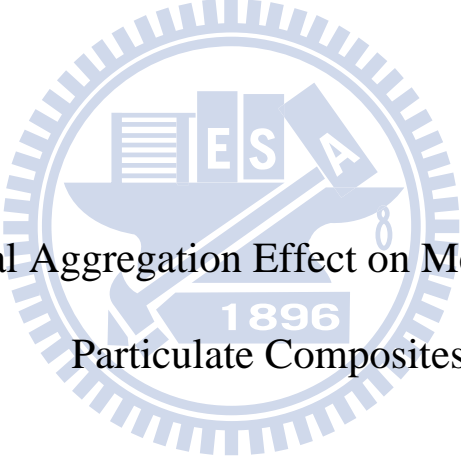


國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

探討粉體局部群聚效應對複合材料機械性質之影響



Investigation Local Aggregation Effect on Mechanical Properties of  
Particulate Composites

研究生：徐政文

指導教授：蔡佳霖 博士

中華民國一〇〇年九月

探討粉體局部群聚效應對複合材料機械性質之影響

Investigation Local Aggregation Effect on Mechanical Properties  
of Particulate Composites

研究生：徐政文

Student : Cheng-Wen Hsu

指導教授：蔡佳霖

Advisor : Jia-Lin Tsai

國立交通大學

機械工程學系

碩士論文

A Thesis

1896

Submitted to Department of Mechanical Engineering  
College of Engineering National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master

in

Mechanical Engineering

September 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇〇年九月

# 探討粉體區域群聚效應對複合材料機械性質之影響

學生：徐政文

指導教授：蔡佳霖

國立交通大學機械工程學系碩士班

## 摘要

本研究的目標在探討顆粒的區域群聚效應對含裂紋複合材料拉伸強度的影響。其中，顆粒尺寸、體積分率、介面層厚度及顆粒楊氏模數等因子的影響在文中皆有所討論。我們使用一個可用來表示顆粒分布結構的微觀有限元素模型研究顆粒群聚效應對複合材料破壞行為的影響。使用線彈性破壞力學計算應變能釋放率，然後透過與純基材模型比較得到的標準化拉伸強度來評估材料的破壞行為。所有的分析皆採用鑲埋式模型以節省程式運算的時間。由模擬結果發現當複合材料的裂紋缺陷發生在基材中，相同的體積分率下，增大補強顆粒尺寸會使得顆粒型複合材料的拉伸強度下降。此外當顆粒群聚發生時，越大的顆粒下降的幅度越明顯。同樣的趨勢也出現在不同體積分率的模型。相同顆粒尺寸下，提高體積分率並伴隨著顆粒群聚的惡化會明顯降低複合材料的拉伸強度。另一方面，補強顆粒對基材的楊氏模數比值對於複合材料的拉伸強度的影響很小。此外顆粒周圍

介面層的存在會些微的降低複合材料的拉伸強度。當複合材料的裂紋缺陷發生在雙材料介面，在相同的顆粒尺寸且顆粒均勻分散的複合材料中，體積分率並不影響複合材料的拉伸強度。但隨著群聚程度的上升，複合材料的拉伸強度逐漸下降，體積分率越高的複合材料拉伸強度下降的幅度越大。比較裂紋在基材中與裂紋在雙材料介面模型的應變能釋放率可以發現，當裂紋長度遠小於顆粒直徑時，基材中的裂紋較雙材料介面的裂紋具有較高的應變能釋放率。另一方面，當裂紋長度與顆粒直徑接近時，基材中的裂紋與雙材料介面的裂紋具有相當接近的應變能釋放率。由前述的模擬結果可以發現，當顆粒發生群聚時會降低材料的拉伸強度。此結論與文獻中實驗觀察到的現象相符合。



# **Investigating Local Aggregation Effect on Mechanical Properties of Particulate Composites**

Student : Cheng-Wen Hsu

Advisor : Jia-Lin Tsai

Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## **ABSTRACT**

This research aims to investigate the effect of local aggregation on tensile strength of particulate composites with an embedded crack. Particle size, volume fraction, interphase thickness and particle Young's modulus were taken into account in the exploration. A micromechanical finite element model (FEM) accounting for the configuration of particle distribution was employed to study the particle aggregation effect on the fracture behavior of the composites. Basically, the concept of strain energy release rate anchored in the linear elastic fracture mechanics was adopted to evaluate the fracture behavior, from which the "normalized" tensile strength of the particulate composites with respect to the pure resin was determined. It is noted that all analysis was conducted based on the continuum mechanics approach in an attempt to efficiently save the computing cost. Results reveal that increasing particle size can deteriorate the tensile strength of the composites associated with the same volume fraction. Moreover, the declining behavior becomes more significant as particle aggregation taking place. Similar tendency was also observed in the composites with different volume fractions. The increase of particle volume

fraction together with high extent of particle aggregation would dramatically decrease the tensile strength of composites. Basically the ratio of particle modulus to matrix modulus exhibits less influence on the normalized tensile strength of composites. In addition, the introduction of interface layer in the vicinity of particles also depicts little effect on the tensile strength of composites. When initial crack is embedded on the particle/matrix interface, the tensile strength of composite with good particle dispersion is not influenced by volume fraction. However, when the degree of aggregation increases, the rate of reduction in tensile strength is raising with the increment of particle volume fraction. Comparing the energy release rate of the composites with an embedded crack either in the matrix or on the interface revealed that when the crack size is much less than the particle diameter, the composites with crack in matrix demonstrates higher energy release rate than that with interfacial crack. On the other hand, when the crack size is compatible to that of particle size, the strain energy release rate calculated in both cases are quite close. In light of forgoing investigations, it is concluded that particle aggregation can considerably depreciate the tensile strength of composites, which is in a good agreement with experimental observations.

## 誌謝

感謝指導教授 蔡佳霖博士兩年來的指導，使此論文得以順利完成，並讓我從中學習到專業的知識、妥善的時間管理及待人處事應有的態度，在此致上萬分的謝意。同時感謝台灣科技大學機械系趙振綱教授、清華大學動機系葉孟考教授撥冗擔任學生之口試委員。對於學生的論文研究及觀念給予許多寶貴意見，使本研究更加完整，僅此致謝。

此外，感謝學長曾世華、齊揚楷、林奕安、謝孟哲、王泰元對於課業及研究上給予許多指導，也感謝固力組的好夥伴們在研究上的相互砥礪，支持我度過了許多研究瓶頸。有你們的陪伴讓我的研究所生涯充實了許多。

最後要感謝我的父母、岳父母及我的另一半，在我求學過程中一直支持我、鼓勵我，總是替我分擔壓力、帶給我信心，讓我可以全心全意的投入在研究中。兩年的研究所生涯即將畫上句點，感謝一路上所有幫助我的人，願把這份成果與喜悅與你們分享，也祝福你們一切順利。

徐政文 2011.09.19 於交通大學

# 目 錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	iii
誌謝 .....	v
目錄 .....	vi
表目錄 .....	viii
圖目錄 .....	ix
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究動機與文獻回顧 .....	1
1.2 研究目標及方法 .....	9
第二章 理論基礎 .....	10
2.1 均質材料之破壞力學理論 .....	10
2.2 雙材料介面裂紋之破壞力學理論 .....	14
第三章 有限元素分析模型與分析結果 .....	18
3.1 複合材料有限元素模型建立 .....	18
3.2 顆粒尺寸對裂紋破壞行為的影響 .....	21
3.3 體積分率對裂紋破壞行為的影響 .....	23
3.4 補強顆粒楊氏模數對裂紋破壞行為的影響 .....	24

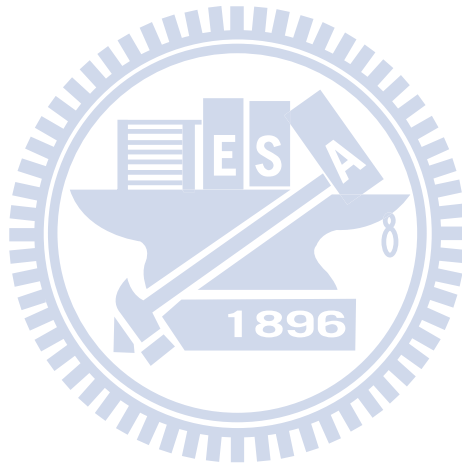


3.5 介面層厚度對裂紋破壞行為的影響 .....	25
3.6 體積分率對介面裂紋破壞行為的影響 .....	25
3.7 裂紋位置比較 .....	26
第四章 結論 .....	28
參考文獻 .....	30



## 表 目 錄

表 3-1	基材、補強材料顆粒材料參數 .....	34
表 3-2	不同實際材料範圍所求得的應變能釋放率 .....	34
表 3-3	體積分率為 10 vol%、不同顆粒尺寸下之顆粒表面間距 d ..	34
表 3-4	補強材料半徑為 5 $\mu\text{m}$ 、不同體積分率下顆粒表面之間距 d	35
表 3-5	不同體積分率下之等效材料性質 .....	35
表 3-6	不同的補強顆粒機械性質 .....	35



## 圖 目 錄

圖 2.1	三種獨立的裂紋破壞變形模式：(a)開裂模式, (b)剪裂模式, (c) 撕裂模式 .....	36
圖 2.2	含有一段長度為 $2a$ 裂紋的均質材料承受拉伸外力 $\sigma_0$ .....	36
圖 2.3	含有一段長度為 $2a$ 裂紋的均質材料承受剪外力 $S$ .....	37
圖 2.4	裂紋關閉積分法示意圖 (a)裂紋增長一微小量 $\delta a$ , (b)關閉 $\delta a$ 長度裂紋所需之應力 .....	37
圖 2.5	均質材料中的裂紋，使用有限元素法之八節點元素(8-nodes element)進行分析 .....	38
圖 2.6	承受拉伸與剪切外力之雙材料無限大平板，材料介面之有限長度裂紋示意圖(裂紋長度為 $2a$ ) .....	38
圖 3.1	鑲埋式模型示意圖 .....	39
圖 3.2	代表性體積單元模型示意圖 .....	39
圖 3.3	不同位置的裂紋示意圖 .....	39
圖 3.4	群聚範圍示意圖 .....	40
圖 3.5	不同程度的群聚其 $d_{ag}/d$ 分別為:(a) 1, (b) 0.77, (c) 0.55, (d) 0.33, (e) 0.11 .....	40
圖 3.6	不同裂紋位置 (a) 裂紋在基材中的模型, (b) 裂紋在介面的模型 .....	41
圖 3.7	邊界條件及外力示意圖 (a) 四分之一模型, (b) 二分之一模型 .....	42
圖 3.8	裂紋在基材中的有限元素模型網格 ( $\Delta a$ 為裂紋尖端之元素尺寸) .....	43

圖 3.9	裂紋在介面的有限元素模型網格 .....	44
圖 3.10	相同體積分率、不同顆粒尺寸之含裂紋複合材料示意圖 (a) 小尺寸, (b) 大尺寸 .....	45
圖 3.11	體積分率為 10%、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸 5 $\mu\text{m}$ 、0.5 $\mu\text{m}$ 、0.1 $\mu\text{m}$ 對應不同程度群聚效應時，裂紋的應變能釋放率 ( $G_I$ ) .....	46
圖 3.12	體積分率為 10%、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸 5 $\mu\text{m}$ 、0.5 $\mu\text{m}$ 、0.1 $\mu\text{m}$ 對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度 .....	47
圖 3.13	相同顆粒尺寸、不同體積分率之含裂紋複合材料示意圖 (a) 高體積分率, (b) 低體積分率 .....	47
圖 3.14	顆粒尺寸為 5 $\mu\text{m}$ 、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，體積分率為 5%、10%、20% 對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率 ( $G_I$ ) .....	48
圖 3.15	顆粒尺寸為 5 $\mu\text{m}$ 、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，體積分率為 5%、10%、20% 對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度 .....	49
圖 3.16	顆粒尺寸為 5 $\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，顆粒楊氏模數為 70GPa、105GPa、140GPa，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_I$ ) .....	50
圖 3.17	顆粒尺寸為 5 $\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，顆粒楊氏模數為 70GPa、105GPa、140GPa，對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度 .....	51
圖 3.18	顆粒尺寸為 5 $\mu\text{m}$ 含不同厚度的介面層示意圖及網格 (a) $T=0.1\mu\text{m}$ 示意圖, (b) $T=0.3\mu\text{m}$ 示意圖, (c) $T=0.1\mu\text{m}$ 網格, (c) $T=0.3\mu\text{m}$ 網格 .....	52
圖 3.19	顆粒尺寸為 5 $\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為 0.1 $\mu\text{m}$ ，介面	

	層厚度為 $0\mu\text{m}$ 、 $0.1\mu\text{m}$ 、 $0.3\mu\text{m}$ 對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_I$ ) .....	53
圖 3.20	顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，介面層厚度為 $0\mu\text{m}$ 、 $0.1\mu\text{m}$ 、 $0.3\mu\text{m}$ 對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度 .....	54
圖 3.21	裂紋在補強顆粒與基材介面，體積分率為 10%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$ 對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ ) .....	55
圖 3.22	裂紋在補強顆粒與基材介面，體積分率為 10%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$ 對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度 .....	56
圖 3.23	裂紋在補強顆粒與基材介面，體積分率為 10%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$ 對應不同程度的群聚效應時，裂紋的破壞模式混合度(Mode Mixity) .....	57
圖 3.24	顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 5%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ ) .....	58
圖 3.25	顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ ) .....	59
圖 3.26	顆粒尺寸為 $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 20%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ ) .....	60
圖 3.27	顆粒尺寸為 $0.5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ ) .....	61
圖 3.28	顆粒尺寸為 $0.5\mu\text{m}$ 、體積分率為 20%、半裂紋長為 $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ ) .....	62

# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與文獻回顧

複合材料(Composites)具有高強度、高韌性、耐磨耗、耐高溫、質量輕等特性，近年來已成為學術界及工業界熱門的研究方向且廣泛的運用在各種領域上。其中應用最廣的是以高分子材料做為基材(Polymer matrix)的複合材料。藉由補強材(Reinforcement)的添加，可使基材在物理性質及化學性質上有明顯的增益。補強材可依據形狀而分為球狀顆粒(Spherical particle)、奈米纖維(Nanofiber)、薄片(Platelet)及奈米管(Nanotube)等。

顆粒型奈米複合材料(Particulate nanocomposites)為一常見的複合材料型式。透過添加補強材料顆粒到樹脂基材中，提升整體材料的機械性質。在楊氏模數(Young's modulus)部分，Johnsen等人[1]在奈米級二氧化矽(Nanosilica,  $\text{SiO}_2$ )/環氧樹脂(Epoxy resin)複合材料中發現楊氏模數隨著補強顆粒含量的增加而上升。Wang等人[2]同樣在二氧化矽/環氧樹脂複合材料中發現楊氏模數隨補強顆粒含量的增加而上升，只有在溫度為  $115^\circ\text{C}$ 時顆粒含量為 28%的楊氏模數低於含量為 14%時的結果。Cho等人[3]在乙烯基脂(Vinyl ester)中分別加入微米級的玻璃珠(Glass bead)與微米級、奈米級的三氧化二鋁(Aluminum dioxide,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ )顆粒。由實驗結果發現在微米等級時，玻璃珠及三氧化二鋁的顆粒大小對楊氏模數沒有明顯影響。三氧化二鋁顆粒尺寸降至奈米等級後，楊氏模數隨顆粒尺寸的縮小而上升。而楊氏模數

在含量為 3% 的值明顯較 1% 時為高。

添加補強顆粒於基材中除了能提升複合材料的楊氏模數外，文獻中發現對於複合材料的強度也有影響[4,5]。Nakamura 等人[4]利用三點彎曲試驗探討不同尺寸的二氧化矽顆粒加入環氧樹脂中對複合材料機械性質的影響。結果發現不同顆粒尺寸下材料的彎曲模數(Flexural modulus)沒有顯著變化。在彎曲強度(Flexural strength)方面，試驗發現隨著顆粒尺寸的縮小強度逐漸上升。Zhu 等人[5]使用溶膠-凝膠法(Sol-gel process)製作二氧化矽/聚亞醯胺(Polyimide, PI)複合材料。實驗中發現補強材料的尺寸隨著含量上升而增加。當含量由 5wt.% 上升至 20wt.% 時，顆粒尺寸由 100-200 奈米上升至 1-2 微米。其拉伸強度在顆粒含量達到 10wt.% 前，隨著顆粒含量的增加強度逐漸上升。原因在於聚亞醯胺分子與二氧化矽顆粒間具有很強的結合力。但當顆粒含量超過 10wt.% 後，拉伸強度隨著含量的增加逐漸下降。文獻中並未探討其強度下降的原因。

在實驗的過程當中，許多學者會將補強顆粒的表面改質或是塗層(Coated)，藉此改善補強材與高分子基材之間的作用力。Amdouni 等人[6] 探討在玻璃珠/環氧樹脂(Epoxy resin)複合材料中，使用矽烷(Silane)處理玻璃珠顆粒表面對於複合材料機械性質的改變。結果發現不論玻璃珠是否經過表面處理，複合材料的降伏應力都隨著顆粒含量增加而上升。此外，添加表面處理之玻璃珠的複合材料其降伏應力上升的幅度較無表面處理之玻璃

珠的複合材料大。原因在於矽烷能夠改善顆粒與基材介面的結合力，使得介面區域有較好的應力傳遞。另一方面，Amdouni等人為了探討塗層厚度對複合材料強度的影響，在玻璃珠顆粒表面產生不同厚度的端羧基丁腈橡膠(CTBN)。由實驗結果發現隨著塗層厚度的增加，複合材料的降伏應力有些微下降的趨勢。Kiss等人[7]探討塗層對產生群聚的碳酸鈣/聚丙烯(Polypropylene, PP)複合材料機械性質的影響。文獻中為了提升補強顆粒的分散性，在碳酸鈣顆粒表面使用硬脂酸(Stearic acid)塗層。塗層雖然會降低顆粒與基材的結合力，但卻有助於減少補強顆粒的群聚。在材料拉伸強度的實驗結果發現塗層後的拉伸強度較差。原因在於塗層後降低了顆粒與基材間的結合力。另一方面，文獻中也探討顆粒比表面積(Specific surface area)與材料強度的關係。結果發現材料的強度隨著顆粒比表面積的增加而逐漸上升。當塗層前的補強顆粒比表面積超過  $6 \text{ m}^2/\text{g}$ 時，材料拉伸強度隨著比表面積的增加而逐漸下降。原因在於複合材料中的顆粒產生群聚。塗層後的材料因為分散性較佳，材料拉伸強度直到補強顆粒比表面積達到  $12.3 \text{ m}^2/\text{g}$ 仍在持續上升。Dekkers與Heikens[8]使用二氧化矽/聚苯乙烯(Polystyrene, PS)複合材料，分別利用三甲氧基矽烷(Trimethoxysilane)與乙烯基三乙氧基矽烷(Vinyltriethoxysilane)處理二氧化矽顆粒表面。前者代表有良好結合力的顆粒，後者代表結合力較弱的顆粒。實驗結果顯示顆粒經過三甲氧基矽烷表面處理的複合材料所能承受較高的最大應力。因此可知結合力對於材料強



