

# 國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

應用狀態空間 DLV 法在扭轉耦合結構  
之地震損傷探測

**Application of State-Space DLV Method  
in Damage Detection of Torsionally  
Coupled Structures**

研究生：謝柏翰

指導教授：王彥博 教授

中華民國一〇〇年七月

應用狀態空間 DLV 法在扭轉耦合結構之地震損傷探測

**Application of State-Space DLV Method in Damage  
Detection of Torsionally Coupled Structures**

研究生：謝柏翰

Student : *Bo-Han Hsieh*

指導教授：王彥博 博士

Advisor : *Dr. Yen-Po Wang*



A Thesis

Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering  
in  
Civil Engineering  
July 2011  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇〇年七月

# 應用狀態空間 DLV 法在扭轉耦合結構之地震損傷探測

研究生：謝柏翰

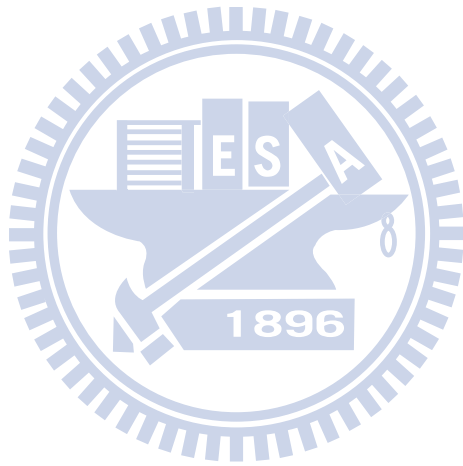
指導教授：王彥博 博士

國立交通大學土木工程研究所

## 摘要

狀態空間 DLV 法是以狀態空間參數建立結構之柔度矩陣為基礎，由結構受損前、後之差異柔度矩陣經奇異值分解萃取出破壞定位向量，凡於破壞定位向量作用下應力為零之桿件，即視為潛在之受損元素。本研究先以二維平面結構為分析對象，探討以 SRIM 系統識別分析結合狀態空間 DLV 法於結構損傷探測之可行性，並探討在不足觀測條件下之分析方法。考量建築結構因不對稱而有扭轉耦合之行為，基於實用性目的，本文發展適用於扭轉耦合結構之損傷探測技術，並將結構損傷探測技術由過去僅能定位出受損樓層的層次，推升至定位個別受損桿件之層次。分析結果顯示，本文提出以 SRIM 系統識別分析結合狀態空間 DLV 法，可由結構全域之地震反應資料（樓層加速度反應歷時）偵測出局部受損之樓層或個別桿件，甚至多重受損之情況，確認其可行性與未來實際應用之潛力。

**關鍵字：**損傷定位向量、柔度矩陣、系統識別、狀態空間參數、觀測不足、奇異值分解





# **Application of State-Space DLV Method in Damage Detection of Torsionally Coupled Structures**

Student : Bo-Han Hsieh

Advisor : Dr. Yen-Po Wang

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

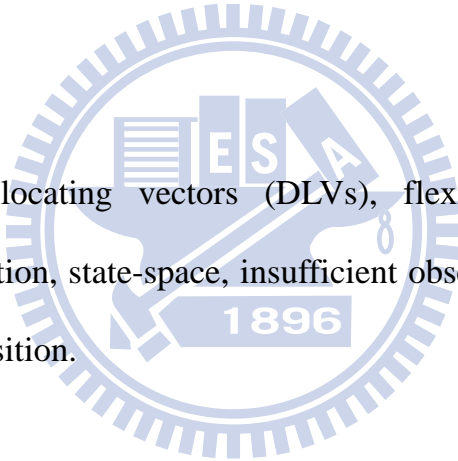


## **Abstract**

The state-space damage localization method is based on the flexibility matrix of structures constructed using the system parameters in state-space. The damage locating vectors (DLVs) are obtained by performing the singular value decomposition (SVD) on the flexibility differential matrix of the structure before and after the damage state. Members with zero stress (or force) under the DLVs as external loads to the structure are considered potentially damaged. In this study, feasibility of the state-space damage localization method integrated with the system realization of information matrix (SRIM) for damage detection of structures is explored first using a planar structure. Methodologies for damage detection of structures under the condition of insufficient observation are also developed. In view of the torsion-coupling behavior for non-symmetric structures, techniques for damage localization of

torsionally coupled structures are then developed for practical purposes. The damage localization technique has been advanced, in this study, to a higher level of being able to detect individual members that are damaged rather than simply the damaged stories by the existing methods. Results indicate that localized damage of stories or members can be identified from the global seismic response data (specifically the floor accelerations recorded), regardless of single or multiple damages, by using the state-space DLV method with the SRIM for system identification. Feasibility of the proposed scheme and its potential, in practical applications are therefore confirmed.

**Keyword** : damage locating vectors (DLVs), flexibility matrix, system identification, state-space, insufficient observation, singular value decomposition.



## 誌 謝

光陰荏苒，日月如梭，轉眼間已在風城渡過了兩個寒暑，於交大求學期間，不論是在學業、專業能力之培養及待人處世之道，皆獲得良好的發展，使我更有信心面對未來的挑戰，在此藉由以下簡短字句向所有曾經給予我鼓勵及幫助之人致上感謝之意。

首先，感謝恩師 王彥博教授之栽培，給予學生悉心的指導、觀念的指引及良好的研究環境，讓學生對於結構健康診斷技術有更深入的了解，在論文寫作期間，不厭其煩地修改訂正學生之論文，讓學生得以順利取得碩士學位，在此特向吾師致上最誠摯之謝意。同時，感謝盧煉元 教授、張奇偉 教授與陳垂欣 教授，於論文口試期間提出寶貴之意見及指正，使本文內容更臻完善。其中，特別感謝恩師 盧煉元教授於學生大學求學期間之栽培，為學生奠定作研究之基本功夫，讓學生受益良多。

在交大的研究生生活中，感謝阿良學長、逸軒學長、志儒學長與厚餘學長於研究及試驗上之指導，以及關小姐、小羊、連峰、柏霖與學弟胡 sir、小鹿、阿罡、學妹小小，協助分擔研究室之工作，讓我得以更加專注完成論文；同時，亦感謝所有給予我鼓勵與支持的好友們，使煩悶的研究生生活變得更加歡樂美好。其中，特別感謝在成大攻讀博士班的士瑋學長，於大學時期便不厭其煩地指導我學業或研究上遇到的難題，讓我受益良多。

最後，僅以本文獻給我摯愛的爸爸、媽媽與妹妹，感謝你們於生活上的關心與經濟上的供應無虞，在此獻上誠摯的感謝之意，沒有你們，就不會有此本論文的產出，謝謝你們。

2011年7月 謝柏翰 於新竹交大

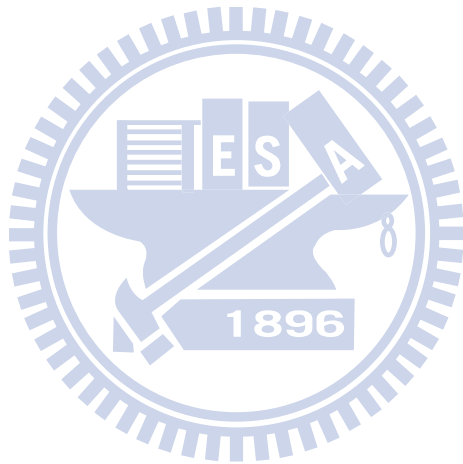


# 目 錄

摘 要.....	I
Abstract.....	III
誌 謝.....	V
目 錄.....	VII
表目錄.....	XI
圖目錄.....	XXI
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 論文架構.....	6
第二章 SRIM 系統識別分析理論.....	9
2.1 前言.....	9
2.2 SRIM 系統識別理論.....	10
2.2.1 萃取 <b>A</b> 和 <b>C</b> 矩陣.....	14
2.2.2 萃取 <b>B</b> 和 <b>D</b> 矩陣.....	17
2.2.3 馬可夫參數之唯一性.....	20
2.2.4 萃取系統模態參數.....	21
2.3 地震作用下之結構狀態空間方程式.....	23
2.4 SRIM 之數值驗證.....	25
第三章 土木結構之 DLV 損傷探測分析.....	29
3.1 前言.....	29

3.2	DLV 損傷探測分析理論之回顧.....	30
3.3	系統柔度矩陣之建立.....	33
3.4	狀態空間 DLV 法之示範算例.....	42
3.5	基於系統識別結果之狀態空間 DLV 法.....	45
3.6	不足觀測條件下之結構損傷探測.....	49
3.6.1	根據特徵分析之結構損傷探測 .....	49
3.6.2	根據系統識別結果之結構損傷探測 .....	51
3.6.3	基於正交性之模態重建理論.....	52
第四章	DLV 於扭轉耦合結構之損傷探測分析.....	61
4.1	前言 .....	61
4.2	扭轉耦合結構之損傷探測分析.....	61
4.2.1	扭轉耦合剪力屋架單一樓層受損 .....	67
4.2.1.1	單根柱受損.....	67
4.2.1.2	多根柱呈對稱性受損.....	68
4.2.1.3	多根柱呈不對稱性受損.....	70
4.2.2	扭轉耦合剪力屋架複數樓層受損 .....	72
4.2.2.1	二樓及一樓各單根柱受損 .....	72
4.2.2.2	二樓及一樓各多根柱呈對稱性受損.....	73
4.2.2.3	二樓及一樓各多根柱呈不對稱性受損.....	75
4.2.3	基於常態分佈之破壞指標.....	79
4.2.3.1	扭轉耦合剪力屋架單一樓層受損 .....	79
4.2.3.2	扭轉耦合剪力屋架複數樓層受損.....	83
4.3	小結.....	88
第五章	基於地震反應監測資料之扭轉耦合結構損傷探測分析 .....	91

5.1 前言 .....	91
5.2 扭轉耦合結構之座標轉換.....	91
5.3 基於系統識別結果之扭轉耦合結構損傷探測分析 .....	93
5.3.1 扭轉耦合剪力屋架單一樓層受損 .....	94
5.3.1.1 單根柱受損.....	94
5.3.1.2 多根柱呈對稱性受損.....	95
5.3.1.3 多根柱呈不對稱性受損.....	96
5.3.2 扭轉耦合剪力屋架複數樓層受損 .....	98
5.3.2.1 二樓及一樓各單根柱受損 .....	98
5.3.2.2 二樓及一樓各多根柱呈對稱性受損.....	99
5.3.2.3 二樓及一樓各多根柱呈不對稱性受損 .....	102
5.4 小結 .....	104
第六章 結論與建議.....	107
6.1 結論.....	107
6.2 建議.....	109
參考文獻.....	111





## 表目錄

表 2.1 五層樓結構系統之結構參數與模態參數 .....	115
表 2.2(a) 五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 0\%$ ) .....	116
表 2.2(b) 五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 5\%$ ) .....	116
表 2.2(c) 五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 10\%$ ) .....	117
表 3.1 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	118
表 3.2 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	118
表 3.3 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	118
表 3.4 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(系統識別).....	119
表 3.5 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(系統識別).....	119
表 3.6 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(系統識別).....	119
表 3.7 Case.1 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態).....	120
表 3.8 Case.2 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、二、四及五樓； 受損 10%；未以正交性重建模態).....	120
表 3.9 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、三及五樓；受 損 10%；未以正交性重建模態).....	121
表 3.10 Case.4 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	121
表 3.11 Case.4' 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測二及四樓；受損 40%；未以正交性重建模態).....	122
表 3.12 Case.4 結構五樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測二及四 樓；五樓受損 10,40%；未以正交性重建模態).....	122

表 3.13 Case.1 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態).....	123
表 3.14 Case.2 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	123
表 3.15 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	124
表 3.16 Case.4 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	124
表 3.17 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態).....	125
表 3.18 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態).....	126
表 3.19 Case.3' 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 40%；以正交性重建模態).....	127
表 3.20 Case.3' 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 40%；以正交性重建模態).....	127
表 4.1(a) 二層樓扭轉耦合結構之物理參數(健康結構；特徵分析).....	128
表 4.1(b) 二層樓扭轉耦合結構之模態參數(健康結構；特徵分析).....	129
表 4.2 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.1：1F-C5 柱受損 10%).....	130
表 4.3 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.2：1F-C7 柱受損 10%).....	131
表 4.4 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.3：1F-C11 柱受損 10%).....	132

表 4.5 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.4：2F-C1 柱受損 10%).....	133
表 4.6 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.5：2F-C4 柱受損 10%).....	134
表 4.7 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.6：2F-C12 柱受損 10%).....	135
表 4.8(a) 單一樓層-1F 單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	136
表 4.8(b) 單一樓層-2F 單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	137
表 4.9 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.1：1F-C2,C8 柱受損 10%).....	138
表 4.10 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.2：1F-C4,C12 柱受損 10%).....	139
表 4.11 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.3：1F-C5,C11 柱受損 10%).....	140
表 4.12 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.4：2F-C2,C8 柱受損 10%).....	141
表 4.13 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.5：2F-C4,C12 柱受損 10%).....	142
表 4.14 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.6：2F-C5,C11 柱受損 10%).....	143
表 4.15(a) 單一樓層-1F 多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	144
表 4.15(b) 單一樓層-2F 多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	145

表 4.16	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.1：1F-C6,C7 柱受損 10%).....	146
表 4.17	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.2：1F-C6,C8 柱受損 10%).....	147
表 4.18	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.3：1F-C4,C7 柱受損 10%).....	148
表 4.19	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.4：2F-C6,C7 柱受損 10%).....	149
表 4.20	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.5：2F-C2,C4 柱受損 10%).....	150
表 4.21	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.6：2F-C2,C5 柱受損 10%).....	151
表 4.22(a)	單一樓層-1F 多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵 分析).....	152
表 4.22(b)	單一樓層-2F 多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵 分析).....	153
表 4.23	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層- 各單根柱受損；Case.1：2F-C1&1F-C1 柱受損 10%).....	154
表 4.24	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層- 各單根柱受損；Case.2：2F-C4&1F-C4 柱受損 10%).....	155
表 4.25	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層- 各單根柱受損；Case.3：2F-C12&1F-C12 柱受損 10%).....	156
表 4.26	二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層- 各單根柱受損；Case.4：2F-C12&1F-C4 柱受損 10%).....	157

表 4.27 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.5：2F-C11&1F-C5 柱受損 10%).....	158
表 4.28 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.6：2F-C4&1F-C6 柱受損 10%) .....	159
表 4.29(a) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	160
表 4.29(b) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	161
表 4.30 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12 柱受損 10%) .....	162
表 4.31 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 10%) .....	163
表 4.32 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9 柱受損 10%) .....	164
表 4.33 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；Case.4：2F-C4,C12&1F-C4,C12 柱受損 40%) .....	165
表 4.34 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 40%) .....	166
表 4.35 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；Case.6：2F-C4,C12&1F-C6,C9 柱受損 40%) .....	167



表 4.36(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析) .....	168
表 4.36(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析) .....	169
表 4.37 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析;複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損; Case.1: 2F-C3,C4&1F-C3,C4 柱受損 10%) .....	170
表 4.38 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析;複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損; Case.2: 2F-C2,C4&1F-C2,C4 柱受損 10%) .....	171
表 4.39 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析;複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損; Case.3: 2F-C4,C11&1F-C4,C11 柱受損 10%) .....	172
表 4.40 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析;複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損; Case.4: 2F-C11,C12&1F-C3,C4 柱受損 10%) .....	173
表 4.41 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析;複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損; Case.5: 2F-C6,C8&1F-C2,C4 柱受損 10%) .....	174
表 4.42 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(特徵分析;複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損; Case.6: 2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 10%) .....	175
表 4.43(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析) .....	176

表 4.43(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	177
表 4.44 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.2 及 Case.5 二次偵測分析結果(特徵分析).....	178
表 4.45 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 及 Case.6' 放大柱受損程度分析結果(特徵分析).....	179
表 4.46(a) 單一樓層-1F 單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	180
表 4.46(b) 單一樓層-2F 單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	181
表 4.47(a) 單一樓層-1F 多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	182
表 4.47(b) 單一樓層-2F 多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	183
表 4.48(a) 單一樓層-1F 多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	184
表 4.48(b) 單一樓層-2F 多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	185
表 4.49(a) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	186
表 4.49(b) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	187
表 4.50(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；受損 10%).....	188
表 4.50(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；受損 40%).....	189
表 4.51(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	190

表 4.51(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	191
表 4.52 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.2 及 Case.5 二次偵測分析結果(特徵分析).....	192
表 4.53 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 及 Case.6' 放大柱受損程度分析結果(特徵分析).....	193
表 5.1(a) 二層樓扭轉耦合結構之物理參數(健康結構；系統識別).....	194
表 5.1(b) 二層樓扭轉耦合結構之模態參數(健康結構；系統識別).....	195
表 5.2 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-單根柱受損；Case.1：1F-C5 柱受損 10%).....	196
表 5.3 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-單根柱受損；Case.2：1F-C7 柱受損 10%).....	197
表 5.4 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-單根柱受損；Case.3：2F-C4 柱受損 10%).....	198
表 5.5 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別).....	199
表 5.6 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.1：1F-C5,C11 柱受損 10%).....	200
表 5.7 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.2：1F-C4,C12 柱受損 10%).....	201
表 5.8 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.3：2F-C4,C12 柱受損 10%).....	202
表 5.9 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別)	203
表 5.10 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；Case.1：2F-C6,C7 柱受損 10%).....	204



表 5.11 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.2：2F-C2,C4 柱受損 10%).....	205
表 5.12 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；單一樓層- 多根柱呈不對稱性受損；Case.3：1F-C4,C7 柱受損 10%).....	206
表 5.13 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別) .....	207
表 5.14 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層- 各單根柱受損；Case.1：2F-C4&1F-C4 柱受損 10%).....	208
表 5.15 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層- 各單根柱受損；Case.2：2F-C11&1F-C5 柱受損 10%).....	209
表 5.16 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層- 各單根柱受損；Case.3：2F-C4&1F-C6 柱受損 10%).....	210
表 5.17 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別).....	211
表 5.18 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層- 各多根柱呈對稱性受損；Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12 柱受損 10%) .....	212
表 5.19 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層- 各多根柱呈對稱性受損；Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 10%) .....	213
表 5.20 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層- 各多根柱呈對稱性受損；Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9 柱受損 10%) .....	214
表 5.21 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識 別；受損 10%).....	215

表 5.22 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別；受損 40%).....	216
表 5.23 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；Case.1:2F-C11,C12&1F-C3,C4 柱受損 10%).....	217
表 5.24 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數(系統識別；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4 柱受損 10%).....	218
表 5.25 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數 (系統識別；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；Case.3:2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 10%).....	219
表 5.26 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別).....	220
表 5.27 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.2 二次偵測分析結果(系統識別).....	222
表 5.28 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 放大柱受損程度分析結果(系統識別).....	223

## 圖目錄

圖 2.1 奇異值分解之幾何概念.....	224
圖 2.2 El Centro 南北向地震波加速度歷時圖( PGA 值調整到 0.1g ) .....	224
圖 2.3 不同噪訊比之各樓層絕對加速度歷時圖 .....	225
圖 2.4 不同噪訊比所識別之模態振形比較.....	226
圖 3.1 受損定位向量與結構示意圖.....	227
圖 3.2 狀態空間 DLV 法之分析流程圖.....	228
圖 3.4 破壞定位向量加載於三層樓結構之示意圖 .....	229
圖 3.5 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	230
圖 3.6 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	231
圖 3.7 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析).....	232
圖 3.8(a) 未受損結構之各樓層位移反應歷時(input : El Centro 南北向地震 波, PGA = 0.1g) .....	233
圖 3.8(b) 未受損結構之各樓層速度反應歷時(input : El Centro 南北向地震 波, PGA = 0.1g ) .....	234
圖 3.8(c) 未受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時(input : El Centro 南北 向地震波, PGA = 0.1g ) .....	235
圖 3.9(a) 一樓受損結構之各樓層位移反應歷時(input : El Centro 南北向地 震波, PGA = 0.1g ) .....	236
圖 3.9(b) 一樓受損結構之各樓層速度反應歷時(input : El Centro 南北向地 震波, PGA = 0.1g ) .....	237
圖 3.9(c) 一樓受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時(input : El Centro 南 北向地震波, PGA = 0.1g ) .....	238

圖 3.10(a) 二樓受損結構之各樓層位移反應歷時(input : El Centro 南北向地震波，PGA = 0.1g ) .....	239
圖 3.10(b) 二樓受損結構之各樓層速度反應歷時(input : El Centro 南北向地震波，PGA = 0.1g ) .....	240
圖 3.10(c) 二樓受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時(input : El Centro 南北向地震波，PGA = 0.1g ) .....	241
圖 3.11(a) 三樓受損結構之各樓層位移反應歷時(input : El Centro 南北向地震波，PGA = 0.1g ) .....	242
圖 3.11(b) 三樓受損結構之各樓層速度反應歷時(input : El Centro 南北向地震波，PGA = 0.1g ) .....	243
圖 3.11(c) 三樓受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時(input : El Centro 南北向地震波，PGA = 0.1g ) .....	244
圖 3.12 一樓受損之結構損傷偵測分析結果(系統識別).....	245
圖 3.13 二樓受損之結構損傷偵測分析結果(系統識別).....	246
圖 3.14 三樓受損之結構損傷偵測分析結果(系統識別).....	247
圖 3.15 Case.1 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態).....	248
圖 3.16 Case.2 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	249
圖 3.17 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	250
圖 3.18 Case.4 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	251
圖 3.19 Case.4' 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測二及四樓；受損	

40%；未以正交性重建模態).....	252
圖 3.20 Case.4 結構五樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測二及四樓；五樓受損 10,40%；未以正交性重建模態).....	253
圖 3.21 Case.1 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態).....	254
圖 3.22 Case.2 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	255
圖 3.23 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	256
圖 3.24 Case.4 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態).....	257
圖 3.25 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態).....	258
圖 3.26 Case.3 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態).....	259
圖 3.27 Case.3' 之結構損傷偵測分析結果(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 40%；以正交性重建模態).....	260
圖 3.28 Case.3' 之結構損傷偵測分析結果(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 40%以正交性重建模態).....	261
圖 3.29(a) 第一組解之模態振形圖 .....	262
圖 3.29(b) 第二組解之模態振形圖 .....	262
圖 4.1 兩層樓三維扭轉耦合剪力屋架 ETABS 模型示意圖 .....	263
圖 4.2 兩層樓三維扭轉耦合剪力屋架之結構分析模型 .....	263
圖 4.3 扭轉耦合剪力屋架各樓層之物理模型.....	264

圖 4.4	第一層樓板相對於第一層結構柱桿件之自由體圖 .....	264
圖 4.5	第一層樓板相對於第二層結構柱桿件之自由體圖 .....	264
圖 4.6	第二層樓板相對於第二層結構柱桿件之自由體圖 .....	265
圖 4.7	各樓層柱桿件之平面配置圖.....	265
圖 4.8(a)	單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.1： 1F-C5 柱受損 10%).....	266
圖 4.8(b)	單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.2： 1F-C7 柱受損 10%).....	266
圖 4.8(c)	單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.3： 1F-C11 柱受損 10%).....	267
圖 4.8(d)	單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.4： 2F-C1 柱受損 10%).....	267
圖 4.8(e)	單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.5： 2F-C4 柱受損 10%).....	268
圖 4.8(f)	單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.6： 2F-C12 柱受損 10%).....	268
圖 4.9(a)	單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.1：1F-C2,C8 柱受損 10%).....	269
圖 4.9(b)	單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.2：1F-C4,C12 柱受損 10%).....	269
圖 4.9(c)	單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.3：1F-C5,C11 柱受損 10%).....	270
圖 4.9(d)	單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.4：2F-C2,C8 柱受損 10%).....	270



圖 4.9(e) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.5：2F-C4,C12 柱受損 10%).....	271
圖 4.9(f) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.6：2F-C5,C11 柱受損 10%).....	271
圖 4.10(a) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.1：1F-C6,C7 柱受損 10%).....	272
圖 4.10(b) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.2：1F-C6,C8 柱受損 10%).....	272
圖 4.10(c) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.3：1F-C4,C7 柱受損 10%).....	273
圖 4.10(d) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.4：2F-C6,C7 柱受損 10%).....	273
圖 4.10(e) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.5：2F-C2,C4 柱受損 10%).....	274
圖 4.10(f) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.6：2F-C2,C5 柱受損 10%).....	274
圖 4.11(a) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.1：2F-C1&1F-C1 柱受損 10%).....	275
圖 4.11(b) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.2：2F-C4&1F-C4 柱受損 10%).....	275
圖 4.11(c) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.3：2F-C12&1F-C12 柱受損 10%).....	276
圖 4.11(d) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.4：2F-C12&1F-C4 柱受損 10%).....	276

圖 4.11(e) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.5：2F-C11&1F-C5 柱受損 10%).....	277
圖 4.11(f) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析； Case.6：2F-C4&1F-C6 柱受損 10%).....	277
圖 4.12(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12 柱受損 10%).....	278
圖 4.12(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 10%).....	278
圖 4.12(c) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9 柱受損 10%).....	279
圖 4.12(d) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.4：2F-C4,C12&1F-C4,C12 柱受損 40%).....	279
圖 4.12(e) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 40%).....	280
圖 4.12(e) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分 析；Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 40%).....	280
圖 4.13(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵 分析；Case.1：2F-C3,C4&1F-C3,C4 柱受損 10%).....	281
圖 4.13(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵 分析；Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4 柱受損 10%).....	281
圖 4.13(c) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵 分析；Case.3：2F-C4,C11&1F-C4,C11 柱受損 10%).....	282
圖 4.13(d) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵 分析；Case.4：2F-C11,C12&1F-C3,C4 柱受損 10%).....	282



圖 4.13(e) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4 柱受損 10%).....	283
圖 4.13(f) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析；Case.6：2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 10%).....	283
圖 4.14(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.2 二次偵測分析結果(特徵分析；Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4 柱受損 10%).....	284
圖 4.14(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.5 二次偵測分析結果(特徵分析；Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4 柱受損 10%).....	284
圖 4.15(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 放大柱受損程度分析結果(特徵分析；Case.3'：2F-C4,C11&1F-C4,C11 柱受損 40%).....	285
圖 4.15(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.6' 放大柱受損程度分析結果(特徵分析；Case.6'：2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 40%).....	285
圖 5.1(a) El Centro- $x$ 向(東西向)地震波加速度歷時圖.....	286
圖 5.1(b) El Centro- $y$ 向(南北向)地震波加速度歷時圖.....	286
圖 5.2 各樓層感應器安裝示意圖.....	282
圖 5.3(a) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別；Case.1：1F-C5 柱受損 10%).....	287
圖 5.3(b) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別；Case.2：1F-C7 柱受損 10%).....	287
圖 5.3(c) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別；Case.3：2F-C4 柱受損 10%).....	288
圖 5.4(a) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別；	

Case.1 : 1F-C5,C11 柱受損 10%) .....	288
圖 5.4(b) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.2 : 1F-C4,C12 柱受損 10%) .....	289
圖 5.4(c) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.3 : 2F-C4,C12 柱受損 10%) .....	289
圖 5.5(a) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.1 : 2F-C6,C7 柱受損 10%) .....	290
圖 5.5(b) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.2 : 2F-C2,C4 柱受損 10%) .....	290
圖 5.5(c) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.3 : 1F-C4,C7 柱受損 10%) .....	291
圖 5.6(a) 複數樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.1 : 2F-C4&1F-C4 柱受損 10%) .....	291
圖 5.6(b) 複數樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.2 : 2F-C11&1F-C5 柱受損 10%) .....	292
圖 5.6(c) 複數樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.3 : 2F-C4&1F-C6 柱受損 10%) .....	292
圖 5.7(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.1 : 2F-C1,C12&1F-C1,C12 柱受損 10%) .....	293
圖 5.7(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.2 : 2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 10%) .....	293
圖 5.7(c) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別 ; Case.3 : 2F-C4,C12&1F-C6,C9 柱受損 10%) .....	294
圖 5.8(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識	

別； Case.1'：2F-C1,C12&1F-C1,C12 柱受損 40%).....	294
圖 5.8(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識 別； Case.2'：2F-C4,C12&1F-C2,C8 柱受損 40%) .....	295
圖 5.8(c) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識 別； Case.3'：2F-C4,C12&1F-C6,C9 柱受損 40%) .....	295
圖 5.9(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識 別； Case.1：2F-C11,C12&1F-C3,C4 柱受損 10%) .....	296
圖 5.9(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識 別； Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4 柱受損 10%) .....	296
圖 5.9(c) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識 別； Case.3：2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 10%) .....	297
圖 5.10 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.2 二次偵測分析結果 (系統識別； Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4 柱受損 10%).....	297
圖 5.11 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 放大柱受損程度分析 結果(系統識別； Case.3'：2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 40%).....	298



# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與目的

地震自古以來即為重大自然災害之一，近年來發生於亞洲地區的災難性強震頻傳，如日本東北大地震（2011）、紐西蘭基督城地震（2011）、中國汶川大地震（2008）、台灣集集地震（1999）...等，皆造成嚴重的人員傷亡與經濟財產的重大損失。由於台灣地處環太平洋地震帶，位於歐亞板塊和菲律賓海板塊之間，屬於新褶曲山脈，島內地震活動十分頻繁，故於震後如何快速有效且準確偵測建築物是否受損，進而定位出受損位置以利後續之修復與補強，乃維持結構健全性之關鍵。

有鑑於此，結構健康診斷（structural health monitoring；簡稱 SHM）遂為近年來土木工程領域中相當重要的研究課題之一【1~5】。結構健康診斷之主要概念與人體健康檢查的想法相似，藉由裝設在建築物中的儀器監測其是否遭受損害，並及時予以維修及補強，期有助於降低災害發生的機率。結構健康診斷分析技術之研究熱潮始於 1980 年代中期，肇因於航太工程（aerospace engineering）、轉動機械設備（rotating machinery）、外海鑽油平台及土木基礎建設（如橋梁結構）等四大領域之迫切需求【6】。相較於其他領域，土木工程結構系統更為龐大，因此相關技術之應用發展更具挑戰性。

欲實現結構健康診斷分析，須輔以動態試驗、動態監測、系統識別及損傷探測等技術【7】，並搭配合適之健康診斷指標作為評估依據，方有成功機會。在動態試驗方面，因建築結構規模龐大，人為敲擊或激振測試因輸入的能量有限，鮮能有效激發結構主要模態之反應。地震是大自然提供結構動態反應最有效的足尺試驗，它所提供的擾動能量遠超過任何人為測

試方法，足以將結構動態行為激發出來，乃結構系統識別分析最可靠的資料來源，本研究將以震測資料為分析的基礎；在動態反應監測方面，由於加速度的量測不需參考點，且加速規的體積小、質量輕、成本低，因此比位移及速度等物理量更適合作為監測對象；在系統識別方面，應儘可能選擇所需資料最少、直接應用量測訊號（不必再經數值微分或積分等加工），且具強健性（robustness）的方法；在損傷探測方面，則須選擇對結構的損傷有高度敏感性，不需仰賴高頻模態資訊（因不易被激發），且能由全域反應（global responses）定位出局部破壞（local damages）的方法。本研究將整合能夠滿足前述要件之方法，發展具備嚴謹之理論基礎與實用價值之結構損傷探測技術。

綜上所述，結構損傷探測分析的技術門檻頗高，其中之關鍵在於成熟的系統識別方法以及靈敏的損傷探測方法。本研究將採用具有嚴謹學理基礎的結構損傷探測分析方法，結合成熟之系統識別技術，發展具實務應用價值的土木結構損傷探測技術。

## 1.2 文獻回顧

系統識別分析為結構健康診斷分析的基礎工作，乃藉由結構動態反應推估出足以忠實反映結構系統之特性參數，以建立更具代表真實結構系統之物理模型。系統識別技術之發展，長久以來即為國內外學術及工程界所重視的研究課題，也有豐碩之研究成果。

系統識別方法通常可依其對系統描述之型式，區分為參數識別法與非參數識別法等兩大類。參數識別法係指以具有物理意義之參數系統（如質量、勁度及阻尼係數等）為識別對象，又包括時域與頻域分析法。非參數



識別則不以物理參數為直接識別目標，而由系統輸出與輸入資料之遞迴時序關係或訊息矩陣建立數學模型，從而識別出最佳擬合之系統參數，如回歸係數 (ARX)，或系統矩陣、狀態輸出影響矩陣及輸入影響矩陣等狀態系統參數 (SRIM)，再由這些資訊進一步萃取出系統之模態參數 (如頻率、阻尼比及模態)。

Masri 等人【8,9】利用速度與位移做為變數，以 Chebyshev 多項式組成之二維正交函數進行非線性結構系統識別。Iemura【10】採用推廣卡氏過濾器 (Extended Kalman's Filter)，以雙線性遲滯模型 (Bi-linear Hysteretic Model) 針對一九層樓 RC 結構進行識別。王淑娟【11】亦藉由推廣卡氏過濾器，以實測之強震反應資料識別台電大樓之結構特性，考慮了包括單一輸入-單一輸出 (SISO) 與雙向輸入-單一輸出兩種識別模式，探討模態參數之識別，並從中探討結構耦合之效應。惟上述方法須提供速度及位移之量測訊號，或對分析模型進行必要之假設，因此於實際工程應用上有其侷限性。

由 Kolmogorov【12】、Wiener【13】、Kalman【14】、以及 Kalman 與 Bucy【15】等人所發展之推測-適應過濾法 (stochastic adaptive filtering method)，係根據適應過濾 (adaptive filtering) 與預測近似 (stochastic approximation) 之觀念推導而得。這個方法整合了非參數識別與參數識別的內涵，先於時間域中建立系統輸入與輸出間的遞迴時序關係 (recursive time sequence, 如 ARX、ARMA 或 ARMAX 等)，由預測誤差之遞迴最小平方準則求出每一瞬態之最佳系統模型參數，進而其中求出結構之頻率、阻尼比與傳遞函數等。惟此法於較複雜的結構模型識別結果並不理想，且其精確性仍會受到雜訊的影響【16】，因此在實務應用上仍有其侷限性。

Juang【17】於 1997 年提出信息矩陣之系統辨識理論 (system realization

using information matrix；簡稱 SRIM)，係由輸出與輸入資料之間的相關性（correlation），利用奇異值分解（singular value decomposition）萃取出系統之狀態空間參數，可於識別分析中求得結構之頻率、阻尼比及模態等動力特性參數，並可針對多重輸入-多重輸出（MIMO）系統進行分析，較適用於複雜的結構模型（如扭轉耦合結構）。國內部分學者已成功將其應用於系統識別土木結構上，簡劭純【16】以六層樓對稱鋼結構及三層樓不對稱鋼結構（扭轉耦合結構）進行振動台實驗，並應用中央百世大樓之實際量測資料作 SRIM 識別分析。呂明威【18】以中興大學土木環工大樓（扭轉耦合結構）實測地震紀錄，應用 SRIM 識別方法識別其模態參數，並以層間勁度折減比例作為損壞評估指標。因此，本研究將以 SRIM 作為識別法，並搭配實用性較高的加速度訊號進行系統識別分析。

結構損傷探測方法通常係藉由評估系統破壞前、後參數之變化（如自然頻率、模態或勁度矩陣、柔度矩陣等），作為結構損傷的判斷依據。D.J Ewins【19】提出以結構動力學結合動態特徵試驗及系統識別分析等技術，並定義出多項模態指標，作為工程應用上分析結構損害之依據。吳昱廷【20】利用小波分析理論識別出結構物的勁度，進而求得結構模態，並以其模態、勁度、模態應變能及韌性係數（ductility coefficient）等，作為評估結構受到地震後之受損程度。羅振剛【21】應用希伯特-黃轉換邊際譜作為結構損壞之判斷方法，藉由比對結構損壞前後 HHT 邊際譜之相對變化判斷出損傷位置，並以縮尺剪力屋架結構驗證其可行性。楊淳皓【22】發展扭轉耦合結構之層間損壞指標，並結合 SRIM 系統識別法，以標竿結構之振動台試驗紀錄及台東消防分隊大樓之強震紀錄，驗證其實用性。惟，扭轉耦合結構之受損情況，通常是集中發生於變位較大的柱桿件上【23】，因此若能定位出受損樓層中之損壞柱桿件，方更具實務應用價值。



直覺上，結構之勁度矩陣應該是與結構受損最直接相關的物理參數，不過以勁度矩陣為基礎之結構損傷探測方法，都須先建立未受損結構的精確解析模型 (analytical model) 以資比較。惟就實務面而言，建立精確的結構解析模型本身就難以達成；此外，結構勁度矩陣的組成中，高頻模態的貢獻度相當大，然而高頻反應不易由量測之振動反應中萃取出來，間接影響勁度矩陣識別結果之精確性。相對而言，柔度矩陣主要係由低頻模態所貢獻，對於結構高階模態較不敏感，因而較容易識別出來。因此，以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法具備極佳的發展潛力。Zhao 與 DeWolf 【24】以多自由度彈簧質塊系統進行損傷偵測分析，提出柔度矩陣對於結構之破壞較自然頻率或模態敏感，更適合作為損傷探測之物理參數。且由於柔度矩陣對於結構高階模態較不靈敏，因此利用柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法，相較之下更具有發展潛力。Hoyos 和 Akta 【25】根據結構自然頻率及模態建立模態柔度 (modal flexibilities)，發展出以結構柔度矩陣作為損傷偵測分析之方法。Pandey 和 Biswas 【26】則利用結構受損前後之柔度矩陣變化 (changes in the flexibility) 作為損壞評估指標，並以鋼梁與平面桁架結構試驗驗證其可行性。

Bernal 【27】於 2002 年提出損傷定位向量法 (Method of Damage Locating Vectors, 簡稱 DLV 法)，其主要概念係以結構受損前後之柔度差異矩陣為基礎，應用奇異值分解求得某特定形式之荷載向量，將其加載於未受損結構上，藉由應力分析識別出應力 (或內力) 為零的元素，即視為可能受損之元素，凡滿足此荷載向量者，則稱之為破壞定位向量。Bernal 將此方法成功應用於平面桁架結構【27】及平板的損壞偵測上【28】，DLV 法自此成為結構損傷探測研究之主流。

Duan et. al.【29,30】將 DLV 法應用於偵測多自由度彈簧質塊系統及桁架結構，並探討分析所考量之模態數量對於分析結果的影響。林裕家【31】以 DLV 法進行數值模型及實尺寸三層樓結構的全域性損害偵測，均可成功識別出損害位置。涂哲維【32】亦以 DLV 法進行數值模擬及振動台試驗，並針對平面抗彎構架系統的損傷問題進行探討，進一步驗證其應用於抗彎構架系統之可行性。陳逸軒【7】探討 DLV 法在不足觀測的條件下，結合 ARX 系統識別方法，藉由模態向量間之正交特性重建出結構柔度矩陣，並以數值範例及振動台試驗進行驗證。惟上述研究在建立柔度矩陣時均須估算系統之質量矩陣，易衍生誤差，且由 ARX 識別出來的傳遞矩陣所建立之各模態向量正交性不佳，因此也影響 DLV 損傷探測結果之精確性。為克服前述問題，Bernal 於 2006 年改良其 DLV 法【33】，提出於狀態空間 (State-Space) 模型中建立結構柔度矩陣，並以此為基礎發展出新的結構損傷探測方法，本文稱之為狀態空間 DLV 法，可由識別得到之等效系統參數直接進行損傷探測分析，有助於減少建立柔度矩陣過程中，因為質量矩陣及模態向量不準確所造成之誤差，故更具實務應用價值。

