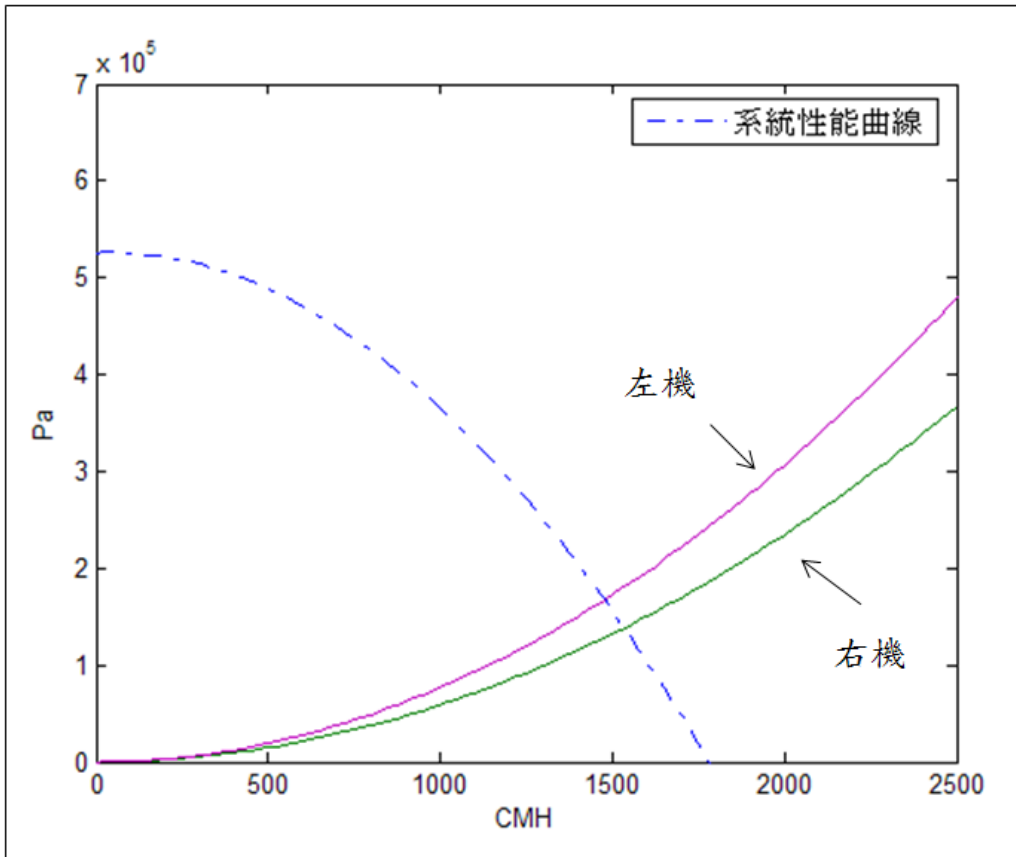


圖 4-17 相同 A 型泵浦 1750rpm 並聯調至所需流量 3000CMH 之阻抗  
曲線及性能曲線

表 4-2 並聯兩台動力源系統及各管段與工作流體資料

管段編號	直徑 (mm)	管長 (m)	絕對粗糙度
1	225	20	0.15
2	225	20	0.15
3	225	20	0.15
4	225	20	0.15
5	225	20	0.15
6	225	20	0.15
7	225	20	0.15
8	225	20	0.15
9	225	20	0.15
10	225	20	0.15
11	225	20	0.15
管段編號	含 90 度彎管	含 45 度彎管	風門數量
1	1	0	0
2	0	0	0
3	1	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	1	0	0
8	1	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	1	0	0
工作流體		水	
密度 (kg/m <sup>3</sup> )		1000	
黏滯係數 (kg/mxs)		0.001	

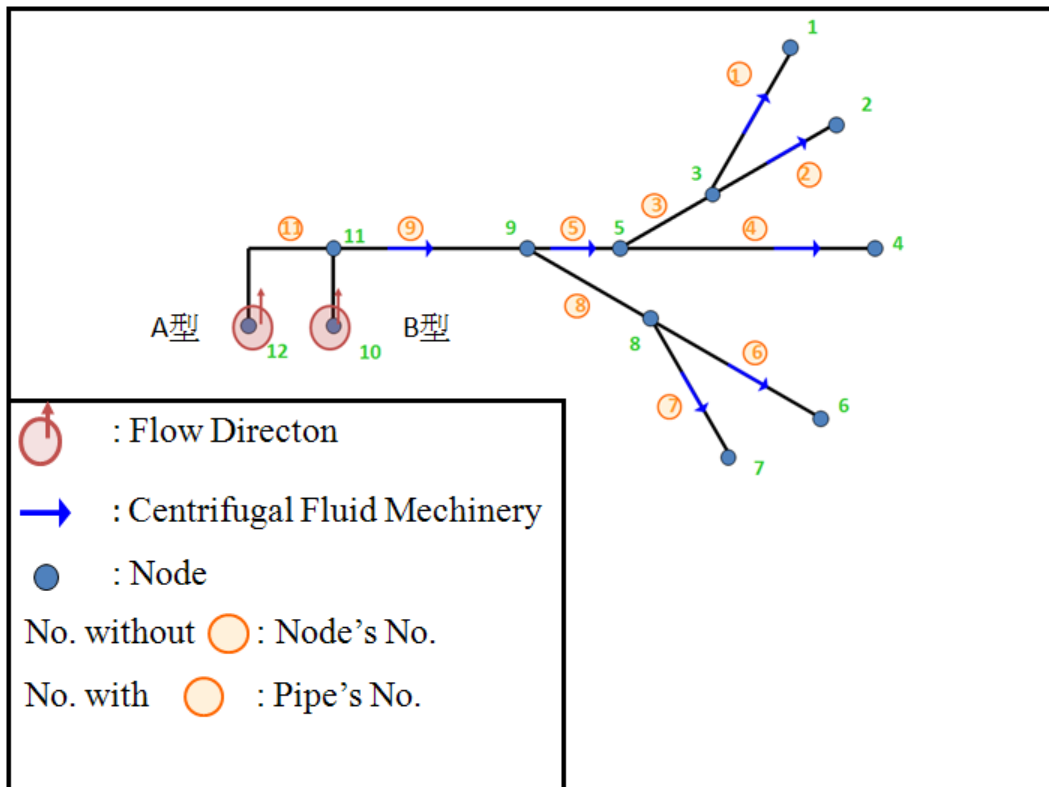
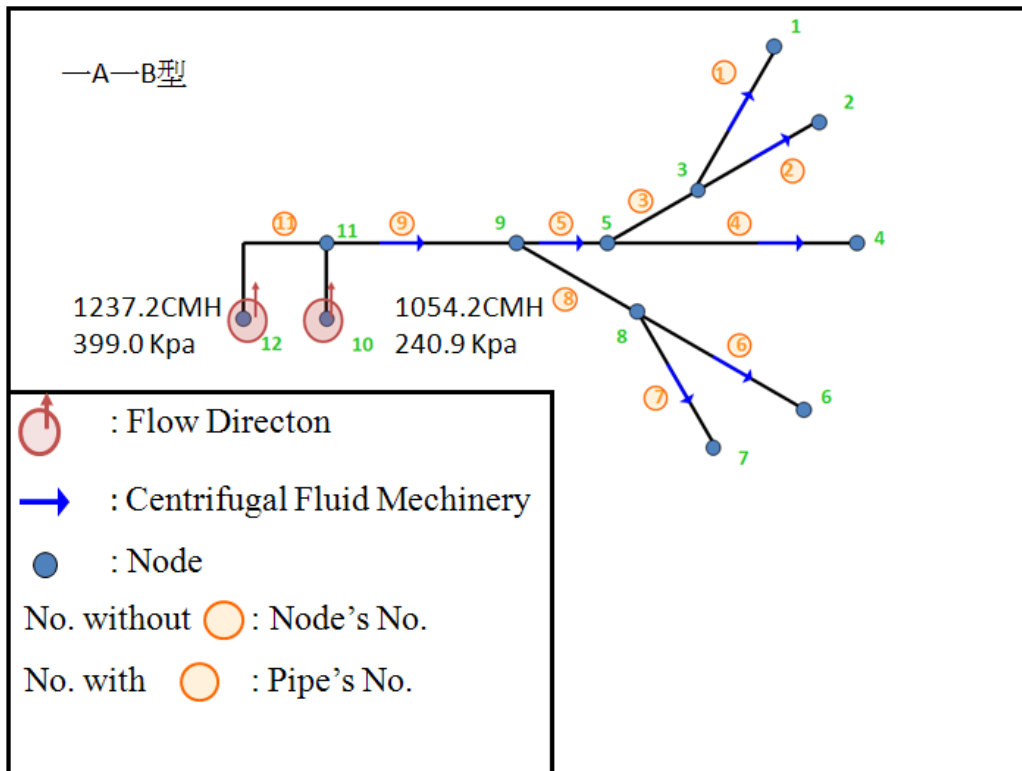


圖 4-18 不同型動力源並聯管路系統之型式





管段編號	流量 CMH	壓損 KPa
1	145.6	3.16
2	282.8	3.16
3	428.4	31.65
4	956.5	34.81
5	1384.9	73.56
6	601.6	13.94
7	304.9	13.94
8	906.5	94.43
9	2291.4	204.26
10	1054.2	43.56
11	1237.2	201.72