度有顯著增益。另一方面，Dekkers與Heikens比較含有不同體積分率補強顆粒的複合材料。得到的結果顯示複合材料所能承受的最大應力隨著體積分率的上升而逐漸下降。兩種結合力不同的複合材料皆有相同趨勢。Ari與Aydin[9]在聚氯乙稀(PVC)中混入顆粒大小為 3 微米( $\mu\text{m}$ )、1 微米、220 奈米(nm)及 40 奈米的碳酸鈣顆粒。發現當顆粒含量為 5 phr (Parts per hundred rubber)時材料的拉伸強度隨顆粒尺寸縮小而上升。只有 40 奈米的顆粒因為群聚程度較嚴重，使得拉伸強度反而低於其他三者。Liang與Li[10]將經過矽烷表面處理的顆粒與未表面處理的玻璃珠顆粒加入聚丙烯中，探討在不同體積分率下材料的機械性質。實驗結果發現在相同的顆粒含量下，不論玻璃珠是否經過表面處理，對於複合材料的拉伸強度影響不大。此外，隨著顆粒含量的上升，複合材料之拉伸強度逐漸下降。Sun等人[11]在聚氯乙稀(PVC)中加入顆粒尺寸為 80 奈米、500 奈米及 2 微米的碳酸鈣顆粒，探討不同顆粒尺寸及體積分率對複合材料的影響。實驗結果發現降低顆粒尺寸與體積分率可以提升材料拉伸強度。

為了提升複合材料的材料性質，近年來顆粒型複合材料的顆粒尺寸逐漸縮小到奈米等級。但隨著顆粒尺寸的縮小，材料的分散性變的更為困難並且影響到複合材料的機械性質[3,12,13,14]。Cho等人[3]在拉伸強度與顆粒尺寸的關係上，發現隨著顆粒尺寸的縮小拉伸強度有顯著的上升，只有在三氧化二鋁顆粒含量提升為 3%後，顆粒尺寸縮小到奈米級時拉伸強度反而

下降。透過穿透式電子顯微鏡(Transmission electron microscope, TEM)發現顆粒尺寸在 15 奈米時，含量 3%的顆粒分散性明顯較 1%時為差，進而導致複合材料因為群聚效應的影響使得材料拉伸強度大幅下降。Fekete等人[12]在碳酸鈣/聚丙烯複合材料中發現當顆粒尺寸縮小時，複合材料拉伸強度以及顆粒比表面積皆上升。但當顆粒比表面積超過  $6 \text{ m}^2/\text{g}$ 時補強顆粒的分散變的困難，導致繼續縮小顆粒尺寸無法提升材料強度。Moczo等人[13]在聚丙烯(Polypropylene, PP)/碳酸鈣複合材料中發現在相同的顆粒含量下，改變補強顆粒的比表面積對材料的楊氏模數沒有明顯差異。換言之顆粒尺寸對材料楊氏模數沒有顯著影響。在補強顆粒比表面積與材料拉伸強度的關係上，強度首先隨著比表面積的增加而提升。在比表面積達到  $9 \text{ m}^2/\text{g}$ 之後，補強顆粒比表面積的增加反而造成材料拉伸強度的下降。原因與前者[12]同樣在於縮小的顆粒尺寸造成不良的顆粒分散性。因此受到顆粒群聚效應的影響使得整體材料的強度下降的幅度大於加強的幅度。另一方面隨著增加補強顆粒的體積分率，材料的楊氏模數逐漸提升，但材料強度隨體積分率的提高而逐漸降低。在相同的製程下，Moczo等人透過光學顯微鏡及掃描式電子顯微鏡(Scanning electron micrograph, SEM)影像計算產生群聚的面積大小得到相對群聚面積(Relative area of aggregates)。發現相對群聚面積隨著顆粒的比表面積增加而上升。換言之，顆粒尺寸越小補強顆粒分散性越差、群聚的程度越高。比較不同體積分率下的相對群聚面積，同樣顆粒尺寸體積

分率越大產生的群聚程度越嚴重。Moczko等人為了探討群聚效應對材料性質的影響，比對不同顆粒尺寸在熱壓成型(Mixer/compression)與射出成型(Extrusion/injection molding)兩種製程下的結果。結果顯示熱壓成型的相對群聚面積明顯低於射出成型，表示顆粒的分散性在熱壓成型的製程下較佳。另一方面比對兩種不同製程下材料的拉伸強度，發現熱壓成型製作的材料強度在不同顆粒尺寸上皆高於射出成型的材料強度。Chen 等人[14]使用在基材中直接反應生成二氧化矽顆粒及在基材中添加顆粒兩種不同的方法製作奈米級二氧化矽/聚氨酯(Polyurethane)複合材料。結果發現無論是在基材中直接反應生成顆粒或是在基材中混入顆粒，兩種方法製成的複合材料都有隨著顆粒含量增加使得拉伸強度上升的趨勢，與前述文獻[10,11]趨勢相反。另一方面Chen 等人由穿透式顯微影像發現，在基材中直接反應生成顆粒的複合材料製作方式補強顆粒的分散性較好。且在不同的顆粒尺寸或補強顆粒含量下，分散性較佳的拉伸強度也較高。由此可以發現補強顆粒的群聚效應會導致複合材料的拉伸強度下降。

綜合上述文獻可以發現，透過添加補強顆粒材料於基材中可以有效提升材料的楊氏模數，提升的幅度隨著補強顆粒含量的增加而上升。而顆粒尺寸在微米等級時對楊氏模數沒有明顯影響，但在奈米等級時楊氏模數隨著顆粒尺寸的縮小而提升。在顆粒尺寸與材料強度的關係上，縮小補強顆粒的尺寸對複合材料整體的強度能有效的提升。但顆粒尺寸的縮小同時也

連帶影響到補強顆粒材料的分散性，而群聚現象的發生時會導致材料強度的下降。在相同體積分率下，越小的顆粒越容易產生群聚[13]。當群聚效應對材料的影響大於縮小顆粒尺寸所能提升的材料強度時，再縮小顆粒尺寸就會造成材料強度的下降。另一方面，在顆粒含量與材料強度的關係上，文獻中略有分歧，在前述文獻[5,6]中，隨著顆粒含量越高，材料強度隨之上升；但在文獻[10,11]中，材料的強度隨顆粒的增加而逐漸降低。FU 等人[15]指出，顆粒含量的增加使補強材料的群聚現象較容易發生。因此單純顆粒含量對材料強度的影響較不易觀察。此外，在前述文獻中對於補強材料顆粒大小、顆粒含量及介面結合力對複合材料機械性質的影響已有諸多實驗結果與討論，但對不同條件下群聚效應對材料強度的影響還尚未有清楚的分析結果。因此本篇論文一方面在討論顆粒大小、體積分率、介面層厚度等因子，在不同程度的區域群聚現象發生時，對奈米複合材料拉伸強度之影響。另一方面，我們亦可藉由分析試著去解釋文獻中出現的實驗現象，由模擬分析的角度了解複合材料的各種條件對材料中裂紋破壞行為的影響。

Cho 等人[3]從有限元素分析的角度探討顆粒尺寸對剝離現象的影響。透過在顆粒與基材的介面間建立預裂紋(Initial crack)，使用改良式裂紋關閉積分法(Modified crack closure integral method)[16]計算在承受相同外力下，顆粒與基材介面之裂紋的應變能釋放率(Strain energy release rate)。在相同的

體積分率及剝離角度(Debonding angle)下，結果顯示顆粒越小應變能釋放率越低，表示顆粒越小時需要相對越高的外力才能使得顆粒與基材剝離。Zhao 與 Hoa[17]使用有限元素法(Finite element method)分析板狀奈米黏土(Clay)複合材料在承受單方向的拉伸外力時補強顆粒周圍應力場的分布，並透過線彈性破壞力學討論此應力場對材料強度的影響。結果發現在補強材料相對於外力的側向會有一段應力抑制區域(Stress shield zone)可以降低基材靠近補強材兩側的應力。此外，研究也發現應力抑制區域的範圍與強度會受到補強材料的剛性、長寬比(Aspect ratio)及兩顆補強材料間距的影響。若將補強材料放在裂紋尖端附近，可改變裂紋尖端的應力場。如此會使局部應力降低產生降低應力強度因子(Stress intensity factor)的效果，阻止裂紋向前延伸。基材中的裂紋受到補強材料的抑制後較不易延伸破壞，近而可以提升整體材料的強度。此類以破壞力學理論探討奈米複合材料性質的方法所建立的分析模型，可做為解釋實驗現象、觀察試片破壞機制的依據。亦可提供作為選擇補強材料的參考。Sun 等人[18]在奈米複合材料微觀模型的分析上為了減少有限元素模擬的運算量，僅在所關注顆粒周遭鄰近區域建立實際基材與補強材料，距離關注區域遠處則以等效材料性質(Effective Properties)取代，並取足夠的模型尺寸以消除邊界的影響。此種方法可有效的減少不必要的分析時間並可用於含裂紋複合材料的破壞行為探討中。

## 1.2 研究目標及方法

本篇論文主利用有限單元法探討顆粒大小、體積分率、介面層厚度及裂紋位置等因子，在顆粒發生不同程度的區域群聚現象時，對奈米複合材料拉伸強度之影響。我們假設顆粒為原型、尺寸相同且均勻分散，利用有限元素軟體 ANSYS[19]建立含有一段微小預裂紋之顆粒型複合材料模型。透過 Rybicki 與 Kanninen[16]提出的改良式裂紋關閉積分法計算裂紋的應變能釋放率，並配合 Sun 與 Qian[20]提出的位移比例法(Displacement ratio method)計算雙材料介面裂紋的破壞模式混合度(Mode mixity)。接著利用這兩個參數探討在不同程度的區域群聚效應發生時，補強材的顆粒尺寸、體積分率、介面層厚度及裂紋位置對裂紋破壞行為的影響。



## 第二章 理論基礎

### 2.1 均質材料之破壞力學理論.

當裂紋承受負荷時，裂紋的變形如圖 2-1 所示[21]，可分為三種獨立的變形模式，第一種變形模式(Mode I)稱為開裂模式(Open mode)，材料承受拉伸外力時，裂紋上下表面對稱於裂紋前進方向分開；第二種變形模式(Mode II)稱為剪裂模式(In-plane shear mode)，裂紋上下表面在同一平面上做相反方向之剪變形；第三種變形模式(Mode III)稱為撕裂模式(Tearing mode)，裂紋上下表面產生出平面之相對位移。

在線彈性破壞力學中，Anderson[21]在書中整理出含有一段長度為  $2a$  裂紋之均質材料在承受拉伸外力  $\sigma_0$  時，如圖 2-2 所示，利用裂紋尖端為原點的極座標系統所求得裂紋尖端鄰近區域的應力場解析解為

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.1)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.1.3)$$

其中  $r$ 、 $\theta$  分別為極座標系統的半徑與角度。 $K_I$  為第一種破壞模式的應力強度因子，定義為

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy}(\theta=0) = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (2.1.4)$$

而裂紋尖端鄰近區域的位移場解為

$$u_x = \frac{K_I}{8\mu\pi} \sqrt{2\pi r} \left[ (2k-1) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.5)$$

$$u_y = \frac{K_I}{8\mu\pi} \sqrt{2\pi r} \left[ (2k+1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.6)$$

其中  $\mu$  為剪力模數(Shear modulus)，而  $k$  為由浦松比(Poisson's ratio)組成之常數

$$k = \begin{cases} 3 - 4\nu & \text{for plane strain} \\ (3 - \nu)/(1 + \nu) & \text{for plane stress} \end{cases} \quad (2.1.7)$$

當含裂紋均質材料受到剪外力  $S$  時，如圖 2-3 所示，裂紋尖端鄰近區域的應力場解析解為

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.8)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.1.9)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.10)$$



其中 $K_{II}$ 為第二種破壞模式的應力強度因子，定義為

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy}(\theta=0) = S\sqrt{\pi a} \quad (2.1.11)$$

裂紋尖端鄰近區域的位移場解為

$$u_x = \frac{K_{II}}{8\mu\pi} \sqrt{2\pi r} \left[ (2k+3) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.12)$$

$$u_y = -\frac{K_{II}}{8\mu\pi} \sqrt{2\pi r} \left[ (2k-3) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.1.13)$$

本論文利用來描述裂紋狀態的參數稱為應變能釋放率  $G$ ，定義為裂紋增長一微小面積下，系統應變能的變化量

$$G = -\frac{dU}{dA} \quad (2.1.14)$$

其中  $U$  為系統應變能， $A$  為裂紋面積，負號用來將  $G$  調整為正值。應變能釋放率用來描述當裂紋向前伸長一小段距離時，系統應變能對面積的變化率。利用一段無窮小的裂紋虛位移伸長量  $\delta a$ ，Irwin[22]提出了裂紋關閉積分法(Crack-closure integral method)，概念是當裂紋承受外力而使裂紋長度增長了一微小量  $\delta a$  時，所釋放的應變能與施一應力關閉該長度裂紋使裂紋回到初始長度所需的能量相等。如圖 2-4 所示，考慮以裂紋尖端為原點的極座標系統，應變能釋放率  $G$  在不同破壞模式下

$$G_I = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \int_0^{\delta a} \sigma_{yy}(\delta a - r, 0) \bar{u}_y(r, \pi) dr \quad (2.1.15)$$

$$G_{II} = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \int_0^{\delta a} \tau_{xy}(\delta a - r, 0) \bar{u}_x(r, \pi) dr \quad (2.1.16)$$

$$\bar{u}_y(r, \pi) = u_y(r, \pi) - u_y(r, -\pi) \quad (2.1.17)$$

$$\bar{u}_x(r, \pi) = u_x(r, \pi) - u_x(r, -\pi) \quad (2.1.18)$$

其中 $\sigma_{yy}$ 與 $\tau_{xy}$ 為關閉裂紋之應力， $\bar{u}_x$ 與 $\bar{u}_y$ 則是裂紋表面上在 $r$ 位置之上下表面的相對位移。為了更有效率的探討裂紋問題，Rybicki與Kanninen[16]提出改良式裂紋關閉積分法計算應變能釋放率。透過有限元素法求得半裂紋長度為 $a$ 時裂紋尖端的節點力，與半裂紋增長為 $a + \delta a$ 時，距裂紋尖端 $\delta a$ 處，裂紋上下表面之節點相對位移，可求得關閉 $\delta a$ 長度裂紋所需要的能量。而在Jih與Sun[23]中更進一步提出，在裂紋虛位移增長(Virtual crack extension)前後，近裂紋尖端之節點位移幾乎相同，故可將原本需要兩個有限元素模型計算之改良式關閉積分法簡化為一個有限元素模型即可計算。本論文使用在Ikeda與Sun[24]中提及的八節點元素(8-nodes element)之應變能釋放率計算方法，如圖 2-5，利用節點力與節點位移求得八節點元素之總應變能釋放率 $G_T$ (Total strain energy release rate)

$$G_T = G_I + G_{II} \quad (2.1.19)$$

其中

$$G_I = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \left[ f_y^{p3} (u_y^{p1} - u_y^{p1'}) + f_y^{p4} (u_y^{p2} - u_y^{p2'}) \right] \quad (2.1.20)$$

$$G_{II} = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta a} \left[ f_x^{p3} (u_x^{p1} - u_x^{p1'}) + f_x^{p4} (u_x^{p2} - u_x^{p2'}) \right] \quad (2.1.21)$$

f為節點力，u為節點位移， $\delta a$ 為假設之虛位移，即裂紋尖端的元素寬度， $p_1 \sim p_4$ 為節點編號， $p_1$ 、 $p_1'$ 分別表示裂紋之上下表面。透過以上公式，我們可以很容易地利用有限元素軟體計算均質材料上裂紋的應力強度因子與應變能釋放率。

## 2.2 雙材料介面之破壞力學理論.

裂紋缺陷出現在兩種材料的介面與出現在均質材料中的破壞不同，在承受單一模式的外力狀態時，雙材料介面層的裂紋會同時表現出開裂模式與剪裂模式的破壞特性。圖 2.6 為承受拉伸與剪切外力之雙材料無限大平板，材料介面含有長度為  $2a$  的有限長度裂紋之示意圖。Sun 與 Jih[25]定義應力強度因子  $K$  為

$$K_I = \sqrt{\pi a} [\sigma_{yy}^\infty - 2\varepsilon \tau_{xy}^\infty] / \cosh(\varepsilon \pi) \quad (2.2.1)$$

$$K_{II} = \sqrt{\pi a} [\tau_{xy}^\infty + 2\varepsilon \sigma_{yy}^\infty] / \cosh(\varepsilon \pi) \quad (2.2.2)$$

其中

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[ \left( \frac{k_1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) / \left( \frac{k_2}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_1} \right) \right] \quad (2.2.3)$$

$$k = \begin{cases} 3 - 4\nu & \text{for plane strain} \\ (3 - \nu)/(1 + \nu) & \text{for plane stress} \end{cases} \quad (2.2.4)$$

$j=1,2$  分別表示上層(材料 1)與下層材料(材料 2)。透過這個應力強度因子的定義，Sun 與 Jih 整理出裂紋尖端附近應力場的解，當  $\theta=0$  時

$$\sigma_{yy}(x_1, 0) = \frac{\cosh(\varepsilon\pi)}{\sqrt{2\pi x_1}} \left[ K_I(a) \cos\left(\varepsilon \ln\left(\frac{x_1}{2a}\right)\right) - K_{II}(a) \sin\left(\varepsilon \ln\left(\frac{x_1}{2a}\right)\right) \right] \quad (2.2.5)$$

$$\tau_{xy}(x_1, 0) = \frac{\cosh(\varepsilon\pi)}{\sqrt{2\pi x_1}} \left[ K_I(a) \sin\left(\varepsilon \ln\left(\frac{x_1}{2a}\right)\right) + K_{II}(a) \cos\left(\varepsilon \ln\left(\frac{x_1}{2a}\right)\right) \right] \quad (2.2.6)$$

此外文獻中亦整理出裂紋尖端附近位移場的解。當  $\theta=\pi$  時，定義裂紋上下表面相對位移  $\bar{u}_j(r, \pi) = u_j(r, \pi) - u_j(r, -\pi)$

$$\bar{u}_y(r, \pi) = \frac{\sqrt{2r}}{4(1+4\varepsilon^2)\sqrt{\pi}} \left[ \frac{k_1+1}{\mu_1} + \frac{k_2+1}{\mu_2} \right] \{K_I(a)H_1 - K_{II}(a)H_2\} \quad (2.2.7)$$

$$\bar{u}_x(r, \pi) = \frac{\sqrt{2r}}{4(1+4\varepsilon^2)\sqrt{\pi}} \left[ \frac{k_1+1}{\mu_1} + \frac{k_2+1}{\mu_2} \right] \{K_I(a)H_2 + K_{II}(a)H_1\} \quad (2.2.8)$$