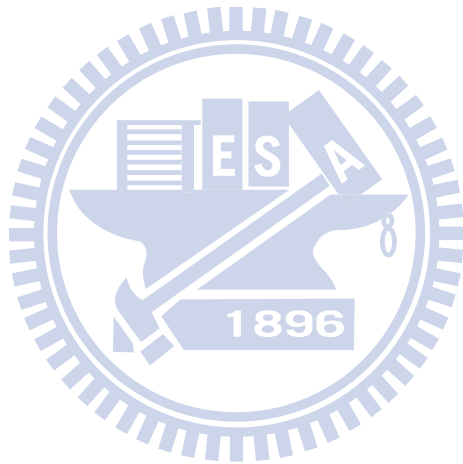
上述關於 DLV 法之結構損傷探測研究均未應用於扭轉耦合結構上，且相較於肉眼即可判斷的嚴重受損程度，輕微受損程度的損傷探測更是吾人所關注的課題。因此，本研究將以狀態空間 DLV 法作為結構損傷探測方法，結合 SRIM 系統識別法，針對扭轉耦合結構柱桿件損傷之狀況進行探討，並考慮微小損傷的條件進行其敏感性研究。

### 1.3 論文架構

本文總共分為六章，各章之內容分別為：第一章為緒論，包含研究動

機與目的、文獻回顧及論文架構。第二章為 SRIM 系統識別分析理論，介紹本文所使用之系統識別方法。第三章為土木結構之 DLV 損傷探測分析，回顧 DLV 損傷探測分析理論，及推導由狀態空間模型建立結構之柔度矩陣之方法，並以二維對稱剪力屋架說明其應用，以及結合 SRIM 系統識別進行損傷探測分析，與探討不足觀測條件下之結構損傷探測。第四章為扭轉耦合結構之 DLV 結構損傷探測分析，探討三維扭轉耦合剪力屋架在單一樓層與複數樓層中單根或多根柱桿件受損之損傷探測分析。第五章為基於地震反應監測資料之結構損傷探測分析，將以結構系統受地震力作用下之動態反應資料為基礎，結合系統識別與結構健康診斷分析，以驗證 DLV 結構損傷探測方法於實務應用之可行性。第六章為本文之總結，以及後續研究方向之建議。





## 第二章 SRIM 系統識別分析理論

### 2.1 前言

台灣位於歐亞板塊和菲律賓海板塊之間，地殼活動頻繁。由於數位記錄與電子科技之迅速發展，於建築結構上裝設感應器監測其動態行為已非難事。吾人可善用此地理條件，利用實際量測到之結構地震反應與地表加速度，由系統識別分析推算出結構的模態參數（如自然頻率、阻尼比及模態等），進而重建結構系統的物理參數（如質量、勁度及阻尼係數等），作為結構健康監測之依據。

Juang【17】於 1997 年提出信息矩陣之系統辨識理論 (system realization using information matrix；簡稱 SRIM)。此一方法係利用資料之相關性 (data correlation)，由輸出與輸入資料在離散時間狀態空間模型之架構下，以可觀測矩陣 (observability matrix) 與 Toeplitz 矩陣決定結構系統之狀態空間參數 (A、B、C 與 D)，進而推算系統之模態參數，並用於後續之結構損傷探測分析。

本章將詳細說明如何以 SRIM 求得離散時間系統之系統矩陣與狀態輸出影響矩陣，進而萃取出系統頻率、阻尼比與模態等模態參數，並推導基於地震反應下，以絕對加速度反應為觀測物理量之輸出系統。最後，根據數值模擬一棟五層樓剪力屋架結構系統之動態反應，進行驗證 SRIM 系統識別法，以及分析討論不同干擾程度之量測噪音對於識別結果的影響。

## 2.2 SRIM 系統識別理論

考慮結構系統受外力擾動下， $n$  個自由度之位形空間運動方程式，以二階常微分系統方程式表示為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}\mathbf{u}(t) \quad (2.1)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{\Xi}$  及  $\mathbf{K}$  分別為  $R^{n \times n}$  之質量、阻尼及勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與  $\mathbf{x}(t)$  分別為  $R^{n \times 1}$  之結構位移、速度與加速度向量； $\mathbf{u}(t) \in R^{r \times 1}$  為外力向量， $r$  為輸入外力之數量； $\mathbf{E} \in R^{n \times r}$  為外力配置矩陣，其矩陣元素取決於外力之型式與分佈。

式(2.1)可改寫為狀態空間方程式如下：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (2.2)$$

若定義狀態向量

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

則式(2.2)可改寫成：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (2.4)$$

其中，

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$\mathbf{z}(t) \in R^{2n \times 1}$  為連續時間之狀態向量； $\mathbf{A}_c \in R^{2n \times 2n}$  為連續時間之系統矩陣；

$\mathbf{B}_c \in R^{2n \times r}$  為連續時間之輸入影響矩陣。

若系統之動態反應可由  $m$  組感應器量測而得（如位移計、速度計、加速規等），則輸出向量  $\mathbf{y}(t)$  可表示如下【34】：

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_D \mathbf{x}(t) + \mathbf{C}_V \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_A \ddot{\mathbf{x}}(t) \quad (2.6)$$

其中， $\mathbf{C}_D$ 、 $\mathbf{C}_V$  與  $\mathbf{C}_A$  分別為  $R^{m \times n}$  之位移、速度與加速度輸出影響矩陣。由式(2.1)求解  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  並代入式(2.6)可得：

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_D - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & \mathbf{C}_V - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{u}(t) \quad (2.7)$$

或

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{z}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \quad (2.8)$$

其中，

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_D - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \quad \mathbf{C}_V - \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Xi}], \quad \mathbf{D} = \mathbf{C}_A \mathbf{M}^{-1} \mathbf{E} \quad (2.9)$$

$\mathbf{y}(t) \in R^{m \times 1}$  為輸出向量； $\mathbf{C} \in R^{m \times 2n}$  為狀態輸出影響矩陣； $\mathbf{D} \in R^{m \times r}$  為直接傳輸矩陣。

由於量測資料為離散之型式，故須將連續時間之狀態空間方程式推展為離散時間之型式。令  $k = k\Delta t$  ( $\Delta t$  為取樣週期)，其離散時間之狀態空間方程式可表示成【34】：

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{z}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (2.11)$$

其中， $\mathbf{z}(k) \in R^{2n \times 1}$  為離散時間之狀態向量； $\mathbf{u}(k) \in R^{r \times 1}$  為外力輸入向量； $\mathbf{y}(k) \in R^{m \times 1}$  為感應器輸出向量； $\mathbf{A} \in R^{2n \times 2n}$  為離散時間之系統矩陣； $\mathbf{B} \in R^{2n \times r}$  為離散時間之輸入影響矩陣。若取樣頻率高於最大等效阻尼自然頻率之兩倍，則連續時間系統與離散時間系統式，兩者可相互轉換【35】：

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_c \Delta t}, \quad \mathbf{A}_c = \frac{\ln(\mathbf{A})}{\Delta t} \quad (2.12a)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}_c^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})\mathbf{B}_c, \quad \mathbf{B}_c = (\mathbf{A} - \mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}_c\mathbf{B} \quad (2.12b)$$

將式(2.11)疊代1~ $p$ 次，並不斷代入式(2.10)，可將系統擴大為：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) \\ \mathbf{y}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k+p-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix} \mathbf{z}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & & & & \\ \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & & \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \mathbf{CA}^{p-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-3}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-4}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+p-1) \end{bmatrix} \quad (2.13a)$$

或

$$\mathbf{y}_p(k) = \mathbf{O}_p \mathbf{z}(k) + \mathbf{T}_p \mathbf{u}_p(k) \quad (2.13b)$$

其中，



$$\mathbf{y}_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) \\ \mathbf{y}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k+p-1) \end{bmatrix} \in R^{mp \times 1}, \quad \mathbf{u}_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+p-1) \end{bmatrix} \in R^{rp \times 1} \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{O}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & & & & \\ \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & & \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \mathbf{D} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \mathbf{CA}^{p-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-3}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{p-4}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (2.14b)$$

$\mathbf{O}_p \in R^{mp \times 2n}$  為可觀測性矩陣 (observability matrix)； $\mathbf{T}_p \in R^{mp \times rp}$  為 Toeplitz 矩陣，由馬可夫參數 (Markov parameters) 組成； $p$  為整數，其最小值與  $\mathbf{A}$  矩陣之維度有關，將於 2.2.1 小節 (計算  $\mathbf{A}$  矩陣) 中作說明。

觀察  $\mathbf{O}_p$  矩陣，可知求取模態參數所需之  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣即隱含於其中，此乃萃取  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣之來源。再將式(2.13b)由時間  $k$  逐步時序推移至  $k+N-1$  ( $N$  為資料長度減  $p$ )，並予合併得擴大之型式如下：

$$\mathbf{Y}_p(k) = \mathbf{O}_p \mathbf{Z}(k) + \mathbf{T}_p \mathbf{U}_p(k) \quad (2.15)$$

其中，

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_p(k) &= [\mathbf{y}_p(k) \quad \mathbf{y}_p(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{y}_p(k+N-1)] \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k) & \mathbf{y}(k+1) & \cdots & \mathbf{y}(k+N-1) \\ \mathbf{y}(k+1) & \mathbf{y}(k+2) & \cdots & \mathbf{y}(k+N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}(k+p-1) & \mathbf{y}(k+p) & \cdots & \mathbf{y}(k+p+N-2) \end{bmatrix} \in R^{mp \times N} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{U}_p(k) = [\mathbf{u}_p(k) \quad \mathbf{u}_p(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{u}_p(k+N-1)]$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) & \mathbf{u}(k+1) & \cdots & \mathbf{u}(k+N-1) \\ \mathbf{u}(k+1) & \mathbf{u}(k+2) & \cdots & \mathbf{u}(k+N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{u}(k+p-1) & \mathbf{u}(k+p) & \cdots & \mathbf{u}(k+p+N-2) \end{bmatrix} \in R^{rp \times N}$$

$$\mathbf{Z}(k) = [\mathbf{z}(k) \quad \mathbf{z}(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{z}(k+N-1)] \in R^{2n \times N}$$

由於  $\mathbf{Y}_p(k)$  與  $\mathbf{U}_p(k)$  皆由已知的輸出與輸入量測資料組成，可藉由兩者之相關性可求得  $\mathbf{O}_p$  矩陣，其自相關（autocorrelation）與互相關（cross-correlation）矩陣定義如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{yy} &= (1/N) \mathbf{Y}_p(k) \mathbf{Y}_p^T(k) & \mathbf{R}_{yu} &= (1/N) \mathbf{Y}_p(k) \mathbf{U}_p^T(k) \\ \mathbf{R}_{uu} &= (1/N) \mathbf{U}_p(k) \mathbf{U}_p^T(k) & \mathbf{R}_{yz} &= (1/N) \mathbf{Y}_p(k) \mathbf{Z}^T(k) \\ \mathbf{R}_{zz} &= (1/N) \mathbf{Z}(k) \mathbf{Z}^T(k) & \mathbf{R}_{zu} &= (1/N) \mathbf{Z}(k) \mathbf{U}_p^T(k) \end{aligned} \quad (2.17)$$

其中，對稱矩陣  $\mathbf{R}_{yy} \in R^{mp \times mp}$ 、 $\mathbf{R}_{uu} \in R^{rp \times rp}$  與  $\mathbf{R}_{zz} \in R^{2n \times 2n}$  分別為輸出觀測矩陣  $\mathbf{Y}_p(k)$ 、輸入矩陣  $\mathbf{U}_p(k)$  及未知狀態矩陣  $\mathbf{Z}(k)$  的自相關矩陣；矩陣  $\mathbf{R}_{yu} \in R^{mp \times rp}$ 、 $\mathbf{R}_{yz} \in R^{mp \times 2n}$  與  $\mathbf{R}_{zu} \in R^{2n \times rp}$  分別為輸出觀測矩陣  $\mathbf{Y}_p(k)$  對於輸入矩陣  $\mathbf{U}_p(k)$ 、輸出觀測矩陣  $\mathbf{Y}_p(k)$  對於未知狀態矩陣  $\mathbf{Z}(k)$  矩陣及未知狀態矩陣  $\mathbf{Z}(k)$  矩陣對於輸入矩陣  $\mathbf{U}_p(k)$  矩陣的互相關矩陣。

### 2.2.1 萃取 A 和 C 矩陣

由式(2.15)左右兩邊乘上  $(1/N) \mathbf{U}_p^T(k)$  可得：

$$\mathbf{R}_{yu} = \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zu} + \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{uu} \quad (2.18)$$

若  $\mathbf{R}_{uu}^{-1}$  為非奇異矩陣，則由式(2.18)可得：

$$\mathbf{T}_p = [\mathbf{R}_{yu} - \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zu}] \mathbf{R}_{uu}^{-1} \quad (2.19)$$

同樣地，於式(2.15)左右兩邊乘上  $(1/N)\mathbf{Y}_p^T(k)$  可得：

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{yz}^T + \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{yu}^T \quad (2.20)$$

又於式(2.15)左右兩邊乘上  $(1/N)\mathbf{Z}^T(k)$  可得：

$$\mathbf{R}_{yz} = \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zz} + \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{zu}^T \quad (2.21)$$

再將式(2.19)之  $\mathbf{T}_p$  代入式(2.20)與式(2.21)移項整理後可得：

$$\mathbf{R}_{yy} - \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{yu}^T = \mathbf{O}_p (\mathbf{R}_{zz} - \mathbf{R}_{zu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{zu}^T) \mathbf{O}_p^T \quad (2.22)$$

茲定義  $\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{R}_{yy} - \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{yu}^T$ ， $\tilde{\mathbf{R}}_{zz} = \mathbf{R}_{zz} - \mathbf{R}_{zu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \mathbf{R}_{zu}^T$ 。

則式(2.22)可簡化為：

$$\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{O}_p \tilde{\mathbf{R}}_{zz} \mathbf{O}_p^T \quad (2.23)$$

對  $\mathbf{R}_{hh} \in R^{mp \times mp}$  作奇異值分解（singular value decomposition；簡稱SVD）：

$$\mathbf{R}_{hh} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = [\mathbf{U}_n \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0 \end{bmatrix} [\mathbf{V}_n \quad \mathbf{V}_0]^T = \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n \mathbf{V}_n^T \quad (2.24)$$

其中， $\mathbf{U}_n \in R^{mp \times 2n}$  為  $\mathbf{R}_{hh} \mathbf{R}_{hh}^T$  之非零特徵值所對應之左側單位特徵向量；

$\mathbf{U}_0 \in R^{mp \times n_0}$  為  $\mathbf{R}_{hh} \mathbf{R}_{hh}^T$  之奇異值所對應之左側單位特徵向量， $n_0 = mp - 2n$ ；

$\mathbf{S}_n \in R^{2n \times 2n}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0 \in R^{n_0 \times n_0}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$

之奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n \in R^{mp \times 2n}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之非零特徵值所對應之

右側單位特徵向量； $\mathbf{V}_0 \in R^{mp \times n_0}$  為  $\mathbf{R}_{hh}^T \mathbf{R}_{hh}$  之奇異值所對應之右側單位特徵

向量。

SVD 分解的主要幾何概念如圖 2.1 所示，其中矩陣  $\mathbf{U}$  及  $\mathbf{V}$  分別為  $\mathbf{R}_{hh}\mathbf{R}_{hh}^T$  與  $\mathbf{R}_{hh}^T\mathbf{R}_{hh}$  之特徵向量所組成之座標轉換矩陣，且  $\mathbf{U}$  及  $\mathbf{V}$  皆為正交矩陣；而矩陣  $\mathbf{S}$  為  $\mathbf{R}_{hh}\mathbf{R}_{hh}^T$  或  $\mathbf{R}_{hh}^T\mathbf{R}_{hh}$  之奇異值所組成之對角矩陣。

比較式(2.23)與式(2.24)可知：

$$\mathbf{O}_p = \mathbf{U}_n \quad (2.25a)$$

以及

$$\tilde{\mathbf{R}}_{zz} = \mathbf{S}_n \quad (2.25b)$$

換言之，可觀測性矩陣  $\mathbf{O}_p$  可由  $\mathbf{R}_{hh}$  矩陣之奇異值分解 (SVD) 求得，此為求取  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣之關鍵。以下將進一步說明如何由  $\mathbf{O}_p$  矩陣求取  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣：

$$\mathbf{O}_p(m+1:pm,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-2} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

其中， $\mathbf{O}_p(m+1:pm,:)$  代表第  $m+1$  至  $pm$  列和所有行向量所組成之矩陣；

$\mathbf{O}_p(1:(p-1)m,:)$  代表第 1 至  $(p-1)m$  列和所有行向量所組成之矩陣。

將式(2.26)改寫成：

$$\mathbf{O}_p(m+1: pm, :) = \begin{bmatrix} \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \mathbf{CA}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{p-2} \end{bmatrix} \mathbf{A} = \mathbf{O}_p(1:(p-1)m, :) \mathbf{A} \quad (2.27)$$

由式(2.27)即可求得 $\mathbf{A}$ 矩陣：

$$\mathbf{A} = \mathbf{O}_p^*(1:(p-1)m, :) \mathbf{O}_p(m+1: pm, :) \quad (2.28)$$

其中， $\mathbf{O}_p^* = [\mathbf{O}_p(1:(p-1)m, :)^T \mathbf{O}_p(1:(p-1)m, :)]^{-1} \mathbf{O}_p(1:(p-1)m, :)^T \in R^{2n \times (p-1)m}$

為 $\mathbf{O}_p$ 之擬逆（pseudo-inverse）矩陣。而整數 $p$ 之最小值，則需滿足

$\mathbf{O}_p(1:(p-1)m, :)$ 的秩（rank）等於或大於 $2n$ ：

$$(p-1)m \geq 2n \quad (2.29a)$$

或

$$p \geq \frac{2n}{m} + 1 \quad (2.29b)$$

觀察 $\mathbf{O}_p$ 矩陣可知，其前 $m$ 列即為 $\mathbf{C}$ 矩陣：

$$\mathbf{C} = \mathbf{O}_p(1: m, :) \quad (2.30)$$

上述過程說明，吾人可由已知的輸出資料組成之 $\mathbf{Y}_p(k)$ 矩陣與輸入資料組

成之 $\mathbf{U}_p(k)$ 矩陣二者的相關性，經SVD分解後求得 $\mathbf{O}_p$ 矩陣，進而萃取出系

統未知的 $\mathbf{A}$ 與 $\mathbf{C}$ 矩陣。

### 2.2.2 萃取 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 矩陣

觀察式(2.14b)之 $\mathbf{T}_p$ 矩陣，可知 $\mathbf{B}$ 與 $\mathbf{D}$ 矩陣即隱含於其中。於式(2.18)

前乘 $\mathbf{U}_0^T$ 可得：

$$\mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} = \mathbf{U}_0^T \mathbf{O}_p \mathbf{R}_{zu} + \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{uu} \quad (2.31)$$

由於  $\mathbf{O}_p = \mathbf{U}_n$ ，且根據  $\mathbf{U}_0^T$  與  $\mathbf{U}_n$  之正交性可得：

$$\mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} = \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p \mathbf{R}_{uu} \quad (2.32)$$

將式(2.32)後乘  $\mathbf{R}_{uu}^{-1}$  可改寫成：

$$\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p = \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1} \quad (2.33)$$

再將未知之  $\mathbf{T}_p$  矩陣分成  $p$  個子矩陣：

$$\mathbf{T}_p = [\mathbf{T}_p(:,1:r) \quad \mathbf{T}_p(:,r+1:2r) \quad \cdots \quad \mathbf{T}_p(:,(p-1)r+1:pr)] \quad (2.34)$$

其中，由式(2.14b)與式(2.25a)可推得：

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_p(:,1:r) &= \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{U}_n[1:(p-1)m,:] \mathbf{B} \end{bmatrix} \\ \mathbf{T}_p(:,r+1:2r) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m \times r} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{U}_n[1:(p-2)m,:] \mathbf{B} \end{bmatrix} \\ \mathbf{T}_p(:,2r+1:3r) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2m \times r} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{U}_n[1:(p-3)m,:] \mathbf{B} \end{bmatrix} \\ &\vdots \\ \mathbf{T}_p[:,(p-1)r+1:pr] &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(p-1)m \times r} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.35)$$

再將式(2.35)前乘  $\mathbf{U}_0^T$  改寫成：

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:,1:r) &= \mathbf{U}_0^T(:,1:m) \mathbf{D} + \mathbf{U}_0^T(:,m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-1)m,:] \mathbf{B} \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:,r+1:2r) &= \mathbf{U}_0^T(:,m+1:2m) \mathbf{D} + \mathbf{U}_0^T(:,2m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-2)m,:] \mathbf{B} \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:,2r+1:3r) &= \mathbf{U}_0^T(:,2m+1:3m) \mathbf{D} + \mathbf{U}_0^T(:,3m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-3)m,:] \mathbf{B} \\ &\vdots \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p[:,(p-1)r+1:pr] &= \mathbf{U}_0^T[:,(p-1)m+1:pm] \mathbf{D} \end{aligned} \quad (2.36a)$$

或

$$\mathbf{U}_{0T} = \mathbf{U}_{0n} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (2.36b)$$

其中，

$$\mathbf{U}_{0T} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, 1:r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, r+1:2r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p(:, 2r+1:3r) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p[:, (p-1)r+1:pr] \end{bmatrix} \in R^{pn_0 \times r} \quad (2.37a)$$

$$\mathbf{U}_{0n} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^T(:, 1:m) & \mathbf{U}_0^T(:, m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-1)m, :] \\ \mathbf{U}_0^T(:, m+1:2m) & \mathbf{U}_0^T(:, 2m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-2)m, :] \\ \mathbf{U}_0^T(:, 2m+1:3m) & \mathbf{U}_0^T(:, 3m+1:pm) \mathbf{U}_n[1:(p-3)m, :] \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}_0^T[:, (p-1)m+1:pm] & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in R^{pn_0 \times (m+2n)} \quad (2.37b)$$

由於  $\mathbf{T}_p$  為未知矩陣，因此式(2.37a)中之  $\mathbf{U}_0^T \mathbf{T}_p$  亦未知矩陣。茲根據式(2.33)

將其改寫為：

$$\mathbf{U}_{0T} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}(:, 1:r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}(:, r+1:2r) \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}(:, 2r+1:3r) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_0^T \mathbf{R}_{yu} \mathbf{R}_{uu}^{-1}[:, (p-1)r+1:pr] \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

則可由式(2.36b)求得  $\mathbf{B}$  與  $\mathbf{D}$  矩陣，亦即：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{0n}^* \mathbf{U}_{0T} \quad (2.39)$$

其中之前  $m$  列即為矩陣  $\mathbf{D} \in R^{m \times r}$ ；後  $2n$  列則為矩陣  $\mathbf{B} \in R^{2n \times r}$ ；



$\mathbf{U}_{0n}^* = (\mathbf{U}_{0n}^T \mathbf{U}_{0n})^{-1} \mathbf{U}_{0n}^T \in R^{(m+2n) \times pn_0}$  為  $\mathbf{U}_{0n}$  之擬逆 (pseudo-inverse) 矩陣。

### 2.2.3 馬可夫參數之唯一性【36】

由離散時間之狀態空間方程式(2.10)與式(2.11)，於初始條件為零 ( $\mathbf{z}(0) = \mathbf{0}$ ) 及受單位脈衝 ( $\mathbf{u}(0) = 1, \mathbf{u}(k) = 0$ ) 的情況下，可求得輸出向量  $\mathbf{y}(k) \in R^{m \times 1}$  表示如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(0) &= \mathbf{D} \\ \mathbf{y}(1) &= \mathbf{CB} \\ \mathbf{y}(2) &= \mathbf{CAB}, \quad k = 1, 2 \dots \\ &\vdots \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{CA}^{k-1} \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.40)$$

其中， $\mathbf{D}, \mathbf{CB}, \mathbf{CAB}, \dots, \mathbf{CA}^{k-1} \mathbf{B}$  即為馬克夫參數 (Markov parameters)，代表結構系統受單位脈衝之反應 (unit pulse response)。

根據狀態向量座標轉換 (coordinate transformation) 之概念做進一步說明，茲定義：

$$\bar{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{Tz}(k) \quad (2.41a)$$

或

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{T}^{-1} \bar{\mathbf{z}}(k) \quad (2.41b)$$

其中， $\bar{\mathbf{z}}(k) \in R^{2n \times 1}$  為座標轉換後離散時間之狀態向量； $\mathbf{T} \in R^{2n \times 2n}$  為任一非奇異之方陣。

將式(2.10)前乘  $\mathbf{T}$  可改寫成：

$$\mathbf{Tz}(k+1) = \mathbf{TAz}(k) + \mathbf{TBu}(k) \quad (2.42)$$

再將式(2.41)代入式(2.42)與式(2.11)可得：

$$\bar{\mathbf{z}}(k+1) = \mathbf{TAT}^{-1} \bar{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{TBu}(k) \quad (2.43)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{CT}^{-1} \bar{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{Du}(k) \quad (2.44)$$

由式(2.43)與式(2.44)可定義座標轉換後之離散時間系統矩陣、輸入影響矩陣及狀態輸出影響矩陣，分別表示如下：

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{TAT}^{-1}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{TB}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \mathbf{CT}^{-1} \quad (2.45)$$

其中， $\bar{\mathbf{A}} \in R^{2n \times 2n}$  為座標轉換後的離散時間之系統矩陣； $\bar{\mathbf{B}} \in R^{2n \times r}$  為座標轉換後的離散時間之輸入影響矩陣； $\bar{\mathbf{C}} \in R^{m \times 2n}$  為座標轉換後的狀態輸出影響矩陣； $\mathbf{D} \in R^{m \times r}$  為直接傳輸矩陣，不受座標轉換之影響。

將式(2.45)代入式(2.40)可求得：

$$\mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}^{k-1}\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{CT}^{-1}(\mathbf{TAT}^{-1})^{k-1}\mathbf{TB} = \mathbf{CA}^{k-1}\mathbf{B}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.46)$$

根據上述推導過程說明，可由無限數目的座標轉換矩陣，產生唯一的馬可夫參數，而系統識別所得之狀態空間參數即為不同座標轉換的結果，均代表等效的動態系統，可以提供相同的脈衝反應樣本（pulse-response samples）。

## 2.2.4 萃取系統模態參數

由於模態參數即隱含於  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣中，因此吾人只需針對兩者計算，便可求得系統等效之自然頻率、阻尼比與模態等參數。首先，對  $\mathbf{A}$  矩陣進行特徵分析可得：

$$\mathbf{A}\Psi = \Psi\Lambda \quad (2.47)$$

其中，

$$\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{2n}] \quad , \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_{2n} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

兩者均為共軛複數的形式，特徵矩陣  $\Psi \in R^{2n \times 2n}$  係由特徵向量組成；

$\Lambda \in R^{2n \times 2n}$  為特徵值所組成之對角矩陣。特徵向量  $\Psi$  為系統之模態向量矩陣，可經由  $C$  矩陣將其轉換至模態座標上，即可求得降階 (reduced-order) 系統之模態向量矩陣【34】：

$$\Phi = C\Psi \quad (2.49)$$

$\Phi \in R^{m \times 2n}$ 。而系統之等效自然頻率與阻尼比，可由  $\Lambda_c$  的實部與虛部求得，將  $\Lambda$  轉換為  $\Lambda_c$  如下：

$$\Lambda_c = \frac{\ln(\Lambda)}{\Delta t}, \quad \Lambda_c = \text{diag}(\lambda_{c,1}, \lambda_{c,2}, \dots, \lambda_{c,2n}) \quad (2.50)$$

其中，

$$\lambda_{c,i} = \alpha_i \pm j\beta_i = -\xi_i \omega_i \pm j\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (2.51)$$

$\omega_i$  為系統第  $i$  模態之自然頻率； $\xi_i$  為系統第  $i$  模態之阻尼比。由式(2.51)可進一步解得  $\omega_i$  與  $\xi_i$ ：

$$\omega_i = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \quad (2.52a)$$

$$\xi_i = -\frac{\alpha_i}{\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}} \quad (2.52b)$$

由於特徵值  $\Lambda$  與特徵向量  $\Psi$  均為共軛複數的形式，因此所求得之等效自然頻率、阻尼比與模態數量均為系統自由度的兩倍，且以兩兩共軛成對出現，故實際上求得之模態參數仍與自由度數量相同。

吾人可將上述分析流程整理如下：

Step.1：定義欲分析系統之輸入  $\mathbf{u}(k)$  及輸出  $\mathbf{y}(k)$  資料。

Step.2：由式(2.29b)設定疊代次數 ( $p$ )，根據經驗建議取其最小值的兩倍。

Step.3：由式(2.19)、式(2.20)及式(2.21)，求得  $\mathbf{R}_{hh}$ 。

Step.4：對  $\mathbf{R}_{hh}$  作奇異值分解，求得  $\mathbf{O}_p$ ，繼而求出  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}$  矩陣。

Step.5：由式(2.37b)及式(2.38)，求得**B**與**D**矩陣。

Step.6：由系統識別所得之**A**與**C**矩陣，根據式(2.49)及式(2.52)萃取出系統等效之自然頻率、阻尼比與模態。

## 2.3 地震作用下之結構狀態空間方程式

考慮結構系統於地表擾動下， $n$ 個自由度之運動方程式，以二階常微分系統方程式表示為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (2.53a)$$

或

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (2.53b)$$

其中，**M**、**Ξ**及**K**分別為 $R^{n \times n}$ 之質量、阻尼及勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t) \in R^{n \times 1}$ 為結構系統絕對加速度向量； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 與 $\mathbf{x}(t)$ 分別為 $R^{n \times 1}$ 之結構位移、速度與加速度向量； $\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \in R^{r \times 1}$ 為地表加速度向量， $r$ 為輸入地震力之數量；

**L**  $\in R^{n \times r}$ 為地震力配置矩陣，其矩陣元素取決於地震力之分佈。

式(2.53b)可改寫為狀態空間方程式如下：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{L} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (2.54)$$

若定義狀態向量

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

則式(2.54)可改寫成：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_c \ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (2.56)$$

其中，

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \quad (2.57a)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (2.57b)$$

$\mathbf{z}(t) \in R^{2n \times 1}$  為連續時間之狀態向量； $\mathbf{A}_c \in R^{2n \times 2n}$  為連續時間之系統矩陣；

$\tilde{\mathbf{B}}_c \in R^{2n \times r}$  為地震力作用下連續時間之輸入影響矩陣。

定義輸出向量為結構系統之絕對加速度向量 $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ ：

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{C}}_A [\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g(t)] = \bar{\mathbf{C}}_A \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \right\} \quad (2.58)$$

其中， $\bar{\mathbf{C}}_A \in R^{m \times n}$  為連續時間之絕對加速度輸出影響矩陣。由式(2.58)可得：

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{C}}_A \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) \quad (2.59a)$$

或

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{z}(t) \quad (2.59b)$$

其中，

$$\tilde{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{C}}_A \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$\ddot{\mathbf{x}}(t) \in R^{m \times 1}$  為輸出之絕對加速度向量； $\tilde{\mathbf{C}} \in R^{m \times 2n}$  為於地震力作用下之狀態輸出影響矩陣。

## 2.4 SRIM之數值驗證

本節將以一棟五層樓之二維對稱剪力屋架進行數值模擬驗證，結構系統之結構參數與模態參數歸納於表2.1，其質量矩陣 $\mathbf{M}$ 、勁度矩陣 $\mathbf{K}$ 與阻尼矩陣 $\mathbf{\Xi}$ 分別表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (kgf \cdot s^2 / m)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 \\ -k_5 & k_5 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 \\ 0 & -k_4 & k_4 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_2 & -k_2 \\ 0 & 0 & 0 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \quad (kgf / m)$$

$$\mathbf{\Xi} = 0.04\sqrt{\mathbf{KM}} \quad (kgf \cdot s / m)$$

考慮以El Centro南北向之地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度（peak

ground acceleration, 簡稱PGA) 調整至0.1g之情況下 (圖2.2), 各樓層加速度反應作為輸出, 以單一輸入-多重輸出之模式進行結構系統識別分析。

為模擬真實情況下受環境干擾或感應器誤差所造成之量測噪音 (measurement noise), 乃於m組原始輸出訊號中分別加入等比例之噪音, 定義二者之比例關係 (noise-to-signal ratio; 簡稱NSR<sub>m</sub>) 為:

$$NSR_m = \frac{RMS_{N,m}}{RMS_{S,m}} \times 100\% \quad (2.61)$$

其中, RMS<sub>N,m</sub> 與 RMS<sub>S,m</sub> 分別表示第m組噪音及對應樓層原始輸出訊號之均方根值 (root mean square; 簡稱RMS)。

因此, 可將式(2.11)改寫成含有噪音之輸出訊號:

$$\mathbf{y}_v(k) = \mathbf{Cz}(k) + \mathbf{Du}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2.62a)$$

或

$$\mathbf{y}_v(k) = \mathbf{y}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2.62b)$$

其中,  $\mathbf{y}_v(k) \in R^{m \times 1}$  為加入噪音之輸出訊號;  $\mathbf{v}(k) \in R^{m \times 1}$  表示噪音, 假設為白噪音 (white noise), 以MATLAB<sup>®</sup>指令randn建立。

茲針對上述五層樓結構考慮NSR<sub>m</sub> 為0%、5%及10%等情況, 進行SRIM系統識別法之驗證, 並探討不同干擾程度之噪音對於識別結果的影響。由圖2.3不同噪訊比之各樓層絕對加速度歷時, 可看出隨著NSR<sub>m</sub> 比例的增加, 於每一時間點上的訊號干擾程度也隨之放大, 代表與原始輸出訊號之差異越大, 藉此探討SRIM對於雜訊之適應性 (adaptiveness)。

為便於評估模態向量識別結果之準確性, 茲定義一誤差指標 (error index; 簡稱EI) 如下:



$$EI_i = \frac{\|\hat{\phi}_i - \phi_i\|}{\|\phi_i\|} = \left( \frac{\sum_{j=1}^5 (\hat{\phi}_{j,i} - \phi_{j,i})^2}{\sum_{j=1}^5 (\phi_{j,i})^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.63)$$

其中， $\hat{\phi}_i$  與  $\phi_i$  分別為識別求得之模態矩陣  $\hat{\Phi}$  及解析解之模態向量矩陣  $\Phi$  中第  $i$  模態向量； $\hat{\phi}_{j,i}$  與  $\phi_{j,i}$  分別為  $\hat{\phi}_i$  與  $\phi_i$  對應於第  $j$  樓層之模態向量元素。

於  $NSR_m$  為 0% 的情況，選用 2.2.4 小節分析流程中建議—根據式 (2.29b) 計算出最小  $p$  值的兩倍，即可求得較佳的識別結果。而於  $NSR_m$  為 5%、10% 的情況，由於加入量測噪音之干擾，經過多次嘗試結果顯示須以  $p=50$  進行分析，其模態參數較能趨於穩定。不同  $NSR_m$  之識別分析結果歸納於表 2.2。

觀察表 2.1、表 2.2 或圖 2.4，可得知  $NSR_m = 0\%$  時，SRIM 可成功識別出與解析解相符之各模態參數，驗證此識別方法之準確性；而受噪音干擾條件下 ( $NSR_m = 5\%, 10\%$ )，頻率與阻尼比之識別結果與解析解並無明顯之差異，對於噪音之適應能力頗佳；在模態的部份，低頻之模態仍可成功識別出來，惟其最高頻之模態 (第五模態) 之識別結果與解析解之差異過大，說明高頻之模態對於噪音較為敏感，此亦符合真實情況下高頻模態不易識別之特性。由上述討論可知，SRIM 對於無噪音干擾的情況可精準識別出系統之模態參數，而在噪音 ( $NSR_m = 5\%, 10\%$ ) 影響下，頻率與阻尼比仍可準確識別出來，但高頻模態之振型則會有明顯誤差。



## 第三章 土木結構之 DLV 損傷探測分析

### 3.1 前言

結構損傷探測係藉由結構之動態或力學特性等異常變化，推估結構損傷位置與受損程度。常見的結構非破壞檢測方法，包括動態測試法、超音波檢測法、光學檢測法與聲波檢測法等，其中以動態測試法為基礎之結構損傷探測方法較具實用性，乃藉由激發結構系統使產生振動，以模態分析為基礎，由結構動態反應監測資料識別出結構系統之模態參數（如自然頻率、阻尼比及模態等）或物理參數（如勁度矩陣、柔度矩陣...等），並藉由參數之變化找出破壞位置。由於台灣地處環太平洋地震帶，吾人更可善用大自然提供的條件，針對結構地震反應監測資料進行分析，以研判結構物是否在地震中受損，並且在一旦受損時定位出受損位置，以利後續之修復補強工作。

Bernal【27】於 2002 年首先提出損傷定位向量法（Method of Damage Locating Vectors, 簡稱 DLV 法），係一種以柔度矩陣為基礎的結構損傷探測方法，並有相關研究針對桁架結構【27】及平板【28】進行試驗驗證。Bernal 並於 2006 年改良其 DLV 法，結合狀態空間模型建立結構之柔度矩陣，並以此為基礎發展出新的結構損傷探測方法【33】，本文稱之為狀態空間 DLV 法。此一方法若能結合適當之系統識別方法，如訊息矩陣系統辨識（SRIM）法，則更可由識別得到之等效系統參數直接進行損傷探測分析，此將有利於減少吾人由模態參數建立柔度矩陣過程（例如質量矩陣不準確）所衍生之誤差，使 DLV 法更具實務應用價值。本研究將針對狀態空間 DLV 法進行深入探討。

本章將先回顧 Bernal 【27】所提出之柔度矩陣本位 (flexibility-based) 損傷探測方法之理論，進而介紹由其延伸發展出來的狀態空間 DLV 法，並以一棟三層樓剪力屋架示範其應用。

### 3.2 DLV 損傷探測分析理論之回顧

考慮一  $n$  個自由度之結構系統，其破壞前之柔度矩陣為  $\mathbf{F}^i$ ，破壞後之柔度矩陣為  $\mathbf{F}^d$ 。若存在某荷載向量，可使此結構系統於破壞前與破壞後產生相同之變位，則定義此荷載向量為  $\mathbf{L}$ ，其關係式可以表示如下：

$$\mathbf{F}^d \mathbf{L} = \mathbf{F}^i \mathbf{L} \quad (3.1)$$

將式(3.1)進一步改寫成：

$$(\mathbf{F}^d - \mathbf{F}^i) \mathbf{L} = \mathbf{D}_F \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

其中， $\mathbf{D}_F = \mathbf{F}^d - \mathbf{F}^i$  為結構系統破壞前、後之柔度差異矩陣。於數學上有三種情況可滿足式(3.2)，分別為(1)  $\mathbf{D}_F = \mathbf{0}$ ，表示結構系統破壞前、後之柔度矩陣未產生任何變化，即代表結構系統並未發生破壞，因此不具有討論的意義；(2)  $\mathbf{L} = \mathbf{0}$ ；表示此荷載向量不存在，故結構系統不會有變位產生，亦毋須討論；(3)  $rank(\mathbf{D}_F) < n$ ，表示  $\mathbf{D}_F$  為秩缺 (rank deficient) 之情況，即荷載向量  $\mathbf{L}$  為對應於其零空間 (null space) 之基底 (basis)。因此凡滿足情況(3)之荷載向量  $\mathbf{L}$ ，即稱之為破壞定位向量。

假設結構系統於破壞前與破壞後之柔度矩陣可被萃取出來，便可由柔度差異矩陣  $\mathbf{D}_F$ ，求得隸屬於零空間之破壞定位向量  $\mathbf{L}$ ，如圖 3.1 所示。

對  $\mathbf{D}_F$  作奇異值分解：

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{U}^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}^{\mathbf{D}_F} (\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix}^T \quad (3.3)$$

其中， $\mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  之非零特徵值所對應之左側單位特徵向量，（ $c_0$  為奇異值之數量）； $\mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times c_0}$  為  $\mathbf{D}_F \mathbf{D}_F^T$  之奇異值所對應之左側單位特徵向量； $\mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} \in R^{(n-c_0) \times (n-c_0)}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \in R^{c_0 \times c_0}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之非零特徵值所對應之右側單位特徵向量； $\mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} \in R^{n \times c_0}$  為  $\mathbf{D}_F^T \mathbf{D}_F$  之奇異值所對應之右側單位特徵向量。