圖 4-19 —A—B 型泵浦 1750rpm 並聯對應圖 4-18 系統之流量分佈

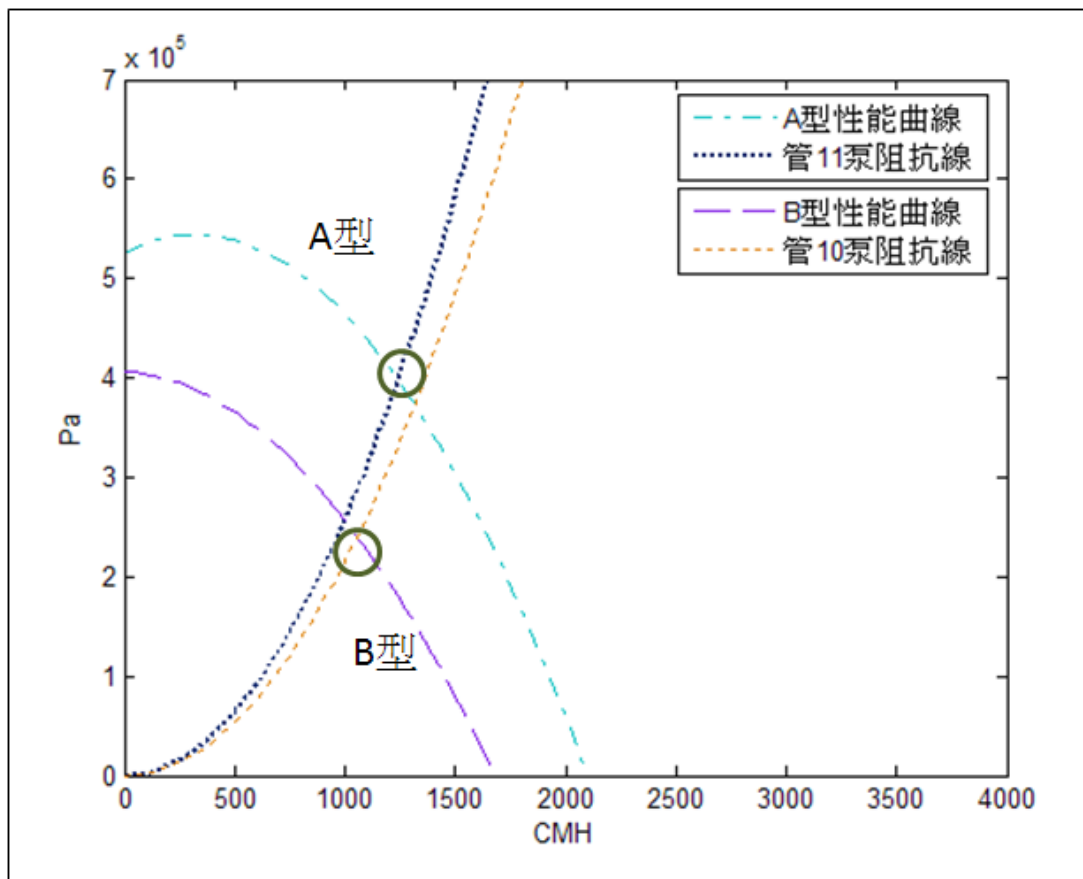


圖 4-20 — A — B 型泵浦並聯對應圖 4-18 個別之阻抗曲線及性能曲線

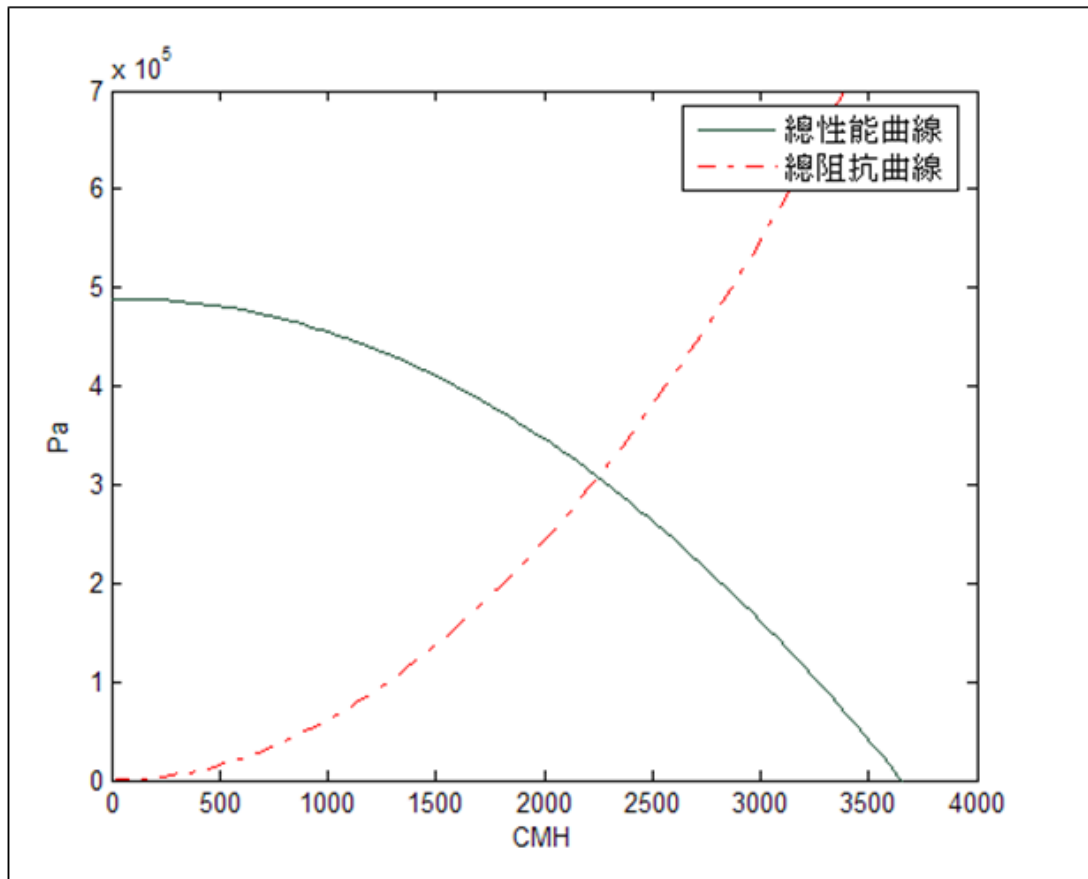


圖 4-21 一 A 一 B 型泵浦並聯所對應之阻抗曲線及性能曲線

## 第二部份：

在實際工程應用中，比例、積分、微分控制，簡稱 PID 控制受到相當廣泛的使用，由於其穩定性好、工作可靠、調節方便且結構相當簡單而成為工業控制的主要技術之一。當對一個系統或是被控制對象並不是相當熟悉，或不能透過有效的測量方法來獲得系統參數時，最適合使用 PID 控制技術。PID 控制就是根據系統的誤差，利用比例、積分、微分計算出控制量進行控制。可編程控制器(PLC)即是利用其閉環控制模組來實現 PID 控制。

在這部分為實驗數據之討論，依據現場探勘之結果，可以畫出圖 4-22 五個泵浦輸入，五個出口的模型，紅色圓圈帶一個箭號即代表一個泵浦輸入，藍色箭頭代表流向，藍綠色點及各個節點位置，而橘色數字為管段編號，綠色數字為節點編號，如此物理模型及建構完成，而其泵浦之性能曲線、效率曲線等資料，以下將一一介紹。

由永大牌抽水機使用說明書上所記，型號為 YT × 3" D 型，馬力 10HP，其所給定之三個資料點分別為[總揚程(H):呎(Ft)，出水量(Q):加侖/分(GPM)]：  
(98.4，264)，(114.8，226)，(131.2，158)，可得出圖 4-23 之性能曲線。

由於未知其效率曲線，然而知道在性能曲線上，越趨近平滑處其效率越高，若性能曲線和阻抗曲線之交點太低或太高在實際運用上並無法使用，所以可以假定其在流量 57 CMH 時，為最高效率 90%，之所以未定到 100%也是因為實際運用並無法達成之故，其餘流量效率依次遞減而得到圖 4-24 之效率曲線圖。

之前在找對應流量和壓力時，是先計算整段流道之阻抗曲線，接著配合所給定之風機性能曲線，兩曲線之交會點，即所謂操作點，而得到對應的流量和壓力。然而在實際工廠運作方面，皆必須在定壓下進行操作，如此便有別以往。之前調整轉速時是依照相似定理(流量、壓力)關係去找出不同轉速及頻率的性能曲線。但是當需求的壓力不變，轉速(頻率)改變後就不能依照相似定理去做出改變轉速的曲線。因為相似定理就是流量跟壓力的關係同時作變化找出其關係式。所以必須先找出新的關係式使之可以使用相似定理，再找出新的性能曲線。其使用方

法說明如圖 4-25。

圖 4-26 為所使用之 PLC 控制介面，KP、KI、KD 值即為比例、積分、微分控制，經過現場工程師的調整指正後，決定將 KP 值定在 0.1，KI 值 50，KD 值 0，如此所得到的結果收斂性相當好。

而在 AUTOMATIC 和 MANUAL 部分，自動即是控制所需壓差值，而壓差值的意義稍後會解釋，而手動為控制各機台之頻率值，範圍為 0 至 60Hz，透過控制頻率，即可控制其泵浦轉速，而得到各轉速下之流量，及最大轉速下之最高流量值。其後將會針對自動和手動分別進行探究。

由照片 4-1 可大致看出現場實驗機台之陳設情況，由左側之大型儲水槽接管至三台 3500rpm，25A，及兩台 3510rpm，26A 之變頻離心式泵浦，在接至右方之平衡閥區。當只開啟一泵浦時，首先必須先克服一段約 2.2 公尺之水頭差，而接著由於只開啟一泵浦，所以有些水流會跑去其他泵浦之入口端，而造成後方水量之些微損失，這在只開啟一泵浦，而將其他泵浦之入口閘門關閉(如照片 4-2 所示)，發現 PLC 系統所顯示之壓差值變大而可以得到證明。

由照片 4-3 可看到壓力計設置於平衡閥區之入口端及出口端，而透過壓力轉換公式，在同一管道下：

$$P = \rho v^2 \quad (4-7)$$

上式中之  $P$  即是 PLC 系統所顯示之壓差值，而  $\rho$  為水之密度  $1000\text{kg}/\text{m}^3$ ；透過上式之計算，可以發現  $P$  值越大(即平衡閥區入口端及出口端之壓差值越大)，則速度平方差  $v^2$  越大，而流量等於速度乘上通過面積，在假設出口端速度在很低的情況下，可以得到有效的流量值。

在進行實驗測試時，一般是將五個平衡閥皆轉到最大開度，後來測試將三個平衡閥關閉，如圖 4-27 所示，只開一泵浦，在 Auto 情況下，將壓差值設定在 0.02bar，上圖為五個平衡閥全開的情況，可發現總耗損功率為 0.377kW，下圖為只開兩個平衡閥，總損耗功率為 0.268kW，由此可知多經過三根管道的能量損失