其中

$$H_1 = \left[ \cos\left(\varepsilon \ln\left(\frac{r}{2a}\right)\right) + 2\varepsilon \sin\left(\varepsilon \ln\left(\frac{r}{2a}\right)\right) \right] \quad (2.2.9)$$

$$H_2 = \left[ \sin\left(\varepsilon \ln\left(\frac{r}{2a}\right)\right) - 2\varepsilon \cos\left(\varepsilon \ln\left(\frac{r}{2a}\right)\right) \right] \quad (2.2.10)$$

Sun與Qian[14]利用裂紋關閉積分法將(2.2.5-10)代入(2.1.15-16)中，求得應變能釋放率 $G_I$ 、 $G_{II}$ 與應力強度因子 $K_I$ 、 $K_{II}$ 間的關係

$$G_I = \frac{1}{2}G + C[A_R(K_I^2 - K_{II}^2) - 2A_I K_I K_{II}] \quad (2.2.11)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2}G - C[A_R(K_I^2 - K_{II}^2) - 2A_I K_I K_{II}] \quad (2.2.12)$$

其中

$$G = G_I + G_{II} = \frac{1}{16} \left[ \frac{k_1 + 1}{\mu_1} + \frac{k_2 + 1}{\mu_2} \right] (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (2.2.13)$$

$$A_R = \operatorname{Re}(A) \quad (2.2.14)$$

$$A_I = -\operatorname{Im}(A) \quad (2.2.15)$$

$$A = B \left[ \frac{\Delta a}{4a} \right]^{-2i\varepsilon} \quad (2.2.16)$$

$$B = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \frac{1}{2} + i\varepsilon \right] \Gamma \left[ \frac{1}{2} - i\varepsilon \right] / \Gamma[1 - i\varepsilon] \quad (2.2.17)$$

$$C = \frac{\cosh(\pi\varepsilon)}{8(1 + 4\varepsilon^2)\pi} \left[ \frac{k_1 + 1}{\mu_1} + \frac{k_2 + 1}{\mu_2} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta a}{2a} \right] \quad (2.2.18)$$

$\Gamma$  為伽瑪函數(gamma function)， $\operatorname{Re}()$ 與 $\operatorname{Im}()$ 分別指實部和虛部。儘管有限元素軟體求得的裂紋上下表面相對位移 $\bar{u}_y$ 、 $\bar{u}_x$ 可能不夠準確，但其比值

$\bar{u}_y/\bar{u}_x$  還算準確，透過(2.2.7)與(2.2.8)兩式相除。整理後可求得  $K_{II}/K_I$  之比值

$$\frac{K_{II}}{K_I} = \frac{H_1 - H_2 \times (\bar{u}_y/\bar{u}_x)}{H_2 + H_1 \times (\bar{u}_y/\bar{u}_x)} \quad (2.2.19)$$

配合(2.2.13)式，將可輕易地透過有限元素軟體求得的節點位移求出  $K_I$ 、 $K_{II}$ ，此求取應力強度因子方法稱為位移比例法。在文獻[25]中發現  $G_I$ 、 $G_{II}$  會隨著假設的虛位移  $\delta a$  不同而無法收斂，然而其總應變能釋放率  $G$  (即  $G_I$ 、 $G_{II}$  的和) 會是一個定值。

當裂紋出現在兩種材料的介面時，與均質材料的破壞不同，無法明顯的區分不同的破壞模式。在承受單一模式的外力狀態時，雙材料介面層的裂紋會同時表現出開裂模式與剪裂模式的破壞特性。透過破壞模式混合度  $\psi$  (Mode mixity) [20]，可以比較各破壞模式所佔之比例。

$$\psi = \tan^{-1} \left( \frac{K_{II}}{K_I} \right) \quad (2.2.20)$$

利用位移比例法中  $K_{II}/K_I$  之比值(2.2.19)式，我們可以求得雙材料介面裂紋中不同破壞模式的結合度，以瞭解裂紋的破壞行為。

## 第三章 有限元素模型與分析結果

所有材料中都存有裂紋缺陷，這些裂紋缺陷將主導材料的破壞強度。因此我們藉由線彈性破壞力學理論探討粉體複合材料不同程度的區域群聚效應對機械性質的影響，並比較不同顆粒尺寸、體積分率、介面層厚度下裂紋之應變能釋放率。在本章節中，我們利用有限元素法探討不同條件時裂紋之應變能釋放率，並將分析結果與實驗結果對照比較。

### 3.1 複合材料有限元素模型建立.

本篇論文選擇使用的複合材料基材為乙烯基酯(Vinyl ester)，補強材料為二氧化矽( $\text{SiO}_2$ )顆粒。乙烯基酯的材料參數可由文獻[3]得到，二氧化矽顆粒的楊氏模數可由文獻[1]得到，而其浦松比(Poisson's ratio)則可由文獻[26]得知，材料參數列於表 3-1。為了透過有限元素軟體模擬球型顆粒複合材料，我們假設補強顆粒大小相等、均勻分布且皆為圓形。此外假設半裂紋尺寸為  $0.1\mu\text{m}$ ，不考慮會橫跨兩顆粒長度的裂紋。採用的方法是鑲埋式模型(Embedded Model)[18]。圖 3-1 為鑲埋式模型示意圖。在裂紋週遭建立實際之基材與補強材料。為降低程式的計算量，在遠離裂紋處以該複合材料之等效材料性質簡化模型。等效材料性質區域的寬度與高度為定值，分別為  $1121\mu\text{m}$  及  $1680\mu\text{m}$ 。等效材料性質可透過代表性體積單元(Representative

Volume Element, RVE)[27]模型來計算。圖 3-2 為代表性體積單元的示意圖，正方形邊長  $L$  可利用式(3.1.1)得到。

$$V_f = \pi R_p^2 / L^2 \quad (3.1.1)$$

其中， $V_f$ 為補強顆粒所佔的體積分率， $R_p$ 為補強顆粒的半徑。考慮平面應力(Plane stress)條件，以八節點平面元素Plane82 建立其有限元素網格，該元素每個節點僅有x、y兩個方向的位移自由度。對此代表性體積單元施加週期性邊界條件(Periodic boundary condition)，固定模型左側邊界上節點在X方向的位移、下方邊界上節點在Y方向的位移，使模型右側邊界上節點在X方向的位移相同、上方邊界上節點在Y方向的位移相同。於上方節點施加單方向之均勻拉伸應力 $\sigma$ ，。利用施加的均勻拉伸應力 $\sigma$ 及求得的四邊節點之位移即可求得相對的等效材料性質。林奕安[28]利用有限元素法及線彈性破壞力學探討裂紋發生在不同位置時材料的拉伸強度，裂紋發生的位置如圖 3-3 所示。由模擬結果可知上下兩補強顆粒中間之水平方向裂紋材料的拉伸強度最低。因此本研究延續文獻[28]之結論，將鑲埋式模型中的水平裂紋置於上下兩補強顆粒中間。實際材料區域以裂紋上下兩補強顆粒的中央為基準，上下長度與左右寬度分別為  $4L$ 及  $5L$ ， $L$ 為兩補強材料圓心之間距，即為代表性體積單元的正方形邊長。

為了在有限元素模型中加入群聚的現象以探討補強材料群聚效應對



材料拉伸強度的影響，我們依照不同的群聚程度調整裂紋上下兩側的顆粒間距。圖 3-4 為群聚範圍示意圖，虛線表示產生群聚的區域。群聚時裂紋上下兩側的顆粒逐漸向中央靠攏。圖 3-5 為不同程度的區域群聚示意圖， $d$  為均勻分散的顆粒表面間距， $d_{ag}$  為群聚後的顆粒表面間距， $d_{ag}/d$  越小表示群聚現象越嚴重。

圖 3-6(a) 為裂紋在基材中之模型，長度為  $2a$  之裂紋在結構中央基材內，由於結構上下及左右對稱，因此為了減少計算量可取如虛線所示之四分之一模型。圖 3-6(b) 為裂紋在介面之模型，長度同樣為  $2a$  之裂紋在中央下方的顆粒上緣，由於結構左右對稱，因此為了減少計算量可取如虛線所示之二分之一模型。模型之外力及邊界條件分別如圖 3-7(a)、(b) 所示。在四分之一的模型中，考慮模型的對稱性將模型左側邊界上節點的 X 方向自由度設定為 0。模型下方邊界上裂紋範圍內的節點自由無拘束，裂紋以外的節點 Y 方向自由度設定為 0。在模型上方邊界施予 1MPa 的均勻拉伸應力。在二分之一的模型中，考慮模型的對稱性將模型左側邊界上節點的 X 方向自由度設定為 0。在模型上方及下方邊界施予 1MPa 的 y 方向均勻拉伸應力。圖 3-8 為裂紋在基材中模型靠近裂紋處之網格，裂紋尖端附近維持元素網格為均勻正方形， $\Delta a$  為裂紋尖端的元素尺寸(即裂紋關閉積分法中裂紋關閉之虛位移)。圖 3-9 為裂紋在介面的模型靠近裂紋處之網格。為利於改良式裂紋關閉積分法的運算，裂紋尖端附近維持元素網格為

均勻正方形。

為了確認實際材料區域取 4L/5L 足以消去等效材料性質交界處不連續之影響。建立顆粒為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%，實際材料範圍高/寬分別為 4L/5L 及 6L/7L 在不同群聚程度下的模型，求得的應變能釋放率及兩者的誤差列於表 3-2。由結果發現高度與寬度為 4L/5L 之結果與 6L/7L 之結果誤差不超過 0.1%，表示實際材料區域取 4L/5L 已足以消去等效材料性質交界處不連續所受影響。

### 3.2 顆粒尺寸對裂紋破壞行為的影響。

圖 3-10 為相同體積分率、不同顆粒尺寸之含裂紋複合材料示意圖。當體積分率及裂紋長度為定值時，若縮小補強材料顆粒尺寸，則顆粒之間距將相對縮小且顆粒半徑與裂紋長度的比值會下降。為了探討在不同群聚現象發生時，補強材料顆粒尺寸對於含裂紋之複合材料拉伸強度的影響。我們建立體積分率為 10%、半裂紋長度  $a$  為  $0.1\mu\text{m}$ 、顆粒半徑分別為  $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$ 、 $0.1\mu\text{m}$  之鑲埋式模型。此時顆粒表面之間距  $d$  列於表 3-2，施加 1MPa 之  $y$  方向均勻拉伸應力，透過改良式裂紋關閉積分法計算裂紋之應變能釋放率。圖 3-11 為三種顆粒尺寸在不同群聚程度時模型的應變能釋放率，虛線代表純基材中相同長度裂紋的應變能釋放率。應變能釋放率隨顆粒尺寸的縮小而下降，且顆粒越小在群聚發生時上升的幅度越小。換言之，在顆粒尺寸越小的複合材料當中裂紋越不容易延伸破壞。

由於我們假設裂紋發生在基材中，因此無論顆粒尺寸的大小，當應變能釋放率隨著外力的增加而上升達到臨界應變能釋放率 $G_{IC}$ 時，整體材料就會因為裂紋的成長產生破壞。因此為了更清楚的探討補強顆粒對複合材料強度的影響，我們計算含有長度為  $2a$  裂紋的純基材模型在承受  $1\text{MPa}$  拉伸外力時裂紋的應變能釋放率，然後控制施加在鑲埋式模型的拉伸外力使得鑲埋式模型中裂紋的應變能釋放率等於純基材模型的應變能釋放率，並且計算此時施加在模型的拉伸外力與施加在純基材上的拉伸外力之比值，即為此模型的標準化拉伸強度(Normalized tensile strength)[4]。圖 3-12 為三種不同尺寸的顆粒在不同程度的群聚下模型的應變能釋放率。在相同的體積分率下，縮小補強顆粒尺寸能夠改善顆粒型複合材料的拉伸強度。在區域群聚發生時改善的幅度會更加明顯。

由上述分析結果可以得到拉伸強度隨顆粒尺寸縮小而增加的結論。將分析結果與文獻的實驗數據做比較。Nakamura 等人[4]，發現二氧化矽/環氧樹脂複合材料的拉伸強度隨著顆粒縮小而上升。Kiss 等人[3]由聚丙烯/碳酸鈣複合材料中也可以發現此一趨勢，隨著補強材料顆粒的比表面積越小，材料拉伸強度越小。換言之，複合材料中的補強顆粒尺寸越大拉伸強度越低。當補強材料發生群聚時，整體材料的拉伸強度亦隨群聚的發生而下降。此趨勢與文獻[12]中的結論相同，且群聚的程度越嚴重，複合材料的拉伸強度下降的越明顯。因此我們的模型可用來解釋局部群聚所導

致材料強度降低的現象。

### 3.3 體積分率對裂紋破壞行為的影響.

圖 3-13 為相同體積分率、不同顆粒尺寸之含裂紋複合材料示意圖。當顆粒尺寸及裂紋長度為定值時，若提高補強材料體積分率，則顆粒之間距將相對縮小。為了探討在不同程度的群聚發生時，補強材料體積分率對於含裂紋複合材料之拉伸強度的影響，我們設定顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、半裂紋長度  $a$  為  $0.1\mu\text{m}$ ，分別建立含有補強材料顆粒體積分率為 5%、10%、20% 的模型。對應於不同體積分率的顆粒間距  $d$  列於表 3-4。表 3-5 為利用代表性體積單元求得在不同體積分率下的等效材料性質。在鑲埋式模型上施加 1MPa 的  $y$  方向均勻拉伸應力，透過改良式裂紋關閉積分法計算裂紋之應變能釋放率。圖 3-14 為三種體積分率在不同程度群聚時模型的應變能釋放率。應變能釋放率隨體積分率的增加而上升。換言之，在體積分率越大的複合材料當中裂紋越容易延伸破壞。圖 3-15 為三種體積分率在不同群聚程度時模型的標準化拉伸強度。由圖可知在相同的顆粒尺寸下，提高補強顆粒體積分率會降低複合材料的拉伸強度。

將分析結果與文獻之實驗數據做比較。Liang 與 Li[10]在聚丙烯/玻璃珠複合材料中發現，無論玻璃珠有表面處理或是沒有表面處理，複合材料拉伸強度皆隨著體積分率增加而下降。Dekkers 與 Heikens[8]使用二氧化

矽/聚苯乙烯(Polystyrene, PS)複合材料，實驗結果材料的拉伸強度同樣隨著顆粒含量的增加而下降，此與我們的分析結果相同。Sun 等人[11]在聚氯乙烯(PVC)中加入顆粒尺寸為 80 奈米、500 奈米及 2 微米的碳酸鈣顆粒，探討不同顆粒尺寸及體積分率對複合材料的影響。實驗結果發現降低顆粒尺寸與體積分率可以提升材料拉伸強度。

### 3.4 補強顆粒楊氏模數對裂紋破壞行為的影響.

為了探討在不同群聚現象發生時，不同楊氏模數的顆粒在相同基材中的破壞行為，我們改變基材中補強材料顆粒的楊氏模數，比較當補強材料顆粒楊氏模數增加時複合材料的強度變化。使用的鑲埋式模型補強材料顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ ，體積分率為 10%。表 3-5 為三種補強顆粒的楊氏係數及浦松比，顆粒 1、顆粒 2 與顆粒 3 的楊氏模數分別為基材楊氏模數的 20、30 及 40 倍，浦松比同樣為 0.2。圖 3-16 為三種不同顆粒在不同程度的群聚下模型的應變能釋放率。由圖可知應變能釋放率隨著補強顆粒的群聚逐漸上升，不同的顆粒在均勻分散的材料中沒有顯著差別，隨著群聚程度的上升，楊氏模數較高的顆粒上升的幅度較高，但差距不明顯。圖 3-17 為三種不同顆粒在不同群聚程度時模型的標準化拉伸強度。由圖可知在顆粒分散均勻的複合材料中，補強顆粒的楊氏模數對於複合材料的拉伸強度幾乎沒有影響。而當群聚程度增加時，複合材料之拉伸強度隨補強顆粒的楊氏模數上升僅有些微的下降，影響幅度很小。

### 3.5 介面層厚度對裂紋破壞行為的影響.

Gao 與 Mäder[29]發現在複合材料製作時，補強材料表面會形成一層介面層(Interphase)，此覆蓋在顆粒周圍的介面層會顯示出與基材及補強材料不同之機械性質。因此為了探討此介面層厚度在不同程度的群聚效應下，對複合材料強度的影響，我們分別建立了介面厚度為  $0.1\mu\text{m}$  及  $0.3\mu\text{m}$  兩種鑲埋式模型，圖 3-18 為介面層的示意圖及模型網格。鑲埋式模型體積分率為 10%，此體積分率計算時不納入介面層所包含的區域。補強材料顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ ，介面層的材料楊氏模數為假設為 20GPa，浦松比為 0.2。圖 3-19 為三種介面厚度在不同程度的群聚效應下模型的應變能釋放率。如圖所示，應變能釋放率隨著補強顆粒的群聚逐漸上升，介面層厚度不同的顆粒在均勻分散的材料中沒有顯著差別。隨著群聚程度的上升，介面層厚度較高的顆粒只輕微的提高上升的幅度。圖 3-20 為三種介面層厚度在不同群聚程度時模型的標準化拉伸強度，在顆粒分散均勻的複合材料中，補強顆粒的介面層厚度對於複合材料的拉伸強度幾乎沒有影響。而當群聚程度增加時，複合材料之拉伸強度隨補強顆粒的介面層厚度上升僅有些微下降。因此我們可以知道，在補強材料顆粒周圍產生的介面層，對複合材料的拉伸強度的影響很微小。

### 3.6 體積分率對介面裂紋破壞行為的影響.

在顆粒型複合材料中，裂紋除了可能在基材中出現外，也可能發生在

補強材料顆粒與基材的介面上。因此我們建立了裂紋在雙材料介面上的鑲埋式模型。由於模型左右對稱，所以可以採用二分之一模型，其邊界條件及外力如圖 3-7 所示，半裂紋長度  $a$  為  $0.1\mu\text{m}$  的裂紋位於中央下方顆粒的上緣與基材之間，在模型的上下邊界分別施予  $1\text{MPa}$  的均勻拉伸應力，透過改良式裂紋關閉積分法求得模型的應變能釋放率。同時為了探討體積分率在發生不同程度的群聚時對材料拉伸強度的影響，我們分別建立不同程度的群聚下，體積分率為 5%、10%、20% 的鑲埋式模型。圖 3-21 為三種體積分率在不同程度的群聚發生時模型的應變能釋放率。圖 3-22 為整理為標準化拉伸強度的結果。由結果可知當裂紋在雙材料介面上時，對於顆粒分散性佳的複合材料，體積分率對材料的拉伸強度沒有影響。然而，當群聚程度逐漸上升，複合材料的拉伸強度逐漸下降，特別是在體積分率越高的複合材料中。圖 3-23 為三種體積分率在不同程度的群聚發生時裂紋的破壞模式混合度。由圖可知不同體積分率下，破壞模式沒有太大差異，且破壞模式在群聚發生時沒有顯著改變，主要的破壞模式為開裂模式。