於式(3.3)後乘上  $(\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^{-T}$  可改寫成：

$$\mathbf{D}_F (\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^{-T} = \mathbf{U}^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F}$  為正交矩陣，因此具有  $(\mathbf{V}^{\mathbf{D}_F})^{-T} = \mathbf{V}^{\mathbf{D}_F}$  之特性，故式(3.4)亦可表示如下：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}^{\mathbf{D}_F} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_F \mathbf{V}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{U}_0^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\mathbf{D}_F} \mathbf{S}_n^{\mathbf{D}_F} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.5a)$$

其中，

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\mathbf{D}_F} = \mathbf{0} \quad (3.5b)$$

比較式(3.2)與式(3.5b)可知，經由對柔度差異矩陣  $\mathbf{D}_F$  作 SVD 分解，可求得破壞定位向量  $\mathbf{L}$ 。然而，於實際應用中有可能因雜訊造成之量測誤差或數值計算所產生之誤差，使得理想零奇異值  $\mathbf{S}_0^{\mathbf{D}_F}$  無法完全等於零。因此，為有效由奇異值矩陣  $\mathbf{S}^{\mathbf{D}_F}$  區分出零空間，Bernal 【27】 提出一指標係數  $svn_i$

(singular value normalize)，作為零空間篩選的依據，其定義如下：

$$svn_i = \sqrt{\frac{s_i^{D_F} \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2}{\max(s_i^{D_F} \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2)}} \quad (3.6)$$

其中， $s_i^{D_F}$  為柔度差異矩陣  $\mathbf{D}_F$  之第  $i$  個奇異值； $\|\mathbf{V}_i^{D_F}\|_\infty^2$  為  $s_i^{D_F}$  對應特徵向量  $\mathbf{V}_i^{D_F}$  之無窮範數 (infinity norm)，意即為  $\mathbf{V}_i^{D_F}$  中之絕對值最大者。Bernal 建議當  $svn_i \leq 0.20$  時，其所對應特徵向量  $\mathbf{V}_i^{D_F}$  即視為零空間，據以挑選出破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$ 。

此外，Bernal 定義結構系統於第  $i$  組破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  作用下之正規化應力指標  $nsi_{j,i}$  (normalized stress index) 如下：

$$nsi_{j,i} = \frac{|\sigma_{j,i}|}{|\sigma_{j,i}|_{\max}} \quad (3.7)$$

其中， $\sigma_{j,i}$  為對應於第  $i$  組破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  作用下之第  $j$  個元素之應力 (或內力)。

由於 DLV 可能不只一組，故 Bernal 定義一加權應力指標  $WSI_j$  (weighted stress index) 作為判斷結構損傷之依據如下：

$$WSI_j = \frac{\sum_{i=1}^{nDLV} \overline{nsi_{j,i}}}{nDLV} \quad (3.8)$$

其中， $\overline{svn_i} = \max(svn_i, 0.015)$ ， $nDLV$  代表破壞定位向量總數。依據計算所得之各元素加權應力指標  $WSI_j$ ，由其中相對數值較小者，判斷出可能受

損之元素。

以上為柔度矩陣本位損傷探測方法之理論。一般而言，柔度矩陣可由模態向量及質量矩陣建立，且通常假設結構為集中質量（lumped-mass），由樓板的體積及材料密度去估算，並忽略或簡化活載重之影響，故難稱精準，此將導致柔度矩陣的誤差，進而影響 DLV 法之準確度。為克服前述問題，Bernal 提出於狀態空間（State-Space）模型中建立結構之柔度矩陣，進而發展出狀態空間 DLV 法。

### 3.3 系統柔度矩陣之建立

考慮結構系統受外力擾動下， $n$  個自由度之位形空間運動方程式，以二階常微分系統方程式表示為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}\mathbf{u}(t) \quad (3.9)$$

其中， $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{\Xi}$  及  $\mathbf{K}$  分別為  $R^{n \times n}$  之質量、阻尼及勁度矩陣； $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$  與  $\mathbf{x}(t)$  分別為  $R^{n \times 1}$  之結構位移、速度與加速度向量； $\mathbf{u}(t) \in R^{r \times 1}$  為外力向量， $r$  為輸入外力之數量； $\mathbf{E} \in R^{n \times r}$  為外力配置矩陣，其矩陣元素取決於外力之型式與分佈。

式(3.9)可改寫為狀態空間方程式如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (3.10)$$

若定義狀態向量



$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

則式(3.10)可改寫成：

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.12)$$

其中，

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3.13a)$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3.13b)$$

$\mathbf{z}(t) \in R^{2n \times 1}$  為連續時間之狀態向量； $\mathbf{A}_c \in R^{2n \times 2n}$  為連續時間系統矩陣；  
 $\mathbf{B}_c \in R^{2n \times r}$  為連續時間輸入影響矩陣。

假設初始條件為零，且式(3.13b)中之 $\mathbf{E} \in R^{n \times n}$  為單位矩陣及 $\mathbf{u}(t) \in R^{n \times 1}$  的情況下，對式(3.12)作拉普拉斯轉換（Laplace transform），則

$$s\mathbf{z}(s) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(s) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(s) \quad (3.14a)$$

或

$$\mathbf{z}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_c)^{-1} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(s) \quad (3.14b)$$

考慮位移狀態的部分，即：

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{C}_0 \mathbf{z}(s) = \mathbf{C}_0 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_c)^{-1} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(s) \quad (3.15)$$

其中， $\mathbf{C}_0 = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \in R^{n \times 2n}$  為位移狀態輸出矩陣。當 $s=0$ 時（靜態），即可求

得結構之柔度矩陣( $\mathbf{F}$ )為：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c \quad (3.16)$$

先前文獻【7】中係由結構系統之質量矩陣、自然頻率及模態向量組成柔度矩陣如下：

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Phi} \mathbf{w}^{-1} \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{w}^{-1} \mathbf{\Phi}^T \quad (3.17)$$

其中， $\mathbf{\Phi}$  為模態向量所組成之模態矩陣； $\mathbf{w} = (\mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi})^{1/2}$ ； $\mathbf{\Omega}$  為自然頻率平方所組成之對角矩陣。相較之下，以系統之狀態空間參數組成之柔度矩陣式(3.16)不必估算系統之質量矩陣，有助於減少估算柔度矩陣之誤差，因此更具實務應用價值。

以  $\mathbf{C}_0$  前乘於式(3.12)可得速度狀態如下：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.18)$$

將上式對時間( $t$ )微分一次可得加速度狀態如下：

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c \dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2 \mathbf{z}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c \dot{\mathbf{u}}(t) \quad (3.19)$$

其中，由  $\mathbf{C}_0$  及式(3.13b)計算可得：

$$\mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

因此，式(3.18)與式(3.19)可分別再化簡為：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) \quad (3.21a)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2 \mathbf{z}(t) + \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (3.21b)$$

另一方面， $\dot{\mathbf{x}}(t)$  及  $\ddot{\mathbf{x}}(t)$  亦可分別表示為：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{z}(t) \quad (3.22a)$$

及

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{z}(t) + \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{u}(t) \quad (3.22b)$$

其中， $\mathbf{C}_1 = [\mathbf{0} \quad \mathbf{I}] \in R^{n \times 2n}$  為速度狀態輸出矩陣； $\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2$  為  $R^{n \times 2n}$  之加速度狀態輸出矩陣； $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c$  為  $R^{n \times r}$  之加速度直接傳輸矩陣。

對照式(3.21)與式(3.22)可推得：

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \quad (3.23a)$$

或

$$\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c^{-1} \quad (3.23b)$$

以及

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^2 = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c = [-\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \quad -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{E}] \quad (3.24a)$$

或

$$\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-2} \quad (3.24b)$$

此外，

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c = \mathbf{M}^{-1} \quad (3.25)$$

將式(3.16)、式(3.20)與式(3.25)中之 $\mathbf{C}_0$ 分別以式(3.23b)或式(3.24b)代入可得：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c = -\mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c^{-2} \mathbf{B}_c = -\mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-3} \mathbf{B}_c \quad (3.26a)$$

$$\mathbf{C}_0 \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-2} \mathbf{B}_c = \mathbf{0} \quad (3.26b)$$

及

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_c \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_1 \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_2 \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c \quad (3.26c)$$

或簡化為：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-(g+1)} \mathbf{B}_c \quad (3.27a)$$

$$\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-g} \mathbf{B}_c = \mathbf{0} \quad (3.27b)$$

及

$$\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{1-g} \mathbf{B}_c = \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.27c)$$

其中， $\mathbf{C}_g \in R^{n \times 2n}$ ，可為 $\mathbf{C}_0$ 、 $\mathbf{C}_1$ 或 $\mathbf{C}_2$ ， $g$ 由量測輸出訊號之物理量而定， $g=0$ 對應於位移狀態， $g=1$ 對應於速度狀態， $g=2$ 對應於加速度狀態。

將式(3.27b)與式(3.27c)合併可得：

$$\mathbf{H} \mathbf{B}_c = \mathbf{J} \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.28a)$$

或

$$\mathbf{B}_c = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.28b)$$

其中，

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-g} \\ \mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{1-g} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad g = 0, 1 \text{ or } 2 \quad (3.29a)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \in R^{2n \times n} \quad (3.29b)$$

再將式(3.28b)代入式(3.27a)，可將結構之柔度矩陣改寫為：

$$\mathbf{F} = -\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-(g+1)} (\mathbf{H}^{-1} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{D}}) = \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.30)$$

其中，

$$\mathbf{Q} = -\mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^{-(g+1)} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{J} \quad (3.31)$$

根據式(3.30)計算結構物破壞前、後之柔度差異矩陣：

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{F}^d - \mathbf{F}^i = \mathbf{Q}^d \tilde{\mathbf{D}}^d - \mathbf{Q}^i \tilde{\mathbf{D}}^i \quad (3.33)$$

其中，上標  $i$ 、 $d$  分別表示未破壞 (intact) 與破壞 (damaged) 之結構狀態。

令  $\Delta \tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{D}}^d - \tilde{\mathbf{D}}^i$  代入式(3.33)可得：

$$\mathbf{D}_F = (\mathbf{Q}^d - \mathbf{Q}^i) \tilde{\mathbf{D}}^i + \mathbf{Q}_d \Delta \tilde{\mathbf{D}} = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i + \mathbf{Q}^d \Delta \tilde{\mathbf{D}} \quad (3.34)$$

對  $\Delta \tilde{\mathbf{D}}$  作奇異值分解可得：

$$\Delta \tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{U}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} (\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{U}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix}^T \quad (3.35)$$

將式(3.35)後乘  $(\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-T}$  可改寫成：

$$\Delta \tilde{\mathbf{D}} (\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-T} = \mathbf{U}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{U}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}}$  為正交矩陣，因此具有  $(\mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-T} = \mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}}$  之特性，故式(3.36)亦可表示如下：

$$\Delta \mathbf{D} \mathbf{V}^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{D} \mathbf{V}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \Delta \mathbf{D} \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{U}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \mathbf{S}_n^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

其中， $\Delta \mathbf{D} \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \mathbf{0}$ 。將式(3.34)後乘  $\mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}}$  可消除等號右側的第二項，如下：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i \mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}} \quad (3.38)$$

再將式(3.38)後乘  $(\mathbf{V}_0^{\Delta \tilde{\mathbf{D}}})^{-1}$  可得：

$$\mathbf{D}_F = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i \quad (3.39)$$

另一方面，若結構系統受損前後之質量並無變化，可根據式(3.25)推得：

$$\Delta \tilde{\mathbf{D}} = \Delta(\mathbf{M}^{-1}) = \mathbf{0} \quad (3.40)$$

因此，式(3.34)亦可改寫為：

$$\mathbf{D}_F = \Delta \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{D}}^i \quad (3.41)$$

與式(3.39)完全一致。

接著，對式(3.39)轉置後可得：

$$\mathbf{D}_F^T = (\tilde{\mathbf{D}}^i)^T \Delta \mathbf{Q}^T = \mathbf{D}_F \quad (3.42)$$

其中，由於柔度矩陣為對稱，因此 $\mathbf{D}_F$ 亦為對稱矩陣，故 $\mathbf{D}_F^T = \mathbf{D}_F$ 。

對 $\Delta \mathbf{Q}^T$ 作奇異值分解可得：

$$\Delta \mathbf{Q}^T = \mathbf{U}^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S}^{\Delta \mathbf{Q}^T} (\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T})^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{U}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} & \mathbf{V}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \end{bmatrix}^T \quad (3.43)$$

其中， $\mathbf{U}_n^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{n \times (n-c_0)}$ 為 $\Delta \mathbf{Q}^T \Delta \mathbf{Q}$ 之非零特徵值所對應之左側單位特徵向量，（ $c_0$ 為奇異值之數量）； $\mathbf{U}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T} \in R^{n \times c_0}$ 為 $\Delta \mathbf{Q}^T \Delta \mathbf{Q}$ 之奇異值所對應之左

側單位特徵向量； $\mathbf{S}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} \in R^{(n-c_0) \times (n-c_0)}$  為  $\Delta\mathbf{Q}\Delta\mathbf{Q}^T$  之非零特徵值所組成之對角矩陣； $\mathbf{S}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \in R^{c_0 \times c_0}$  為  $\Delta\mathbf{Q}\Delta\mathbf{Q}^T$  之奇異值所組成之對角矩陣； $\mathbf{V}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} \in R^{n \times (n-c_0)}$  為  $\Delta\mathbf{Q}\Delta\mathbf{Q}^T$  之非零特徵值所對應之右側單位特徵向量； $\mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \in R^{n \times c_0}$  為  $\Delta\mathbf{Q}\Delta\mathbf{Q}^T$  之奇異值所對應之右側單位特徵向量。

將式(3.43)後乘  $(\mathbf{V}^{\Delta\mathbf{Q}^T})^{-T}$  可改寫成：

$$\Delta\mathbf{Q}^T (\mathbf{V}^{\Delta\mathbf{Q}^T})^{-T} = \mathbf{U}^{\Delta\mathbf{Q}^T} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} & \mathbf{U}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

由於矩陣  $\mathbf{V}^{\Delta\mathbf{Q}^T}$  為正交矩陣，因此具有  $(\mathbf{V}^{\Delta\mathbf{Q}^T})^{-T} = \mathbf{V}^{\Delta\mathbf{Q}^T}$  之特性，故式(3.44)

亦可表示如下：

$$\Delta\mathbf{Q}^T \mathbf{V}^{\Delta\mathbf{Q}^T} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{Q}^T \mathbf{V}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} & \Delta\mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} \mathbf{S}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} & \mathbf{U}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \mathbf{S}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} \mathbf{S}_n^{\Delta\mathbf{Q}^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

其中， $\Delta\mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} = \mathbf{0}$ 。將式(3.42)後乘  $\mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T}$  可得：

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} = (\tilde{\mathbf{D}}^i)^T \Delta\mathbf{Q}^T \mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} \quad (3.46a)$$

或

$$\mathbf{D}_F \mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T} = \mathbf{0} \quad (3.46b)$$

比較式(3.2)與式(3.46b)可知， $\mathbf{V}_0^{\Delta\mathbf{Q}^T}$  即為破壞定位向量  $\mathbf{L}$ 。綜合以上所述，

不論是於數學或物理意義上，均說明可由  $\Delta \mathbf{Q}^T$  作 SVD 分解萃取出破壞定位向量  $\mathbf{L}$ 。

實際上，因為數值計算及系統識別所產生之誤差，SVD 分解無法得到理想的奇異值 ( $\mathbf{S}_0^{\Delta \mathbf{Q}^T}$ )，因此 Bernal 【33】定義一指標  $q$ ，作為篩選破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  的數目如下：

$$q = 0.5 \left[ \text{No. of } \gamma_i \leq 0.1, \gamma_i = \sqrt{\frac{s_i^{\Delta \mathbf{Q}^T}}{\max(s_i^{\Delta \mathbf{Q}^T})}} \right] \quad (3.47)$$

取其整數值， $s_i^{\Delta \mathbf{Q}^T}$  為  $\Delta \mathbf{Q}^T$  第  $i$  個奇異值。此外，定義於第  $i$  組破壞定位向量  $\mathbf{L}_i$  作用下之正規化應力指標  $nsi_{j,i}$ ，如下：

$$nsi_{j,i} = \left| \frac{\sigma_{j,i}}{\sigma_{j,i}|_{\max}} \right| \quad (3.48)$$

其中， $\sigma_{j,i}$  為對應於第  $i$  組破壞定位向量作用下之第  $j$  個元素的應力（或內力）。此外，並重新定義加權應力指標  $\text{WSI}_j$  的計算方式如下：

$$\text{WSI}_j = \sum_{i=1}^q nsi_{j,i} \quad (3.49)$$

Bernal 認為當  $\text{WSI}_j \leq 0.1(\text{WSI}_j)_{\max}$  時，則視該桿件或樓層 ( $j$ ) 為可能受損 (potentially damaged；簡稱 PD) 的元素，亦即：

$$\text{PD} = \left\{ \text{element}_j \text{'s } \forall \text{WSI}_j \leq 0.1(\text{WSI}_j)_{\max} \right\} \quad (3.50)$$



，上述狀態空間 DLV 法之分析流程整理如圖 3.2 所示。

### 3.4 狀態空間 DLV 法之示範算例

考慮一棟無阻尼三層樓平面剪力屋架結構(圖 3.3)，其質量矩陣( $\mathbf{M}$ )與未破壞時 (intact) 之勁度矩陣( $\mathbf{K}^i$ )分別為：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} (\text{kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{m})$$

$$\mathbf{K}^i = \begin{bmatrix} k_3^i & -k_3^i & 0 \\ -k_3^i & k_2^i + k_3^i & -k_2^i \\ 0 & -k_2^i & k_1^i + k_2^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 & -350 & 0 \\ -350 & 950 & -600 \\ 0 & -600 & 1350 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

其中， $m_j$  為結構第  $j$  層質量； $k_j^i$  為結構未破壞之第  $j$  樓層勁度。

假設結構於 1 樓發生破壞，受損後 (damaged) 樓層勁度縮減為原勁度之 60%，即  $k_1^d = 0.6k_1^i$ ，因此受損結構之勁度矩陣( $\mathbf{K}^d$ )改寫成：

$$\mathbf{K}^d = \begin{bmatrix} k_3^d & -k_3^d & 0 \\ -k_3^d & k_2^d + k_3^d & -k_2^d \\ 0 & -k_2^d & k_1^d + k_2^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 & -350 & 0 \\ -350 & 950 & -600 \\ 0 & -600 & 1050 \end{bmatrix} (\text{kgf} / \text{m})$$

其中， $k_j^d$  為受損結構之第  $j$  樓層勁度。

由式(3.13a)可求出結構破壞前、後之狀態系統矩陣  $\mathbf{A}_c^i$  與  $\mathbf{A}_c^d$ ：

$$\mathbf{A}_c^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}^i & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -350 & 350 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 233.33 & -633.33 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & -675 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_c^d = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}^d & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Xi}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -350 & 350 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 233.33 & -633.33 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & -525 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根據式(3.31)代入  $g=0$ ，求得結構破壞前後之  $\mathbf{Q}^i$  與  $\mathbf{Q}^d$  分別表示如下：

$$\mathbf{Q}^i = \begin{bmatrix} 0.0059 & 0.0045 & 0.0027 \\ 0.0030 & 0.0045 & 0.0027 \\ 0.0013 & 0.0045 & 0.0027 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^d = \begin{bmatrix} 0.0067 & 0.0058 & 0.0044 \\ 0.0039 & 0.0058 & 0.0044 \\ 0.0022 & 0.0058 & 0.0044 \end{bmatrix}$$

因此， $\Delta\mathbf{Q}$  可計算如下：

$$\Delta\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^d - \mathbf{Q}^i = \begin{bmatrix} 0.0009 & 0.0013 & 0.0018 \\ 0.0009 & 0.0013 & 0.0018 \\ 0.0009 & 0.0013 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

繼而求得  $\Delta\mathbf{Q}^T$ ：

$$\Delta \mathbf{Q}^T = \begin{bmatrix} 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 \\ 0.0013 & 0.0013 & 0.0013 \\ 0.0018 & 0.0018 & 0.0018 \end{bmatrix}$$

對  $\Delta \mathbf{Q}^T$  作奇異值分解後可展開為：

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{Q}^T &= \mathbf{U}^{\Delta \mathbf{Q}^T} \mathbf{S}^{\Delta \mathbf{Q}^T} (\mathbf{V}^{\Delta \mathbf{Q}^T})^T \\ &= \begin{bmatrix} -0.3714 & 0.9254 & 0.0759 \\ -0.5571 & -0.1567 & -0.8155 \\ -0.7428 & -0.3452 & 0.5737 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0041 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0150E-18 & 0 \\ 0 & 0 & 4.0119E-19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5774 & 0.7924 & -0.1971 \\ -0.5774 & -0.5668 & -0.5877 \\ -0.5774 & -0.2255 & 0.7847 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

由式(3.47)計算出破壞定位向量之數目：

$$q = 1$$

破壞定位向量( $\mathbf{L}_i$ )即為最小奇異值對應之右側單位特徵向量，亦即：

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} -0.1971 \\ -0.5877 \\ 0.7847 \end{bmatrix}$$



將上述破壞定位向量( $\mathbf{L}_i$ )視為水平外力，分別作用於結構之各對應樓層，

如圖 3.4 所示，可得結構各樓層( $j$ )之層間剪力( $\sigma_{j,i}$ )如下：

$$\sigma_{j,i} = \begin{bmatrix} -0.1971 \\ -0.7847 \\ 4.4409E-16 \end{bmatrix}$$

由式(3.48)及式(3.49)可求得正規化應力指標( $nsi_{j,i}$ )與加權應力指標( $WSI_j$ )

分別為：

$$nsi_{j,i} = \begin{bmatrix} 0.2511 \\ 1.0000 \\ 5.6591E-16 \end{bmatrix}$$

$$WSI_j = \begin{bmatrix} 0.2511 \\ 1.0000 \\ 5.6591E-16 \end{bmatrix}$$

並根據式(3.50)計算出有可能發生破壞的樓層：

$$PD = 1F$$

上述結果顯示 1 樓為可能受損之樓層，再對照 WSI 值可看出，相對於其它樓層，1 樓之 WSI 值明顯偏低，此與假設之分析條件完全相符。又以  $g = 1$  或 2 進行分析，其結果歸納於表 3.1 及圖 3.5，均顯示 1 樓為破壞樓層。

接著，假設結構於 2、3 樓發生破壞，受損後樓層勁度縮減為原勁度之 60%，以  $g = 0, 1$  或 2 進行分析，其結果歸納於表 3.2、表 3.3 及圖 3.6、圖 3.7。由分析結果顯示，無論結構受損樓層為何，狀態空間 DLV 法均可準確判斷出與假設條件相符之破壞樓層。

### 3.5 基於系統識別結果之狀態空間 DLV 法

於實際應用中，欲以狀態空間 DLV 法成功偵測出損傷元素，則必須先由系統識別分析出結構破壞前、後之連續時間系統矩陣與狀態輸出影響矩陣。因此，本節將以第二章所發展的 SRIM 識別分析方法，以前一節中相同之三層樓剪力屋架結構為對象，在同樣之條件下進行動態分析，由位移、速度或加速度等不同物理量之輸出訊號，識別出結構系統之系統矩陣

與狀態輸出影響矩陣，作為狀態空間 DLV 法分析之基礎，以驗證狀態空間 DLV 法之可行性。

以 SRIM 系統識別所得到的離散時間系統矩陣  $\bar{\mathbf{A}}$  與狀態輸出影響矩陣  $\bar{\mathbf{C}}_g$ ，未必全等於式(2.10)、式(2.11)中之  $\mathbf{A}$  與  $\mathbf{C}_g$ 。惟  $\bar{\mathbf{A}}$  與  $\mathbf{A}$  為相似 (similarity) 之關係，其特徵值均相同且特徵向量亦為線性相關。此外，根據式(2.12a)，可將  $\bar{\mathbf{A}}$  轉換為  $\bar{\mathbf{A}}_c$  如下：

$$\bar{\mathbf{A}}_c = \frac{\ln(\bar{\mathbf{A}})}{\Delta t} \quad (3.51)$$

茲將式(3.31)中之  $\mathbf{A}_c$  及  $\mathbf{C}_g$  分別以  $\bar{\mathbf{A}}_c$  及  $\bar{\mathbf{C}}_g$  取代而改寫成：

$$\bar{\mathbf{Q}} = -\bar{\mathbf{C}}_g \bar{\mathbf{A}}_c^{-(g+1)} \bar{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{J} \quad (3.52)$$

其中，

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_g \bar{\mathbf{A}}_c^{-g} \\ \bar{\mathbf{C}}_g \bar{\mathbf{A}}_c^{1-g} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad g = 0, 1 \text{ or } 2 \quad (3.53a)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \in R^{2n \times n} \quad (3.53b)$$

由於真實情況下（如某些模態未被激發或雜訊過大）未必可精確識別出所有的模態向量，因此為避免不正確之模態資訊影響損傷探測分析結果，必須先將明顯不佳之模態剔除。若針對  $\bar{\mathbf{A}}$  矩陣進行特徵分析可得：

$$\bar{\mathbf{A}} \bar{\Psi} = \bar{\Psi} \bar{\Lambda} \quad (3.54a)$$

或

$$\bar{\mathbf{A}} = \bar{\Psi} \bar{\Lambda} \bar{\Psi}^{-1} \quad (3.54b)$$

其中，

$$\bar{\Psi} = [\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \dots, \bar{\psi}_{2n}] \quad , \quad \bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \bar{\lambda}_{2n} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

兩者均為共軛複數的形式，特徵矩陣  $\bar{\Psi} \in R^{2n \times 2n}$  係由特徵向量組成； $\bar{\Lambda} \in R^{2n \times 2n}$  為特徵值所組成之對角矩陣。

若吾人僅考慮  $\bar{n}$  ( $\bar{n} < n$ ) 個有效模態（亦即對應之  $2\bar{n}$  個特徵向量），則式(3.54)可修正為：

$$\hat{\mathbf{A}} \hat{\Psi} = \hat{\Psi} \hat{\Lambda} \quad (3.56a)$$

或

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\Psi} \hat{\Lambda} \hat{\Psi}^* \quad (3.56b)$$

其中， $\hat{\mathbf{A}} \in R^{2n \times 2n}$ ； $\hat{\Lambda} \in R^{2\bar{n} \times 2\bar{n}}$ ； $\hat{\Psi} = [\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \dots, \bar{\psi}_{2\bar{n}}] \in R^{2n \times 2\bar{n}}$  為  $\bar{\Psi}$  中之  $2\bar{n}$  個有效特徵向量組成之降階（reduced-order）模態向量矩陣； $\hat{\Psi}^* = \hat{\Psi}^T (\hat{\Psi} \hat{\Psi}^T)^{-1} \in R^{2\bar{n} \times 2n}$  為  $\hat{\Psi}$  之擬逆（pseudo-inverse）矩陣。

根據式(2.12a)，將  $\hat{\mathbf{A}}$  轉換為  $\hat{\mathbf{A}}_c$  如下：

$$\hat{\mathbf{A}}_c = \frac{\ln(\hat{\mathbf{A}})}{\Delta t} \quad (3.57)$$

接著以經過篩選後之  $\hat{\mathbf{A}}_c$  取代式(3.52)之  $\bar{\mathbf{A}}_c$  將其改寫成：

$$\hat{\mathbf{Q}} = -\bar{\mathbf{C}}_g \hat{\mathbf{A}}_c^{-(g+1)} \hat{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{J} \quad (3.58)$$

其中，

$$\hat{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_g \hat{\mathbf{A}}_c^{-g} \\ \bar{\mathbf{C}}_g \hat{\mathbf{A}}_c^{1-g} \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2n}, \quad g = 0, 1 \text{ or } 2 \quad (3.59a)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \in R^{2n \times n} \quad (3.59b)$$

如此得到之 $\hat{\mathbf{Q}}$ 內涵中已剔除不良之模態資訊，可避免損傷探測分析結果受到影響。

簡言之，吾人可由位移、速度或加速度等輸出訊號，識別出結構系統之 $\bar{\mathbf{A}}$ 與 $\bar{\mathbf{C}}_g$ 矩陣，並將 $\bar{\mathbf{A}}$ （或 $\hat{\mathbf{A}}$ ）轉換為 $\bar{\mathbf{A}}_c$ （或 $\hat{\mathbf{A}}_c$ ）後，繼而以式(3.52)（或式(3.58)）進行狀態空間DLV法損傷探測分析。考慮以El Centro南北向之地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度(peak ground acceleration, 簡稱PGA)調整至0.1g（圖2.2）進行結構之動態分析。由系統之輸出狀態，根據式(2.29b)計算出最小的p值（ $p_{\min} = 3$ ），取其兩倍6（ $p = p_{\min} \times 2 = 6$ ）以SRIM單一輸入-多重輸出之模式進行識別。結構受損前、後之各樓層動態反應歷時分別如圖3.8~3.11所示，其結果歸納於表3.4~表3.6及圖3.12~圖3.14。分析結果顯示，藉由樓層之地震動態反應（如位移、速度或加速度等）以SRIM系統識別求得 $\bar{\mathbf{A}}_c$ 與 $\bar{\mathbf{C}}_g$ 矩陣，並結合狀態空間DLV法可準確判斷出受損樓層，進一步驗證其於實際應用上之可行性。

### 3.6 不足觀測條件下之結構損傷探測

由於土木結構系統規模龐大，若每個樓層均需安裝設多組感應器（至少  $x$ 、 $y$  水平向與扭轉向自由度），於實務應用上恐怕不夠經濟。若能於有限量測（limited measurement）的條件下，進行結構損傷探測分析，將更具工程實用價值。SRIM 系統識別法根據觀測到的自由度動態反應識別出對應之系統參數，據以應用狀態空間 DLV 法進行損傷探測分析。一般可選擇潛在上易於受損之樓層（如結構之軟弱層）作為主要觀測目標。

本節將分別考慮下列 4 種觀測情況，以結構受震情況下之絕對加速度反應作為觀測之物理量，分為特徵分析結果與系統識別結果兩部份，進行不足觀測條件下之結構損傷探測分析：

- Case.1 針對五個樓層均進行觀測；
- Case.2 針對一、二、四及五樓等部分樓層進行觀測；
- Case.3 針對一、三及五樓等部分樓層進行觀測；
- Case.4 針對二及四樓等部分樓層進行觀測。

藉此探討狀態空間 DLV 法於不足觀測條件下之可行性。

#### 3.6.1 根據特徵分析之結構損傷探測

茲以 2.4 節中之五層樓剪力屋架模型進行數值模擬，進行不足觀測條件下之結構損傷探測分析，結構系統之各樓層參數歸納於表 2.1。考慮結構單一樓層（一樓至五樓）與複數樓層（一樓及五樓；三樓及五樓）發生破壞，假設受損樓層之勁度折減 10%。各案例之分析結果歸納於表 3.7~表 3.10 及圖 3.15~圖 3.18，說明如下：

Case.1：表 3.7 及圖 3.15 之結果顯示，於五個樓層完全觀測（full observation）之情況下，無論結構受損樓層為單一樓層或複數樓層，均可



準確偵測出受損樓層。

Case.2：表 3.8 及圖 3.16 之結果顯示，缺少三樓觀測點的情況下，除了三樓破壞時無法偵測出來外，其餘樓層發生破壞，均可準確偵測出受損樓層。當單一樓層破壞發生於三樓時，則其上方相鄰之四樓會誤判為受損；當複數樓層三樓及五樓發生破壞時，則四樓及五樓之  $WSI_j$  值為最小，研判為四樓及五樓受損，與假設之破壞條件未盡相符。

Case.3：表 3.9 及圖 3.17 之結果顯示，缺少二樓及四樓觀測點的情況下，除了二樓及四樓破壞的案例外，其餘案例均可準確判斷出受損樓層。當單一樓層破壞發生於二樓時，則其上方相鄰之三樓會誤判為受損；於四樓發生破壞時，則誤判為其上下相鄰之三樓及五樓受損。

Case.4：表 3.10 及圖 3.18 之結果顯示，只針對二及四樓進行觀測的情況下，僅能準確偵測出二樓或四樓破壞時的案例，其餘案例均誤判為實際受損樓層上方相鄰樓層發生破壞；於五樓發生破壞之案例，則無法以 Bernal 建議式(3.47)之篩選標準，求得符合條件之定位破壞向量。若嘗試將各案例之破壞程度放大（受損樓層之勁度折減 40%），其分析結果（表 3.11 及圖 3.19）與受損樓層之勁度折減 10% 類似，亦無法於五樓發生破壞之案例求得破壞定位向量。

惟，當結構有受損時，其柔度差異矩陣必不為零（ $\mathbf{D}_F \neq \mathbf{0}$ ），亦即應至少存在一組破壞定位向量。但由於未滿足 Bernal 建議之篩選標準，造成無法提出符合條件之定位破壞向量。因此，吾人考慮以最接近理想奇異值之特徵向量作為破壞定位向量，即為最小奇異值（受誤差影響的程度最小）對應之右側特徵向量，重新分析 Case.4 五樓受損之案例。分析結果顯示（表 3.12 及圖 3.20），不論受損程度為 10% 或 40% 均無法以 PD 指標偵測出受損樓層，但由於此案例之五樓並未進行觀測，故無法偵測出受損樓層應為合

理之結果。

本節分析結果顯示，不足觀測條件下，當受損樓層有觀測時 (co-located observation)，狀態空間 DLV 法仍可準確定位受損樓層；當受損樓層未觀測時 (not co-located observation)，則狀態空間 DLV 法無法定位出實際受損樓層。而於觀測點不足的情況，有可能無法以 Bernal 建議之式(3.47)求得破壞定位向量，於此情況則須以最小奇異值對應之右側特徵向量作為破壞定位向量。

### 3.6.2 根據系統識別結果之結構損傷探測

考慮與前一節相同之結構模型及受損型式，但以 El Centro 南北向之地震波作為輸入擾動，尖峰地表加速度 (peak ground acceleration, 簡稱 PGA) 調整至 0.1g (圖 2.2)，由結構受損前、後之各樓層絕對加速度反應作為輸出，根據 SRIM 單一輸入-多重輸出模式之識別結果 (Case.1 選用  $p=6$ ；Case.3~Case.4 選用  $p=50$ )，進行不足觀測條件下之結構損傷探測分析。各案例之分析結果歸納於表 3.13~表 3.16 及圖 3.21~圖 3.23，說明如下：

Case.1：表 3.13 及圖 3.21 之結果顯示，於五個樓層完全觀測 (full observation) 之情況下，無論結構受損樓層為單一樓層或複數樓層，均可準確偵測出受損樓層。

Case.2：表 3.14 及圖 3.22 之結果顯示，缺少三樓觀測點的情況下，除了三樓破壞時無法偵測出來外，其餘樓層發生破壞，均可準確偵測出受損樓層。當單一樓層破壞發生於三樓時，則其上方相鄰之四樓會誤判為受損；當複數樓層三樓及五樓發生破壞時，則四樓及五樓之  $WSI_j$  值為最小，研判為四樓及五樓受損，與假設之破壞條件未盡相符。

Case.3：表 3.15 及圖 3.23 之結果顯示，缺少二樓及四樓觀測點的情況下，除了二樓及四樓破壞的案例外，其餘案例均可準確判斷出受損樓層。

其中，四樓、五樓及三樓與五樓同時破壞之案例，乃以第一組破壞定位向量分析之結果。在一樓與五樓同時破壞之案例，以 Bernal 建議式(3.50)之 PD 指標未偵測出任何受損，但對應於設定之受損樓層一樓及五樓，其  $WSI_j$  值仍是相對較小者。當單一樓層破壞發生於二樓或四樓時，則顯示其上方相鄰樓層之  $WSI_j$  值為最小，而誤判為三樓或五樓受損。

Case.4：表 3.16 及圖 3.24 之結果顯示，只針對二及四樓進行觀測的情況下，僅能準確偵測出二樓或四樓破壞時的案例，其餘案例均無法以 PD 指標偵測出受損樓層。其中，除了四樓破壞的案例外，其餘案例均為以第一組破壞定位向量分析之結果。

本節分析結果顯示，隨著觀測點的減少，將越不容易求得破壞定位向量，於此情況則須以最小奇異值對應之右側特徵向量作為破壞定位向量。不足觀測條件下，當受損樓層有觀測時（co-located observation），狀態空間 DLV 法仍可準確定位受損樓層；當受損樓層未觀測時（not co-located observation），則狀態空間 DLV 法無法定位出實際受損樓層。

### 3.6.3 基於正交性之模態重建理論

前述方法，在不足觀測條件下，僅適用於破壞樓層與觀測樓層共層（co-located observation）之情況。為克服前述困難，本節將應用模態向量之正交性，重建結構系統之模態矩陣，再由自然頻率、阻尼比與模態之關係式求得阻尼矩陣與勁度矩陣，繼而根據式(3.13a)建立連續時間之系統矩陣，作為狀態空間 DLV 法評估破壞樓層與觀測樓層非共層（not co-located observation）之分析基礎。

茲考慮一  $n$  個自由度之結構系統，其質量矩陣  $\mathbf{M}$  與模態矩陣  $\Phi$  分別表示如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_{n-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$\mathbf{\Phi} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_{n-1} \quad \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \cdots & \phi_{n,n-1} & \phi_{n,n} \\ \phi_{n-1,1} & \phi_{n-1,2} & \cdots & \phi_{n-1,n-1} & \phi_{n-1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,n-1} & \phi_{2,n} \\ \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \cdots & \phi_{1,n-1} & \phi_{1,n} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

其中， $m_i$  為第  $i$  層樓之質量； $\phi_i$  為對應於系統第  $i$  模態之特徵向量； $\phi_{j,i}$  為第  $i$  模態對應於第  $j$  樓層之特徵向量元素（分量）。

而阻尼矩陣與勁度矩陣分別表示如下【37】：

$$\mathbf{\Xi} = \mathbf{M} \left( \sum_{i=1}^n \frac{2\xi_i \omega_i}{m_i^*} \phi_i \phi_i^T \right) \mathbf{M} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{M} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i^2}{m_i^*} \phi_i \phi_i^T \right) \mathbf{M} \quad (3.63)$$

其中， $m_i^* = \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i$ ； $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{\Xi}$  與  $\mathbf{K}$  分別為系統之質量矩陣、阻尼矩陣與勁度矩陣； $\omega_i$ 、 $\xi_i$  與  $\phi_i$  分別為系統第  $i$  模態之自然頻率、阻尼比與模態向量。

系統各模態向量之間須滿足相互正交的條件如下：

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = 0, \quad \forall i \neq j \quad (3.64)$$

由上式共可建立  $C_2^n = n \times (n-1)/2$  個方程式。若觀測不足量（degree of insufficient observation）為  $n-m$ （ $0 \leq n-m < n$ ），即有  $n-m$  個自由度（或

樓層) 未作觀測，則對應於  $n$  個模態向量之未知分量共有  $n(n-m)$  個，因此必須在滿足下列不等式：

$$n - m \leq (n - 1) / 2 \quad (3.65)$$

於此條件下，才有機會利用模態正交關係求出未知的模態分量。換言之，容許觀測不足度 (allowable degree of insufficient observation) 之上限為小於或等於  $(n-1)/2$  之整數值。

由於系統識別分析未必可精確求得所有的模態向量，假設吾人僅可求得  $\bar{n}$  ( $\bar{n} < n$ ) 個有效模態向量，則由此  $\bar{n}$  個向量間的正交關係可建立  $C_2^{\bar{n}} = \bar{n} \times (\bar{n} - 1) / 2$  個方程式，而對應於這  $\bar{n}$  個向量共有  $\bar{n}m$  個未知分量，因此只要滿足下列不等式：

$$\bar{n} - m \leq (\bar{n} - 1) / 2 \quad (3.66)$$

即有機會利用模態正交關係求出未知的模態分量，作為損傷探測分析之基礎。

根據 2.4 節中之五層樓剪力屋架模型，其模態矩陣  $\Phi$  表示如下：

$$\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \quad \phi_5] = \begin{bmatrix} \phi_{5,1} & \phi_{5,2} & \phi_{5,3} & \phi_{5,4} & \phi_{5,5} \\ \phi_{4,1} & \phi_{4,2} & \phi_{4,3} & \phi_{4,4} & \phi_{4,5} \\ \phi_{3,1} & \phi_{3,2} & \phi_{3,3} & \phi_{3,4} & \phi_{3,5} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \phi_{2,3} & \phi_{2,4} & \phi_{2,5} \\ \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \phi_{1,3} & \phi_{1,4} & \phi_{1,5} \end{bmatrix}$$