是相當可觀的。

### 手動(MANUAL)部分：

在手動部分，即是控制頻率或轉速，分別對一、二、三、四、五台泵浦做頻率 30、40、50 和 60 赫茲的記錄，其結果列於表 1、表 2、表 3、表 4 和表 5。

表 4-3 為一台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率，所使用的泵浦為五號機，即圖 17 所示右上方之泵浦。前面有說過右側之泵浦為 3510rpm，26A，在加上管路配置的問題，每一台泵浦所得到的結果會有些許差距，而在此是以五號機為代表。而可看到不管頻率多少所得之壓差值皆為 0.026bar，探究其原因，所使用之泵浦為小功率馬達，其流量相對於以 bar 作單位換算來講非常小，所以雖然我們已經取到小數點下第三位，其所顯示的壓差值仍然相同，但所耗功率仍相差甚大。

表 4-4 為兩台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率，所使用的泵浦為四號機和五號機，即圖 4-29 所示右側之泵浦。壓差值和一台時一樣，並無明顯的改變，但總功率很明顯的隨頻率逐步提升。另外越接近出口端即四號機，所耗的功率會越大，由圖 4-29 可看到四號機所耗功率為 1.6kW，五號機為 1.5kW。

表 4-5 為三台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率，所使用的泵浦為三號、四號和五號機，即圖 4-30 所示。這時台數已提升到三台，可明顯看出壓差值隨頻率提升之變化。總功率變化亦相當明顯。而更加遠離出口端的三號機，其所耗功率和四號、五號機的差距有 0.3 到 0.4kW 之多。

表 4-6 為四台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率，所使用的泵浦為二號、三號、四號和五號機，即圖 4-31 所示。

表 4-7 為五台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率，如圖 4-32 所示。

### 自動(AUTOMATIC)部分：

所謂「自動」控制，即是控制所得到的壓差值，由前面所推導出的式(4-7)知道，壓差值的大小即代表總流量的大小，所以有相同的壓差值義同有相同的流量，如此便能使用不同的台數而去得到相同的所需流量。經過手動調變頻率之結

果，可得到各台數在最大頻率 60Hz 之最大壓差值，分別為：五台 0.128bar、四台 0.087 bar、三台 0.061 bar、兩台 0.040 bar、一台 0.026 bar。為了得到相同流量下不同台數所耗功率的比較值，把壓差值控制在 0.06bar、0.04bar 和 0.02bar 來做比較。

當壓差值為 0.06bar 時，可以做出表 4-8 的結果，之所以沒有列出 1 台和 2 台的結果，是因為無法達到，而可以看到在 3 台時頻率已達最大值。比較各台結果，在開五台時各台頻率為 22.7Hz，總功率為 3.061kW，為最省能的台數。

當壓差值為 0.04bar 時，可以做出表 4-9 的結果，同樣在 1 台時無法達成此壓差值，比較各台結果，一樣在開五台時各台頻率最小，為 16.4Hz，總功率只有 1.211kW，為最省能的台數。

當壓差值為 0.02bar 時，可以做出表 4-10 的結果，這時一至五台皆可以達成此壓差值，而所耗功率也不在是五台全開時最小。比較結果，在開兩台時頻率為 8.9Hz，總功率只有 0.234kW，為最省能的台數。

#### 程式驗證與結果:

當五台泵浦在手動模式下，將頻率拉至最大 60Hz 時，其壓差值為 0.128bar，然而其並非一穩定數值而是一直變動，所以將最大壓差值定為 0.13bar，透過

$P = \rho v^2$  的公式計算：

$$0.13bar = 13000 pa$$

$$\rho = 1000kg / m^3$$

$$v = 3.61m / s$$

$$Q = v \cdot A$$

$$r = 0.09m$$

$$Q = (3.61) \times (0.09)^2 \pi$$

$$= 0.092m^3 / s$$

$$= 331.2m^3 / hr(CMH)$$

如此可以得到現場實驗機台之最大流量值為 331.2CMH。

使用以上所述之五台並聯泵浦模型，並導入其性能曲線和效率曲線，假設其總負載時最高頻率為 60HZ，對應到之轉速為 3500 轉，此時之個別泵浦流量為 75 CMH，可做出表 4-11 之結果。由此表可發現，在定壓的條件下，其流量即已給定，由於假定為最高頻率，所以將流量定在性能曲線較末端之 75 CMH，而得到較低之泵浦效率 79.0%。最高頻率之總流量為 374.4 CMH。這和實驗所出之 331.2CMH 相差不遠，在可接受範圍內。所以可以利用之前所推出之性能曲線和效率曲線來做驗證和比對。

最高頻率之總流量為 374.4 CMH，若現今工廠所需流量為 300 CMH，在同樣五台泵浦之操作條件下，必須降低其頻率，即將轉速從 3500 轉調至 3050 轉，可得表 4-12 之結果。由表可發現所有機台壓力依舊維持在 172681 Pa，而其流量稍降低的結果使操作點更接近平滑區，效率因而提升到 85.1%，總功率下降至 22.6hp。

接著再將工廠所需流量下降為 200 CMH，此時同樣必須降低其頻率，即將轉速從 3500 轉調至 2550 轉，而操作點將更接近平滑區效率達至 89.8%，其詳細結果如表 4-13 所示。

為了增加比較之台數，將所需流量再降至 100 CMH，此時降頻轉速調至 1153.7 轉，可以發現各台泵浦效率急降至 65.6%，所耗功率變得相當小，所以取小數點下至第二位，得總功率為 9.80hp，詳細結果如表 4-14 所示。

接著以工廠所需流量為 300 CMH 做基礎，換做四台泵浦來做測試，在這邊所遭遇到的問題是在最高頻率下並未達到 300 CMH，因此必須升頻，即把轉速調高至 3504 轉，這和實際情況不符，並無法達成，但還是可以做出模擬之結果，其結果如表 4-15 所示。



由於所需流量 300 CMH 四台泵浦實際並無法達成，所以改以工廠所需流量 200 CMH 來做比較，可發現其效率亦高達 88.8%，總功率耗損 14.5hp，詳細資料如表 4-16 所示。

接著將總流量改至 100 CMH，其效率並未像五台調至 100 CMH 時降至如此低，仍有 77%，總功率一樣取至小數點下第二位，結果如表 4-17 所示。

接著同樣工廠所需流量為 200 CMH，改為三台泵浦，降頻將轉速從 3500 轉調至 3246 轉，可得到表 4-18 之結果。

同樣三台泵浦，將總流量再降至 100 CMH，可得表 4-19 之結果。

兩台泵浦最高頻率流量並未能達到 200 CMH，所以只做流量 100 CMH 之比較，降頻調轉速 3500 轉至 2780 轉，可以得到表 4-20 之結果。

#### 討論:

比較三台、四台和五台在所需流量 200 CMH 之總功率(由於二台最高頻率未達到 200 CMH，所以未列入)，其比較圖如圖 4-33 所示。在五台時不管是效率或是總功率皆為最好，因此若在此條件下，五台全開為最適宜情況。

比較兩台、三台、四台和五台在所需流量 100 CMH 之總功率，其比較圖如圖 4-34 所示。分析結果，可以發現總需求量 100 CMH，兩台所耗的能量最少。探究原因，雖然台數較多降低頻率會比較省功率，但還是不如台數遞減在降低些微頻率效果來的明顯。

雖然由於性能曲線和效率曲線為自設，再加上計算上時的些許誤差，模擬和實驗結果有些微差異，但可明顯看出其走勢是相同的。而且若操作點位置太高或太低，在模擬尚有可能會產生錯誤，因為這是不符合經濟效益的，但在實驗時仍有機會做出來。所以結論是只要在有效區間內，模擬皆能有效匹配實驗結果。

### 客製化：

為了進一步達到客製化的要求，在五台泵浦全開的情況下總流量為 374.4 CMH，透過數值模擬的方法將一至五台泵浦 50 到 374.4CMH 隨功率變化的曲線作出，如圖 4-35 所示。圖中紅色為五台泵浦的曲線，從最大流量 374.4CMH 往下每 5CMH 取一個點，可發現在 80CMH 時功率不降反升，這是因為使用效率過低的原因，在四台時也有類似的情況發生；之所以只取到 50CMH 是因為若在往下則泵浦效率太低將不符合使用原則。而將五條曲線放置同一張圖，即此五台泵浦所能操控的流量範圍，同一流量最低功率點即為此流量之最佳操作點，在 190CMH 至 374.4CMH 為五台最省能，150CMH 至 190CMH 為四台最省能，105CMH 至 150CMH 為三台最省能，65CMH 至 105CMH 為兩台最省能，50CMH 至 65CMH 為一台最省能，如此便能在一開始就能知道在幾台時最省能而無須一一調整，進而達到客製化的需求。

假設所需流量為 120CMH，則由圖 4-35 流量 120CMH 往上對，最低點為綠色的線，即在三台時為最省能的台數，操作人員此時可將頻率(假設原本為最大頻率 60Hz)調降至 32.75Hz，其詳細資料如表 4-21 所示，可得最省能之操作情況。

