

國 立 交 通 大 學

機 械 工 程 學 系 碩 士 班

碩 士 論 文

矽基板面內共振的電子光斑干涉量測

Measuring In-plane Resonance for Silicon Crystalline Wafer  
Using Electronic Speckle Pattern Interferometry Method



研 究 生：鄭 智 遠

指 導 教 授：尹 慶 中 博 士

中 華 民 國 一 ○ ○ 年 八 月

矽基板面內共振的電子光斑干涉術量測  
Measuring In-plane Resonance for Crystalline Silicon Wafer  
Using Electronic Speckle Pattern Interferometry Method

研究生：鄭智遠

Student : Jhih-Yuan Jheng

指導教授：尹慶中 博士

Advisor : Dr. Ching-chung Yin

國立交通大學

機械工程學系碩士班

碩士論文

ESNA  
A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering  
College of Engineering

National Chiao Tung University

In partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master of Science

In

Mechanical Engineering

August 2011

Hsinchu, Taiean, Republic of China

中華民國一〇〇年八月

# 矽基板面內共振的電子光斑干涉術量測

研究生：鄭智遠

指導教授：尹慶中 博士

國立交通大學機械工程學系碩士班

## 摘要

商用規格之 6 吋太陽能電池矽基板的厚度僅  $200 \mu\text{m}$ ，兼具結構撓性及材料脆性，以模態密度較疏的面內共振特徵可鑑定矽基板的完整性。本研究整合出一套量測薄板面內共振特徵的實驗系統，能夠有效地連續量測矽基板面內共振頻率及模態，包括激振、感測太陽能電池矽基板面內振動的寬頻錐形換能器及電子光斑干涉儀。經數值分析與量測結果比對，確定與所設計之實驗架構近似的模擬分析條件，並發現試片厚度不均會造成電子光斑干涉條紋由厚度較薄處往較厚處偏移。此外，支撐試片的邊界條件對於共振頻率計算值影響甚鉅，試片面內共振分析之正算模型與實際量測條件的差異會導致反算結果不理想。本研究奠定未來可依據面內共振頻率的改變及電子光斑干涉條紋的不連續性，檢測太陽能電池缺陷的可行性。

關鍵字：矽基板、面內共振、電子光斑干涉術、寬頻錐形換能器

# Measuring In-plane Resonance for Crystalline Silicon Wafer Using Electronic Speckle Pattern Interferometry Method

Student : Jhih-Yuan Jheng

Advisor : Dr. Ching-chung Yin

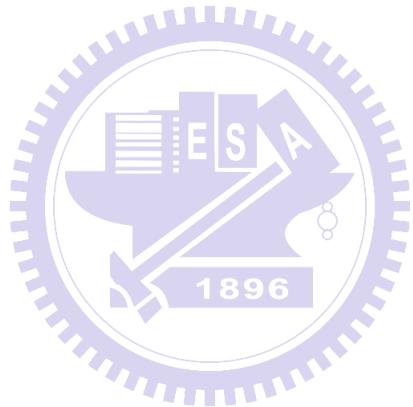
Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

The crystalline silicon wafers of commercial 6-in photovoltaic cells have the thickness as thin as 200  $\mu\text{m}$ . They have both good flexibility and brittle material property. The in-plane resonance in a thin plate has sparse modal density and can be potentially used to characterize the integrity of a crystalline silicon wafer. This research integrates an experimental system to measure the characteristics of in-plane vibration for a thin plate. Both resonant frequency and mode shapes can be in sequence measured effectively. This system comprises an electronic speckle interferometer for measuring in-plane displacement and a set of broadband conical transducers, which are used to actuate and measure structural vibration. The measuring system was identified through a series of comparisons between experimental and numerical results. The speckle fringes for in-plane resonant modes will drift from the thinner region to the thicker one according to the numerical simulation. In addition, the supporting boundary conditions seriously influence the calculated resonant frequencies. Any deviation between forward calculation model and the real measuring condition will lead to unexpected inverse results of material properties. This study benefits the

accomplishment of defect detection in photovoltaic cells based on the variations of in-plane resonant frequencies and speckle fringes caused by material discontinuities.

Keywords: Crystalline silicon wafer, in-plane resonance, electronic speckle interferometry, broadband conical transduce



## 誌 謝

首先感謝恩師尹慶中博士，兩年來的諄諄教誨，無論是學業或研究上細心的指導，使本論文可順利完成，智遠有幸能成為您的學生深感榮幸，在此獻上最由衷的感謝。同時感謝楊哲化、章明及鄭泗東老師，在百忙之中撥空擔任學生的口試委員，對本論文不吝指正，提出許多精闢的建議，使得本論文更趨於完整。

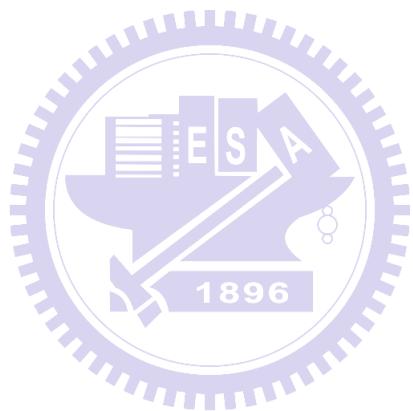
感謝非破壞評估實驗室的學長王多聞、許世明、游泰和、溫子達、鄭博毅及學姊吳昱瑾的關心與幫助，引領我更快融入研究所生活，並時常於研究過程中提供許多寶貴意見與經驗，使我可順利完成研究。特別感謝碩士班學長賴佑年，研究上的傾囊相授及生活上的鼓勵與支持。感謝同學王裕太、蔡慶芳、吳家宇、湯士杰、黃士維與蔡曼軒，這兩年來無論是在學業或是研究上，一同的扶持與協助，有幸能與各位一同度過碩士生涯。亦感謝學弟梁均帆、吳旻修、李邵遠與學妹鄒心慧，過去一年的幫助，在此預祝你們可以順利畢業。

最後感謝一直在天堂保佑我的父親及最摯愛的母親，讓我在生活上無後顧之憂，可專心於碩士論文的研究。感謝我可愛的兄妹，在我受挫折時可鼓勵我繼續向前，使我碩士可順利畢業。感謝女友王之妤一路上的陪伴，在我低潮時不斷的鼓勵與幫助。謹以此論文獻給我摯愛的家人、師長及好友。

# 目錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
誌謝 .....	iv
目錄 .....	v
表目錄 .....	viii
圖目錄 .....	x
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	2
1.2.1 超音波共振法 .....	2
1.2.2 電子光斑干涉術 .....	3
1.2.3 材料係數反算 .....	5
1.3 內容簡述 .....	5
第二章 理論分析 .....	7
2.1 電子光斑干涉術 .....	7
2.1.1 面內共振量測 .....	7
2.2 材料係數反算 .....	12
2.2.1 Nelder-Mead Simplex Method .....	13
第三章 數值模擬分析與討論 .....	15
3.1 面內模態共振 .....	15
3.1.1 壓電材料 .....	15
3.2 三維有限元素振動分析 .....	17
3.3 錐形壓電換能器設計與分析 .....	18
3.4 砂基板面內振動的有限元素分析 .....	19

3.4.1 單晶矽基板.....	20
3.4.2 多晶矽基板.....	20
<b>第四章 實驗量測結果與討論.....</b>	<b>21</b>
4.1 面內模態共振實驗架構與量測結果.....	21
4.1.1 面內模態共振實驗裝置.....	21
4.1.2 面內模態共振裝置量測結果.....	21
4.2 面內 EPSI 實驗架構與實驗結果 .....	23
4.2.1 單晶矽基板.....	23
4.2.2 多晶矽基板.....	25
4.2.3 太陽能電池.....	26
4.3 實驗量測與模擬分析結果討論.....	26
<b>第五章 矽基板材料係數反算.....</b>	<b>28</b>
5.1 材料係數反算流程.....	28
5.1.1 反算模型的建立.....	28
5.1.2 目標函數.....	29
5.1.3 最佳化程式的收斂測試.....	29
5.2 反算結果與討論.....	30
5.2.1 單晶矽基板材料係數反算結果.....	30
5.2.2 多晶矽基板材料係數反算結果.....	31
5.2.3 結果與討論 .....	31
<b>第六章 結論與未來展望 .....</b>	<b>33</b>
6.1 實驗與數值模擬分析之結論 .....	33
6.2 未來工作與展望 .....	34
<b>參考文獻 .....</b>	<b>35</b>
<b>附表 .....</b>	<b>38</b>



## 表 目 錄

表 2.1 零階第一類貝索函數峰值與 $k_i$ 值對應表 .....	38
表 2.2 零階第一類貝索函數谷值與 $k_j$ 值對應表 .....	38
表 3.1 計算錐形壓店換能器頻率響應採用之壓電陶瓷(PZT-4)材料係數...	39
表 3.2 計算錐形壓電換能器頻率響應採用之鋁合金材料係數 .....	39
表 3.3 錐形壓電感測器模態分析結果.....	40
表 3.4 砂基板分析方式與邊界條件.....	40
表 3.5 模擬分析採用之單晶砂基板材料係數.....	41
表 3.6-1 單晶砂基板面內共振頻率及模態分析結果(I) .....	41
表 3.6-2 單晶砂基板面內共振頻率及模態分析結果(II) .....	42
表 3.7 模擬分析採用之多晶砂基板材料係數.....	43
表 3.8-1 多晶砂基板面內共振頻率及模態分析結果(I) .....	43
表 3.8-2 多晶砂基板面內共振頻率及模態分析結果(II) .....	44
表 4.1 單晶砂板面內共振頻率量測與 ESPI 驅動頻率比較 .....	45
表 4.2 多晶砂板面內共振頻率量測與 ESPI 驅動頻率比較 .....	45
表 4.3-1 單晶砂板實驗與模擬結果比較(I) .....	46
表 4.3-2 單晶砂板實驗與模擬結果比較(II) .....	47
表 4.4-1 單晶砂板旋轉 90 度比較(I) .....	48
表 4.4-2 單晶砂板轉向 90 度比較(II) .....	49
表 4.5 單晶砂板厚度不均模擬分析結果.....	50
表 4.6 單晶砂板不同夾持方式比較.....	51
表 4.7-1 多晶砂板實驗與模擬結果比較(I) .....	52
表 4.7-2 多晶砂板實驗與模擬結果比較(II) .....	53
表 4.8 多晶砂板旋轉 90 度比較.....	54

表 4.9 多晶矽板厚度不均模擬分析結果.....	55
表 4.10 多晶矽板不同夾持方式比較.....	56
表 4.11-1 太陽能電池實驗結果(I).....	57
表 4.11-2 太陽能電池實驗結果(II) .....	58
表 4.12 太陽能電池旋轉 90 度比較.....	59
表 5.1-1 單晶矽基板最佳化程式收斂測試(I) .....	60
表 5.1-2 單晶矽基板最佳化程式收斂測試(II) .....	61
表 5.2 多晶矽基板最佳化程式收斂測試.....	62
表 5.3-1 單晶矽基板反算結果(I) .....	63
表 5.3-2 單晶矽基板反算結果 .....	64
表 5.4-1 單晶矽板材料係數反算模態結果(I) .....	65
表 5.4-2 單晶矽板材料係數反算模態結果(II) .....	66
表 5.5 多晶矽板材料係數反算前後比較.....	67
表 5.6-1 多晶矽基板反算結果(I) .....	68
表 5.6-2 多晶矽基板反算結果(II) .....	69
表 5.7 多晶矽板材料係數反算模態結果.....	70
表 5.8 多晶矽板材料係數反算前後比較.....	71
表 5.9 單晶矽板不同厚度差異比較.....	72
表 5.10 多晶矽板不同厚度差異比較.....	73
表 5.11 單晶矽基板四支撐點 $Uz=0$ 模型的反算結果.....	74
表 5.12 多晶矽基板四支撐點 $Uz=0$ 模型的反算結果.....	75
表 6.1 本研究量測太陽能電池的面內共振模態與[1]之結果比較.....	76

## 圖目錄

圖 1.1 RUV 量測系統[3].....	77
圖 1.2 太陽能矽基板裂縫檢測之敲擊實驗裝置[7].....	77
圖 1.3 光激發螢光量測系統[8].....	78
圖 1.4 電致發光量測系統[9].....	78
圖 2.1 ESPI 面內振動量測實驗系統 .....	79
圖 2.2 $ J_0(K) $ 函數 .....	79
圖 2.3 Nelder-Mead Method 步驟示意圖(a)反射 (b)擴張.....	80
圖 2.4 Nelder-Mead Method 步驟示意圖(c)向外收縮 (d)向內收縮 (e)收縮 .....	80
圖 3.1 壓電材料的正壓電效應，箭頭 P 為極化方向 .....	81
圖 3.2 壓電材料的逆壓電效應，箭頭 P 為極化方向 .....	81
圖 3.3 元素 Solid45[22].....	82
圖 3.4 元素 Solid5[22].....	82
圖 3.5 錐形壓電換能器不同長度切割元素數目 .....	83
圖 3.6 錐形壓電換能器有限元素網格，元素數量 28,836.....	83
圖 3.7 單晶矽板不同長度切割元素數目 .....	84
圖 3.8 單晶矽板有限元素網格，元素數量 12,218.....	84
圖 3.9 多晶矽板有限元素網格，元素數量 12,168.....	85
圖 3.10 錐形壓電換能器示意圖 .....	85
圖 3.11 錐形壓電換能器時諧分析邊界示意圖 .....	86
圖 3.12 錐形壓電換能器軸向頻率響應圖 .....	86
圖 3.13 錐形壓電換能器時諧分析邊界示意圖 .....	87
圖 3.14 錐形壓電換能器軸向頻率響應圖 .....	87

圖 3.15 錐形壓電換能器時諧分析邊界示意圖.....	88
圖 3.17 待測桿件的頻率響應.....	89
圖 3.18 簡化模型量測到的頻率響應.....	89
圖 3.19 單晶矽板頻率響應圖 .....	90
圖 3.20 多晶矽板頻率響應圖 .....	90
圖 4.1 錐形壓電換能器實際結構示意圖 .....	91
圖 4.2 量測基座結構示意圖 .....	91
圖 4.3 量測頻率 LabVIEW 程式使用介面 .....	92
圖 4.4 面內模態共振法實驗架構.....	92
圖 4.5 錐形壓電換能器自身量測結果.....	93
圖 4.6 可滑動基座量測示意圖 .....	93
圖 4.7 可滑動基座量測結果.....	94
圖 4.8 八邊形單晶矽基板.....	94
圖 4.9 單晶矽基板面內振動頻率響應 .....	95
圖 4.10 四邊形多晶矽基板.....	95
圖 4.11 多晶矽基板面內振動頻率響應 .....	96
圖 4.12 量測平板試片面內變形之 ESPI 光路架構 .....	96
圖 4.13 ESPI 實驗所使用之 LabVIEW 程式介面.....	97
圖 4.14 錐形壓電換能器上下夾持試片，以 ESPI 量測面內位移 $u$ .....	97
圖 4.15 面內 ESPI 實驗系統，試片後方放置海棉墊，限制試片面外變形。 .....	98
圖 4.16 試片厚度不均示意圖 .....	98
圖 4.17 錐形壓電換能器左右夾持試片，以 ESPI 量測面內位移 $u$ .....	99
圖 5.1 材料係數反算流程示意圖 .....	100
圖 5.2 單晶矽基板尺寸 .....	101

圖 5.3 多晶矽基板尺寸 .....	101
圖 5.4 單晶矽基板目標函數迭代過程 .....	102
圖 5.5 多晶矽基板目標函數迭代過程 .....	102
圖 5.6 單晶矽基板厚度反算模型尺寸 .....	103
圖 5.7 多晶矽基板厚度反算模型尺寸 .....	103



# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景

地球資源日益枯竭，環境污染造成氣候異常，種種原因使得替代能源的開發，諸如太陽能發電、風力發電等綠色能源成為非常重要之議題。台灣本身天然資源不足，但位處於陽光日照充足的亞熱帶地區，很適合開發太陽能發電。太陽能電池的主要材料為矽，可分為單晶矽、多晶矽與非晶矽三大類，單晶矽材料具有方向性，多晶矽為等向性；非晶矽則無特定方向，多用於可撓性太陽能電池。三者中以單晶矽太陽能電池發電效率最好，使用年限最長，製程較為複雜且成本較高；多晶矽太陽能電池發電效率較差，具製程簡單與成本低廉之優勢，市場上以單晶矽與多晶矽太陽能電池為主流。太陽能電池基板的面積大、厚度薄，矽晶圓材料性質較脆，生產中易發生缺陷不易察覺。在錫焊串聯成模組(module)的過程，很容易破壞，導致已錫焊的部份需額外人力二次加工，造成成本的損失。

賴佑年[1]曾以實驗及數值分析探討太陽能電池的面內共振模態，採用雷射都卜勒振動儀，量測太陽能電池的面內共振頻率，並將主動壓電纖維複材(piezoelectric fiber composite)黏貼於太陽能電池邊緣，激振太陽能電池的面內共振模態，以電子光斑干涉術(electronic speckle pattern interferometry, ESPI)的面內變形量測系統，拍攝共振模態的光斑干涉條紋圖。然而黏貼主動壓電纖維複材即傷害試片本身，且實驗架構中，量測共振頻率與拍攝共振模態的試片固定條件不一致，以試片的面內共振頻率量測值，無法於電子光斑干涉術實驗中，激振出試片的面內共振模態。本研究改良其實驗裝置，先量測試片的面內共振頻率，並於同一固定支撐條件下激振試片，以電子光斑干涉術面內量測系統，拍攝試片的面內共振模態。太陽能電池結構複雜，包含矽、電極、鋁矽共晶結構(Al-Si eutectic)、多孔隙鋁結構(porous

bulk Al)及背面電場(back surface field, BSF)，本研究的實驗試片採用結構較單純的單晶與多晶矽基板素材，驗證實驗改良裝置的可行性。若此裝置可成功量測矽基板的面內共振頻率與拍攝面內共振模態，將來則可用於檢測太陽能電池，依據共振頻率的改變及干涉條紋的不連續性，判斷太陽能電池是否含有缺陷。

## 1.2 文獻回顧

### 1.2.1 超音波共振法

2000 年，Ostapenko 及 Tarasov [2]提出超音波共振法，以壓電換能器先激振 Cz-Si 晶圓，再由具高敏感度的超音波探頭(ultrasonic probe)，量測試片面內振動的自然頻率響應，依據共振頻率的改變，判斷晶圓試片是否存在缺陷，此時尚未提出實體實驗架構。

2006 年，Ostapenko *et al* [3]提出超音波共振法的實體實驗架構，如圖 1.1 所示，以含邊緣裂縫的單晶矽基板為試片，試片經真空幫浦吸引緊貼於壓電平台上，以壓電平台激振試片，試片邊緣則靠緊高敏感度的超音波探頭，偵測試片的面內振動訊號。另以有限元素分析套裝軟體計算面內振動的共振頻率，比較實驗數據與計算結果，得知共振頻率、訊號頻寬與峰值之改變，作為判斷裂縫存在之依據。同年 Belyaev *et al* [4-5]使用掃描式超聲波顯微鏡(scanning acoustic microscopy, SAM)偵測裂縫位置及長度，但檢測耗時甚鉅。文獻中也提到在施予矽基板不同外加負載的情況下，應力值與共振頻率的關係。

2007 年，Dallas *et al* [6]以超音波共振法，對不同尺寸的試片與不同共振模態進行探討，發現含缺陷矽基板的面內共振頻率量測值下降，且頻寬變大，此現象隨著裂縫長度增加越趨明顯。同年 Hilmersson *et al* [7]則應用敲擊實驗，檢測矽基板裂縫延展釋放的音洩訊號，其實驗架構如圖 1.2 所

示，得到音洩頻率、訊號峰值及阻尼係數等實驗結果，發現訊號峰值對於裂縫的存在最為敏感，但可檢測的頻域範圍只到 1,000 Hz。

2008 年, Monastyrskyi *et al* [8]因先前所使用的掃描式超聲波顯微鏡檢測矽基板裂縫耗時甚鉅，改用光激螢光量測(photoluminescence, PL)方法，其實驗架構如圖 1.3 所示。將高能量的光照射於太陽能電池正面，太陽能電池內部的電子吸收光能後，躍升至較高能階後，再返回低能階，太陽能電池以發光形式釋放能量，以紅外線波段光電耦合元件擷取影像。因太陽能電池缺陷附近的發光效能較差，由影像亮暗可判斷缺陷位置。此法在成像與處理時間都很快速，但是受到太陽能電池內部植入的磷、硼等雜質影響影像亮度，無法有效辨別表面刮痕與缺陷裂縫。

2009 年, Belyaev *et al* [9]應用電致發光(electro-luminescence, EL)方法檢測太陽能電池，將太陽能電池通電激發出近紅外光，其架構如圖 1.4 所示，這項方法原本用以檢測離子植入的矽晶圓。電致發光與光激螢光兩檢測方法，所擷取的影像皆受到太陽能電池內部雜質的影響，都無法有效辨別表面刮痕及缺陷裂縫。兩者主要差別在於電致發光需將試片通電，試片需設有電極才可使用此法進行檢測，光激螢光的試片則不需要電極。

### 1.2.2 電子光斑干涉術

1971 年，Butters 及 Leendertz [10]首先提出電子光斑干涉術，將雷射光分成兩參考光與物光，分別照射於待測物與參考物上，再以相機紀錄影像，分別擷取變形前與變形後的影像，將兩影像相減獲得面外干涉條紋圖，是一種全域非接觸式的光學量測技術。

1977 年，Høgmoen 及 Løkberg [11]提出均時(time-average)ESPI 量測技術，加入參考光相位調制技術(reference beam modulation)，可針對微小振幅與相位進行即時量測，此技術提昇 ESPI 擷取振動量測影像的解析度。

1996 年，Wang *et al* [12] 提出振幅變動電子光斑干涉(amplitude-fluctuation ESPI, AF-ESPI)，此方式不同於以往 ESPI 的影像處理方式。以往影像加減法的參考影像是於靜態環境拍攝，將參考影像與拍攝得到的振動影像相減。振幅變動電子光斑干涉術的參考影像亦為動態環境下拍攝所得，將不同振幅之振動影像相減獲得光斑干涉影像，可提昇條紋清晰度與圖像解析度。

電子光斑干涉術擷取的影像含有高頻的空間頻率雜訊。2003 年，Murukeshan *et al* [13] 採用 Matlab 軟體進行電子光斑干涉術之影像處理，利用傅立葉光學(Fourier optics)原理，將所擷取空間域影像轉換至空間頻率域(spatial frequency)，將高頻雜訊過濾掉，之後再逆轉換回空間域，進行影像相減處理，此種影像處理方式可提昇干涉條紋影像之清晰度。

將電子光斑干涉術應用於振動量測的研究陸續受到重視。2000 年，Huang 和 Ma [14] 採用振幅變動電子光斑干涉術，量測含裂縫圓形鋁板的面外共振模態，發現對稱式共振模態頻率值改變較小，而模態振形仍相似，而且可由干涉條紋的不連續，判斷裂縫位置。

2005 年，Zarate *et al* [15] 採用電子光斑干涉術之靜態量測實驗架構，先將鋁板加熱產生面外形變，再將加熱前後的影像相減得到干涉條紋圖，依據干涉條紋的不連續，判斷鋁板裂縫位置。

2008 年，Ma *et al* [16] 採用阻抗分析儀先量測壓電陶瓷(piezoceramics)與壓電複合材料(piezo-laminated composites)的面內共振頻率，再應用面內振幅變動電子光斑干涉術，量測壓電材料的共振模態。將實驗結果與數值分析結果比對驗證，發現壓電複合材料的共振模態會受疊層角度的不同有所改變。

2010 年，Wang 與 Hsu [17] 先量測試片的共振頻率再應用 AF-ESPI 量測複合材料層板試片的共振模態，比較不同材料係數、裂縫位置與共振模

態。試片共振頻率及試片本身材料係數相關，需在特定形式的共振模態下，才可觀察出來條紋不連續性。

### 1.2.3 材料係數反算

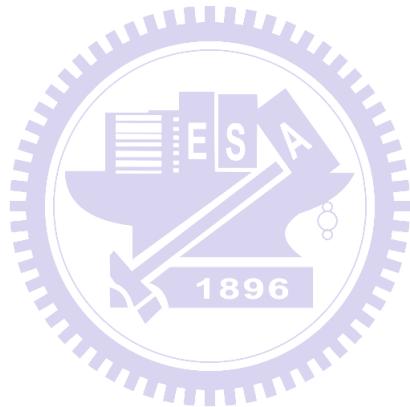
2002 年，Langer *et al* [18]以 Pro/E 軟體建構較複雜之分析模型，再將分析模型匯入 ANSYS 有限元素分析軟體，進行靜態分析，並配合 Matlab 程式，對分析模型進行結構最佳化設計。2005 年，Schmid *et al* [19]將 Matlab 與 ANSYS 套裝軟體結合，以適應性演算法(adaptive algorithm)進行結構模型最佳化設計。2006 年，蔡汶志 [20]曾採用 Fortran 程式語言內建之 IMSL 函數庫，配合 ANSYS 套裝軟體，進行壓電纖維複材的材料係數反算。

## 1.3 內容簡述

本研究設計一量測太陽能電池之矽基板面內共振響應的實驗裝置，量測單晶與多晶矽基板的面內共振頻率，並於相同的實驗平台及邊界條件，以電子光斑干涉術拍攝矽基板的面內共振模態，由實驗結果評估此實驗裝置的可行性。最後結合套裝軟體 ANSYS 與 Matlab 軟體，撰寫反算材料係數的最佳化程式，依據實驗量測的面內共振頻率，進行材料係數反算，證實固定試片的支撐條件，會嚴重影響試片的共振頻率及反算結果。

本文共分為六章，第一章為緒論，介紹研究背景與文獻回顧。第二章介紹電子光斑干涉術面內量測之理論，及材料係數反算採用的演算法。第三章介紹錐形壓電換能器，所使用到的壓電材料特性與錐形壓電換能器的設計概念；採用 ANSYS 套裝軟體，模擬單晶及多晶矽基板於不同邊界條件的自然頻率、共振頻率及共振模態。第四章介紹本研究採用之面內模態共振裝置及電子光斑干涉術的量測結果，與模擬分析結果比對，判斷出最接近本實驗架構之分析方式與邊界條件，以此為反算模型進行材料係數反算。

第五章說明材料係數反算之流程，目標函數的設定及反算結果的探討。第六章則為本文之結論與未來展望，總結實驗與模擬的結果，列出未來可深入研究之方向。



## 第二章 理論分析

本章分為二節，第一節介紹電子光斑干涉術面內量測之理論基礎。第二節則介紹材料係數反算，所使用到的 Nelder-Mead Simplex Method 演算法。

### 2.1 電子光斑干涉術

電子光斑干涉術是以影像感測元件與電子處理技術，紀錄低空間頻率之全像干涉術，具有即時、全域與非接觸等優點，是一種用途廣泛的光學測量方法，無論是動態量測待測物振形；或者是靜態量測待測物變形量。電子光斑干涉術可分為兩種光路架構，一是平行於待測物表面的面內量測，二是垂直於待測物表面的面外量測。本研究主要量測矽基板的面內共振量測，為了增加光斑條紋的解析度，本研究參考 Høgmoen 和 Løkberg [11] 所提出的均時法，及 Wang *et al* [12] 提出的振幅變動法，量測矽基板的面內振動等位移條紋。面內電子光斑干涉術之理論介紹如下。

#### 2.1.1 面內共振量測

參考圖 2.3 所示之 ESPI 面內振動量測實驗系統示意圖，同調雷射光束通過一分光鏡，分成兩亮度相同之物光  $I_o$  及  $I_r$ ，兩光束經折射鏡折射，及空間濾波器擴束濾波後，兩均勻光團照射於待測試片上，最後由電荷耦合相機(charge-coupled device, CCD)擷取影像。

當物體處於靜止狀態時，CCD 所擷取到的光強度可表示為

$$I_1 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi_o - \phi_r) \quad (2.1)$$

(2.1)式中  $I_o$ 、 $I_r$  分別為從分光鏡分出，兩對稱物光之光強，如圖 2.1 所示。

當待測物處於振動狀態時，因振動使待測物產生位移，兩物光會產生相

位改變。假設振動時觀察點振幅為 A，令相位差為  $\Delta\phi$ ，則相位差可表示為

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} (A \cos \omega t \sin \theta) = \Gamma A \cos \omega t \quad (2.2)$$

此處， $\Gamma = 4\pi(\sin \theta)/\lambda$ ， $\Gamma$  為位移靈敏度之值，靈敏度大小與整體系統架構有關， $\theta$  為物光與 CCD 觀察方向之夾角， $\omega$  為振動角頻率。

於 CCD 取樣過程中，將每一個時刻電荷耦合感測器擷取到的振動影像光強的電荷相加累積，再對時間平均即為均時法(time-average method)，待測物的振動週期必須小於 CCD 的曝光時間。物體振動時，CCD 所擷取到的光強度可表示為

$$I_2 = I_o + I_r + \frac{2}{\tau} \sqrt{I_o I_r} \int_0^\tau \cos[(\phi_o - \phi_r) + \Gamma A \cos \omega t] dt \quad (2.3)$$

此處， $\tau$  為 CCD 取像曝光時間，上式的積分項可重新整理為

$$\int_0^\tau \cos[(\phi_o - \phi_r) + \Gamma A \cos \omega t] dt = \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \int_0^\tau \exp(i\Gamma A \cos \omega t) dt \right\} \quad (2.4)$$

應用三角函數的關係，可知

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \sin \frac{\pi}{2} \cos \omega t - \cos \frac{\pi}{2} \sin \omega t = \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

將(2.5)式代回(2.4)式，可得

$$\operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \int_0^\tau \exp \left[ i\Gamma A \sin \left( \frac{\pi}{2} - \omega t \right) \right] dt \right\} \quad (2.6)$$

因為，

$$e^{iz \sin \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{in\theta} \quad (2.7)$$

將(2.7)與(2.4)式比較，得  $z = \Gamma A$ 、 $\theta = \pi/2 - \omega t$ ，代回(2.6)式中，可得

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \int_0^\tau \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma A) e^{in(\frac{\pi}{2} - \omega t)} dt \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma A) e^{in\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-in\omega\tau} - 1}{-in\omega} \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

假設曝光時間  $\tau$  內待測試片振動了  $k$  次，且令  $\delta$  為 CCD 曝光時間  $\tau$  與待測試片振動  $k$  次兩者時間差， $\delta$  可表為

$$\delta = \tau - \frac{2k\pi}{\omega} \quad (2.9)$$

假設待測試片於高頻狀態下進行振動， $\delta$  為一趨近於零值極小值，因此上式可化簡為

$$\tau = \frac{2k\pi}{\omega} \quad (2.10)$$

將(2.10)式代入(2.8)式中，可得

$$\operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\Gamma A) e^{in\frac{\pi}{2}} \frac{e^{-i2kn\omega\pi} - 1}{-in\omega} \right\} \quad (2.11)$$

由(2.11)可知，當  $n=0$  時因此式不為零，其餘皆為零，因此將  $n=0$  帶入(2.8)式，可得

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \int_0^\tau \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\Gamma A) e^{in(\frac{\pi}{2} - \omega t)} dt \right\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} J_0(\Gamma A) \int_0^\tau 1 \cdot dt \right\} = \tau [\cos(\phi_o - \phi_r)] J_0(\Gamma A) \end{aligned} \quad (2.12)$$

經整理可得

$$\int_0^\tau \cos[(\phi_o - \phi_r) + \Gamma A \cos \omega t] dt = \tau [\cos(\phi_o - \phi_r)] J_0(\Gamma A) \quad (2.13)$$

將(2.13)式代入(2.3)式中，可得

$$I_2 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} [\cos(\phi_o - \phi_r)] J_0(\Gamma A) \quad (2.14)$$

(2.14)式中， $J_0$ 為零階第一類貝索函數(zero-order Bessel function of the first kind)。將(2.14)式減去(2.1)式，可得靜止與振動彼此光強度差，可表為

$$I = I_2 - I_1 = 2\sqrt{I_o I_r} [\cos(\phi_o - \phi_r) [J_0(\Gamma A) - 1]] \quad (2.15)$$

實驗所使用的振幅變動電子光斑干涉術，採用 CCD 擷取振幅不同的影像進行影像處理，其基本理論如下。

首先擷取振動試片的影像，作為參考影像，光強可表為

$$I_1 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos \left[ (\phi_o - \phi_r) + \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta A \cos \omega t \right] \right\} dt \quad (2.16)$$

(2.16)式中， $I_o$ 、 $I_r$ 為兩物光之光強， $\theta$ 為物光與 CCD 觀測方向之夾角，A為擷取影像時試片的振幅， $\omega$ 為角頻率，如圖 2.1 所示。

仿照先前影像相減推導方式，可將參考光之光強可表為

$$I_1 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} [\cos(\phi_o - \phi_r)] J_0(\Gamma A) \quad (2.17)$$

將激振振幅改變，擷取第二張影像，令 $\Delta A$ 為振幅變化，此時第二張影像光強可表為

$$I_2 = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos \left[ (\phi_o - \phi_r) + \Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t \right] \right\} dt \quad (2.18)$$

由於，

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\tau \cos[(\phi_o - \phi_r) + \Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] dt \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \int_0^\tau \exp[i\Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] dt \right\} \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\phi_o - \phi_r)} \int_0^\tau \exp(i\Gamma A \cos \omega t) \exp(i\Gamma \Delta A \cos \omega t) dt \right\}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

將  $\exp(i\Gamma \Delta A \cos \omega t)$  以泰勒級數展開

$$\begin{aligned}
 \exp(i\Gamma \Delta A \cos \omega t) &= 1 + (i\Gamma \Delta A \cos \omega t) \\
 &\quad + \frac{1}{2!} (i\Gamma \Delta A \cos \omega t)^2 + \dots
 \end{aligned}$$

忽略三次以上高次項後代回(2.19)式積分，可得

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\tau \cos[(\phi_o - \phi_r) + \Gamma(A + \Delta A) \cos \omega t] dt \\
 &= \tau \left[ 1 - \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta A)^2 \right] J_0(\Gamma A) \cos(\phi_o - \phi_r)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

將(2.20)式代回(2.18)式，可得第二張擷取影像之光強，可表為

$$I_2 = I_o + I_r + 2\sqrt{I_o I_r} \cos(\phi_o - \phi_r) \left[ 1 - \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta A)^2 \right] J_0(\Gamma A) \tag{2.21}$$

將兩影像相減，可得

$$\begin{aligned}
 I &= I_2 - I_1 = 2\sqrt{I_o I_r} \left| \cos(\phi_o - \phi_r) \frac{1}{4} \Gamma^2 (\Delta A)^2 J_0(\Gamma A) \right| \\
 &= \frac{\sqrt{I_o I_r}}{2} \left| \cos(\phi_o - \phi_r) \Gamma^2 (\Delta A)^2 J_0(\Gamma A) \right|
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

觀察(2.22)式， $(\phi_o - \phi_r)$ 為一無規律且隨試片振動而快速變化之相位，因此  $\cos(\phi_o - \phi_r)$  為一空間頻域高頻項，人類肉眼無法分辨其變化，而  $|J_0(\Gamma A)|$  為變化較緩慢之空間頻域低頻項，肉眼可觀察辨別，因此可知光斑條紋亮度是由此低頻項所致。

考慮  $|J_0(\Gamma A)|$  項，令  $k_i = \Gamma A$ ，可得

$$A = \frac{k_i}{\Gamma} = \frac{\lambda k_i}{4\pi \sin \theta} \quad (i=1,2,3\dots) \quad (2.23)$$