其中， $\phi_i$  為對應於系統第  $i$  模態之特徵向量； $\phi_{j,i}$  為第  $i$  模態對應於第  $j$  樓層之特徵向量元素。

根據式(3.65)，可知其容許觀測不足度上限值為  $(5-1)/2 = 2$ ，表示至

多僅能允許兩個樓層不作振動反應監測，亦即為本節 Case.3 缺少二樓及四樓進行觀測的情況，故本節以 Case.3 為例，應用模態向量之正交性重建系統之模態，藉以探討破壞與觀測樓層非共層之情況，分為特徵分析結果與系統識別結果兩部份，假設受損樓層之勁度折減 10% 及 40% 兩種情況。

系統第  $i$  模態對應於二樓及四樓之模態向量分量為未知，由式(3.64)之正交關係可得下列條件方程式：

$$\phi_i^T \mathbf{M} \phi_j = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,i} \phi_{k,j} = 0 \quad i \neq j \quad (3.67)$$

其中， $\phi_{2,i}$  及  $\phi_{4,i}$  為未知。由式(3.67)共可建立  $C_2^5 = 10$  個方程式分別如下：

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_2 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,1} \phi_{k,2} = 0 \quad (3.68a)$$

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_3 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,1} \phi_{k,3} = 0 \quad (3.68b)$$

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_4 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,1} \phi_{k,4} = 0 \quad (3.68c)$$

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,1} \phi_{k,5} = 0 \quad (3.68d)$$

$$\phi_2^T \mathbf{M} \phi_3 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,2} \phi_{k,3} = 0 \quad (3.68e)$$

$$\phi_2^T \mathbf{M} \phi_4 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,2} \phi_{k,4} = 0 \quad (3.68f)$$

$$\phi_2^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,2} \phi_{k,5} = 0 \quad (3.68g)$$

$$\phi_3^T \mathbf{M} \phi_4 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,3} \phi_{k,4} = 0 \quad (3.68h)$$



$$\phi_3^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,3} \phi_{k,5} = 0 \quad (3.68i)$$

$$\phi_4^T \mathbf{M} \phi_5 = \sum_{k=1}^5 m_k \phi_{k,4} \phi_{k,5} = 0 \quad (3.68j)$$

由於各模態向量的未知向量元素（ $\phi_{2,i}$  及  $\phi_{4,i}$ ）都在相同樓層，且式(3.68)為未知分量兩兩相乘所得之非線性聯立方程組，因此其解並非唯一。此外，因第一模態之振形趨勢較易掌握，故可根據文獻【7】假設第一模態之未知向量元素（ $\phi_{2,1}$  及  $\phi_{4,1}$ ）之數值均落在其上下樓層之向量元素數值之

$\frac{1}{4} \sim \frac{3}{4}$  範圍內，亦即：

$$\phi_{2,1} \in \left[ \phi_{1,1} + \frac{1}{4}(\phi_{3,1} - \phi_{1,1}), \phi_{1,1} + \frac{3}{4}(\phi_{3,1} - \phi_{1,1}) \right] \quad (3.69a)$$

$$\phi_{4,1} \in \left[ \phi_{3,1} + \frac{1}{4}(\phi_{5,1} - \phi_{3,1}), \phi_{3,1} + \frac{3}{4}(\phi_{5,1} - \phi_{3,1}) \right] \quad (3.69b)$$

進行分析時，於式(3.69)之範圍內任意搭配一組第一模態之未知向量元素（ $\phi_{2,1}$  及  $\phi_{4,1}$ ），並利用式(3.68a)~式(3.68h)之八組模態正交關係聯立求解，

即可求得其他模態相對應之未知向量元素（ $\phi_{2,j}$  及  $\phi_{4,j}$ ， $j=2 \sim 5$ ）。由於求解過程中並沒有利用到式(3.68i)與式(3.68j)之正交關係式，故造成所求得之第三模態向量及第四模態向量與第五模態向量間之正交關係不佳

（ $\phi_3^T \mathbf{M} \phi_5 \neq 0$  與  $\phi_4^T \mathbf{M} \phi_5 \neq 0$ ），因此定義一誤差函數  $e_\phi$  如下：

$$e_\phi = \left| \phi_3^T \mathbf{M} \phi_5 \right| + \left| \phi_4^T \mathbf{M} \phi_5 \right| \quad (3.70)$$

凡於式(3.69)之範圍內使誤差函數  $e_\phi$  為最小值之一組係數  $\phi_{2,i}$  及  $\phi_{4,i}$ ，即視

為系統之最佳解。

茲歸納分析步驟如下：

Step.1：假設  $\phi_{2,1} = \phi_{1,1} + \frac{1}{4}(\phi_{3,1} - \phi_{1,1})$  為係數  $\phi_{2,1}$  之掃描搜尋起點。

Step.2：假設  $\phi_{4,1} = \phi_{3,1} + \frac{1}{4}(\phi_{5,1} - \phi_{3,1})$  為係數  $\phi_{4,1}$  之掃描搜尋起點，並將  $\phi_{2,1}$  及

$\phi_{4,1}$  代入式(3.68a)~式(3.68d)，且在固定係數  $\phi_{2,1}$  之情況下，針對係

數  $\phi_{4,1}$  進行逐步掃描搜尋計算。

Step.3：利用式(3.68a)~式(3.68h)聯立求得參數  $\phi_{2,1}$  及  $\phi_{4,1}$ ，並於(3.70)計算出

相對應之誤差函數  $e_\phi$  值。

Step.4：固定係數  $\phi_{4,1}$  之情況下，針對係數  $\phi_{2,1}$  進行逐步掃描搜尋計算。重複

Step.2 與 Step.4 直到完成設定之掃描迴圈數為止。

本文分析時，採用 MATLAB<sup>®</sup> 軟體中之 solve 指令作為求解模態正交關係之非線性聯立方程組之工具，由於此聯立方程組並非唯一解，須考量各模態向量所對應的自由度相位趨勢 (in-phase or out-of-phase) 來判別，以得到合理之結果。

#### A. 受損層勁度折減 10%

以 Case.3 針對一、三及五樓等部分樓層進行觀測為例，應用模態向量之正交性，重建出缺少二樓及四樓點之模態分量，據以應用狀態空間 DLV 法進行損傷探測分析。各案例之分析結果歸納於表 3.17、表 3.18 及圖 3.25、圖 3.26，假設受損樓層之勁度折減 10%，茲分述如下：



### (a)特徵分析之損傷探測

表 3.17 及圖 3.25 之結果顯示，當單一樓層破壞時，於四樓或五樓發生破壞之案例，可準確偵測出受損樓層，其餘案例均無法以 PD 指標偵測出受損樓層。其中，一樓、二樓及三樓破壞之案例，乃以第一組破壞定位向量分析之結果。

當複數樓層破壞時，於一樓及五樓發生破壞之案例，可準確偵測出受損樓層；於三樓及五樓發生破壞之案例，則只偵測出五樓受損，與假設之破壞條件未盡相符。其中，三樓及五樓破壞之案例，乃以第一組破壞定位向量分析之結果。

### (b)系統識別之損傷探測

表 3.18 及圖 3.26 之結果顯示，當單一樓層破壞時，於四樓或五樓發生破壞之案例，可準確偵測出受損樓層，其餘案例均無法以 PD 指標偵測出受損樓層。其中，一樓、二樓及三樓破壞之案例，乃以第一組破壞定位向量分析之結果。

當複數樓層破壞時，於一樓及五樓發生破壞之案例，可準確偵測出受損樓層；於三樓及五樓發生破壞之案例，則只偵測出五樓受損，與假設之破壞條件未盡相符。其中，三樓及五樓破壞之案例，乃以第一組破壞定位向量分析之結果。

## B.受損層勁度折減 40%

若考慮將受損樓層之折減勁度放大為 40%，其分析結果歸納於表 3.19、表 3.20 及圖 3.27、圖 3.28，茲分述如下：

### (a)特徵分析之損傷探測

表 3.19 及圖 3.27 之結果顯示，各案例無論結構受損樓層為單一樓層

或複數樓層，均可準確偵測出受損樓層及求得定位破壞向量。其中，一樓發生破壞之案例，一樓之  $WSI_j$  值相對較小但略大於 PD 之篩選標準，惟仍將其視為破壞樓層。

### (b)系統識別之損傷探測

表 3.20 及圖 3.28 之結果顯示，各案例無論結構受損樓層為單一樓層或複數樓層，均可準確偵測出受損樓層及求得定位破壞向量。其中，一樓發生破壞之案例，一樓之  $WSI_j$  值相對較小但略大於 PD 之篩選標準，惟仍將其視為破壞樓層。

由上述之分析結果可知，欲以模態正交性重建系統各模態向量，其各模態向量之未知分量數目，不得大於由各模態向量建立之正交方程式，且結構系統之質量矩陣必須為已知參數，於此兩條件下，方有機會利用模態正交關係求出未知之模態分量。

此外，若各模態向量之未知分量呈兩兩相乘之型式，將使得模態正交方程式為非線性聯立方程組，造成其解並非唯一，故須考量各模態向量所對應的自由度相位趨勢來判別。以健康結構根據特徵分析之重建結果為例（圖 3.29），第二模態之振形除了基礎點外只應該有一個節點；第三模態會有兩個節點；第四模態有三個節點；第五模態則有四個節點。其中，第二組解之第二、三及五模態振形不符合上述規則，而第一組解則符合上述規則為合理之結果，據以為狀態空間 DLV 法之分析基礎。

在 Case.3 不足觀測條件下，應用模態重建理論進行狀態空間 DLV 法之分析結果，由於受到在求解非線性聯立方程組過程中，需先合理假設第一模態之未知分量範圍，以及並未利用到第三模態向量及第四模態向量與第五模態向量間之正交關係方程式等影響，將造成其損傷探測結果之正確

性下降。而此影響於輕微受損之案例中較為顯著，使得部分案例無法定位出實際受損樓層；於受損程度較大之案例中，則均可準確偵測出受損樓層。

綜合以上所述，本節所提出之兩種於不足觀測條件下，狀態空間 DLV 法之分析方法（未以正交性重建模態及以正交性重建模態），各有其優劣之處，茲分述如下：

●第一種方法：（未以正交性重建模態）

- 優：可直接應用識別結果進行損傷探測分析，當受損樓層有觀測時（co-located observation），於輕微受損(10%)之情況下，即可準確定位出受損樓層。
- 缺：受損樓層未觀測時（not co-located observation），則無法定位出實際受損樓層。

●第二種方法：（以正交性重建模態）

- 優：不論受損樓層是否有觀測，於受損程度較大(40%)之情況下，均可準確定位受損樓層。
- 缺：觀測點之數目受限於模態正交方程式之多寡，以及結構系統之質量矩陣必須為已知參數。惟此兩個條件，於實際應用上較難以準確掌握（如某些模態未被激發或活載重之影響）。

因此，根據實務應用面之考量，吾人建議以第一種方法作為主要判斷之依據，若在求解條件允許之情況下，再輔以第二種方法，取其二者分析果之聯集，作為二次判斷之依據，將所有偵測出之樓層均視為可能受損之樓層。

## 第四章 DLV 於扭轉耦合結構之損傷探測分析

### 4.1 前言

由於建築用地本身的不規則，加上建築造型趨向多元且複雜，欲求對稱形式的結構未必可得，也使得建築結構的扭轉效應不容忽視。根據過去有學者實地勘查之經驗顯示【23】，有別於一般對稱結構之破壞型式，扭轉耦合結構之受損情況通常集中發生於變位較大的柱桿件上，現行應用於平面結構的結構損傷探測技術也必須修正才能適用。

因此，本章將以狀態空間 DLV 法為基礎，發展一套針對扭轉耦合結構之損傷探測方法，探討單一或多根柱桿件在輕微受損情況下之損傷探測分析，以了解其敏感性。柱的損傷程度係由縮減桿件之楊氏係數來呈現。

### 4.2 扭轉耦合結構之損傷探測分析

茲考慮一座兩層樓之三維扭轉耦合剪力屋架如圖 4.1 所示，假設各樓層之樓板為剛性樓板 (rigid diaphragm)，結構模型設定為空間構架之型式 (UX、UY、UZ、RX、RY、RZ)，支承邊界束制條件則設定為固接。結構系統之物理參數與模態參數歸納於表 4.1。

將圖 4.1 之 ETABS 分析模型簡化如圖 4.2 所示。其中， $m_{i,x}$ 、 $m_{i,y}$  分別為結構第  $i$  層樓  $x$ 、 $y$  水平向之質量； $J_{i,\theta}$  為結構第  $i$  層樓扭轉向之轉動慣量； $c_{x,i}$ 、 $c_{y,i}$  與  $c_{\theta,i}$  分別為結構第  $i$  層樓  $x$ 、 $y$  水平向與扭轉向之阻尼； $k_{x,i}$ 、 $k_{y,i}$  與  $k_{\theta,i}$  分別為結構第  $i$  層樓  $x$ 、 $y$  水平向與扭轉向之勁度； $CM_i$  為結構第  $i$  層樓之質心； $CR_i$  為結構第  $i$  層樓之剛心。

各樓層簡化之物理模型如圖 4.3 所示，假設於  $x$ 、 $y$  向分別受獨立之地震力作用。其中， $x_{0,i}$ 、 $y_{0,i}$  與  $\theta_{0,i}$  分別為結構第  $i$  層質心相對於地表水平向 ( $x, y$ ) 與扭轉向 ( $\theta$ ) 之變位。由於系統之自由度座標選定於結構之質心位置，故結構第  $i$  層樓之質量矩陣可表示如下：

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_{i,x} & 0 & 0 \\ 0 & m_{i,y} & 0 \\ 0 & 0 & J_{i,\theta} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

其中， $m_{i,x}$ 、 $m_{i,y}$  分別為結構第  $i$  層樓  $x$ 、 $y$  水平向之質量； $J_{i,\theta}$  為結構第  $i$  層樓扭轉向之轉動慣量。

位形空間之運動方程式，可由離散系統之自由體圖推導而得。結構第一層樓板相對於第一層結構柱桿件之自由體圖，如圖 4.4 所示， $F_{x(1,1)}$ 、 $F_{y(1,1)}$ 、 $F_{\theta(1,1)}$  與  $F_{\dot{x}(1,1)}$ 、 $F_{\dot{y}(1,1)}$ 、 $F_{\dot{\theta}(1,1)}$  可表示成：

$$F_{x(1,1)} = k_{x,1}(x_{0,1} - e_{y(1,1)}\theta_{0,1}) \quad (4.2a)$$

$$F_{y(1,1)} = k_{y,1}(y_{0,1} + e_{x(1,1)}\theta_{0,1}) \quad (4.2b)$$

$$F_{\theta(1,1)} = k_{\theta,1}\theta_{0,1} \quad (4.2c)$$

$$F_{\dot{x}(1,1)} = c_{x,1}(\dot{x}_{0,1} - e_{y(1,1)}\dot{\theta}_{0,1}) \quad (4.2d)$$

$$F_{\dot{y}(1,1)} = c_{y,1}(\dot{y}_{0,1} + e_{x(1,1)}\dot{\theta}_{0,1}) \quad (4.2e)$$

$$F_{\dot{\theta}(1,1)} = c_{\theta,1}\dot{\theta}_{0,1} \quad (4.2f)$$

結構第一層樓板相對於第二層結構柱桿件之自由體圖，如圖 4.5 所示，

$F_{x(1,2)}$ 、 $F_{y(1,2)}$ 、 $F_{\theta(1,2)}$  與  $F_{\dot{x}(1,2)}$ 、 $F_{\dot{y}(1,2)}$ 、 $F_{\dot{\theta}(1,2)}$  可表示成：

$$F_{x(1,2)} = k_{x,2}[(x_{0,1} - e_{y(1,2)}\theta_{0,1}) - (x_{0,2} - e_{y(2,2)}\theta_{0,2})] \quad (4.3a)$$

$$F_{y(1,2)} = k_{y,2}[(y_{0,1} + e_{x(1,2)}\theta_{0,1}) - (y_{0,2} + e_{x(2,2)}\theta_{0,2})] \quad (4.3b)$$

$$F_{\theta(1,2)} = k_{\theta,2}(\theta_{0,1} - \theta_{0,2}) \quad (4.3c)$$

$$F_{\dot{x}(1,2)} = c_{x,2}[(\dot{x}_{0,1} - e_{y(1,2)}\dot{\theta}_{0,1}) - (\dot{x}_{0,2} - e_{y(2,2)}\dot{\theta}_{0,2})] \quad (4.3d)$$

$$F_{\dot{y}(1,2)} = c_{y,2}[(\dot{y}_{0,1} + e_{x(1,2)}\dot{\theta}_{0,1}) - (\dot{y}_{0,2} + e_{x(2,2)}\dot{\theta}_{0,2})] \quad (4.3e)$$

$$F_{\dot{\theta}(1,2)} = c_{\theta,2}(\dot{\theta}_{0,1} - \dot{\theta}_{0,2}) \quad (4.3f)$$

其中， $F_{x(i,j)}$ 、 $F_{y(i,j)}$ 與 $F_{\theta(i,j)}$ 分別為結構第*i*層樓板相對第*j*層結構桿件之作用力； $F_{\dot{x}(i,j)}$ 、 $F_{\dot{y}(i,j)}$ 與 $F_{\dot{\theta}(i,j)}$ 分別為結構第*i*層樓板相對第*j*層結構桿件之阻尼力； $e_{x(i,j)}$ 與 $e_{y(i,j)}$ 分別為結構第*i*層相對第*j*層於*x*、*y*水平向之偏心距。

由圖 4.4 與圖 4.5，可推得結構第一層樓板之力平衡關係式為：

$$m_{1,x}\ddot{x}_{0,1} + F_{x(1,1)} + F_{x(1,2)} + F_{\dot{x}(1,1)} + F_{\dot{x}(1,2)} = -m_{1,x}\ddot{x}_g \quad (4.4a)$$

$$m_{1,y}\ddot{y}_{0,1} + F_{y(1,1)} + F_{y(1,2)} + F_{\dot{y}(1,1)} + F_{\dot{y}(1,2)} = -m_{1,y}\ddot{y}_g \quad (4.4b)$$

$$J_{1,\theta}\ddot{\theta}_{0,1} + F_{\theta(1,1)} + F_{\theta(1,2)} + F_{\dot{\theta}(1,1)} + F_{\dot{\theta}(1,2)} - F_{x(1,1)}e_{y(1,1)} - F_{x(1,2)}e_{y(1,2)} - F_{\dot{x}(1,1)}e_{y(1,1)} - F_{\dot{x}(1,2)}e_{y(1,2)} + F_{y(1,1)}e_{x(1,1)} + F_{y(1,2)}e_{x(1,2)} + F_{\dot{y}(1,1)}e_{x(1,1)} + F_{\dot{y}(1,2)}e_{x(1,2)} = 0 \quad (4.4c)$$

將式(4.2)、式(4.3)代入式(4.4)，可得結構第一層樓板之力平衡方程式為：

$$\mathbf{M}_1\ddot{\mathbf{u}}_1(t) + \mathbf{\Xi}_{1,1}\dot{\mathbf{u}}_1(t) + \mathbf{\Xi}_{1,2}\dot{\mathbf{u}}_2(t) + \mathbf{K}_{1,1}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{K}_{1,2}\mathbf{u}_2(t) = -\mathbf{M}_1\mathbf{L}_1\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (4.5)$$

其中，

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} m_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & m_{1,y} & 0 \\ 0 & 0 & J_{1,\theta} \end{bmatrix} ; \ddot{\mathbf{u}}_1(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{0,1}(t) \\ \ddot{y}_{0,1}(t) \\ \ddot{\theta}_{0,1}(t) \end{bmatrix} ; \dot{\mathbf{u}}_1(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{0,1}(t) \\ \dot{y}_{0,1}(t) \\ \dot{\theta}_{0,1}(t) \end{bmatrix} ; \dot{\mathbf{u}}_2(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{0,2}(t) \\ \dot{y}_{0,2}(t) \\ \dot{\theta}_{0,2}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_1(t) = \begin{bmatrix} x_{0,1}(t) \\ y_{0,1}(t) \\ \theta_{0,1}(t) \end{bmatrix}; \mathbf{u}_2(t) = \begin{bmatrix} x_{0,2}(t) \\ y_{0,2}(t) \\ \theta_{0,2}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \ddot{\mathbf{u}}_g(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{y}_g(t) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{E}_{1,1} = \begin{bmatrix} c_{x,1} + c_{x,2} & 0 & -c_{x,1}e_{y(1,1)} - c_{x,2}e_{y(1,2)} \\ 0 & c_{y,1} + c_{y,2} & c_{y,1}e_{x(1,1)} + c_{y,2}e_{x(1,2)} \\ -c_{x,1}e_{y(1,1)} - c_{x,2}e_{y(1,2)} & c_{y,1}e_{x(1,1)} + c_{y,2}e_{x(1,2)} & c_{\theta,1} + c_{\theta,2} + c_{x,1}e_{y(1,1)}^2 + c_{x,2}e_{y(1,2)}^2 + c_{y,1}e_{x(1,1)}^2 + c_{y,2}e_{x(1,2)}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{1,2} = \begin{bmatrix} -c_{x,2} & 0 & c_{x,2}e_{y(2,2)} \\ 0 & -c_{y,2} & -c_{y,2}e_{x(2,2)} \\ c_{x,2}e_{y(1,2)} & -c_{y,2}e_{x(1,2)} & -c_{\theta,2} - c_{x,2}e_{y(1,2)}e_{y(2,2)} - c_{y,2}e_{x(1,2)}e_{x(2,2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{1,1} = \begin{bmatrix} k_{x,1} + k_{x,2} & 0 & -k_{x,1}e_{y(1,1)} - k_{x,2}e_{y(1,2)} \\ 0 & k_{y,1} + k_{y,2} & k_{y,1}e_{x(1,1)} + k_{y,2}e_{x(1,2)} \\ -k_{x,1}e_{y(1,1)} - k_{x,2}e_{y(1,2)} & k_{y,1}e_{x(1,1)} + k_{y,2}e_{x(1,2)} & k_{\theta,1} + k_{\theta,2} + k_{x,1}e_{y(1,1)}^2 + k_{x,2}e_{y(1,2)}^2 + k_{y,1}e_{x(1,1)}^2 + k_{y,2}e_{x(1,2)}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{1,2} = \begin{bmatrix} -k_{x,2} & 0 & k_{x,2}e_{y(2,2)} \\ 0 & -k_{y,2} & -k_{y,2}e_{x(2,2)} \\ k_{x,2}e_{y(1,2)} & -k_{y,2}e_{x(1,2)} & -k_{\theta,2} - k_{x,2}e_{y(1,2)}e_{y(2,2)} - k_{y,2}e_{x(1,2)}e_{x(2,2)} \end{bmatrix}$$

再由結構第二層樓板相對於第二層結構柱桿件之自由體圖，如圖 4.6 所示， $F_{x(2,2)}$ 、 $F_{y(2,2)}$ 、 $F_{\theta(2,2)}$ 與 $F_{\dot{x}(2,2)}$ 、 $F_{\dot{y}(2,2)}$ 、 $F_{\dot{\theta}(2,2)}$ 可表示成：

$$F_{x(2,2)} = k_{x,2}[(x_{0,2} - e_{y(2,2)}\theta_{0,2}) - (x_{0,1} - e_{y(1,2)}\theta_{0,1})] \quad (4.7a)$$

$$F_{y(2,2)} = k_{y,2}[(y_{0,2} + e_{x(2,2)}\theta_{0,2}) - (y_{0,1} + e_{x(1,2)}\theta_{0,1})] \quad (4.7b)$$

$$F_{\theta(2,2)} = k_{\theta,2}(\theta_{0,2} - \theta_{0,1}) \quad (4.7c)$$

$$F_{\dot{x}(2,2)} = c_{x,2}[(\dot{x}_{0,2} - e_{y(2,2)}\dot{\theta}_{0,2}) - (\dot{x}_{0,1} - e_{y(1,2)}\dot{\theta}_{0,1})] \quad (4.7d)$$

$$F_{\dot{y}(2,2)} = c_{y,2}[(\dot{y}_{0,2} + e_{x(2,2)}\dot{\theta}_{0,2}) - (\dot{y}_{0,1} + e_{x(1,2)}\dot{\theta}_{0,1})] \quad (4.7e)$$

$$F_{\dot{\theta}(2,2)} = c_{\theta,2}(\dot{\theta}_{0,2} - \dot{\theta}_{0,1}) \quad (4.7f)$$

根據圖 4.6，可推得結構第二層樓板之力平衡關係式為：

$$m_{2,x}\ddot{x}_{0,2} + F_{x(2,2)} + F_{\dot{x}(2,2)} = -m_{2,x}\ddot{x}_g \quad (4.8a)$$



$$m_{2,y}\ddot{y}_{0,2} + F_{y(2,2)} + F_{\dot{y}(2,2)} = -m_{2,y}\ddot{y}_g \quad (4.8b)$$

$$J_{2,\theta}\ddot{\theta}_{0,2} + F_{\theta(2,2)} + F_{\dot{\theta}(2,2)} - F_{x(2,2)}e_{y(2,2)} - F_{\dot{x}(2,2)}e_{y(2,2)} + F_{y(2,2)}e_{x(2,2)} + F_{\dot{y}(2,2)}e_{x(2,2)} = 0 \quad (4.8c)$$

將式(4.7)代入式(4.8)，可得結構第二層樓板之力平衡方程式為：

$$\mathbf{M}_2\ddot{\mathbf{u}}_2(t) + \mathbf{\Xi}_{2,1}\dot{\mathbf{u}}_1(t) + \mathbf{\Xi}_{2,2}\dot{\mathbf{u}}_2(t) + \mathbf{K}_{2,1}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{K}_{2,2}\mathbf{u}_2(t) = -\mathbf{M}_2\mathbf{L}_2\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (4.9)$$

其中，

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} m_{2,x} & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,y} & 0 \\ 0 & 0 & J_{2,\theta} \end{bmatrix}; \ddot{\mathbf{u}}_2(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_{0,2}(t) \\ \ddot{y}_{0,2}(t) \\ \ddot{\theta}_{0,2}(t) \end{bmatrix}; \dot{\mathbf{u}}_1(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{0,1}(t) \\ \dot{y}_{0,1}(t) \\ \dot{\theta}_{0,1}(t) \end{bmatrix}; \dot{\mathbf{u}}_2(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{0,2}(t) \\ \dot{y}_{0,2}(t) \\ \dot{\theta}_{0,2}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_1(t) = \begin{bmatrix} x_{0,1}(t) \\ y_{0,1}(t) \\ \theta_{0,1}(t) \end{bmatrix}; \mathbf{u}_2(t) = \begin{bmatrix} x_{0,2}(t) \\ y_{0,2}(t) \\ \theta_{0,2}(t) \end{bmatrix}; \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \ddot{\mathbf{u}}_g(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{y}_g(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Xi}_{2,1} = \begin{bmatrix} -c_{x,2} & 0 & c_{x,2}e_{y(1,2)} \\ 0 & -c_{y,2} & -c_{y,2}e_{x(1,2)} \\ c_{x,2}e_{y(2,2)} & -c_{y,2}e_{x(2,2)} & -c_{\theta,2} - c_{x,2}e_{y(1,2)}e_{y(2,2)} - c_{y,2}e_{x(1,2)}e_{x(2,2)} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{\Xi}_{2,2} = \begin{bmatrix} c_{x,2} & 0 & -c_{x,2}e_{y(2,2)} \\ 0 & c_{y,2} & c_{y,2}e_{x(2,2)} \\ -c_{x,2}e_{y(2,2)} & c_{y,2}e_{x(2,2)} & c_{\theta,2} + c_{x,2}e_{y(2,2)}^2 + c_{y,2}e_{x(2,2)}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{2,1} = \begin{bmatrix} -k_{x,2} & 0 & k_{x,2}e_{y(1,2)} \\ 0 & -k_{y,2} & -k_{y,2}e_{x(1,2)} \\ k_{x,2}e_{y(2,2)} & -k_{y,2}e_{x(2,2)} & -k_{\theta,2} - k_{x,2}e_{y(1,2)}e_{y(2,2)} - k_{y,2}e_{x(1,2)}e_{x(2,2)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{2,2} = \begin{bmatrix} k_{x,2} & 0 & -k_{x,2}e_{y(2,2)} \\ 0 & k_{y,2} & k_{y,2}e_{x(2,2)} \\ -k_{x,2}e_{y(2,2)} & k_{y,2}e_{x(2,2)} & k_{\theta,2} + k_{x,2}e_{y(2,2)}^2 + k_{y,2}e_{x(2,2)}^2 \end{bmatrix}$$

將式(4.5)與式(4.9)合併，即可得兩層樓扭轉耦合結構之運動方程為：



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{\Xi}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (4.11)$$

其中，

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} ; \mathbf{\Xi} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Xi}_{1,1} & \mathbf{\Xi}_{1,2} \\ \mathbf{\Xi}_{2,1} & \mathbf{\Xi}_{2,2} \end{bmatrix} ; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{1,1} & \mathbf{K}_{1,2} \\ \mathbf{K}_{2,1} & \mathbf{K}_{2,2} \end{bmatrix} ; \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_1(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_2(t) \end{bmatrix} ; \dot{\mathbf{u}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_2(t) \end{bmatrix} ; \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(t) \\ \mathbf{u}_2(t) \end{bmatrix} ; \ddot{\mathbf{u}}_g(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_g(t) \\ \ddot{y}_g(t) \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

本節將以圖 4.1 之結構模型，探討於單一樓層及複數樓層中單根柱受損、多根柱於對稱位置受損，以及多根柱於不對稱位置受損等情況。假設受損桿件之楊氏係數縮減 10%，各樓層之柱桿件位置如圖 4.7 所示。

首先，根據 ETABS 模型進行特徵分析所得之自然頻率與模態，以式 (3.62) 及式 (3.63) 組成阻尼矩陣與勁度矩陣，繼而由式 (3.13a) 建立結構破壞前、後之狀態系統矩陣  $\mathbf{A}_c^i$  與  $\mathbf{A}_c^d$ ，並根據式 (3.31) 代入  $g = 2$ （因加速度為最常使用之量測物理量），求得結構破壞前後之  $\mathbf{Q}^i$  與  $\mathbf{Q}^d$ 。

接著，由  $\Delta\mathbf{Q}^T$  作 SVD 分解萃取出破壞定位向量，將各符合條件之破壞定位向量 ( $\mathbf{L}_i$ ) 以靜力載重方式，分別加載至未破壞結構各樓層質心所對應之自由度上，再由 ETABS 應力分析求出各柱於  $x$ 、 $y$  水平向之柱剪力  $\sigma_{j,i}^x$  與  $\sigma_{j,i}^y$ ，並分別以其最大者為基準進行正規化，求得各柱  $x$ 、 $y$  水平向之正規化應力指標  $nsi_{j,i}^x$  與  $nsi_{j,i}^y$ 。

最後，根據式 (3.49) 計算出各柱於  $x$ 、 $y$  水平向之加權應力指標  $\text{WSI}_j^x$  與  $\text{WSI}_j^y$  分別表示如下：

$$\text{WSI}_j^x = \sum_{i=1}^q nsi_{j,i}^x \quad (4.13a)$$

$$WSI_j^y = \sum_{i=1}^q nsi_{j,i}^y \quad (4.13b)$$

並定義各柱( $j$ )之加權應力指標  $WSI_j$  如下：

$$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2} \quad (4.14)$$

藉由式(3.50)之 PD 指標以樓層為單位，從中偵測出各樓層可能受損桿件。

## 4.2.1 扭轉耦合剪力屋架單一樓層受損

### 4.2.1.1 單根柱受損

本節考慮單一樓層-單根柱受損之 6 種案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：一樓之 C5 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.2：一樓之 C7 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.3：一樓之 C11 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.4：二樓之 C1 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.5：二樓之 C4 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.6：二樓之 C12 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%。

各案例之物理參數與模態參數歸納於表 4.2~表 4.7。應用第三章介紹之狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 4.8 與圖 4.8，茲分述如下：

Case.1：表 4.8(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出受損桿件，一樓則於 C5 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.8(a)亦可明顯看出一樓 C5 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.2：表 4.8(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出受損桿件，一樓則於 C7 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.8(b)亦可明顯看出一樓 C7 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.3：表 4.8(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出受損桿

件，一樓則於 C11 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.8(c)亦可明顯看出一樓 C11 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.4：表 4.8(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出受損桿件，二樓則於 C1 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.8(d)亦可明顯看出二樓 C1 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.5：表 4.8(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出受損桿件，二樓則於 C4 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.8(e)亦可明顯看出二樓 C4 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.6：表 4.8(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出受損桿件，二樓則於 C12 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.8(f)亦可明顯看出二樓 C12 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於單一樓層-單根柱受損之案例中，均可準確偵測出輕微受損(10%)的桿件。

#### 4.2.1.2 多根柱呈對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 6 種單一樓層-多根柱呈對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：一樓之 C2, C8 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.2：一樓之 C4, C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.3：一樓之 C5, C11 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.4：二樓之 C2, C8 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.5：二樓之 C4, C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.6：二樓之 C5, C11 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%。

各案例之物理參數與模態參數歸納於表 4.9~表 4.14。應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 4.15 與圖 4.9，茲分述如下：

Case.1：表 4.15(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出任何受損桿件，一樓則於 C2 及 C8 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.9(a)亦可看出一樓 C2 及 C8 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.2：表 4.15(a)之分析結果(PD 指標)顯示，以 Bernal 建議式(3.50)之 PD 指標於一、二樓均未偵測出任何受損桿件。觀察圖 4.9(b)可看出一樓各柱之  $WSI_j$  值遠小於二樓各柱之  $WSI_j$  值，且一樓各柱之  $WSI_j$  值差異十分明顯，研判該樓層可能有受損。其中，對應於設定之受損桿件一樓 C4 及 C12 柱，其  $WSI_j$  值仍是相對最小者，因此可研判一樓之 C4 及 C12 為受損桿件（於表 4.15(a)中以粗斜體表示），此與假設破壞之桿件相符。

Case.3：表 4.15(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出任何受損桿件，一樓則於 C11 柱發生破壞，但受損之一樓 C5 柱並未被偵測到。進一步檢視一樓各柱之  $WSI_j$  值，可得知 C5 柱之  $WSI_j$  值為倒數第二小的值，且由圖 4.9(c)可看出一樓 C5 及 C11 柱之  $WSI_j$  值較其餘各柱均明顯偏低，因此可將一樓之 C5 及 C11 柱視為可能受損的桿件。

Case.4：表 4.15(b)之分析結果(PD 指標)顯示，以 Bernal 建議式(3.50)之 PD 指標於一、二樓均未偵測出任何受損桿件。觀察圖 4.9(d)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值遠小於一樓各柱之  $WSI_j$  值，且一樓各柱之  $WSI_j$  值差異十分明顯，研判該樓層可能有受損。其中，對應於設定之受損桿件二樓 C2 及 C8 柱，其  $WSI_j$  值仍是相對最小者，因此可研判二樓之 C2 及 C8 柱為受損桿件，此與假設破壞之桿件相符。

Case.5：表 4.15(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出任何受損桿件，二樓則於 C4 及 C12 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.9(e)亦可看出二樓 C4 及 C12 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.6：表 4.15(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出任何受

損桿件，二樓則於 C5 及 C11 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.9(f) 亦可看出二樓 C5 及 C11 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於單一樓層-多根柱呈對稱性受損之案例中，並非每案例之定位破壞向量均屬可靠，部份案例之分析結果未能根據 PD 指標之篩選標準定位出來，顯示 Bernal 提出之經驗式並不能保證能夠完全找出受損桿件。因此，分析者仍需根據各樓層  $WSI_j$  值之變化趨勢加以研判，找出可能之受損樓層，再檢視該樓層之  $WSI_j$  值以準確判斷出受損的桿件。

#### 4.2.1.3 多根柱呈不對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 6 種單一樓層-多根柱呈不對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：一樓之 C6,C7 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.2：一樓之 C6,C8 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：一樓之 C4,C7 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式；

Case.4：二樓之 C6,C7 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.5：二樓之 C2,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.6：二樓之 C2,C5 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

各案例之物理參數與模態參數歸納於表 4.16~表 4.21。應用狀態空間 DLV



法進行分析之結果歸納於表 4.22 與圖 4.10，分述如下：

Case.1：表 4.22(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出受損桿件，一樓則於 C6 及 C7 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.10(a)亦可看出一樓 C6 及 C7 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.2：表 4.22(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出受損桿件，一樓則於 C6 及 C8 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.10(b)亦可看出一樓 C6 及 C8 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.3：表 4.22(a)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓並未偵測出受損桿件，一樓則於 C4 及 C7 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.10(c)亦可看出一樓 C4 及 C7 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.4：表 4.22(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出受損桿件，二樓則於 C6 及 C7 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.10(d)亦可看出二樓 C6 及 C7 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.5：表 4.22(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出受損桿件，二樓則於 C2、C3 及 C4 柱發生破壞 (C3 並非設定之受損桿件)。由於 C3 柱夾於 C2 柱及 C4 柱之間，所以有可能受到 C2 柱及 C4 柱受損的影響，使其  $WSI_j$  值偏低而造成誤判。惟其  $WSI_j$  值仍高於 C2 及 C4 柱的三倍，由圖 4.10(e)亦可看出二樓 C2 及 C4 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低，因此仍可判斷二樓之 C2 及 C4 為最可能受損的桿件。

Case.6：表 4.22(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一樓並未偵測出受損桿件，二樓則於 C2 及 C5 柱發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.10(f)亦可看出二樓 C2 及 C5 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之案例中，均可準確偵測出輕微受損(10%)的桿件。惟，於

兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式，該完好柱之  $WSI_j$  值亦會偏低，有可能造成誤判。因此，分析者需再根據該層樓  $WSI_j$  值之大小加以研判，方可準確判斷出受損桿件。

## 4.2.2 扭轉耦合剪力屋架複數樓層受損

### 4.2.2.1 二樓及一樓各單根柱受損

本節考慮複數樓層-各單根柱受損之 6 種案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C1 柱與一樓之 C1 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：二樓之 C4 柱與一樓之 C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.3：二樓之 C12 柱與一樓之 C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.4：二樓之 C12 柱與一樓之 C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.5：二樓之 C11 柱與一樓之 C5 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.6：二樓之 C4 柱與一樓之 C6 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

各案例之物理參數與模態參數歸納於表 4.23~表 4.28。應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 4.29 與圖 4.11，分述如下：

Case.1：表 4.29(a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓之 C1 柱均發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.11(a)亦可明顯看出一、二樓 C1 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.2：表 4.29(a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓之 C4 柱均發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.11(b)亦可明顯看出一、二樓 C4 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.3：表 4.29(a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓之 C12 柱均發生破壞，與假設條件相符。由圖 4.11(c)亦可明顯看出一、二樓 C12 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.4：表 4.29(b)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓之 C12 柱發生破壞，一樓則於 C4 柱發生破壞，均與假設條件相符。由圖 4.11(d)亦可明顯看出二樓 C12 柱與一樓 C4 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.5：表 4.29(b)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓之 C11 柱發生破壞，一樓則於 C5 柱發生破壞，均與假設條件相符。由圖 4.11(e)亦可明顯看出二樓 C11 柱與一樓 C5 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.6：表 4.29(b)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓之 C4 柱發生破壞，一樓則於 C6 柱發生破壞，均與假設條件相符。由圖 4.11(f)亦可明顯看出二樓 C4 柱與一樓 C6 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於複數樓層-各單根柱受損之案例中，均可準確偵測出輕微受損(10%)的桿件。