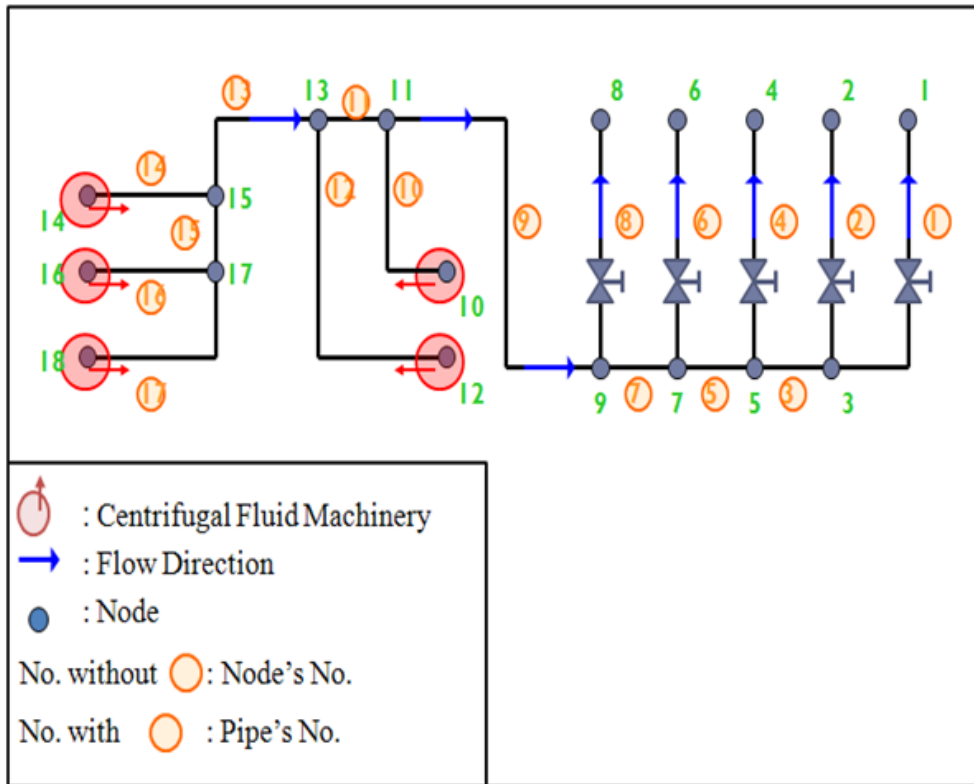


圖 4-22 五台泵浦輸入物理模式示意圖

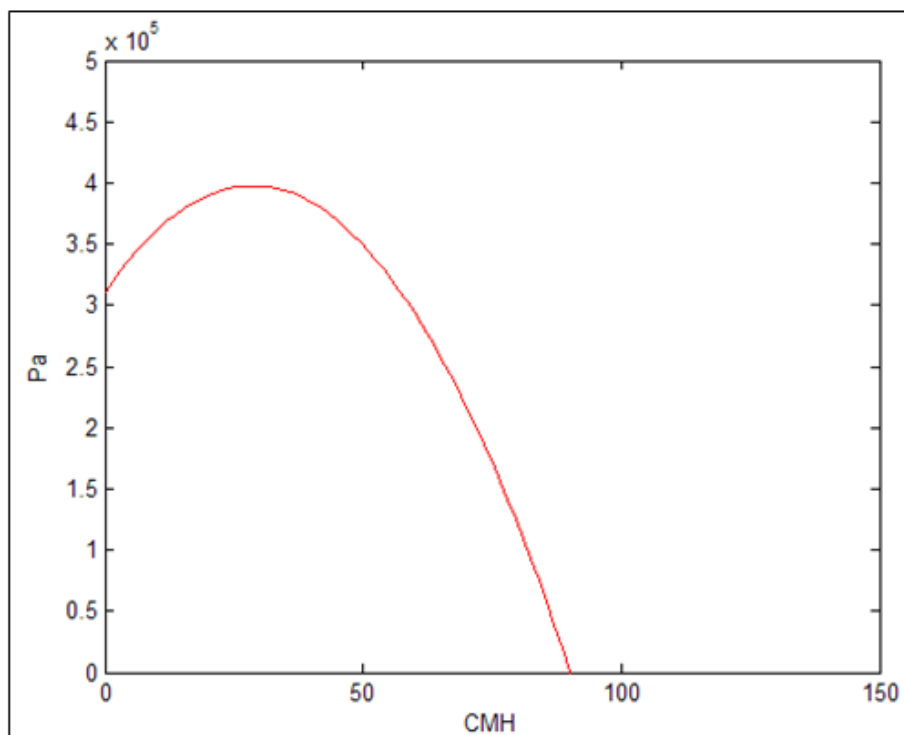


圖 4-23 廠商使用之泵浦性能曲線示意圖

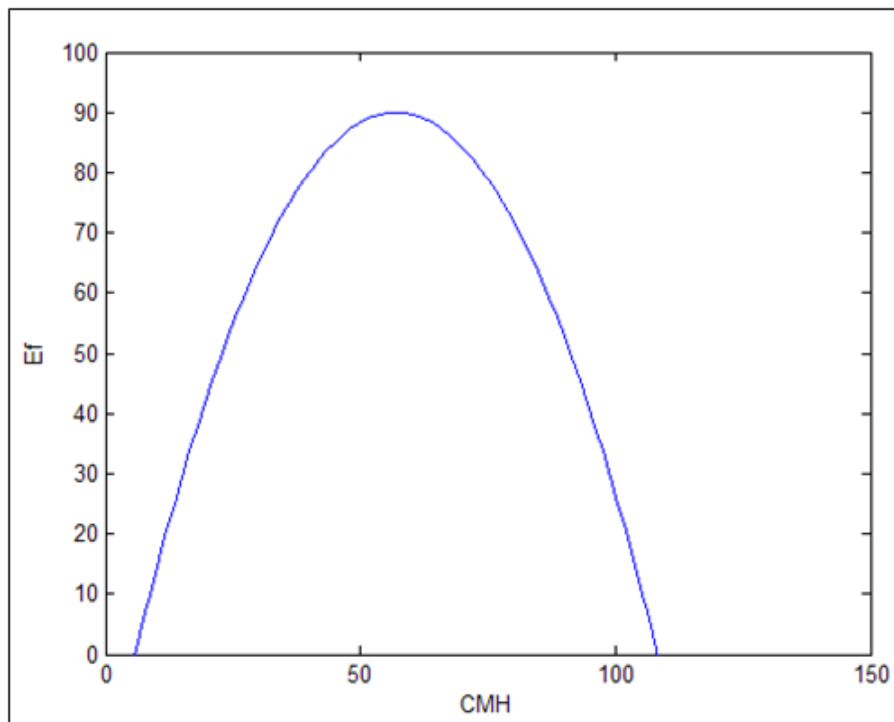


圖 4-24 廠商使用之泵浦效率曲線示意圖

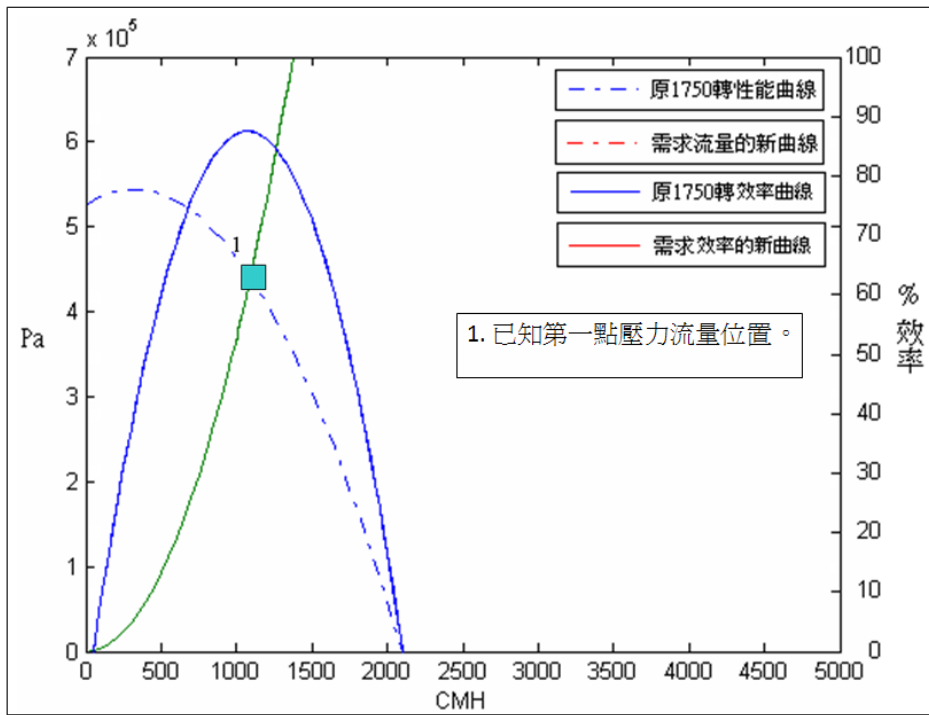


圖 4-25-1 等壓條件下改變轉速之方法示意圖

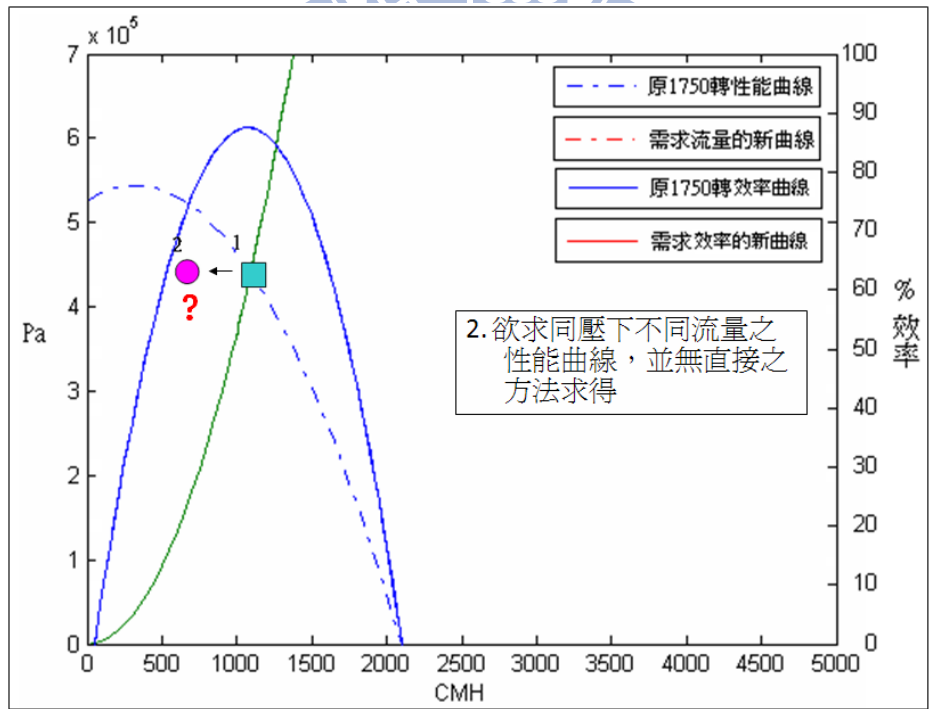


圖 4-25-2 等壓條件下改變轉速之方法示意圖

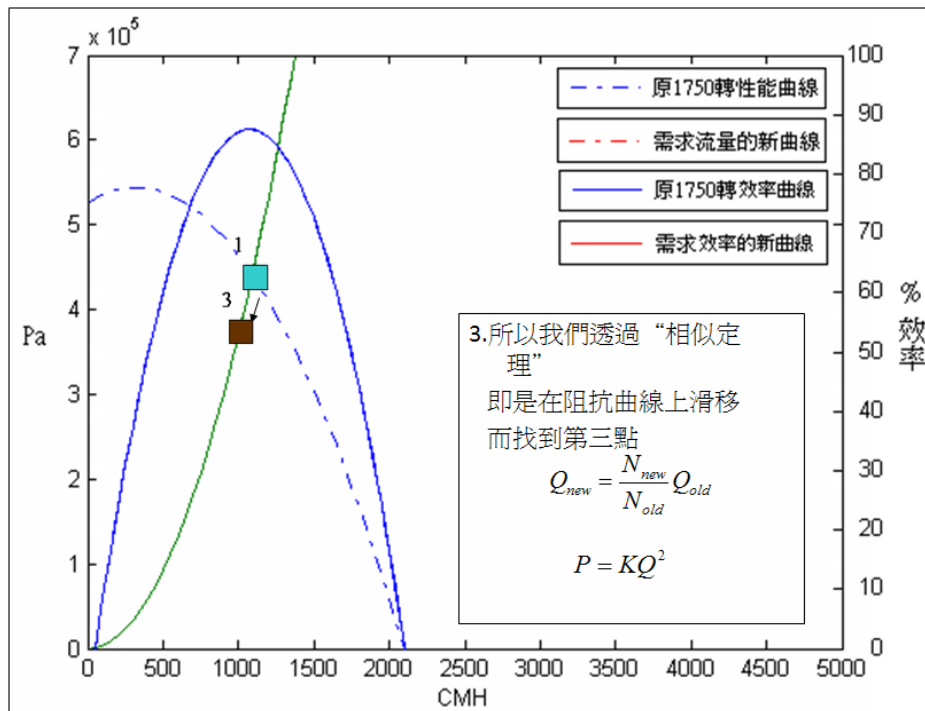


圖 4-25-3 等壓條件下改變轉速之方法示意圖

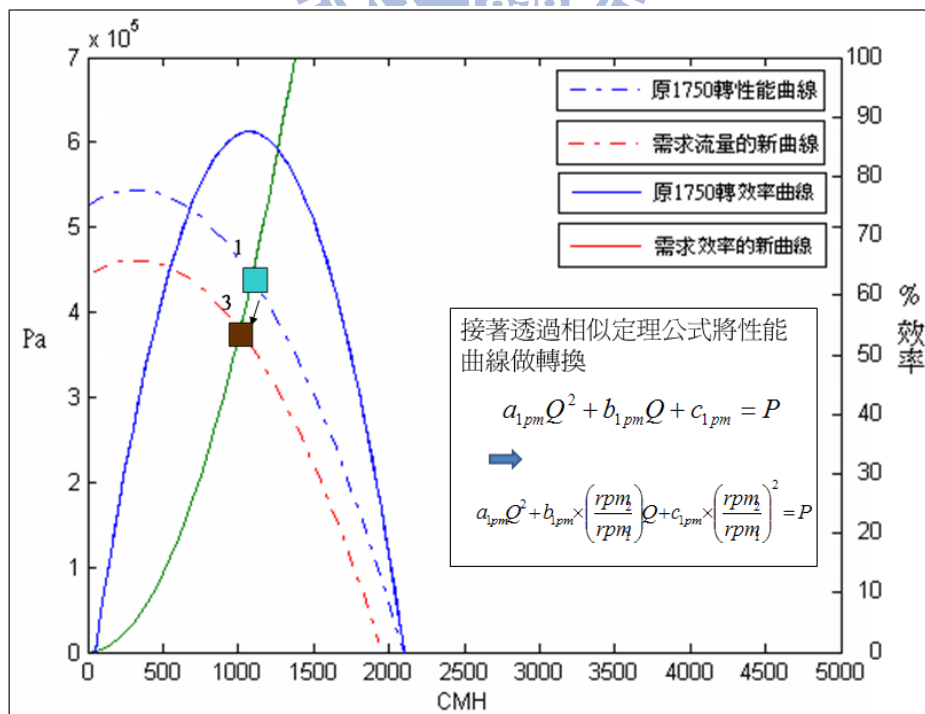