$|J_0(\Gamma A)|$  的函數圖形如圖 2.2 所示，當觀察點振幅  $A=0$  時， $|J_0(k_i)|$  為最大值，恰好對應振動節線區影像亮度最亮的實驗結果，由(2.23)式可知振幅與波長間的關係正比於  $k_i$  變數，其中  $k_i$  為  $|J_0(K)|$  各峰值對應之  $K$  值，這些值皆代表節線影像為最亮區域即亮紋，將  $k_i$  值列表出來如表 2.1 所列，由表可看出  $k_i$  值並無等差級數或等比級數的規律，也表示光斑條紋影像，間隔亮紋並無規律的振幅差，彼此間振幅是與  $k_i$  有關。

同理，令  $k_j = \Gamma A$ ，可得

$$A = \frac{k_j}{\Gamma} = \frac{\lambda k_j}{4\pi \sin \theta} \quad (i=1,2,3\dots) \quad (2.24)$$

令  $k_j$  為  $|J_0(K)|=0$  的解，即對應  $|J_0(K)|$  谷值之  $K$  值，這代表節線影像為最暗即暗紋，將  $k_j$  值列表出來如表 2.2 所列，由表可知  $k_j$  值也並無等差級數或等比級數的規律，與亮紋相同間隔暗紋也無規律的振幅差，暗紋間彼此振幅與  $k_j$  有關。

## 2.2 材料係數反算

材料係數反算是在一已知的正算模型(forward problem)內，調變材料係

數，使模擬分析與實驗結果間的誤差值為最小，當誤差的平方和最小，所調變的材料係數值即為所求，因此材料係數反算，也可視為一最小值問題或最佳化問題。最佳化之理論發展已久，許多演算法也陸續被成功地應用，本研究使用數值計算軟體 Matlab 進行材料係數反算，採用 Matlab 內建 Function tool 簡單體法(Nelder-Mead Simplex Method)，其理論概念如下。

### 2.2.1 Nelder-Mead Simplex Method

Nelder-Mead 簡單體法概念，考慮具有  $n$  個未知數的最小值問題，在  $n$  維空間內，有一  $n+1$  個頂點連線所圍成之多邊形簡單體，Nelder-Mead Method 是以不同的幾何形狀變換方式進行迭代運算，使各頂點逐漸靠近，簡單體體積越來越小，迭代運算直至簡單體體積很小，各頂點非常靠近或重合，目標函數值收斂，即停止迭代，完成最小值問題的求解。幾何形狀的變化主要可分為四種，以下依序解釋這四種運算法則。

#### 反射(Reflection)：

以變數為二( $n=2$ )的最小值問題為例，於材料係數反算一開始先猜測一初始值，經系統計算會產生另外兩點座標值，此時三點可圍成一三角形，將三點中實驗誤差最大的座標，反射至另一方向求得反射點如圖 2.3(a)所示，理論上反射點應存在最小值，若反射點非一最小值則進行擴張或收縮。

#### 擴張(Expansion)：

最小值座標可能位於反射點延伸方向的更前方，因此增加擴張程度如圖 2.3(b)所示，求得擴張點。

#### 收縮(Contraction)：

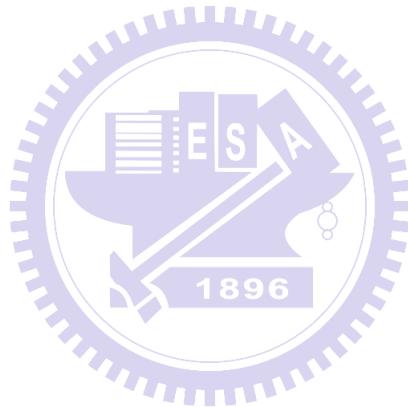
最小值座標除了可能在反射點延伸方向更前方外，也可能是在延伸方向後方，基本上收縮可分為兩類，第一類為向內收縮如圖 2.4(c)所示，由最初

三座標向內收縮。第二類為向外收縮如圖 2.4(d)所示，將反射點收縮，圖形看來像是由最初三座標向外收縮。

收縮(Shrink)：

若經前三種演算方式皆無法取得最小值座標，則表示最小值有可能位於起始猜測座標附近，因此以三點中誤差值為最小的座標為收縮中心，全域性縮小三角形面積如圖 2.4(e)。

由上述四步驟不斷進行迭代運算，直至三點座標值很靠近或歸於同一點，亦代表目標函數收斂，即可求得最小值。



### 第三章 數值模擬分析與討論

本章先介紹矽基板面內模態共振的實驗裝置，說明換能器所使用壓電材料之材料特性，再介紹應用 ANSYS 套裝軟體之模態與時諧分析方式，模擬壓電換能器的頻率響應，設計寬頻的錐形壓電換能器。並以簡化分析模型測試錐形壓電換能器的激振與量測能力。本章最後介紹單晶、多晶矽基板，在不同邊界條件下的模態與時諧分析結果。

#### 3.1 面內模態共振

本研究需要設計一壓電換能器，用於量測平板試片的面內共振頻率，並利用量測到的共振頻率，激振出試片的共振模態，並採用 ESPI 面內量測系統拍攝試片的面內共振模態。本研究將此實驗架構稱作面內模態共振實驗裝置。以下介紹換能器所使用之壓電材料特性。

##### 3.1.1 壓電材料

壓電材料具有將機械能與電能相互轉換的壓電效應 (piezoelectric effect)，可製作致動器及感測器，壓電效應又分為正壓電效應 (direct piezoelectric effect) 與逆壓電效應 (converse piezoelectric effect)。當施加正向壓力於壓電材料時，壓電材料為抵抗內部電偶極矩因受壓而縮短，會產生電壓抵抗，此機械能轉電能的效應稱為正壓電效應，如圖 3.1 所示。當施加外加電場於壓電材料時，內部電偶極矩因外加電場影響而伸長，壓電材料因此伸長變形，此電能轉機械能的效應稱為逆壓電效應，如圖 3.2 所示。

本研究採用壓電材料設計壓電換能器，作為激振及感測平板試片共振特性的裝置，以下介紹壓電結構受電場及機械力作用的本構方程式。

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\epsilon}^S \mathbf{E} \quad (3.1)$$

此處依據 Voigt 表示法，將應力與應變二階張量(tensor)簡化為向量型式， $\mathbf{T}$  為應力向量， $\mathbf{S}$  為應變向量， $\mathbf{c}^E$  為在固定電場作用下的彈性剛度矩陣(matrix of elastic stiffness)， $\mathbf{e}$  為壓電常數矩陣(matrix of piezoelectric constants)， $\mathbf{e}^T$  為  $\mathbf{e}$  的轉置矩陣， $\mathbf{D}$  為電位移， $\mathbf{E}$  為電場強度， $\boldsymbol{\epsilon}^S$  是固定應變下的介電常數矩陣(matrix of dielectric constants)。

考慮以 Z 軸為極化方向，具橫向等向性之壓電陶瓷，其彈性勁度矩陣為

$$\mathbf{c}^E = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

壓電常數矩陣為

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

固定應變之介電常數矩陣為

$$\boldsymbol{\epsilon}^S = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

本構方程式(3.1)可以展開如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{ccccccc} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 & 0 & -e_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

### 3.2 三維有限元素振動分析

本研究主要分析的振動模型有兩種，分別為錐形壓電換能器與矽基板，模擬採用使用之結構元素為 Solid45 與 Solid5。Solid45 元素為 8 節點三維元素如圖 3.3 所示，每節點有 X、Y、Z 三方向自由度，且元素特性具可塑性、可膨脹、大形變、大應變等特性，屬於較常用於結構分析之元素種類，實驗裝置之鋁合金與多晶矽試片，都是採用 Solid45 元素進行模擬。Solid5 與 Solid45 同為 8 節點三維元素，如圖 3.4 所示，每節點除了 X、Y、Z 三方向自由度外，還多了電壓的自由度，元素特性具可塑性、可膨脹、大形變、大應變、電性等特性，壓電材料 PZT-4 與單晶矽試片採用 Solid5 元素進行模擬。

ANSYS 套裝軟體以有限元素法進行數值分析，元素切割越細小，數量越多，分析結果相對越準確，但過多的元素數量會造成計算時間與分析數據大幅增加。因此先針對錐形壓電換能器與矽基板，以不同數量的元素切割討論其收斂性，選擇元素數量適中的切割方式進行模擬，達到節省計算時間與求解準確性之目的。圖 3.5 所示為錐形壓電換能器不同元素數量與位移頻率響應的關係，圖中元素數量 2,700 與 50881 的元素數量相差近 20 倍，隨著元素數量提高，頻率響應曲線有明顯向上提升的趨勢，共振頻率發生值略微下降。因本研究主要分析共振頻率值，並不關切振幅大小，因此之

後錐形壓電換能器的模擬採用元素數目為 28,836 之切割方式，網格結果如圖 3.6 所示。矽基板厚度薄，以等間距切割元素時，厚度方向往往切割較少的層數，為避免厚度方向切割層數過少而影響分析結果，矽基板厚度皆切割兩層，探討不同元素數量與位移頻率響應的關係，如圖 3.7 所示，由圖可知隨著元素數量提高，頻率響應曲線有些許向上提昇的趨勢，而共振頻率值下降，且於越高頻越明顯。本研究主要關切共振頻率發生位置，因此單晶矽基板採用元素數目 12,218 之切割方式，單晶矽基板網格結果如圖 3.8 所示，而多晶矽基板則採用元素數目 12,168 之切割方式，多晶矽基板網格結果如圖 3.8 所示。

### 3.3 錐形壓電換能器設計與分析

本研究設計一錐形壓電換能器，用於激振矽基板試片及量測面內共振頻率，將錐形壓電換能器緊靠於試片側邊，當試片受到激振產生振動，錐形壓電換能器承受軸向壓力變形而感測到振動訊號，本研究設定系統的量測頻率範圍為 0~100 kHz 間，故錐形壓電換能器的軸向第一共振頻率應高於 100 kHz 為佳，避免自身共振頻率影響量測與激振結果。本研究將壓電換能器設計為錐形，因錐形體底面積大，不易產生撓曲、扭曲的共振模態，此種幾何形狀能使軸向第一共振頻率有效提高。

錐形壓電換能器的幾何形狀與參數如圖 3.10 所示，錐形壓電換能器的底部為壓電材料 PZT-4，錐形部份的材料為鋁合金，兩者的材料係數如表 3.1、表 3.2 所列，當邊界條件設為無拘束，進行模態分析，微調各幾何參數，由軸向第一共振頻率的計算值，決定錐形壓電換能器的適當尺寸。模擬結果如表 3.3 所列，當縮小壓電片厚度、圓錐深度、整體尺寸，或增加壓電片直徑時會使軸向第一共振頻率增高，最後決定探頭尺寸為壓電片厚度 2mm、壓電片直徑 10mm、圓錐深度 10mm、圓錐頂部直徑 2mm。

當試片受外力激振產生振動，位移包含面內與面外分量，為確認錐形壓電換能器只感測面內振動訊號，以簡化模型進行模擬。參考圖 3.11 所示，錐形壓電換能器底部固定，並於錐形體頂部施加一軸向時諧外力，時諧分析獲得軸向位移頻率響應如圖 3.12 所示，軸向第一共振頻率為 173kHz。再參考圖 3.13 所示，將壓電換能器底部固定，在錐形頂部施加一橫向時諧外力，時諧分析所獲得的軸向位移頻率響應如圖 3.14 所示。比較圖 3.12 與 3.14 可知軸向力產生的位移響應遠大於橫向力引致的位移響應，且前者高出後者 100 餘 dB。最後，參考圖 3.15 所示，將錐形壓電換能器底部固定，在錐形體頂部同時施加一軸向及橫向時諧外力，錐形感測器的軸向位移頻率響應如圖 3.16 所示，由圖可看出錐形壓電換能器的頻率響應與只施加一軸向時諧外力相同，因為橫向負載所產生的訊號遠小於軸向負載之訊號，因此在位移的頻率響應圖中，只能觀察到軸向位移頻率響應。當錐形壓電換能器緊靠試片量測時，只能量測軸向位移訊號，即為平板試片的面內位移訊號。

本研究考慮一桿件為待測物，施加一時諧外力於桿件上，時諧分析所獲得的位移頻率響應如圖 3.17 所示。考慮一簡化模型將待測桿件兩側以錐形壓電換能器緊靠，於左側錐形壓電換能器施加時諧電壓，激振待測桿件，右側錐形壓電換能器作為感測器，偵測頻率響應，輸出結果如圖 3.18 所示。由圖可知當桿件受到左側錐形壓電換能器激振，待測桿件振動導致右側錐形壓電感測器產生電壓訊號，其電壓訊號峰值發生處頻率與待測桿件自身的共振頻率相符。由此模擬結果比較可知，此錐形壓電換能器具激振與量測功能。

### 3.4 砂基板面內振動的有限元素分析

本節介紹單晶與多晶砂基板在三種不同邊界條件下，進行面內振動模擬

分析，參考表 3.4 所列之將模擬與實驗結果比較，瞭解最近似本實驗裝置的邊界條件。第一種情況是矽基板處於面內位移無拘束，面外位移拘束不動，進行模態分析。第二種情況為矽基板邊緣四點的 Z 方向位移為零，面外位移拘束不動，進行模態分析。第三種情況則是在矽基板邊緣的四點垂直施加大小相同之時諧外力，進行時諧分析。

### 3.4.1 單晶矽基板

數值分析採用之單晶矽材料係數如表 3.5 所列，邊界條件為施加四個垂直試片邊緣的時諧外力，其位移頻率響應如圖 3.19 所示，圖中峰值所對應之頻率值即為共振頻率，將分析所得之共振模態 X 方向位移等高線圖繪出，另外兩種邊界條件分析結果也繪出 X 方向位移等高線圖，可參考表 3.6-1 與 3.6-2 所列，由表可看出兩模態分析，共振模態振形皆相似，但時諧分析 58.25 kHz 與 71 kHz 兩模態，與另外兩者有明顯的不同，因此在判斷較接近模態共振實驗裝置的分析方式時，模態分析與時諧分析應十分容易判斷。

### 3.4.2 多晶矽基板

數值分析採用之多晶矽材料係數如表 3.7 所列，邊界條件為施加四個垂直試片邊緣的時諧外力，其位移頻率響應如圖 3.20 所示，與單晶板相同方式將各共振頻率模態 X 方向位移等高線圖繪出，如表 3.8-1 與 3.8-2 所列，分析結果與單晶矽基板相同，兩不同邊界的模態分析結果皆相似，但時諧分析 56.25 kHz 此模態振形與另外兩者完全不同，因此於判斷較適合之分析方式時，模態與時諧分析兩種情況應可很容易做出判斷。

## 第四章 實驗量測結果與討論

本章介紹以設計的面內模態共振量測裝置，量測單晶矽板與多晶矽板的面內共振頻率，並配合面內電子光斑干涉術實驗架構，拍攝矽基板的面內共振模態，經實驗與數值分析結果比對，驗證拍攝共振模態的準確性，以此評估本實驗裝置的可行性，並判斷出最近似此實驗裝置的邊界條件。

### 4.1 面內模態共振實驗架構與量測結果

本節介紹錐形壓電換能器的製作，並利用面內模態共振實驗裝置，以一側輸入弦波掃頻電壓，作為激振源激振試片，另一側為感測器，感測試片振動訊號的方式，量測八邊形單晶矽板與四邊形多晶矽板的面內共振頻率。

#### 4.1.1 面內模態共振實驗裝置

本研究設計之錐形壓電換能器，使用 Chemtronics-CW2400 雙液型導電銀膠，將壓電圓片與錐形金屬部分黏貼成一體，且於兩者間多黏貼一薄銅片，以方便電極接線如圖 4.1 所示。製作一方形架構如圖 4.2 所示，將錐形壓電換能器黏貼於可滑動基座上，待測試片置於方形基座中央，由兩側錐形壓電換能器緊靠固定試片，以 LabVIEW 程式介面如圖 4.3 所示，配合 NI-4461 訊號擷取卡，以弦波掃頻方式，將試片一側換能器作為激振源激振試片，另一側換能器作為感測器，感測試片振動訊號，矽基板振動所產生的訊號小，因此使用前期放大器(preamplifier)將量測到的訊號放大，面內模態共振整體實驗裝置如圖 4.4 所示。

#### 4.1.2 面內模態共振裝置量測結果

首先量測自製的錐形壓電換能器頻率響應，其結果如圖 4.5 所示，第一共振頻率發生於約 75 kHz 的位置，與模擬分析相差約 98 kHz，造成誤差原

因估計是由於模擬分析時，PZT-4 與鋁合金兩者為一體結構，但實際上錐形壓電換能器須使用導電銀膠將 PZT-4 與鋁合金兩者黏貼於一起，且為了接線方便於 PZT-4 與鋁合金之間放置薄銅片，進行黏貼作業時人為疏失的影響，也有可能導致共振頻率下降，因此往後在量測試片頻率響應時，為避免錐形壓電換能器自身振動行為影響量測結果，量測頻率範圍設於 0~70 kHz 為佳。

錐形壓電換能器黏貼於可滑動基座上，在量測矽基板面內共振頻率時，可滑動基座的振動行為也可能影響量測結果。將一側的錐形壓電換能器緊靠於一方形鋼塊如圖 4.6 所示，鋼塊的質量遠大於可滑動基座，因此可視為一剛體，兩錐形壓電換能器，一個作為激振源另一個作為感測器，以此方式量測可滑動基座的頻率響應，量測結果如圖 4.7 所示，可滑動基座頻率響應與錐形壓電換能器量相似，判斷是因錐形壓電換能器的致振能力小，無法激振出可滑動基座的共振行為，所以量測到的振動訊號，主要還是錐形壓電換能器自身振動所造成，由此可知在量測矽基板共振頻率時，無法量測到可滑動基座的振動訊號。

使用面內模態共振實驗裝置，量測矽基板面內頻率響應，單晶矽基板為八邊形試片如圖 4.8 所示，其量測結果如圖 4.9 所示，多晶矽基板則為四邊形試片如圖 4.10 所示，其量測結果如圖 4.11 所示。量測結果中有兩種線條，實線為電壓訊號轉頻域後取 dB 值之結果，虛線為相位變化，觀察圖形中同時發生 dB 值峰值與相位改變之頻率位置，此頻率即為矽基板的面內共振頻率。以量測得共振頻率激振試片，再配合面內 ESPI 實驗架構，可拍攝得矽基板面內共振模態但並不清晰，若想拍攝較清晰干涉條紋圖，則需微調致振頻率。比較面內模態共振實驗裝置量測結果，與 ESPI 可拍攝較清晰干涉條紋圖所致振頻率，其結果可見表 4.1 與表 4.2 所列，可清晰拍攝光斑干涉條紋圖的致振頻率與量測得共振頻率間，有些微誤差但誤差值極小，造成

誤差的原因為量測共振頻率時，左側錐形壓電換能器為激振源，而右側為感測器進行量測，但量測 ESPI 時，四個錐形壓電換能器皆為激振源，若只以一側激振試片進行 ESPI 量測，因錐形壓電換能器致振效果有限，無法拍攝得矽基板共振模態。

## 4.2 面內 EPSI 實驗架構與實驗結果

面內模態共振實驗裝置的量測結果具指標性作用，微調致振頻率可拍攝得較清晰的干涉條紋圖。將試片旋轉 90 度及夾持旋轉 90 度，進行 ESPI 量測，對試片厚度均勻性及不同夾持方式所造成的影響進行探討，並藉由實驗與數值分析結果比對，判斷出較近似於本實驗裝置的邊界條件。

實際面內 ESPI 光路架構如圖 4.12 所示，本研究使用波長為 523.1 nm 之綠光半導體雷射(Spectra-Physics Excelsior-532-50)，雷射垂直射入分光鏡(beam-splitter)分成物光及參考光兩道光束，此兩道光束經反射鏡(mirror)折射後射入空間濾波器(spatial filter)，空間濾波器上裝載物鏡(objective lens)與針孔(pin-hole)，本研究採用放大倍率 40 倍物鏡與直徑 25  $\mu\text{m}$  針孔，兩光束經物鏡擴束再由針孔將光源濾波後，兩同光程且均勻光源照射於試片上，利用函數產生器(Tektronix AFG3102)與功率放大器(NF HSA4051)經面內模態共振實驗裝置激振試片，以 CCD 相機(Basler A102f，1392  $\times$  1040 畫素)擷取影像，最後將兩振幅不同之影像，經 Matlab 套裝軟體進行影像處理獲得光斑干涉條紋圖，整體實驗架構如圖 2.3 所示，本研究藉由 LabVIEW 將完整實驗流程結合做自動化量測，圖 4.13 為面內 ESPI 量測所使用之 LabVIEW 程式介面。

### 4.2.1 單晶矽基板

將單晶矽基板放置於面內模態共振實驗裝置中，錐形壓電換能器緊靠試

片上下緣如圖 4.14 所示，並於試片後方放置海棉墊如圖 4.15 所示，拘束試片面外位移，避免面外位移過大而導致面內 ESPI 無法量測，海棉墊本身充滿許多孔隙，與矽基板接觸時摩擦力十分微小，不會影響試片的面內振動行為。單晶矽基板 ESPI 量測與模擬分析結果如表 4.3-1、4.3-2 所列，由表可知施加四時諧外力之時諧分析結果，於驅動頻率 48.52 kHz 與 70.72 kHz 之 ESPI 量測模態振形與模擬分析所得結果不相同，再觀察兩不同邊界條件模態分析的結果，其模擬分析結果與 ESPI 量測所得模態振形相同，而邊界條件面內位移無拘束、面外位移拘束不動的共振頻率值，與 ESPI 可清晰拍攝得干涉條紋圖，所致振的頻率值較為接近。

將單晶矽基板旋轉 90 度後，以與原先相同的頻率激振試片，其 ESPI 拍攝結果不佳，將致振頻率微調後才可得到較清晰的光斑條紋圖，如表 4.4-1 與 4.4-2 所列，由表可知原先驅動頻率為 21.35 kHz 與 46 kHz 之 ESPI 量測模態振形，試片旋轉 90 度前後拍攝結果有些微不同，造成其差異性原因可能為試片厚度不均勻，以致於試片旋轉 90 度後模態振形產生差異。矽基板於製造時採用線切割方式，因此假設試片平面為一線性變化平面，其厚度差為 50  $\mu\text{m}$  如圖 4.16 所示進行模擬分析，由此模擬分析探討厚度不均勻對試片共振模態的影響其結果如表 4.5 所列，由模擬分析結果可看出試片厚度不均勻，會造成共振模態的位移等高線偏移，且由厚度較薄處往較厚方向偏移，偏移原因是由於厚度較厚處相對剛性較強，振動時產生的位移量較小，因此共振模態產生偏移，而偏移現象於低頻模態較為明顯，而高頻模態則較不明顯。從 ESPI 量測結果也可觀察到干涉條紋圖確實有偏移現象，且於較低頻的兩個共振模態偏移較明顯，而較高頻的兩個共振模態則偏移較不明顯，驗證試片厚度不均勻會造成共振模態偏移，且在低頻模態偏移較明顯。

ESPI 量測原先採用錐形壓電換能器上下緊靠夾持試片方式進行拍攝，

現改採用左右緊靠夾持試片方式如圖 15 所示進行 ESPI 量測，探討當施力平行於拍攝方向時，對量測結果有何影響其結果如表 4.6 所列，由表可知可拍攝得較清晰干涉條紋圖的致振頻率改變，試片共振模態也產生些微差異，但模態形貌仍相似，由此判斷試片共振模態可能不受激振方式影響，而造成致振頻率改變的原因為，當採取左右夾持時，試片下方須放置螺絲以防試片掉落，以致於左右夾持與上下夾持的邊界條件不相同，而造成致振頻率有所差異。

#### 4.2.2 多晶矽基板

多晶矽基板以錐形壓電換能器緊靠夾持試片上下緣進行 ESPI 量測，量測與模擬分析結果比較如表 4.7-1、4.7-2 所列，由表可知驅動頻率 58 kHz 的 ESPI 量測之模態振形，與時諧分析所得位移等高線圖完全不相同，且頻率值相異甚大，而另外兩邊界條件相異的模態分析結果與 ESPI 實驗結果相符，並且邊界條件面內位移無拘束、面外位移拘束不動的模擬結果，其共振頻率值與實驗最接近。

將多晶矽基板旋轉 90 度進行 ESPI 量測，試片旋轉 90 度前後實驗結果可見表 4.8 所列，由表可觀察出與單晶矽基板相同之結論，試片旋轉 90 度之後 ESPI 拍攝結果不相同且頻率值有些微改變，考慮是因厚度不均造成此結果，仿照單晶矽基板，模擬厚度為線性變化且厚度差 50  $\mu\text{m}$ ，其結果如表 4.9 所列，由表可知模擬等位移線圖產生偏移，而試片 2 的 EPSI 實驗結果卻與模擬模態差異甚多，由先前圖表可發現試片 1 可拍攝到四組模態，而試片 2 只能拍攝到三組模態，原先 67.91 kHz 模態於試片旋轉 90 度後則拍攝不到，試片 2 的 ESPI 干涉條紋圖也明顯不符合分析結果，其原因可能為試片 2 本身於製作時，製作較不完善進而影響實驗結果。

相同的以不同夾持方式，對多晶矽基板進行實驗探討其結果如表 4.10

所列，由表可知試片 7 於兩不同夾持方式，驅動頻率相同且拍攝結果也相同，由此可確定試片的共振模態並不受夾持方式影響，因此以本實驗裝置激振試片，試片的振動行為較趨近於自然振動。

#### 4.2.3 太陽能電池

本研究最終目標為量測太陽能電池，但太陽能電池結構較為複雜，除了主要材料矽之外，還包含電極、鋁矽共晶結構、多孔隙鋁結構及背面電場等結構，因此本研究先以結構較為單純的矽基板素材為研究主軸。本段嘗試以太陽能電池為試片，觀察是否可成功拍攝得太陽能電池面內共振模態，其實驗結果如表 4.11-1 與 4.11-2 所列，表中模擬所使用的模型為簡化模型，只考慮矽基板與兩條主要錫條，並沒有考慮較細部的結構，因此共振頻率差異明顯，但基本上共振模態振形仍然相同，由此可知本實驗裝置可以太陽能電池為試片，進行面內 ESPI 量測，且可拍攝到的模態頻率可至 58.51 kHz。將試片旋轉 90 度進行 ESPI 量測其結果如表 4.12 所列，可以觀察出試片轉向後仍然可拍攝到相同模態，但干涉條紋數減少且解析度降低，造成此現象的原因為當試片旋轉 90 度後，ESPI 所拍攝的方向與兩條主要錫條同向，試片振動時因錫條造成此方向剛性增強、振動位移較小，所以干涉條紋數與影像解析度下降，之後若以此實驗裝置對太陽能電池進行面內 ESPI 量測，建議量測方向垂直於錫條方向為佳。

### 4.3 實驗量測與模擬分析結果討論

以量測得共振頻率激振試片，可拍攝得試片共振模態但不清晰，若想獲得較清晰的干涉條紋圖，則需將頻率作些許的調整。試片量測得的共振頻率與 ESPI 可清晰拍攝得共振模態所驅動頻率，兩者有些微差異，造成差異的原因是量測時一側為激振源另一側為感測器，但拍攝 ESPI 時兩側皆為

激振源，兩實驗邊界條件不同造成，但兩者誤差值極小，因此進行 ESPI 量測時，所量測到的面內共振頻率，可作為一指標，以此頻率值進行調變，進而拍攝得較清晰的干涉條紋圖。

由實驗與模擬比對可得知，邊界條件為 free-free 之模態分析，較接近面內模態共振實驗裝置的實際狀況，因此採用此邊界條件作為正算模型進行材料係數的反算。

單晶與多晶矽基板旋轉 90 度前後，經實驗可知試片本身的良好性與厚度均勻性會影響實驗結果，試片厚度不均勻經數值分析與實驗驗證，會造成共振模態偏移，且由厚度較薄往厚度較厚方向偏移。

以不同方式夾持試片，由實驗結果可知夾持方式並不會影響試片共振模態，造成試片模態改變的主要原因，為試片本身完善性與厚度不均造成，而面內 ESPI 可清晰拍攝干涉條紋圖所驅動頻率產生偏移現象，則是因為夾持轉向後，邊界條件有些微改變造成，並非夾持轉向造成。

## 第五章 砂基板材料係數反算

本研究先採用 ANSYS 套裝軟體，建立砂基版面內振動自然頻率的正算模型，配合 Matlab 軟體內建的程式庫進行材料係數反算，以不同的初始猜測值進行測試，探討反算材料係數的收斂性與準確性。

### 5.1 材料係數反算流程

材料係數反算流程如圖 5.1 所示，程式開始必須先輸入一組初始材料係數，此組材料係數為一組猜測的解，將此組材料係數輸入 ANSYS 套裝軟體中，進行模態分析，求得特定模態的自然頻率值，並建立一個實驗值與預測值誤差平方和之目標函數，將材料係數反算轉換為尋求最小值問題。應用 Nelder-Mead Method 產生一組新材料係數，進行迭代運算直至目標函數收斂。

#### 5.1.1 反算模型的建立

本研究反算的對象為單晶矽與多晶矽基板的材料係數，單晶矽基板材有三個獨立的材料係數，分別為彈性係數  $C_{11}$ 、 $C_{12}$ 、 $C_{44}$ ，多晶矽基板則有兩個獨立材料係數，分別為楊氏係數  $E$ 、普松比  $\nu$ 。以單晶試片 1 及多晶試片 1 的試片尺寸，與面內共振頻率實驗結果進行材料係數反算，試片尺寸如圖 5.2、5.3 所示，數值分析求取邊界條件為 free-free 的自然頻率，單晶矽基板的面內共振頻率選取 4、14、17、25、29 模態，多晶矽基板則選取面內振動的 15、19、27、31 模態共振頻率，這些模態皆為 ESPI 實驗可以正確拍攝的模態，將上述共振頻率計算值當作實驗值代入目標函數，進行迭代運算，直至目標函數收斂。利用 ANSYS 套裝軟體求解試片的面內共振頻率與輸出特定模態的計算值等步驟，需建立一文字指令檔，以便整體反算流程的自動化。

### 5.1.2 目標函數

反算過程中，建立目標函數是極為重要的一個步驟，適當的目標函數可提高反算的精確度，節省計算時間，本研究的目標函數定義如下

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{f_{Experiment}^i - f_{Predict}^i}{f_{Experiment}^i} \right)^2 \quad (5.1)$$

其中， $Q$  為目標函數。 $f_{Experiment}^i$  為 ESPI 實驗可清晰拍攝得矽基板面內共振模態干涉條紋圖的驅動頻率值，設為實驗值。 $f_{Predict}^i$  為 ANSYS 套裝軟體經模態分析後，對應實驗結果之面內共振頻率值，稱為模擬值， $N$  為實驗所拍攝得的模態數目。於材料係數反算的過程中，目標函數收斂表示實驗值與理論值兩者誤差小於容許值，因此反算材料係數也可視為求解最小值問題。

### 5.1.3 最佳化程式的收斂測試

為確定此最佳化程式之可行性，本研究先採用一組已知的理論數值解，為反算目標進行材料係數反算，且以不同偏移程度的初始值來進行材料係數反算觀察其反算之結果，其結果可見表 5.1-1、5.1-2、5.2 所列，單晶基矽板材料係數反算程序之偏移量定義如下

$$deviation = \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{\Delta C_{11}}{C_{11}} \right) + \left( \frac{\Delta C_{12}}{C_{12}} \right) + \left( \frac{\Delta C_{44}}{C_{44}} \right) \right] \quad (5.2)$$

(5.2)式中  $\Delta C_{11} = C'_{11} - C_{11}$ ， $\Delta C_{12} = C'_{12} - C_{12}$ ， $\Delta C_{44} = C'_{44} - C_{44}$ ， $C'_{11}$  為猜測的初始值與最後求得解之值， $C_{11}$  為所要逼近的理論數值解，其餘以此類推。

多晶矽基板材料係數反算程序之偏移量定義如下

$$deviation = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\Delta E}{E} \right) + \left( \frac{\Delta \nu}{\nu} \right) \right] \quad (5.3)$$

(5.3)式中  $\Delta E = E' - E$ ， $\Delta \nu = \nu' - \nu$ ， $E'$ 、 $\nu'$  為猜測的初始值與最後求得解之值， $E$ 、 $\nu$  為所要逼近的理論數值解。倘若反算之目標函數具有兩個(含)以上的最小值，不同初始值會收斂至不同的材料係數，單晶矽基板反算的初始猜測值，偏移量達到大於 3% 或小於-16%，其反算結果無法收斂至所設定的收斂目標。多晶矽基板初始猜測值得偏移量達到大於 21% 或小於-19% 時，也有相同情況。由此可知材料係數反算有一收斂範圍，初始猜測值與最佳解間的偏移量不能太大。以多相異初始值進行反算，可以增加反算結果可信度。

## 5.2 反算結果與討論

利用最佳化程式，以多個不同猜測的初始值進行材料係數反算，比較不同起始點計算之結果，並且將目標函數迭代運算的過程以圖形繪出觀察是否收斂。更近一步將反算求得的等效材料係數，輸入 ANSYS 套裝軟體中求解，觀察共振頻率及對應之模態是否與實驗結果相同，以此做進一步的驗證。

### 5.2.1 單晶矽基板材料係數反算結果

以不同偏移量的初始值進行材料係數反算，其結果列於表 5.3-1、5.3-2，不同偏移量的起始點所收斂的材料係數差異性都很大，因此除了觀察目標函數值之外，還必須將反算得材料係數代回套裝軟體 ANSYS 進行求解，觀察共振模態是否與實驗結果相符，判斷何者為最適當的解，最後採用  $C_{11} = 222.4$  GPa、 $C_{12} = 118.22$  GPa、 $C_{44} = 65.55$  GPa。圖 5.4 所示為反算過程中每一步迭代與目標函數的關係圖，由圖可知目標函數值一開始即上下振盪，隨著迭代次數增加而逐漸收斂，將反算所得的材料係數代回 ANSYS 套裝軟體求解，觀察對應的面內共振模態，其結果如表 5.4-1、5.4-2

所列。由表可知，當驅動頻率為 70.72 kHz 所對應的面內共振模態之 ESPI 影像與數值分析的共振頻率及振形有比較明顯的差異，但模態的整體形貌仍然相似。其他模態的等位移線圖與 ESPI 實驗結果有些微不同，但整體形貌也是相似的。將原材料係數與最佳化程式反算所得等效材料係數，列表於表 5.5，由表可知前三個模態共振頻率值誤差值下降，而後兩個模態誤差直上升，但整體誤差平均值是有獲得改善的。

### 5.2.2 多晶矽基板材料係數反算結果

以不同初始值進行材料係數反算的結果如表 5.6-1、5.6-2 所列，由表可看出儘管初始值的偏移量越大，反算結果依舊落在楊氏模數為 163 GPa、普松比 0.27 左右，選擇楊氏模數為 162.9 GPa、普松比 0.274，其目標函數值最小。將此組材料係數迭代次數與目標函數以圖形繪出，其結果如圖 5.5 所示，由圖可知目標函數於迭代運算剛開始時呈現上下劇烈震盪，隨著迭代次數增加逐漸收斂，若將收斂之材料係數代回 ANSYS 觀察共振模態是否改變，其結果如表 5.7 所列，由表可知大部分的模態皆相同，但驅動頻率為 58 kHz 的 ESPI 量測之共振模態與數值分析結果完全不同，將原材料係數模擬結果與最佳化程式反算結果比較如表 5.8 所列，由表可知驅動頻率為 58 kHz 之 ESPI 量測振形與數值分析之模態差異雖然提高了，但整體共振頻率卻有良好的改善。

### 5.2.3 結果與討論

由最佳化程式反算材料係數，其結果整體誤差減少，但部分模態的誤差卻因此變大，單晶矽基板材料係數之反算結果與理論值差異過大，不符合常理，而多晶矽基板材料係數之反算結果雖與理論值相似，但部分共振模態的振形卻完全改變，整體反算結果不盡理想。