### 3.7 裂紋位置比較.

顆粒型複合材料在承受外力發生破壞時，最初始的破壞可能發生於基材中或是顆粒與基材的介面上。判斷發生於何處可能對增進材料機械性質至關重要。因此，我們比較在相同體積分率及顆粒尺寸時，不同程度的群聚下，裂紋在基材中及裂紋在雙材料介面的應變能釋放率。圖 3-23~圖 3-25

分別為體積分率 5%、10%、20%，在顆粒大小為  $5\mu\text{m}$  時，裂紋在基材中及雙材料介面上的應變能釋放率。圖 3-26~圖 3-27 分別為體積分率 10%、20%，在顆粒大小為  $0.5\mu\text{m}$  時，裂紋在基材中及雙材料介面上的應變能釋放率。由上述圖中可以發現，基材中的裂紋顯示出比雙材料介面上的裂紋更高的應變能釋放率，且隨著體積分率的上升，這個趨勢更加明顯。另一方面，當裂紋長度與顆粒直徑接近時，基材中的裂紋與雙材料介面上的裂紋有相當接近的應變能釋放率。





## 第四章 結論

本研究利用有限元素法建立一個微觀模型以預估含裂紋的顆粒型複合材料的拉伸強度。透過線彈性破壞力學理論，我們可以探討奈米補強顆粒發生局部群聚時，顆粒尺寸、體積分率、介面層厚度及裂紋位置等因子對複合材料中的裂紋缺陷破壞行為之影響。利用裂紋的應變能釋放率來研究顆粒的區域群聚對顆粒型複合材料拉伸強度的影響。經由模擬分析，我們可以得到以下結論：

1. 在相同的體積分率下，縮小補強顆粒尺寸能夠改善顆粒型複合材料的拉伸強度。在區域群聚發生時改善的幅度會更加明顯。
2. 在相同的顆粒尺寸下，提高補強顆粒體積分率會降低複合材料的拉伸強度。在區域群聚發生時拉伸強度下降的幅度沒有明顯差異。
3. 在顆粒分散均勻的複合材料中，補強顆粒的楊氏模數對於複合材料的拉伸強度幾乎沒有影響。而當群聚程度增加時，複合材料之拉伸強度會隨補強顆粒的楊氏模數上升而有些微下降的趨勢。
4. 在顆粒分散均勻的複合材料中，介面層厚度並不影響複合材料的拉伸強度。隨著群聚程度的上升，拉伸強度隨著介面層厚度的增加有些許的下降。
5. 裂紋存在於補強顆粒與基材之間時，體積分率對於顆粒分散性佳的複合材料之拉伸強度沒有影響性。但隨著群聚程度上升，複合材料的拉

升強度逐漸下降，且體積分率越高的複合材料拉伸強度下降的幅度越大。

6. 比較奈米顆粒複合材料裂紋在基材中與裂紋在介面上的應變能釋放率時，發現當裂紋長度遠小於顆粒直徑，基材中的裂紋顯示出比介面上的裂紋更高的應變能釋放率。
7. 另一方面，當裂紋長度接近顆粒尺寸，在基材中的裂紋與在介面上的裂紋的應變能釋放率相當接近。
8. 由上述模擬結果可以發現，當顆粒發生局部群聚時，複合材料的拉伸強度會下降。此結論與文獻的實驗結果相符合。



## 參考文獻

- [1] B. B. Johnsen, A. J. Kinloch, R. D. Mohammed, A. C. Taylor and S. Sprenger, 2007, Toughening Mechanisms of Nanoparticle-Modified Epoxy Polymers, *Polymer*, Vol. 48, pp. 530-541.
- [2] H. Wang, Y. Bai, S. Liu, J. Wu and C. P. Wong, 2002, Combined Effects of Silica Filler and its Interface in Epoxy Resin, *Acta Materialia*, Vol. 50, pp. 4369-4377.
- [3] J. Cho, M. S. Joshi and C. T. Sun, 2006, Effect of Inclusion Size on Mechanical Properties of Polymeric Composites with Micro and Nano Particles, *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp. 1941-1952.
- [4] Y. Nakamura, M. Yamaguchi, M. Okubo and T. Matsumoto, 1992, Effects of Particle Size on Mechanical and Impact Properties of Epoxy Resin Filled with Spherical Silica, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 45, pp. 1281-1289.
- [5] Z. K. Zhu, Y. Yang, J. Yin and Z. N. Qi, 1999, Preparation and Properties of Organosoluble Polyimide/Silica Hybrid Materials by Sol-Gel Process, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 73, pp. 2977-2984.
- [6] N. Amdouni, H. Sautereau, J. Gerard, 1992, Epoxy Composites Based on Glass Beads. II. Mechanical Properties, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 46, pp.1723-1735.
- [7] Attila Kiss, E. Fekete, B. Pukanszky, 2006, Aggregation of CaCO<sub>3</sub> Particles in PP Composites: Effect of Surface Coating, *Composites Science and Technology*, Vol. 67, pp. 1574-1583.
- [8] M. E. J. Dekkers and D. Heikens, 1983, The Effect of Interfacial Adhesion on the Tensile Behavior of Polystyrene - Glass-Bead Composites, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 28, pp. 3809-3815.
- [9] G. Ari and I. Aydin, 2008, Nanocomposites Prepared by Solution Blending: Microstructure and Mechanical Properties, *Journal of Macromolecular*

*Science: Part B: Physics*, Vol. 47, pp. 260-267

- [10] J. Liang and R. Li, 2000, Effect of Filler Content and Surface Treatment on the Tensile Properties of Glass-Bead-Filled Polypropylene Composites, *Polymer International*, Vol. 49, pp.170-174.
- [11] S. S. Sun, C. Z. Li, L. Zhang, H. L. Du and J. S. Burnell-Gray, 2006, Interfacial Structures and Mechanical Properties of PVC Composites Reinforced by CaCO<sub>3</sub> with Different Particle Sizes and Surface Treatments, *Polymer International*, Vol. 55, pp. 158-164.
- [12] E. Fekete, Sz. Molnár, G.-M. Kim, G. H. Michler and B. Pukánszky, 1999, Aggregation, Fracture Initiation, and Strength of PP/CaCO<sub>3</sub> Composites, *Journal of Macromolecular Science: Part B: Physics*, Vol. 38, pp.885-899.
- [13] J. Móczó, E. Fekete, K. László, B. Pukánszky, 2003, Aggregation of Particulate Fillers: Factors, Determination, Properties, *Macromolecular Symposia*, Vol. 194, pp. 111-124.
- [14] Y. C. Chen, S. X. Zhou, H. H. Yang and L. M. Wu, 2005, Structure and Properties of Polyurethane/Nanosilica Composites, *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 95, pp. 1032-1039.
- [15] S. Y. Fu, X. Q. Feng, B. Lauke and Y. W. Mai, 2008, Effects of Particle Size, Particle/Matrix Interface Adhesion and Particle Loading on Mechanical Properties of Particulate Polymer Composites, *Composites Part B*, Vol. 39, pp. 933-961.
- [16] E. F. Rybicki and M. F. Kanninen, 1977, A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 9, pp. 931-938.
- [17] Q. Zhao and S. V. Hoa, 2007, Effect of Stress Shielding on Strengthening of Particles-Dispersed Polymer, *Journal of Composite Materials*, Vol. 4, pp. 2615-2638.
- [18] C. J. Sun, P. Saffari, K. Sadeghipour, and G. Baran, 2005, Effects of Particle Arrangement on Stress Concentrations in Composites, *Materials*

*Science & Engineering A*, Vol. 405, pp. 287-295.

- [19] ANSYS Reference. 000855. Eighth Edition. SAS IP, Inc. 1997.
- [20] C. T. Sun and W. Qian, 1997, The Use of Finite Extension Strain Energy Release Rates in Fracture of Interfacial Cracks, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, pp. 2595-2609.
- [21] T. L. Anderson, 1995, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- [22] G. R. Irwin, 1957, Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, pp. 361-364 .
- [23] C. J. Jih and C. T. Sun, 1990, Evaluation of a Finite Element Based Crack-Closure Method for Calculating Static and Dynamic Strain Energy Release Rates, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 37, pp. 313-322.
- [24] T. Ikeda and C. T. Sun, 2001, Stress Intensity Factor Analysis for an Interface Crack Between Dissimilar Isotropic Materials Under Thermal Stress, *International Journal of Fracture*, Vol. 111, pp. 229-249.
- [25] C. T. Sun and C. J. Jih, 1987, On Strain Energy Release Rates for Interfacial Cracks in Bi-Material Media, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 28, pp. 13-20.
- [26] A. Jain, S. Rogojevic, S. Ponoth, N. Agarwal, I. Matthew, W. N. Gill, P. Persans, M. Tomozawa, J. L. Plawsky and E. Simonyi, 2001, Porous Silica Materials as Low-k Dielectrics for Electronic and Optical Interconnects, *Thin Solid Films*, Vol. 398-399, pp. 513-522.
- [27] C. T. Sun and R. S. Vaidya, 1996, Prediction of Composite Properties from a Representative Volume Element, *Composites Science and Technology*, Vol. 56, pp. 171-179
- [28] 林奕安, “探討球型顆粒對奈米複合材料拉伸強度的影響-利用線彈性破壞力學理論,” 交通大學機械工程研究所論文, 2009.

- [29] S. L. Gao and Edith Mäder, 2002 , Characterisation of interphase nanoscale property variations in glass fibre reinforced polypropylene and epoxy resin composites, *Composites: part A*, Vol. 33, pp. 559-576.



表 3-1 基材、補強材料顆粒材料參數

Material properties	Vinyl ester	SiO <sub>2</sub>
E (GPa)	3.5	70
$\nu$	0.35	0.2

表 3-2 不同實際材料範圍所求得的應變能釋放率 (單位: $\mu\text{J}/\text{m}^2$ )

High/Width	$d_{ag}/d$				
	1	0.77	0.55	0.33	0.11
4L/5L	128.9493	149.8223	187.1587	267.8292	556.6861
6L/7L	129.0084	149.8919	187.2467	267.9562	556.9426
Error	0.0458%	0.04646%	0.04702%	0.04742%	0.04608%

表 3-3 體積分率為 10%、不同顆粒尺寸( $R_p$ )下之顆粒表面間距 $d$

Particle size, $R_p$ ( $\mu\text{m}$ )	The distance between particle surface, $d$ ( $\mu\text{m}$ )
5	23.0250
0.5	2.3025
0.1	0.4605

表 3-4 補強材料半徑為  $5\mu\text{m}$ 、不同體積分率下顆粒表面之間距  $d$

Volume fraction (%)	The distance between particle surface, $d$ ( $\mu\text{m}$ )
20	14.8166
10	23.0250
5	34.6333

表 3-5 不同體積分率下之等效材料性質

Material Properties	Effective Properties		
	5 vol%	10 vol%	20 vol%
E (GPa)	3.7620	4.0656	4.8285
$\nu$	0.3475	0.3426	0.3259

表 3-6 不同的補強顆粒機械性質

	Matrix	Particle 1	Particle 2	Particle 3
E (GPa)	3.5	70	105	140
$\nu$	0.35	0.2	0.2	0.2
$E_p/E_M$	--	20	30	40



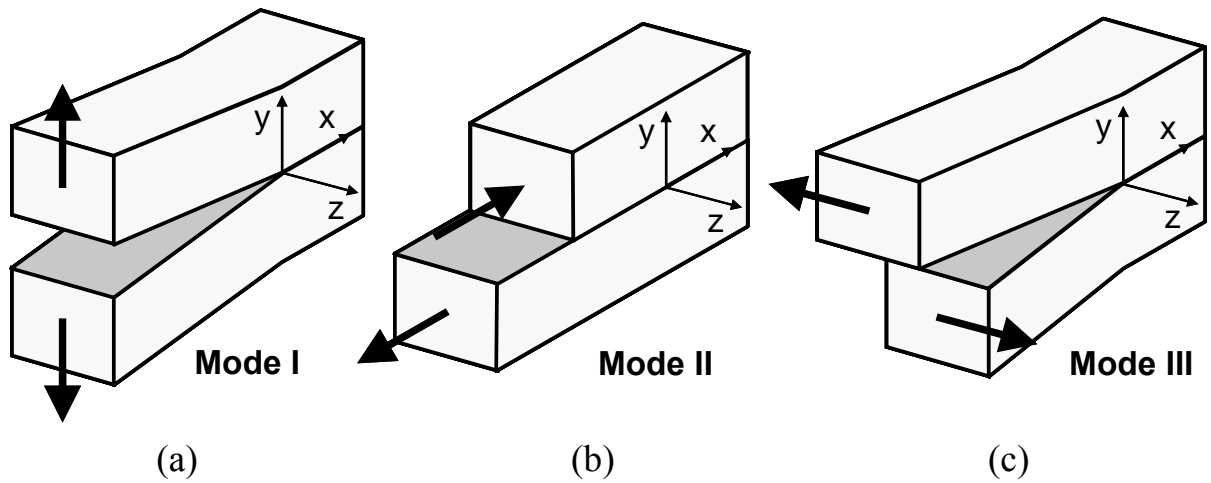


圖 2-1 三種獨立的裂紋破壞變形模式(a)開裂模式 (b)剪裂模式 (c)撕裂模式

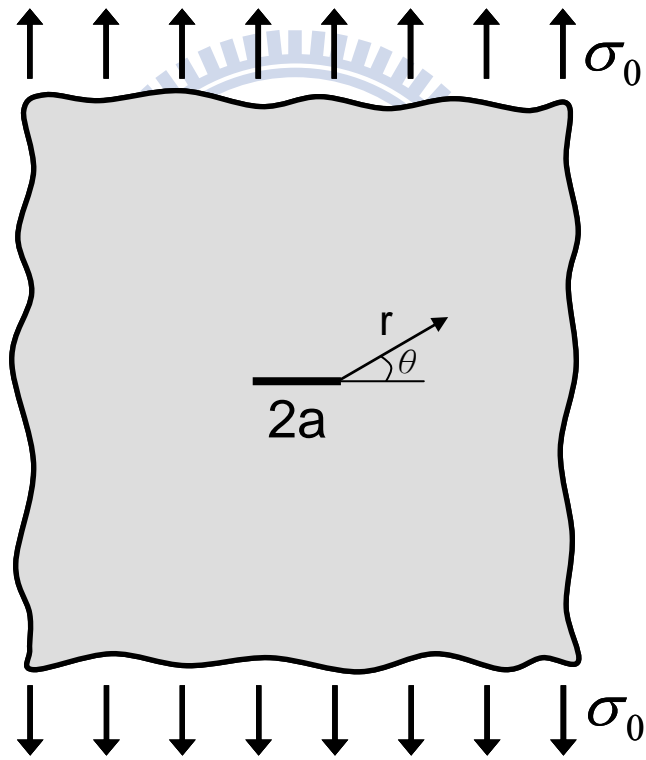


圖 2-2 含有一段長  $2a$  裂紋的均質材料承受拉伸外力  $\sigma_0$

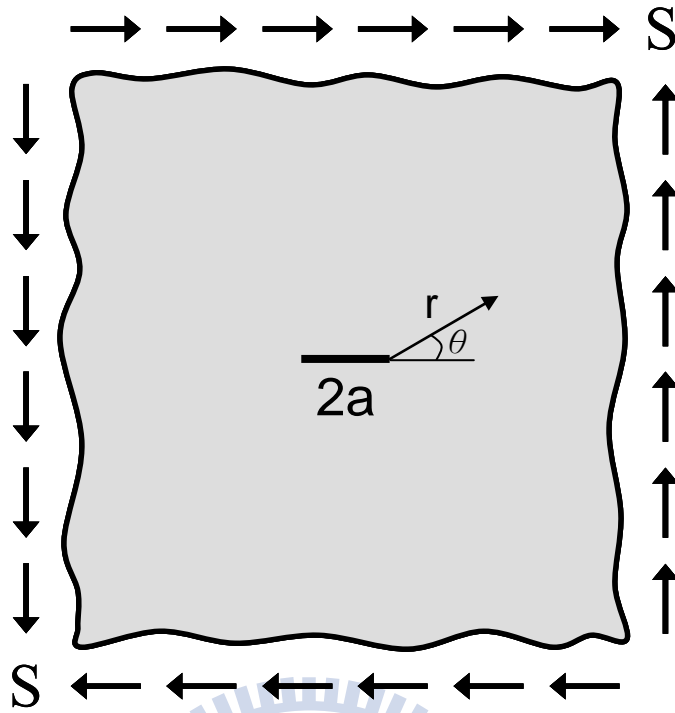


圖 2-3 含有一段長  $2a$  裂紋的均質材料承受剪外力  $S$

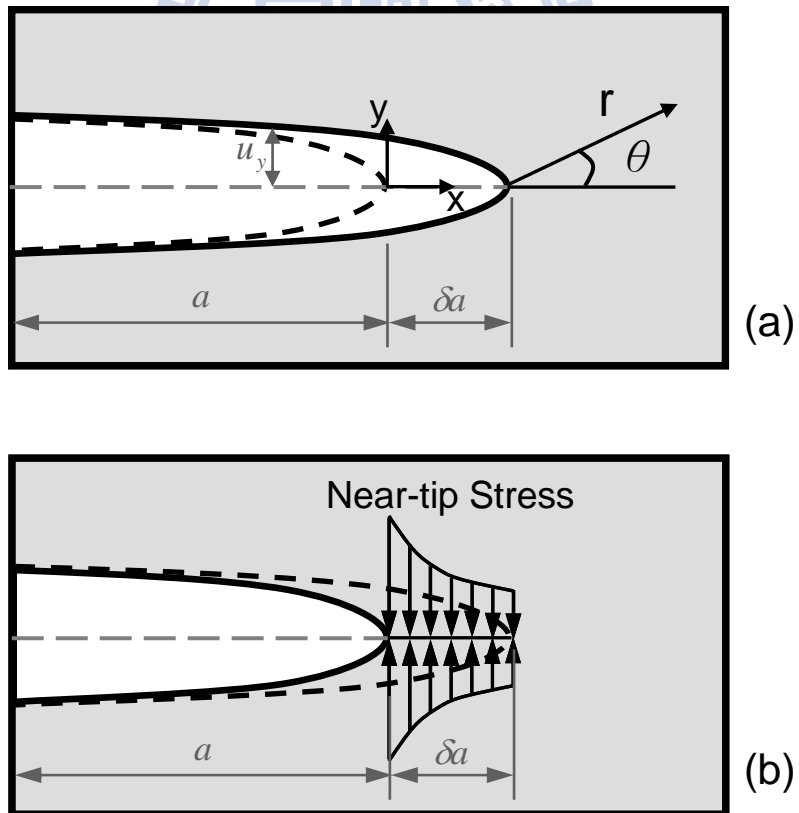


圖 2-4 裂紋關閉積分法示意圖(a)裂紋增長一微小量  $\delta a$  (b)關閉  $\delta a$  長度裂紋

所需之應力

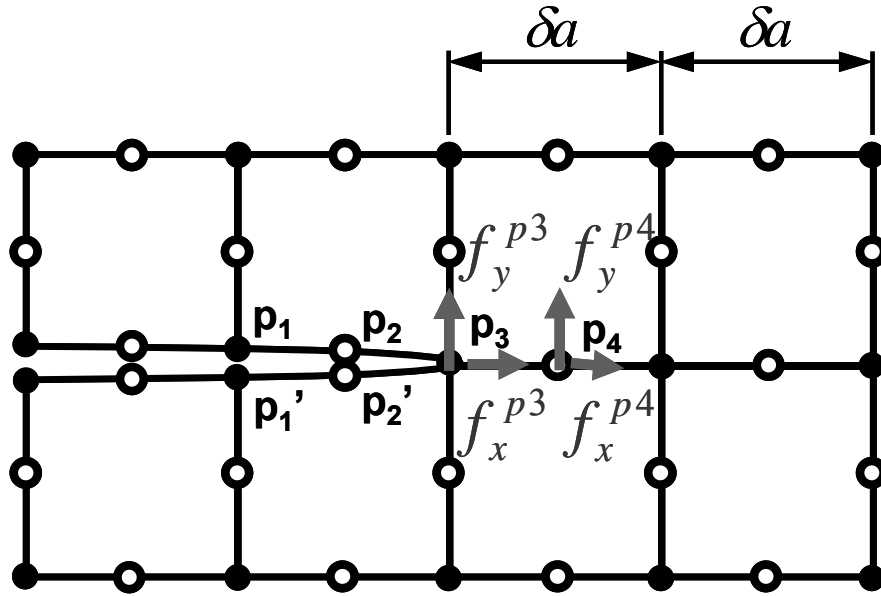


圖 2-5 均質材料中的裂紋，使用有限元素法之八節點元素(8-nodes element)