圖 4-25-4 等壓條件下改變轉速之方法示意圖

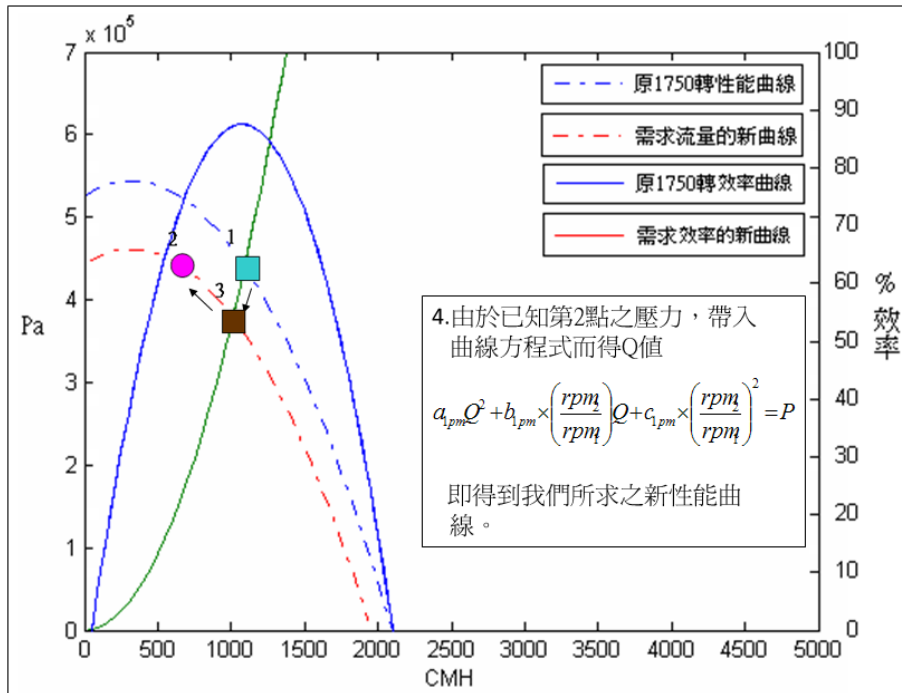


圖 4-25-5 等壓條件下改變轉速之方法示意圖



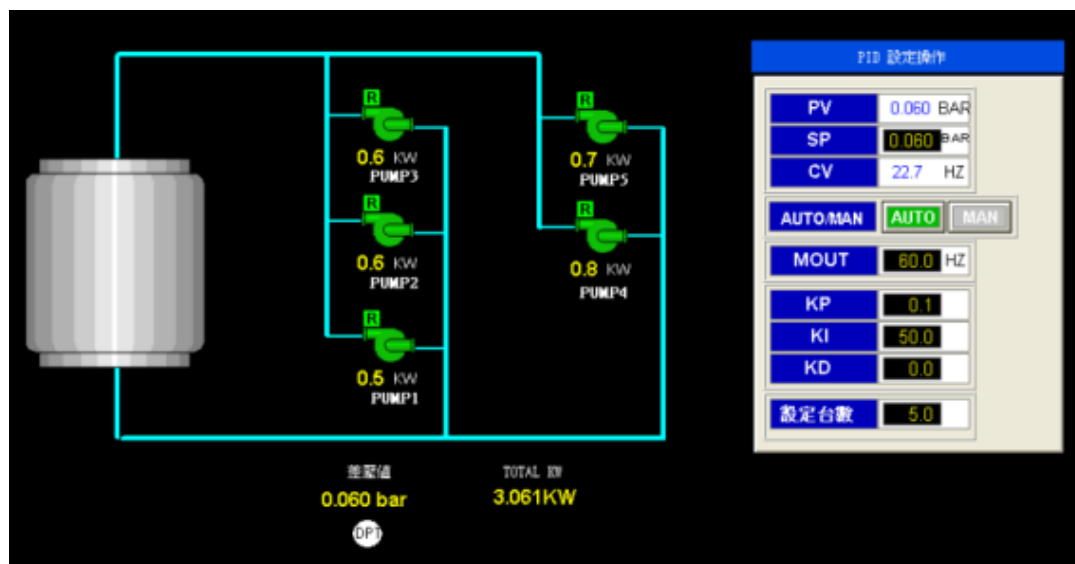


圖 4-26 現場所使用之 PLC 控制介面



照片 4-1 現場實驗機台之陳設情況



照片 4-2 泵浦之入口閘門關閉情形



照片 4-3 平衡閥區及壓力測試計

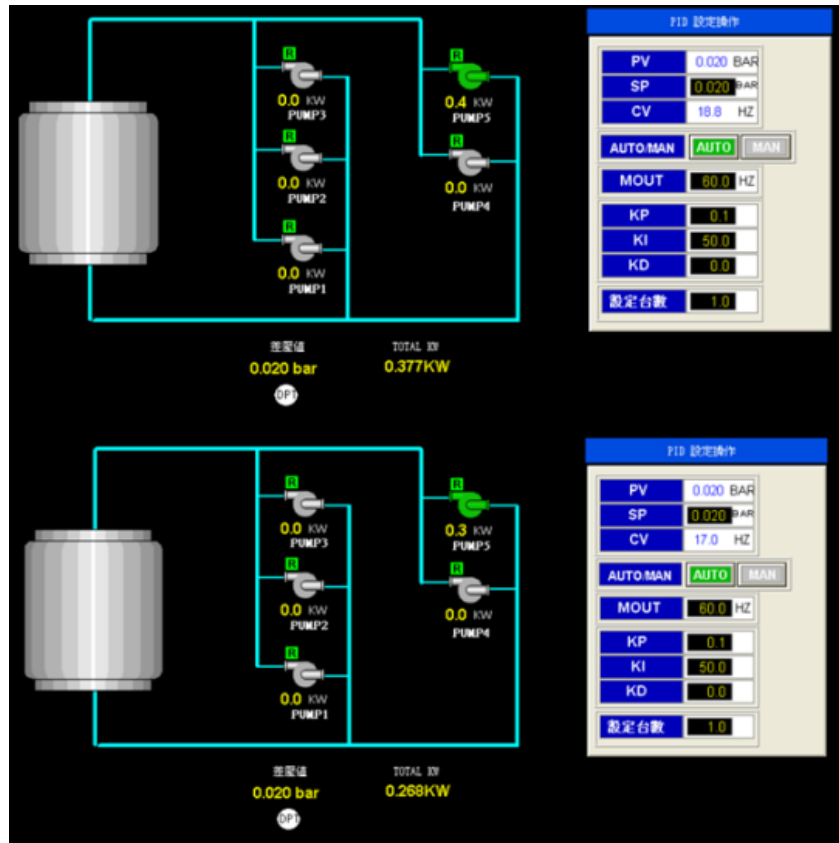


圖 4-27 五個平衡閥全開(上圖)和只開三個平衡閥(下圖)之比較

表 4-3 一台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率

	30HZ	40HZ	50HZ	60HZ
壓差值(bar)	0.026	0.026	0.026	0.026
總功率(kW)	1.543	3.101	4.592	6.751