#### 4.2.2.2 二樓及一樓各多根柱呈對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 6 種複數樓層-各多根柱呈對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C4, C12 柱與一樓之 C4, C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：二樓之 C4, C12 柱與一樓之 C2, C8 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；



Case.3：二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.4：二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C4,C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 40%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.5：二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C2,C8 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 40%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.6：二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 40%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

各案例之物理參數與模態參數歸納於表 4.30~表 4.35。應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 4.36 與圖 4.12，分述如下：

Case.1：表 4.36 (a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.12(a)一、二樓各柱之  $WSI_j$  值，亦無明顯差異，無助於判定受損桿件。

Case.2：表 4.36 (a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.12(b)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異。檢視各樓層之  $WSI_j$  值，一樓 C2 柱之  $WSI_j$  值為一樓各柱中之相對較小者 (C1 更小)，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。

Case.3：表 4.36 (a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.12(c)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異。檢視各樓層之  $WSI_j$  值，二樓 C12 柱之  $WSI_j$  值為二樓各柱中之相對較小者 (C11 更小)，一樓 C9 柱之  $WSI_j$  值為一樓各柱中之最小者，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。

Case.4：將 Case.1 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測

出與假設相符之破壞桿件。表 4.36 (b)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.12(d)一、二樓各柱之  $WSI_j$  值，亦無明顯差異，無助於判定受損桿件。

Case.5：將 Case.2 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之破壞桿件。表 4.36 (b)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.12(e)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異。檢視各樓層之  $WSI_j$  值，一樓 C2 柱之  $WSI_j$  值為一樓各柱中之相對較小者 (C1 更小)，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。

Case.6：將 Case.3 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之破壞桿件。表 4.36 (b)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.12(f)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異。檢視各樓層之  $WSI_j$  值，二樓 C12 柱之  $WSI_j$  值為二樓各柱中之相對較小者 (C11 更小)，一樓 C9 柱之  $WSI_j$  值為一樓各柱中之最小者，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之案例中，均無法偵測出受損桿件。即便將各柱之受損程度加劇(40%)，仍無法得到合理的分析結果。推測於複數樓層中以直線  $x = y$  為對稱軸多根柱受損之情況下，將導致受損結構處於近似平衡狀態，使計算所得之破壞定位向量辨識度不佳，造成無法準確偵測出受損桿件之結果。

#### 4.2.2.3 二樓及一樓各多根柱呈不對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 6 種複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C3,C4 柱與一樓之 C3,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中相同且相鄰兩根柱受損之型式；

Case.2：二樓之 C2,C4 柱與一樓之 C2,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：二樓之 C4,C11 柱與一樓之 C4,C11 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式；

Case.4：二樓之 C11,C12 柱與一樓之 C3,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱相鄰之型式；

Case.5：二樓之 C6,C8 柱與一樓之 C2,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.6：二樓之 C4,C11 柱與一樓之 C5,C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

各案例之物理參數與模態參數歸納於表 4.37~表 4.42。應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 4.43 與圖 4.13，分述如下：

Case.1：表 4.43(a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓並未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。惟由圖 4.13(a)可看出一、二樓各柱之  $WSI_j$  值有明顯差異。再檢視各樓層之  $WSI_j$  值之大小，一、二樓 C3 及 C4 柱之  $WSI_j$  值較其所在樓層之其餘各柱低，因此可加以研判一、二樓之 C3 及 C4 柱較可能為受損桿件。

Case.2：表 4.43(a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓之 C3 柱發生

破壞，但與設定之條件(一、二樓之 C2,C4 柱受損)不符。由圖 4.13(b)亦可明顯看出一、二樓之 C3 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。造成誤判之原因，為 C3 柱之  $WSI_j$  值受其相鄰兩根受損柱(C2,C4 柱)共同影響而偏低。

Case.3：表 4.43(a)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓並未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.13(c)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值略有差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則無明顯差異。檢視各樓層之  $WSI_j$  值之大小，一、二樓 C11 柱之  $WSI_j$  值為其所在樓層中之最小者，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。

Case.4：表 4.43(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓並未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。惟觀察圖 4.13(d)可看出一、二樓各柱之  $WSI_j$  值有明顯差異。再檢視各樓層之  $WSI_j$  值之大小，二樓 C11 及 C12 柱之  $WSI_j$  值較二樓其餘各柱低；一樓 C3 及 C4 柱之  $WSI_j$  值較一樓其餘各柱低，因此可加以判斷二樓之 C11 及 C12 柱，以及一樓之 C3 及 C4 柱較可能為受損桿件。

Case.5：表 4.43(b)之分析結果(PD 指標)顯示，二樓 C7 柱及一樓 C3 柱發生破壞，但與設定之條件(二樓之 C6,C8 柱與一樓之 C2,C4 柱受損)不符。由圖 4.13(e)亦可明顯看出二樓 C7 柱及一樓 C3 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。造成誤判之原因，為二樓 C7 柱及一樓 C3 柱之  $WSI_j$  值受其相鄰兩根受損柱(二樓 C6,C8 柱與一樓 C2,C4 柱)共同影響而偏低。

Case.6：表 4.43(b)之分析結果(PD 指標)顯示，一、二樓並未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。觀察圖 4.13(f)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值略有差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則無明顯差異。檢視各樓層之  $WSI_j$  值之大小，二樓 C11 柱之  $WSI_j$  值為二樓各柱中之最小者，惟仍無助於明確判

定其為受損桿件。

由於 Case.2 及 Case.5 之分析結果(PD 指標)顯示，受損的桿件均誤判為包夾於兩根受損柱間之完好柱。因此，吾人考慮取交集 (intersection) 之方式，將原本之分析結果視為一次偵測( $WSI_j$ )，並以其相鄰桿件之  $WSI_j$  值相加作為二次偵測( $WSI_j^{2\cap}$ )之依據，再由其中定位出可能的受損位置，表示如下：

$$\begin{array}{l}
 \text{(一次偵測)} \\
 \left. \begin{array}{c} C1 \\ C2 \\ C3 \\ C4 \\ C5 \\ C6 \\ C7 \\ C8 \\ C9 \\ C10 \\ C11 \\ C12 \end{array} \right\} WSI_j = \Rightarrow WSI_j^{2\cap} = \left\{ \begin{array}{c} \text{(二次偵測)} \\ C1+C2 \\ C2+C3 \\ C3+C4 \\ C4+C5 \\ C5+C6 \\ C6+C7 \\ C7+C8 \\ C8+C9 \\ C9+C10 \\ C10+C11 \\ C11+C12 \end{array} \right\} \quad (4.15)
 \end{array}$$

分析結果顯示 (表 4.44 與圖 4.14)，於 Case.2 一、二樓之  $C2+C3$  及  $C3+C4$  柱區的  $WSI_j^{2\cap}$  值相較於其所在樓層之其餘柱群組為低；於 Case.5 二樓之  $C6+C7$  及  $C7+C8$  柱群組，以及一樓之  $C2+C3$  及  $C3+C4$  柱群組的  $WSI_j^{2\cap}$  值相較於其所在樓層之其餘柱群組為低。其中，均包含實際之受損桿件 (Case.2 一、二樓之  $C2, C4$  柱；Case.5 二樓之  $C6, C8$  柱與一樓之  $C2, C4$  柱)，因此吾人有機會藉由二次偵測定位出有可能的受損柱群組，避免發生遺漏，誤判的情況。

考慮將 Case.3 及 Case.6 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正



確偵測出與假設相符之破壞桿件，分析結果如表 4.45 及圖 4.15 所示。與受損程度為 10% 之情況相似，仍無法根據 PD 指標偵測出與假設破壞之桿件相符，檢視各樓層之  $WSI_j$  值大小，Case.3 於一、二樓 C11 柱之  $WSI_j$  值為其所在樓層中之最小者，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。Case.6 二樓 C11 柱之  $WSI_j$  值為二樓各柱中之最小者，惟仍無助於明確判定其為受損桿件。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之案例中，若為相鄰兩根柱受損之情況，可根據各樓層  $WSI_j$  值之大小加以研判出受損的桿件；若為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之情況，由於一次偵測模式可能誤判，或能以二次偵測定位出可能的受損柱群組避免誤判；若為兩根受損柱間間隔多根完好柱之型式，則本方法仍無法偵測出受損桿件，即使將各柱之受損程度加劇亦然。

### 4.2.3 基於常態分佈之破壞指標

由於 4.2.1 節及 4.2.2 節之分析結果顯示，部分案例無法依據式(3.50)之破壞指標(PD 指標)，完全偵測出各樓層中可能發生的受損桿件，甚至無法找出任何受損桿件。為改善判讀結果之正確性，本文提出以各柱  $WSI_j$  值之平均值及標準差等數據作為修正依據。茲定義凡低於各樓層分析結果之平均值 ( $\mu_{WSI}$ ) 一個標準差 ( $\sigma_{WSI}$ ) 以下者，為可能發生破壞之桿件，其關係式可表示如下：

$$PD' = \left\{ \text{column}_j \text{'s } \forall WSI_j \leq (\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}) \right\} \quad (4.16)$$

其中， $\mu_{WSI}$  為各樓層各柱  $WSI_j$  值之平均值， $\sigma_{WSI}$  為其對應之標準差。

各案例改以式(4.16)之  $PD'$  指標進行判斷，分析結果歸納於表 4.46~表 4.51，茲分述如下：

### 4.2.3.1 扭轉耦合剪力屋架單一樓層受損

#### (a) 單根柱受損

於單一樓層中單根柱受損之案例，由表 4.46 可看出受損樓層之各柱  $WSI_j$  值有明顯差異，故可據以研判出受損之樓層，進而以 PD' 指標針對該樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 4.46(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓 C5 及 C6 柱受損，其中 C5 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C5 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.2：表 4.46(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓 C6、C7 及 C8 柱受損，其中 C7 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C7 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.3：表 4.46(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓 C11 及 C12 柱受損，其中 C11 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C11 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.4：表 4.46(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C1 及 C8 柱受損，其中 C1 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出二樓 C1 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.5：表 4.46(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C3、C4 及 C5 柱受損，其中 C4 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出二樓 C4 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.6：表 4.46(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C10 及 C12 柱受損，其中 C12 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出二樓 C12 柱受損，與假設條件完全相符。

由上述之分析結果可知，應用式(4.16)之修正破壞指標(PD')於單一樓

層-單根柱輕微受損(10%)之案例中，PD' 指標偵測判定為受損之桿件較實際受損者多，惟其中都包含實際受損的桿件，因此仍具參考價值。在本節案例中，PD 指標均準確偵測出與假設條件相符之桿件。

### (b)多根柱呈對稱性受損

於單一樓層中多根柱呈對稱性受損之案例，由表 4.47 可看出受損樓層之  $WSI_j$  值有明顯差異，且其平均值亦比未受損樓層低，因此可據以研判出受損之樓層，進而以 PD' 指標針對該樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 4.47(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓之 C2 柱受損，但受損之一樓 C8 柱並未被偵測到；以 PD 為指標則偵測出一樓之 C2 及 C8 柱，均與假設條件完全相符。

Case.2：表 4.47(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓之 C4 及 C12 柱受損，均與假設條件完全相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.3：表 4.47(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓之 C5 及 C11 柱受損，均與假設條件完全相符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C11 柱發生破壞，但受損之一樓 C5 柱並未被偵測到。

Case.4：表 4.47(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓之 C2 及 C8 柱受損，均與假設條件完全相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.5：表 4.47(b)之分析結果，以 PD' 與 PD 指標均偵測出二樓之 C4 及 C12 柱受損，均與假設條件完全相符。

Case.6：表 4.47(b)之分析結果，以 PD' 與 PD 指標均偵測出二樓之 C5 及 C11 柱受損，均與假設條件完全相符。



由上述之分析結果可知，應用式(4.16)之修正破壞指標(PD')於單一樓層-多根柱呈對稱性受損之案例中，PD'指標除了於Case.1無偵測出受損之C8柱之外，其餘案例均可準確偵測出與假設條件相符之桿件，且能有效改善Case.2及Case.4中PD指標無法偵測出任何受損桿件，以及Case.3中PD指標偵測結果不準確之問題，避免有柱受損卻偵測不出之情況。在本節部份案例中以原PD指標未能完全偵測出受損桿件。

### (c)多根柱呈不對稱性受損

於單一樓層之中多根柱呈不對稱性受損案例，由表4.48可看出受損樓層之 $WSI_j$ 值有明顯的差異，且其平均值亦比未受損之樓層低，因此可據以研判出受損之樓層，進而以PD'指標針對該樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表4.48(a)之分析結果顯示，以PD'與PD指標均偵測出一樓C6及C7柱受損，與假設條件完全相符。

Case.2：表4.48(a)之分析結果顯示，以PD'與PD指標均偵測出一樓C6及C8柱受損，與假設條件完全相符。

Case.3：表4.48(a)之分析結果顯示，以PD'為指標並未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符；以PD為指標則偵測出一樓C4及C7柱受損，均與假設條件完全相符。

Case.4：表4.48(b)之分析結果顯示，以PD'與PD指標均偵測出二樓C6及C7柱受損，與假設條件完全相符。

Case.5：表4.48(b)之分析結果顯示，以PD'與PD指標均偵測出二樓C2、C3及C4柱受損（C3並非設定之受損桿件）。

Case.6：表4.48(b)之分析結果顯示，以PD'與PD指標均偵測出二樓C2及C5柱受損，與假設條件完全相符。

由上述之分析結果可知，應用式(4.16)之修正破壞指標(PD')於單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之案例中，幾乎都可以準確偵測出與假設條件相符之桿件，惟於 Case.3 及 Case.5 會造成誤判。由於 Case.3 一樓各柱之  $WSI_j$  值均大於  $\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$  之差值，未能偵測出受損桿件；Case.5 兩根受損柱(二樓 C2 及 C4 柱)中間間隔一根完好柱(二樓 C3 柱)之型式，其中間完好柱之  $WSI_j$  值亦會偏低，可能造成誤判。在本節案例中 PD 指標均準確偵測出與假設條件相符之桿件，惟於兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式，該完好柱之  $WSI_j$  值亦會偏低，造成誤判。

#### 4.2.3.2 扭轉耦合剪力屋架複數樓層受損

##### (a) 二樓及一樓各單根柱受損

於複數樓層中單根柱受損之案例，由表 4.49 可看出各樓層之  $WSI_j$  值均有明顯差異，且平均值亦均偏低，因此研判各樓層均可能受損，進而以 PD' 指標對各樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 4.49(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C1、C2 及 C8 柱受損，以及一樓 C1 及 C2 柱受損，其中一、二樓之 C1 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一、二樓之 C1 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.2：表 4.49(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C3、C4 及 C5 柱受損，以及一樓 C3 及 C4 柱受損，其中一、二樓之 C4 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一、二樓之 C4 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.3：表 4.49(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一、二樓之 C10、C11 及 C12 柱受損，其中一、二樓之 C12 柱與假設條件相符；以 PD 為指標偵測出一、二樓之 C12 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.4：表 4.49(b)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出二樓 C11 及 C12 柱受損，以及一樓 C3、C4 及 C5 柱受損，其中二樓 C12 柱及一樓 C4 柱與假設條件相符；以PD為指標則偵測出二樓 C12 柱及一樓 C4 柱受損，與假設條件完全相符。

Case.5：表 4.49(b)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出二樓 C9 及 C11 柱受損，以及一樓 C4 及 C5 柱受損，其中二樓 C11 柱及一樓 C5 柱與假設條件相符；以PD為指標則偵測出二樓 C11 柱及一樓 C5 柱受損，均與假設條件完全相符。

Case.6：表 4.49(b)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出二樓 C3、C4 及 C5 柱受損，以及一樓 C3 及 C6 柱受損，其中二樓 C4 柱及一樓 C6 柱與假設條件相符；以PD為指標則偵測出二樓 C4 柱及一樓 C6 柱受損，與假設條件完全相符。

由上述之分析結果可知，應用式(4.16)之修正破壞指標(PD')於複數樓層-各單根柱輕微受損(10%)之案例中，PD'指標均偵測出較設定條件更多的受損桿件，惟其中都包含實際受損的桿件，因此仍具參考價值。在本節案例中PD指標均準確偵測出與假設條件相符之桿件。

### **(b)二樓及一樓各多根柱呈對稱性受損**

於複數樓層中多根柱呈對稱性受損之案例，由表 4.50 可看出各樓層之平均值均偏低，因此研判各樓層均可能受損，進而以PD'指標對各樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 4.50(a)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出一、二樓之 C9 及 C11 柱受損，但與設定之條件(一、二樓之 C4,C12 柱受損)不符；以PD為指標則未偵測出任何受損桿件，亦與設定之條件不符。

Case.2：表 4.50(a)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出二樓 C9 及

C11 柱，以及一樓 C1 及 C2 柱受損，其中一樓之 C2 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C2,C8 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.3：表 4.50(a)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 及 C12 柱，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓 C12 柱及一樓 C9 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.4：將 Case.1 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之破壞桿件。表 4.50(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一、二樓之 C9 及 C11 柱受損，但與設定之條件(一、二樓之 C4,C12 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，亦與設定之條件不符。

Case.5：將 Case.2 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之破壞桿件。表 4.50(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C9 及 C11 柱，以及一樓 C1 及 C2 柱受損，其中一樓之 C2 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C2,C8 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.6：將 Case.3 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之破壞桿件。表 4.50(b)之分析結果顯示以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 及 C12 柱，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓 C12 柱及一樓 C9 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損

桿件，亦與設定之條件不符。

由上述之分析結果可知，應用式(4.16)之修正破壞指標(PD')於複數樓層-各多根柱對稱破壞之案例中，雖然可以改善PD指標無法偵測出任何受損桿件之問題，但以直線 $x=y$ 為對稱軸多根柱受損之情況下，將導致受損結構處於近似平衡狀態，使計算所得之破壞定位向量辨識度不佳，造成無法準確偵測出受損桿件之結果，即便將各柱之受損程度加劇(40%)，仍無法得到合理的分析結果。在本節案例中PD指標均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

### (c)二樓及一樓各多根柱呈不對稱性受損

於複數樓層中多根柱呈不對稱性受損之案例，由表 4.51 可看出各樓層之平均值均偏低，因此研判各樓層均可能受損，進而以PD'指標對各樓層樓進行偵測。

Case.1：表 4.51(a)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出二樓 C3、C4 及 C5 柱受損，以及一樓 C3 及 C4 柱受損，其中一、二樓之 C3 及 C4 柱與假設條件相符；以PD為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.2：表 4.51(a)之分析結果顯示，以PD'為指標偵測出二樓 C3 及 C6 柱受損，以及一樓 C3 柱受損，但與設定之條件(一、二樓之 C2,C4 柱受損)不符；以PD為指標則偵測出一、二樓之 C3 柱受損，亦與設定之條件(一、二樓之 C2,C4 柱受損)不符。

Case.3：表 4.51(a)之分析結果顯示，以PD'為指標偵測出二樓 C11 柱受損，以及一樓 C6 及 C11 柱受損，其中一、二樓之 C11 柱與假設條件相符；以PD為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.4：表 4.51(b)之分析結果顯示，以PD'為指標可偵測出二樓 C9、



C10、C11 及 C12 柱受損，以及一樓 C3、C4 及 C6 柱受損，其中二樓之 C11、C12 柱及一樓之 C3、C4 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

Case.5：表 4.51(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標偵測出二樓 C2 及 C7 柱受損，以及一樓 C3 及 C6 柱受損，但與設定之條件(二樓之 C6、C8 柱與一樓之 C2、C4 柱受損)不符；以 PD 為指標則偵測出二樓之 C7 柱受損及一樓 C3 柱受損，亦與設定之條件(二樓之 C6、C8 柱與一樓之 C2、C4 柱受損)不符。

Case.6：表 4.51(b)之分析結果顯示，以 PD' 為指標偵測出二樓 C11 柱受損，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓之 C11 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

考慮以式(4.16)之修正破壞指標(PD')，分析 Case.2 及 Case.5 之二次偵測結果如表 4.52 所示。Case.2 之分析結果顯示，以 PD' 為指標偵測出一、二樓之 C2+C3 及 C3+C4 柱群組受損，其中均包含實際之受損桿件(一、二樓之 C2、C4 柱)；以 PD 為指標則未偵測出任何受損柱群組，與設定之條件不符。Case.5 之分析結果顯示，以 PD' 為指標偵測出二樓之 C6+C7 及 C7+C8 柱群組受損，以及一樓之 C2+C3 及 C3+C4 柱群組受損，其中均包含實際之受損桿件(二樓之 C6、C8 柱與一樓之 C2、C4 柱)；以 PD 為指標則未偵測出任何受損柱群組，與設定之條件不符。

接著，考慮將 Case.3 及 Case.6 之柱受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之破壞桿件，分析結果如表 4.53 所示。Case.3 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 柱受損，以及一樓 C6 及 C11 柱受損，其中一、二樓之 C11 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。Case.6 之分析結果顯示，以

PD' 為指標偵測出二樓 C11 柱受損，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓之 C11 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

由上述之分析結果可知，應用式(4.16)之修正破壞指標(PD')於複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之案例中，若為相鄰兩根柱受損之情況，可改善 Case.1 及 Case.4 中 PD 指標無法偵測出任何受損桿件之問題，且 PD' 指標均包含實際之受損桿件；若為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之情況，也可以改善 Case.2 及 Case.5 二次偵測中，PD 指標無法偵測出任何受損柱群組之問題，且包含了實際之受損桿件；若為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之情況，雖可改善 Case.3 及 Case.6 中 PD 指標無法偵測出任何受損桿件之問題，但仍無法準確偵測出受損的桿件，即便將各柱之受損程度加劇，也無助於改善其分析結果。

### 4.3 小結

由上述之討論可知，部分案例依據 Bernal 建議之 PD 指標，未能完全準確偵測出各樓層中可能發生的受損桿件。因此，本文提出以各柱  $WSI_j$  值平均值及標準差組成之 PD' 指標，作為輔助改善判讀結果之依據。

在單一或複數樓層-單根柱輕微受損(10%)之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，均可準確偵測出與假設條件相符之受損桿件。惟，PD' 指標可能偵測出額外之受損桿件，其中仍包含實際受損之桿件。

在單一樓層-多根柱呈對稱性或不對稱性受損之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，部分案例 PD 指標可偵測出受損桿件，PD' 指標卻無法偵測出受損桿件，造成遺漏之情況；反之亦然。此時，若考慮取 PD 及 PD' 指標

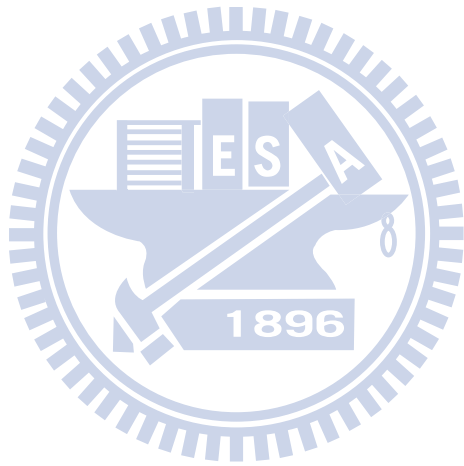
分析結果之聯集，則可將實際受損桿件包含在內，避免發生遺漏。

在複數樓層-多根柱呈對稱性受損之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，由於各樓層受損的桿件均為對稱之型式，使得破壞定位向量之辨識度不佳，造成以 PD 或 PD' 指標均無法準確偵測出受損桿件。

在複數樓層-多根柱呈不對稱性受損之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，若為相鄰兩根柱受損之型式，以 PD' 指標可偵測出受損桿件，PD 指標則不然；若為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式，由二次偵測計算之  $WSI_j$  值輔以 PD' 指標，可偵測出可能的受損柱群組；若為兩根受損柱中間間隔多完好柱之型式，以 PD 或 PD' 指標均無法準確偵測出受損桿件。

綜合以上所述，扭轉耦合結構在單一或複數樓層-單根柱輕微受損之情況，應用本文發展之損傷探測方法即狀態空間 DLV 法，可有效定位出受損桿件；複數樓層-多根柱受損之案例，其受損範圍 (extent) 較單一樓層-多根柱受損之案例大，易導致破壞定位向量之辨識度不佳或失真，且增加各柱之受損程度 (level)，亦無法有效提升其辨識度。





## 第五章 基於地震反應監測資料之扭轉耦合結構

### 損傷探測分析

#### 5.1 前言

於實際工程應用時，欲成功以狀態空間 DLV 法偵測出於扭轉耦合結構之受損桿件，必須先由系統識別分析求得結構破壞前、後之連續時間系統矩陣與狀態輸出影響矩陣。本章考慮與前一章相同之結構模型（圖 4.1），以地震工程研究中常採用之震波 1940 年美國 El Centro 地震（圖 5.1），作為結構  $x$  向（東西向）及  $y$  向（南北向）之地表輸入擾動。

以結構受震之各樓層質心水平向（ $x, y$ ）與扭轉向（ $\theta$ ）之加速度反應作為輸出，根據第二章所介紹的 SRIM 識別分析法以多重輸入-多重輸出（multiple-input-multiple-output；簡稱 MIMO）的模式，識別出結構之系統矩陣與狀態輸出影響矩陣，作為狀態空間 DLV 分析之基礎。

#### 5.2 扭轉耦合結構之座標轉換

由於各樓層之感應器未必安裝於質心上，故需經由座標轉換將各感應器之直接量測訊號轉換成質心動態反應，以作為 SRIM 系統識別之基礎。各樓層至少需安裝 3 組感應器，方可建立扭轉耦合結構質心水平向（ $x, y$ ）與扭轉向（ $\theta$ ）之訊號，如圖 5.2 所示。假設第  $i$  樓層測點之訊號為  $S_i$ ，轉換矩陣為  $T_i$ ，質心訊號為  $S_{CM,i}$ ，則其線性轉換關係為：

$$S_{CM,i} = T_i S_i \quad (5.1)$$

其中，

$$\mathbf{S}_{CM,i} = \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_{x_{CM},i} \\ \mathbf{S}_{y_{CM},i} \\ \mathbf{S}_{\theta_{CM},i} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S}_i = \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_{x_{1,i}} \\ \mathbf{S}_{x_{2,i}} \\ \mathbf{S}_{y_{1,i}} \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

$\mathbf{S}_{x_{CM},i}$ 、 $\mathbf{S}_{y_{CM},i}$ 與 $\mathbf{S}_{\theta_{CM},i}$ 分別為第*i*樓層質心之*x*、*y*與扭轉向訊號； $\mathbf{S}_{x_{1,i}}$ 、 $\mathbf{S}_{x_{2,i}}$ 與 $\mathbf{S}_{y_{1,i}}$ 分別為第*i*樓層測點 $x_{1,i}$ 、 $x_{2,i}$ 與 $y_{1,i}$ 之訊號。

第*i*樓層測點訊號與質心訊號之幾何關係如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{x_{1,i}} &= \mathbf{S}_{x_{CM},i} - l_{y_{1,i}} \mathbf{S}_{\theta_{CM},i} \\ \mathbf{S}_{x_{2,i}} &= \mathbf{S}_{x_{CM},i} + l_{y_{2,i}} \mathbf{S}_{\theta_{CM},i} \\ \mathbf{S}_{y_{1,i}} &= \mathbf{S}_{y_{CM},i} - l_{x_{1,i}} \mathbf{S}_{\theta_{CM},i} \end{aligned} \quad (5.3a)$$

或

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_{y_{1,i}} \\ 1 & 0 & l_{y_{2,i}} \\ 0 & 1 & -l_{x_{1,i}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_{x_{CM},i} \\ \mathbf{S}_{y_{CM},i} \\ \mathbf{S}_{\theta_{CM},i} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{S}_{CM,i} \quad (5.3b)$$

其中， $l_{y_{1,i}}$ 為第*i*樓層測點 $x_{1,i}$ 與質心 $CM,i$ 之垂直距離； $l_{y_{2,i}}$ 為第*i*樓層測點 $x_{2,i}$ 與質心 $CM,i$ 之垂直距離； $l_{x_{1,i}}$ 為第*i*樓層測點 $y_{1,i}$ 與質心 $CM,i$ 之水平距離。

由式(5.3b)可推得 $\mathbf{T}_i^{-1}$ 之逆矩陣 $\mathbf{T}_i$ 為：

$$\mathbf{T}_i = \frac{1}{l_{y,i}} \begin{bmatrix} l_{y_{2,i}} & l_{y_{1,i}} & 0 \\ -l_{x_{1,i}} & l_{x_{1,i}} & l_{y,i} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

其中， $l_{y,i} = l_{y_{1,i}} + l_{y_{2,i}}$ 。

將式(5.4)代入式(5.1)可得第*i*樓層質心訊號為：

$$\mathbf{S}_{CM,i} = \frac{1}{l_{y,i}} \begin{bmatrix} l_{y_2,i} & l_{y_1,i} & 0 \\ -l_{x_1,i} & l_{x_1,i} & l_{y,i} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{S}_i \quad (5.5)$$

由上式即可將直接量測之測點訊號轉換成對應樓層之質心輸出訊號，作為系統識別分析之依據。

### 5.3 基於系統識別結果之扭轉耦合結構損傷探測分析

本節將根據圖 4.1 之結構模型，探討於單一樓層及複數樓層中單根柱受損、多根柱於對稱位置受損，以及多根柱於不對稱位置受損等情況。假設受損桿件之楊氏係數縮減 10%，各樓層之柱桿件位置如圖 4.7 所示。

首先，應用 SRIM (選用  $p=50$ ) 進行系統識別分析，求得結構破壞前、後之狀態系統矩陣  $\bar{\mathbf{A}}_c^i$  (或  $\hat{\mathbf{A}}_c^i$ ) 與  $\bar{\mathbf{A}}_c^d$  (或  $\hat{\mathbf{A}}_c^d$ )，以及狀態輸出影響矩陣  $\bar{\mathbf{C}}_g^i$  與  $\bar{\mathbf{C}}_g^d$ ，並根據式(3.52) (或式(3.58)) 代入  $g=2$  (對應於加速度狀態)，建立結構破壞前後之  $\bar{\mathbf{Q}}^i$  (或  $\hat{\mathbf{Q}}^i$ ) 與  $\bar{\mathbf{Q}}^d$  (或  $\hat{\mathbf{Q}}^d$ )。

接著，由  $\Delta\bar{\mathbf{Q}}^T$  (或  $\Delta\hat{\mathbf{Q}}^T$ ) 作 SVD 分解萃取出破壞定位向量，將各符合條件之破壞定位向量 ( $\mathbf{L}_i$ ) 以靜力載重方式，分別加載至未破壞結構各樓層質心所對應之自由度上，再由 ETABS 應力分析求出各柱於  $x$ 、 $y$  水平向之柱剪力  $\sigma_{j,i}^x$  與  $\sigma_{j,i}^y$ ，並分別以其最大者為基準進行正規化，求得各柱  $x$ 、 $y$  水平向之正規化應力指標  $nsi_{j,i}^x$  與  $nsi_{j,i}^y$ 。

最後，根據式(4.14)計算出各柱 ( $j$ ) 之加權應力指標  $WSI_j$ ，並應用式(3.50)之 PD 指標及式(4.16)之 PD' 指標，從中偵測出各樓層可能受損桿件。

### 5.3.1 扭轉耦合剪力屋架單一樓層受損

#### 5.3.1.1 單根柱受損

本節考慮單一樓層-單根柱受損之 3 種案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：一樓之 C5 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.2：一樓之 C7 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%；

Case.3：二樓之 C4 柱發生破壞，其楊氏係數縮減 10%。

結構破壞前、後系統識別所得之物理參數與模態參數歸納於表 5.1~表 5.4，頻率、阻尼比與模態等識別結果，均與特徵分析之結果相近（精確至小數第二位），且由式(2.63)定義之模態誤差指標（ $EI_i$ ）顯示，識別所得之模態向量與解析解之誤差極小，說明系統識別結果良好。

接著，應用第三章介紹之狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 5.5 與圖 5.3。由表 5.5 可看出受損樓層之各柱  $WSI_j$  值有明顯差異，故可據以研判出受損之樓層，進而以 PD' 指標針對該樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 5.5 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓 C5 及 C6 柱受損，其中 C5 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C5 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.3(a)亦可明顯看出一樓 C5 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.2：表 5.5 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓 C6、C7 及 C8 柱受損，其中 C7 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C7 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.3(b)亦可明顯看出一樓 C7 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

Case.3：表 5.5 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C3、C4

及 C5 柱受損，其中 C4 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出二樓 C4 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.3(c) 亦可明顯看出二樓 C4 柱之  $WSI_j$  值遠小於其餘各柱。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於單一樓層-單根柱輕微受損(10%)之案例中，PD' 指標偵測判定為受損之桿件較實際受損者多，惟其中都包含實際受損的桿件，因此仍具參考價值。在本節案例中，PD 指標均準確偵測出與假設條件相符之桿件。

### 5.3.1.2 多根柱呈對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 3 種單一樓層-多根柱呈對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：一樓之 C5, C11 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.2：一樓之 C4, C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%；

Case.3：二樓之 C4, C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%。

各案例系統識別所得之物理參數與模態參數歸納於表 5.6~表 5.8，頻率、阻尼比與模態等識別結果，均與特徵分析之結果相近（精確至小數第二位），且由式(2.63)定義之模態誤差指標（ $EI_i$ ）顯示，識別所得之模態向量與解析解之誤差極小，說明系統識別結果良好。

接著，應用狀態空間 DLV 法進行分析，結果歸納於表 5.9 與圖 5.4。由表 5.9 可看出受損樓層之  $WSI_j$  值有明顯差異，且其平均值亦比未受損樓層低，因此可據以研判出受損之樓層，進而以 PD' 指標針對該樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 5.9 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一樓之 C5 及 C11 柱受損，與假設條件完全相符；以 PD 為指標可偵測出一樓之 C11 柱受損，但受損之 C5 柱並未被偵測到，對應於設定之受損桿件一樓 C5 柱，其  $WSI_j$

值仍是相對較小者。由圖5.4(a)亦可看出一樓C5及C11柱之 $WSI_j$ 值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.2：表5.9之分析結果顯示，以 $PD'$ 為指標可偵測出一樓之C4及C12柱受損，與假設條件完全相符；以 $PD$ 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符，但對應於設定之受損桿件一樓C4及C12柱，其 $WSI_j$ 值仍是相對最小者。由圖5.4(b)亦可看出一樓C4及C12柱之 $WSI_j$ 值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.3：表 5.9 之分析結果，以 $PD'$ 與 $PD$ 指標均偵測出二樓之 C4 及 C12 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.4(c)亦可看出二樓 C4 及 C12 柱之 $WSI_j$ 值相較於其餘各柱均明顯偏低。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於單一樓層-多根柱呈對稱性受損之案例中， $PD'$ 指標均可準確偵測出與假設條件相符之桿件，且有助於改善 Case.1 及 Case.2 中 $PD$ 指標無法偵測出任何受損桿件的缺陷。 $PD$ 指標於 Case.2 未能找出任何受損桿件，分析者仍需根據各樓層 $WSI_j$ 值之變化趨勢研判可能之受損樓層，再檢視該樓層之 $WSI_j$ 值以準確判斷出受損的桿件。

### 5.3.1.3 多根柱呈不對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 3 種單一樓層-多根柱呈不對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C6,C7 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.2：二樓之 C2,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：一樓之 C4,C7 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為兩根



受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

各案例系統識別所得之物理參數與模態參數歸納於表 5.10~表 5.12，頻率、阻尼比與模態等識別結果，均與特徵分析之結果相近（精確至小數第二位），且由式(2.63)定義之模態誤差指標（ $EI_i$ ）顯示，識別所得之模態向量與解析解之誤差極小，說明系統識別結果良好。

接著，應用狀態空間 DLV 法進行分析，結果歸納於表 5.13 與圖 5.5。由表 5.13 可看出受損樓層之  $WSI_j$  值有明顯的差異，且其平均值亦比未受損之樓層低，因此可據以研判出受損之樓層，進而以 PD' 指標針對該樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 5.13 之分析結果顯示，以 PD' 與 PD 指標均偵測出二樓 C6 及 C7 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.5(a)亦可看出二樓 C6 及 C7 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.2：表 5.13 之分析結果顯示，以 PD' 與 PD 指標均偵測出二樓 C2、C3 及 C4 柱受損（C3 並非設定之受損桿件）。由於 C3 柱夾於 C2 柱及 C4 柱之間，所以有可能受到 C2 柱及 C4 柱受損的影響，使其  $WSI_j$  值偏低而造成誤判。由圖 5.5(b)亦可看出二樓 C2、C3 及 C4 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

Case.3：表 5.13 之分析結果顯示，以 PD' 為指標並未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符；以 PD 為指標則偵測出一樓 C4 及 C7 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.5(c)亦可看出一樓 C4 及 C7 柱之  $WSI_j$  值相較於其餘各柱均明顯偏低。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之案例中，PD' 指標於 Case.2 及 Case.3 會造成誤判。由於 Case.2 兩根受損柱(二樓 C2 及 C4 柱)中間間隔一根完好柱(二樓 C3 柱)，其



中間完好柱之  $WSI_j$  值亦會偏低，因而造成誤判；Case.3 一樓各柱之  $WSI_j$  值均大於  $\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$  之差值，未能偵測出受損桿件。在本節案例中 PD 指標均準確偵測出受損桿件，惟於兩根受損柱中間間隔一根完好柱之案例 (Case.2)，其中間完好柱之  $WSI_j$  值亦會偏低(與 PD' 指標相同)，造成誤判。

### 5.3.2 扭轉耦合剪力屋架複數樓層受損

#### 5.3.2.1 二樓及一樓各單根柱受損

本節考慮複數樓層-各單根柱受損之 3 種案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C4 柱與一樓之 C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：二樓之 C11 柱與一樓之 C5 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3：二樓之 C4 柱與一樓之 C6 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

各案例系統識別所得之物理參數與模態參數歸納於表 5.14~表 5.16，頻率、阻尼比與模態等識別結果，均與特徵分析之結果相近（精確至小數第二位），且由式(2.63)定義之模態誤差指標 ( $EI_i$ ) 顯示，識別所得之模態向量與解析解之誤差極小，說明系統識別結果良好。

接著，應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 5.17 與圖 5.6。由表 5.17 可看出各樓層之  $WSI_j$  值均有明顯差異，且平均值亦均偏低，因此研判各樓層均可能受損，進而以 PD' 指標對各樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 5.17 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C3、C4 及 C5 柱受損，以及一樓 C3 及 C4 柱受損，其中一、二樓之 C4 柱與假設

條件相符；以 PD 為指標則偵測出一、二樓之 C4 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.6(a) 亦可明顯看出一、二樓 C4 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.2：表 5.17 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C9 及 C11 柱受損，以及一樓 C4 及 C5 柱受損，其中二樓 C11 柱及一樓 C5 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出二樓 C11 柱及一樓 C5 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.6(b) 亦可明顯看出二樓 C11 柱與一樓 C5 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

Case.3：表 5.17 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C3、C4 及 C5 柱受損，以及一樓 C6 柱受損，其中二樓 C4 柱及一樓 C6 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則偵測出二樓 C4 柱及一樓 C6 柱受損，與假設條件完全相符。由圖 5.6(c) 亦可明顯看出二樓 C4 柱與一樓 C6 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於複數樓層-各單根柱輕微受損(10%)之案例中，PD' 指標偵測判定為受損之桿件較實際受損者多，惟其中都包含實際受損的桿件，因此仍具參考價值。在本節案例中 PD 指標均準確偵測出與假設條件相符之桿件。

### 5.3.2.2 二樓及一樓各多根柱呈對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 3 種複數樓層-各多根柱呈對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C4, C12 柱與一樓之 C4, C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：二樓之 C4, C12 柱與一樓之 C2, C8 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3：二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

各案例系統識別所得之物理參數與模態參數歸納於表 5.18~表 5.20，頻率、阻尼比與模態等識別結果，均與特徵分析之結果相近（精確至小數第二位），且由式(2.63)定義之模態誤差指標（ $EI_i$ ）顯示，識別所得之模態向量與解析解之誤差極小，說明系統識別結果良好。