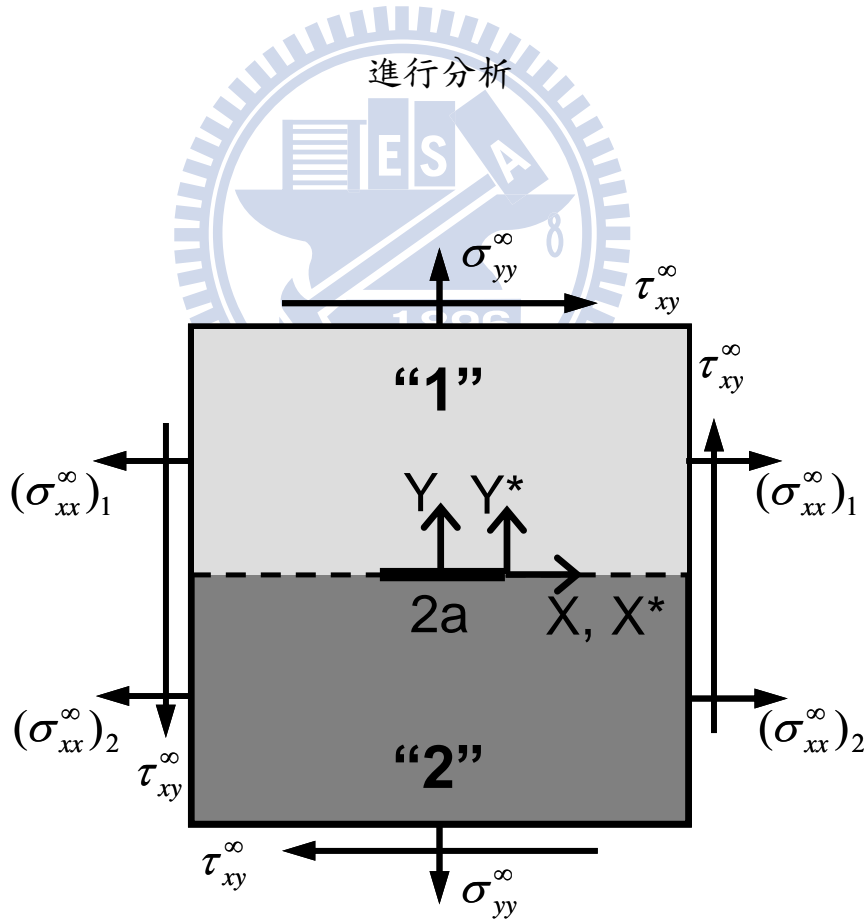


圖 2.6 承受拉伸與剪切外力之雙材料無限大平板，材料介面之有限長度裂

紋示意圖(裂紋長度為  $2a$ )

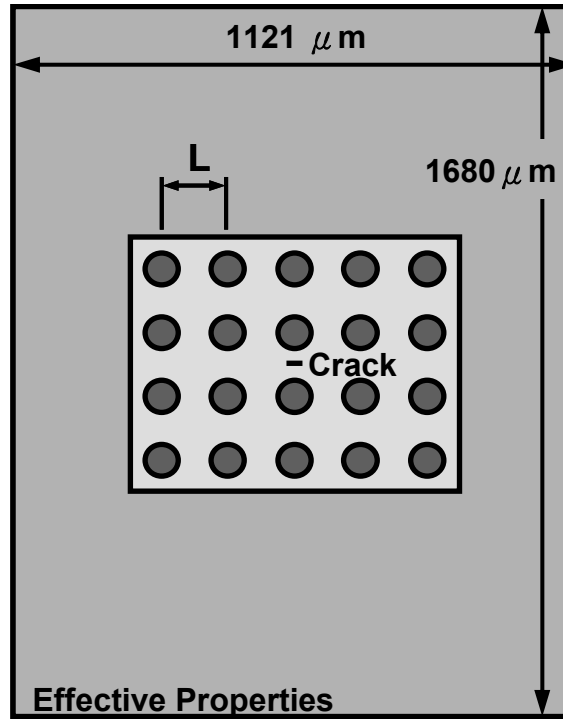


圖 3-1 鑲埋式模型示意圖

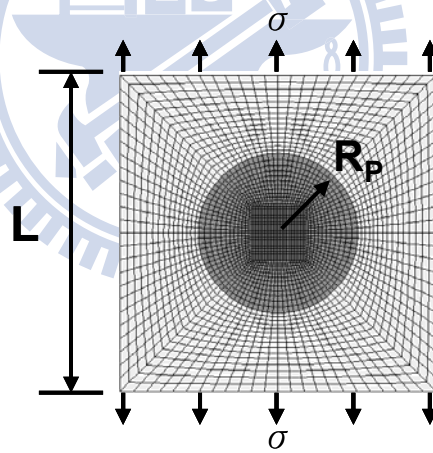


圖 3-2 代表性體積單元模型示意圖

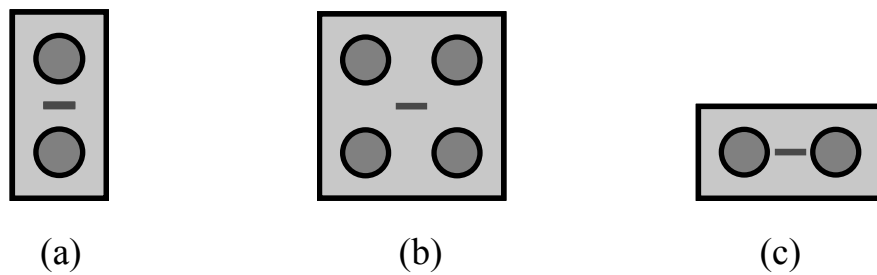


圖 3-3 不同位置的裂紋示意圖

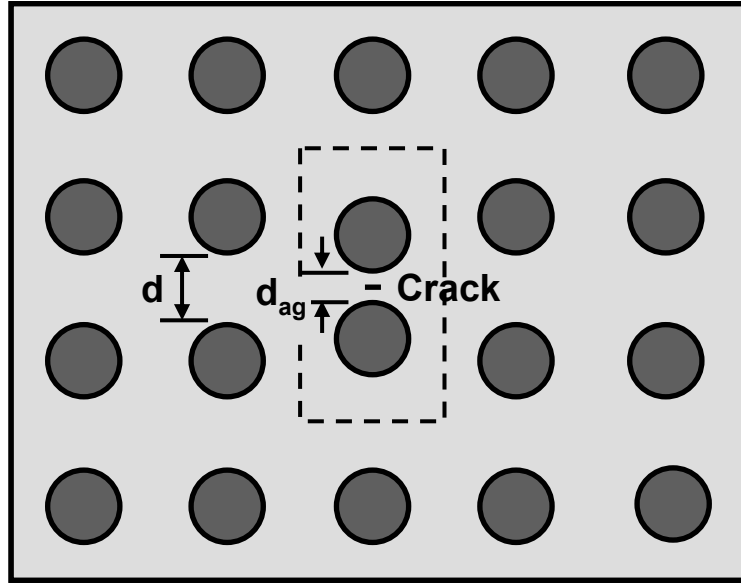


圖 3-4 群聚範圍示意圖

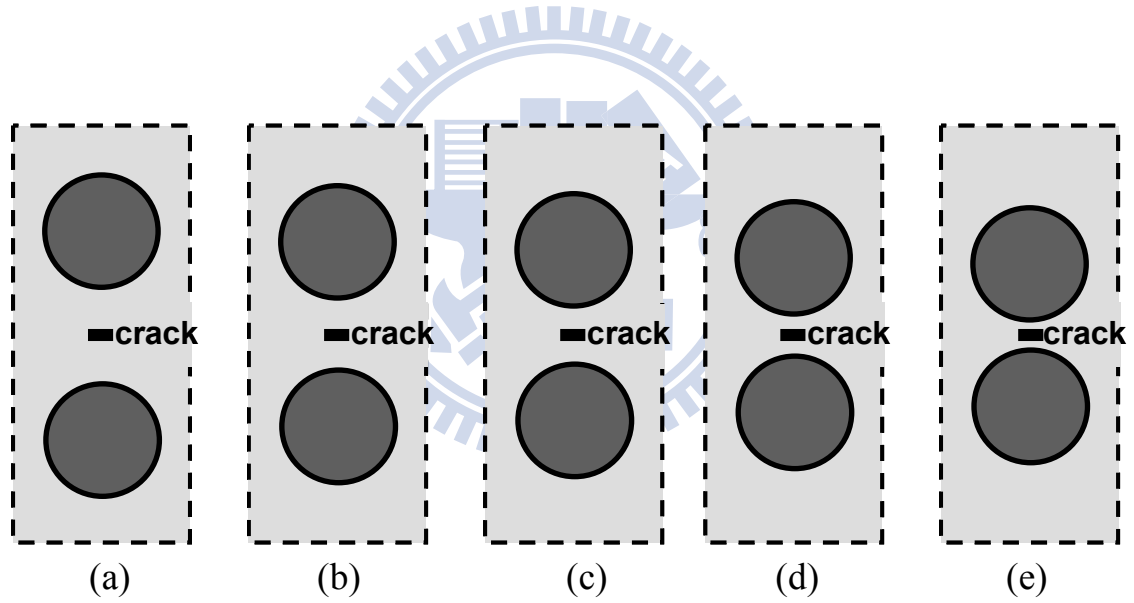
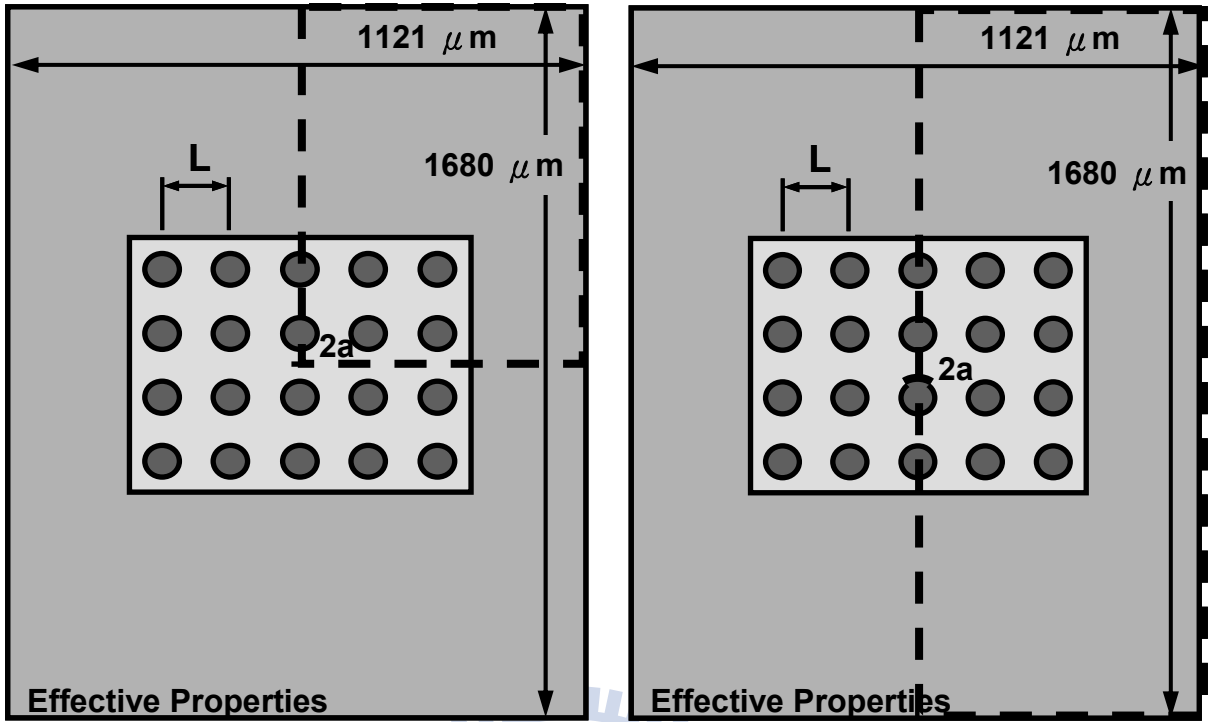


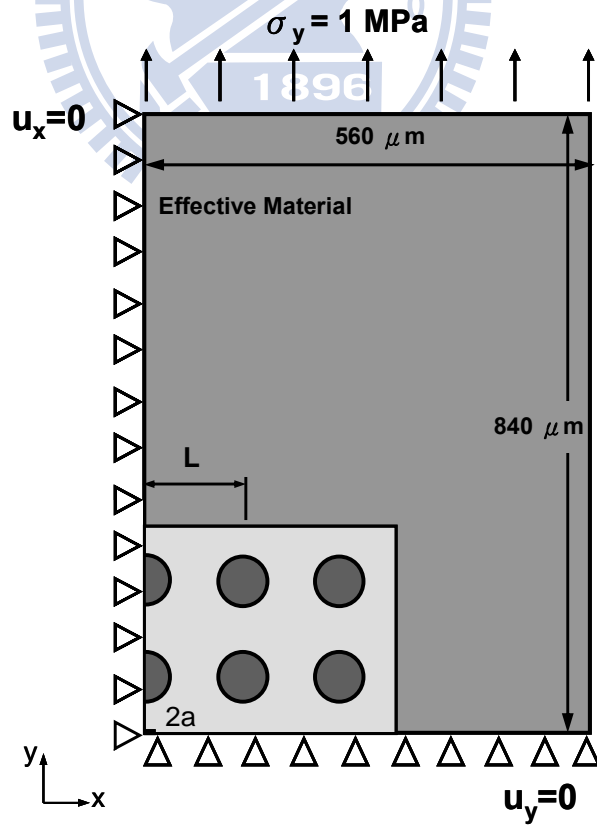
圖 3-5 不同程度的群聚其 $d_{ag}/d$ 分別為:(a) 1,(b) 0.77, (c) 0.55, (d) 0.33, (e) 0.11



(a)

(b)

圖 3-6 不同裂紋位置 (a) 裂紋在基材中的模型, (b) 裂紋在介面的模型



(a)