本研究嘗試以等效矽基板厚度的方式，根據材料係數理論值進行試片厚度反算，如圖 5.6、5.7 所示，將矽基板假設為厚度呈線性變化之分析模型，代入反算程式，結果都發散無法有效收斂，表 5.9、5.10 所列為矽基板厚度假設為線性變化，兩側的厚度差為  $50\mu\text{m}$  的分析結果。一般矽基板厚度約在  $180\mu\text{m} \sim 200\mu\text{m}$  左右，模擬厚度差( $50\mu\text{m}$ )大約為整體厚度的  $1/4$ ，是很大的改變量，但觀察矽基板共振頻率的改變卻很小，若要使共振頻率大幅度改變，厚度變化量想必需要更大，但此結果就不符合實際情況了。厚度差異性主要影響共振模態的振形，對於共振頻率則較無影響。

估計造成反算結果不理想的原因可能為，反算模型的邊界條件設定與實際狀況不同所造成，因此將邊界條件為 free-free 的試片面內共振頻率模擬結果假設為虛擬實驗值，矽基板面內共振頻率的正算模型之邊界條件為四點  $Uz=0$ ，探討邊界條件的設定對於反算結果的影響，其結果如表 5.11、5.12 所列，因虛擬實驗值與正算模型的邊界條件不同，導致反算結果失敗。本研究所設計的面內共振模態實驗裝置，經實驗結果與數值分析比對，發現面內位移無拘束且面外位移拘束不動之邊界條件最接近本實驗裝置，但並非完全吻合，由先前的模擬可知，邊界條件的不同會影響正算結果，因此本研究反算結果的不理想是由於正算模型與實際狀況不符所造成。

## 第六章 結論與未來展望

本研究發展一套量測平板試片面內共振頻率及模態的實驗系統，成功地應用於量測太陽能電池基板的面內振動特性。並以套裝軟體 ANSYS 模擬分析矽基板的振動響應，驗證拍攝模態的準確性。數值分析證實試片厚度不均，會造成干涉條紋由較薄處往較厚處偏移。由模擬與實驗結果比對，可確認較近似實驗裝置的支撐試片邊界條件，邊界條件的些許差異會導致試片共振頻率的改變，對於材料係數反算結果影響甚鉅。

### 6.1 實驗與數值模擬分析之結論

面內共振實驗裝置量測到的矽基板共振頻率，與 ESPI 拍攝清晰干涉條紋圖的驅動頻率有些微差異，惟所量測到的共振頻率值與模態有一致性。將試片旋轉 90 度，以電子光斑干涉術拍攝矽晶板的面內共振模態，共振模態及驅動頻率與旋轉前有些微改變。經數值分析結果驗證，可能是試片本身厚度不均勻造成。進一步還發現共振模態的等位移線會由厚度薄處往厚方向偏移，越高階的共振模態偏移現象越不明顯。

以不同夾持方向進行電子光斑干涉術實驗量測，所拍攝到的共振模態大致相同，激振頻率的差異可能是支撐試片的邊界條件改變所造成，但差異很小。由實驗結果發現試片的振形不受激振方式所影響，顯示試片振動方式較趨近自然振動，與模擬結果相符。

以三組較近似面內共振模態實驗的方式進行試片模擬分析，邊界條件設為面內位移無拘束、面外位移拘束不動之模擬結果與實驗結果較接近，因此選定此為反算材料係數的模型。

本研究進一步以太陽能電池為實驗試片進行面內 ESPI 量測，當量測方向與兩主要錫條同向時，量測到的干涉條紋數較少。將來若以 ESPI 量測太

陽能電池的面內振動，建議量測方向與錫條方向垂直為佳。

等效材料係數反算結果顯示雖整體共振頻率誤差值獲得改善，但反算結果與實際差異過大，且部分模態振形改變，試片厚度對於共振頻率影響很小，無法作為反算的變數。邊界條件的些微差異會大幅影響反算的結果。本研究材料係數反算結果不理想，應是反算模型的邊界條件，與實際狀況不同所造成。

本研究改進賴佑年[1]的實驗系統，進行太陽能電池的面內共振模態量測，表 6.1 所列為本研究量測結果與[1]的成果比較，本研究所拍攝到的干涉條紋圖條紋數減少，但卻可拍攝得較高階的面內共振模態。

## 6.2 未來工作與展望

因錐形壓電換能器致振效果不佳，可能導致量測矽基板面內共振頻率的實驗與 EPSI 量測面內共振模態之邊界條件不同，量測結果有差異，未來可改善錐形壓電換能器的致振效果，使兩項實驗可於相同的邊界及致振條件下進行量測減少差異。

目前 EPSI 量測矽基板面內實驗架構為鉛垂直立，未來可以嘗試將光路以平行重力方向架設，方便將試片旋轉 90 度或夾持旋轉 90 度，進行實驗量測，改善夾持轉向後邊界不同所造成的實驗誤差。

自製的面內模態共振裝置可成功量測試片面內共振頻率，經數值模擬分析，證實所拍攝共振模態的正確性，未來可用於檢測太陽能電池，由共振頻率的改變及干涉條紋的不連續性，判斷太陽能電池是否含有缺陷。太陽能電池結構有如複合材料層板，包含主要材料矽、電極、鋁矽共晶結構、多孔隙鋁結構與背面電場等，未來可將完整的太陽能電池的數值分析結果與實驗結果比對，驗證所拍攝得共振模態的正確性。

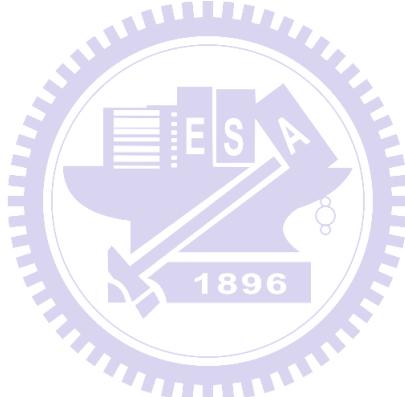
## 參考文獻

- [1] 賴佑年 (2010), 含裂縫太陽能電池基板面內共振的電子光斑干涉檢測, 國立交通大學機械工程學系碩士論文, 新竹市, 台灣。
- [2] S. Ostapenko and I. Tarasov (2000), “Nonlinear resonance ultrasonic vibrationsin Czochralski-silicon wafers,” *Applied Physics Letters*, **76**(16), 2217-2219.
- [3] S. Ostapenko, W. Dallas, D. Hess, O. Polupan, and J. Wohlgemuth (2006), “Crack detection and analyses using resonance ultrasonic vibrations in crystalline silicon wafers,” *IEEE*, 920-923.
- [4] A. Belyaev, O. Polupan, W. Dallas, S. Ostapenko, and D. Hes (2006), “Crack detection and analyses using resonance ultrasonic vibrations in full-size crystalline silicon wafers,” *Applied Physics Letters*, **88**, 111907-1.
- [5] A. Belyaev, O. Polupan, S. Ostapenko, D. Hess, and J. P Kalejs (2006), “Resonance ultrasonic vibration diagnostics of elastic stress in full-size silicon wafers,” *Semiconductor Science and Technology*, **21**, 254-260.
- [6] W. Dallas, O. Polupan, and S. Ostapenko (2007), “Resonance ultrasonic vibrations for crack detection in photovoltaic silicon wafers,” *Measurement Science and Technology*, **18**, 852-858.
- [7] C. Hilmersson, D. P. Hess, W. Dallas, and S. Ostapenko (2007), “Crack detection in single-crystalline silicon wafers using impact testing,” *Applied Acoustics*, **69**, 755–760
- [8] A. Monastyrskyi, S. Ostapenko, O. Polupan, H. Maeckel, and M. A. Vazquez (2008), “Resonance ultrasonic vibrations for in-line crack detection in silicon wafers and Solar Cells,” *IEEE the 33th Photovoltaic Specialists Conference* .
- [9] A. Belyaev, Yu. Emirov, S. Ostapenko , I. Tarasov, V. Verstraten, M. Van Dooren, P. G. Fumei, G. Van Veghel, P. Bentz, and A. Van Der Heide (2009), “Yield enhancement for solar cell manufacturing using resonance ultrasonic vibrations inspection,” *IEEE the 34th Photovoltaic*

*Specialists Conference*, 001918-001921.

- [10] J. N. Butters and J. A. Leendertz (1971), “Speckle patterns and holographic techniques in engineering metrology,” *Optics Laser Technol.*, **3**(1), 26–30.
- [11] K. Høgmoen and O. J. Løkberg (1977), “Detection and measurement of small vibrations using electronic speckle pattern interferometry,” *Applied Optics*, **16**(7), 1869-1875.
- [12] W.-C. Wang, C.-H. Hwang, and S.-Y. Lin (1996), “Vibration measurement by the time-average electronic speckle pattern interferometry methods,” *Applied Optics*, **35**(22), 4502-4509.
- [13] C.-H. Huang and C.-C. Ma (2000), “Vibration of cracked circular plates at Resonance frequencies,” *Journal of Sound and Vibration*, **236**(4), 637-656.
- [14] V. M. Murukeshan, Y. F. Lai, V. Krishnakumar, L. S. Ong, and A. Asundi (2003), “Development of Matlab filtering techniques in digital speckle pattern interferometry,” *Optics and Laser in Engineering*, **39**, 441-448.
- [15] E. A. Zarate, E. Custodio, C. G. Treviño-Palacios, R. Rodríguez-Vera, and H. J. Puga-Soberanes (2005), “Defect detection in metals using electronic speckle pattern interferometry,” *Solar Energy Materials & Solar Cells*, **88**, 217-225.
- [16] C.-C. Ma, Y.-C. Lin, and H.-Y. Lin (2008), “Dynamic in-plane resonant characteristics of piezoceramic and piezolaminated composite plates,” *IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics, and Frequency Control*, **55**(3), 526-537.
- [17] W.-C. Wang and J.-S. Hsu (2010), “Investigation of vibration characteristics of bonded structures by time-averaged electronic speckle pattern interferometry,” *Optics and Lasers in Engineering*, **48**, 958 – 965.
- [18] H. Langer, T. Puhlhofer, and H. Baier (2002), “An approach for shape and topology optimization integrating CAD parametrization and evolutionary algorithms,” *9th. AIAA/ISSMO symposium and exhibit on*

- multidisciplinary analysis and optimization*, 5498.
- [19] F. Schmid, K. Hirschen, S. Meynen, and M. Schafer (2005), “An enhanced approach for shape optimization using an adaptive algorithm,” *Finite Element in Analysis and Design*, **41**, 521-543.
- [20] 蔡汶志 (2006), 具週期性電極之壓電纖維複材的材料性質研究, 國立交通大學機械工程學系碩士論文, 新竹市, 台灣。
- [21] J. C. Lagarias, J. A. Reed, M. H. Wright, and P. E. Wright (1998), “Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions,” *Society for Industrial and Applied Mathematics*, **9**(1), 112-147.
- [22] ANSYS, *Release 11.0 Documentation for ANSYS :Element Library*. SAS IP, Inc., USA, 2007.



## 附表

表 2.1 零階第一類貝索函數峰值與  $k_i$  值對應表

$i$	$k_i$
0	0
1	3.8317059
2	7.0155867
3	10.173468
4	13.323692
5	16.47063



表 2.2 零階第一類貝索函數谷值與  $k_j$  值對應表

$j$	$k_j$
0	2.4048256
1	5.5200781
2	8.6537279
3	11.791534
4	14.930918
5	18.071064

表 3.1 計算錐形壓電換能器頻率響應採用之壓電陶瓷(PZT-4)材料係數

彈性係數(GPa)				
$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{33}$	$C_{44}$
139	77.8	74.3	115	25.6
壓電係數(Coulomb/m <sup>2</sup> )			介電係數	
			$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ farads/m	
$e_{15}$	$e_{31}$	$e_{33}$	$\epsilon_{11} / \epsilon_0$	$\epsilon_{33} / \epsilon_0$
12.7	-5.6	15.1	730	635



表 3.2 計算錐形壓電換能器頻率響應採用之鋁合金材料係數

密度 $\rho(kg/m^3)$	楊氏係數 $E(GPa)$	蒲松比 $\nu$
2700	70	0.33

表 3.3 錐形壓電感測器模態分析結果

原尺寸(mm)	L=80	T=40	d=10	a=2
fr (kHz)	25.99			
改變參數	分析結果			
L (mm)	70	60	50	40
fr (kHz)	28.811	32.241	36.457	41.628
T (mm)	30	20	10	
fr (kHz)	27.837	29.178	30.592	
d (mm)	9	20	30	40
fr (kHz)	25.863	26.548	26.683	26.711
等比例縮小	縮小 3 倍	縮小 4 倍		
fr (kHz)	77.992	103.990		



表 3.4 砂基板分析方式與邊界條件

分析種類	模態分析	模態分析	時諧分析
邊界條件	Free-free Uy=0	四點 Uy=0 Uz=0	四點時諧外力
示意圖			

表 3.5 模擬分析採用之單晶矽基板材料係數

彈性係數(GPa)	密度( $kg / m^3$ )		
$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{44}$	$\rho$
165.7	63.9	79.6	2332

表 3.6-1 單晶矽基板面內共振頻率及模態分析結果(I)

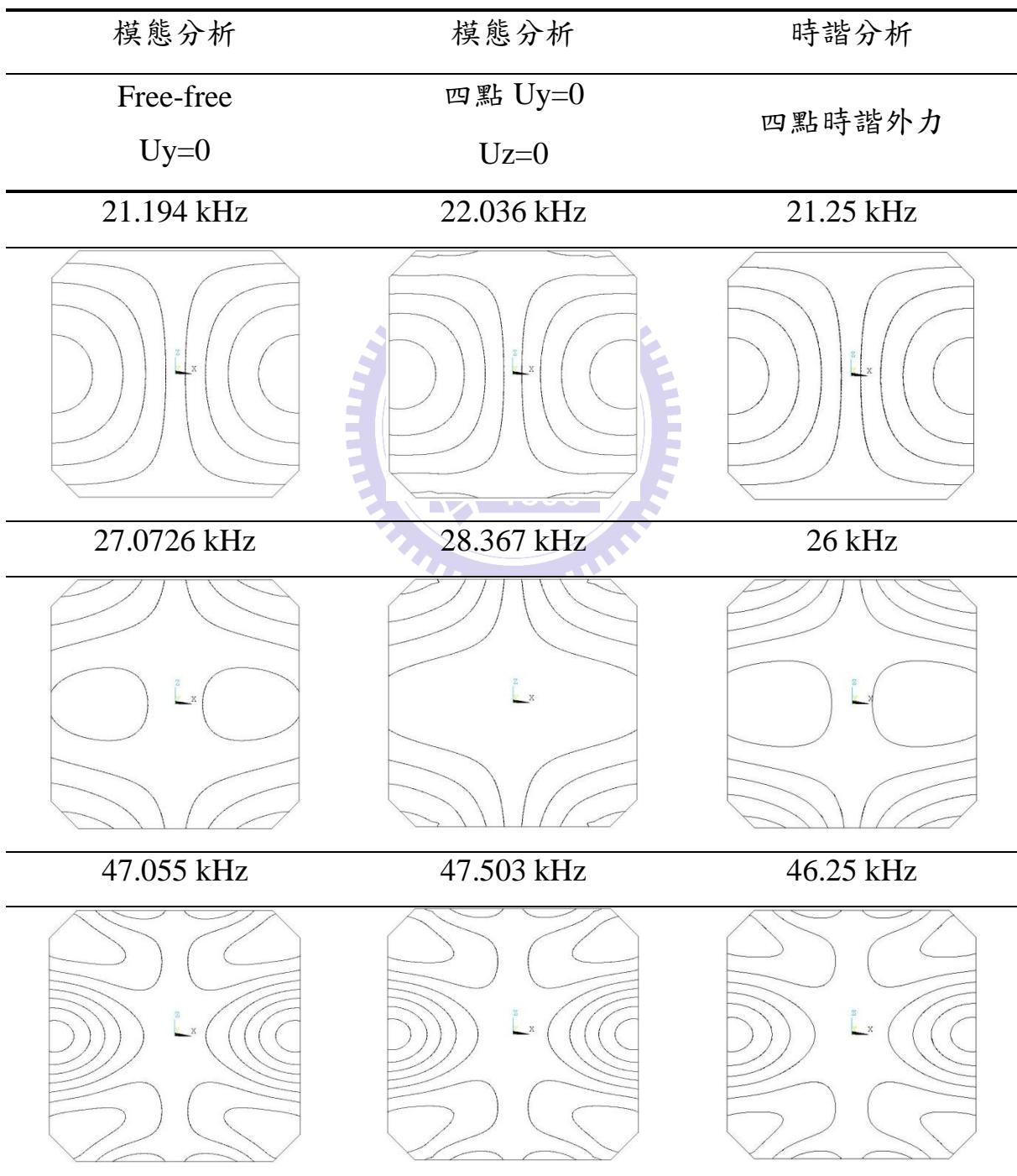


表 3.6-2 單晶矽基板面內共振頻率及模態分析結果(II)

模態分析 Free-free Uy=0	模態分析 四點 Uy=0 Uz=0	時諧分析 四點時諧外力
50.762 kHz	50.881 kHz	58.25 kHz
64.211 kHz	65.694 kHz	64 kHz
72.588 kHz	73.373 kHz	71 kHz

表 3.7 模擬分析採用之多晶矽基板材料係數

密度 $\rho(kg/m^3)$	楊氏係數 $E(GPa)$	蒲松比 $\nu$
2300	169	0.22

表 3.8-1 多晶矽基板面內共振頻率及模態分析結果(I)

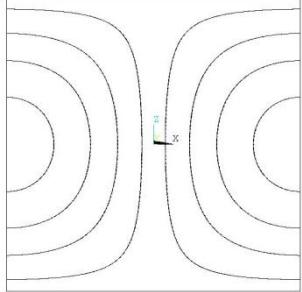
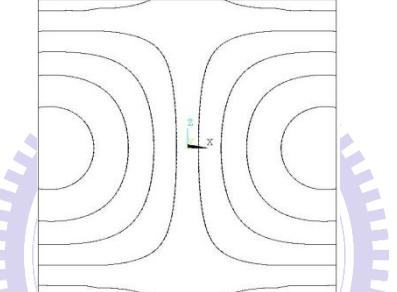
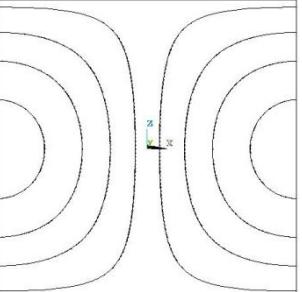
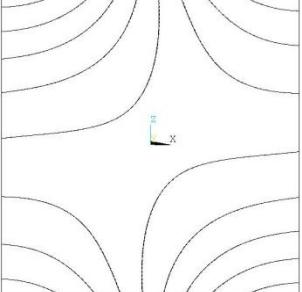
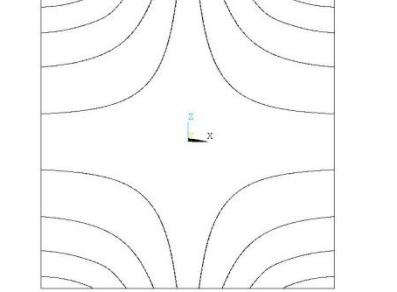
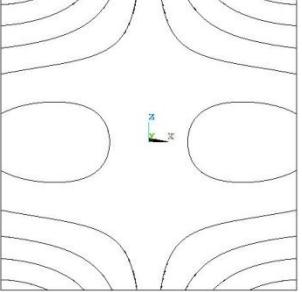
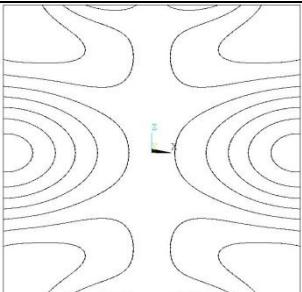
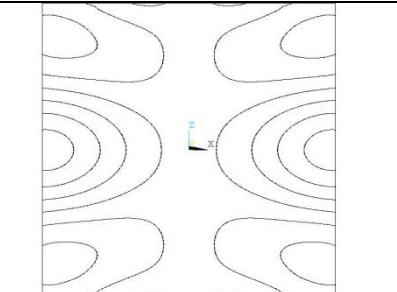
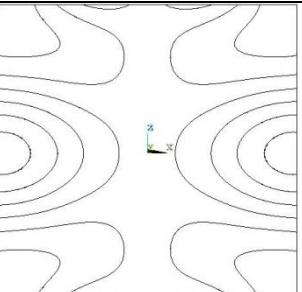
模態分析	模態分析	時諧分析
Free-free, $U_y=0$	四點 $U_y=0, U_z=0$	四點時諧外力
24.876 kHz	25.554 kHz	24.75 kHz
		
23.264 kHz	23.883 kHz	27.5 kHz
		
47.61 kHz	48.147 kHz	47 kHz
		

表 3.8-2 多晶矽基板面內共振頻率及模態分析結果(II)

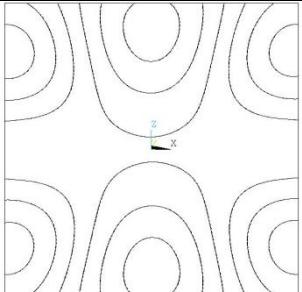
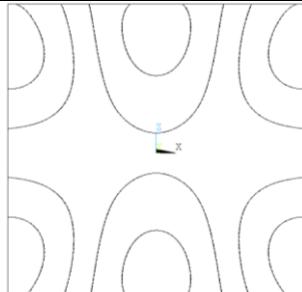
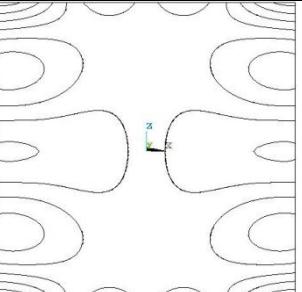
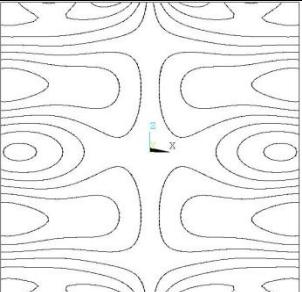
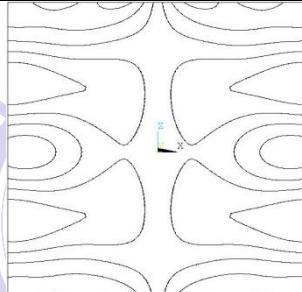
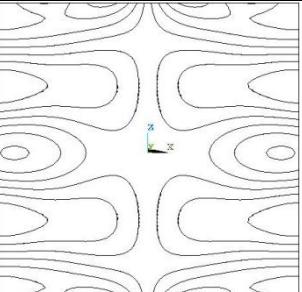
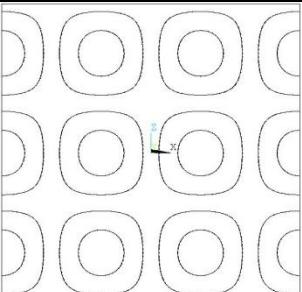
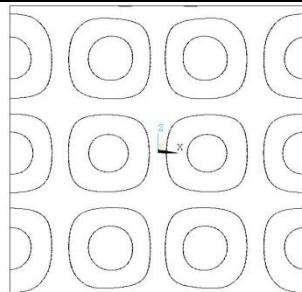
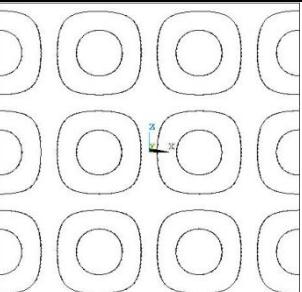
模態分析	模態分析	時諧分析
Free-free, Uy=0	四點 Uy=0, Uz=0	四點時諧外力
57.384 kHz	57.596 kHz	56.25 kHz
		
70.65 kHz	70.779 kHz	70 kHz
		
72.45 kHz	76.282 kHz	74.75 kHz
		

表 4.1 單晶矽板面內共振頻率量測與 ESPI 驅動頻率比較

Mode	(a)	(b)	Deviation=
	ESPI Driving Frequency (kHz)	Measured Frequency (kHz)	$\left  \frac{(a)-(b)}{(a)} \right  \times 100\%$
1	21.35	21.4	0.23
2	46	46.9	0.02
3	48.52	48.4	0.25
4	63.295	64	1.11
5	70.72	71	0.4



表 4.2 多晶矽板面內共振頻率量測與 ESPI 驅動頻率比較

Mode	(a)	(b)	Deviation=
	ESPI Driving Frequency (kHz)	Measured Frequency (kHz)	$\left  \frac{(a)-(b)}{(a)} \right  \times 100\%$
1	46.1	46	0.22
2	58	58.2	0.34
3	68	67.8	0.29
4	72.45	72.7	0.35

表 4.3-1 單晶矽板實驗與模擬結果比較(I)

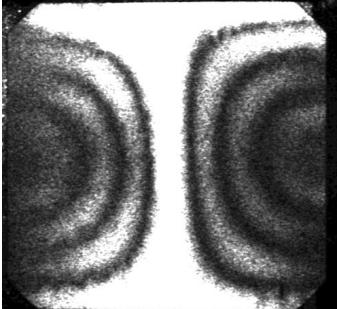
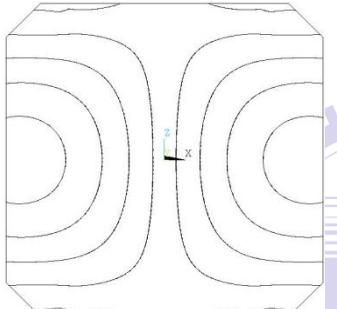
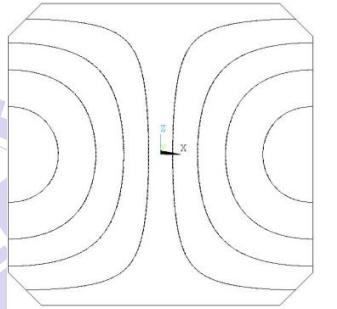
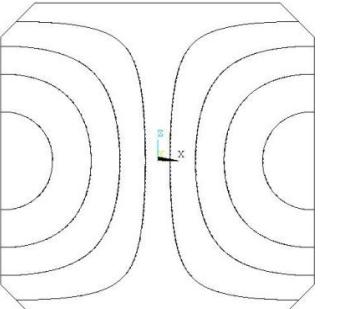
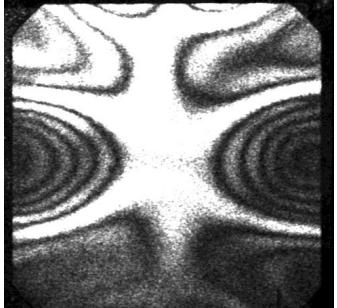
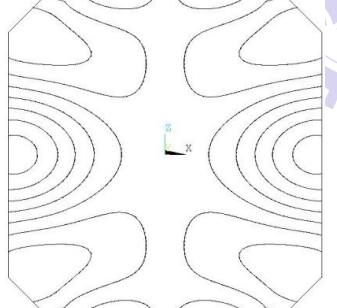
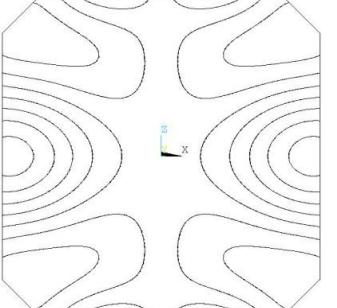
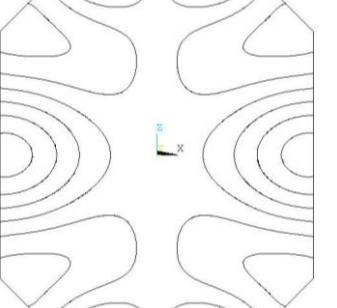
單晶矽板			
分析方式	模態分析	模態分析	時諧分析
邊界條件	Free-free, $U_y=0$	四點 $U_z=0, U_y=0$	四時諧外力
21.35 kHz	21.194 kHz	22.036 kHz	21.25 kHz
			
46 kHz	47.055 kHz	47.503 kHz	46.25 kHz
			

表 4.3-2 單晶矽板實驗與模擬結果比較(II)

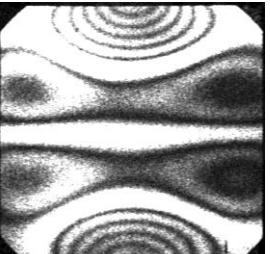
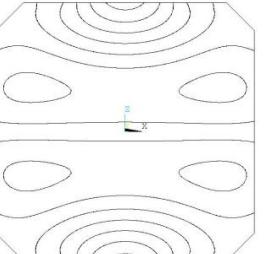
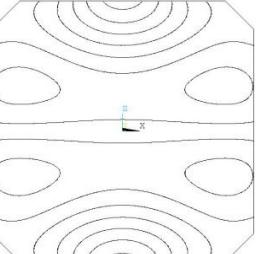
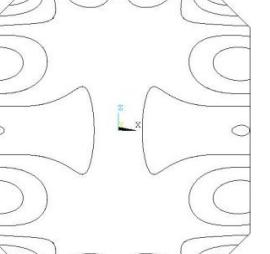
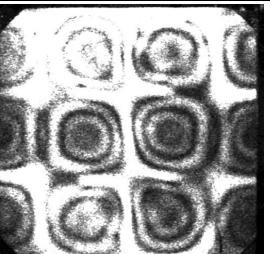
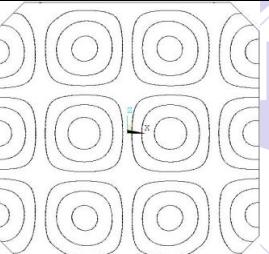
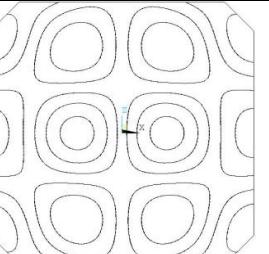
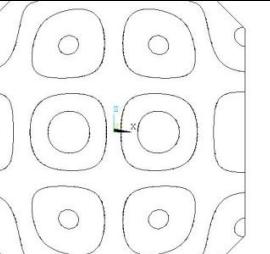
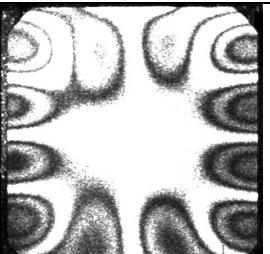
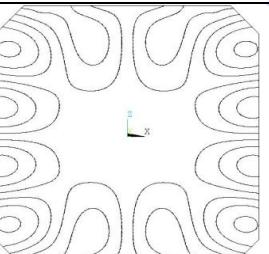
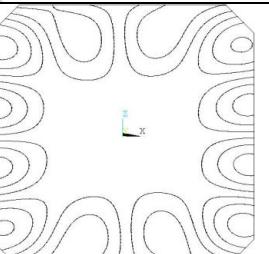
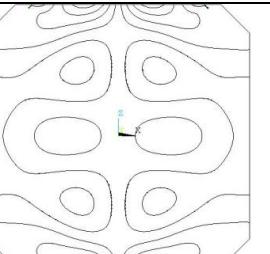
48.52 kHz	50.762 kHz	50.881 kHz	58.25 kHz
			
63.295 kHz	64.211 kHz	65.694 kHz	64 kHz
			
70.72 kHz	72.588 kHz	73.373 kHz	71 kHz
			

表 4.4-1 單晶矽板旋轉 90 度比較(I)

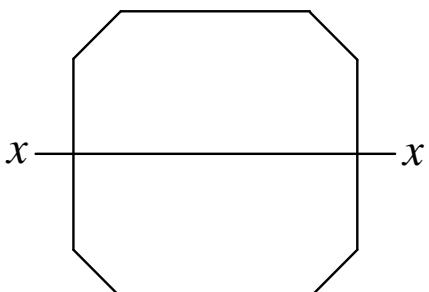
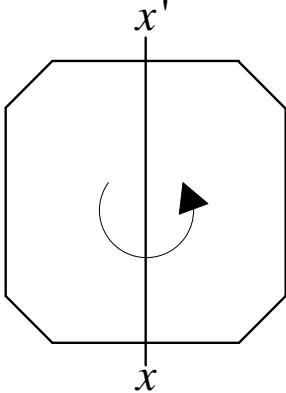
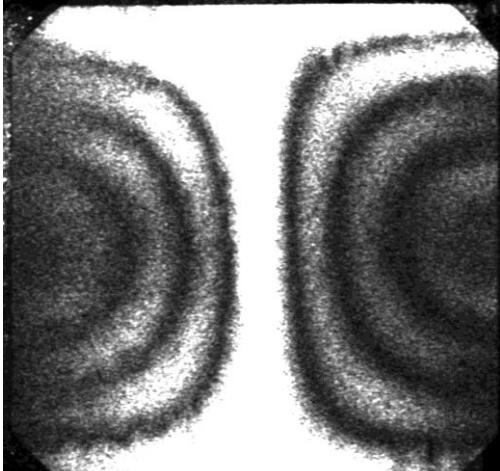
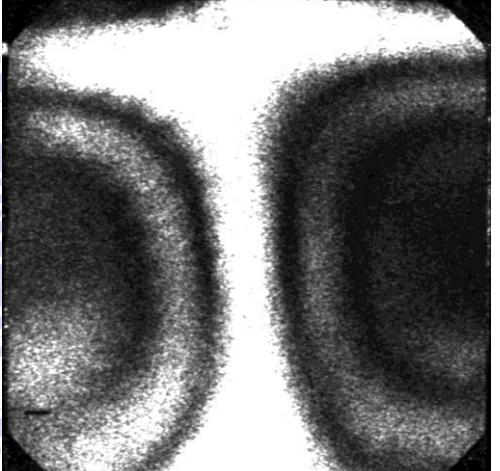
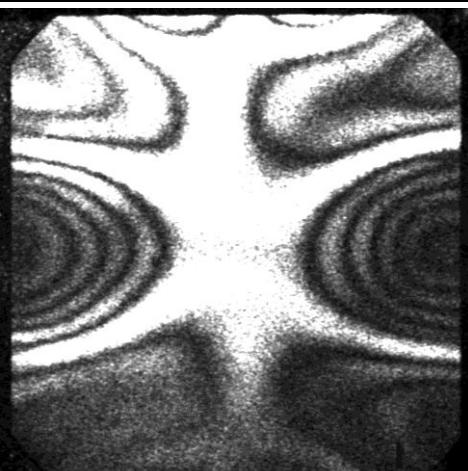
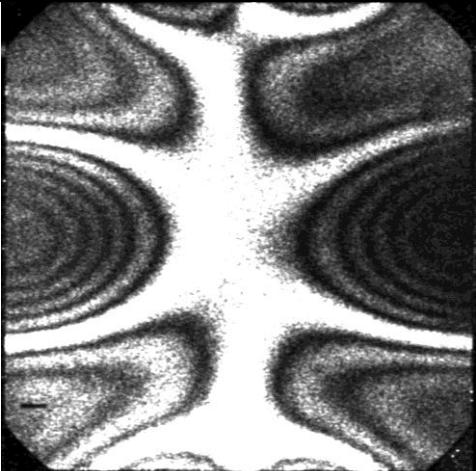
單晶矽板試片旋轉 90 度(試片 1)	
原試片方向	試片旋轉 90 度
	
21.35 kHz	21.4 kHz
	
46 kHz	46 kHz
	

表 4.4-2 單晶矽板轉向 90 度比較(II)