接著，應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果歸納於表 5.21 與圖 5.7，由表 5.21 可看出各樓層之平均值均偏低，因此研判各樓層均可能受損，進而以 PD' 指標對各樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 5.21 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一、二樓之 C9 及 C11 柱受損，但與設定之條件(一、二樓之 C4,C12 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.7(a)一、二樓各柱之  $WSI_j$  值，亦無明顯差異，無助於判定受損桿件。

Case.2：表 5.21 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C9 及 C11 柱，以及一樓 C1 及 C2 柱受損，其中一樓之 C2 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C2,C8 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.7(b)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異，惟仍無助於明確判定受損桿件。

Case.3：表 5.21 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 及 C12 柱，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓 C12 柱及一樓 C9 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.7(c)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有

差異，惟仍無助於明確判定受損桿件。

考慮將各案例之受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之受損桿件，其分析結果歸納於表 5.22 與圖 5.8，茲分述如下：

Case.1：表 5.22 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出一、二樓之 C9 及 C11 柱受損，但與設定之條件(一、二樓之 C4,C12 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.8(a)一、二樓各柱之  $WSI_j$  值，亦無明顯差異，無助於判定受損桿件。

Case.2：表 5.22 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C9 及 C11 柱，以及一樓 C1 及 C2 柱受損，其中一樓之 C2 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C2,C8 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.8(b)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異，惟仍無助於明確判定受損桿件。

Case.3：表 5.22 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 及 C12 柱，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓 C12 柱及一樓 C9 柱與假設條件相符，其餘判定之受損桿件均與設定之條件(二樓之 C4,C12 柱與一樓之 C6,C9 柱受損)不符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.8(c)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值亦無明顯差異，一樓各柱之  $WSI_j$  值則略有差異，惟仍無助於明確判定受損桿件。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於複數樓層-各多根柱對稱破壞之案例中，PD' 指標雖然可以改善 PD 指標無法偵測出任何受損桿件之問題，但在對稱軸柱受損之情況下，將導致受損結構處於近似平衡狀態，使計算所得之破壞定位向量辨識度不佳，故無法準確偵測出受損桿件，即便將各柱之受損程度加劇(40%)，仍無法得到合理的分析結果。在

本節案例中，PD 指標均未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。

### 5.3.2.3 二樓及一樓各多根柱呈不對稱性受損

本節考慮圖 4.7 以直線  $x = y$  為對稱軸情況下之 3 種複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損的案例進行損傷偵測分析，其受損情況分別表示如下：

Case.1：二樓之 C11,C12 柱與一樓之 C3,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損，且其破壞兩根柱相鄰之型式；

Case.2：二樓之 C6,C8 柱與一樓之 C2,C4 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：二樓之 C4,C11 柱與一樓之 C5,C12 柱發生破壞，其楊氏係數均縮減 10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

各案例系統識別所得之物理參數與模態參數歸納於表 5.23~表 5.25，頻率、阻尼比與模態等識別結果，均與特徵分析之結果相近（精確至小數第二位），且由式(2.63)定義之模態誤差指標（ $EI_i$ ）顯示，識別所得之模態向量與解析解之誤差極小，說明系統識別結果良好。

接著，應用狀態空間 DLV 法進行分析之結果，歸納於表 5.26 與圖 5.9。由表 5.26 可看出各樓層之平均值均偏低，因此研判各樓層均可能受損，進而以 PD' 指標對各樓層進行判別。茲根據分析結果分述如下：

Case.1：表 5.26 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C9、C10、C11 及 C12 柱受損，以及一樓 C3、C4 及 C6 柱受損，其中二樓之 C11,C12 柱及一樓之 C3,C4 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，與設定之條件不符。惟觀察圖 5.9(a)，可看出對應於設定之受損桿件二樓之 C11,C12 柱及一樓之 C3,C4 柱，其  $WSI_j$  值仍是相對最小者，因



此可加以判斷二樓之 C11, C12 及一樓之 C3, C4 較可能為受損桿件。

Case.2：表 5.26 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C2 及 C7 柱受損，以及一樓 C3 及 C6 柱受損，但與設定之條件(二樓之 C6, C8 柱與一樓之 C2, C4 柱受損)不符；以 PD 為指標則偵測出二樓之 C7 柱受損及一樓 C3 柱受損，亦與設定之條件不符。由圖 5.9(b)亦可明顯看出，二樓 C7 柱及一樓 C3 柱之  $WSI_j$  值遠小於其所在樓層之其餘各柱。造成誤判之原因，為二樓 C7 柱及一樓 C3 柱之  $WSI_j$  值受其相鄰兩根受損柱(二樓 C6, C8 柱與一樓 C2, C4 柱)共同影響而偏低。

Case.3：表 5.26 之分析結果顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 柱受損，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓之 C11 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件。觀察圖 5.9(c)可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值略有差異，惟仍無助於明確判定受損桿件；一樓各柱之  $WSI_j$  值則無明顯差異。

由於 Case.2(2F-C6, C8 及 1F-C2, C4 受損)分析結果(PD 指標)判定為受損之桿件，均誤判為包夾於兩根受損柱間之完好柱。因此，吾人考慮再以二次偵測( $WSI_j^{2\cap}$ )進行分析。

分析結果(表 5.27 與圖 5.10)顯示，以 PD' 為指標可偵測出二樓之 C6+C7 及 C7+C8 柱群組受損，以及一樓之 C2+C3 及 C3+C4 柱群組受損，其中均包含實際之受損桿件(二樓之 C6, C8 柱與一樓之 C2, C4 柱)；以 PD 為指標則未偵測出任何受損柱群組，與設定之條件不符。惟觀察圖 5.10 可看出，對應於二樓之 C6+C7 及 C7+C8 柱群組，以及一樓之 C2+C3 及 C3+C4 柱群組的  $WSI_j^{2\cap}$  值相較於其所在樓層之其餘柱群組為低，因此研判為可能受損之柱群組。

考慮將 Case.3(2F-C4,C11 及 1F-C5,C12 受損)之受損程度放大為 40%，以了解是否能正確偵測出與假設相符之受損桿件，其分析結果歸納於表 5.28 與圖 5.11。以 PD' 為指標可偵測出二樓 C11 柱受損，以及一樓 C9 及 C11 柱受損，其中二樓之 C11 柱與假設條件相符；以 PD 為指標則未偵測出任何受損桿件，觀察圖 5.11 可看出二樓各柱之  $WSI_j$  值略有差異，惟仍無助於明確判定受損桿件；一樓各柱之  $WSI_j$  值則無明顯差異。

由上述之分析結果可知，應用狀態空間 DLV 法於複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之案例中，若為相鄰兩根柱受損之情況(Case.1)，PD' 指標可改善 PD 指標無法偵測出任何受損桿件之問題，且其判定為受損之桿件中均包含設定之受損柱在內；若為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之情況(Case.2)，由二次偵測之  $WSI_j$  值，PD' 指標可改善 PD 指標無法偵測出任何受損柱群組之問題，且其判定為受損之桿件中均包含設定之受損柱在內；若為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之情況(Case.3)，PD' 指標雖可改善 PD 指標無法偵測出任何受損桿件之問題，但無法準確偵測出受損的桿件，且將各柱之受損程度加劇亦無助於改善其分析結果。

## 5.4 小結

由上述之分析結果顯示，以結構受震後之各樓層質心水平向 ( $x, y$ ) 與扭轉向 ( $\theta$ ) 之加速度反應，可根據 SRIM 識別出結構系統之系統矩陣與狀態輸出影響矩陣，作為損傷探測分析之基礎。識別結果均與特徵分析之結果相符，說明系統識別結果良好。

在單一或複數樓層-單根柱輕微受損(10%)之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，均可準確偵測出與假設條件相符之受損桿件。惟，PD' 指標可



能偵測出額外之受損桿件，其中仍包含實際受損之桿件。

在單一樓層-多根柱呈對稱性或不對稱性受損之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，部分案例 PD 指標可偵測出受損桿件，PD' 指標卻無法偵測出受損桿件，造成遺漏之情況；反之亦然。此時，若考慮取 PD 及 PD' 指標分析結果之聯集，則可將實際受損桿件包含在內，避免發生遺漏。

在複數樓層-多根柱呈對稱性受損之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，由於各樓層受損的桿件均為對稱之型式，使得破壞定位向量之辨識度不佳，造成以 PD 或 PD' 指標均無法準確偵測出受損桿件。

在複數樓層-多根柱呈不對稱性受損之情況下，以 PD 或 PD' 指標進行分析，若為相鄰兩根柱受損之型式，以 PD' 指標可偵測出受損桿件，PD 指標則不然；若為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式，由二次偵測計算之  $WSI_j$  值輔以 PD' 指標，可偵測出可能的受損柱群組；若為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式，以 PD 或 PD' 指標均無法準確偵測出受損桿件。

本章由系統識別分析之結果與前一章特徵分析之損傷探測分析結果相符，在單一或複數樓層-單根柱輕微受損之情況，以 SRIM 結合狀態空間 DLV 法可有效定位出受損桿件；複數樓層-多根柱受損之案例，其受損範圍 (extent) 較單一樓層-多根柱受損之案例大，導致破壞定位向量之辨識度不佳或失真，即使增加各柱之受損程度 (level)，仍無法有效提升其辨識能力。



## 第六章 結論與建議

### 6.1 結論

本研究針對土木結構之系統識別與損傷探測方法進行理論分析與驗證。系統識別方面，本文採用 SRIM 系統識別法，在狀態空間系統之架構下，以單一輸入-多重輸出及多重輸入-多重輸出之模式，由地震波(輸入)與結構各樓層之加速度反應(輸出)訊號識別出狀態空間參數，從而萃取出自然振頻、阻尼比及模態等結構動力特性，並據以建立結構之柔度矩陣，作為結構損傷探測分析的基礎。結構損傷探測方面，採用以柔度矩陣為基礎之狀態空間 DLV 法，可由識別所得之等效系統參數直接進行損傷探測分析，不需要質量矩陣，減少誤差來源，大幅提升損傷探測分析之精度。

本文先以平面結構為對象，探索狀態空間 DLV 法之可行性，並探討不足觀測條件下之分析方法及其侷限性。此外，亦提出在觀測不足時，利用模態正交性重建完整模態資訊之方法。

考量建築結構往往因不對稱而有扭轉耦合之行為，基於實用性目的，必須發展適用於扭轉耦合結構之損傷探測技術。目前國內外有關扭轉耦合結構之損傷探測技術，最多只能偵測出受損之樓層，尚無法定位出個別之受損構件。本文證明了狀態空間 DLV 法應用於扭轉耦合結構損傷探測之可行性，並將結構損傷探測技術推升至定位個別受損構件之層次。茲根據本文之研究成果，歸納結論如下：

1. 以 SRIM 系統識別分析結合狀態空間 DLV 法，可由結構之全域動態反應 (global dynamic response) 偵測出樓層或構件之局部破壞 (local damage)，且可偵測出多重受損 (multiple damages) 之情況。

2. 真實情況下（如某些模態未被激發或雜訊過大）未必可精確識別出所有的模態向量，特別是高頻反應。由於失真的模態資訊會影響結構損傷探測分析之精確性，本研究發展之方法可於模態域將不良模態資訊濾除，而純由有效之模態資訊重建系統狀態空間參數，使結構損傷探測結果更為理想。
3. 在不足觀測之條件下，若受損樓層有觀測時（co-located observation），應用狀態空間 DLV 法仍可準確定位出受損位置，即使在受損程度輕微（10%）之情況下；若受損樓層未觀測時（not co-located observation），則無法定位出受損位置。利用本文提出以模態正交性重建系統模態，則有助於識別出受損位置，惟須以提供質量矩陣為前提。
4. 由於針對扭轉耦合結構之部分案例無法完全依據 Bernal 建議之指標（PD）準確偵測出所有可能之受損桿件。因此，本文另提出指標 PD' 作為輔助。在單一或複數樓層-各有單根柱輕微受損（10%）之情況下，二者均可準確偵測出受損桿件；在單一樓層-多根柱呈對稱性或不對稱性受損之情況下，二者之聯集可完全涵蓋所有之受損桿件。
5. 扭轉耦合結構在多重桿件破壞條件下，若兩根受損柱中間間隔一根完好柱，則兩根受損柱可能沒被偵測出來而其間之完好柱則被誤判為受損桿件。本文所發展之二次偵測計算配合指標 PD' 有助於發掘出被原指標（PD）遺漏之受損柱群組，提升損傷探測結果之正確性。

## 6.2 建議

茲針對本研究未盡之處，提出建議如下：

1. 本研究有關扭轉耦合結構之損傷探測分析案例中，在多重受損桿件隨機分佈之複雜情況下，所得之破壞定位向量辨識度不佳，未必能準確定位出受損桿件。建議後續研究可嘗試其他改良之道。
2. 本研究有關扭轉耦合結構之損傷探測分析案例中，係將得到之破壞定位向量施加在已知之結構模型上進行後處理（應力分析）而得到應力指標。由於在真實應用中，未必能夠建構出精確之結構模型，建議未來應探討狀態空間 DLV 法對於結構模型估算誤差之強健性（robustness）。
3. 本研究有關扭轉耦合結構之損傷探測分析案例中，尚未考量不足量測的狀況，建議後續研究可作進一步探討。
4. 目前本研究有關扭轉耦合結構之分析，係以有限元素軟體建立分析模型，由數值模擬方式驗證狀態空間 DLV 法。建議後續可規劃相關之試驗，以進一步驗證其在擬真條件（realistic condition）下之可行性。
5. 本研究採用之 SRIM 系統識別分析，係在系統之輸入及輸出訊號均為已知之前提下所完成，這在地震反應監測上應屬可行。惟在許多實際狀況下，輸入訊號未必量測得到，例如超高層建築或橋梁在風(或車行)荷載之情況。因此，發展唯輸出（output-only）之系統識別方法（如隨機子空間識別法，stochastic subspace identification），並結合狀態空間 DLV 法，將可擴大結構損傷探測技術之應用範圍。

6. 建議後續之研究可考慮以無線監測系統取代傳統之有線監測系統，以探索可能之技術瓶頸，建立無線監測技術之運用能力，提高結構損傷探測技術之實務應用價值與可行性。



## 參考文獻

1. Chase, J. G., Spieth, H. A., Blome C. F. and Mander, J. B.(2005), “LMS-based Structural Health Monitoring of a Non-linear Rocking Structure”, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.34, pp.909-930.
2. Yoshimoto, R., Mita, A. and Okada, K. (2005), “Damage Detection of Base-isolated Buildings Using Multi-inputs Multi-outputs Subspace Identification”, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.34, pp.307-324.
3. Reda Taha, M. M. and Lucero, J.(2005), “Damage Identification for Structural Health Monitoring Using Fuzzy Pattern Recognition”, *Engineering Structures*, Vol.27, pp.1774-1783.
4. Chellini<sup>1</sup>, G., Roeck, G. D., Nardini<sup>1</sup>, L. and Salvatore, W.(2008), “ Damage Detection of a Steel–concrete Composite Frame by a Multilevel Approach: Experimental measurements and modal identification.”, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.37, pp.1763-1783.
5. Jiang, X. and Mahadevan, S.(2008), “ Bayesian Wavelet Methodology for Structural Damage Detection.”, *Struct. Control Health Monit.*, Vol.15, pp.974-991.
6. 古昌弘、林子剛、張國鎮(2010), 「機動式健康診斷系統之可行性研究」, 國家地震工程研究中心, 研究報告, 報告編號: NCREE-10-021。
7. 陳逸軒(2010), 「DLV 法在結構破壞偵測之應用」, 國立交通大學土木工程學系, 博士論文。
8. Masri, S. F. and Caughey, T. K. (1979) “A Nonparametric Identification Technique for Nonlinear Problem”, *J. of Applied Mechanics*, ASCE,



Vol.46, June, pp.443-447.

9. Masri, S. F., Sassi, H. and Caughey, T. K. (1982), "A Nonparametric Identification of Class of Nonlinear Multi-degree Dynamic System", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, Vol.10, pp.1-30.
10. Iemura, H., and Jennings, P. C. (1974), "Hysteretic Response of a Nine-story Reinforced Concrete Building", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.3, pp.183-201.
11. 王淑娟(1989) ,「高樓受震動力行為的識別」, 國立台灣大學土木工程學系, 碩士論文。
12. Komogorov, A. N. (1941), "Interpolation and Extrapolation of Random Sequences", *Bull. Acad. Sci. USSR Ser. Math.*, Vol.5, Translation : Rand Corp., Santa Monica, Calif., Memo RM-3090PR.
13. Wiener, N. (1949), "The Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Application", Wiley, New York.
14. Kalman, R. E. (1960), "A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *J. Basic Eng. Trans. ASME, Ser. D*, 82(1). pp.35-45.
15. Kalamn, R. E. and Bucy, R. S.(1961), "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory", *J. Basic Trans., ASME, Ser. D*, 83(3). pp.95-108.
16. 簡劭純、羅俊雄、林沛暘 (2009) ,「比較 SRIM、SSI RLS 於結構系統識別中最佳化模式參數之決定」, 國家地震工程研究中心, 研究報告, 報告編號: NCREE-09-003。
17. Juang, J.N. (1997), "System Realization Using Information Matrix", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, pp. 492-500.
18. 呂明威(2000) ,「應地震記錄之結構模態參數識別與損害評估」, 國立

- 中興大學土木工程學系，碩士論文。
19. D. J. Ewins (1984), "Modal Testing: Theory and Practice", John Wiley & Sons, London.
  20. 吳昱廷(2004) ,「結構損壞識別研究」, 國立台灣大學土木工程學系, 碩士論文。
  21. 羅振剛(2009) ,「應用希伯特黃轉換於結構物損壞判斷之研究」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
  22. 楊淳皓(2006), 「扭轉耦合建築結構受震層間損壞指標」, 國立中興大學土木工程學系, 碩士論文。
  23. 蘇啟東(2005) ,「柱與剪力牆位置對建築結構系統規劃之研究」, 國立成功大學建築研究所, 碩士論文。
  24. Zhao, J. and John T. DeWolf (1999), "Sensitivity Study for Vibration Parameters Used in Damage Detection", J. Struct. Eng. ASCE, 125(4), pp. 410-416.
  25. Hoyos, A. and Aktan, A.E. (1987), "Regional Identification of Engineered Structures Based on Impact Induced Transient Responses" , Research Report No. 87-1, Louisiana State University.
  26. Pandey, A. K. and Biswas, M. (1994), "Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility", Journal of Sound and Vibration, 169, pp.3-17.
  27. Bernal, D. (2002), "Load Vectors for Damage Localization", J. of Eng. Mechanics, ASCE, 128(1), pp.7-14.
  28. Bernal, D and Levy, A. (2001), "Damage localization in plates using DLVs", Proc., XIX International Modal Analysis Conference, Orlando,

pp-1205-1211.

29. Duan, Z., Yan, G., Ou, J., and Spencer, B. F. (2003) , “Damage Localization in Ambient Vibration by Constructing Proportional Flexibility Matrix”, Proc. 16th ASCE Engineering Mechanics Conference, pp.320-328.
30. Duan, Z., Yan, G., Ou, J., and Spencer, B. F. (2005), “Damage Localization in Ambient Vibration by Constructing Proportional Flexibility Matrix,” Journal of Sound and Vibration, 284, pp.455-466.
31. 林裕家(2007), 「利用地震反應資料進行結構全域及局部性損害評估」, 國立台灣大學土木工程學系, 碩士論文。
32. 涂哲維(2008), 「DLV 法在結構破壞偵測之應用」, 國立交通大學土木工程學系, 碩士論文。
33. Bernal, D. (2006), “Flexibility-based Damage Localization from Stochastic Realization Results”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.132, pp.651-658.
34. Juang, J.N. (1994), Applied System Identification, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, ISBN 0-13-079211-X.
35. 鍾立來(1994), 「結構主動控制之離散時間系統」, 中華民國結構工程學會, 結構工程, 第九卷, 第三期, 第 101-113 頁。
36. Juang, J.N. and Phan, M. Q. (2001), Identification and Control of Mechanical Systems, Cambridge University Press, New York, NY 10011-4211, ISBN 0-521-78355-0.
37. Clough, R.W. and Penzien, J. (1975), “Dynamics of Structures”, McGraw-Hill, Inc., New York.

表2.1 五層樓結構系統之結構參數與模態參數

Structural Parameters						
Floor <sub><i>i</i></sub>	1F	2F	3F	4F	5F	
$m_i (kgf \cdot s^2 / m)$	1	1	1	1	1	
$k_i (kgf / m)$	5000	4000	3000	2000	1000	
Modal Parameters						
Mode	1	2	3	4	5	
Frequency (Hz)	2.58	5.98	9.54	13.40	17.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.74	-0.41	-2.60	-6.09	-11.64
	3F	0.51	-0.83	0.27	11.93	55.61
	2F	0.31	-0.71	1.86	-4.24	-133.88
	1F	0.14	-0.38	1.38	-8.86	147.09

表2.2(a) 五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 0\%$ )

Modal Parameters						
Mode		1	2	3	4	5
Frequency (Hz)		2.58	5.98	9.54	13.40	17.89
Damping Ratio (%)		2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
Mode shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.74	-0.41	-2.60	-6.09	-11.64
	3F	0.51	-0.83	0.27	11.93	55.61
	2F	0.31	-0.71	1.86	-4.24	-133.88
	1F	0.14	-0.38	1.38	-8.86	147.09
$EI_i$		2.99E-13	5.38E-13	1.50E-12	5.84E-12	8.17E-12

表2.2(b) 五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 5\%$ )

Modal Parameters						
Mode		1	2	3	4	5
Frequency (Hz)		2.58	5.98	9.54	13.40	17.89
Damping Ratio (%)		2.00	2.00	2.01	2.00	2.01
Mode shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.74	-0.41	-2.51	-5.34	3.96
	3F	0.51	-0.83	0.27	10.17	-22.02
	2F	0.31	-0.71	1.80	-3.60	55.83
	1F	0.14	-0.38	1.33	-7.59	-61.45
$EI_i$		6.16E-04	7.06E-04	0.03	0.14	1.42

表2.2(c) 五層樓結構系統之參數( $NSR_m = 10\%$ )

Modal Parameters						
Mode		1	2	3	4	5
Frequency (Hz)		2.58	5.98	9.54	13.40	17.90
Damping Ratio (%)		2.01	2.01	2.00	2.02	2.01
Mode shapes	5F	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	4F	0.74	-0.41	-2.64	-3.52	-0.42
	3F	0.51	-0.83	0.25	6.48	4.64
	2F	0.31	-0.71	1.86	-2.35	-11.48
	1F	0.14	-0.38	1.39	-4.84	12.67
$EI_t$		1.02E-03	2.43E-03	0.01	0.45	0.91

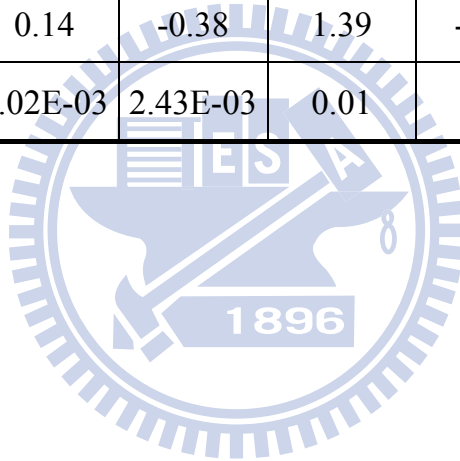


表 3.1 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

Storey	WSI <sub>j</sub>		
	g = 0	g = 1	g = 2
3F	0.25	0.25	1.00
2F	1.00	1.00	0.58
1F	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
PD	1F	1F	1F

表 3.2 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

Storey	WSI <sub>j</sub>		
	g = 0	g = 1	g = 2
3F	1.00	1.00	0.66
2F	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
1F	0.26	0.26	1.00
PD	2F	2F	2F

表 3.3 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

Storey	WSI <sub>j</sub>		
	g = 0	g = 1	g = 2
3F	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
2F	1.00	1.00	0.30
1F	1.00	1.00	1.00
PD	3F	3F	3F



表 3.4 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

Storey	WSI <sub>j</sub>		
	g = 0	g = 1	g = 2
3F	0.20	0.65	1.00
2F	1.00	1.00	0.69
1F	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
PD	1F	1F	1F

表 3.5 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

Storey	WSI <sub>j</sub>		
	g = 0	g = 1	g = 2
3F	0.96	0.37	1.00
2F	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
1F	1.00	1.00	0.48
PD	2F	2F	2F

表 3.6 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

Storey	WSI <sub>j</sub>		
	g = 0	g = 1	g = 2
3F	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
2F	0.17	0.44	1.00
1F	1.00	1.00	0.70
PD	3F	3F	3F

表 3.7 Case.1 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.20	1.54	0.50	1.47	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
4F	0.45	1.77	0.46	<b>0</b>	1.28	1.09	1.68
3F	0.79	0.88	<b>0</b>	0.88	1.49	1.47	<b>0</b>
2F	1.12	<b>0</b>	1.37	0.85	0.59	1.41	1.67
1F	<b>0</b>	1.61	2.00	1.34	1.66	<b>0</b>	1.35
PD	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F

表 3.8 Case.2 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.29	1.42	0.45	0.59	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
4F	1.97	1.34	<b>0</b>	<b>0</b>	1.10	1.00	<b>0</b>
2F	1.14	<b>0</b>	1.09	1.12	0.79	0.38	1.00
1F	<b>0</b>	1.54	1.99	2.00	1.59	<b>0</b>	0.79
PD	1F	2F	4F (N.G.)	4F	5F	1F&5F	4F&5F (N.G.)

表 3.9 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.00	1.00	0.23	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
3F	0.38	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0.02</b>	0.33	1.00	<b>0</b>
1F	<b>0</b>	0.37	1.00	1.00	1.00	<b>0</b>	1.00
PD	1F	3F (N.G.)	3F	3F&5F (N.G.)	5F	1F&5F	3F&5F

表 3.10 Case.4 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
4F	1.00	1.00	<b>0</b>	<b>0</b>	N/A	1.00	<b>0</b>
2F	<b>0</b>	<b>0</b>	1.00	1.00		<b>0</b>	1.00
PD	2F (N.G.)	2F	4F (N.G.)	4F	N/A	2F (N.G.)	4F (N.G.)

表 3.11 Case.4' 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測二及四樓；受損 40%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
4F	1.00	1.00	0	0	N/A	1.00	0
2F	0	0	1.00	1.00		0	1.00
PD	2F (N.G.)	2F	4F (N.G.)	4F	N/A	2F (N.G.)	4F (N.G.)

表 3.12 Case.4 結構五樓受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測二及四樓；五樓受損 10,40%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey	
	5F (10%)	5F (40%)
4F	1.00	0.46
2F	0.54	1.00
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

表 3.13 Case.1 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	0.89	1.26	1.13	1.06	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
4F	1.15	1.09	1.12	<b>0</b>	1.75	1.33	1.81
3F	1.42	1.16	<b>0</b>	1.18	0.65	1.03	<b>0</b>
2F	1.19	<b>0</b>	0.98	1.20	1.86	2.00	1.34
1F	<b>0</b>	1.30	1.68	1.71	0.68	<b>0</b>	1.02
PD	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F

表 3.14 Case.2 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	0.83	0.43	0.21	0.25	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
4F	0.75	0.60	<b>0</b>	<b>0</b>	0.22	0.75	<b>0</b>
2F	1.00	<b>0</b>	0.80	0.80	0.51	1.00	0.80
1F	<b>0</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	<b>0</b>	1.00
PD	1F	2F	4F (N.G.)	4F	5F	1F&5F	4F&5F (N.G.)

表 3.15 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	0.87	0.71	0.83	<b>0.02</b>	<b>0.02</b>	<b>0.13</b>	<b>0.05</b>
3F	1.00	<b>0.05</b>	<b>0.06</b>	0.45	0.25	1.00	<b>0.09</b>
1F	<b>0.03</b>	1.00	1.00	1.00	1.00	<b>0.33</b>	1.00
PD	1F	3F (N.G.)	3F	5F* (N.G.)	5F*	None** (N.G.)	3F&5F*

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

\*\*以 Bernal 建議式(3.50)之 PD 指標並未篩選出受損樓層，但對應於設定之受損樓層 1F&5F，其 WSI<sub>j</sub> 值仍是相對較小者。

表 3.16 Case.4 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
4F	1.00	1.00	0.10	<b>0.03</b>	0.89	1.00	0.21
2F	0.51	<b>0.08</b>	1.00	1.00	1.00	0.52	1.00
PD	None* (N.G.)	2F*	None* (N.G.)	4F	None* (N.G.)	None* (N.G.)	None* (N.G.)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

表 3.17 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.00	0.96	0.43	0.53	<b>0.01</b>	<b>6.29E-04</b>	<b>0.05</b>
4F	0.35	0.81	0.15	<b>0.04</b>	0.27	1.00	0.50
3F	0.59	0.83	0.83	0.41	0.58	0.60	0.46
2F	0.71	0.56	0.71	0.71	0.41	0.42	0.44
1F	0.60	1.00	1.00	1.00	1.00	<b>0.01</b>	1.00
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)	None* (N.G.)	4F	5F	1&5F	5F* (N.G.)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。



表 3.18 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.00	0.96	0.43	0.53	<b>0.01</b>	<b>6.29E-04</b>	<b>0.05</b>
4F	0.35	0.81	0.15	<b>0.04</b>	0.27	1.00	0.50
3F	0.59	0.83	0.83	0.41	0.58	0.60	0.46
2F	0.71	0.56	0.71	0.71	0.41	0.42	0.44
1F	0.60	1.00	1.00	1.00	1.00	<b>0.01</b>	1.00
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)	None* (N.G.)	4F	5F	1&5F	5F* (N.G.)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

表 3.19 Case.3'之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 40%；以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.00	1.48	1.01	0.52	<b>0.002</b>	<b>1.41E-07</b>	<b>4.99E-05</b>
4F	0.25	1.17	1.43	<b>0.04</b>	0.26	0.33	1.00
3F	0.34	0.65	<b>0.01</b>	0.41	0.57	1.00	<b>0.01</b>
2F	0.51	<b>0.04</b>	0.67	0.72	0.40	0.82	0.23
1F	<b>0.11</b>	1.00	1.58	1.00	1.00	<b>8.91E-04</b>	0.94
PD	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F

表 3.20 Case.3'之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 40%；以正交性重建模態)

WSI <sub>j</sub>	Damaged Storey						
	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F
5F	1.00	1.48	1.01	0.52	<b>0.002</b>	<b>1.42E-07</b>	<b>4.99E-05</b>
4F	0.25	1.17	1.43	<b>0.04</b>	0.26	0.33	1.00
3F	0.34	0.65	<b>0.01</b>	0.41	0.57	1.00	<b>0.01</b>
2F	0.51	<b>0.04</b>	0.67	0.72	0.40	0.82	0.23
1F	<b>0.11</b>	1.00	1.58	1.00	1.00	<b>8.91E-04</b>	0.94
PD	1F	2F	3F	4F	5F	1F&5F	3F&5F

表4.1(a) 二層樓扭轉耦合結構之物理參數(健康結構；特徵分析)

Physical Parameters					
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity	
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.67
2	11392.32	11392.32	733290.79	39.12	29.84
Damping Matrix ( $kgf \cdot s / m$ )	$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 8.87E+03 & 1.30E+00 & -1.49E+03 & -4.68E+03 & -4.90E-01 & 8.94E+02 \\ 1.30E+00 & 2.27E+03 & 2.17E+02 & -3.74E-01 & -1.14E+03 & -9.83E+01 \\ -1.49E+03 & 2.17E+02 & 4.55E+05 & 9.31E+02 & -1.09E+02 & -2.45E+05 \\ -4.68E+03 & -3.74E-01 & 9.31E+02 & 1.43E+04 & 1.10E+00 & -2.95E+03 \\ -4.90E-01 & -1.14E+03 & -1.09E+02 & 1.10E+00 & 3.43E+03 & 3.04E+02 \\ 8.94E+02 & -9.83E+01 & -2.45E+05 & -2.95E+03 & 3.04E+02 & 7.49E+05 \end{bmatrix}$				
Stiffness Matrix ( $kgf / m$ )	$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 5.52E+06 & 5.71E+02 & -1.73E+06 & -5.92E+06 & -3.22E+02 & 2.07E+06 \\ 5.71E+02 & 3.54E+05 & 1.38E+05 & -3.23E+02 & -3.55E+05 & -1.39E+05 \\ -1.73E+06 & 1.38E+05 & 2.27E+08 & 2.08E+06 & -1.39E+05 & -2.50E+08 \\ -5.92E+06 & -3.23E+02 & 2.08E+06 & 1.23E+07 & 3.62E+02 & -4.58E+06 \\ -3.22E+02 & -3.55E+05 & -1.39E+05 & 3.62E+02 & 7.12E+05 & 2.79E+05 \\ 2.07E+06 & -1.39E+05 & -2.50E+08 & -4.58E+06 & 2.79E+05 & 5.27E+08 \end{bmatrix}$				

表4.1(b) 二層樓扭轉耦合結構之模態參數(健康結構；特徵分析)

Modal Parameters							
Mode		1	2	3	4	5	6
Frequency (Hz)		0.55	1.44	1.71	2.16	4.77	5.92
Damping Ratio (%)		2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.98E-04	-3.87E-05	4.98E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-6.44E-03	-8.48E-05	3.76E-02	-3.52E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.03E-04	-3.08E-04	5.68E-01	-7.08E-03	9.82E-01	-1.63E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.57E-04	5.70E-04	8.35E-01	1.00E+00	-6.18E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	6.43E-02	-2.66E-04	-2.30E-02	1.94E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.01E-04	8.88E-04	1.00E+00	-1.34E-02	-5.62E-01	9.10E-03
Modal mass participation ratio (%)	UX	0.00	0.00	1.03	<b>92.37</b>	0.09	<b>6.51</b>
	UY	<b>94.64</b>	<b>5.36</b>	0.00	0.00	0.00	0.00
	RZ	0.00	0.00	<b>91.92</b>	1.00	<b>6.95</b>	0.13

表4.2 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.1：1F-C5柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	29.88	36.58		
2	11392.32	11392.32	733290.79	34.73	30.29		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.77	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.53E-04	1.84E-04	5.14E-01	5.82E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.18E-01	1.00E+00	-4.59E-02	7.88E-05	3.38E-02	-3.20E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.14E-04	5.78E-05	5.69E-01	-7.25E-03	9.72E-01	-1.65E-02
	2F <sub>,x</sub>	-2.98E-04	9.02E-04	8.56E-01	1.00E+00	-6.23E-01	-5.85E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.21E-01	7.90E-02	-3.41E-04	-2.27E-02	1.96E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-5.99E-04	1.43E-03	1.00E+00	-1.38E-02	-5.57E-01	9.20E-03

表4.3 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.2：1F-C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$ (kgf · s <sup>2</sup> / m)	$m_{i,y}$ (kgf · s <sup>2</sup> / m)	$J_{i,\theta}$ (kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	Eccentricity			
				x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.93	36.60		
2	11392.32	11392.32	733290.79	39.51	30.31		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.77	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.04E-04	-5.42E-05	5.16E-01	5.82E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.18E-01	1.00E+00	-4.27E-03	-7.90E-05	3.74E-02	-3.61E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.08E-04	-3.27E-04	5.68E-01	-7.28E-03	9.73E-01	-1.65E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.63E-04	5.45E-04	8.60E-01	1.00E+00	-6.24E-01	-5.85E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.21E-01	6.36E-02	-2.92E-04	-2.28E-02	1.98E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.06E-04	8.61E-04	1.00E+00	-1.39E-02	-5.57E-01	9.20E-03

表4.4 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.3：1F-C11柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	40.29	27.59		
2	11392.32	11392.32	733290.79	39.91	26.35		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.70	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.56E-04	5.16E-07	4.01E-01	5.82E-01	9.37E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.18E-01	1.00E+00	-5.79E-04	-2.60E-04	3.89E-02	-3.17E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.22E-04	-3.57E-04	5.74E-01	-6.25E-03	1.00E+00	-1.46E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.04E-04	6.13E-04	6.97E-01	1.00E+00	-5.47E-01	-5.85E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.21E-01	6.28E-02	-1.19E-04	-2.37E-02	1.73E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.23E-04	8.16E-04	1.00E+00	-1.09E-02	-5.77E-01	8.50E-03



表4.5 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.4：2F-C1柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.10	35.72		
2	11392.32	11392.32	733290.79	41.85	31.50		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.94E-04	2.84E-05	5.04E-01	5.79E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.14E-01	1.00E+00	-2.83E-02	4.08E-05	3.75E-02	-4.32E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.05E-04	-1.60E-04	5.67E-01	-7.45E-03	9.00E-01	-1.76E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.60E-04	7.59E-04	8.63E-01	1.00E+00	-6.00E-01	-5.82E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.17E-01	8.02E-02	-3.99E-04	-2.39E-02	2.63E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.37E-04	1.29E-03	1.00E+00	-1.37E-02	-5.14E-01	9.94E-03

表4.6 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.5：2F-C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$ (kgf · s <sup>2</sup> / m)	$m_{i,y}$ (kgf · s <sup>2</sup> / m)	$J_{i,\theta}$ (kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	Eccentricity			
				x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.72		
2	11392.32	11392.32	733290.79	34.63	31.54		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.01E-04	-1.46E-04	5.04E-01	5.79E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.14E-01	1.00E+00	3.07E-02	-4.17E-04	2.97E-02	-3.10E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.95E-04	-5.68E-04	5.66E-01	-7.46E-03	9.00E-01	-1.76E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.70E-04	3.96E-04	8.63E-01	1.00E+00	-5.99E-01	-5.81E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.17E-01	3.71E-02	-1.15E-05	-1.65E-02	1.38E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.40E-04	1.96E-04	1.00E+00	-1.37E-02	-5.13E-01	9.94E-03

表4.7 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-單根柱受損；Case.6：2F-C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.10	35.63		
2	11392.32	11392.32	733290.79	41.65	26.68		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.74	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.02E-04	7.25E-05	4.77E-01	5.78E-01	8.43E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.14E-01	1.00E+00	-2.92E-02	3.84E-05	4.18E-02	-3.04E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.04E-04	-1.58E-04	5.64E-01	-6.21E-03	1.00E+00	-1.39E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.71E-04	7.45E-04	7.74E-01	1.00E+00	-5.55E-01	-5.81E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.17E-01	8.07E-02	-3.06E-04	-2.66E-02	1.63E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.38E-04	1.31E-03	1.00E+00	-1.28E-02	-5.68E-01	7.41E-03

表4.8(a) 單一樓層-1F單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	2.13	1.60	1.67	0.97	1.80	1.87
C2	1.87	1.35	1.83	1.01	2.15	1.99
C3	1.52	1.10	1.86	1.09	2.29	2.05
C4	1.10	0.92	1.82	1.22	2.24	2.03
C5	0.71	<b>1.28E-03</b>	1.65	0.84	2.02	1.55
C6	1.14	0.45	1.63	0.42	1.97	1.43
C7	1.57	0.89	1.60	<b>1.12E-04</b>	1.85	1.39
C8	2.00	1.33	1.54	0.41	1.64	1.40
C9	1.75	1.41	1.63	1.10	1.50	0.65
C10	2.16	1.72	1.59	1.18	1.33	0.79
C11	2.14	2.19	1.89	2.00	1.37	<b>1.34E-04</b>
C12	2.41	2.38	1.83	2.03	1.18	0.44
PD	None	C5	None	C7	None	C11

Case.1 : 1F-C5柱受損10% ;

Case.2 : 1F-C7柱受損10% ;

Case.3 : 1F-C11柱受損10% 。

表4.8(b) 單一樓層-2F單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	<b>1.16E-04</b>	0.99	1.08	0.67	1.30	1.73
C2	0.66	0.38	0.73	0.46	1.70	1.72
C3	1.34	0.30	0.36	1.12	2.04	1.86
C4	2.00	0.91	<b>8.62E-05</b>	1.97	2.18	1.88
C5	2.02	1.09	0.27	2.07	2.12	1.63
C6	1.46	0.74	0.49	1.39	1.66	1.46
C7	0.91	0.79	0.81	0.98	1.30	1.33
C8	0.56	1.21	1.15	1.05	1.05	1.43
C9	1.41	1.34	1.02	1.60	0.78	0.93
C10	1.24	1.64	1.32	1.67	0.49	1.10
C11	1.67	1.83	1.21	2.04	0.60	0.71
C12	1.58	2.02	1.41	2.09	<b>7.57E-05</b>	0.92
PD	C1	None	C4	None	C12	None

Case.4 : 2F-C1柱受損10% ;

Case.5 : 2F-C4柱受損10% ;

Case.6 : 2F-C12柱受損10% 。

表4.9 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.1：1F-C2,C8柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	45.96	42.30		
2	11392.32	11392.32	733290.79	42.45	32.93		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.71	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.61E-04	-2.45E-04	5.87E-01	5.84E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	2.09E-02	-1.24E-04	3.81E-02	-4.02E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.68E-04	-5.56E-04	5.71E-01	-7.91E-03	9.35E-01	-1.74E-02
	2F <sub>,x</sub>	-4.29E-04	2.84E-04	9.53E-01	1.00E+00	-6.48E-01	-5.87E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	5.45E-02	-3.56E-04	-2.22E-02	2.08E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.72E-04	5.20E-04	1.00E+00	-1.56E-02	-5.37E-01	9.55E-03

表4.10 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.2：1F-C4,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.55	32.51		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.31	28.40		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.70	2.15	4.74	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.08E-04	3.37E-05	4.58E-01	5.84E-01	9.81E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-2.03E-02	-1.30E-05	3.74E-02	-3.23E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.76E-04	-1.76E-04	5.76E-01	-6.72E-03	1.00E+00	-1.55E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.88E-04	6.70E-04	7.71E-01	1.00E+00	-5.98E-01	-5.87E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	7.00E-02	-1.70E-04	-2.38E-02	1.85E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.65E-04	1.09E-03	1.00E+00	-1.23E-02	-5.80E-01	8.88E-03



表4.11 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.3：1F-C5,C11柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	31.02	28.44		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.45	26.78		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.70	2.14	4.75	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.18E-04	1.87E-04	4.15E-01	5.84E-01	9.46E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-4.17E-02	-1.19E-04	3.53E-02	-2.89E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.31E-04	2.54E-05	5.74E-01	-6.40E-03	1.00E+00	-1.48E-02
	2F <sub>,x</sub>	-2.51E-04	9.02E-04	7.16E-01	1.00E+00	-5.58E-01	-5.87E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	7.84E-02	-1.89E-04	-2.36E-02	1.75E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.18E-04	1.38E-03	1.00E+00	-1.12E-02	-5.78E-01	8.59E-03

表4.12 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.4：2F-C2,C8柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.68		
2	11392.32	11392.32	733290.79	42.81	33.15		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.75	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.00E-04	1.27E-04	5.16E-01	5.76E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	-3.42E-02	-9.08E-05	3.62E-02	-4.44E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.06E-04	-1.18E-04	5.66E-01	-7.87E-03	8.55E-01	-1.83E-02
	2F <sub>,x</sub>	-4.03E-04	1.03E-03	8.99E-01	1.00E+00	-5.85E-01	-5.79E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.14E-01	8.46E-02	-3.14E-04	-2.33E-02	2.64E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.50E-04	1.39E-03	1.00E+00	-1.41E-02	-4.87E-01	1.05E-02

表4.13 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.5：2F-C4,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.67		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.12	28.39		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.73	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.05E-04	-2.71E-05	4.83E-01	5.77E-01	9.35E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	8.47E-03	-3.03E-04	3.64E-02	-2.73E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.96E-04	-4.21E-04	5.62E-01	-6.60E-03	1.00E+00	-1.51E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.89E-04	6.23E-04	8.02E-01	1.00E+00	-5.91E-01	-5.80E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.15E-01	5.31E-02	-4.40E-05	-2.14E-02	1.18E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.76E-04	6.06E-04	1.00E+00	-1.31E-02	-5.66E-01	8.25E-03

表4.14 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.6：2F-C5,C11柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.08	35.62		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.14	27.13		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.74	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.87E-04	-2.86E-04	4.79E-01	5.77E-01	8.68E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	2.66E-02	3.99E-05	3.35E-02	-2.87E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.94E-04	-5.38E-04	5.64E-01	-6.32E-03	1.00E+00	-1.42E-02
	2F <sub>,x</sub>	-2.85E-04	-6.81E-05	7.83E-01	1.00E+00	-5.65E-01	-5.79E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.15E-01	4.01E-02	-3.30E-04	-1.87E-02	1.54E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.48E-04	2.76E-04	1.00E+00	-1.29E-02	-5.67E-01	7.64E-03

表4.15(a) 單一樓層-1F多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	2.41	0.11	2.55	0.08	2.36	0.06
C2	2.64	<b>4.03E-03</b>	2.79	0.08	2.60	0.16
C3	2.71	1.49E-02	2.80	0.09	2.59	0.16
C4	2.50	0.14	2.57	<b>0.04</b>	2.45	0.09
C5	2.29	0.05	2.39	0.07	2.33	<b>0.03</b>
C6	2.31	0.02	2.56	0.08	2.56	0.16
C7	2.29	0.04	2.62	0.11	2.62	0.19
C8	2.17	<b>1.16E-02</b>	2.53	0.06	2.54	0.12
C9	2.37	0.03	2.30	0.08	2.49	0.12
C10	2.32	0.03	2.32	0.08	2.50	0.12
C11	2.64	0.10	2.09	0.07	2.29	<b>3.45E-03</b>
C12	2.58	0.10	2.10	<b>0.02</b>	2.39	0.06
PD	None	C2,C8	None	None* (N.G.)	None	C11** (N.G.)