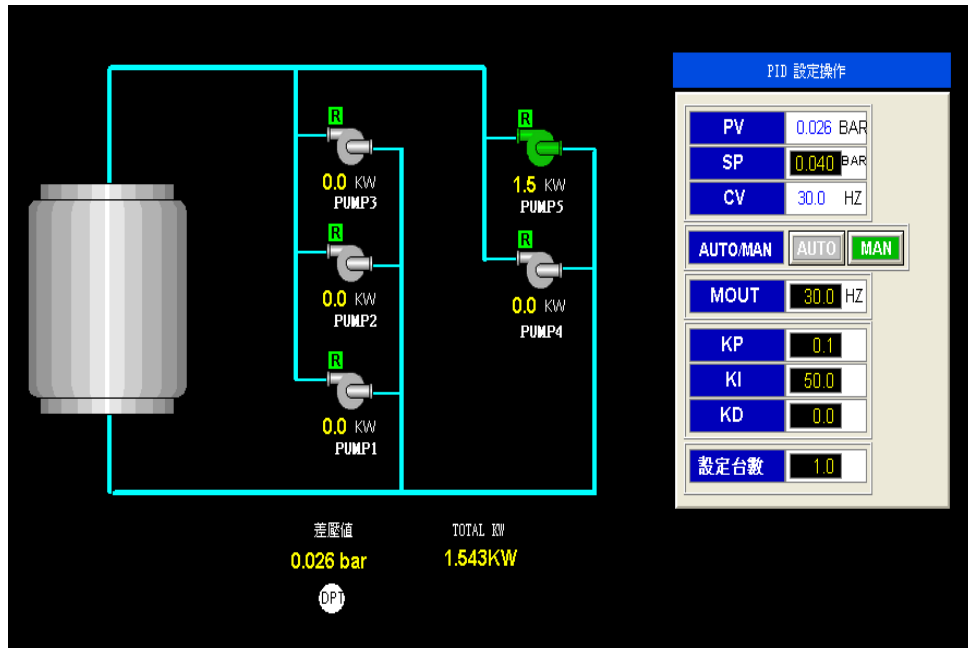
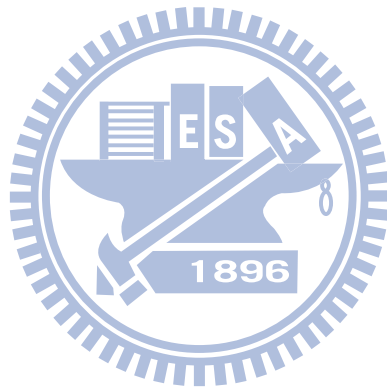


圖 4-28 一台泵浦在手動模式下之示意圖

表 4-4 兩台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率

	30HZ	40HZ	50HZ	60HZ
壓差值(bar)	0.036	0.040	0.040	0.040
總功率(kW)	3.168	6.231	9.268	13.858





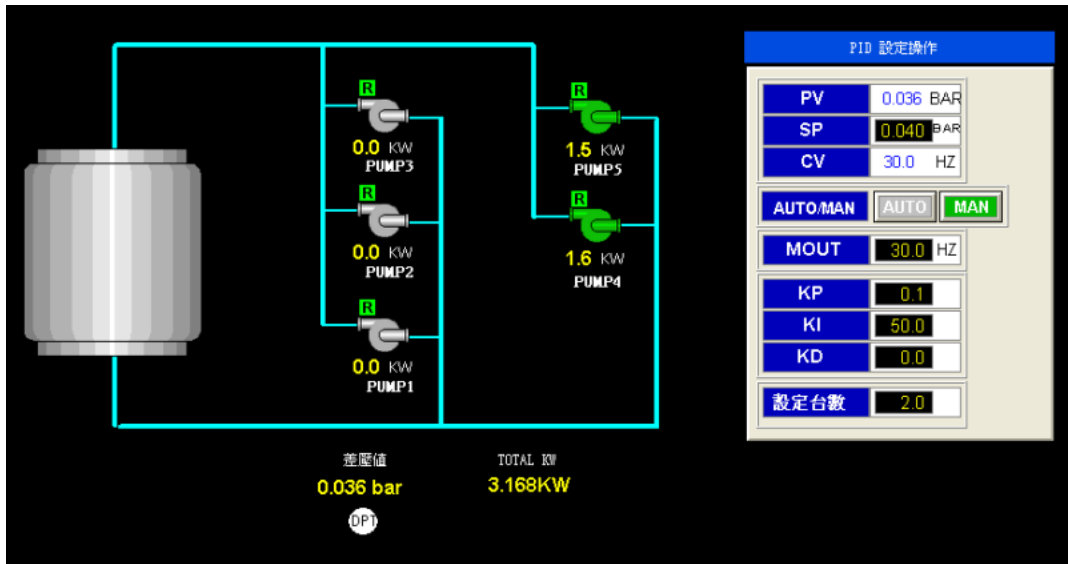


圖 4-29 兩台泵浦在手動模式下之示意圖

表 4-5 三台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率

	30HZ	40HZ	50HZ	60HZ
壓差值(bar)	0.050	0.055	0.059	0.061
總功率(kW)	4.362	8.691	13.132	19.922



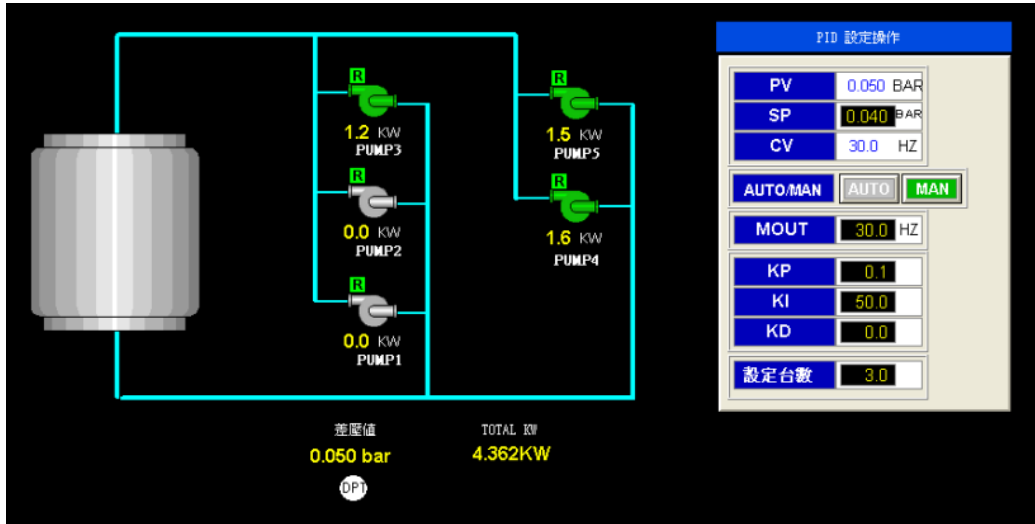
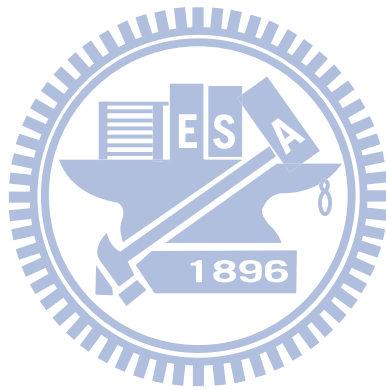


圖 4-30 三台泵浦在手動模式下之示意圖

表 4-6 四台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率

	30HZ	40HZ	50HZ	60HZ
壓差值(bar)	0.072	0.080	0.086	0.087
總功率(kW)	5.790	11.219	17.508	26.113



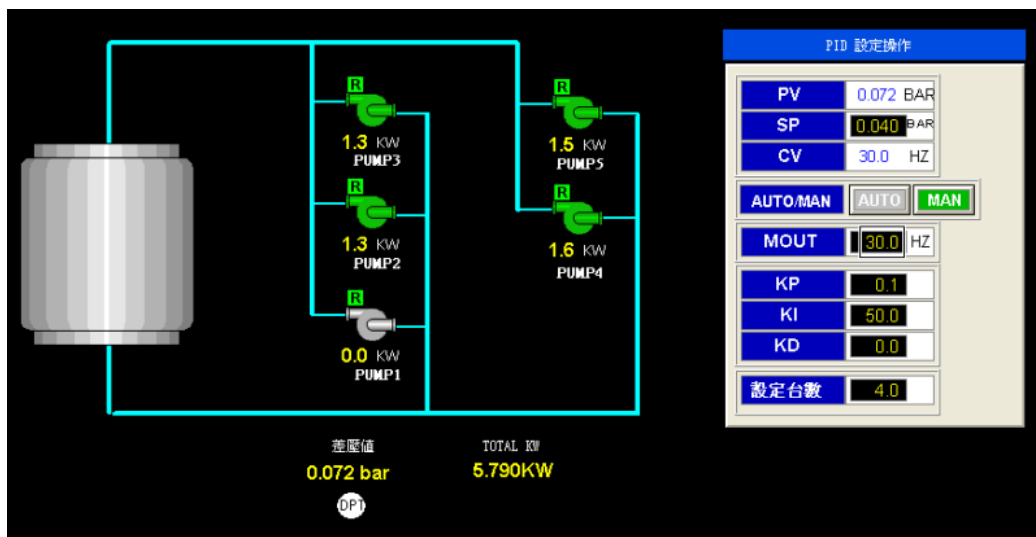
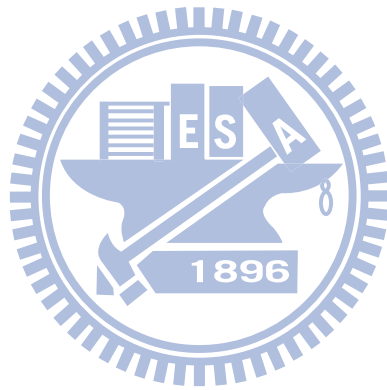