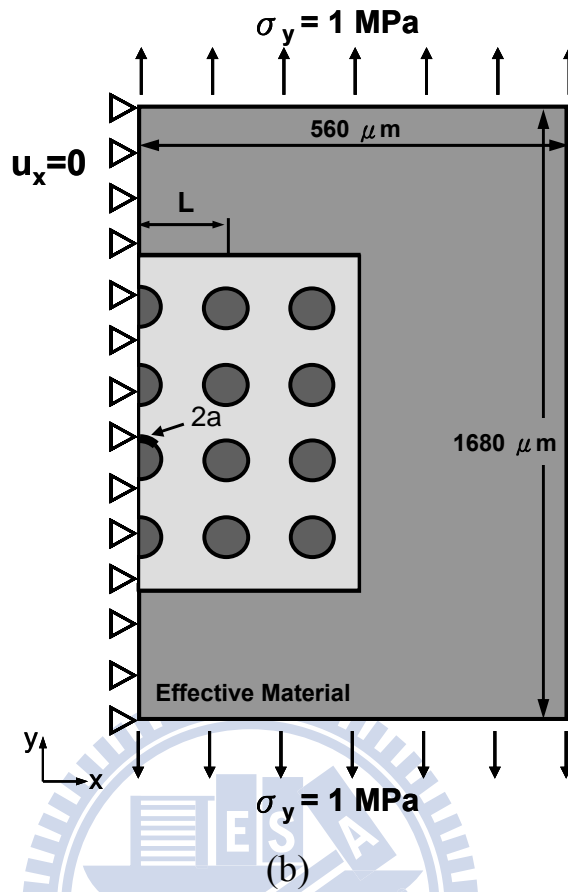


圖 3-7 邊界條件及外力示意圖:(a)四分之一模型, (b)二分之一模型

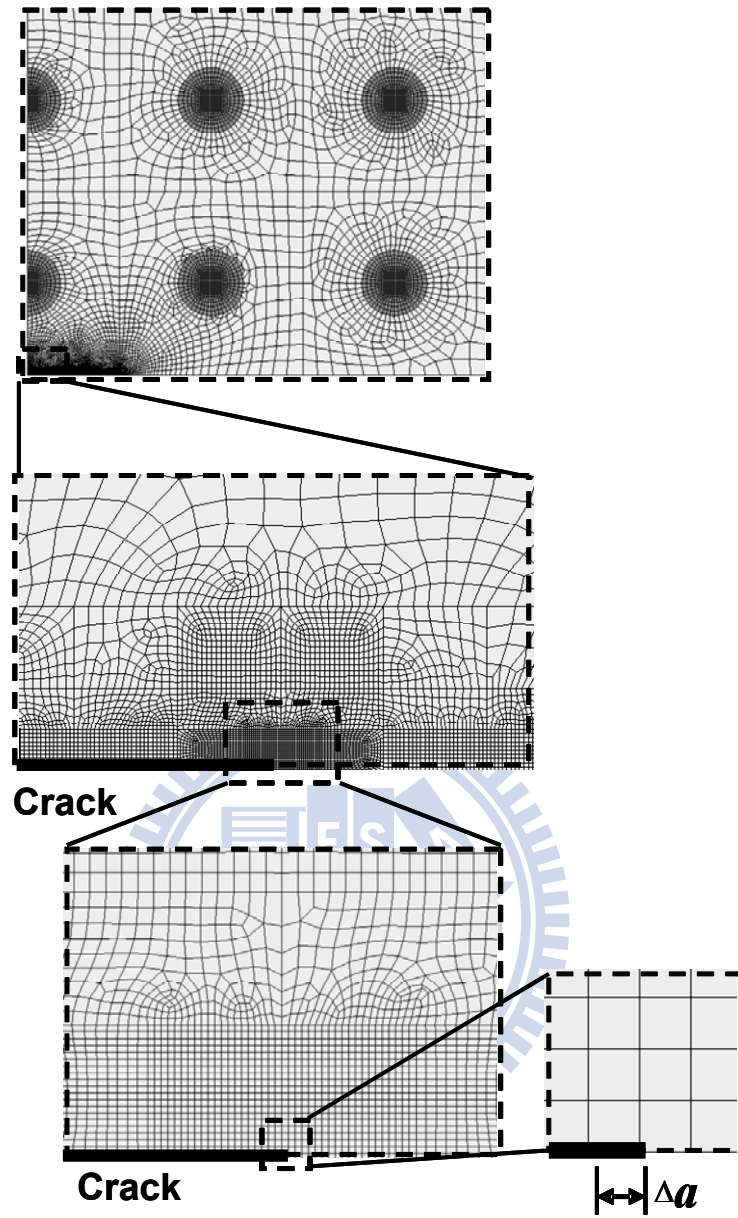


圖 3-8 裂紋在基材中的有限元素模型網格 ( $\Delta a$  為裂紋尖端之元素尺寸)



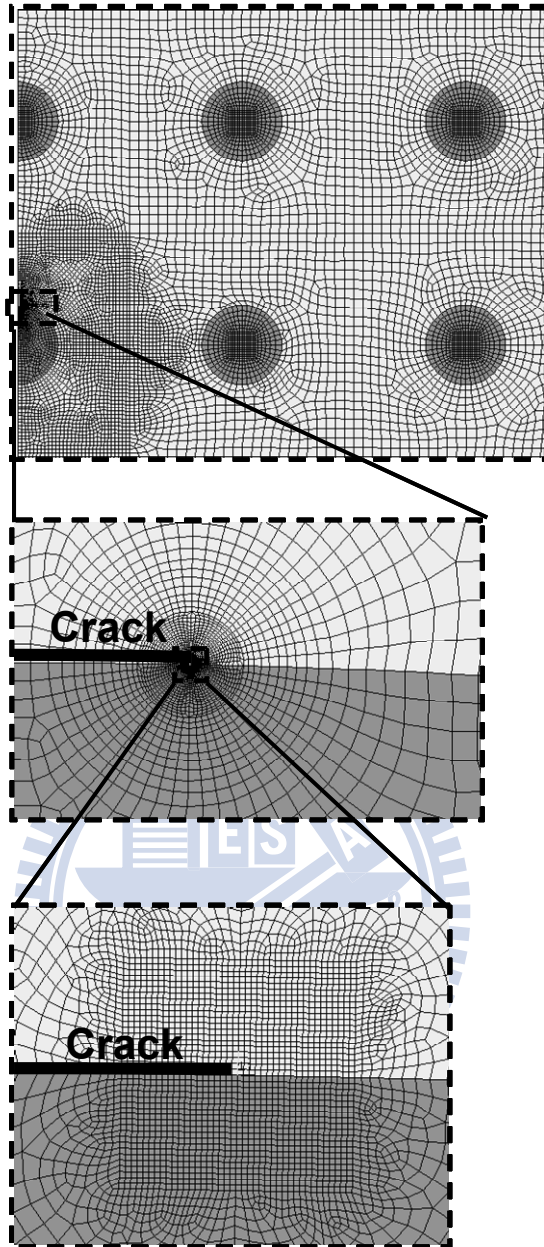


圖 3-9 裂紋在介面的有限元素模型網格

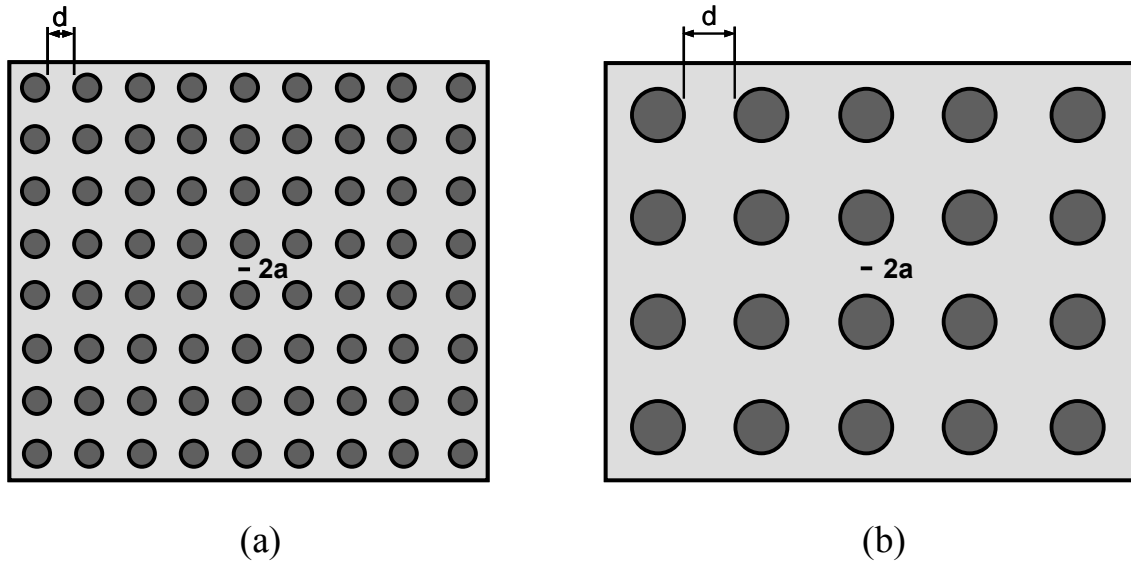
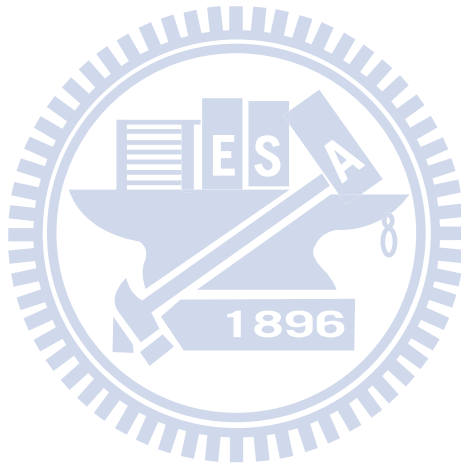


圖 3-10 相同體積分率、不同顆粒尺寸之含裂紋複合材料示意圖 (a) 小尺寸, (b) 大尺寸



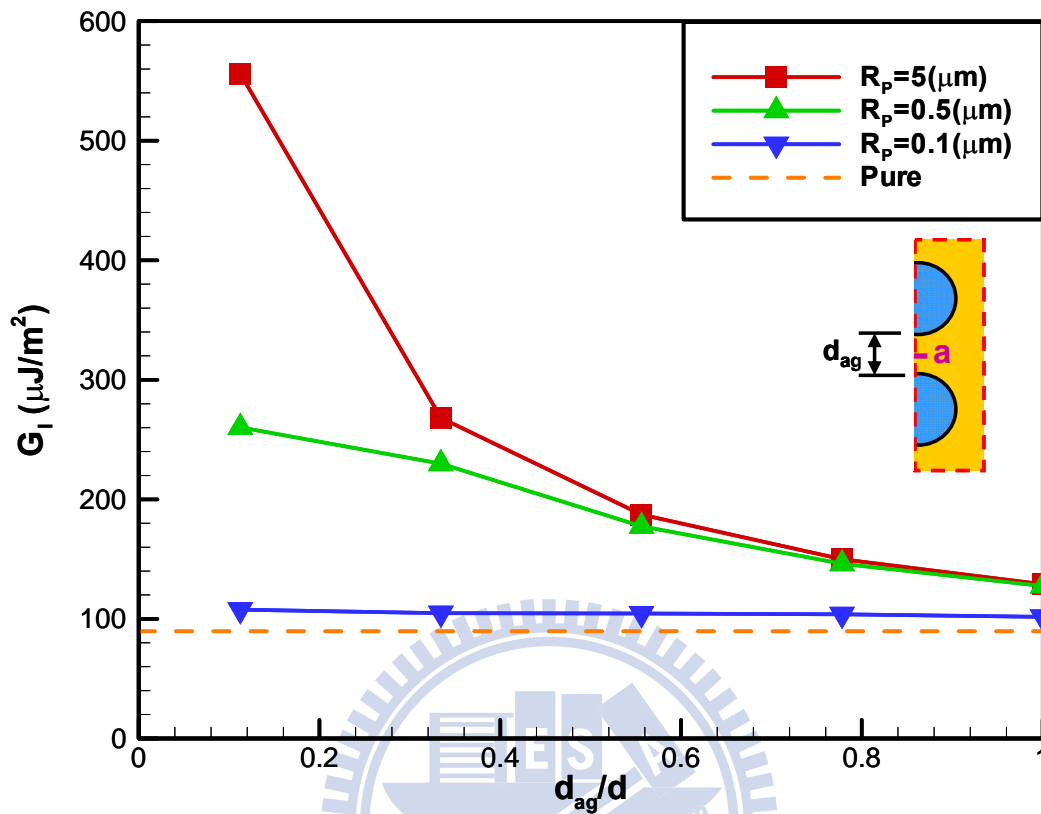


圖 3-11 體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸  $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$ 、 $0.1\mu\text{m}$  對應不同程度群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_I$ )

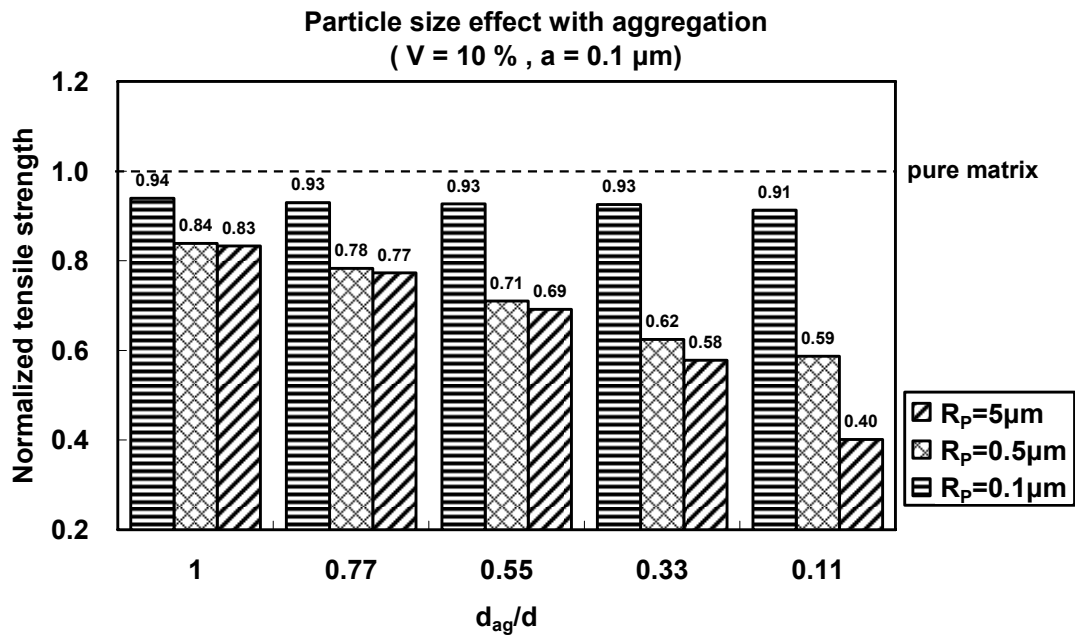


圖 3-12 體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\ \mu\text{m}$ ，顆粒尺寸  $5\ \mu\text{m}$ 、 $0.5\ \mu\text{m}$ 、 $0.1\ \mu\text{m}$  對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度

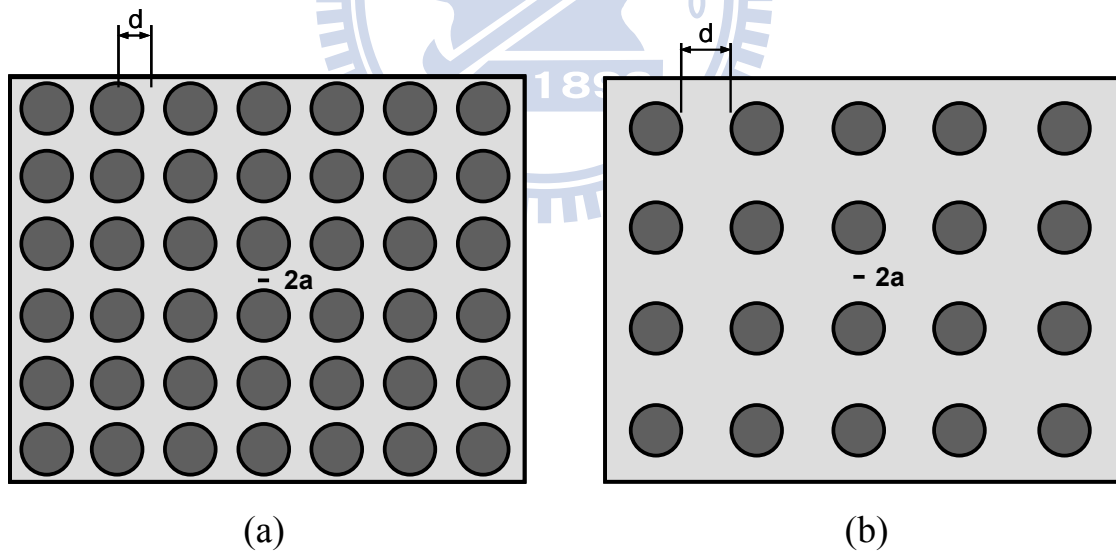


圖 3-13 相同顆粒尺寸、不同體積分率之含裂紋複合材料示意圖 (a) 高體積分率, (b) 低體積分率

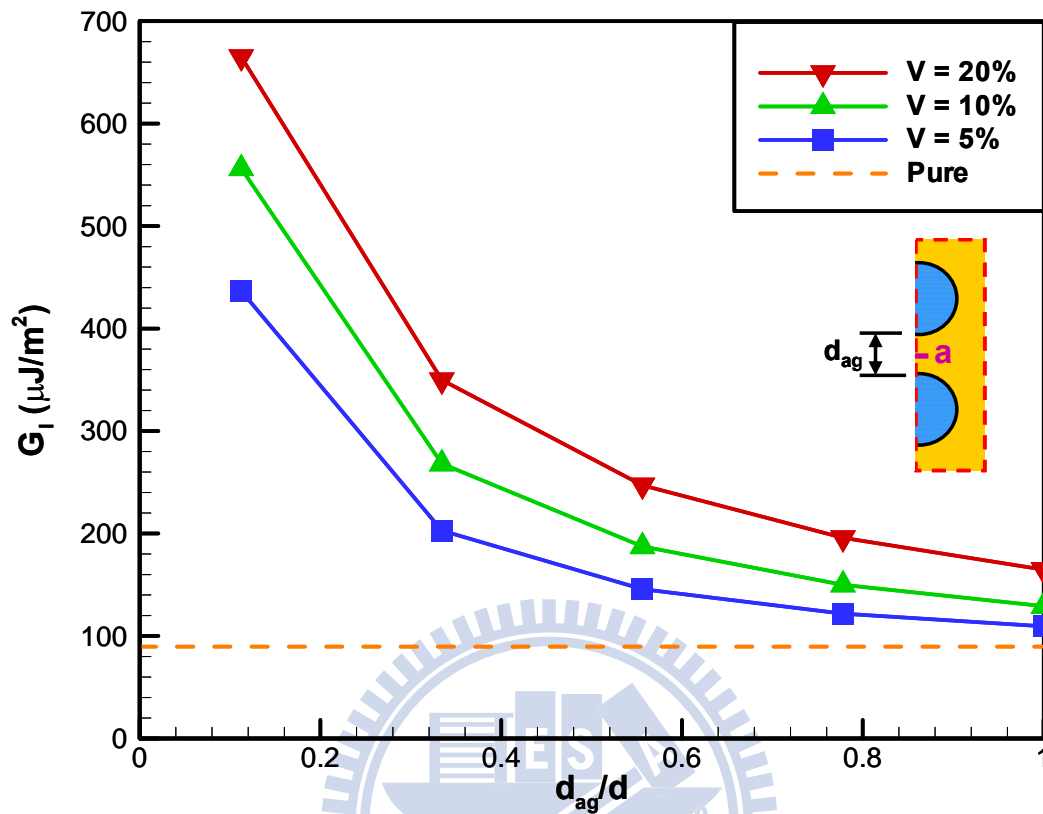


圖 3-14 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，體積分率為 5%、10%、20% 對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_I$ )