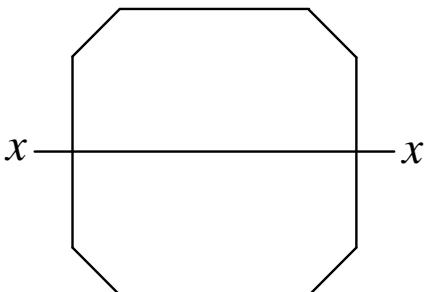
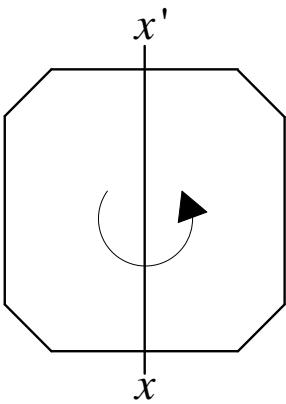
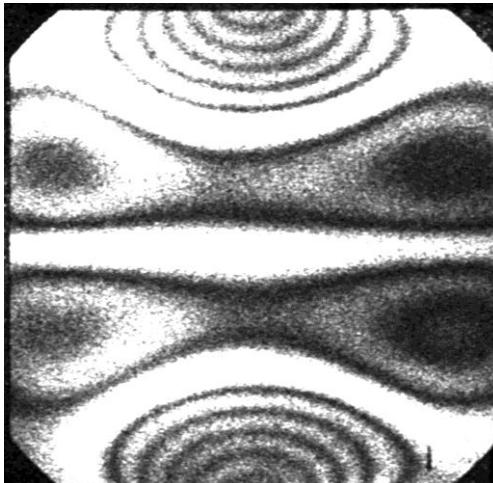
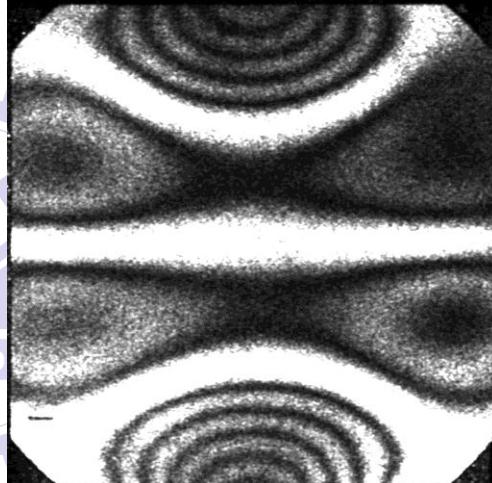
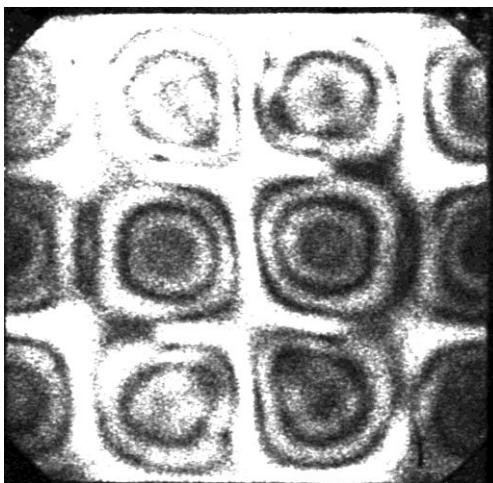
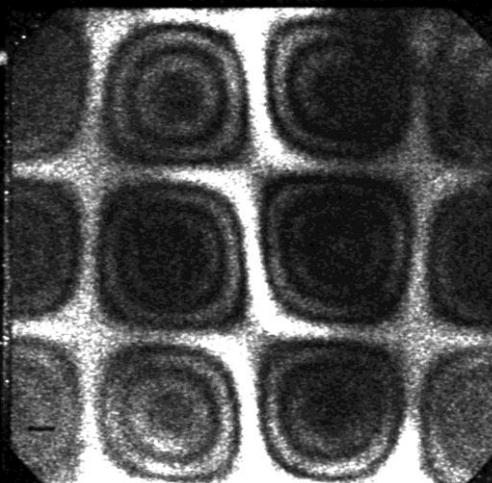
單晶矽板試片轉向 90 度(試片 1)	
原試片方向	試片旋轉 90 度
	
48.52 kHz	48.48 kHz
	
63.295 kHz	64.15 kHz
	

表 4.5 單晶矽板厚度不均模擬分析結果

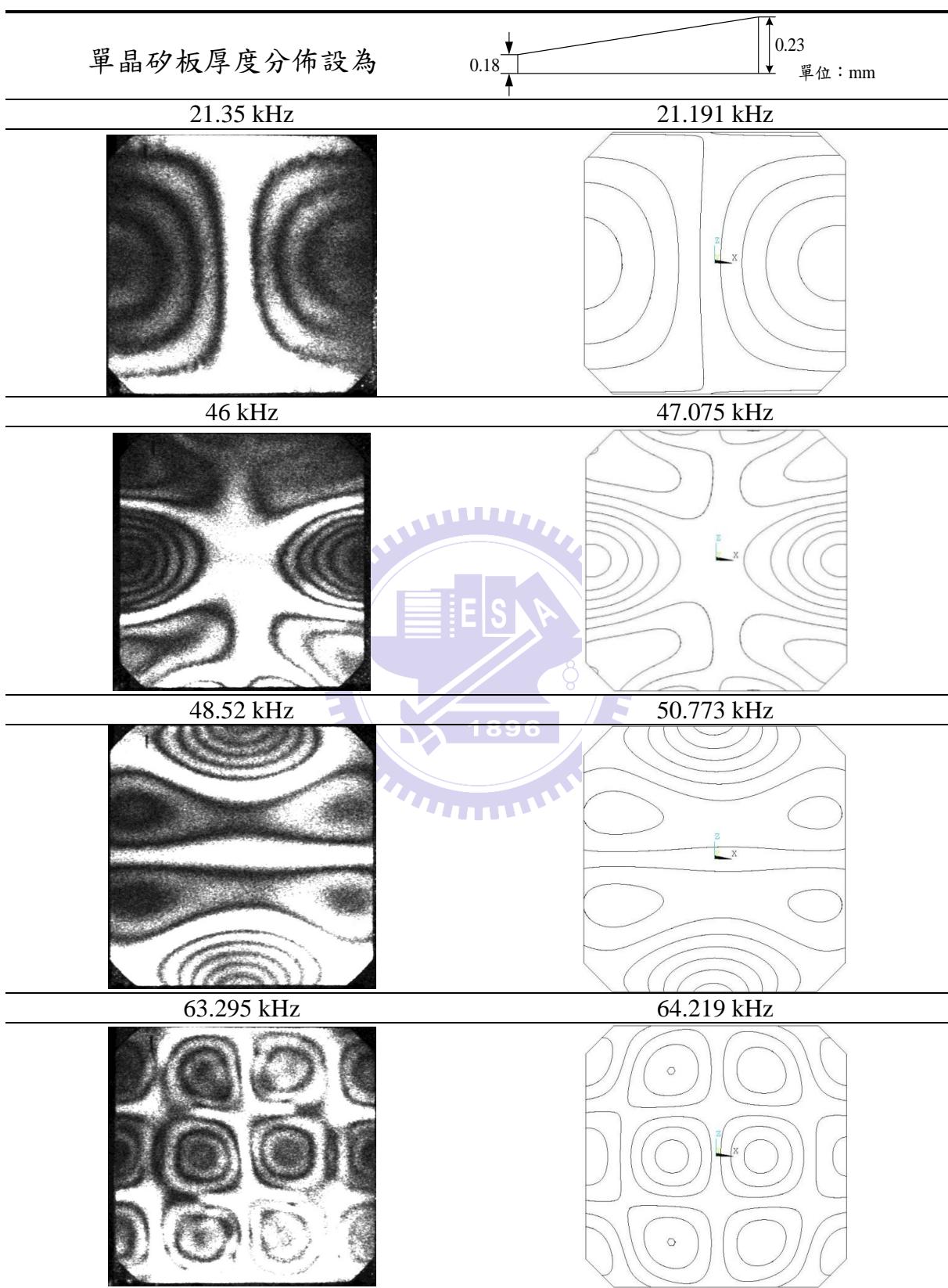


表 4.6 單晶矽板不同夾持方式比較

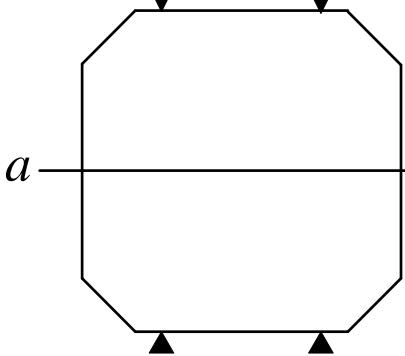
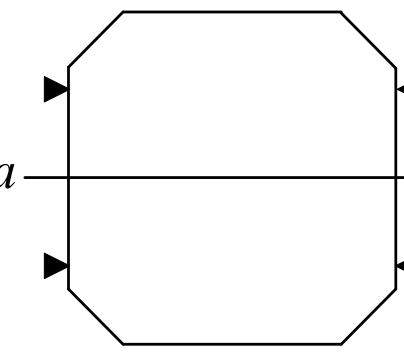
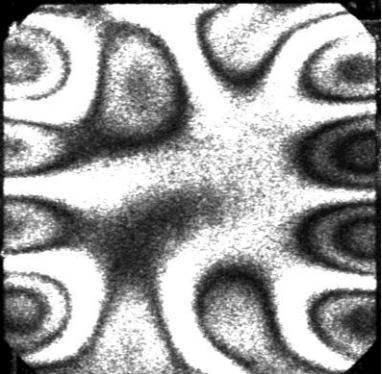
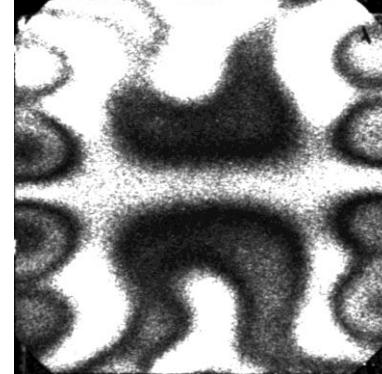
單晶矽板夾持旋轉 90 度(試片 2)	
上下夾持	左右夾持
 $a$ ————— $a'$	 $a$ ————— $a'$
48.52 kHz	48.48 kHz
	

表 4.7-1 多晶矽板實驗與模擬結果比較(I)

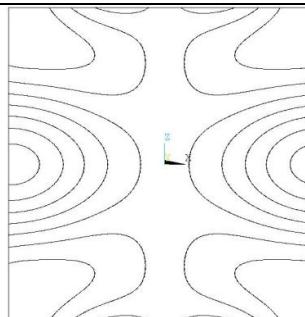
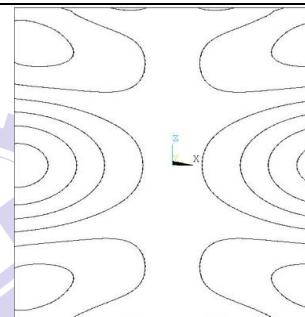
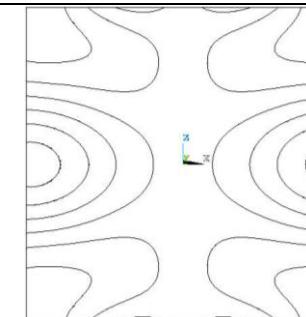
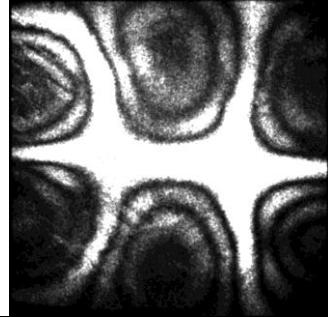
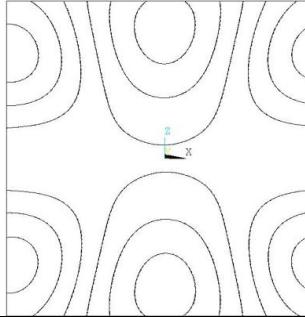
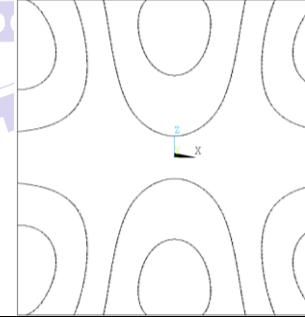
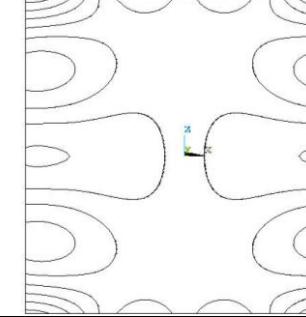
分析方式	多晶矽板(試片 1)			
	模態分析 Free-free, $U_y=0$	模態分析 四點 $U_z=0, U_y=0$	時諧分析 四時諧外力	
46.1 kHz	47.61 kHz	48.147 kHz	47 kHz	
				
58 kHz	57.384 kHz	57.596 kHz	56.25 kHz	
				

表 4.7-2 多晶矽板實驗與模擬結果比較(II)

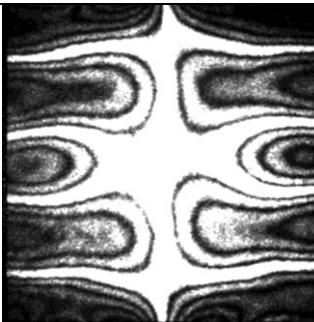
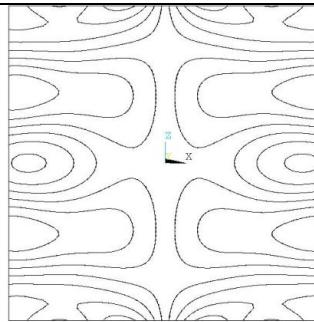
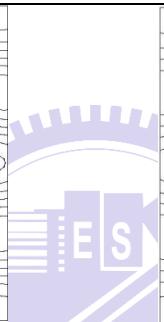
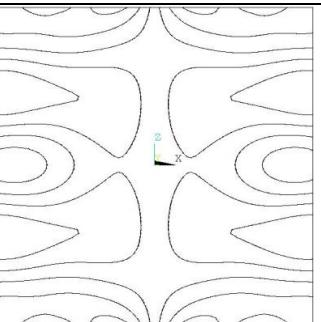
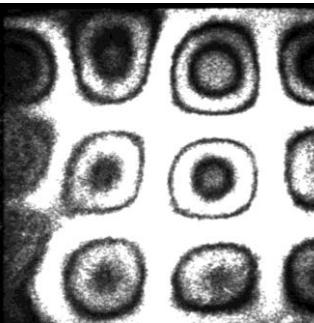
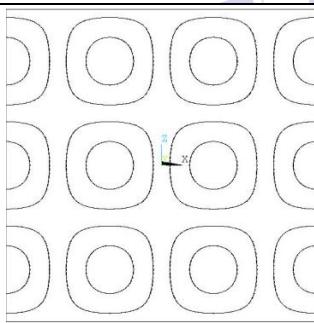
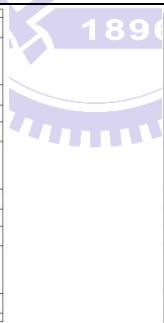
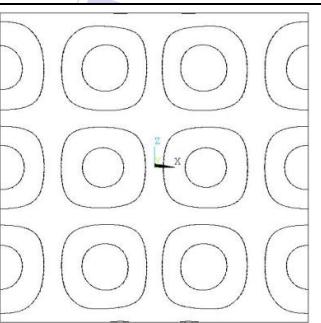
分析方式	多晶矽板(試片 1)			
	模態分析	模態分析	時諧分析	
邊界條件	Free-free, $U_y=0$	四點 $U_z=0, U_y=0$	四時諧外力	
68 kHz	70.65 kHz	70.779 kHz	70 kHz	
				
72.45 kHz	74.68 kHz	76.282 kHz	74.75 kHz	
				

表 4.8 多晶矽板旋轉 90 度比較

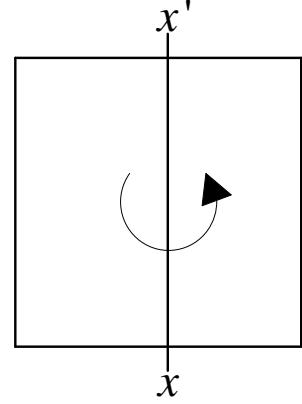
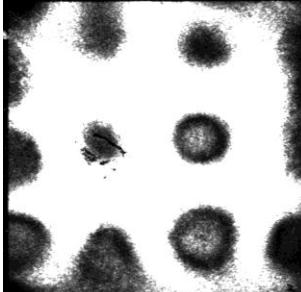
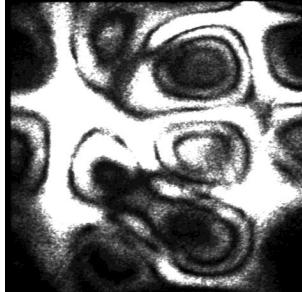
多晶矽板-試片旋轉 90 度(試片 2)	
原試片方向	試片旋轉 90 度
	
46.02 kHz	46.15 kHz
	
67.91 kHz	試片旋轉後拍攝不到結果
	
72.854 kHz	72.825 kHz
	

表 4.9 多晶矽板厚度不均模擬分析結果

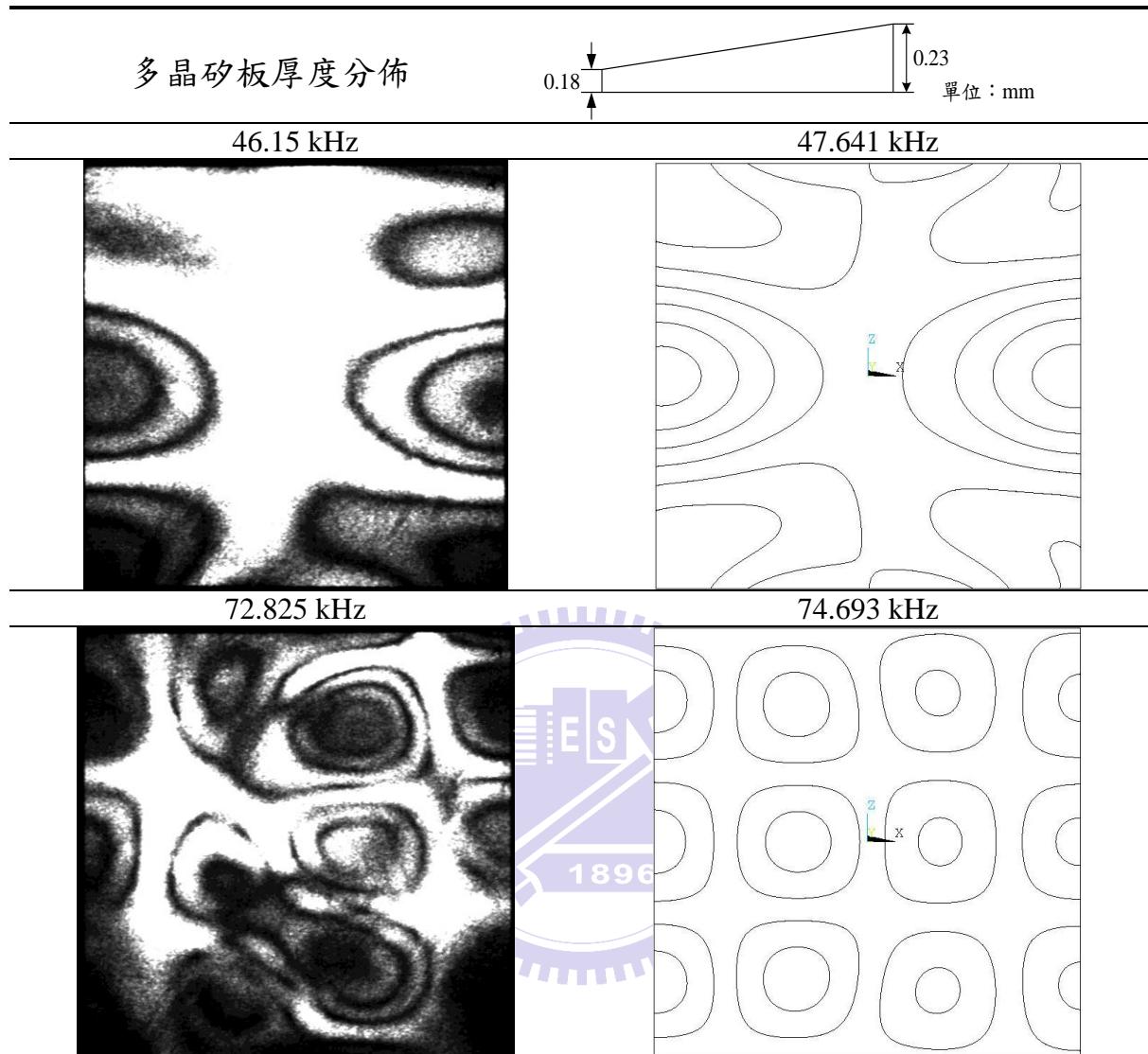


表 4.10 多晶矽板不同夾持方式比較

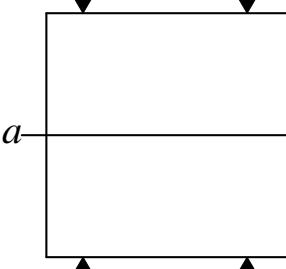
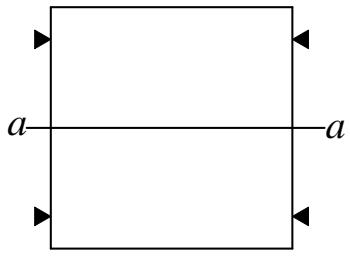
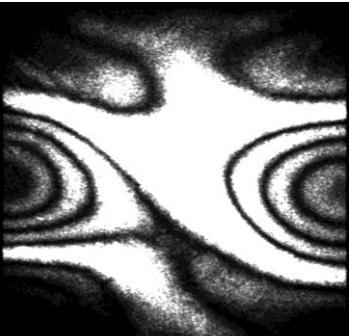
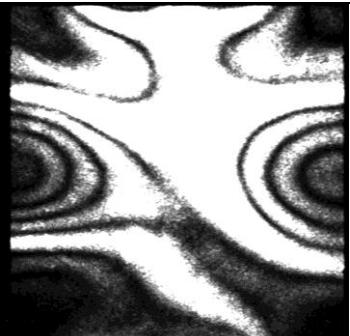
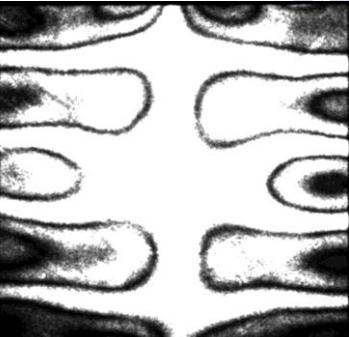
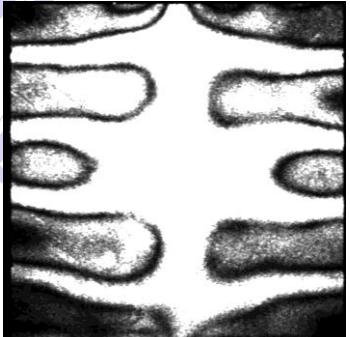
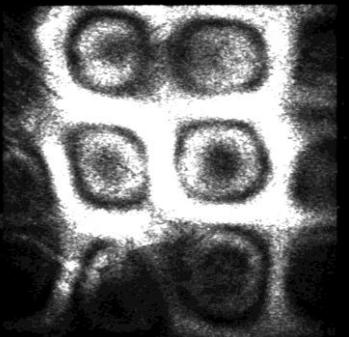
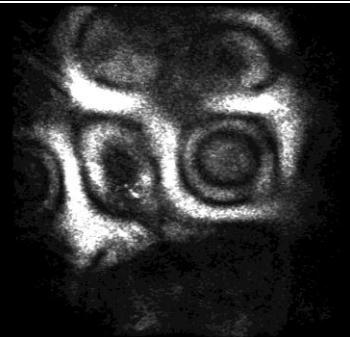
多晶矽板夾持旋轉 90 度(試片 7)	
上下夾持	左右夾持
	
46 kHz	46 kHz
	
67.89 kHz	67.89 kHz
	
72.45 kHz	72.45 kHz
	

表 4.11-1 太陽能電池實驗結果(I)

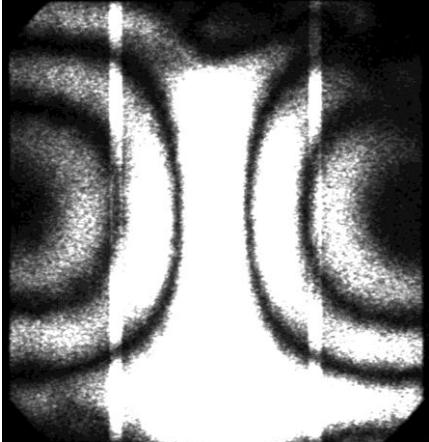
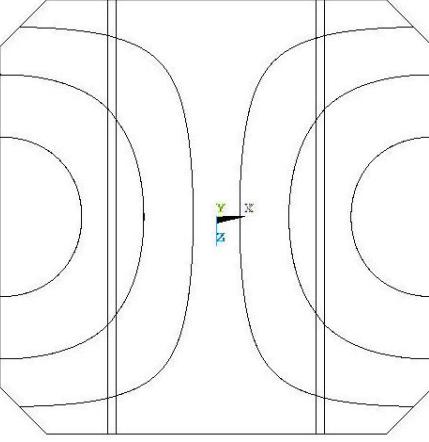
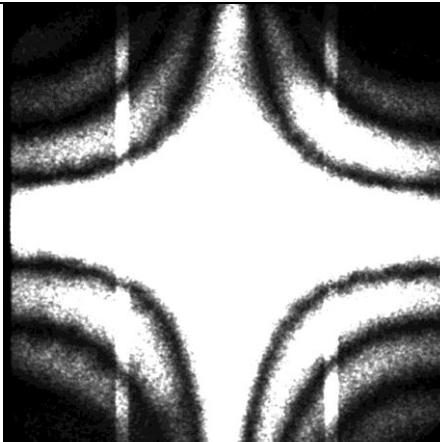
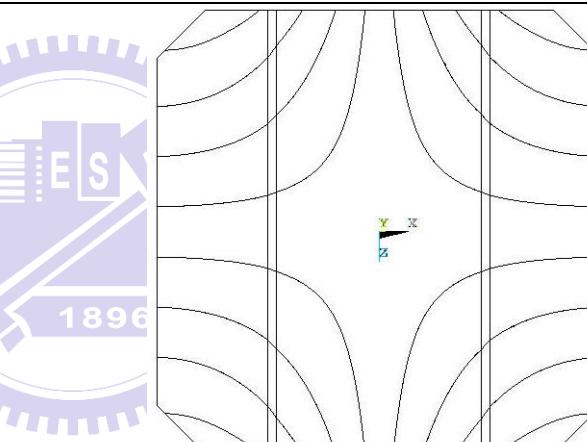
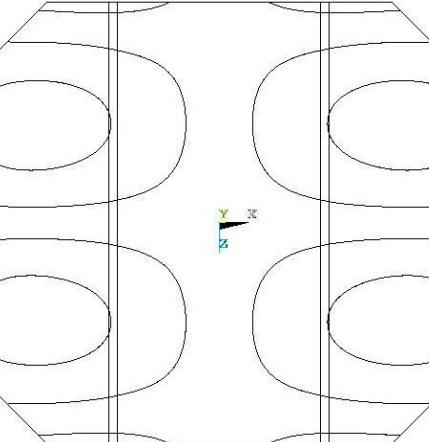
太陽能電池(試片 1)	
20.55 kHz	20.829 kHz
	
21.4 kHz	22.071 kHz
	
32.2 kHz	33.683 kHz
	

表 4.11-2 太陽能電池實驗結果(II)

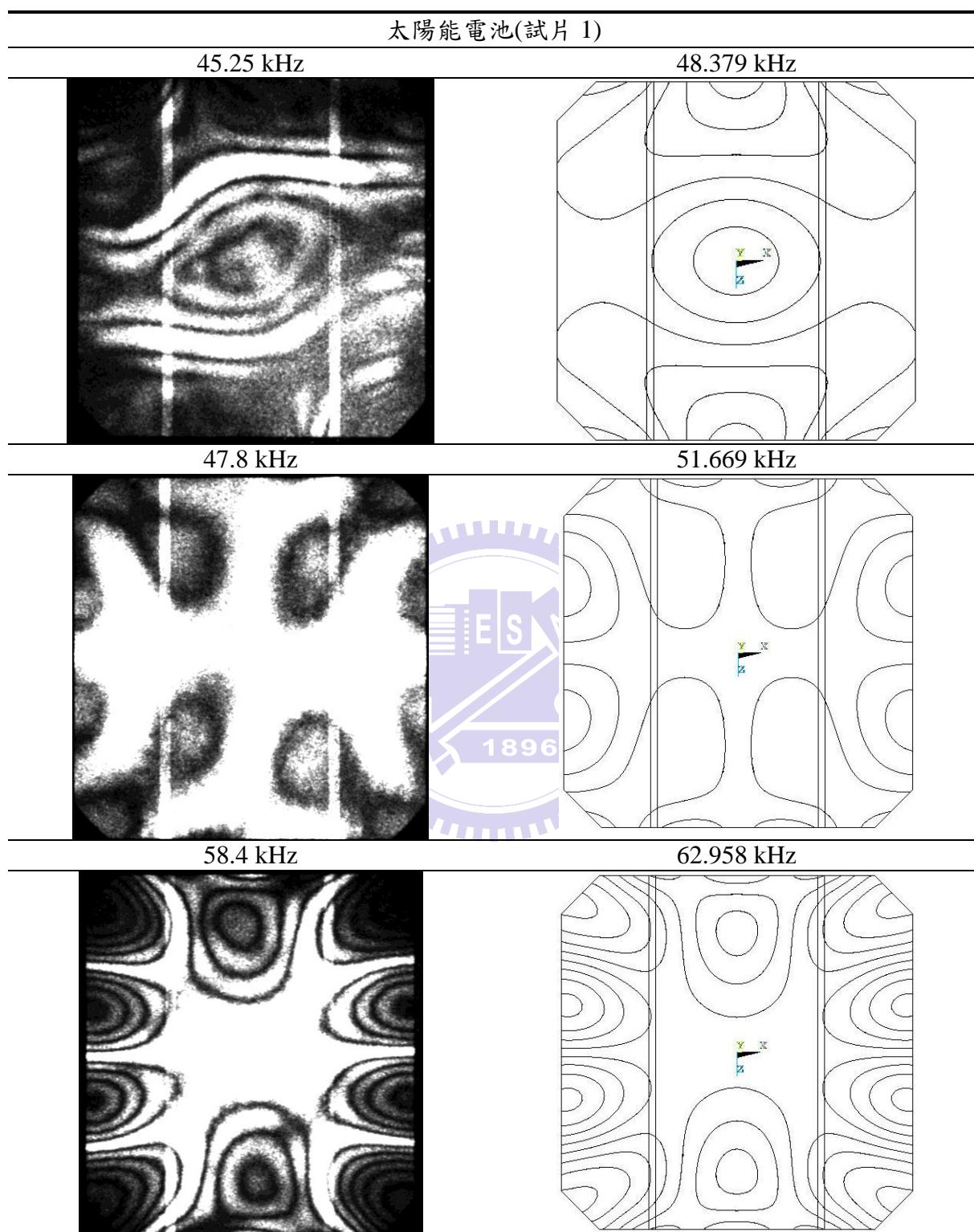


表 4.12 太陽能電池旋轉 90 度比較

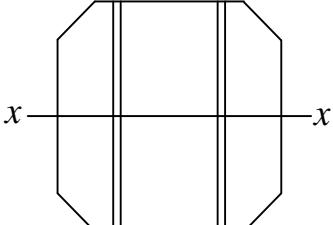
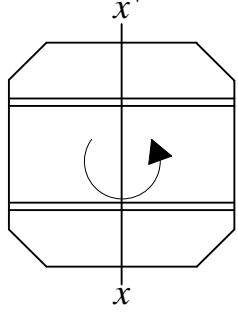
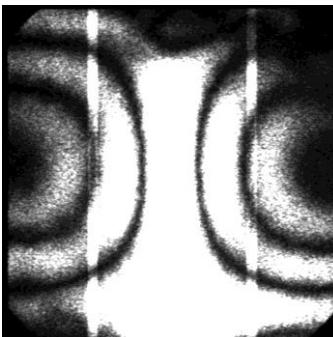
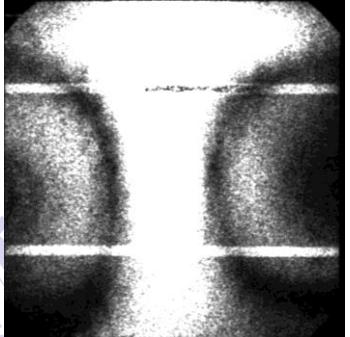
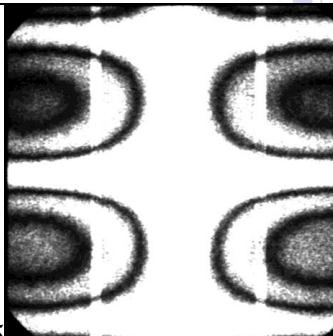
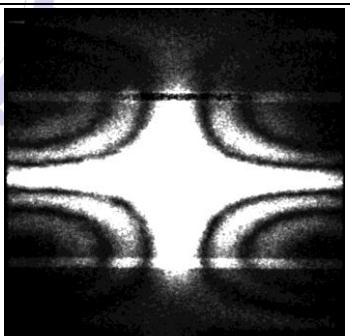
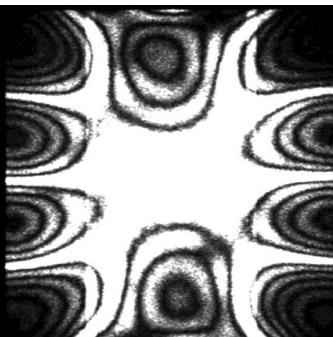
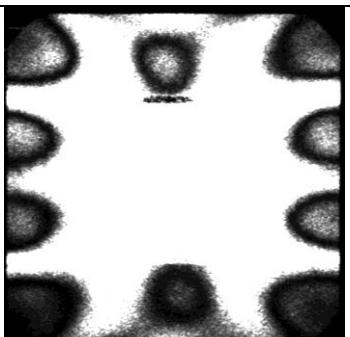
太陽能電池試片旋轉 90 度(試片 2)	
原試片方向	試片旋轉 90 度
	
20.55 kHz	20.6 kHz
	
32.2 kHz	32.2 kHz
	
58.51 kHz	62.057 kHz
	

表 5.1-1 單晶矽基板最佳化程式收斂測試(I)

收斂目標： $C_{11} = 165.7$ $C_{12} = 63.9$ $C_{44} = 79.6$ (GPa)				
initial guessed		converged		
	parameters	deviation	parameters	
$C_{11}$	167.257		165.72	
$C_{12}$	64.539	1%	63.92	0.014%
$C_{44}$	80.396		79.6	
$C_{11}$	169.014		165.72	
$C_{12}$	65.178	2%	63.92	0.014%
$C_{44}$	81.192		79.6	
$C_{11}$	170.671		165.73	
$C_{12}$	65.817	3%	63.93	0.022%
$C_{44}$	81.988		79.6	
$C_{11}$	172.382		170.52	
$C_{12}$	66.456	4%	68.74	2.97%
$C_{44}$	82.784		78.34	
$C_{11}$	157.415		165.73	
$C_{12}$	60.705	-5%	63.92	0.016%
$C_{44}$	75.62		79.6	
$C_{11}$	149.13		165.69	
$C_{12}$	57.51	-10%	63.89	0.04%
$C_{44}$	71.64		79.6	

表 5.1-2 單晶矽基板最佳化程式收斂測試(II)

收斂目標： $C_{11} = 165.7$ $C_{12} = 63.9$ $C_{44} = 79.6$ (GPa)			
initial guessed		converged	
	parameters	deviation	parameters
$C_{11}$	140.845		165.73
$C_{12}$	54.51	-15%	63.93
$C_{44}$	71.64		79.59
$C_{11}$	139.188		165.73
$C_{12}$	53.676	-16%	63.93
$C_{44}$	66.864		79.59
$C_{11}$	137.531		161.49
$C_{12}$	53.037	-17%	68.27
$C_{44}$	59.252		62.45