圖 4-31 四台泵浦在手動模式下之示意圖

表 4-7 五台泵浦在手動模式下各頻率之壓差值和總功率

	30HZ	40HZ	50HZ	60HZ
壓差值(bar)	0.096	0.115	0.123	0.128
總功率(kW)	6.765	13.471	21.117	32.085



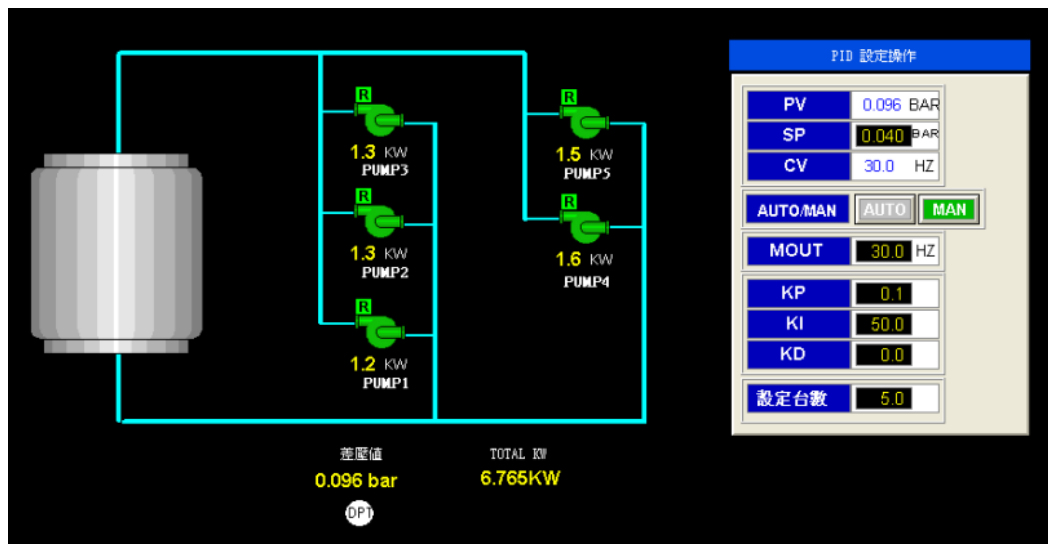


圖 4-32 五台泵浦在手動模式下之示意圖

表 4-8 在自動模式 0.06bar 下各台數之頻率和總功率

	3 台	4 台	5 台
頻率(Hz)	60	27.7	22.7
總功率(kW)	19.911	4.428	3.061

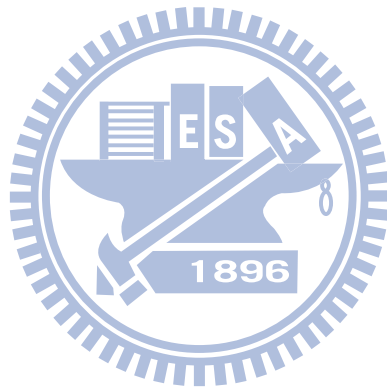




表 4-9 在自動模式 0.04bar 下各台數之頻率和總功率

	2 台	3 台	4 台	5 台
頻率(Hz)	56.2	25.9	18.8	16.4
總功率(kW)	11.275	2.817	1.502	1.211

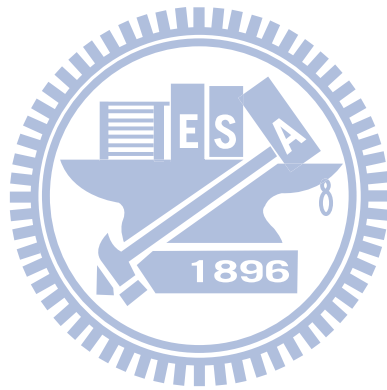


表 4-10 在自動模式 0.02bar 下各台數之頻率和總功率

	1 台	2 台	3 台	4 台	5 台
頻率(Hz)	18.8	8.9	65	6.8	7.2
總功率 (kW)	0.377	0.234	0.267	0.295	0.301



表 4-11 五台泵浦總負載時最高頻率之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	74.9	172681	79.0	6.1
12	74.9	172681	79.0	6.1
14	74.9	172681	79.0	6.1
16	74.9	172681	79.0	6.1
17	74.9	172681	79.0	6.1
總流量：374.4 CMH      總功率：30.5 hp				



表 4-12 五台泵總流量降至 300CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	60	172681	85.1	4.5
12	60	172681	85.1	4.5
14	60	172681	85.1	4.5
16	60	172681	85.1	4.5
17	60	172681	85.1	4.5
總流量：300 CMH      總功率：22.5 hp				



表 4-13 五台泵總流量降至 200CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	40	172681	89.8	2.9
12	40	172681	89.8	2.9
14	40	172681	89.8	2.9
16	40	172681	89.8	2.9
17	40	172681	89.8	2.9
總流量：200 CMH      總功率：14.5 hp				



表 4-14 五台泵總流量降至 100CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	20	172681	65.6	1.96
12	20	172681	65.6	1.96
14	20	172681	65.6	1.96
16	20	172681	65.6	1.96
17	20	172681	65.6	1.96
總流量：100 CMH      總功率：9.80 hp				



表 4-15 四台泵總流量調升至 300CMH 之結果圖(僅模擬其結果)

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	75	172681	79.0	6.1
12	75	172681	79.0	6.1
14	75	172681	79.0	6.1
16	75	172681	79.0	6.1
17				
總流量：300 CMH      總功率：24.4 hp				



表 4-16 四台泵總流量降至 200CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	50	172681	88.8	3.6
12	50	172681	88.8	3.6
14	50	172681	88.8	3.6
16	50	172681	88.8	3.6
17				
總流量：200 CMH      總功率：14.4 hp				





表 4-17 四台泵總流量降至 100CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	25	172681	77.0	2.09
12	25	172681	77.0	2.09
14	25	172681	77.0	2.09
16	25	172681	77.0	2.09
17				
總流量：100 CMH      總功率：8.36 hp				



表 4-18 三台泵總流量降至 200CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	66.7	172681	82.4	5.2
12	66.7	172681	82.4	5.2
14	66.7	172681	82.4	5.2
16				
17				
總流量：200 CMH      總功率：15.6 hp				



表 4-19 三台泵總流量降至 100CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	33.3	172681	87.2	2.46
12	33.3	172681	87.2	2.46
14	33.3	172681	87.2	2.46
16				
17				
總流量：100 CMH      總功率：7.38 hp				

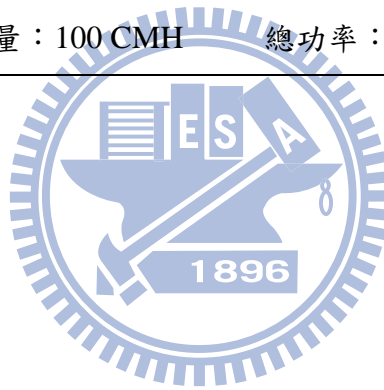
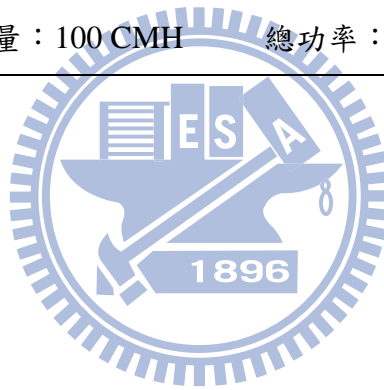


表 4-20 二台泵總流量降至 100CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	50	172681	88.8	3.62
12	50	172681	88.8	3.62
14				
16				
17				
總流量：100 CMH      總功率：7.24 hp				