Case.1 : 1F-C2,C8柱受損10% ;

Case.2 : 1F-C4,C12柱受損10% ;

Case.3 : 1F-C5,C11柱受損10%。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出受損桿件，但對應於設定之受損桿件1F-C4,C12柱，其WSI<sub>j</sub>值仍是相對最小者。

\*\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出1F-C5，但對應於設定之受損桿件1F-C5，其WSI<sub>j</sub>值仍是相對較小者。

表4.15(b) 單一樓層-2F多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.05	2.17	0.17	2.51	0.05	2.49
C2	<b>0.03</b>	1.68	0.08	2.69	0.07	2.48
C3	0.09	1.76	0.11	2.69	0.05	2.47
C4	0.18	2.23	<b>0.01</b>	2.67	0.14	2.30
C5	0.13	2.38	0.15	2.57	<b>0.01</b>	2.28
C6	0.09	1.97	0.08	2.71	0.08	2.33
C7	0.06	1.94	0.10	2.72	0.07	2.40
C8	<b>0.03</b>	2.36	0.08	2.67	0.06	2.41
C9	0.05	2.16	0.09	2.68	0.03	2.26
C10	0.06	2.61	0.09	2.67	0.03	2.31
C11	0.05	2.40	0.17	2.55	<b>0.01</b>	2.19
C12	0.11	2.66	<b>4.75E-03</b>	2.66	0.15	2.16
PD	None* (N.G.)	None	C4,C12	None	C5,C11	None

Case.4 : 2F-C2,C8柱受損10% ;

Case.5 : 2F-C4,C12柱受損10% ;

Case.6 : 2F-C5,C11柱受損10% 。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出受損桿件，但對應於設定之受損桿件2F-C2,C8柱，其 $WSI_j$ 值仍是相對最小者。

表4.16 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.1：1F-C6,C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.70	37.57		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.51	30.81		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.71	2.14	4.77	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.96E-04	5.06E-05	5.35E-01	5.84E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-2.29E-02	2.28E-05	3.55E-02	-3.48E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.67E-04	-1.54E-04	5.69E-01	-7.49E-03	9.64E-01	-1.67E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.57E-04	7.02E-04	8.85E-01	1.00E+00	-6.29E-01	-5.87E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	7.05E-02	-3.27E-04	-2.26E-02	2.00E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.57E-04	1.12E-03	1.00E+00	-1.43E-02	-5.52E-01	9.29E-03

表4.17 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.2：1F-C6,C8柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	40.82	37.52		
2	11392.32	11392.32	733290.79	39.96	30.77		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.71	2.14	4.77	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.18E-04	-6.61E-05	5.33E-01	5.84E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-1.91E-03	-8.38E-05	3.73E-02	-3.66E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.15E-04	-3.48E-04	5.69E-01	-7.47E-03	9.63E-01	-1.67E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.84E-04	5.37E-04	8.82E-01	1.00E+00	-6.29E-01	-5.87E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	6.28E-02	-2.92E-04	-2.26E-02	1.99E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.12E-04	8.31E-04	1.00E+00	-1.43E-02	-5.51E-01	9.30E-03



表4.18 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.3：1F-C4,C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.92	41.58		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.37	32.36		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.71	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.04E-04	1.38E-04	5.75E-01	5.84E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-4.25E-02	2.20E-04	3.28E-02	-3.44E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.26E-04	3.07E-05	5.71E-01	-7.77E-03	9.33E-01	-1.74E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.73E-04	8.30E-04	9.36E-01	1.00E+00	-6.46E-01	-5.87E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	7.84E-02	-4.11E-04	-2.19E-02	2.10E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.11E-04	1.39E-03	1.00E+00	-1.53E-02	-5.36E-01	9.58E-03

表4.19 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.4：2F-C6,C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.68		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.34	31.01		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.77	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.98E-04	-1.00E-04	5.08E-01	5.75E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	1.13E-02	-2.26E-04	3.30E-02	-3.49E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.97E-04	-4.35E-04	5.68E-01	-7.42E-03	9.20E-01	-1.72E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.64E-04	4.66E-04	8.66E-01	1.00E+00	-6.03E-01	-5.78E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.14E-01	5.14E-02	-1.70E-04	-1.94E-02	1.80E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.72E-04	5.57E-04	1.00E+00	-1.38E-02	-5.26E-01	9.68E-03

表4.20 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.5：2F-C2,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.73		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.09	34.43		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.74	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.02E-04	-1.05E-04	5.18E-01	5.76E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	2.67E-02	-5.03E-04	2.73E-02	-3.47E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.94E-04	-5.41E-04	5.64E-01	-8.13E-03	8.13E-01	-1.92E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.91E-04	5.35E-04	9.16E-01	1.00E+00	-5.75E-01	-5.79E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.15E-01	4.01E-02	1.51E-05	-1.52E-02	1.59E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.47E-04	2.67E-04	1.00E+00	-1.43E-02	-4.61E-01	1.10E-02

表4.21 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.6：2F-C2,C5柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.67		
2	11392.32	11392.32	733290.79	34.77	33.18		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.75	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.92E-04	-2.20E-04	5.15E-01	5.76E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	3.03E-02	-2.79E-04	2.85E-02	-3.55E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.93E-04	-5.67E-04	5.65E-01	-7.85E-03	8.58E-01	-1.83E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.38E-04	2.08E-04	8.97E-01	1.00E+00	-5.86E-01	-5.79E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.15E-01	3.74E-02	-1.61E-04	-1.58E-02	1.81E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.41E-04	2.06E-04	1.00E+00	-1.41E-02	-4.88E-01	1.05E-02

表4.22(a) 單一樓層-1F多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	1.78	0.16	2.28	0.12	1.47	0.05
C2	2.20	0.09	2.12	0.06	1.76	0.08
C3	2.45	0.10	1.87	0.07	2.01	0.09
C4	2.47	0.15	1.58	0.13	2.15	<b>0.01</b>
C5	2.25	0.09	1.43	0.05	2.29	0.10
C6	1.98	<b>0.02</b>	1.61	<b>0.01</b>	2.17	0.04
C7	1.71	<b>0.02</b>	1.95	0.03	2.02	<b>0.01</b>
C8	1.44	0.06	2.22	<b>0.01</b>	1.74	0.07
C9	1.82	0.09	2.25	0.03	2.22	0.15
C10	1.65	0.10	2.55	0.03	2.05	0.15
C11	2.08	0.29	2.49	0.18	2.30	0.33
C12	1.91	0.30	2.64	0.21	2.11	0.36
PD	None	C6,C7	None	C6,C8	None	C4,C7

Case.1：1F-C6,C7 柱發生破壞，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.2：1F-C6,C8 柱發生破壞，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：1F-C4,C7柱發生破壞，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

表4.22(b) 單一樓層-2F多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.18	2.30	0.17	1.82	0.16	2.38
C2	0.06	2.20	<b>0.01</b>	1.53	<b>0.02</b>	2.24
C3	0.07	2.45	<b>0.03</b>	1.83	0.05	2.11
C4	0.17	2.68	<b>0.01</b>	2.28	0.14	1.84
C5	0.10	2.38	0.08	2.22	<b>0.03</b>	1.89
C6	<b>0.02</b>	1.96	0.22	1.91	0.13	2.04
C7	<b>0.01</b>	1.67	0.23	1.64	0.14	2.22
C8	0.06	1.93	0.20	1.99	0.11	2.35
C9	0.05	1.40	0.42	1.71	0.24	2.14
C10	0.06	1.75	0.42	2.08	0.24	2.32
C11	0.18	1.76	0.52	1.66	0.29	2.12
C12	0.20	2.01	0.68	2.11	0.46	2.20
PD	C6,C7	None	<u>C2,C3,C4</u> (N.G.)	None	C2,C5	None

Case.4：2F-C6,C7 柱發生破壞，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.5：2F-C2,C4 柱發生破壞，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.6：2F-C2,C5柱發生破壞，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.23 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.1：2F-C1&1F-C1柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	44.71	40.60		
2	11392.32	11392.32	733290.79	44.38	33.53		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.75	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.23E-04	-1.29E-04	5.62E-01	5.81E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-4.76E-03	-1.46E-05	3.81E-02	-4.79E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.58E-04	-3.77E-04	5.69E-01	-7.93E-03	8.67E-01	-1.85E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.80E-04	5.38E-04	9.37E-01	1.00E+00	-6.21E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	7.15E-02	-4.89E-04	-2.32E-02	2.77E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.95E-04	9.72E-04	1.00E+00	-1.51E-02	-4.96E-01	1.03E-02

表4.24 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.2：2F-C4&1F-C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.14	40.63		
2	11392.32	11392.32	733290.79	30.53	33.60		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.70	2.15	4.75	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.01E-04	2.03E-05	5.62E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-7.00E-03	-1.42E-04	2.57E-02	-2.86E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.12E-04	-2.18E-04	5.69E-01	-7.93E-03	8.67E-01	-1.85E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.80E-04	6.53E-04	9.38E-01	1.00E+00	-6.21E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	5.15E-02	-1.07E-04	-1.58E-02	1.46E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-5.46E-04	7.20E-04	1.00E+00	-1.51E-02	-4.97E-01	1.03E-02



表4.25 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.3：2F-C12&1F-C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	44.54	27.58		
2	11392.32	11392.32	733290.79	43.98	23.22		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.70	2.15	4.73	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.02E-04	-3.29E-06	3.81E-01	5.80E-01	7.65E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-4.20E-03	-1.67E-04	4.43E-02	-2.82E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.62E-04	-3.89E-04	5.69E-01	-5.41E-03	1.00E+00	-1.22E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.81E-04	6.20E-04	6.38E-01	1.00E+00	-4.74E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	7.13E-02	-8.67E-05	-2.70E-02	1.41E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.98E-04	9.69E-04	1.00E+00	-1.03E-02	-5.73E-01	6.85E-03

表4.26 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.4：2F-C12&1F-C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.15	40.55		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.57	28.71		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.70	2.15	4.73	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.02E-04	2.68E-04	5.33E-01	5.80E-01	8.87E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-6.77E-02	3.26E-04	3.84E-02	-2.94E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.22E-04	2.02E-04	5.67E-01	-6.67E-03	1.00E+00	-1.48E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.82E-04	1.02E-03	8.47E-01	1.00E+00	-6.06E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	9.56E-02	-4.30E-04	-2.66E-02	1.76E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.44E-04	1.85E-03	1.00E+00	-1.42E-02	-5.70E-01	7.78E-03

表4.27 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.5：2F-C11&1F-C5柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	29.87	36.53		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.66	27.11		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.74	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.49E-04	1.46E-04	4.92E-01	5.80E-01	8.52E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-5.39E-02	2.99E-04	3.57E-02	-2.85E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.16E-04	1.13E-04	5.65E-01	-6.38E-03	1.00E+00	-1.41E-02
	2F <sub>,x</sub>	-2.62E-04	7.00E-04	7.93E-01	1.00E+00	-5.65E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	8.47E-02	-4.86E-04	-2.41E-02	1.82E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.14E-04	1.58E-03	1.00E+00	-1.32E-02	-5.68E-01	7.50E-03

表4.28 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各單根柱受損；Case.6：2F-C4&1F-C6柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	34.88	36.67		
2	11392.32	11392.32	733290.79	32.64	32.04		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.76	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.93E-04	-4.78E-05	5.22E-01	5.81E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	1.20E-02	-3.23E-04	2.79E-02	-2.95E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.53E-04	-3.95E-04	5.67E-01	-7.66E-03	8.92E-01	-1.78E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.64E-04	5.48E-04	8.88E-01	1.00E+00	-6.05E-01	-5.84E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	4.41E-02	-3.85E-05	-1.63E-02	1.39E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-5.92E-04	4.56E-04	1.00E+00	-1.42E-02	-5.09E-01	1.00E-02

表4.29(a) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	<b>2.80E-04</b>	<b>1.49E-04</b>	0.98	0.44	0.87	0.66
C2	0.33	0.17	0.66	0.29	1.04	0.67
C3	0.67	0.34	0.33	0.14	1.20	0.74
C4	1.00	0.51	<b>5.51E-04</b>	<b>3.34E-04</b>	1.29	0.87
C5	1.04	0.56	0.30	0.21	1.18	0.71
C6	0.76	0.40	0.47	0.25	0.94	0.57
C7	0.50	0.27	0.75	0.35	0.77	0.46
C8	0.35	0.22	1.05	0.48	0.66	0.43
C9	0.82	0.46	0.99	0.48	0.45	0.29
C10	0.75	0.43	1.25	0.58	0.32	0.22
C11	1.04	0.69	1.21	0.67	0.32	0.19
C12	1.00	0.66	1.38	0.75	<b>1.68E-04</b>	<b>1.38E-04</b>
PD	C1	C1	C4	C4	C12	C12

Case.1：2F-C1&1F-C1柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：2F-C4&1F-C4柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.3：2F-C12&1F-C12柱受損10%，為各樓層相同根柱受損之型式。

表4.29(b) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.04	0.99	0.92	0.39	0.97	0.04
C2	0.03	0.66	0.99	0.31	0.66	0.02
C3	0.05	0.33	1.11	0.18	0.33	0.01
C4	0.07	<b>0.01</b>	1.22	0.06	<b>1.30E-03</b>	0.02
C5	0.06	0.32	1.17	<b>0.01</b>	0.29	0.03
C6	0.05	0.48	0.84	0.16	0.48	<b>1.42E-03</b>
C7	0.05	0.76	0.71	0.30	0.76	0.03
C8	0.04	1.05	0.82	0.43	1.05	0.04
C9	0.06	0.98	0.30	0.30	1.01	0.03
C10	0.07	1.23	0.58	0.43	1.26	0.05
C11	0.02	1.21	<b>0.01</b>	0.33	1.22	0.06
C12	<b>4.03E-04</b>	1.39	0.47	0.44	1.37	0.05
PD	C12	C4	C11	C5	C4	C6

Case.4：2F-C12&1F-C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.5：2F-C11&1F-C5柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.6：2F-C4&1F-C6柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

表4.30 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.55	32.51		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.36	26.96		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.70	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.15E-04	4.09E-05	4.43E-01	5.81E-01	8.99E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-4.70E-03	-2.23E-04	3.55E-02	-2.45E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.70E-04	-2.98E-04	5.70E-01	-6.25E-03	1.00E+00	-1.44E-02
	2F <sub>,x</sub>	-4.18E-04	7.15E-04	7.39E-01	1.00E+00	-5.60E-01	-5.84E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	5.83E-02	3.99E-05	-2.17E-02	1.10E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.41E-04	7.96E-04	1.00E+00	-1.19E-02	-5.74E-01	8.05E-03

表4.31 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	45.96	42.30		
2	11392.32	11392.32	733290.79	40.42	31.44		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.70	2.14	4.72	5.88	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.68E-04	-2.40E-04	5.69E-01	5.81E-01	9.85E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	3.56E-02	-3.50E-04	3.89E-02	-3.20E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-4.61E-04	-6.68E-04	5.65E-01	-7.39E-03	1.00E+00	-1.63E-02
	2F <sub>,x</sub>	-4.60E-04	3.33E-04	9.18E-01	1.00E+00	-6.54E-01	-5.84E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	4.35E-02	-1.20E-04	-2.16E-02	1.31E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-7.47E-04	2.40E-04	1.00E+00	-1.52E-02	-5.68E-01	8.68E-03



表4.32 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.64	32.33		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.44	26.81		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.70	2.14	4.72	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.87E-04	8.06E-05	4.50E-01	5.81E-01	9.13E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-7.61E-03	-2.79E-04	3.50E-02	-2.50E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.62E-04	-2.72E-04	5.63E-01	-6.35E-03	1.00E+00	-1.47E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.76E-04	7.82E-04	7.55E-01	1.00E+00	-5.67E-01	-5.84E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	5.90E-02	1.23E-05	-2.13E-02	1.11E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.33E-04	8.32E-04	1.00E+00	-1.22E-02	-5.67E-01	8.15E-03

表4.33 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.4：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損40%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	24.13	21.71		
2	11392.32	11392.32	733290.79	23.18	16.26		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.53	1.39	1.61	2.09	4.46	5.72	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.62E-04	2.74E-04	2.61E-01	5.83E-01	5.35E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	3.98E-04	-5.95E-04	2.58E-02	2.33E-05
	1F <sub>,θ</sub>	-2.62E-04	-2.57E-04	5.73E-01	-3.41E-03	1.00E+00	-8.72E-03
	2F <sub>,x</sub>	-5.88E-04	1.13E-03	4.21E-01	1.00E+00	-3.50E-01	-5.85E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	3.83E-02	8.55E-04	-1.55E-02	-1.07E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-4.43E-04	5.02E-04	1.00E+00	-6.94E-03	-5.77E-01	4.79E-03

表4.34 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損40%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	68.16	64.53		
2	11392.32	11392.32	733290.79	44.03	35.72		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.53	1.39	1.66	2.09	4.53	5.72	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-5.55E-04	-1.34E-03	6.79E-01	5.84E-01	8.49E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	1.45E-01	-1.32E-03	4.14E-02	-2.42E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-6.47E-04	-1.78E-03	4.75E-01	-7.88E-03	1.00E+00	-1.59E-02
	2F <sub>,x</sub>	-8.49E-04	-9.42E-04	1.00E+00	1.00E+00	-7.30E-01	-5.85E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.20E-01	-1.91E-02	4.68E-04	-1.56E-02	-4.92E-05
	2F <sub>,θ</sub>	-8.91E-04	-1.82E-03	8.60E-01	-2.09E-02	-5.53E-01	7.07E-03

表4.35 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.6：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損40%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	24.48	21.06		
2	11392.32	11392.32	733290.79	23.44	16.15		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.53	1.39	1.67	2.09	4.55	5.71	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, <sub>x</sub>	-1.77E-04	4.35E-04	2.80E-01	5.84E-01	5.51E-01	1.00E+00
	1F, <sub>y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-8.39E-03	-8.61E-04	2.43E-02	1.25E-05
	1F, <sub>θ</sub>	-2.37E-04	-1.80E-04	5.44E-01	-3.75E-03	1.00E+00	-9.11E-03
	2F, <sub>x</sub>	-4.63E-04	1.39E-03	4.66E-01	1.00E+00	-3.54E-01	-5.87E-01
	2F, <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	4.07E-02	8.35E-04	-1.45E-02	-1.11E-04
	2F, <sub>θ</sub>	-4.18E-04	6.09E-04	1.00E+00	-7.75E-03	-5.48E-01	4.87E-03

表4.36(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.99	0.59	0.22	0.18	0.63	1.38
C2	1.00	0.47	0.23	<b>0.21</b>	0.66	1.06
C3	1.08	0.45	0.23	0.61	0.67	1.04
C4	1.16	0.52	0.21	1.00	0.65	1.32
C5	1.26	0.44	0.22	1.04	0.56	1.09
C6	0.95	0.39	0.19	0.69	0.58	0.65
C7	0.90	0.41	0.19	0.39	0.59	0.69
C8	1.05	0.51	0.22	0.37	0.58	1.16
C9	0.71	0.38	0.12	0.73	0.50	<b>0.39</b>
C10	0.92	0.47	0.18	0.73	0.51	1.01
C11	0.53	0.36	0.14	1.02	0.35	0.44
C12	0.85	0.43	0.16	1.01	<b>0.38</b>	0.99
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1 : 2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2 : 2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3 : 2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

表4.36(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	1.03	0.67	0.20	0.18	0.57	1.37
C2	1.00	0.54	0.21	<b>0.22</b>	0.59	1.06
C3	1.08	0.51	0.20	0.61	0.59	1.04
C4	1.16	0.60	0.19	1.00	0.58	1.31
C5	1.26	0.51	0.20	1.04	0.49	1.08
C6	0.94	0.45	0.17	0.68	0.51	0.65
C7	0.90	0.47	0.17	0.38	0.52	0.68
C8	1.08	0.58	0.21	0.36	0.51	1.15
C9	0.71	0.43	0.10	0.73	0.44	<b>0.38</b>
C10	0.95	0.54	0.16	0.73	0.45	1.01
C11	0.52	0.39	0.13	1.02	0.30	0.46
C12	0.88	0.49	0.15	1.01	<b>0.34</b>	1.00
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.4：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損40%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.6：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

表4.37 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.1：2F-C3,C4&1F-C3,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	25.78	46.44		
2	11392.32	11392.32	733290.79	26.11	39.17		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.72	5.88	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.96E-04	-2.55E-05	5.97E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	-1.00E+00	-5.84E-03	-1.43E-04	1.94E-02	-2.78E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-2.68E-04	1.84E-04	5.25E-01	-9.22E-03	7.63E-01	-2.10E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.71E-04	-6.46E-04	1.00E+00	1.00E+00	-6.18E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	6.19E-01	4.10E-02	-1.11E-04	-1.20E-02	1.43E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-4.68E-04	-6.21E-04	9.23E-01	-1.74E-02	-4.37E-01	1.17E-02

表4.38 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.97	46.43		
2	11392.32	11392.32	733290.79	31.44	39.15		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.72	5.88	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.29E-04	2.28E-05	5.97E-01	5.81E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-7.12E-03	-1.57E-04	2.33E-02	-3.38E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.22E-04	-2.20E-04	5.25E-01	-9.22E-03	7.62E-01	-2.10E-02
	2F <sub>,x</sub>	-4.31E-04	7.51E-04	1.00E+00	1.00E+00	-6.18E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	4.94E-02	-1.62E-04	-1.44E-02	1.76E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-5.63E-04	7.48E-04	9.23E-01	-1.74E-02	-4.37E-01	1.17E-02



表4.39 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.3：2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	31.26	32.49		
2	11392.32	11392.32	733290.79	32.12	26.91		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.70	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.62E-04	1.40E-05	4.43E-01	5.81E-01	8.99E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-9.57E-03	-8.22E-05	3.10E-02	-2.35E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.30E-04	-2.05E-04	5.70E-01	-6.25E-03	1.00E+00	-1.44E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.03E-04	5.22E-04	7.39E-01	1.00E+00	-5.60E-01	-5.84E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	5.58E-02	-1.30E-04	-1.92E-02	1.25E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-5.80E-04	7.98E-04	1.00E+00	-1.19E-02	-5.74E-01	8.05E-03

表4.40 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.4：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	25.79	46.30		
2	11392.32	11392.32	733290.79	36.42	28.17		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.70	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.94E-04	3.74E-04	5.82E-01	5.81E-01	7.55E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-9.56E-02	7.58E-04	3.78E-02	-2.61E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-2.83E-04	4.40E-04	5.65E-01	-6.40E-03	1.00E+00	-1.33E-02
	2F <sub>,x</sub>	-3.36E-04	9.88E-04	8.80E-01	1.00E+00	-5.86E-01	-5.83E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	1.09E-01	-7.40E-04	-2.75E-02	1.71E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.12E-04	2.28E-03	1.00E+00	-1.53E-02	-5.68E-01	6.47E-03

表4.41 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.98	46.39		
2	11392.32	11392.32	733290.79	36.37	35.62		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.70	2.14	4.75	5.88	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-2.25E-04	1.66E-04	6.16E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-4.40E-02	2.65E-04	3.07E-02	-3.83E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.29E-04	4.64E-05	5.55E-01	-8.50E-03	8.54E-01	-1.90E-02
	2F <sub>,x</sub>	-4.16E-04	9.41E-04	1.00E+00	1.00E+00	-6.48E-01	-5.82E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	7.86E-02	-4.78E-04	-2.07E-02	2.34E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.25E-04	1.45E-03	9.68E-01	-1.69E-02	-4.92E-01	1.04E-02

表4.42 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(特徵分析；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.6：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.28	28.45		
2	11392.32	11392.32	733290.79	33.43	25.41		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.71	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>,x</sub>	-1.60E-04	-3.88E-05	4.02E-01	5.81E-01	8.62E-01	1.00E+00
	1F <sub>,y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	8.49E-03	-2.10E-04	3.27E-02	-2.38E-04
	1F <sub>,θ</sub>	-3.63E-04	-3.81E-04	5.68E-01	-5.97E-03	1.00E+00	-1.36E-02
	2F <sub>,x</sub>	-2.97E-04	4.35E-04	6.86E-01	1.00E+00	-5.18E-01	-5.84E-01
	2F <sub>,y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	4.77E-02	-4.82E-05	-1.92E-02	1.18E-04
	2F <sub>,θ</sub>	-6.11E-04	5.40E-04	1.00E+00	-1.09E-02	-5.72E-01	7.74E-03

表4.43(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析)

$$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$$

Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.98	0.77	0.98	0.78	1.21	0.61
C2	0.60	0.46	0.50	0.39	1.12	0.49
C3	<b>0.20</b>	<b>0.15</b>	<b>0.02</b>	<b>0.01</b>	1.00	0.45
C4	<b>0.20</b>	<b>0.15</b>	0.49	0.39	0.91	0.48
C5	0.36	0.35	0.58	0.50	0.90	0.41
C6	0.40	0.35	0.36	0.32	0.87	0.40
C7	0.70	0.56	0.62	0.50	1.03	0.43
C8	1.05	0.83	1.05	0.84	1.28	0.52
C9	0.94	0.77	0.88	0.74	0.87	0.41
C10	1.24	0.99	1.24	1.00	1.17	0.49
C11	1.18	1.04	1.13	1.01	<b>0.68</b>	<b>0.38</b>
C12	1.38	1.21	1.37	1.22	1.12	0.45
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)	C3 (N.G.)	C3 (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1：2F-C3,C4&1F-C3,C4柱受損10%，為各樓層中相同且相鄰兩根柱破壞之型式；

Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中相同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損10%，為各樓層中相同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出受損桿件，但對應於設定之受損桿件2F-C3,C4&1F-C3,C4柱，其WSI<sub>j</sub>值仍是相對最小者。

表4.43(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.84	0.33	0.15	0.99	0.85	1.39
C2	1.01	0.21	0.09	0.50	0.82	1.07
C3	1.16	<b>0.06</b>	0.16	<b>0.02</b>	0.78	1.03
C4	1.24	<b>0.08</b>	0.27	0.50	0.74	1.31
C5	1.17	0.15	0.28	0.58	0.65	1.13
C6	0.90	0.10	0.13	0.35	0.67	0.76
C7	0.73	0.22	<b>0.01</b>	0.62	0.73	0.80
C8	0.68	0.37	0.13	1.05	0.81	1.23
C9	0.35	0.31	0.12	0.86	0.61	0.55
C10	0.36	0.42	0.17	1.23	0.72	1.08
C11	<b>0.18</b>	0.38	0.25	1.13	<b>0.45</b>	0.41
C12	<b>0.18</b>	0.46	0.30	1.39	0.65	0.99
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)	C7 (N.G.)	C3 (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.4：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其受損兩根柱相鄰之型式；

Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.6：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出受損桿件，但對應於設定之受損桿件2F-C11,C12&1F-C3,C4柱，其WSI<sub>j</sub>值仍是相對最小者。

表4.44 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.2及Case.5二次偵測分析結果(特徵分析)

WSI <sub>j</sub> <sup>2∩</sup>				
Column (C <sub>j</sub> + C <sub>j+1</sub> )	Case.2		Case.5	
	2F	1F	2F	1F
C1+C2	1.48	1.17	0.24	1.49
C2+C3	<b>0.52</b>	<b>0.40</b>	0.25	<b>0.52</b>
C3+C4	<b>0.51</b>	<b>0.40</b>	0.43	<b>0.52</b>
C4+C5	1.07	0.89	0.55	1.08
C5+C6	0.94	0.82	0.41	0.94
C6+C7	0.98	0.82	<b>0.14</b>	0.97
C7+C8	1.67	1.34	<b>0.14</b>	1.67
C8+C9	1.93	1.58	0.25	1.92
C9+C10	2.12	1.73	0.30	2.09
C10+C11	2.38	2.01	0.43	2.36
C11+C12	2.51	2.23	0.55	2.52
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)	None* (N.G.)	None* (N.G.)

Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中相同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出以**粗斜體**標示之受損柱群組，但對應於設定之受損桿件，其WSI<sub>j</sub><sup>2∩</sup>值仍是相對最小者。

表4.45 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.3'及Case.6'放大柱受損程度分析結果(特徵分析)

$$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$$

Column (C <sub>j</sub> )	Case.3'		Case.6'	
	2F	1F	2F	1F
C1	1.23	0.69	0.77	1.38
C2	1.13	0.57	0.73	1.07
C3	1.00	0.52	0.70	1.03
C4	0.91	0.55	0.67	1.30
C5	0.88	0.47	0.58	1.13
C6	0.86	0.45	0.59	0.75
C7	1.03	0.50	0.65	0.79
C8	1.28	0.61	0.72	1.22
C9	0.87	0.46	0.54	0.53
C10	1.17	0.56	0.64	1.07
C11	<b>0.69</b>	<b>0.42</b>	<b>0.40</b>	0.40
C12	1.12	0.52	0.57	0.98
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.3' : 2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損40%，為各樓層中相同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式；

Case.6' : 2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。



表4.46(a) 單一樓層-1F單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	2.13	1.60	1.67	0.97	1.80	1.87
C2	1.87	1.35	1.83	1.01	2.15	1.99
C3	1.52	1.10	1.86	1.09	2.29	2.05
C4	1.10	0.92	1.82	1.22	2.24	2.03
C5	0.71	<b>1.28E-03</b>	1.65	0.84	2.02	1.55
C6	1.14	<b>0.45</b>	1.63	<b>0.42</b>	1.97	1.43
C7	1.57	0.89	1.60	<b>1.12E-04</b>	1.85	1.39
C8	2.00	1.33	1.54	<b>0.41</b>	1.64	1.40
C9	1.75	1.41	1.63	1.10	1.50	0.65
C10	2.16	1.72	1.59	1.18	1.33	0.79
C11	2.14	2.19	1.89	2.00	1.37	<b>1.34E-04</b>
C12	2.41	2.38	1.83	2.03	1.18	<b>0.44</b>
$\mu_{WSI}$	1.71	1.28	1.71	1.02	1.78	1.30
$\sigma_{WSI}$	0.49	0.65	0.12	0.57	0.36	0.65
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	1.22	0.63	1.60	0.46	1.42	0.65
PD'	None	<u>C5,C6</u> (N.G.)	None	<u>C6,C7,C8</u> (N.G.)	None	<u>C11,C12</u> (N.G.)
PD	None	C5	None	C7	None	C11

Case.1 : 1F-C5柱受損10% ;

Case.2 : 1F-C7柱受損10% ;

Case.3 : 1F-C11柱受損10%。

底線代表設定之受損桿件。

表4.46(b) 單一樓層-2F單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	<b>1.16E-04</b>	0.99	1.08	0.67	1.30	1.73
C2	0.66	0.38	0.73	0.46	1.70	1.72
C3	1.34	0.30	<b>0.36</b>	1.12	2.04	1.86
C4	2.00	0.91	<b>8.62E-05</b>	1.97	2.18	1.88
C5	2.02	1.09	<b>0.27</b>	2.07	2.12	1.63
C6	1.46	0.74	0.49	1.39	1.66	1.46
C7	0.91	0.79	0.81	0.98	1.30	1.33
C8	<b>0.56</b>	1.21	1.15	1.05	1.05	1.43
C9	1.41	1.34	1.02	1.60	0.78	0.93
C10	1.24	1.64	1.32	1.67	<b>0.49</b>	1.10
C11	1.67	1.83	1.21	2.04	0.60	0.71
C12	1.58	2.02	1.41	2.09	<b>7.57E-05</b>	0.92
$\mu_{WSI}$	1.24	1.10	0.82	1.43	1.27	1.39
$\sigma_{WSI}$	0.58	0.51	0.44	0.54	0.67	0.38
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.66	0.59	0.39	0.88	0.60	1.01
PD'	<u>C1,C8</u> (N.G.)	None	<u>C3,C4,C5</u> (N.G.)	None	<u>C10,C12</u> (N.G.)	None
PD	C1	None	C4	None	C12	None

Case.4 : 2F-C1柱受損10% ;

Case.5 : 2F-C4柱受損10% ;

Case.6 : 2F-C12柱受損10% 。

底線代表設定之受損桿件 。

表4.47(a) 單一樓層-1F多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	2.41	0.11	2.55	0.08	2.36	0.06
C2	2.64	<b>4.03E-03</b>	2.79	0.08	2.60	0.16
C3	2.71	1.49E-02	2.80	0.09	2.59	0.16
C4	2.50	0.14	2.57	<b>0.04</b>	2.45	0.09
C5	2.29	0.05	2.39	0.07	2.33	<b>0.03</b>
C6	2.31	0.02	2.56	0.08	2.56	0.16
C7	2.29	0.04	2.62	0.11	2.62	0.19
C8	2.17	1.16E-02	2.53	0.06	2.54	0.12
C9	2.37	0.03	2.30	0.08	2.49	0.12
C10	2.32	0.03	2.32	0.08	2.50	0.12
C11	2.64	0.10	2.09	0.07	2.29	<b>3.45E-03</b>
C12	2.58	0.10	2.10	<b>0.02</b>	2.39	0.06
$\mu_{WSI}$	2.44	0.05	2.47	0.07	2.48	0.11
$\sigma_{WSI}$	0.17	0.04	0.22	0.02	0.11	0.06
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	2.27	1.10E-02	2.25	0.05	2.37	0.05
PD'	None	C2 (N.G.)	None	C4,C12	None	C5,C11
PD	None	C2,C8	None	None (N.G.)	None	C11 (N.G.)