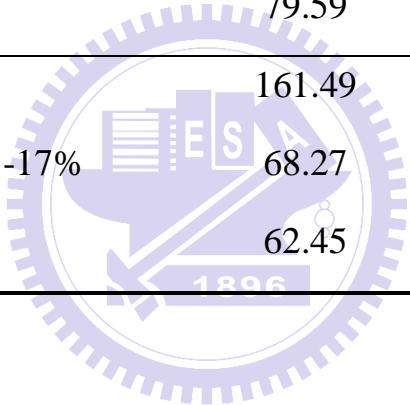


表 5.2 多晶矽基板最佳化程式收斂測試

收斂目標： $E = 169(GPa)$ $\nu = 0.22$			
initial guessed		converged	
	parameters	deviation	parameters
$E$	185.9	10%	169
$\nu$	0.242		0.22
$E$	202.8	20%	169
$\nu$	0.264		0.22
$E$	204.49	21%	169
$\nu$	0.2662		0.22
$E$	206.48	22%	170.95
$\nu$	0.2684		0.3402
$E$	152.1	-10%	169
$\nu$	0.198		0.22
$E$	148.729	-12%	169
$\nu$	0.1936		0.22
$E$	145.34	-14%	169
$\nu$	0.1892		0.22
$E$	141.96	-16%	169
$\nu$	0.1848		0.22
$E$	138.58	-18%	169
$\nu$	0.1804		0.22
$E$	135.29	-20%	160.43
$\nu$	0.176		0.0909

表 5.3-1 單晶矽基板反算結果(I)

原材料係數： $C_{11} = 165.7$ $C_{12} = 63.9$ $C_{44} = 79.6$ (GPa)			
	initial guessed	converged	objective function
	Parameters	Parameters	$(10^{-4})$
$C_{11}$	169.8425	211.77	
$C_{12}$	65.4975	107.74	8.4707
$C_{44}$	81.59	66.78	
$C_{11}$	173.985	207.67	
$C_{12}$	67.095	86.09	3.8682
$C_{44}$	83.58	63.32	
$C_{11}$	178.1275	210.16	
$C_{12}$	68.6925	89.63	4.105
$C_{44}$	85.57	63.32	
$C_{11}$	182.27	212.09	
$C_{12}$	70.29	108.12	8.4725
$C_{44}$	87.56	66.65	
$C_{11}$	186.4125	207.59	
$C_{12}$	71.8875	86	3.8678
$C_{44}$	89.55	63.33	
$C_{11}$	190.555	207.48	
$C_{12}$	73.485	85.84	3.8683
$C_{44}$	91.54	63.36	

表 5.3-2 單晶矽基板反算結果

原材料係數： $C_{11} = 165.7$ $C_{12} = 63.9$ $C_{44} = 79.6$ (GPa)			
initial guessed		converged	objective function
	Parameters	Parameters	$(10^{-4})$
$C_{11}$	170	222.4	
$C_{12}$	50	118.22	8.47644
$C_{44}$	100	65.53	
$C_{11}$	180	207.87	
$C_{12}$	40	86.24	3.86806
$C_{44}$	110	63.34	
$C_{11}$	190	212.01	
$C_{12}$	40	108.01	8.46259
$C_{44}$	120	66.93	
$C_{11}$	200	122.63	
$C_{12}$	30	88.234	20.7468
$C_{44}$	130	93.278	
$C_{11}$	222.4	222.51	
$C_{12}$	118.22	118.34	8.47711
$C_{44}$	65.53	65.52	
$C_{11}$	160	211.87	
$C_{12}$	65	107.92	8.46312
$C_{44}$	80	66.92	

表 5.4-1 單晶矽板材料係數反算模態結果(I)

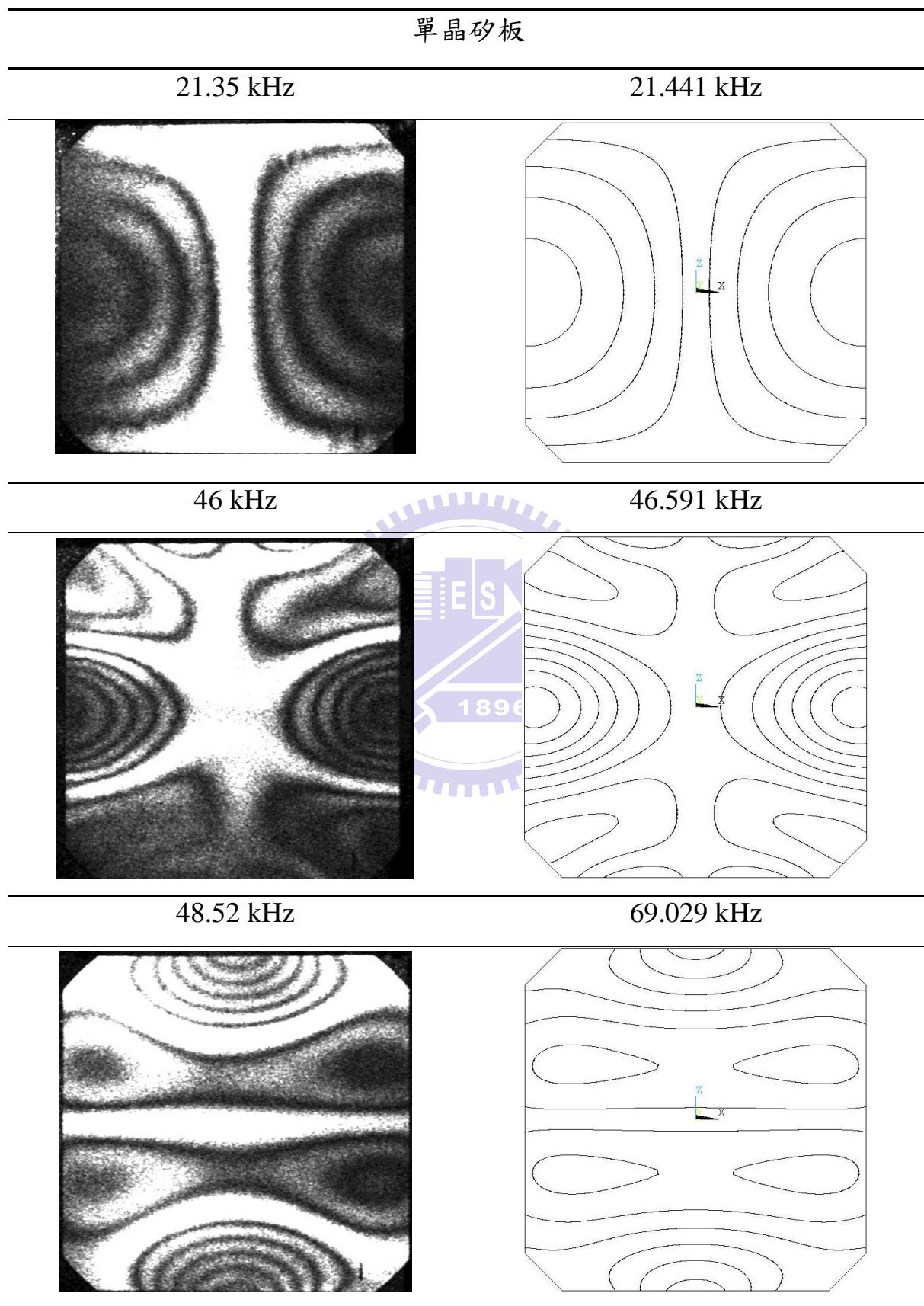


表 5.4-2 單晶矽板材料係數反算模態結果(II)

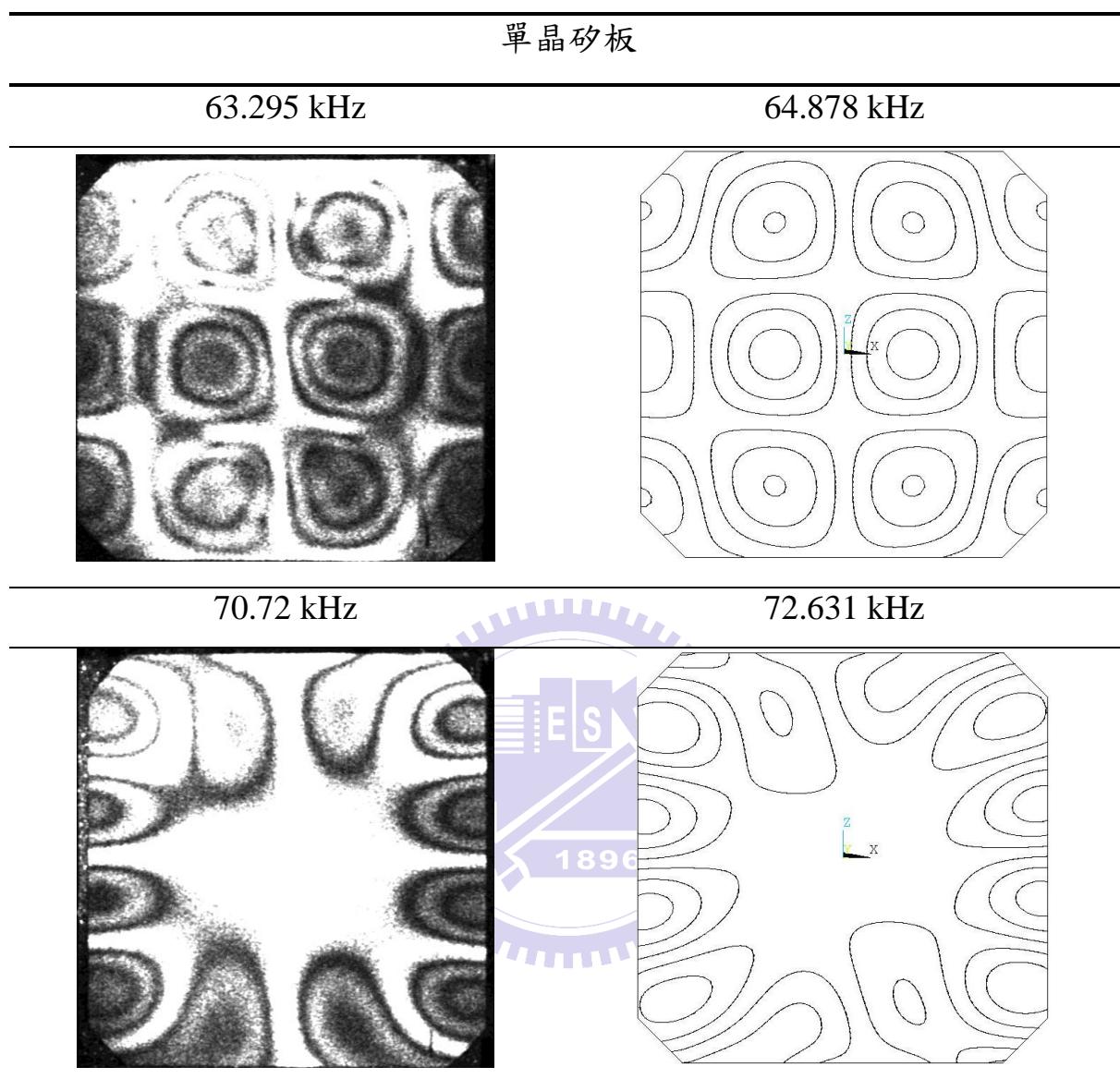


表 5.5 多晶矽板材料係數反算前後比較

Mode	ESPI Driving Frequency (kHz)	(a)		(b)		(c)	
		FEM Calculated Frequency (kHz)	Deviation=	FEM Calculated Frequency (kHz)	Deviation=		
1	21.35	$\begin{Bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{44} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 165.7 \\ 63.9 \\ 79.6 \end{Bmatrix} (GPa)$	$\left  \frac{(a) - (b)}{(a)} \right  \times 100\%$ 0.73	21.194	21.441	0.43	
2	46	47.055	2.29		46.591	1.28	
3	48.52	50.762	4.62		69.029	1.05	
4	63.295	64.211	1.45		64.878	2.5	
5	70.72	72.588	2.64		72.631	2.7	

表 5.6-1 多晶矽基板反算結果(I)

原材料係數： $E = 169(GPa)$ $\nu = 0.22$			
initial guessed		converged	objective function
Parameters		Parameters	$(10^{-4})$
$E$	165.62	163	
$\nu$	0.2156	0.2758	2.1481
$E$	162.24	162.98	
$\nu$	0.2112	0.2746	2.14713
$E$	158.86	162.92	
$\nu$	0.2068	0.2749	2.1471
$E$	155.48	162.9	
$\nu$	0.2024	0.274	2.14466
$E$	152.1	162.98	
$\nu$	0.198	0.2749	2.1467
$E$	148.72	162.98	
$\nu$	0.1936	0.2742	2.147
$E$	145.34	162.95	
$\nu$	0.1892	0.2746	2.147
$E$	141.96	162.9	
$\nu$	0.1848	0.2743	2.1469
$E$	138.58	162.91	
$\nu$	0.1804	0.2738	2.147
$E$	135.2	162.93	
$\nu$	0.176	0.2748	2.1473

表 5.6-2 多晶矽基板反算結果(II)

原材料係數： $E = 169(GPa)$ $\nu = 0.22$		
initial guessed		converged
Parameters		Parameters
$E$	172.37	162.92
$\nu$	0.2244	0.2749
$E$	175.76	162.95
$\nu$	0.2288	0.2746
$E$	179.14	162.93
$\nu$	0.2332	0.2751
$E$	182.52	162.98
$\nu$	0.2376	0.2754
$E$	185.9	162.96
$\nu$	0.2464	0.2738
$E$	189.28	162.98
$\nu$	0.2464	0.2748
$E$	192.66	162.99
$\nu$	0.2508	0.2748
$E$	196.04	162.98
$\nu$	0.2552	0.2749
$E$	199.42	162.95
$\nu$	0.2596	0.2753
$E$	202.8	162.95
$\nu$	0.264	0.2733

表 5.7 多晶矽板材料係數反算模態結果

多晶矽板	
46.1 kHz	46.658 kHz
58 kHz	56.555 kHz
68 kHz	68.636
72.45 kHz	71.753 kHz

表 5.8 多晶矽板材料係數反算前後比較

Mode	(a) ESPI Driving Frequency (kHz)	(b) FEM Calculated Frequency (kHz) $[E,\nu]=[169 \times 10^9, 0.22]$	Deviation=	(c) FEM Calculated Frequency (kHz) $[E,\nu]=[162.9 \times 10^9, 0.274]$	Deviation=
			$\left  \frac{(a)-(b)}{(a)} \right  \times 100\%$		
1	46.1	47.61	3.63	46.658	-1.21
2	58	57.384	1.06	56.555	2.49
3	68	70.65	3.9	68.636	0.935
4	72.45	74.68	3.08	71.753	0.962

表 5.9 單晶矽板不同厚度差異比較

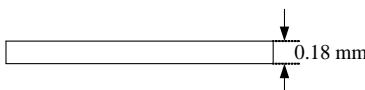
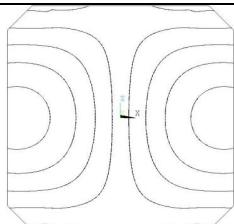
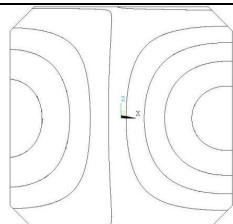
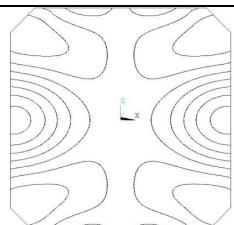
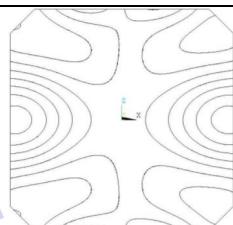
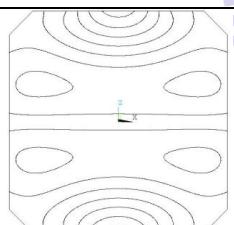
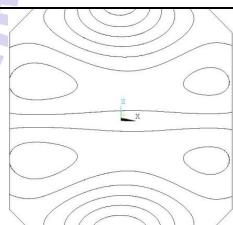
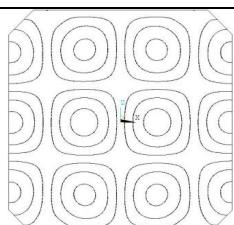
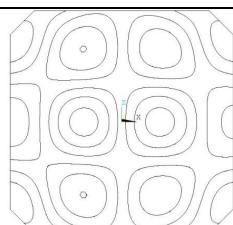
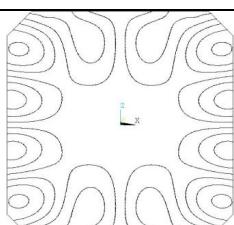
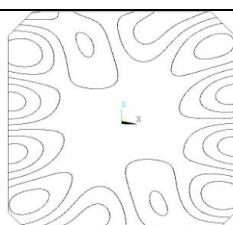
Simulation	Simulation
 0.18 mm	 0.18mm → 0.25mm
21.35 kHz	21.191 kHz
	
47.055 kHz	47.075 kHz
	
50.773 kHz	50.773 kHz
	
64.219 kHz	64.219 kHz
	
72.588 kHz	72.631 kHz
	

表 5.10 多晶矽板不同厚度差異比較

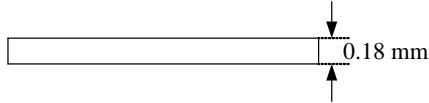
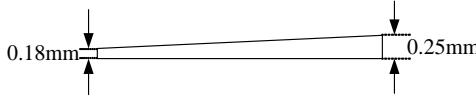
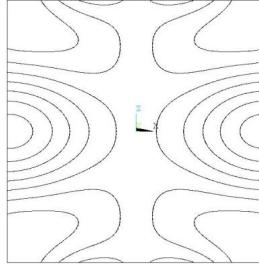
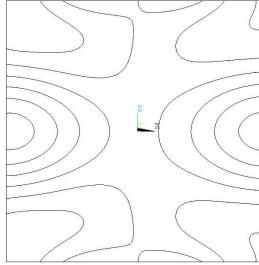
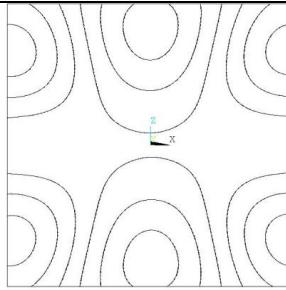
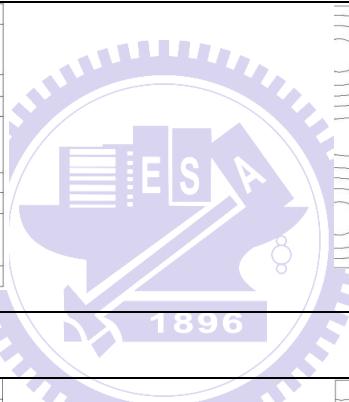
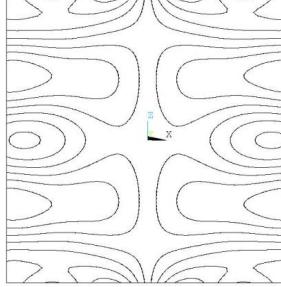
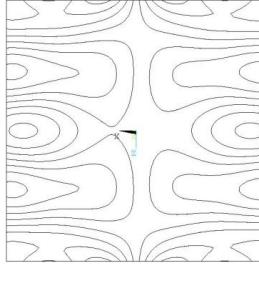
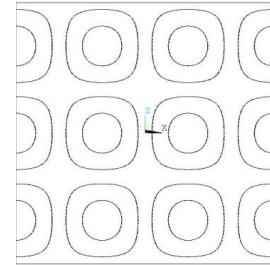
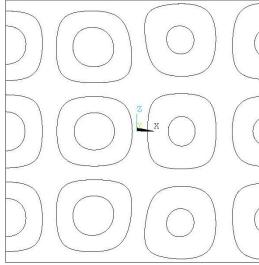
Simulation	Simulation
	
47.61 kHz	47.641 kHz
	
57.384 kHz	57.438 kHz
	
70.65 kHz	70.669 kHz
	
76.68 kHz	74.693 kHz
	

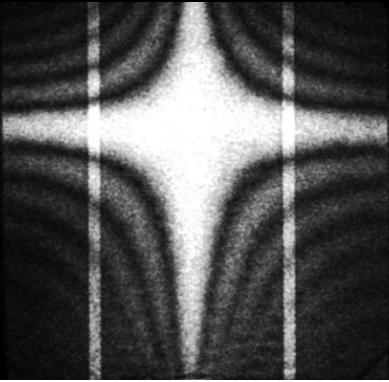
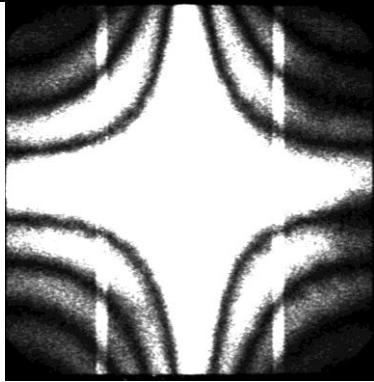
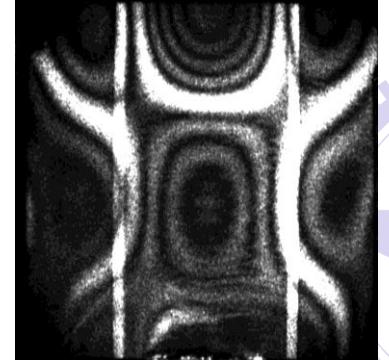
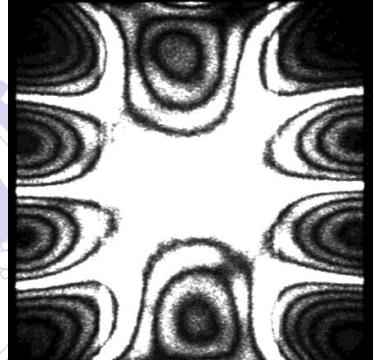
表 5.11 單晶矽基板四支撐點 Uz=0 模型的反算結果

收斂目標： $C_{11} = 165.7$ $C_{12} = 63.9$ $C_{44} = 79.6$ (GPa)			
initial guessed		converged	
	parameters	deviation	parameters
$C_{11}$	160		172.97
$C_{12}$	60	-7.2%	64.54
$C_{44}$	70		79.6
$C_{11}$	150		218.04
$C_{12}$	50	-18.62%	88.68
$C_{44}$	60		67.4
$C_{11}$	140		157.02
$C_{12}$	40	-30.03%	12.5
$C_{44}$	50		67.45
$C_{11}$	180		181.48
$C_{12}$	70	6.23%	73.04
$C_{44}$	80		76.44
$C_{11}$	190		197.76
$C_{12}$	80	17.64%	89.36
$C_{44}$	90		74.22

表 5.12 多晶矽基板四支撑點 Uz=0 模型的反算結果

收斂目標： $E = 169(GPa)$ $\nu = 0.22$			
initial guessed		converged	
	parameters	deviation	parameters
$E$	160	-7.2%	174.36
$\nu$	0.2		0.252
$E$	155	-13.23%	174.28
$\nu$	0.18		0.2514
$E$	150	-19.26%	174.35
$\nu$	0.16		0.2535
$E$	180	7.8%	174.28
$\nu$	0.24		0.2523
$E$	190	15.3%	174.26
$\nu$	0.26		0.2519

表 6.1 本研究量測太陽能電池的面內共振模態與[1]之結果比較

[1]	本研究
19.8 kHz	20.55 kHz
	
48.25 kHz	58.51 kHz
	

## 附圖

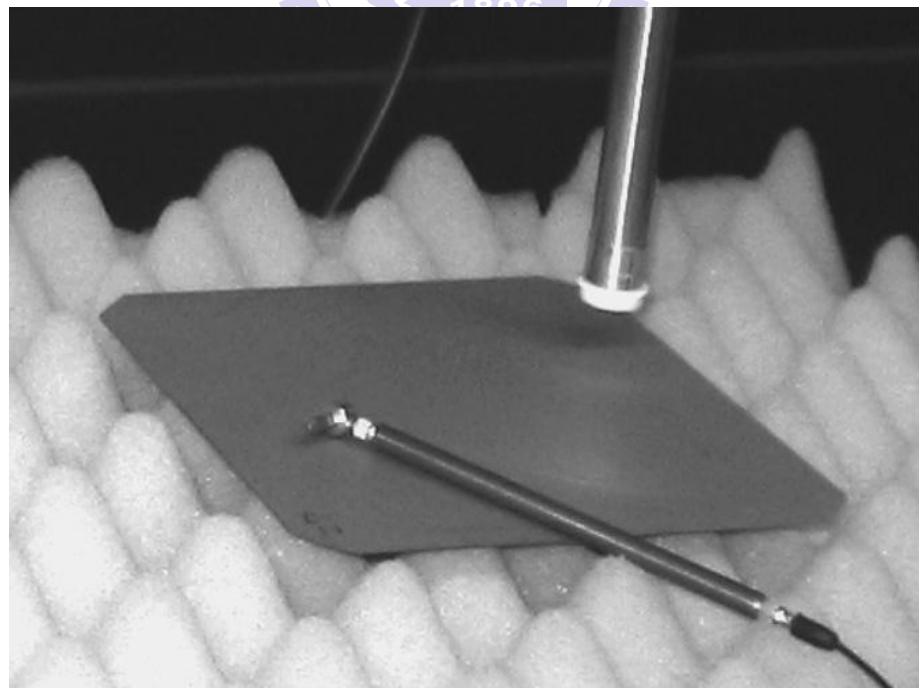
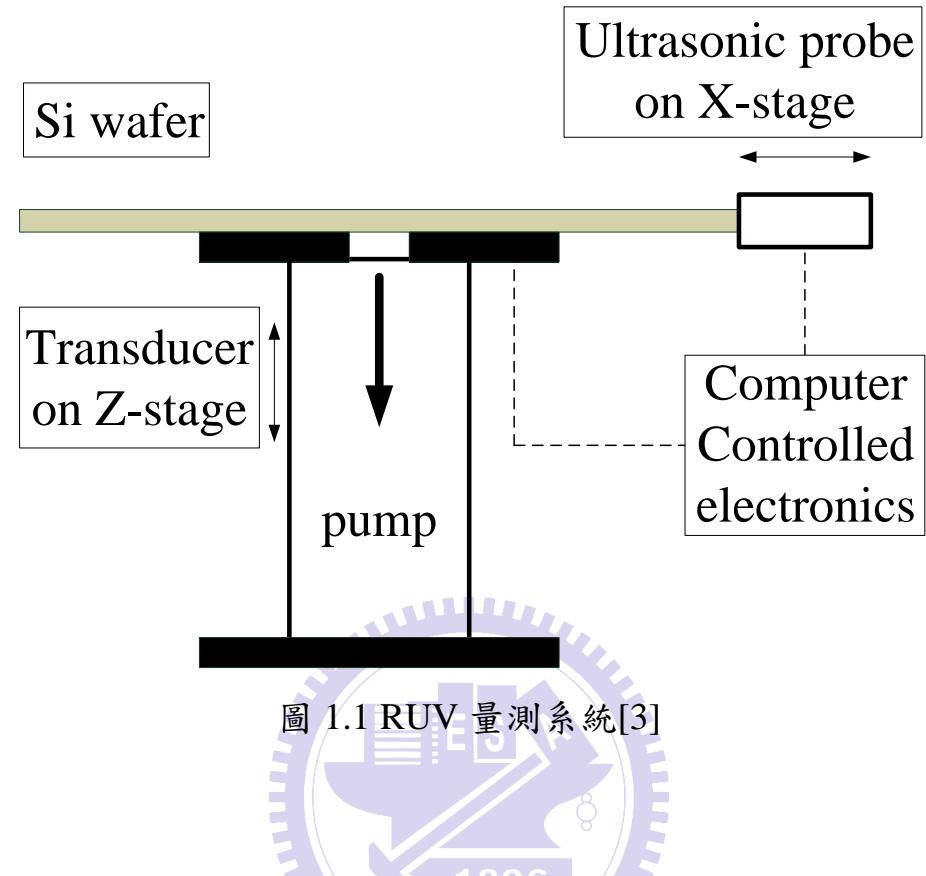


圖 1.2 太陽能矽基板裂縫檢測之敲擊實驗裝置[7]

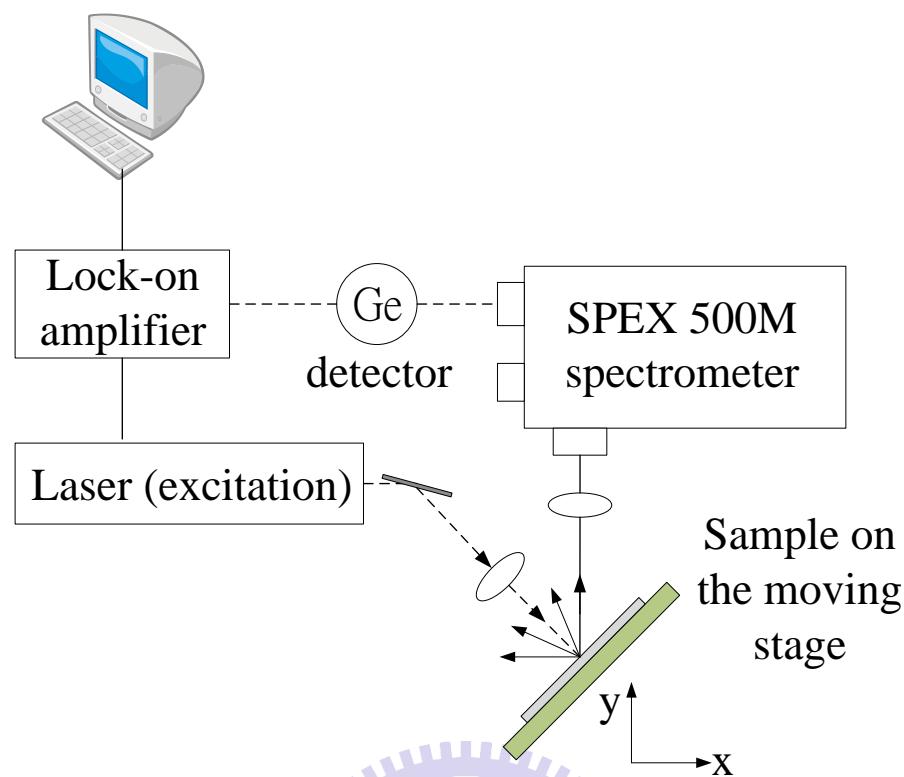


圖 1.3 光激發螢光量測系統[8]

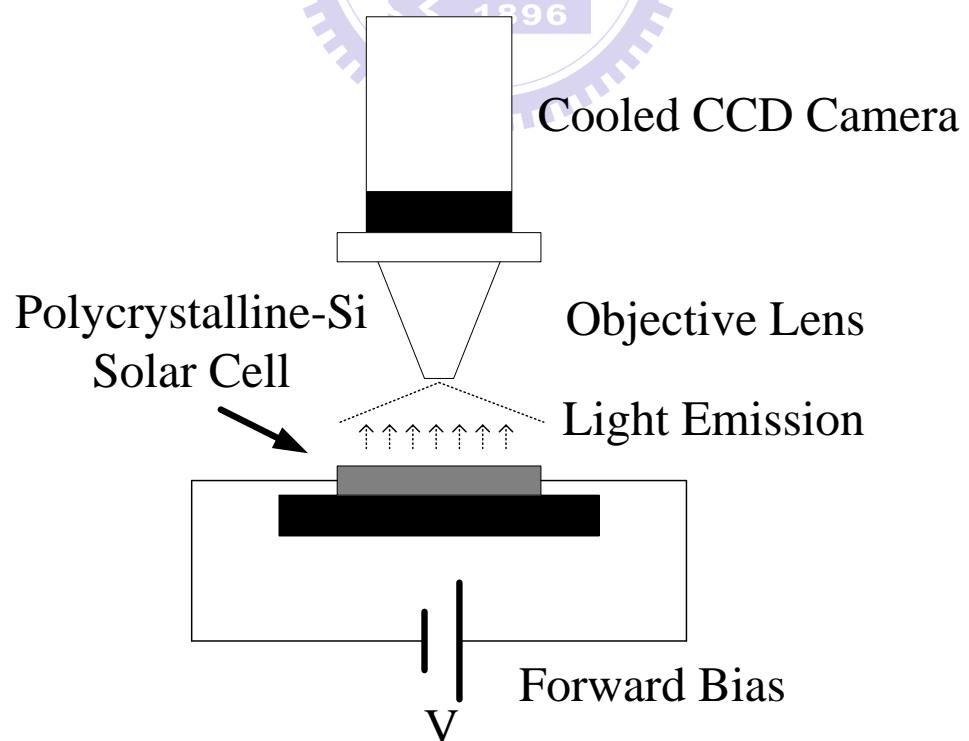


圖 1.4 電致發光量測系統[9]