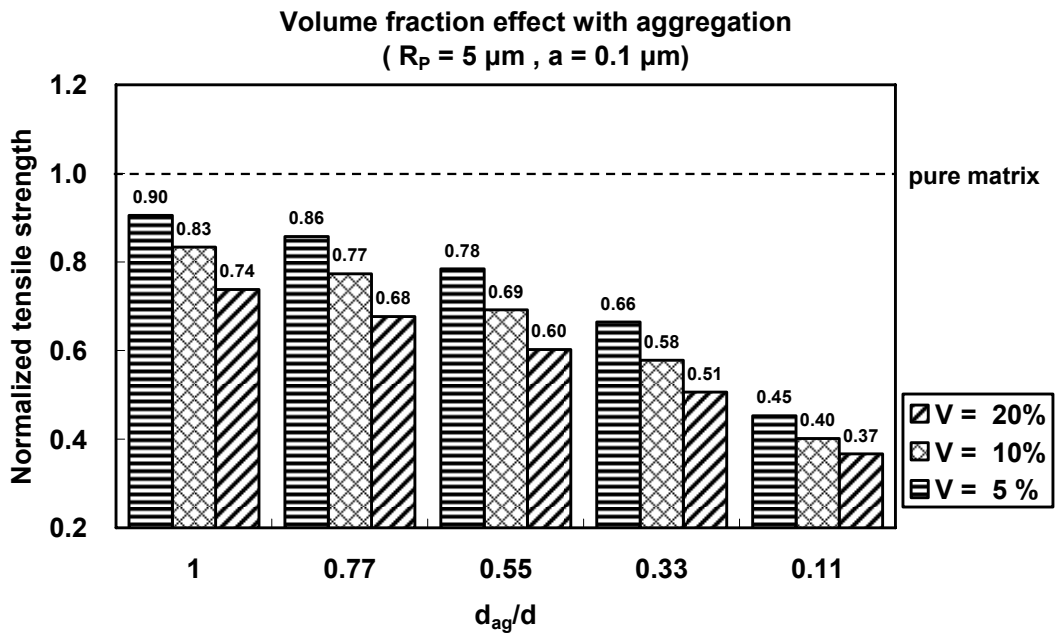


圖 3-15 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，體積分率為 5%、10%、20%

對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度

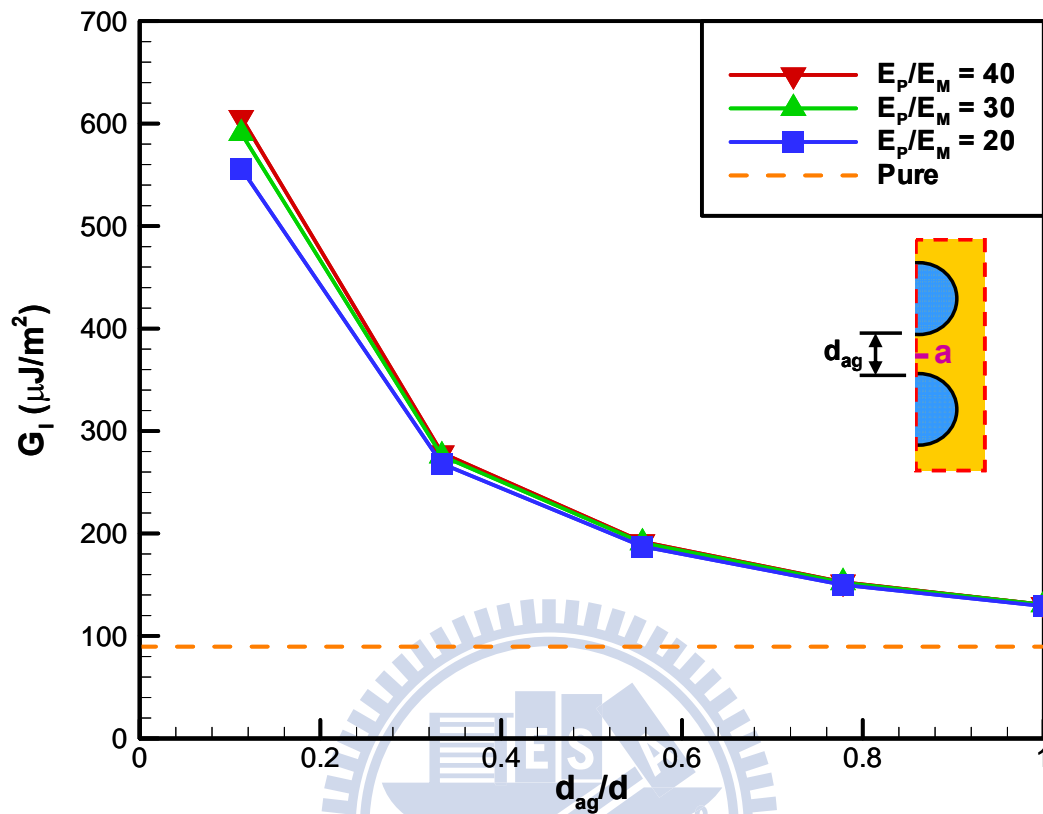


圖 3-16 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒楊氏模數為 70GPa、105GPa、140GPa，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_I$ )

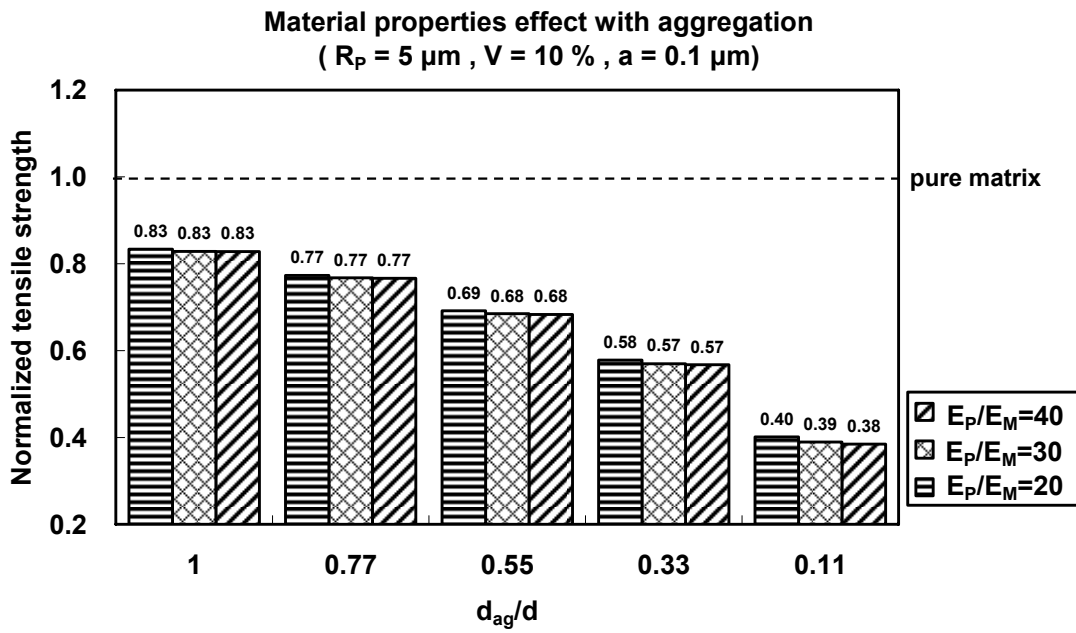


圖 3-17 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒楊氏模數為 70GPa、105GPa、140GPa，對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度



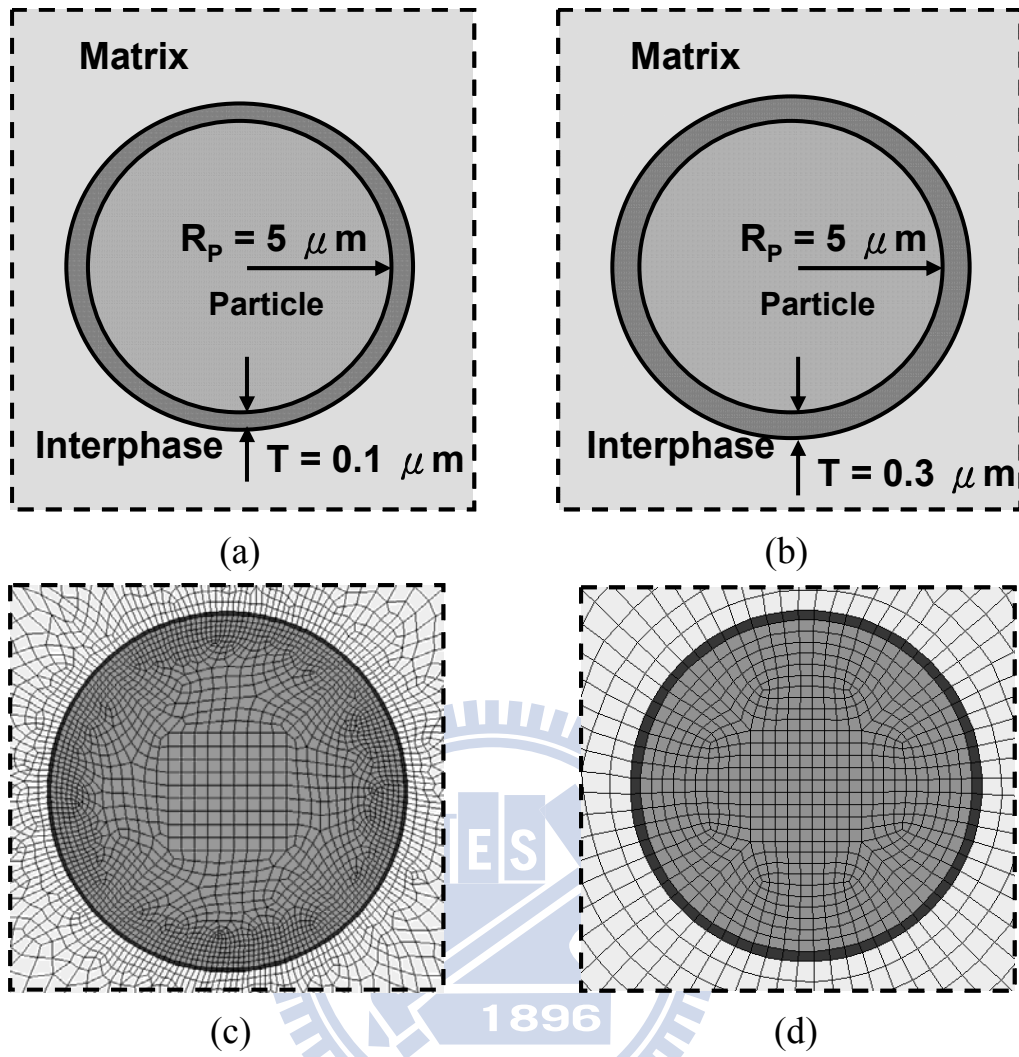


圖 3-18 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$  含不同厚度的介面層示意圖及網格 (a)  $T=0.1\mu\text{m}$  示意圖, (b)  $T=0.3\mu\text{m}$  示意圖, (c)  $T=0.1\mu\text{m}$  網格, (d)  $T=0.3\mu\text{m}$  網格

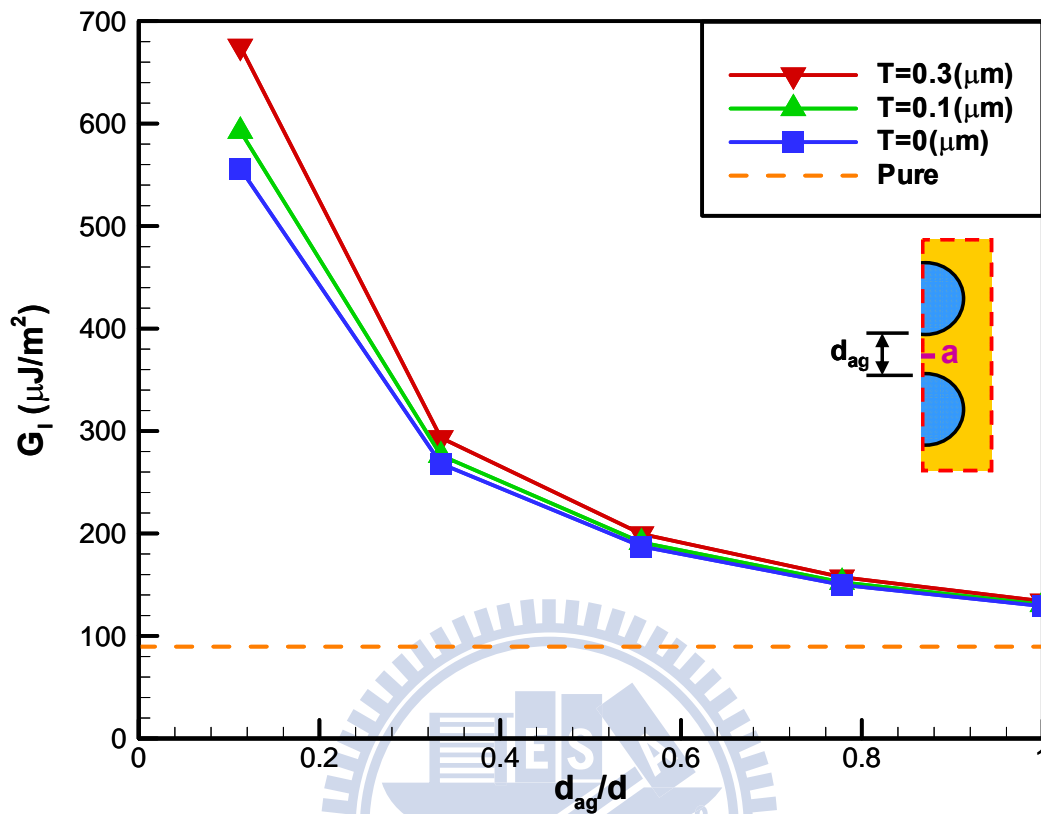


圖 3-19 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，介面層厚度為  $0\mu\text{m}$ 、 $0.1\mu\text{m}$ 、 $0.3\mu\text{m}$  對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率 ( $G_I$ )

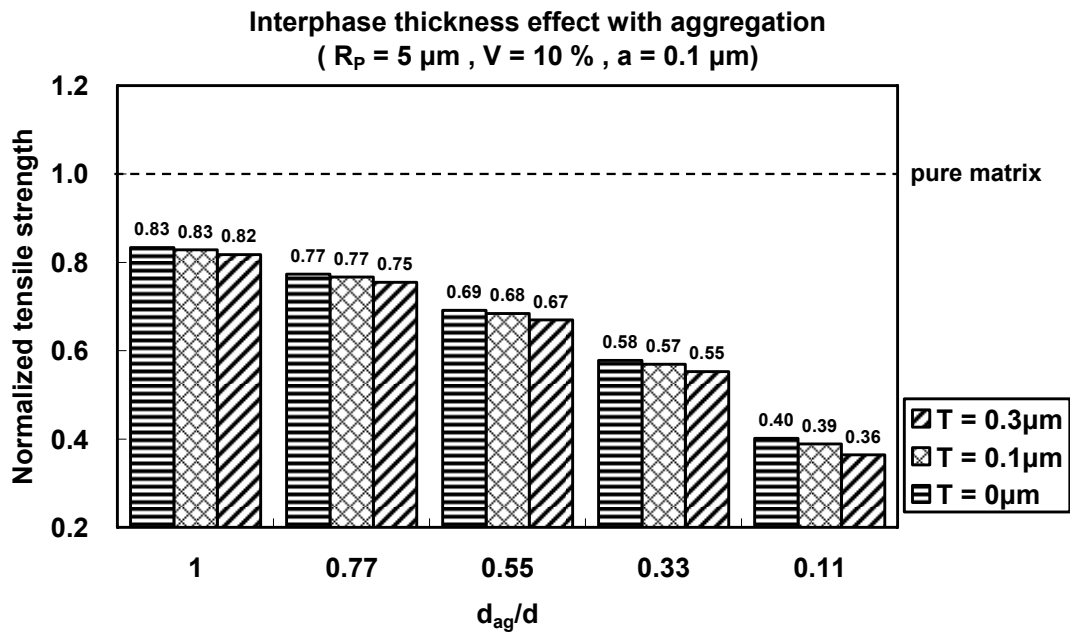


圖 3-20 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為  $10\%$ 、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，介面層厚度為  $0\mu\text{m}$ 、 $0.1\mu\text{m}$ 、 $0.3\mu\text{m}$  對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度

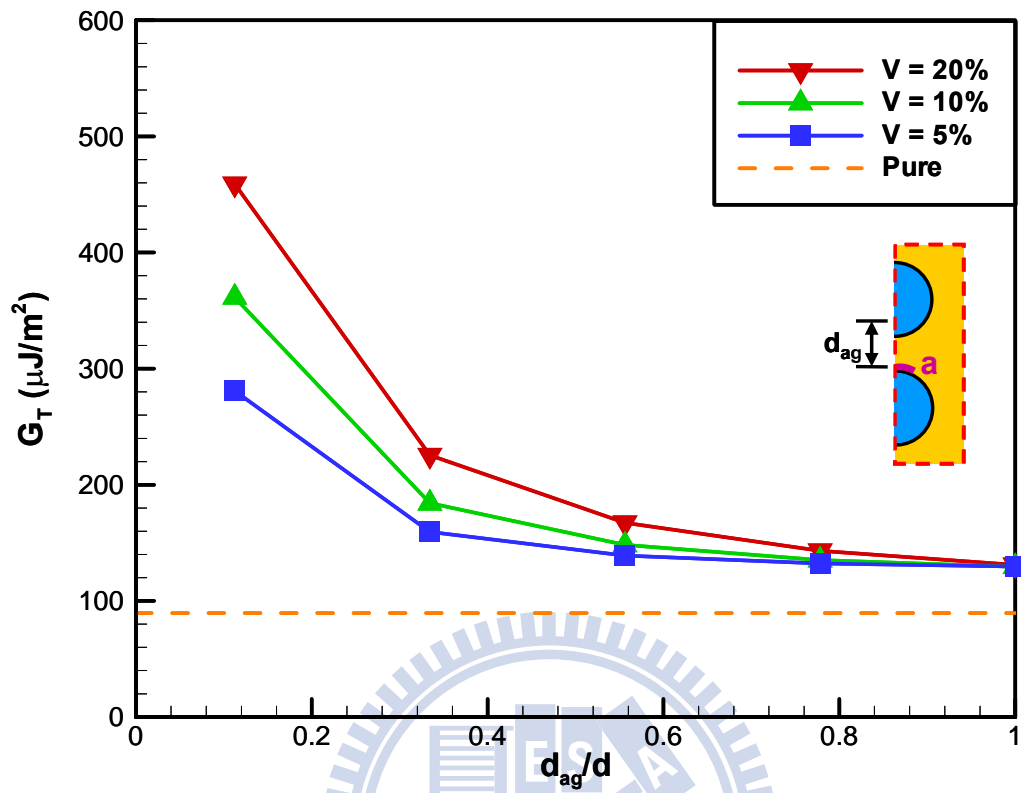


圖 3-21 裂紋在補強顆粒與基材介面，體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$  對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率 ( $G_T$ )