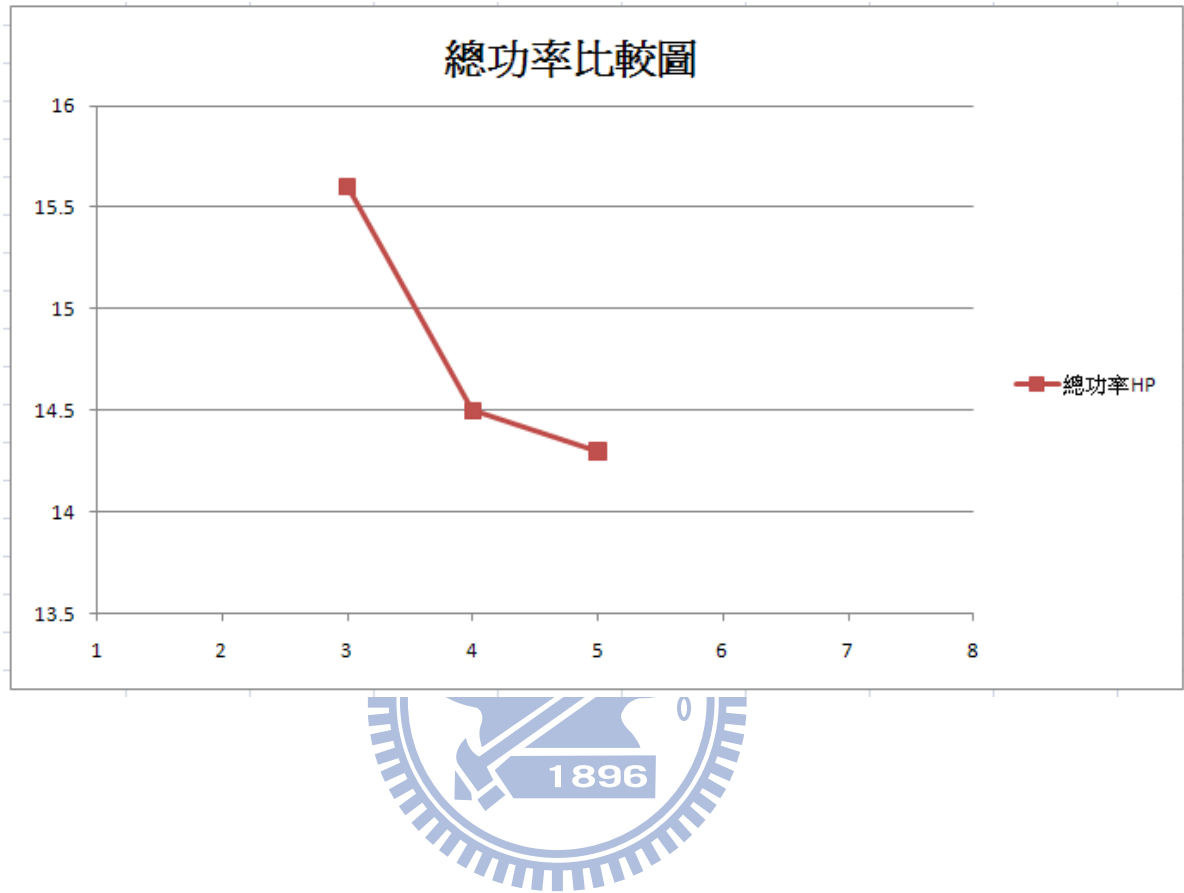


圖 4-33 三台、四台和五台在所需流量 200 CMH 之總功率比較圖

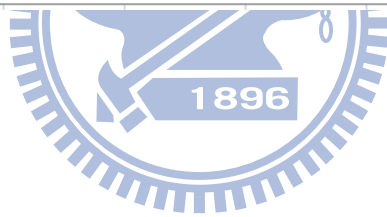
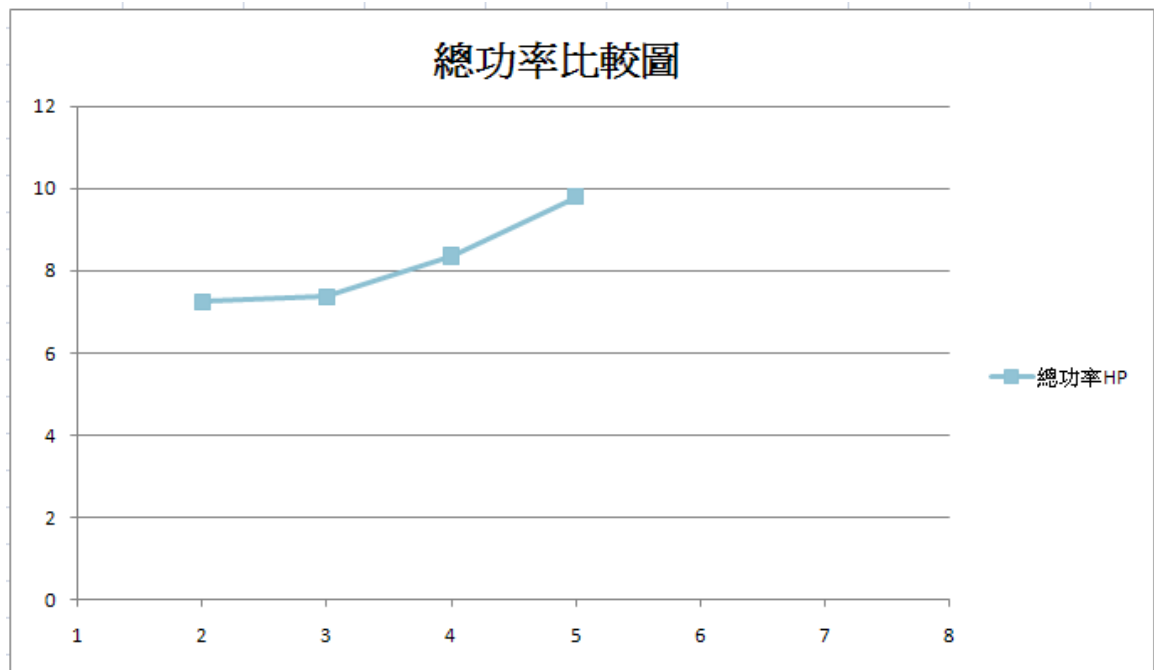


圖 4-34 兩台、三台、四台和五台在所需流量 100 CMH 之總功率比較圖

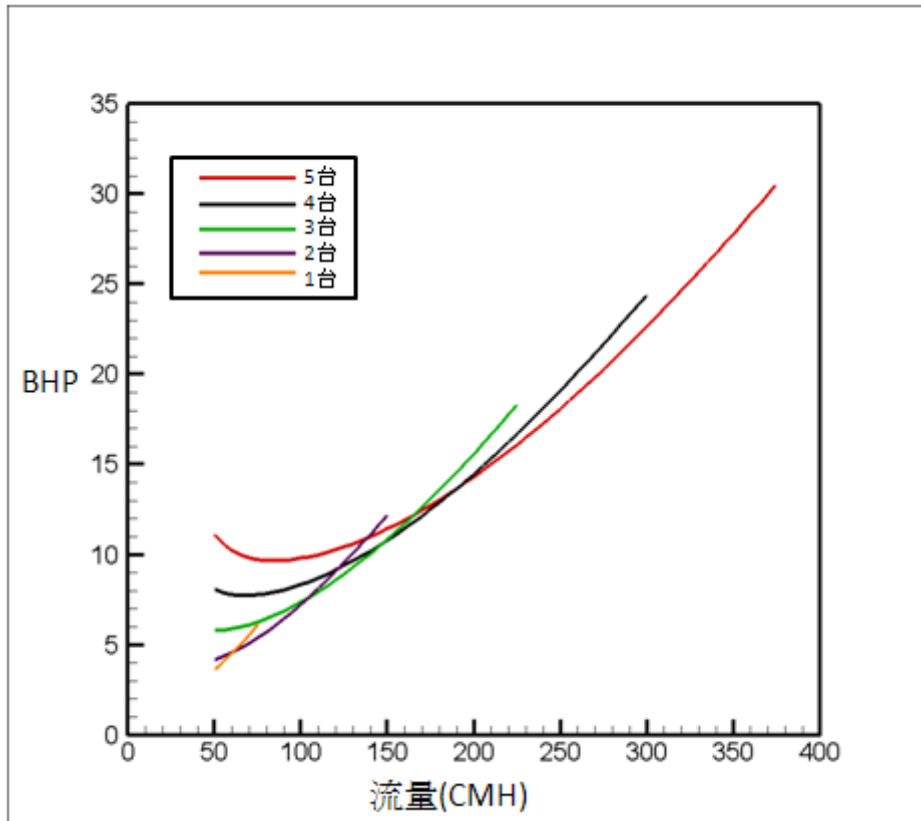


圖 4-35 各台泵浦在操作範圍內之流量對功率圖

表 4-21 三台泵總流量降至 120CMH 之結果圖

台號	流量(CMH)	壓力(Pa)	效率	功率
10	40	172681	89.8	2.9
12	40	172681	89.8	2.9
14	40	172681	89.8	2.9
16				
17				
總流量：120 CMH      總功率：8.7 hp				





## 第五章 結論

本研究探討定壓型並聯離心式流體機械於複雜管路系統之最佳節能狀態，其結果如下。

1. 不同型號動力源並聯時，與同型號動力源並聯時都可以滿足單台動力源無法負荷之龐大流量。
2. 同型號動力源並聯其性能曲線可以一直疊加，即相同壓力下，兩台動力源並聯所提供的流量是單台的兩倍，三台則提供三倍的流量。不同型號動力源則必需求出三個不同之操作點，再利用二次取線近似而求得。
3. 等壓條件下改變轉速其性能曲線並無法直接求得，而是必須透過相似定理，即在阻抗曲線上滑移而找到第三個點，透過相似定理公式將性能曲線做轉換後，代入此新點而求得。
4. 雖然由於性能曲線和效率曲線為自設，再加上計算上時的些許誤差，模擬和實驗結果有些微差異，但可明顯看出其走勢是相同的。而且若操作點位置太高或太低，在模擬尚有可能會產生錯誤，因為這是不符合經濟效益的，但在實驗時仍有機會做出來。所以結論是只要在有效區間內，模擬皆能有效匹配實驗結果。

## 第六章 參考文獻

1. 陳希立等，半導體廠製程排氣系統設計，中興工程顧問社，民國 88 年。
2. L. Gosselin, and A. Bejan, “ Tree networks for minimal pumping power”,  
International Journal of Thermal Sciences, Vol.44, p53-63, 2005.
3. R. W. Jeppson, Analysis of Flow in Pipe Network, ButterWorth, Boston, 1976.
4. A. J. Osiadacz, Simulation and Analysis of Gas Networks, Gulf Publishing Co.,  
Houston, 1987.
5. 林昆模，「含動力源之複雜管路系統流量分析」，國立交通大學機械工程學系  
碩士論文，2002。
6. ASHRAE Handbook : Fundamental, American Society of Heating, Refrigerating  
and Air-Conditioning Engineers, 1989.
7. 鍾基強，工業通風設計概要，全華科技圖書股份有限公司，民國 92 年。
8. 賴秋勳，風管設計施工便覽，中華水電空調雜誌社，民國 85 年。
9. J. W. Dufour, and W. E. Nelson, Centrifugal Pump Sourcebook, McGraw-Hill,  
New York, 1992.
10. I. J. Karassik, Centrifugal Pump Clinic, Marcel Dekker, Inc, New York, 1989.
11. T. Haktanir, M.Ardichoglu, Numerical modeling of Darcy-Weisbach friction  
factor and branching pipes problem, Department of Civil Engineering, Erciyes  
University, 2004
12. Hui Cao, J. Zhang, A. Zhang, B. Jia, and G. Ren, Simulation and Control Pipe  
Network System Based on Distributed Processing Technolohg, 2010
13. 施坤宏，「複數台離心式流體機械並聯之複雜管路流量計算」，國立交通大學  
機械工程學系碩士論文，2006
14. 張良任，「不同形式複數台離心式流體機械並聯之最佳化研究」，國立交通大  
學機械工程學系碩士論文，2009