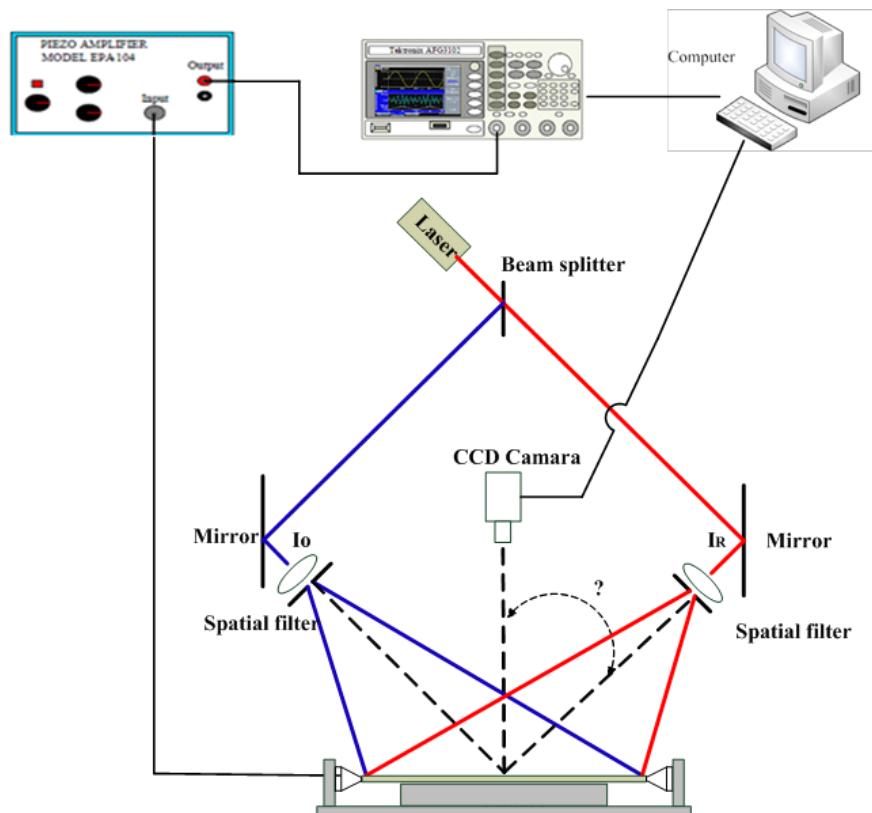


圖 2.1 ESPI 面內振動量測實驗系統

Zero-order Bessel function of the first kind

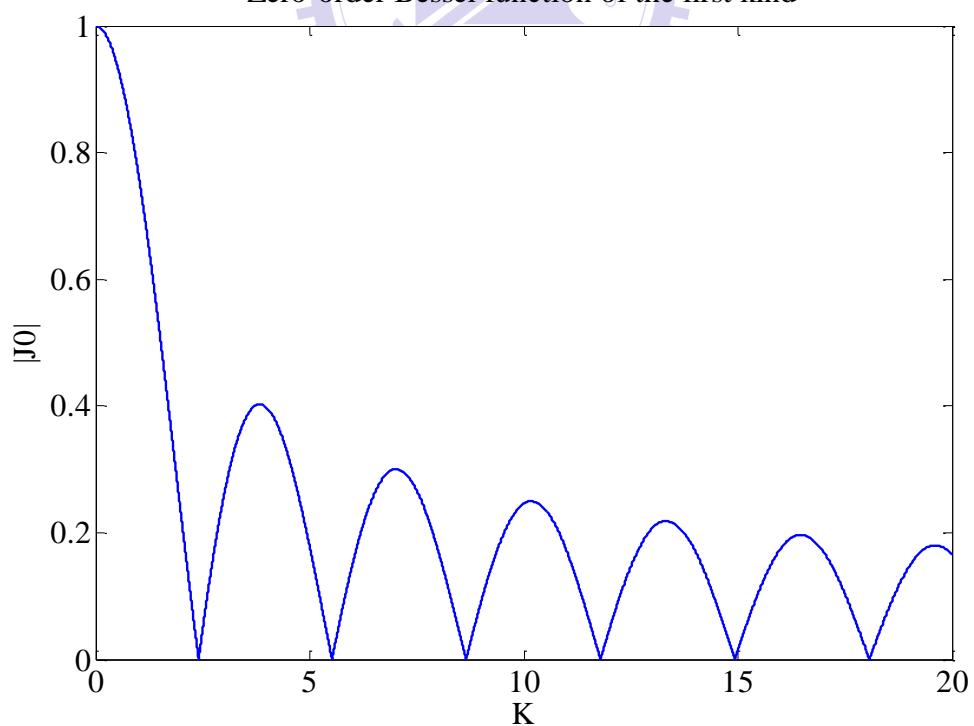


圖 2.2  $|J_0(K)|$  函數

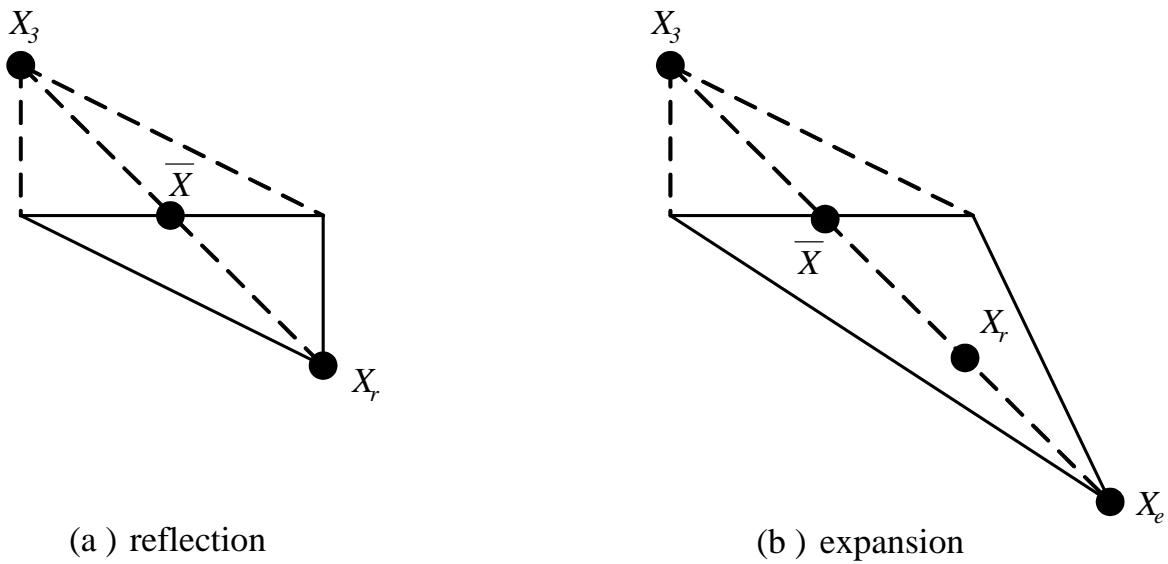


圖 2.3 Nelder-Mead Method 步驟示意圖(a)反射 (b)擴張

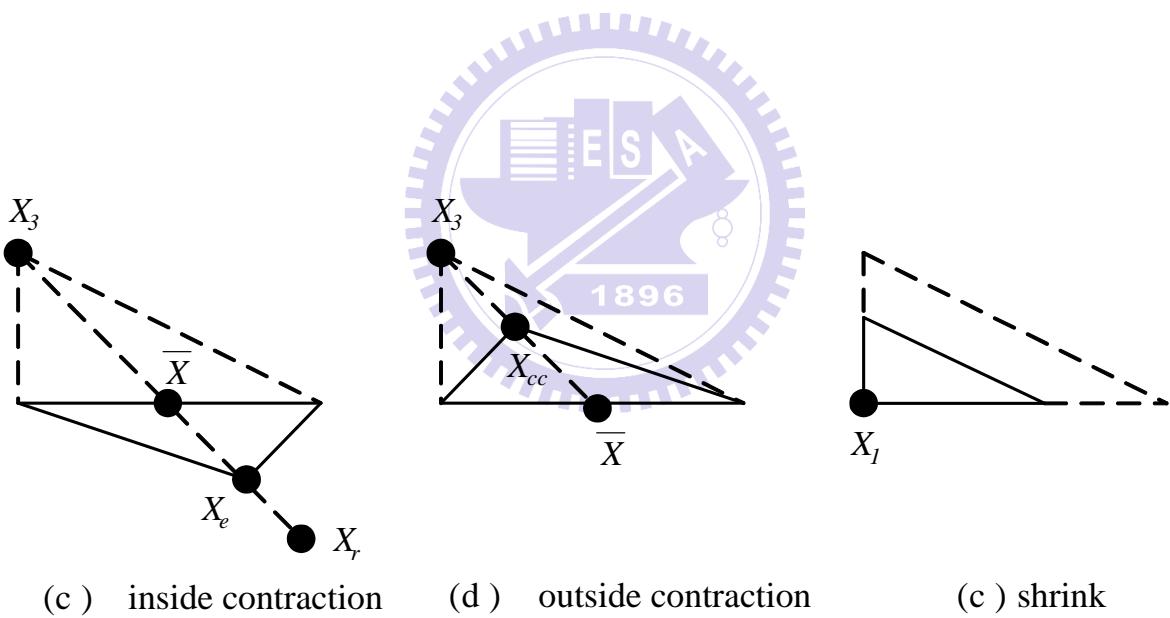


圖 2.4 Nelder-Mead Method 步驟示意圖(c)向外收縮 (d)向內收縮 (e)收縮

$\ominus$   $\oplus$  : 嵌埋於材料內的正負電子

- + : 電極上的自由電子

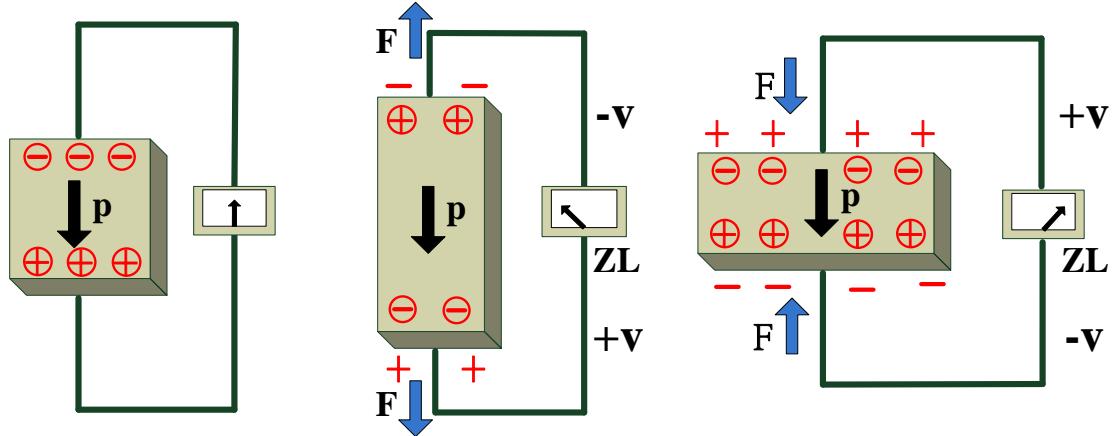


圖 3.1 壓電材料的正壓電效應，箭頭 P 為極化方向

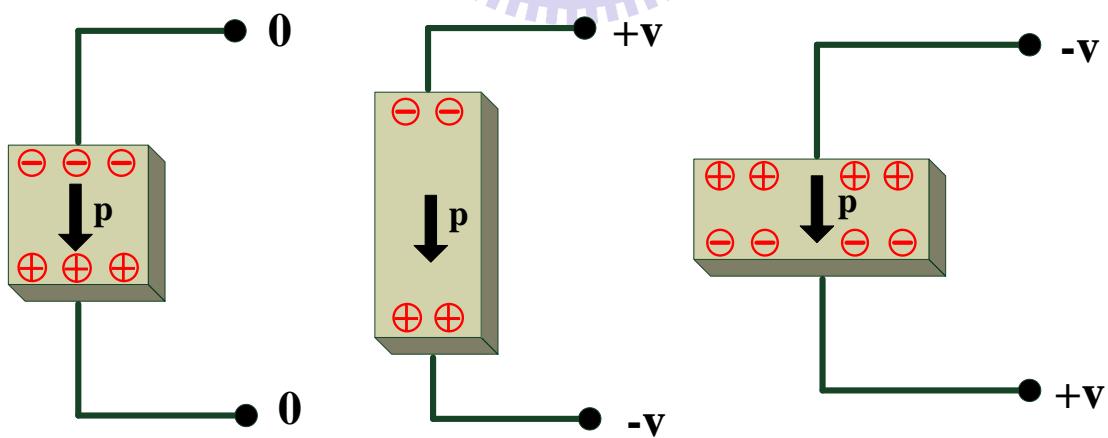


圖 3.2 壓電材料的逆壓電效應，箭頭 P 為極化方向

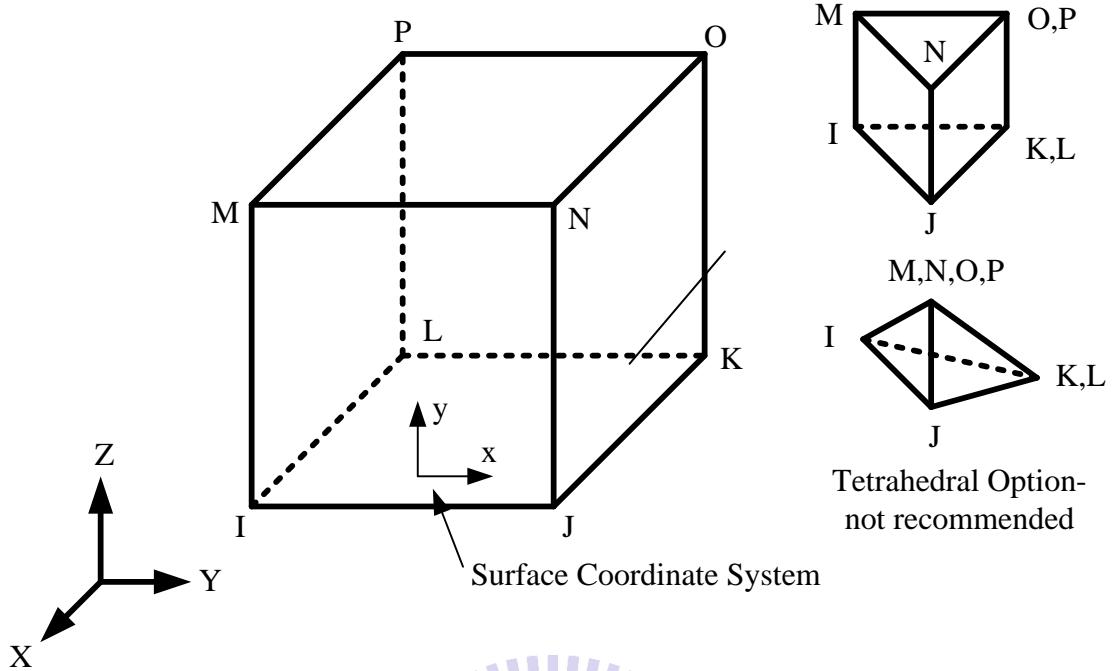


圖 3.3 元素 Solid45[22]

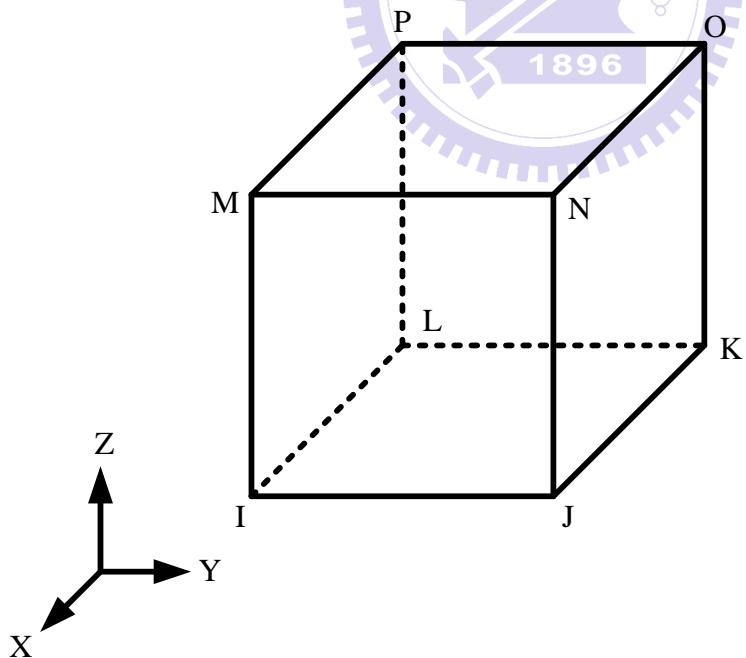


圖 3.4 元素 Solid5[22]