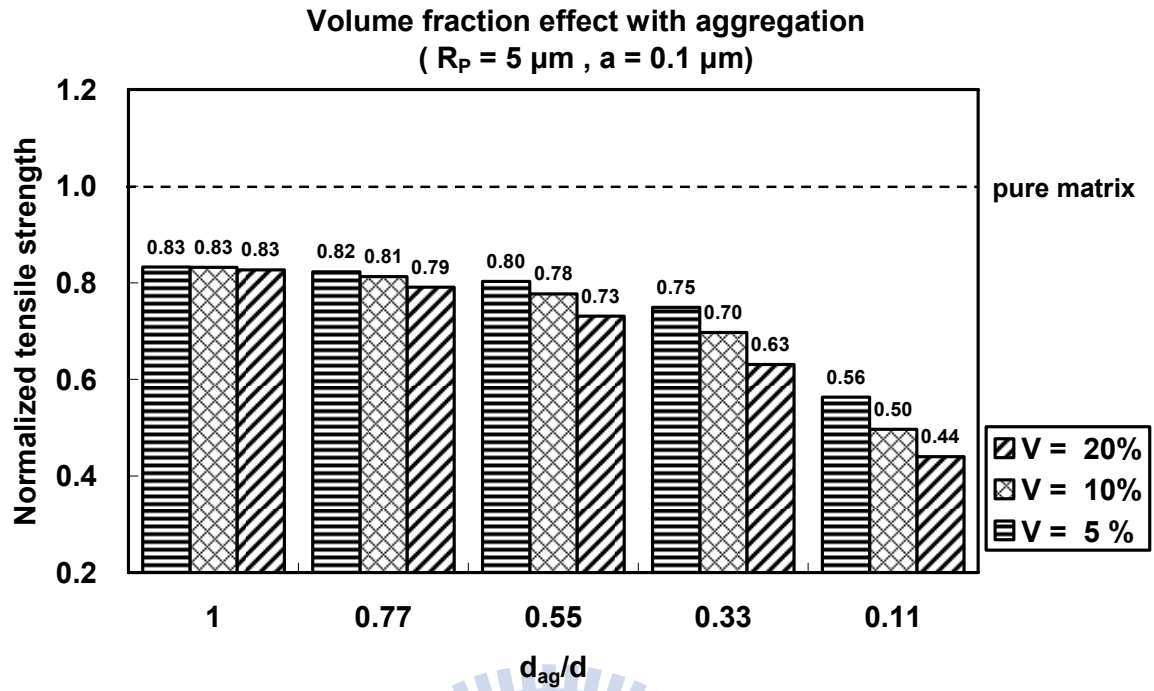


圖 3-22 裂紋在補強顆粒與基材介面，體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$  對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率 ( $G_T$ )

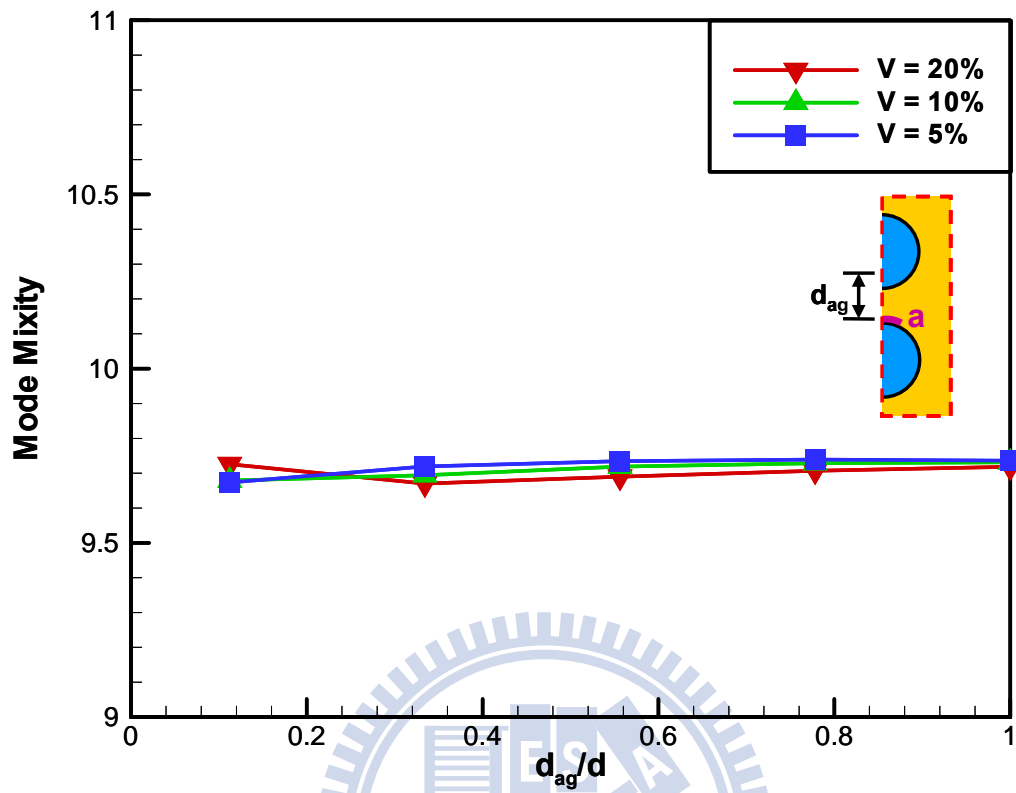


圖 3-23 裂紋在補強顆粒與基材介面，體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$  對應不同程度的群聚效應時，模型的標準化拉伸強度

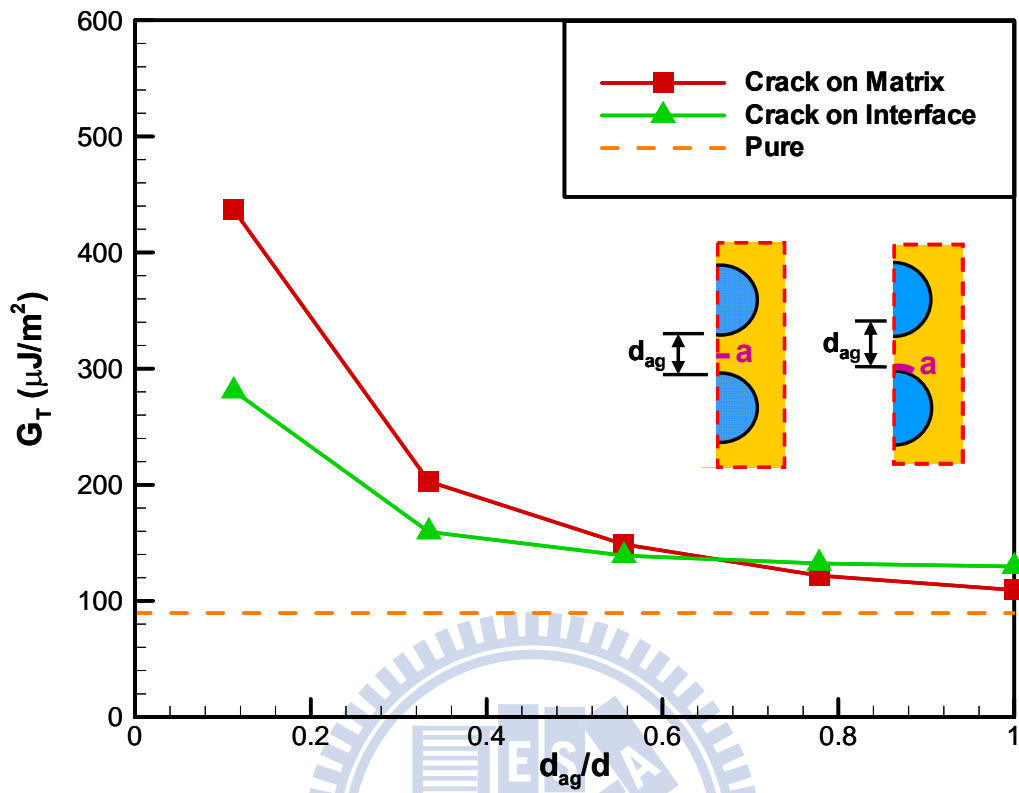


圖 3-24 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 5%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ )

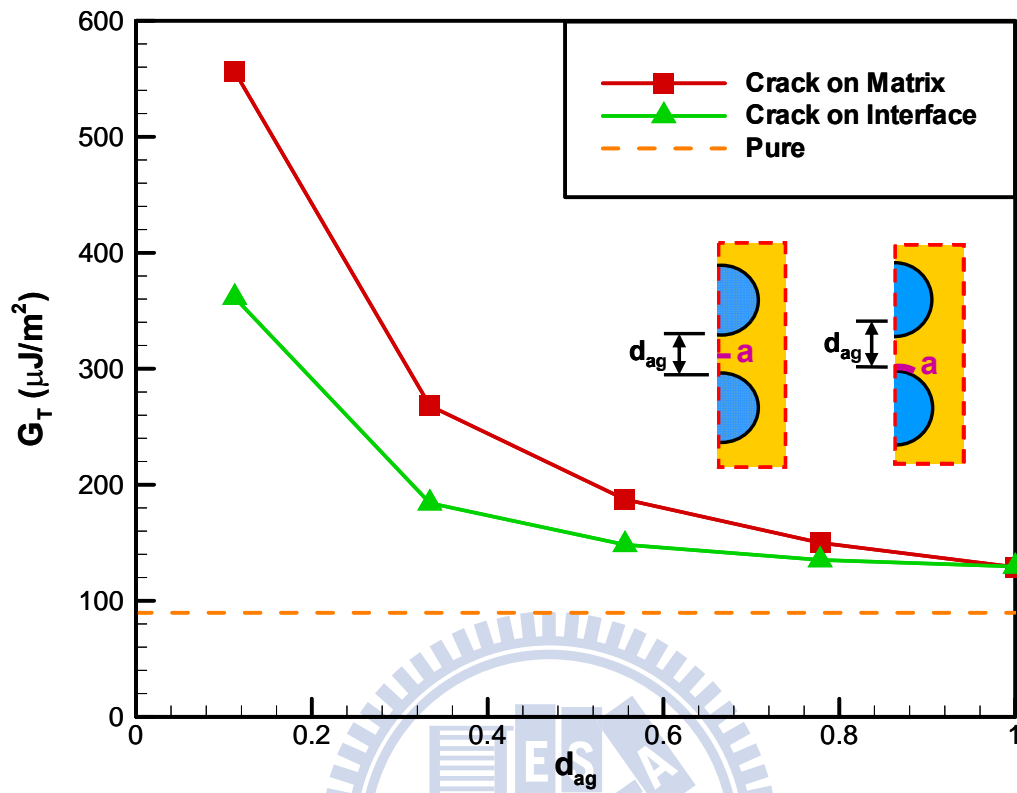


圖 3-25 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ )



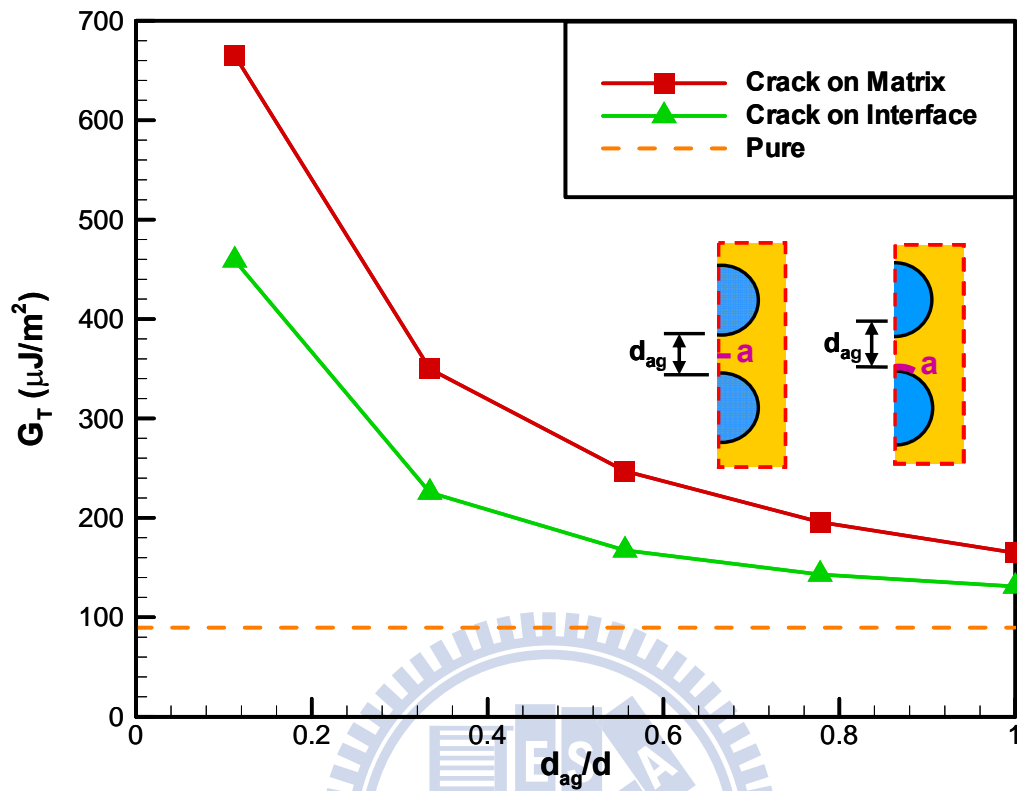


圖 3-26 顆粒尺寸為  $5\mu\text{m}$ 、體積分率為 20%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ )

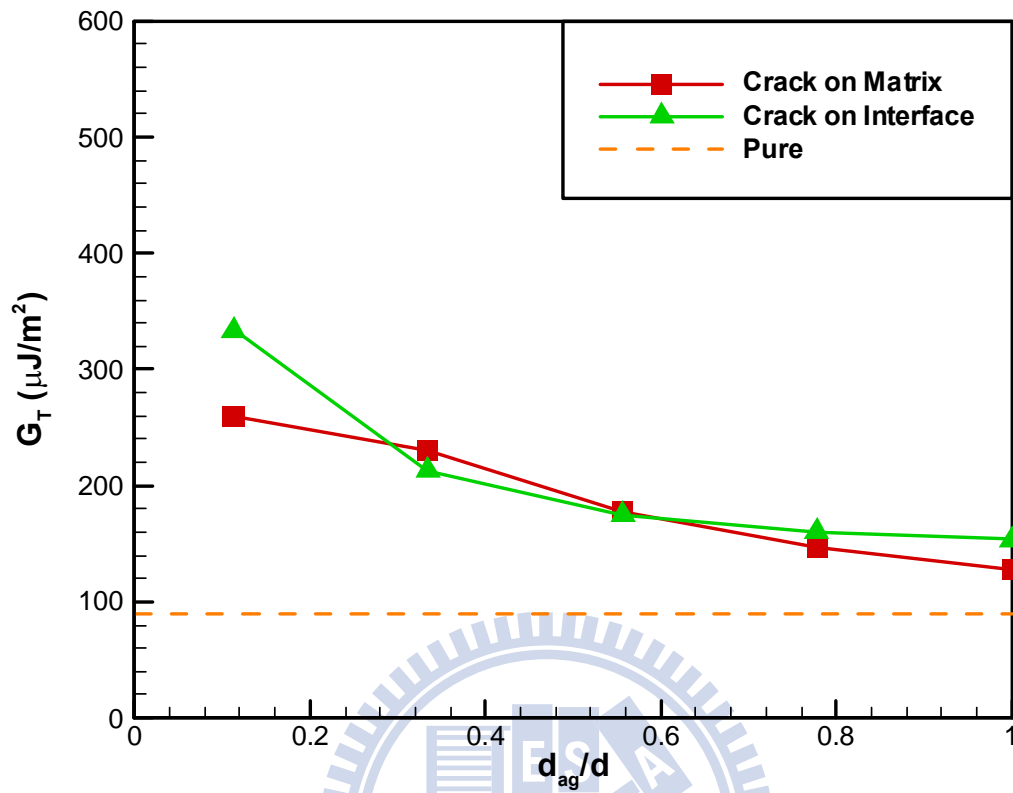


圖 3-27 顆粒尺寸為  $0.5\mu\text{m}$ 、體積分率為 10%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ )

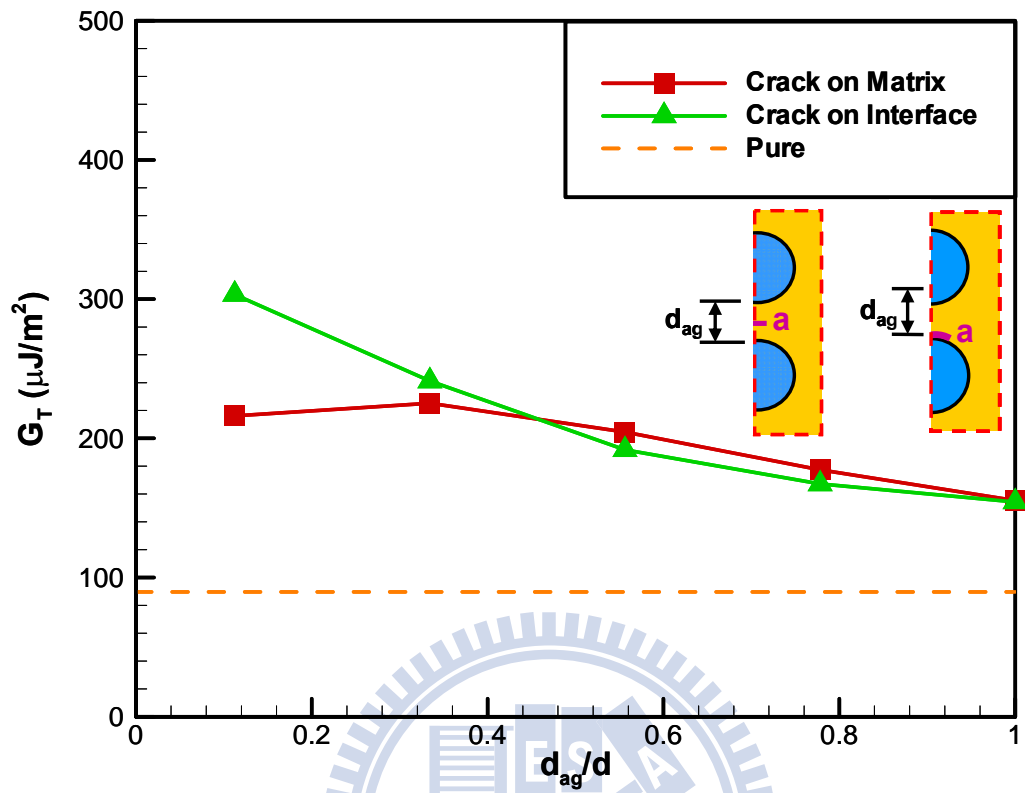


圖 3-28 顆粒尺寸為  $0.5\mu\text{m}$ 、體積分率為 20%、半裂紋長為  $0.1\mu\text{m}$ ，裂紋在補強顆粒與基材介面與裂紋在基材中間，對應不同程度的群聚效應時，裂紋的應變能釋放率( $G_T$ )