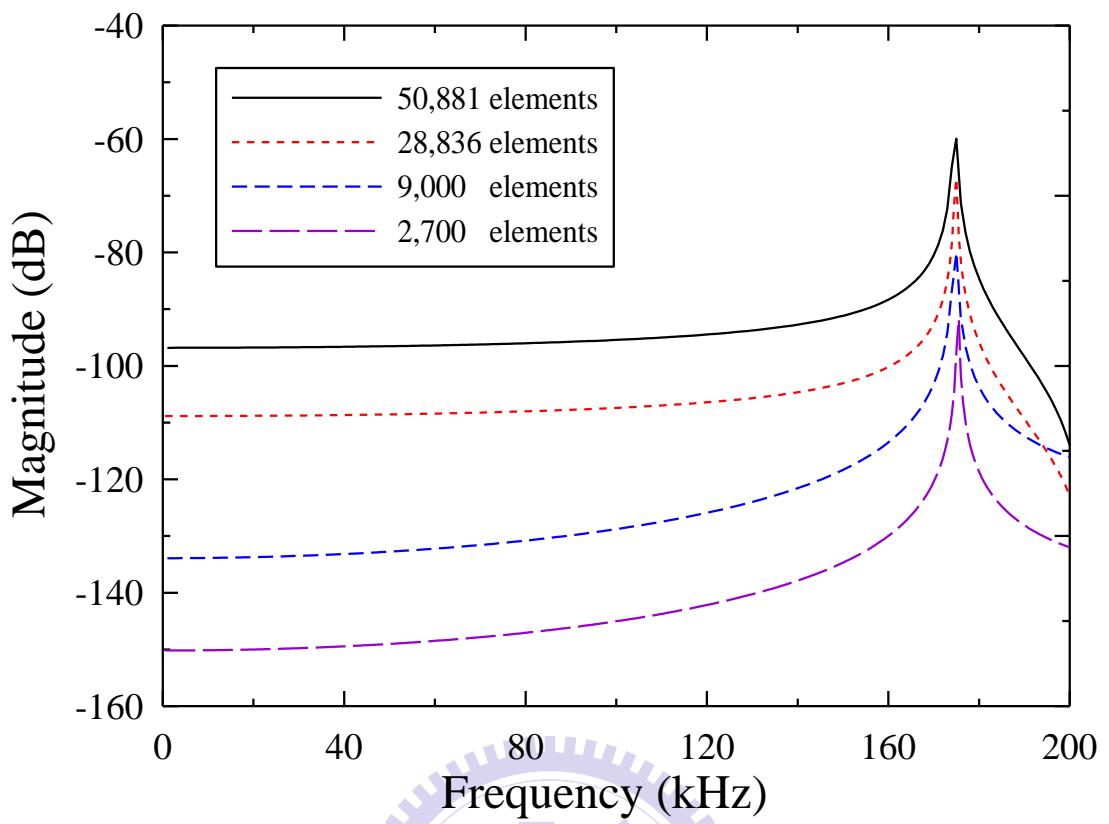


圖 3.5 錐形壓電換能器不同長度切割元素數目

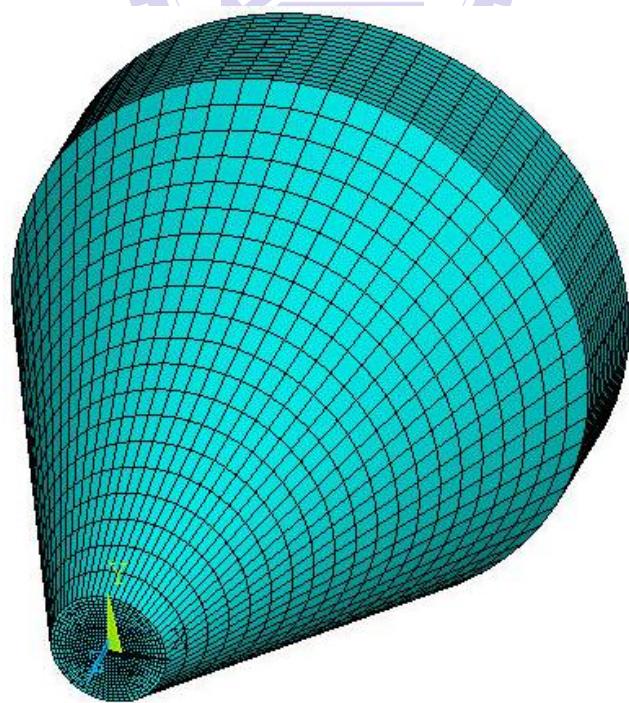


圖 3.6 錐形壓電換能器有限元素網格，元素數量 28,836

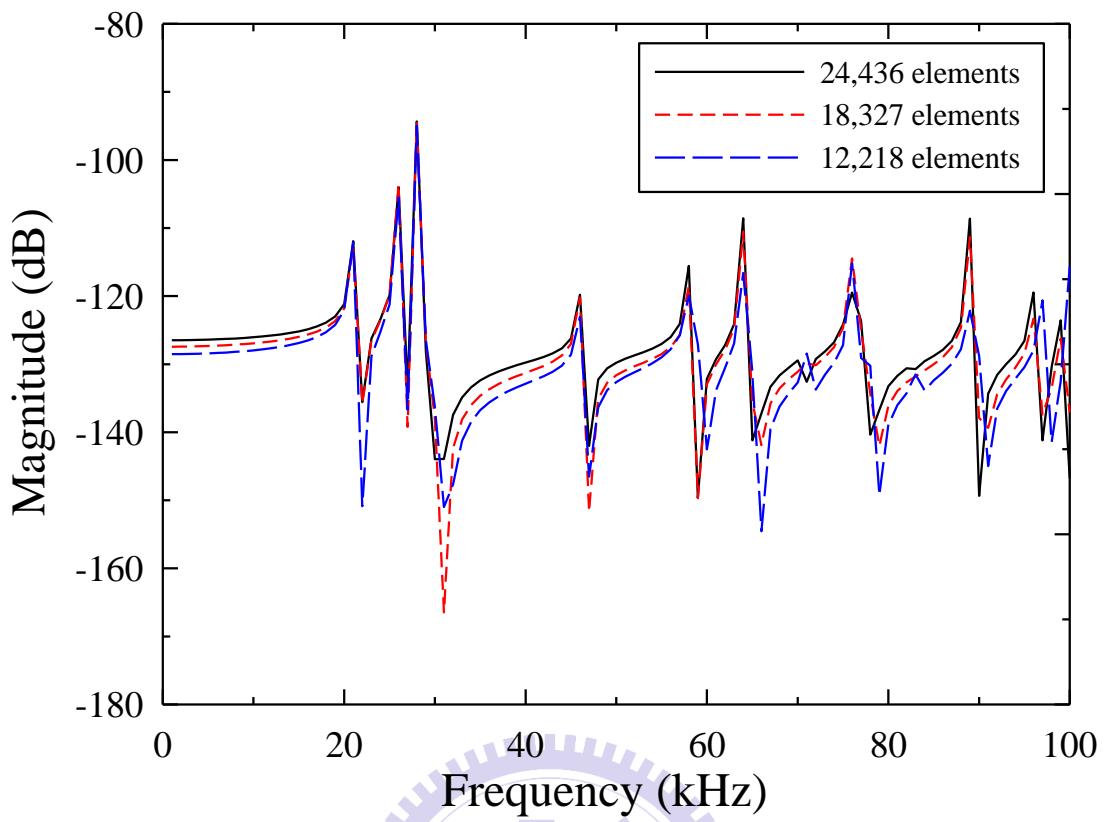


圖 3.7 單晶矽板不同長度切割元素數目

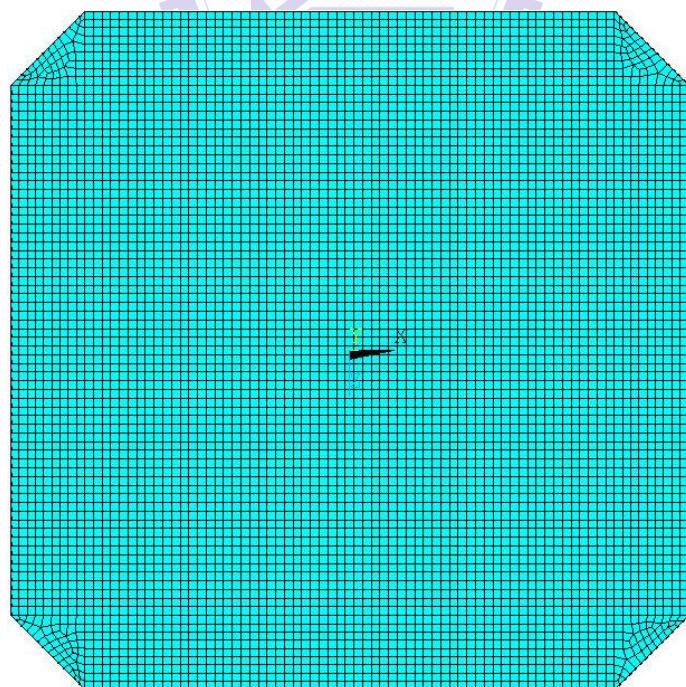


圖 3.8 單晶矽板有限元素網格，元素數量 12,218

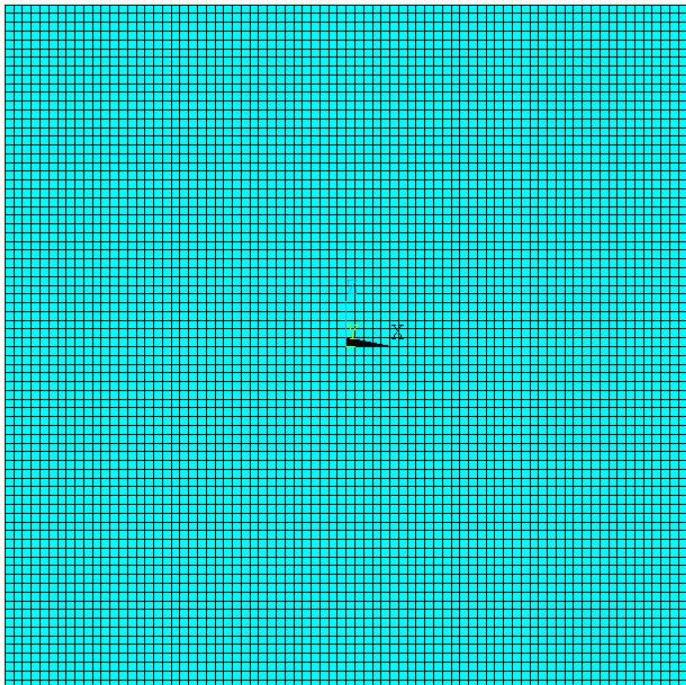


圖 3.9 多晶矽板有限元素網格，元素數量 12,168

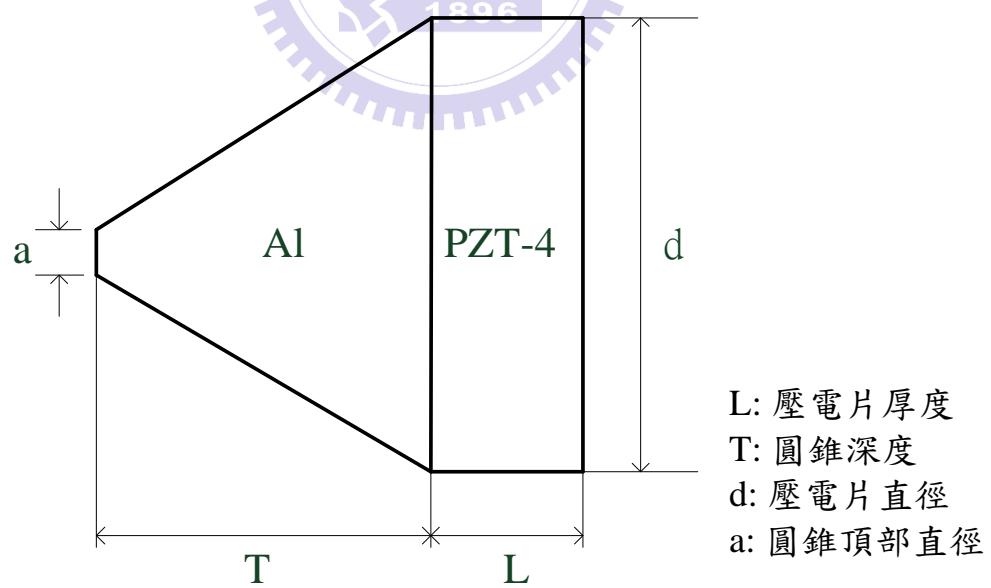


圖 3.10 錐形壓電換能器示意圖

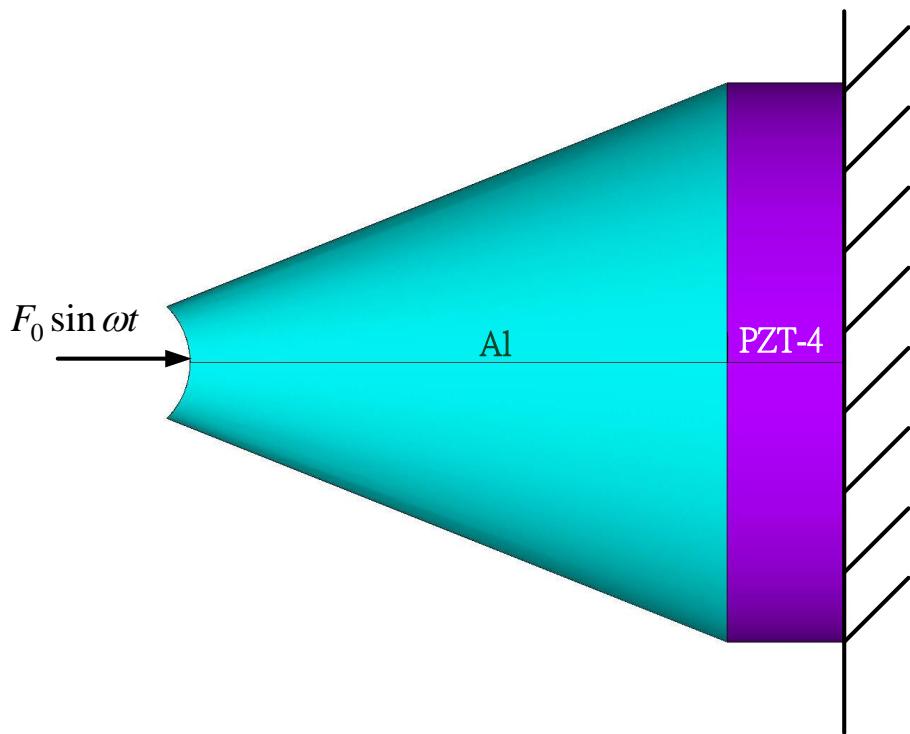


圖 3.11 錐形壓電換能器時諧分析邊界示意圖

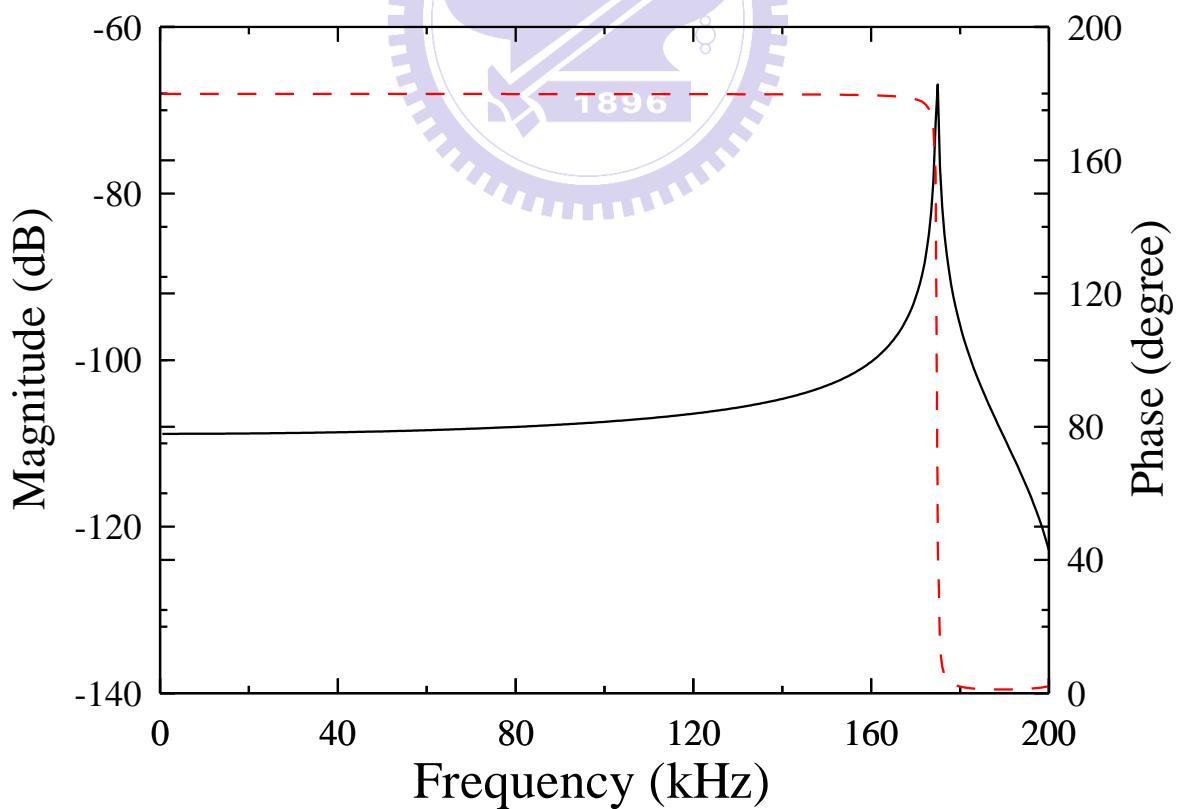


圖 3.12 錐形壓電換能器軸向頻率響應圖

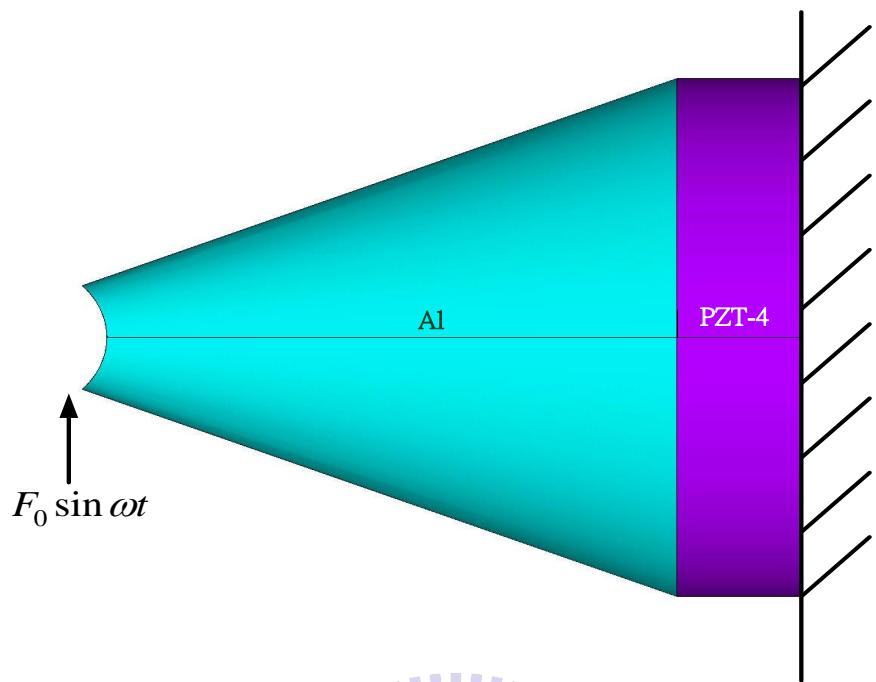


圖 3.13 錐形壓電換能器時諧分析邊界示意圖

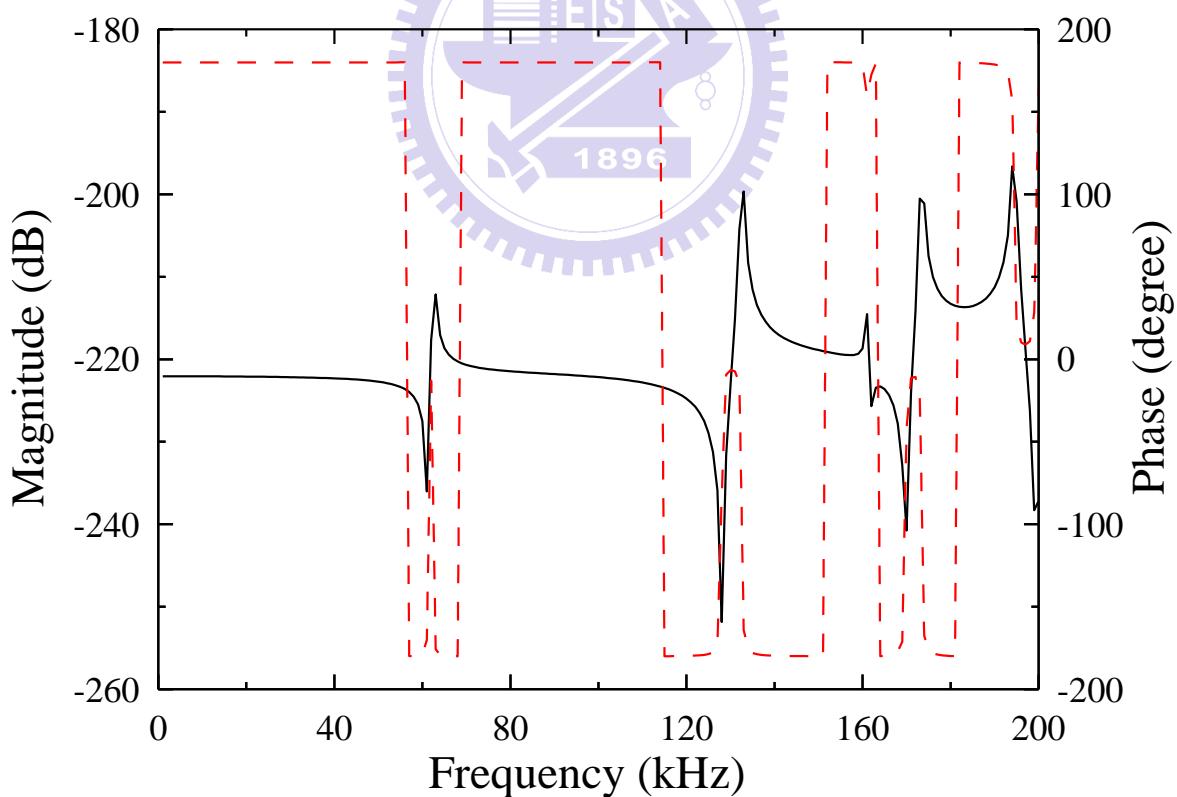


圖 3.14 錐形壓電換能器軸向頻率響應圖

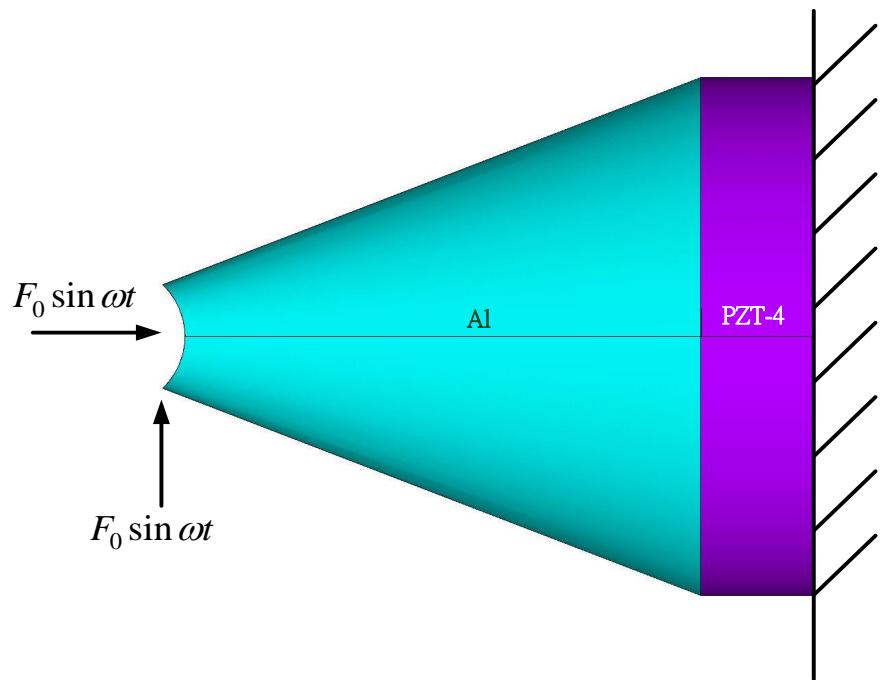


圖 3.15 錐形壓電換能器時諧分析邊界示意圖

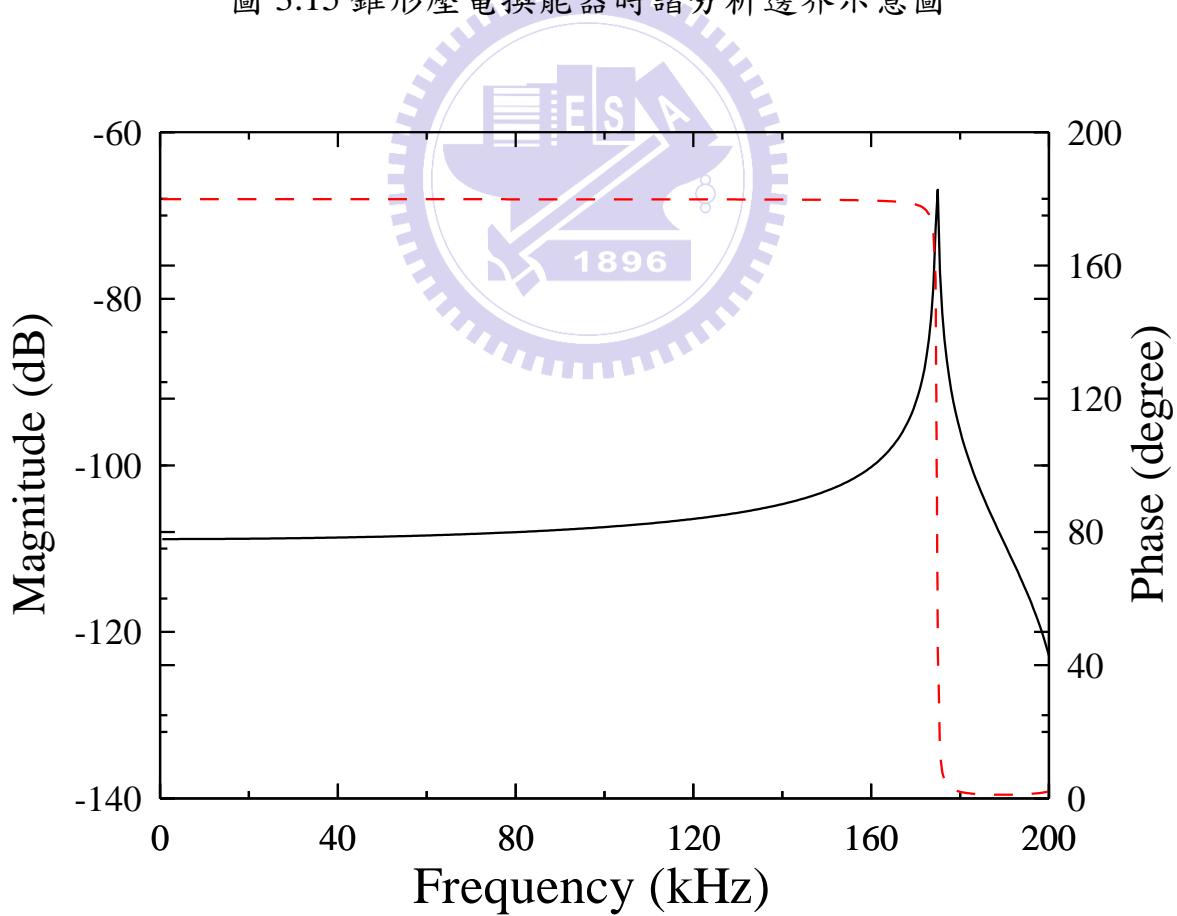


圖 3.16 錐形壓電換能器軸向頻率響應圖

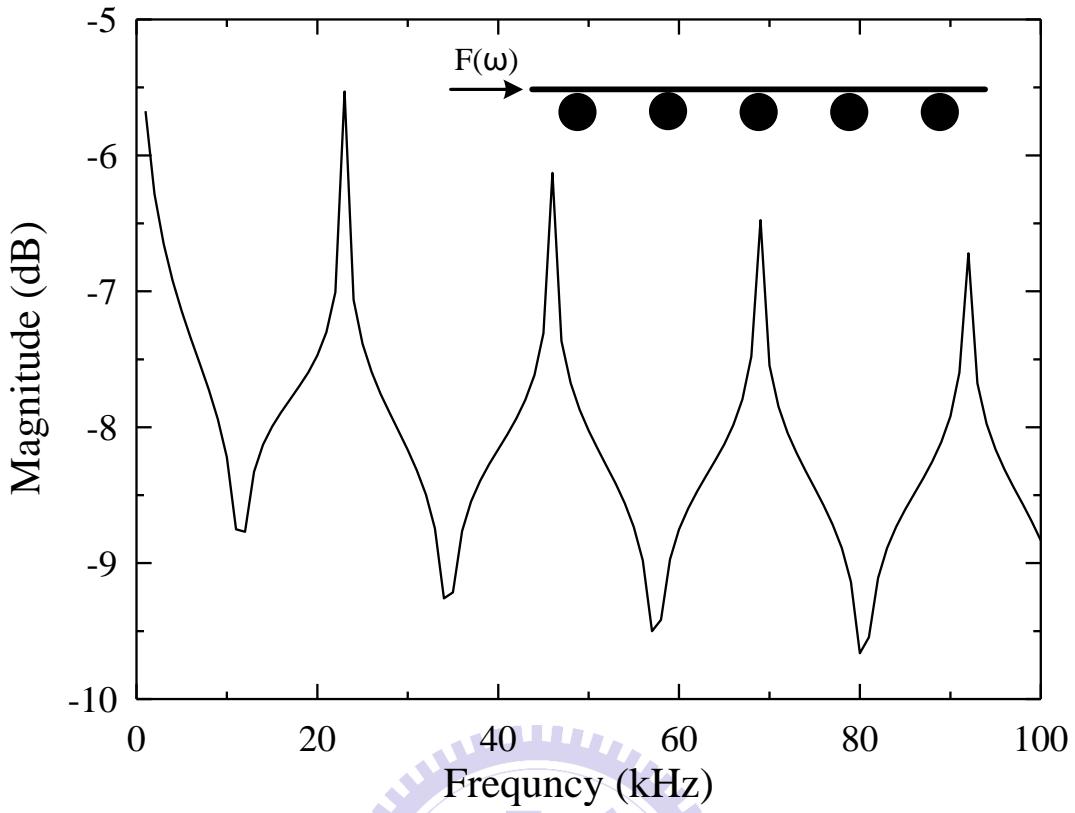


圖 3.17 待測桿件的頻率響應

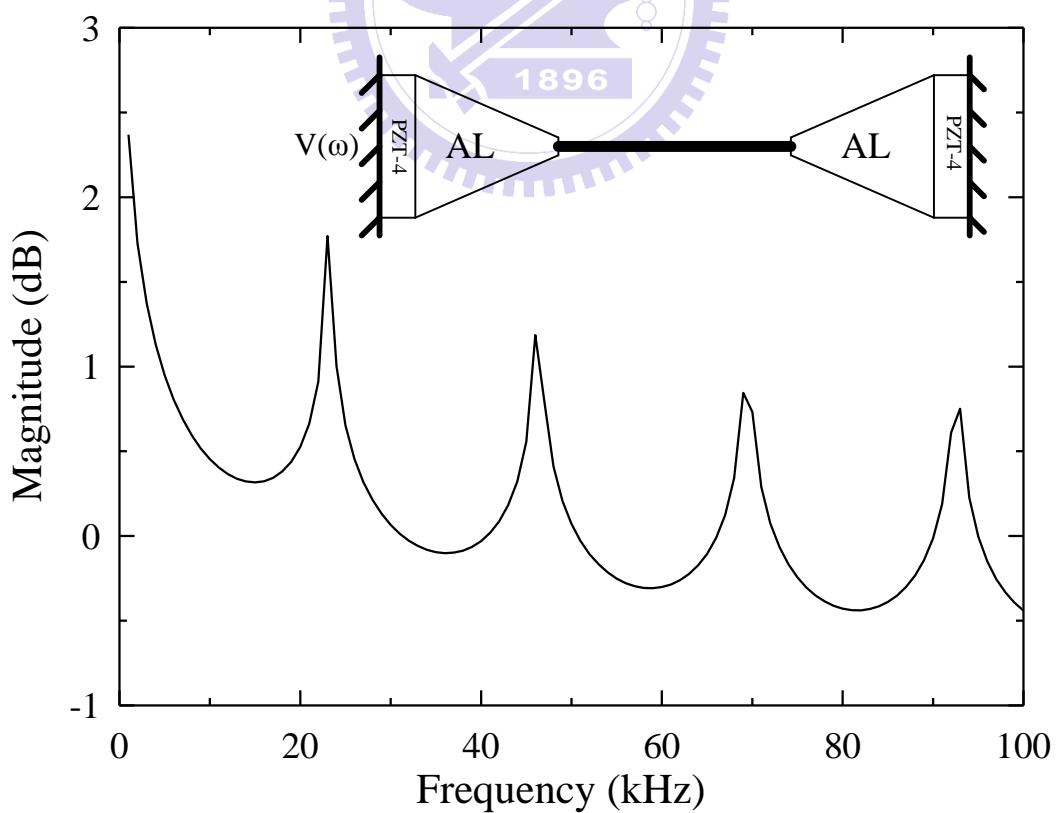


圖 3.18 簡化模型量測到的頻率響應

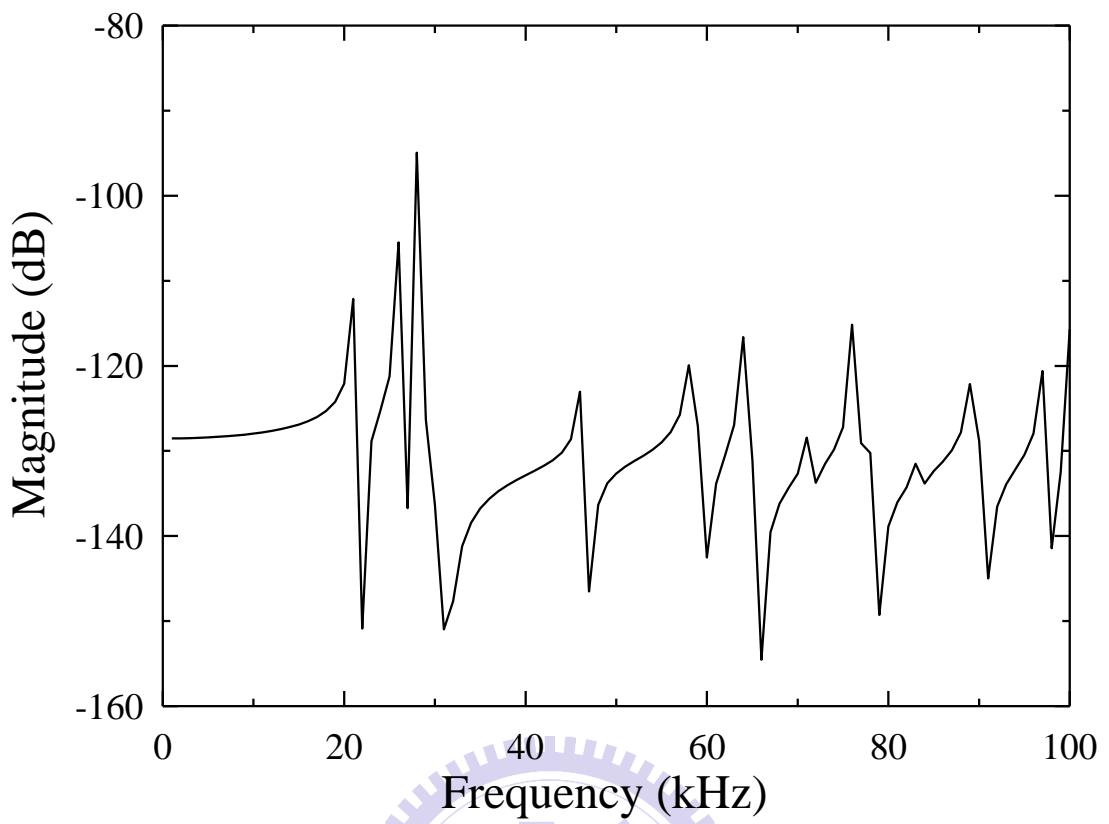


圖 3.19 單晶矽板頻率響應圖

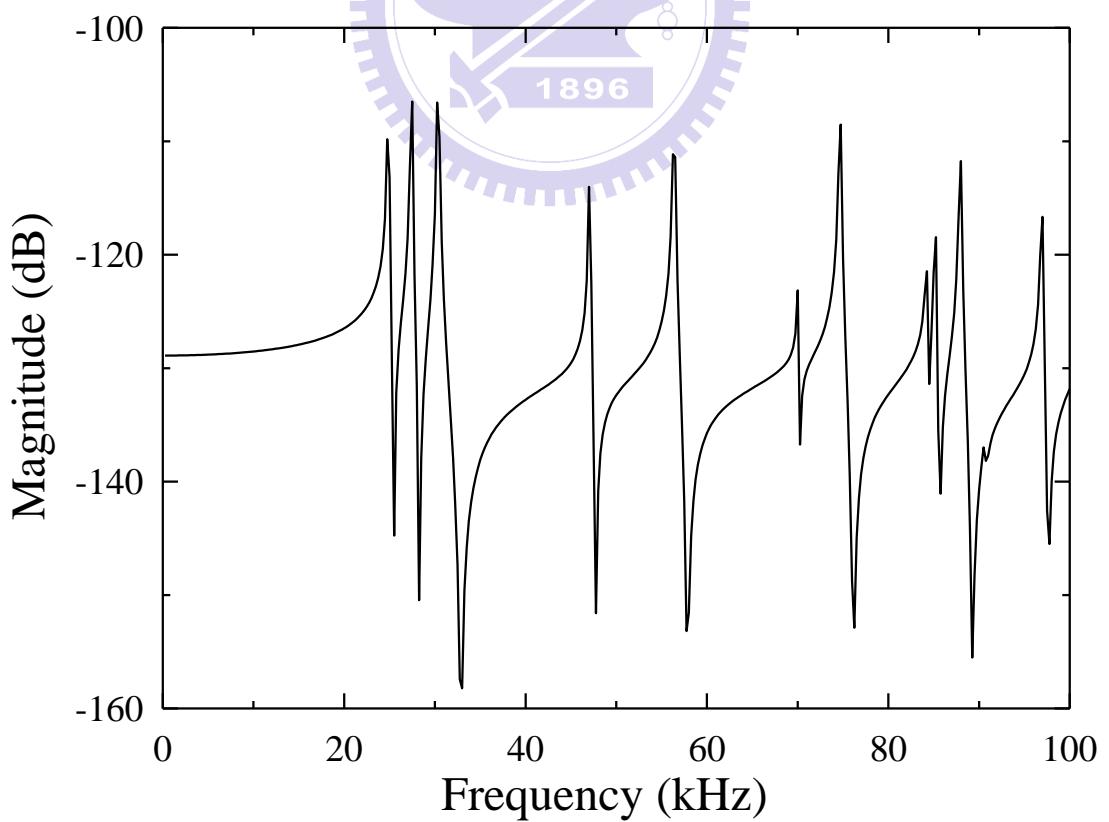


圖 3.20 多晶矽板頻率響應圖

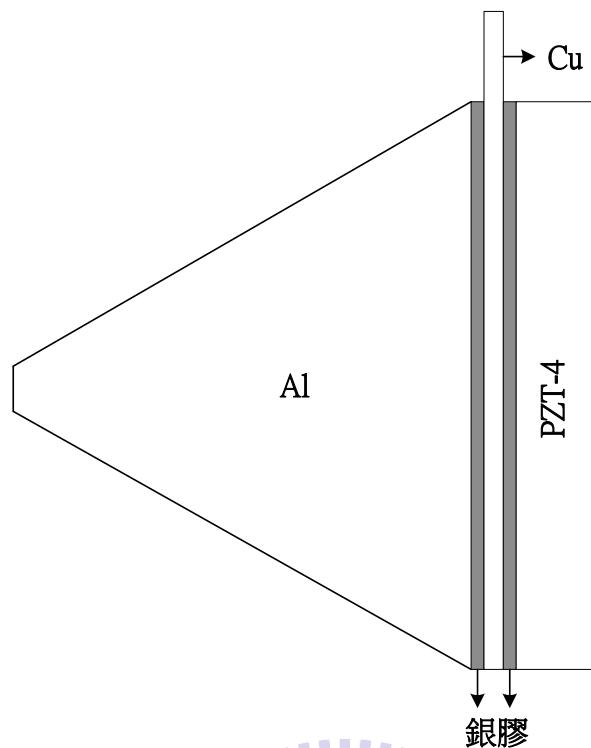


圖 4.1 錐形壓電換能器實際結構示意圖

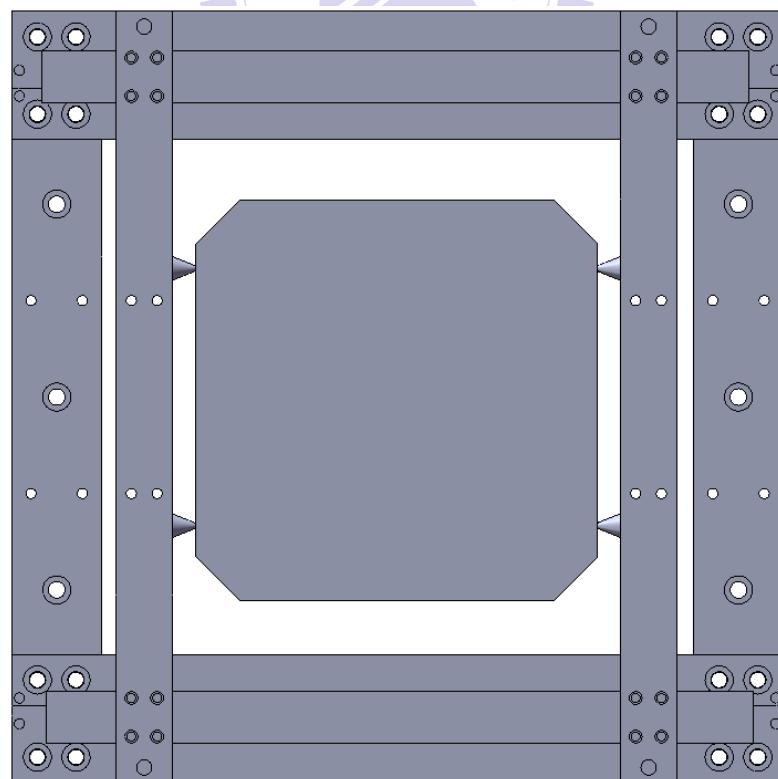


圖 4.2 量測基座結構示意圖

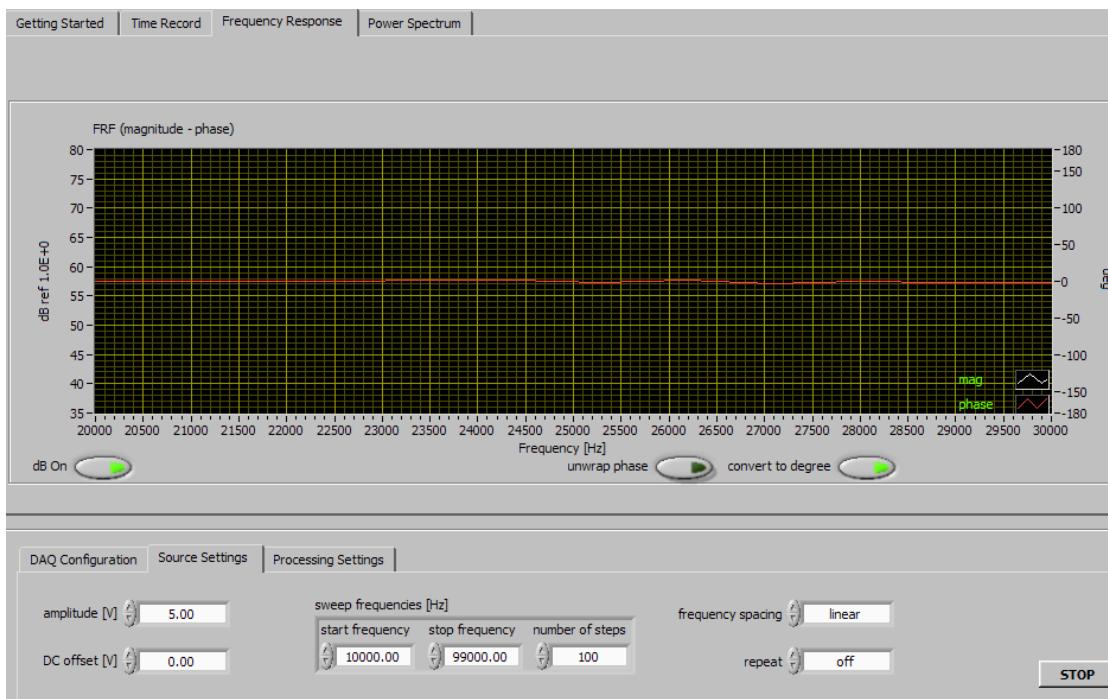


圖 4.3 量測頻率 LabVIEW 程式使用介面

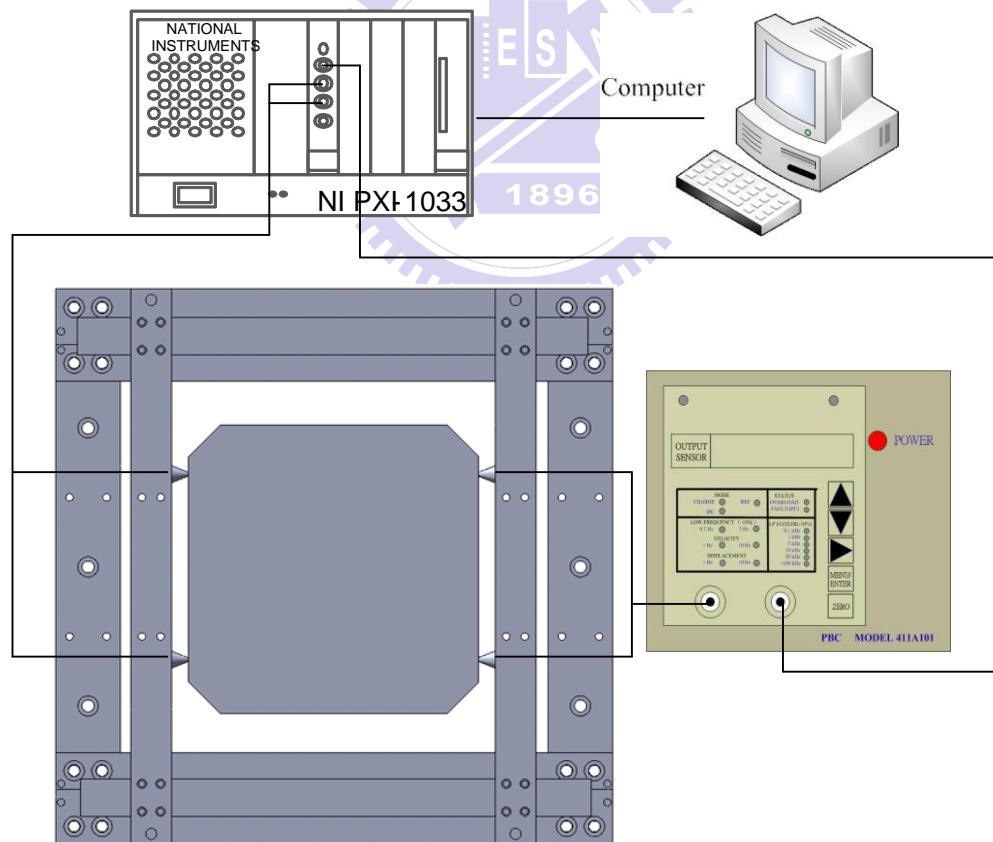


圖 4.4 面內模態共振法實驗架構

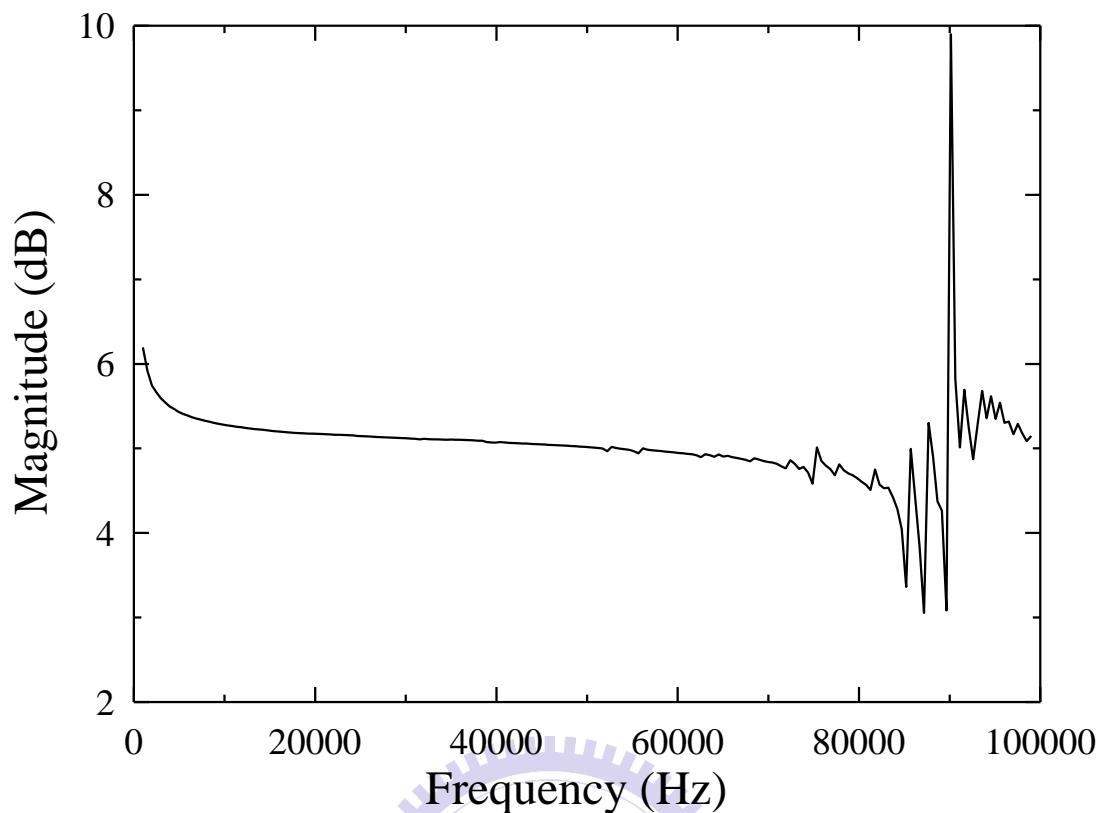


圖 4.5 錐形壓電換能器自身量測結果



圖 4.6 可滑動基座量測示意圖

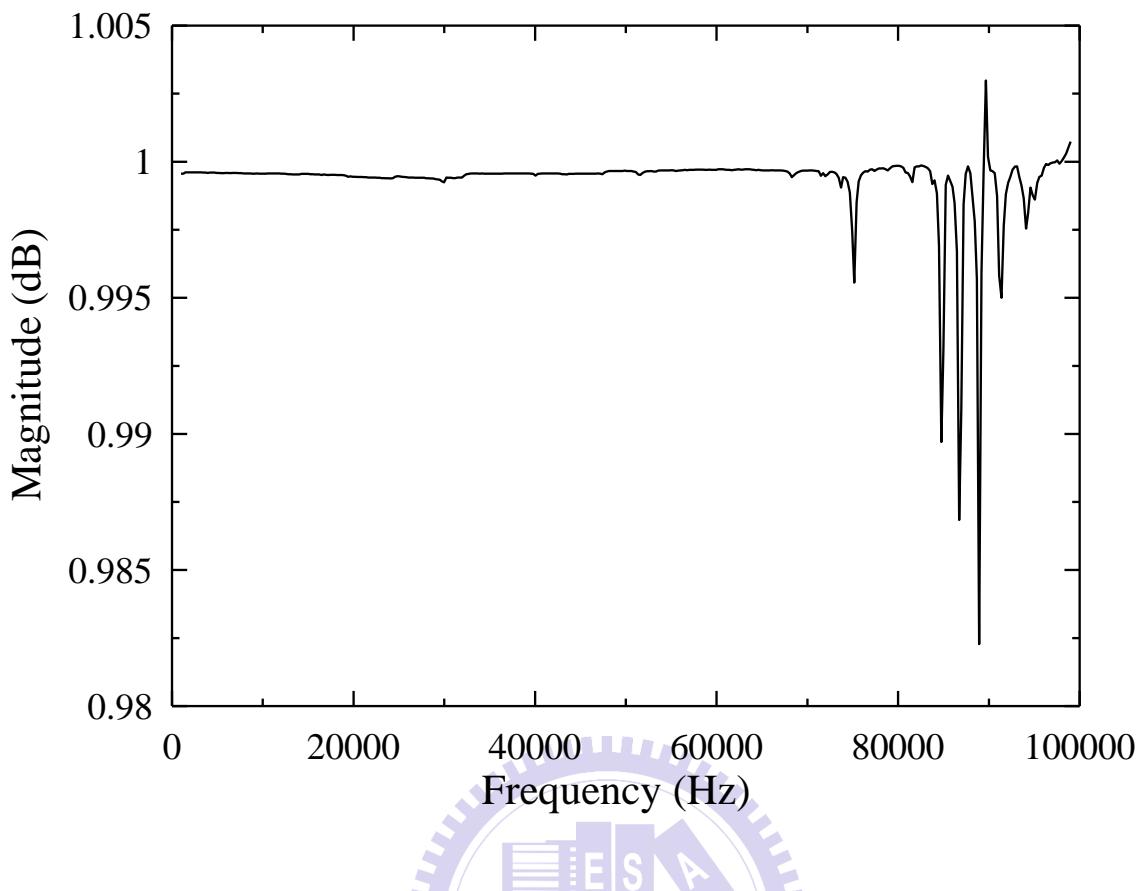


圖 4.7 可滑動基座量測結果

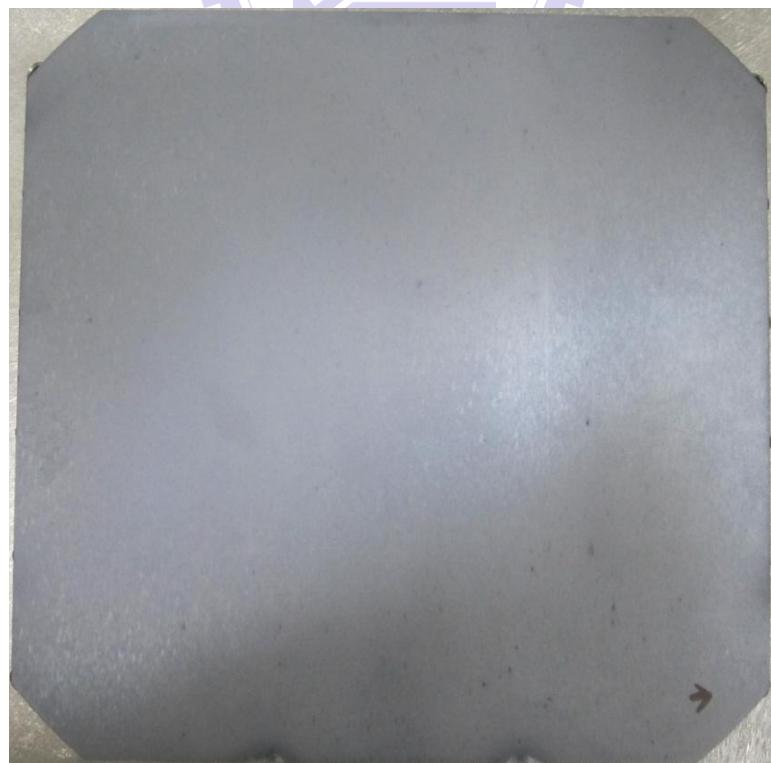


圖 4.8 八邊形單晶矽基板

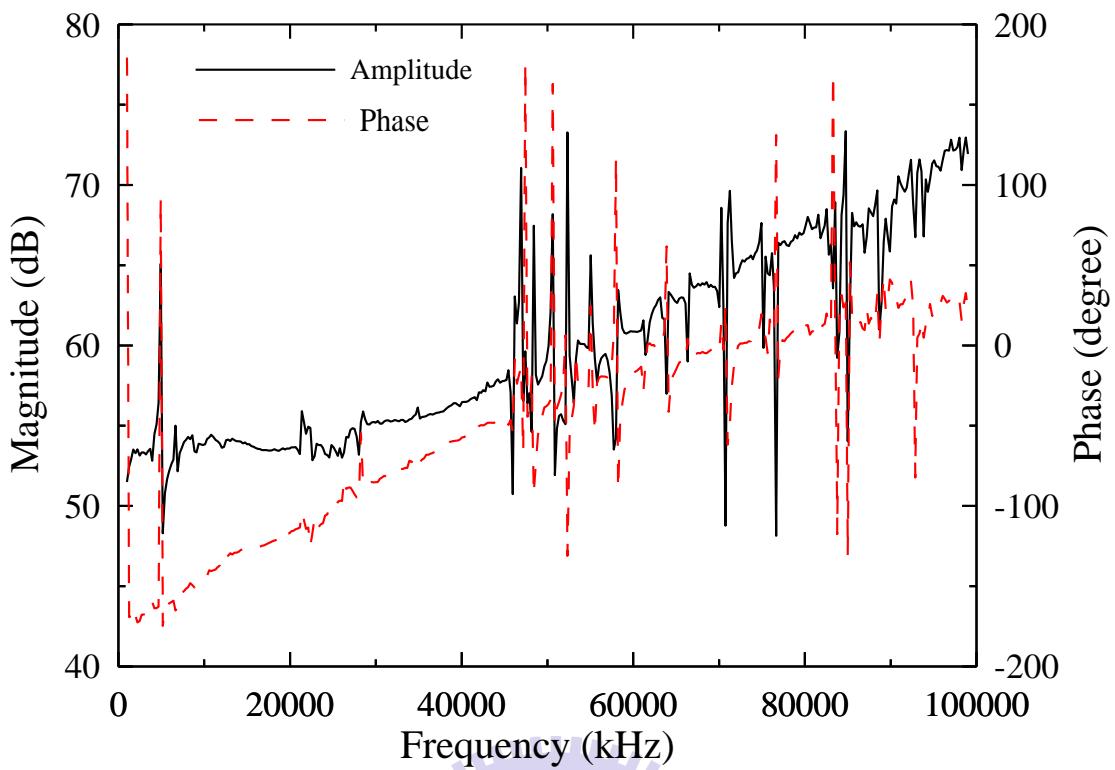


圖 4.9 單晶矽基板面內振動頻率響應

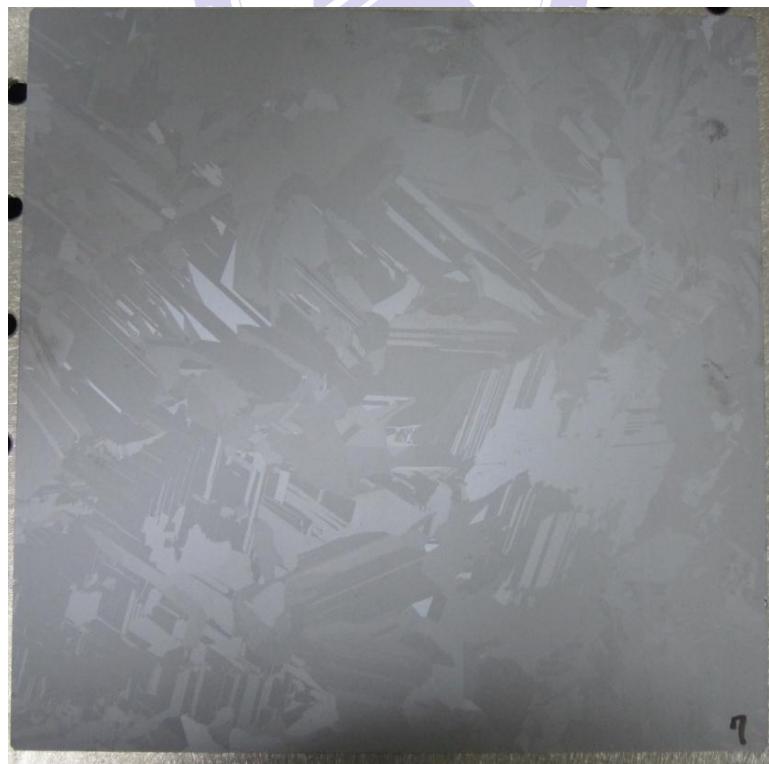


圖 4.10 四邊形多晶矽基板

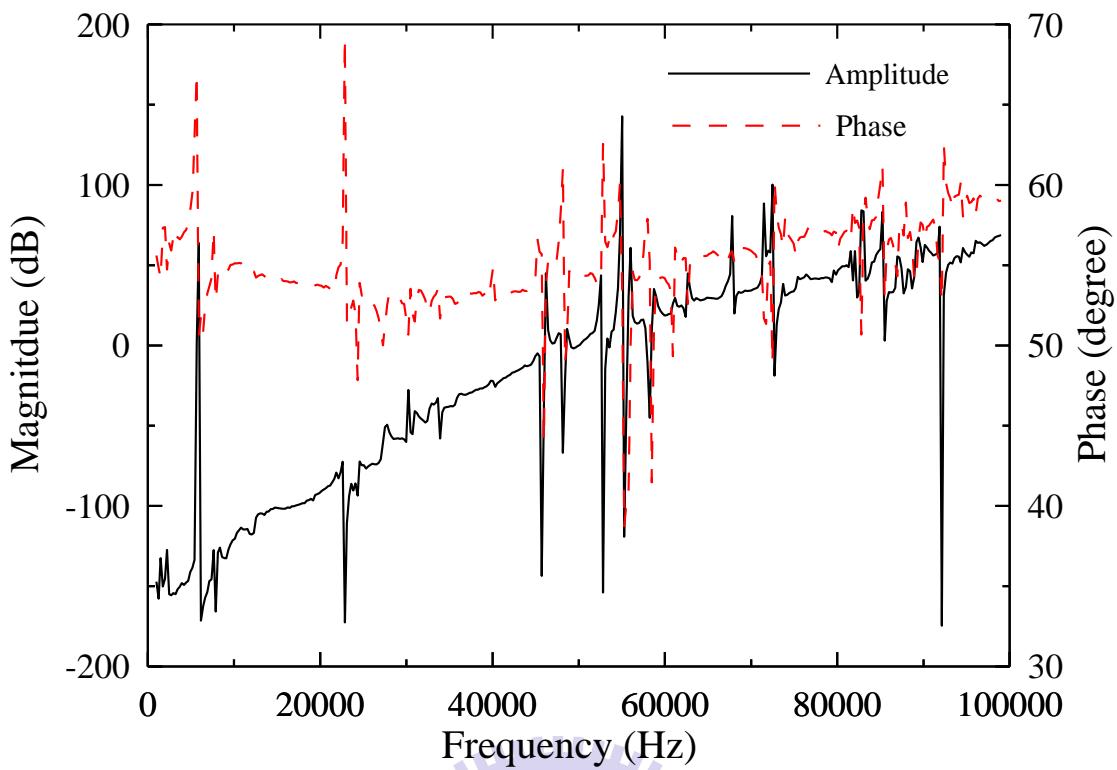


圖 4.11 多晶矽基板面內振動頻率響應

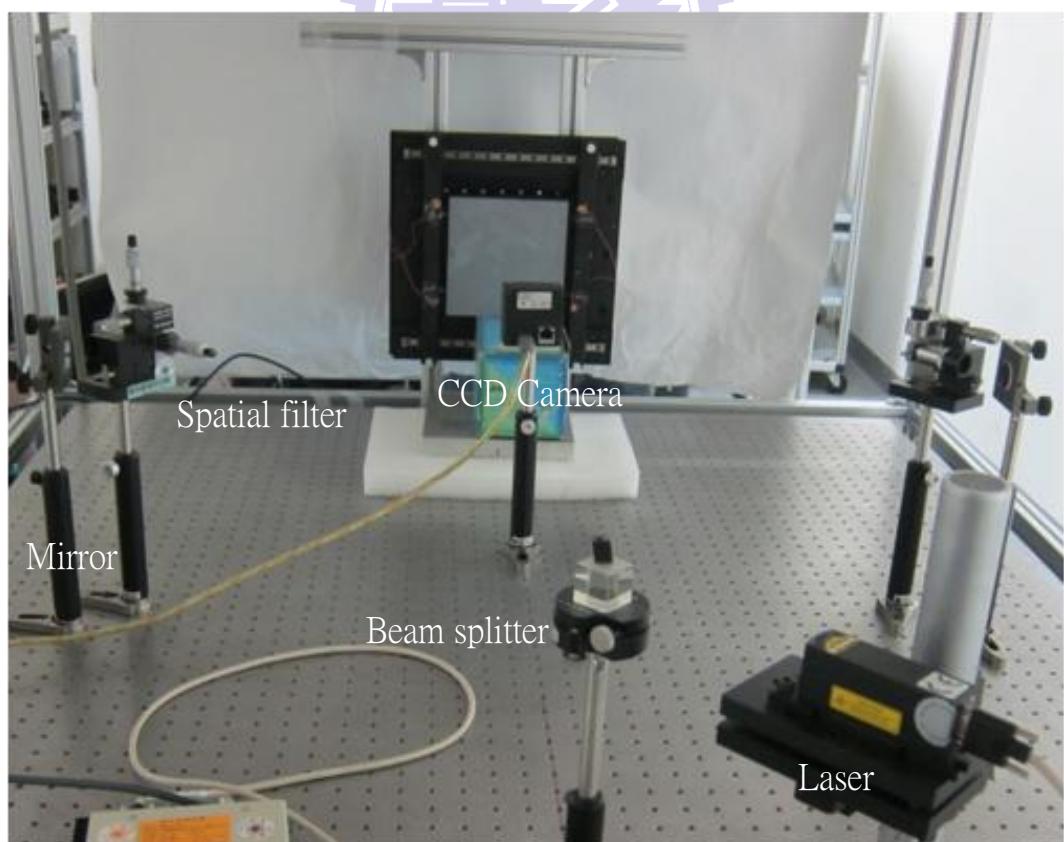


圖 4.12 量測平板試片面內變形之 ESPI 光路架構

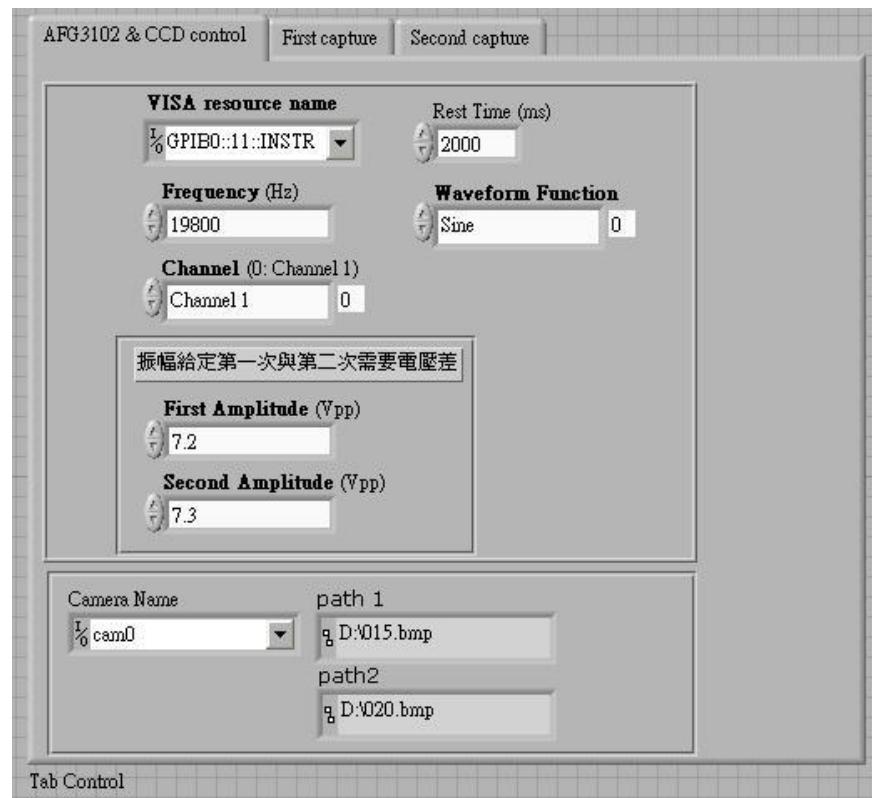


圖 4.13 ESPI 實驗所使用之 LabVIEW 程式介面

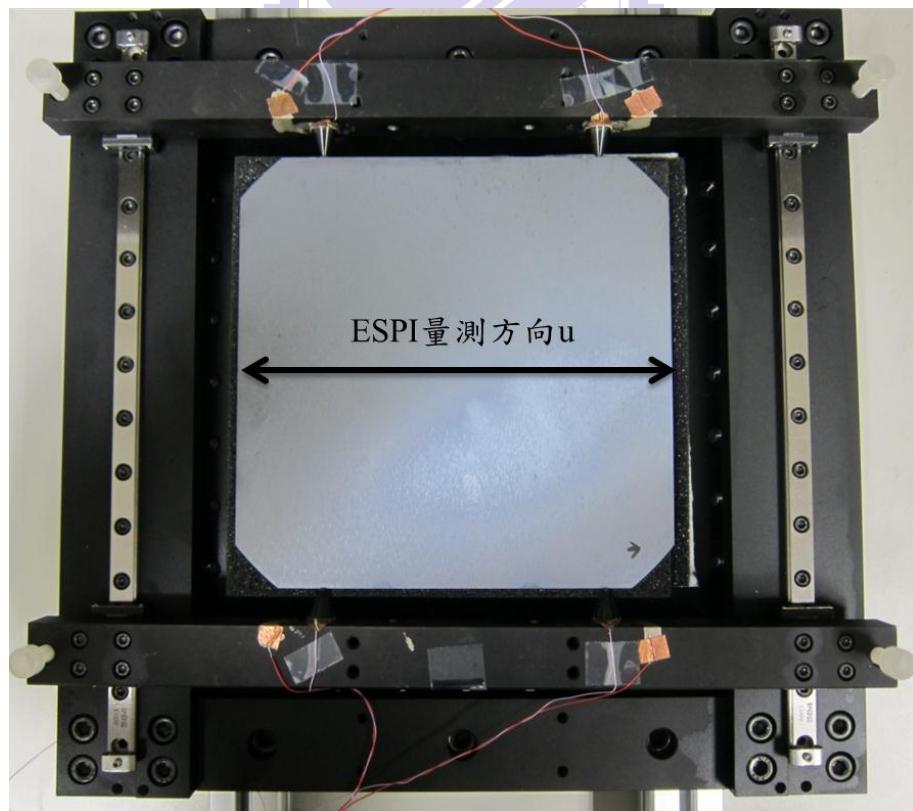


圖 4.14 錐形壓電換能器上下夾持試片，以 ESPI 量測面內位移 u

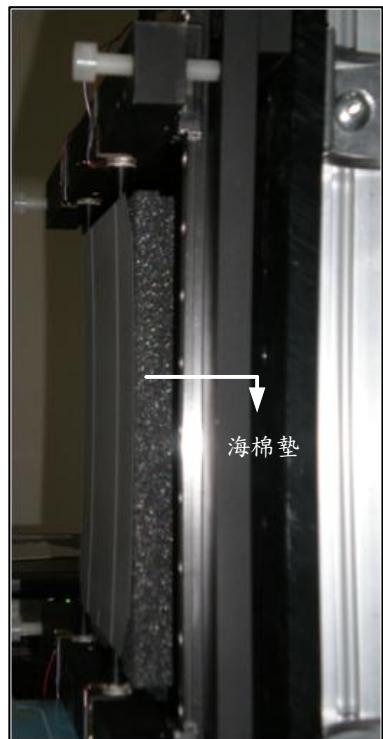


圖 4.15 面內 ESPI 實驗系統，試片後方放置海棉墊，限制試片面外變形。

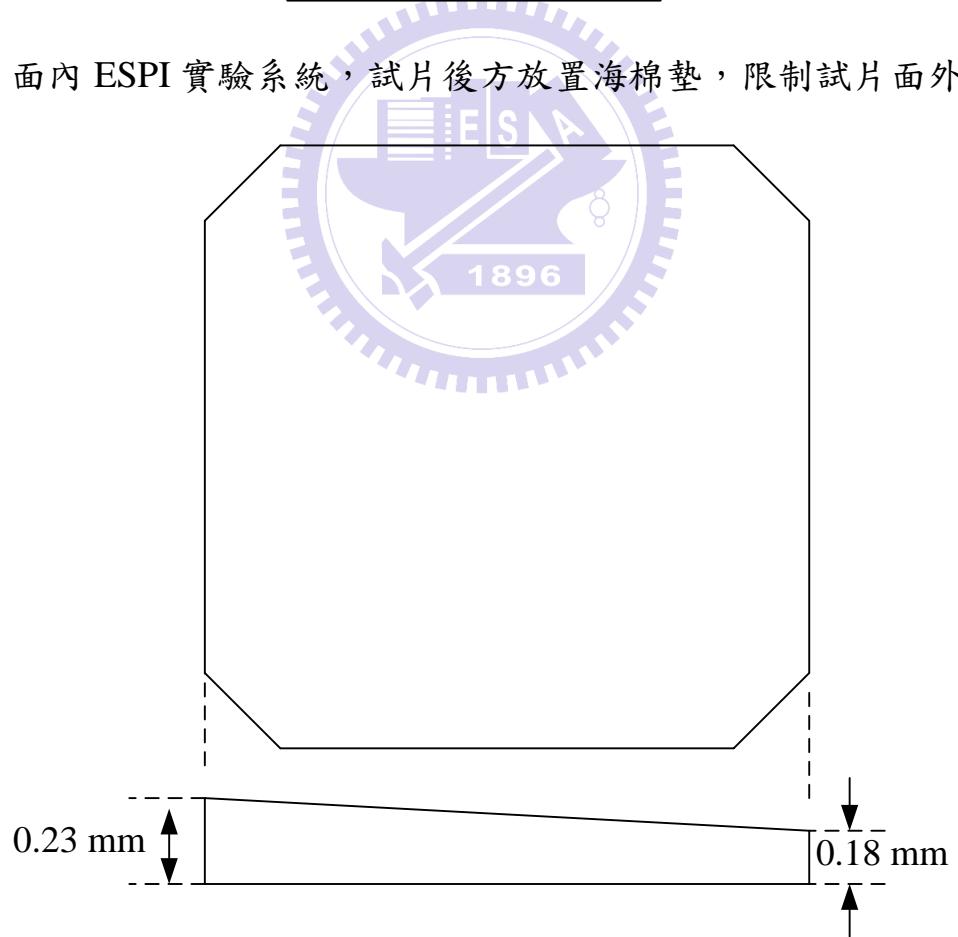


圖 4.16 試片厚度不均示意圖

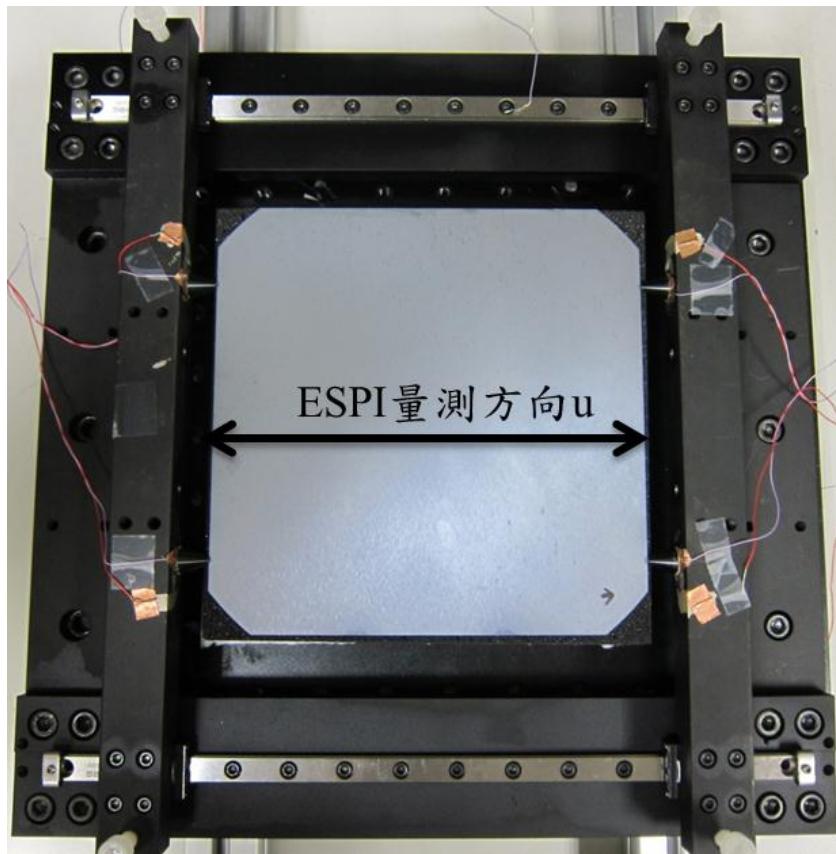


圖 4.17 錐形壓電換能器左右夾持試片，以 ESPI 量測面內位移  $u$



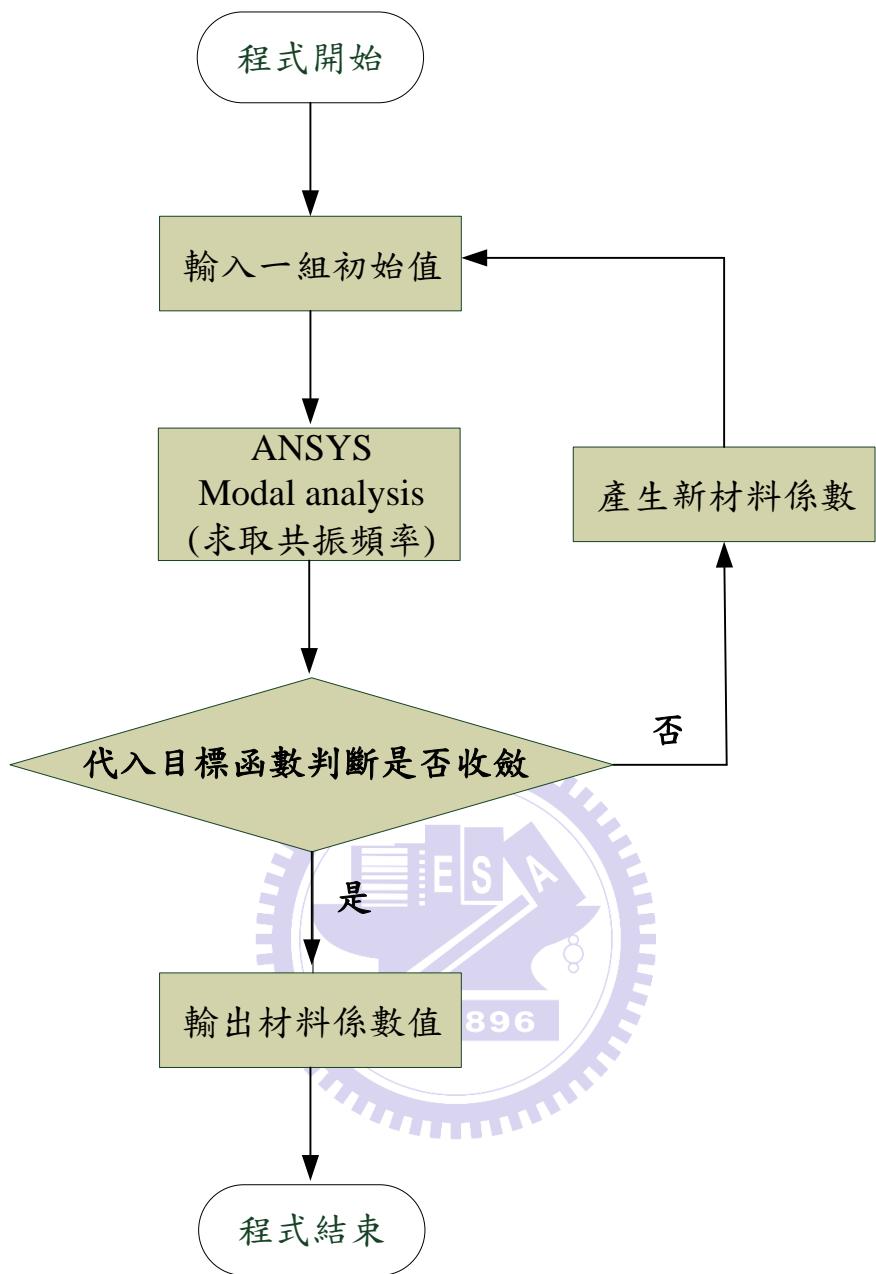
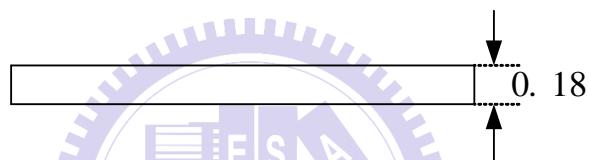
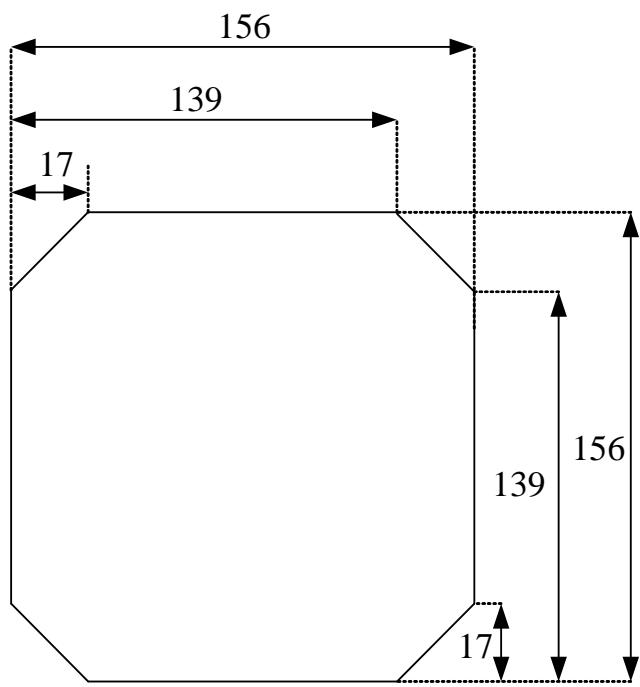
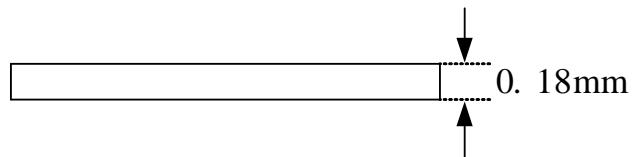
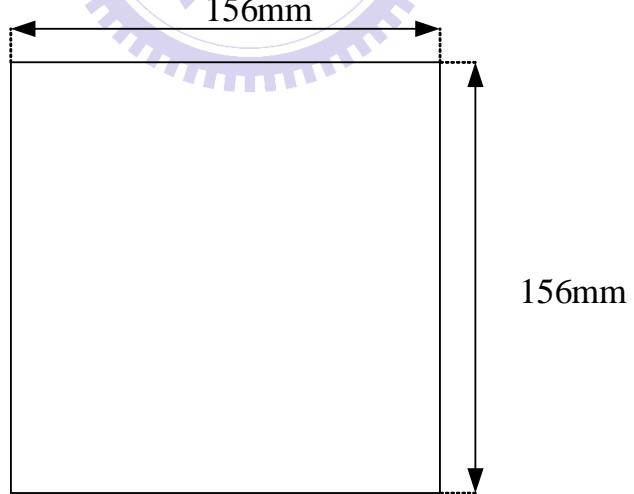


圖 5.1 材料係數反算流程示意圖



單位 : mm

圖 5.2 單晶矽基板尺寸



單位 : mm

圖 5.3 多晶矽基板尺寸

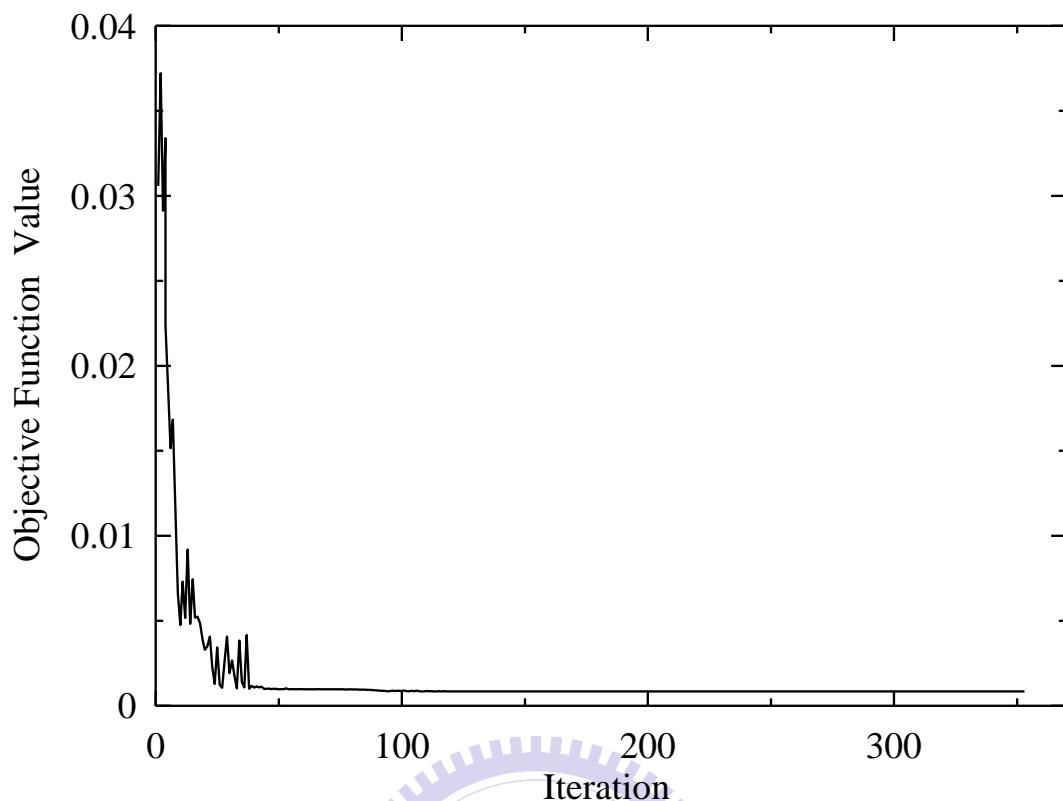


圖 5.4 單晶矽基板目標函數迭代過程

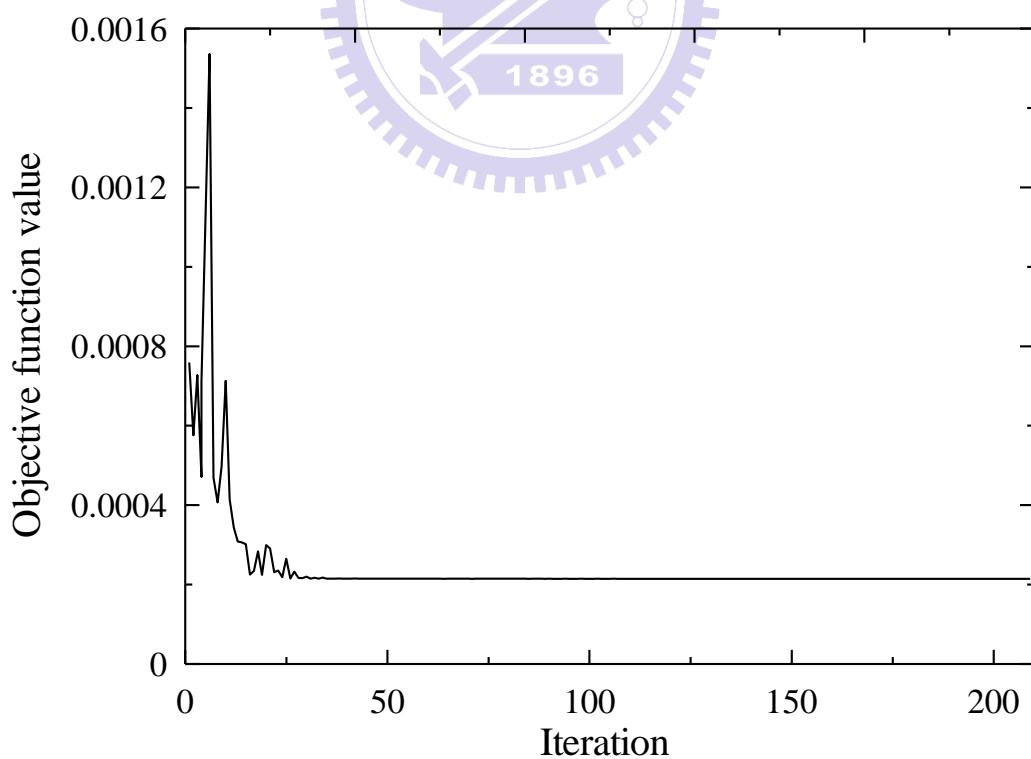


圖 5.5 多晶矽基板目標函數迭代過程

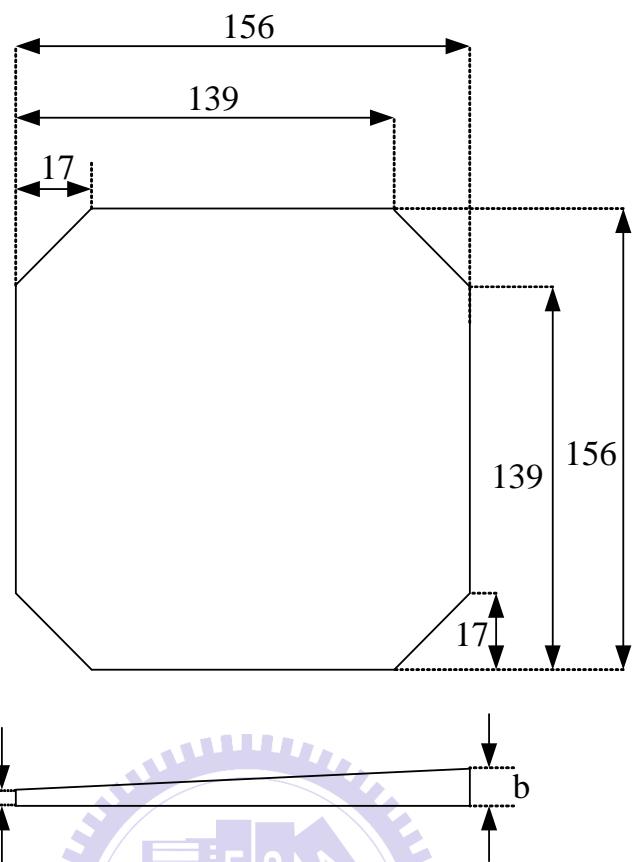


圖 5.6 單晶矽基板厚度反算模型尺寸

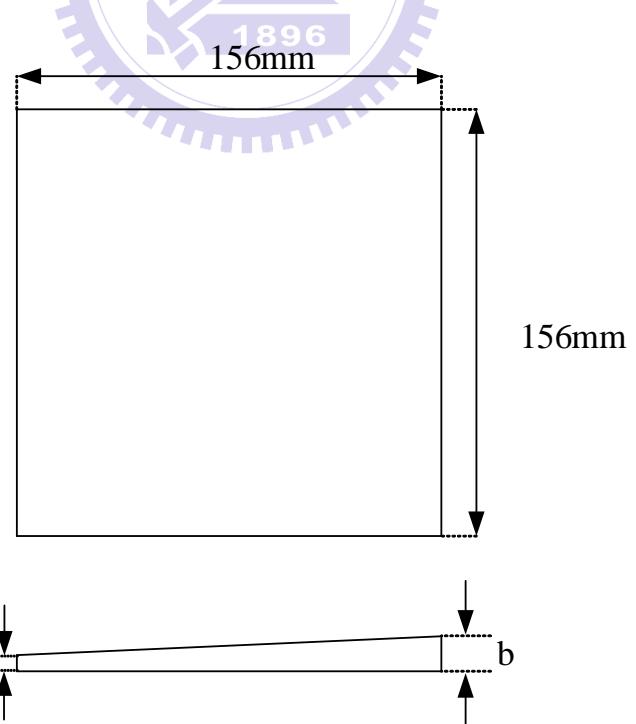


圖 5.7 多晶矽基板厚度反算模型尺寸