Case.1 : 1F-C2,C8柱受損10% ;

Case.2 : 1F-C4,C12柱受損10% ;

Case.3 : 1F-C5,C11柱受損10% 。

表4.47(b) 單一樓層-2F多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.05	2.17	0.17	2.51	0.05	2.49
C2	<b>0.03</b>	1.68	0.08	2.69	0.07	2.48
C3	0.09	1.76	0.11	2.69	0.05	2.47
C4	0.18	2.23	<b>0.01</b>	2.67	0.14	2.30
C5	0.13	2.38	0.15	2.57	<b>0.01</b>	2.28
C6	0.09	1.97	0.08	2.71	0.08	2.33
C7	0.06	1.94	0.10	2.72	0.07	2.40
C8	<b>0.03</b>	2.36	0.08	2.67	0.06	2.41
C9	0.05	2.16	0.09	2.68	0.03	2.26
C10	0.06	2.61	0.09	2.67	0.03	2.31
C11	0.05	2.40	0.17	2.55	<b>0.01</b>	2.19
C12	0.11	2.66	<b>4.75E-03</b>	2.66	0.15	2.16
$\mu_{WSI}$	0.08	2.19	0.10	2.65	0.06	2.34
$\sigma_{WSI}$	0.04	0.30	0.05	0.06	0.04	0.11
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.04	1.89	0.04	2.59	0.02	2.23
PD'	C2,C8	None	C4,C12	None	C5,C11	None
PD	None (N.G.)	None	C4,C12	None	C5,C11	None

Case.4 : 2F-C2,C8柱受損10% ;

Case.5 : 2F-C4,C12柱受損10% ;

Case.6 : 2F-C5,C11柱受損10% 。

表4.48(a) 單一樓層-1F多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	1.78	0.16	2.28	0.12	1.47	0.05
C2	2.20	0.09	2.12	0.06	1.76	0.08
C3	2.45	0.10	1.87	0.07	2.01	0.09
C4	2.47	0.15	1.58	0.13	2.15	1.26E-02
C5	2.25	0.09	1.43	0.05	2.29	0.10
C6	1.98	<b>0.02</b>	1.61	<b>9.72E-03</b>	2.17	0.04
C7	1.71	<b>0.02</b>	1.95	0.03	2.02	1.40E-02
C8	1.44	0.06	2.22	<b>1.29E-02</b>	1.74	0.07
C9	1.82	0.09	2.25	0.03	2.22	0.15
C10	1.65	0.10	2.55	0.03	2.05	0.15
C11	2.08	0.29	2.49	0.18	2.30	0.33
C12	1.91	0.30	2.64	0.21	2.11	0.36
$\mu_{WSI}$	1.98	0.12	2.08	0.08	2.02	0.12
$\sigma_{WSI}$	0.31	0.09	0.38	0.06	0.24	0.11
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	1.67	0.04	1.70	1.39E-02	1.78	9.63E-03
PD'	None	C6,C7	None	C6,C8	None	None (N.G.)
PD	None	C6,C7	None	C6,C8	None	C4,C7

Case.1：1F-C6,C7柱受損10%，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.2：1F-C6,C8柱受損10%，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：1F-C4,C7柱受損10%，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

表4.48(b) 單一樓層-2F多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.18	2.30	0.17	1.82	0.16	2.38
C2	0.06	2.20	<b>0.01</b>	1.53	<b>0.02</b>	2.24
C3	0.07	2.45	<b>0.03</b>	1.83	0.05	2.11
C4	0.17	2.68	<b>0.01</b>	2.28	0.14	1.84
C5	0.10	2.38	0.08	2.22	<b>0.03</b>	1.89
C6	<b>0.02</b>	1.96	0.22	1.91	0.13	2.04
C7	<b>0.01</b>	1.67	<b>0.23</b>	1.64	0.14	2.22
C8	0.06	1.93	0.20	1.99	0.11	2.35
C9	0.05	1.40	0.42	1.71	0.24	2.14
C10	0.06	1.75	0.42	2.08	0.24	2.32
C11	0.18	1.76	0.52	1.66	0.29	2.12
C12	0.20	2.01	0.68	2.11	0.46	2.20
$\mu_{WSI}$	0.10	2.04	0.25	1.90	0.17	2.15
$\sigma_{WSI}$	0.06	0.35	0.21	0.23	0.12	0.16
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.03	1.69	0.04	1.66	0.05	1.99
PD'	C6,C7	None	<u>C2,C3,C4</u> (N.G.)	None	C2,C5	None
PD	C6,C7	None	<u>C2,C3,C4</u> (N.G.)	None	C2,C5	None

Case.4：2F-C6,C7柱受損10%，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.5：2F-C2,C4柱受損10%，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.6：2F-C2,C5柱受損10%，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.49(a) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	<b>2.80E-04</b>	<b>1.49E-04</b>	0.98	0.44	0.87	0.66
C2	<b>0.33</b>	<b>0.17</b>	0.66	0.29	1.04	0.67
C3	0.67	0.34	<b>0.33</b>	<b>0.14</b>	1.20	0.74
C4	1.00	0.51	<b>5.51E-04</b>	<b>3.34E-04</b>	1.29	0.87
C5	1.04	0.56	<b>0.30</b>	0.21	1.18	0.71
C6	0.76	0.40	0.47	0.25	0.94	0.57
C7	0.50	0.27	0.75	0.35	0.77	0.46
C8	<b>0.35</b>	0.22	1.05	0.48	0.66	0.43
C9	0.82	0.46	0.99	0.48	0.45	0.29
C10	0.75	0.43	1.25	0.58	<b>0.32</b>	<b>0.22</b>
C11	1.04	0.69	1.21	0.67	<b>0.32</b>	<b>0.19</b>
C12	1.00	0.66	1.38	0.75	<b>1.68E-04</b>	<b>1.38E-04</b>
$\mu_{WSI}$	0.69	0.39	0.78	0.39	0.75	0.48
$\sigma_{WSI}$	0.32	0.20	0.41	0.21	0.39	0.25
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.37	0.20	0.37	0.17	0.36	0.23
PD'	<u>C1,C2,C8</u> (N.G.)	<u>C1,C2</u> (N.G.)	<u>C3,C4,C5</u> (N.G.)	<u>C3,C4</u> (N.G.)	<u>C10,C11,C12</u> (N.G.)	<u>C10,C11,C12</u> (N.G.)
PD	C1	C1	C4	C4	C12	C12

Case.1：2F-C1&1F-C1柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：2F-C4&1F-C4柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.3：2F-C12&1F-C12柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.49(b) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.04	0.99	0.92	0.39	0.97	0.04
C2	0.03	0.66	0.99	0.31	0.66	0.02
C3	0.05	<b>0.33</b>	1.11	0.18	<b>0.33</b>	<b>0.01</b>
C4	0.07	<b>0.01</b>	1.22	<b>0.06</b>	<b>1.30E-03</b>	0.02
C5	0.06	<b>0.32</b>	1.17	<b>0.01</b>	<b>0.29</b>	0.03
C6	0.05	0.48	0.84	0.16	0.48	<b>1.42E-03</b>
C7	0.05	0.76	0.71	0.30	0.76	0.03
C8	0.04	1.05	0.82	0.43	1.05	0.04
C9	0.06	0.98	<b>0.30</b>	0.30	1.01	0.03
C10	0.07	1.23	0.58	0.43	1.26	0.05
C11	<b>0.02</b>	1.21	<b>0.01</b>	0.33	1.22	0.06
C12	<b>4.03E-04</b>	1.39	0.47	0.44	1.37	0.05
$\mu_{WSI}$	0.05	0.78	0.76	0.28	0.78	0.03
$\sigma_{WSI}$	0.02	0.41	0.35	0.14	0.42	0.02
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.03	0.37	0.41	0.14	0.37	0.02
PD'	<u>C11,C12</u> (N.G.)	<u>C3,C4,C5</u> (N.G.)	<u>C9,C11</u> (N.G.)	<u>C4,C5</u> (N.G.)	<u>C3,C4,C5</u> (N.G.)	<u>C3,C6</u> (N.G.)
PD	C12	C4	C11	C5	C4	C6

Case.4：2F-C12&1F-C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.5：2F-C11&1F-C5柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.6：2F-C4&1F-C6柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。



表4.50(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；受損10%)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.99	0.59	0.22	<b>0.18</b>	0.63	1.38
C2	1.00	0.47	0.23	<b>0.21</b>	0.66	1.06
C3	1.08	0.45	0.23	0.61	0.67	1.04
C4	1.16	0.52	0.21	1.00	0.65	1.32
C5	1.26	0.44	0.22	1.04	0.56	1.09
C6	0.95	0.39	0.19	0.69	0.58	0.65
C7	0.90	0.41	0.19	0.39	0.59	0.69
C8	1.05	0.51	0.22	0.37	0.58	1.16
C9	<b>0.71</b>	<b>0.38</b>	<b>0.12</b>	0.73	0.50	<b>0.39</b>
C10	0.92	0.47	0.18	0.73	0.51	1.01
C11	<b>0.53</b>	<b>0.36</b>	<b>0.14</b>	1.02	<b>0.35</b>	<b>0.44</b>
C12	0.85	0.43	0.16	1.01	<b>0.38</b>	0.99
$\mu_{WSI}$	0.95	0.45	0.19	0.66	0.56	0.93
$\sigma_{WSI}$	0.19	0.06	0.03	0.31	0.10	0.31
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.76	0.39	0.16	0.36	0.46	0.63
PD'	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C1,C2 (N.G.)	C11,C12 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.50(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；受損40%)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	1.03	0.67	0.20	<b>0.18</b>	0.57	1.37
C2	1.00	0.54	0.21	<b>0.22</b>	0.59	1.06
C3	1.08	0.51	0.20	0.61	0.59	1.04
C4	1.16	0.60	0.19	1.00	0.58	1.31
C5	1.26	0.51	0.20	1.04	0.49	1.08
C6	0.94	0.45	0.17	0.68	0.51	0.65
C7	0.90	0.47	0.17	0.38	0.52	0.68
C8	1.08	0.58	0.21	0.36	0.51	1.15
C9	<b>0.71</b>	<b>0.43</b>	<b>0.10</b>	0.73	0.44	<b>0.38</b>
C10	0.95	0.54	0.16	0.73	0.45	1.01
C11	<b>0.52</b>	<b>0.39</b>	<b>0.13</b>	1.02	<b>0.30</b>	<b>0.46</b>
C12	0.88	0.49	0.15	1.01	<b>0.34</b>	1.00
$\mu_{WSI}$	0.96	0.52	0.17	0.66	0.49	0.93
$\sigma_{WSI}$	0.19	0.08	0.03	0.31	0.09	0.31
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.77	0.44	0.14	0.36	0.40	0.63
PD'	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C1,C2 (N.G.)	C11,C12 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.4：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損40%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.6：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.51(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.98	0.77	0.98	0.78	1.21	0.61
C2	0.60	0.46	0.50	0.39	1.12	0.49
C3	<b>0.20</b>	<b>0.15</b>	<b>0.02</b>	<b>0.01</b>	1.00	0.45
C4	<b>0.20</b>	<b>0.15</b>	0.49	0.39	0.91	0.48
C5	<b>0.36</b>	0.35	0.58	0.50	0.90	0.41
C6	0.40	0.35	<b>0.36</b>	0.32	0.87	<b>3.96E-01</b>
C7	0.70	0.56	0.62	0.50	1.03	0.43
C8	1.05	0.83	1.05	0.84	1.28	0.52
C9	0.94	0.77	0.88	0.74	0.87	0.41
C10	1.24	0.99	1.24	1.00	1.17	0.49
C11	1.18	1.04	1.13	1.01	<b>0.68</b>	<b>0.38</b>
C12	1.38	1.21	1.37	1.22	1.12	0.45
$\mu_{WSI}$	0.77	0.64	0.77	0.64	1.01	0.46
$\sigma_{WSI}$	0.40	0.34	0.39	0.33	0.17	0.06
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.37	0.30	0.38	0.31	0.85	4.00E-01
PD'	<u>C3,C4,C5</u> (N.G.)	C3,C4	<u>C3,C6</u> (N.G.)	C3 (N.G.)	<u>C11</u> (N.G.)	<u>C6,C11</u> (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	C3 (N.G.)	C3 (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1：2F-C3,C4&1F-C3,C4柱受損10%，為各樓層中相同且相鄰兩根柱破壞之型式；

Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中相同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損10%，為各樓層中相同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.51(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.4		Case.5		Case.6	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.84	0.33	0.15	0.99	0.85	1.39
C2	1.01	0.21	<b>8.75E-02</b>	0.50	0.82	1.07
C3	1.16	<b>0.06</b>	0.16	<b>0.02</b>	0.78	1.03
C4	1.24	<b>0.08</b>	0.27	0.50	0.74	1.31
C5	1.17	0.15	0.28	0.58	0.65	1.13
C6	0.90	<b>0.10</b>	0.13	<b>0.35</b>	0.67	0.76
C7	0.73	0.22	<b>0.01</b>	0.62	0.73	0.80
C8	0.68	0.37	0.13	1.05	0.81	1.23
C9	<b>0.35</b>	0.31	0.12	0.86	0.61	<b>0.55</b>
C10	<b>3.58E-01</b>	0.42	0.17	1.23	0.72	1.08
C11	<b>0.18</b>	0.38	0.25	1.13	<b>0.45</b>	<b>0.41</b>
C12	<b>0.18</b>	0.46	0.30	1.39	0.65	0.99
$\mu_{WSI}$	0.73	0.26	0.17	0.77	0.71	0.98
$\sigma_{WSI}$	0.37	0.13	0.08	0.39	0.11	0.28
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	3.64E-01	0.12	8.96E-02	0.38	0.60	0.69
PD'	C9,C10, C11,C12 (N.G.)	C3,C4,C6 (N.G.)	C2,C7 (N.G.)	C3,C6 (N.G.)	C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	C7 (N.G.)	C3 (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.4：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，但其受損兩根柱相鄰之型式；Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；Case.6：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.52 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.2及Case.5二次偵測分析結果(特徵分析)

WSI <sub>j</sub> <sup>2σ</sup>				
Column (C <sub>j</sub> + C <sub>j+1</sub> )	Case.2		Case.5	
	2F	1F	2F	1F
C1+C2	1.48	1.17	0.24	1.49
C2+C3	<b>0.52</b>	<b>0.40</b>	0.25	<b>0.52</b>
C3+C4	<b>0.51</b>	<b>0.40</b>	0.43	<b>0.52</b>
C4+C5	1.07	0.89	0.55	1.08
C5+C6	0.94	0.82	0.41	0.94
C6+C7	0.98	0.82	<b>0.14</b>	0.97
C7+C8	1.67	1.34	<b>0.14</b>	1.67
C8+C9	1.93	1.58	0.25	1.92
C9+C10	2.12	1.73	0.30	2.09
C10+C11	2.38	2.01	0.43	2.36
C11+C12	2.51	2.23	0.55	2.52
$\mu_{WSI^{2\sigma}}$	1.46	1.22	0.34	1.46
$\sigma_{WSI^{2\sigma}}$	0.68	0.59	0.14	0.67
$\mu_{WSI^{2\sigma}} - \sigma_{WSI^{2\sigma}}$	0.78	0.63	0.20	0.79
PD'	<u>C2+C3,</u> <u>C3+C4</u>	<u>C2+C3,</u> <u>C3+C4</u>	<u>C6+C7,</u> <u>C7+C8</u>	<u>C2+C3,</u> <u>C3+C4</u>
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中相同根柱受損，且其

兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其

兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表4.53 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.3'及Case.6'放大柱受損程度分析結果(特徵分析)

$$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$$

Column (C <sub>j</sub> )	Case.3'		Case.6'	
	2F	1F	2F	1F
C1	1.23	0.69	0.77	1.38
C2	1.13	0.57	0.73	1.07
C3	1.00	0.52	0.70	1.03
C4	0.91	0.55	0.67	1.30
C5	0.88	0.47	0.58	1.13
C6	0.86	<b>0.45</b>	0.59	0.75
C7	1.03	0.50	0.65	0.79
C8	1.28	0.61	0.72	1.22
C9	0.87	0.46	0.54	<b>0.53</b>
C10	1.17	0.56	0.64	1.07
C11	<b>0.69</b>	<b>0.42</b>	<b>0.40</b>	<b>0.40</b>
C12	1.12	0.52	0.57	0.98
$\mu_{WSI}$	1.01	0.53	0.63	0.97
$\sigma_{WSI}$	0.17	0.07	0.10	0.29
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.84	4.55E-01	0.53	0.69
PD'	<u>C11</u> (N.G.)	<u>C6,C11</u> (N.G.)	<u>C11</u> (N.G.)	<u>C9,C11</u> (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.3' : 2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損40%，為各樓層中相同根柱受損，

且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式；

Case.6' : 2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損，

且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表5.1(a) 二層樓扭轉耦合結構之物理參數(健康結構；系統識別)

Physical Parameters					
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity	
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.67
2	11392.32	11392.32	733290.79	39.12	29.84
<b>Damping Matrix</b> ( $kgf \cdot s / m$ )	$\Xi = \begin{bmatrix} 8.87E+03 & 1.30E+00 & -1.49E+03 & -4.68E+03 & -4.92E-01 & 8.94E+02 \\ 1.30E+00 & 2.27E+03 & 2.17E+02 & -3.76E-01 & -1.14E+03 & -9.84E+01 \\ -1.49E+03 & 2.17E+02 & 4.55E+05 & 9.31E+02 & -1.09E+02 & -2.45E+05 \\ -4.68E+03 & -3.76E-01 & 9.31E+02 & 1.43E+04 & 1.10E+00 & -2.95E+03 \\ -4.92E-01 & -1.14E+03 & -1.09E+02 & 1.10E+00 & 3.43E+03 & 3.04E+02 \\ 8.94E+02 & -9.84E+01 & -2.45E+05 & -2.95E+03 & 3.04E+02 & 7.49E+05 \end{bmatrix}$				
<b>Stiffness Matrix</b> ( $kgf / m$ )	$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 5.52E+06 & 5.72E+02 & -1.73E+06 & -5.92E+06 & -3.24E+02 & 2.07E+06 \\ 5.72E+02 & 3.54E+05 & 1.38E+05 & -3.25E+02 & -3.55E+05 & -1.39E+05 \\ -1.73E+06 & 1.38E+05 & 2.27E+08 & 2.08E+06 & -1.39E+05 & -2.50E+08 \\ -5.92E+06 & -3.25E+02 & 2.08E+06 & 1.23E+07 & 3.65E+02 & -4.58E+06 \\ -3.24E+02 & -3.55E+05 & -1.39E+05 & 3.65E+02 & 7.12E+05 & 2.79E+05 \\ 2.07E+06 & -1.39E+05 & -2.50E+08 & -4.58E+06 & 2.79E+05 & 5.27E+08 \end{bmatrix}$				

表5.1(b) 二層樓扭轉耦合結構之模態參數(健康結構；系統識別)

Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.44	1.71	2.16	4.77	5.92	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-1.98E-04	-3.85E-05	4.98E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-6.44E-03	-8.47E-05	3.76E-02	-3.52E-04
	1F <sub>θ</sub>	-4.03E-04	-3.07E-04	5.68E-01	-7.08E-03	9.82E-01	-1.63E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.57E-04	5.70E-04	8.35E-01	1.00E+00	-6.18E-01	-5.83E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	6.43E-02	-2.66E-04	-2.30E-02	1.94E-04
	2F <sub>θ</sub>	-7.01E-04	8.88E-04	1.00E+00	-1.34E-02	-5.62E-01	9.10E-03
EI <sub>i</sub>	4.37E-08	1.43E-07	3.51E-06	2.64E-08	8.17E-06	1.99E-07	



表5.2 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-單根柱受損；Case.1：1F-C5柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	29.88	36.58		
2	11392.32	11392.32	733290.79	34.73	30.29		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.77	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-1.53E-04	1.84E-04	5.14E-01	5.82E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.18E-01	1.00E+00	-4.59E-02	7.88E-05	3.38E-02	-3.20E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.14E-04	5.78E-05	5.69E-01	-7.25E-03	9.72E-01	-1.65E-02
	2F <sub>x</sub>	-2.98E-04	9.02E-04	8.56E-01	1.00E+00	-6.23E-01	-5.85E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.21E-01	7.90E-02	-3.41E-04	-2.27E-02	1.96E-04
	2F <sub>θ</sub>	-5.99E-04	1.43E-03	1.00E+00	-1.38E-02	-5.57E-01	9.20E-03
EI <sub>i</sub>	3.69E-08	1.04E-07	1.28E-06	2.31E-08	4.18E-06	1.17E-07	

表5.3 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-單根柱受損；Case.2：1F-C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.93	36.60		
2	11392.32	11392.32	733290.79	39.51	30.31		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.77	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-2.04E-04	-5.42E-05	5.16E-01	5.82E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.18E-01	1.00E+00	-4.27E-03	-7.90E-05	3.74E-02	-3.61E-04
	1F <sub>θ</sub>	-4.08E-04	-3.27E-04	5.68E-01	-7.28E-03	9.73E-01	-1.65E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.63E-04	5.45E-04	8.60E-01	1.00E+00	-6.24E-01	-5.85E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.21E-01	6.36E-02	-2.92E-04	-2.28E-02	1.98E-04
	2F <sub>θ</sub>	-7.06E-04	8.61E-04	1.00E+00	-1.39E-02	-5.57E-01	9.20E-03
EI <sub>i</sub>	3.90E-08	1.12E-07	1.68E-06	1.06E-08	5.17E-06	6.79E-08	

表5.4 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-單根柱受損；Case.3：2F-C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.72		
2	11392.32	11392.32	733290.79	34.63	31.54		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-2.01E-04	-1.46E-04	5.04E-01	5.79E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.14E-01	1.00E+00	3.07E-02	-4.17E-04	2.97E-02	-3.10E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.95E-04	-5.68E-04	5.66E-01	-7.46E-03	9.00E-01	-1.76E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.70E-04	3.96E-04	8.63E-01	1.00E+00	-5.99E-01	-5.81E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.17E-01	3.71E-02	-1.15E-05	-1.65E-02	1.38E-04
	2F <sub>θ</sub>	-6.40E-04	1.96E-04	1.00E+00	-1.37E-02	-5.13E-01	9.94E-03
EI <sub>i</sub>	4.59E-08	1.09E-07	1.80E-06	1.36E-08	1.60E-06	2.13E-07	

表5.5 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

$$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$$

Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	1.47	1.63	1.45	0.95	1.43	0.83
C2	1.37	1.38	1.15	0.90	0.97	1.03
C3	1.45	1.12	1.60	0.97	0.48	1.24
C4	1.43	0.90	2.05	1.12	8.03E-05	1.43
C5	1.19	2.55E-03	2.01	0.73	0.40	1.50
C6	1.11	0.47	1.47	0.37	0.70	1.34
C7	1.00	0.93	0.96	3.69E-04	1.11	1.15
C8	1.28	1.38	1.40	0.37	1.54	0.97
C9	1.07	1.43	1.48	0.93	1.50	1.37
C10	1.36	1.77	1.80	1.00	1.87	1.21
C11	1.46	2.20	1.97	1.71	1.79	1.57
C12	1.65	2.41	2.21	1.76	1.99	1.49
$\mu_{WSI}$	1.32	1.30	1.63	0.90	1.15	1.26
$\sigma_{WSI}$	0.19	0.65	0.37	0.49	0.62	0.22
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	1.14	0.65	1.26	0.41	0.53	1.04
PD'	None	<u>C5,C6</u> (N.G.)	None	<u>C6,C7,C8</u> (N.G.)	<u>C3,C4,C5</u> (N.G.)	None
PD	None	C5	None	C7	C4	None

Case.1 : 1F-C5柱受損10% ;

Case.2 : 1F-C7柱受損10% ;

Case.3 : 2F-C4柱受損10% 。

底線代表設定之受損桿件 。

表5.6 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.1：1F-C5,C11柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	45.96	42.30		
2	11392.32	11392.32	733290.79	42.45	32.93		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.70	2.14	4.75	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-1.18E-04	1.87E-04	4.15E-01	5.84E-01	9.46E-01	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-4.17E-02	-1.19E-04	3.53E-02	-2.89E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.31E-04	2.54E-05	5.74E-01	-6.40E-03	1.00E+00	-1.48E-02
	2F <sub>x</sub>	-2.51E-04	9.02E-04	7.16E-01	1.00E+00	-5.58E-01	-5.87E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	7.84E-02	-1.89E-04	-2.36E-02	1.75E-04
	2F <sub>θ</sub>	-6.18E-04	1.38E-03	1.00E+00	-1.12E-02	-5.78E-01	8.59E-03
EI <sub>i</sub>	3.90E-08	1.21E-07	1.52E-06	1.55E-08	5.37E-06	7.35E-08	

表5.7 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.2：1F-C4,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.55	32.51		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.31	28.40		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.70	2.15	4.74	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-2.08E-04	3.38E-05	4.58E-01	5.84E-01	9.81E-01	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.20E-01	1.00E+00	-2.03E-02	-1.30E-05	3.74E-02	-3.23E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.76E-04	-1.76E-04	5.76E-01	-6.72E-03	1.00E+00	-1.55E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.88E-04	6.70E-04	7.71E-01	1.00E+00	-5.98E-01	-5.87E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.24E-01	7.00E-02	-1.70E-04	-2.38E-02	1.85E-04
	2F <sub>θ</sub>	-6.65E-04	1.09E-03	1.00E+00	-1.23E-02	-5.80E-01	8.88E-03
EI <sub>i</sub>	1.15E-08	1.63E-07	4.40E-07	1.06E-08	2.33E-06	1.46E-07	

表5.8 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-多根柱呈對稱性受損；Case.3：2F-C4,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.67		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.12	28.39		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.73	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-2.05E-04	-2.71E-05	4.83E-01	5.77E-01	9.35E-01	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.11E-01	1.00E+00	8.47E-03	-3.03E-04	3.64E-02	-2.73E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.96E-04	-4.21E-04	5.62E-01	-6.60E-03	1.00E+00	-1.51E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.89E-04	6.23E-04	8.02E-01	1.00E+00	-5.91E-01	-5.80E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.15E-01	5.31E-02	-4.40E-05	-2.14E-02	1.18E-04
	2F <sub>θ</sub>	-6.76E-04	6.06E-04	1.00E+00	-1.31E-02	-5.66E-01	8.25E-03
EI <sub>i</sub>	4.46E-08	1.23E-07	1.04E-06	3.33E-08	6.40E-06	9.92E-08	

表5.9 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	2.37	0.06	2.55	0.08	0.10	2.66
C2	2.62	0.16	2.79	0.08	0.09	2.81
C3	2.61	0.16	2.80	0.09	0.10	2.81
C4	2.46	0.09	2.57	0.04	0.01	2.73
C5	2.33	0.02	2.39	0.06	0.07	2.57
C6	2.57	0.16	2.56	0.08	0.10	2.68
C7	2.63	0.20	2.61	0.11	0.14	2.71
C8	2.55	0.12	2.53	0.06	0.06	2.66
C9	2.49	0.12	2.29	0.08	0.07	2.53
C10	2.51	0.12	2.31	0.08	0.07	2.53
C11	2.28	3.28E-03	2.10	0.07	0.08	2.34
C12	2.39	0.06	2.09	0.02	0.01	2.38
$\mu_{WSI}$	2.48	0.11	2.47	0.07	0.07	2.62
$\sigma_{WSI}$	0.11	0.06	0.22	0.02	0.04	0.14
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	2.37	0.05	2.24	0.05	0.04	2.47
PD'	None	C5,C11	None	C4,C12	C4,C12	None
PD	None	C11** (N.G.)	None	None* (N.G.)	C4,C12	None

Case.1 : 1F-C5,C11柱受損10% ;

Case.2 : 1F-C4,C12柱受損10% ;

Case.3 : 2F-C4,C12柱受損10% 。

\*\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出1F-C5，但對應於設定之受損桿件1F-C5，其WSI<sub>j</sub>值仍是相對較小者。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出受損桿件，但對應於設定之受損桿件1F-C4,C12柱，其WSI<sub>j</sub>值仍是相對最小者。



表5.10 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.1：2F-C6,C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.68		
2	11392.32	11392.32	733290.79	37.34	31.01		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.77	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-1.98E-04	-1.00E-04	5.08E-01	5.75E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F, y	6.11E-01	1.00E+00	1.13E-02	-2.26E-04	3.30E-02	-3.49E-04
	1F, $\theta$	-3.97E-04	-4.35E-04	5.68E-01	-7.42E-03	9.20E-01	-1.72E-02
	2F, x	-3.64E-04	4.67E-04	8.66E-01	1.00E+00	-6.03E-01	-5.78E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.14E-01	5.14E-02	-1.70E-04	-1.94E-02	1.80E-04
	2F, $\theta$	-6.72E-04	5.57E-04	1.00E+00	-1.38E-02	-5.26E-01	9.68E-03
$EI_i$	3.66E-08	1.29E-07	1.56E-06	2.10E-08	5.83E-06	4.52E-08	

表5.11 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.2：2F-C2,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	39.09	35.73		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.09	34.43		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.74	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-2.02E-04	-1.05E-04	5.18E-01	5.76E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F, y	6.11E-01	1.00E+00	2.67E-02	-5.03E-04	2.73E-02	-3.47E-04
	1F, θ	-3.94E-04	-5.41E-04	5.64E-01	-8.13E-03	8.13E-01	-1.92E-02
	2F, x	-3.91E-04	5.35E-04	9.16E-01	1.00E+00	-5.75E-01	-5.79E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.15E-01	4.01E-02	1.51E-05	-1.52E-02	1.59E-04
	2F, θ	-6.47E-04	2.67E-04	1.00E+00	-1.43E-02	-4.61E-01	1.10E-02
EI <sub>i</sub>	4.43E-08	6.79E-08	8.07E-07	1.52E-08	4.15E-06	1.20E-07	

表5.12 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；單一樓層-多根柱呈不對稱性受損；

Case.3：1F-C4,C7柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.92	41.58		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.37	32.36		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.43	1.71	2.15	4.76	5.91	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-2.04E-04	1.38E-04	5.75E-01	5.84E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F, y	6.20E-01	1.00E+00	-4.25E-02	2.20E-04	3.28E-02	-3.44E-04
	1F, θ	-3.26E-04	3.07E-05	5.71E-01	-7.77E-03	9.33E-01	-1.74E-02
	2F, x	-3.73E-04	8.30E-04	9.36E-01	1.00E+00	-6.46E-01	-5.87E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.24E-01	7.84E-02	-4.11E-04	-2.19E-02	2.09E-04
	2F, θ	-6.11E-04	1.39E-03	1.00E+00	-1.53E-02	-5.36E-01	9.58E-03
EI <sub>i</sub>	3.84E-08	1.39E-07	8.72E-07	1.90E-08	3.70E-06	3.94E-08	

表5.13 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.17	2.66	0.13	2.20	1.40	0.06
C2	0.07	2.56	3.90E-03	2.16	1.59	0.09
C3	0.08	2.37	8.41E-03	2.04	1.93	0.10
C4	0.16	2.12	7.79E-03	1.91	2.15	1.47E-02
C5	0.09	1.68	0.07	1.95	2.30	0.10
C6	0.01	1.87	0.19	2.17	2.10	0.04
C7	0.01	2.13	0.21	2.30	1.88	0.02
C8	0.05	2.36	0.17	2.38	1.69	0.07
C9	0.06	1.90	0.35	2.42	2.09	0.16
C10	0.06	2.20	0.35	2.53	2.02	0.16
C11	0.20	2.17	0.43	2.44	2.18	0.36
C12	0.21	2.40	0.55	2.61	2.01	0.40
$\mu_{WSI}$	0.10	2.20	0.21	2.26	1.94	0.13
$\sigma_{WSI}$	0.07	0.28	0.17	0.22	0.25	0.12
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.03	1.92	0.03	2.04	1.69	1.21E-02
PD'	C6,C7	None	<u>C2,C3,C4</u> (N.G.)	None	None	None (N.G.)
PD	C6,C7	None	<u>C2,C3,C4</u> (N.G.)	None	None	C4,C7

Case.1：2F-C6,C7柱受損10%，為相鄰兩根柱受損之型式；

Case.2：2F-C2,C4柱受損10%，為兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：1F-C4,C7柱受損10%，為兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表5.14 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各單根柱受損；Case.1：2F-C4&1F-C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.14	40.63		
2	11392.32	11392.32	733290.79	30.53	33.60		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.70	2.15	4.75	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-2.01E-04	2.04E-05	5.62E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-7.00E-03	-1.42E-04	2.57E-02	-2.86E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.12E-04	-2.18E-04	5.69E-01	-7.93E-03	8.67E-01	-1.85E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.80E-04	6.53E-04	9.38E-01	1.00E+00	-6.21E-01	-5.83E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	5.15E-02	-1.07E-04	-1.58E-02	1.45E-04
	2F <sub>θ</sub>	-5.46E-04	7.20E-04	1.00E+00	-1.51E-02	-4.97E-01	1.03E-02
EI <sub>i</sub>	3.60E-08	1.65E-07	1.56E-06	2.26E-08	5.30E-06	1.73E-07	

表5.15 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各單根柱受損；Case.2：2F-C11&1F-C5柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	29.87	36.53		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.66	27.11		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.74	5.89	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-1.49E-04	1.46E-04	4.92E-01	5.80E-01	8.52E-01	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	-5.39E-02	2.99E-04	3.57E-02	-2.85E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.16E-04	1.13E-04	5.65E-01	-6.38E-03	1.00E+00	-1.41E-02
	2F <sub>x</sub>	-2.62E-04	7.00E-04	7.93E-01	1.00E+00	-5.65E-01	-5.83E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	8.47E-02	-4.86E-04	-2.41E-02	1.82E-04
	2F <sub>θ</sub>	-6.14E-04	1.58E-03	1.00E+00	-1.32E-02	-5.68E-01	7.50E-03
EI <sub>i</sub>	3.15E-08	1.12E-07	3.87E-06	2.12E-08	7.20E-06	1.27E-07	

表5.16 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各單根柱受損；Case.3：2F-C4&1F-C6柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot s^2 / m$ )	( $kgf \cdot m^2 \cdot s^2 / m$ )	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	34.88	36.67		
2	11392.32	11392.32	733290.79	32.64	32.04		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.55	1.43	1.71	2.15	4.76	5.90	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F <sub>x</sub>	-1.93E-04	-4.78E-05	5.22E-01	5.81E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F <sub>y</sub>	6.16E-01	1.00E+00	1.20E-02	-3.23E-04	2.79E-02	-2.95E-04
	1F <sub>θ</sub>	-3.53E-04	-3.95E-04	5.67E-01	-7.66E-03	8.92E-01	-1.78E-02
	2F <sub>x</sub>	-3.64E-04	5.48E-04	8.88E-01	1.00E+00	-6.05E-01	-5.84E-01
	2F <sub>y</sub>	1.00E+00	-6.19E-01	4.41E-02	-3.85E-05	-1.63E-02	1.39E-04
	2F <sub>θ</sub>	-5.92E-04	4.56E-04	1.00E+00	-1.42E-02	-5.09E-01	1.00E-02
EI <sub>i</sub>	3.37E-08	1.71E-07	1.52E-06	1.10E-08	4.33E-06	6.84E-08	

表5.17 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果(系統識別)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column ( $C_j$ )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	2F	1F	2F	2F	1F
C1	0.98	0.47	0.93	0.38	0.97	0.03
C2	0.66	0.31	0.99	0.30	0.66	0.02
C3	0.33	0.16	1.11	0.17	0.33	0.02
C4	4.19E-04	3.54E-04	1.22	0.06	1.18E-03	0.03
C5	0.30	0.22	1.17	0.01	0.29	0.03
C6	0.47	0.26	0.84	0.16	0.48	1.39E-03
C7	0.75	0.38	0.71	0.29	0.76	0.02
C8	1.05	0.51	0.82	0.42	1.05	0.02
C9	0.99	0.52	0.30	0.29	1.00	9.32E-03
C10	1.24	0.62	0.58	0.42	1.26	0.03
C11	1.21	0.71	0.01	0.32	1.22	0.08
C12	1.38	0.80	0.47	0.42	1.37	0.07
$\mu_{WSI}$	0.78	0.41	0.76	0.27	0.78	0.03
$\sigma_{WSI}$	0.41	0.23	0.35	0.13	0.42	0.02
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.37	0.19	0.41	0.14	0.37	7.58E-03
PD'	C3,C4,C5 (N.G.)	C3,C4 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C4,C5 (N.G.)	C3,C4,C5 (N.G.)	C6
PD	C4	C4	C11	C5	C4	C6

Case.1：2F-C4&1F-C4柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：2F-C11&1F-C5柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3：2F-C4&1F-C6柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。



表5.18 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.55	32.51		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.36	26.96		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.70	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-2.15E-04	4.10E-05	4.43E-01	5.81E-01	8.99E-01	1.00E+00
	1F, y	6.16E-01	1.00E+00	-4.70E-03	-2.23E-04	3.55E-02	-2.45E-04
	1F, θ	-3.70E-04	-2.98E-04	5.70E-01	-6.25E-03	1.00E+00	-1.44E-02
	2F, x	-4.18E-04	7.15E-04	7.39E-01	1.00E+00	-5.60E-01	-5.84E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.19E-01	5.82E-02	3.99E-05	-2.17E-02	1.10E-04
	2F, θ	-6.41E-04	7.96E-04	1.00E+00	-1.19E-02	-5.74E-01	8.05E-03
EI <sub>i</sub>	7.35E-08	1.26E-07	1.67E-06	1.12E-08	8.89E-06	2.34E-07	

表5.19 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	45.96	42.30		
2	11392.32	11392.32	733290.79	40.42	31.44		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.70	2.14	4.72	5.88	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-2.68E-04	-2.40E-04	5.69E-01	5.81E-01	9.85E-01	1.00E+00
	1F, y	6.16E-01	1.00E+00	3.56E-02	-3.50E-04	3.89E-02	-3.20E-04
	1F, θ	-4.61E-04	-6.68E-04	5.65E-01	-7.39E-03	1.00E+00	-1.63E-02
	2F, x	-4.60E-04	3.33E-04	9.18E-01	1.00E+00	-6.54E-01	-5.84E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.19E-01	4.35E-02	-1.20E-04	-2.16E-02	1.31E-04
	2F, θ	-7.47E-04	2.40E-04	1.00E+00	-1.52E-02	-5.68E-01	8.68E-03
EI <sub>i</sub>	3.59E-08	1.11E-07	1.70E-06	3.21E-08	5.89E-06	1.51E-07	

表5.20 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各多根柱呈對稱性受損；

Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.64	32.33		
2	11392.32	11392.32	733290.79	35.44	26.81		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.70	2.14	4.72	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-1.87E-04	8.06E-05	4.50E-01	5.81E-01	9.13E-01	1.00E+00
	1F, y	6.16E-01	1.00E+00	-7.61E-03	-2.79E-04	3.50E-02	-2.50E-04
	1F, θ	-3.62E-04	-2.72E-04	5.63E-01	-6.35E-03	1.00E+00	-1.47E-02
	2F, x	-3.76E-04	7.82E-04	7.55E-01	1.00E+00	-5.67E-01	-5.84E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.19E-01	5.90E-02	1.23E-05	-2.13E-02	1.11E-04
	2F, θ	-6.33E-04	8.32E-04	1.00E+00	-1.22E-02	-5.67E-01	8.15E-03
EI <sub>i</sub>	2.25E-08	4.90E-08	1.53E-06	1.71E-08	4.69E-06	6.85E-08	

表5.21 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果

(系統識別；受損10%)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.99	0.59	0.22	0.18	0.63	1.38
C2	1.00	0.47	0.23	0.21	0.66	1.06
C3	1.08	0.45	0.23	0.61	0.67	1.04
C4	1.15	0.52	0.21	1.00	0.65	1.32
C5	1.26	0.44	0.22	1.04	0.56	1.09
C6	0.95	0.39	0.19	0.69	0.58	0.65
C7	0.90	0.41	0.19	0.39	0.59	0.69
C8	1.05	0.51	0.22	0.37	0.58	1.16
C9	0.71	0.38	0.12	0.73	0.50	0.39
C10	0.92	0.47	0.18	0.73	0.51	1.01
C11	0.53	0.36	0.14	1.02	0.35	0.44
C12	0.85	0.43	0.16	1.01	0.38	0.99
$\mu_{WSI}$	0.95	0.45	0.19	0.66	0.56	0.93
$\sigma_{WSI}$	0.19	0.06	0.03	0.31	0.10	0.31
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.76	0.39	0.16	0.36	0.46	0.63
PD'	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C1,C2 (N.G.)	C11,C12 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表5.22 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果

(系統識別；受損40%)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1'		Case.2'		Case.3'	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	1.03	0.67	0.20	0.18	0.57	1.37
C2	1.00	0.54	0.21	0.22	0.58	1.06
C3	1.08	0.51	0.20	0.61	0.59	1.04
C4	1.16	0.60	0.19	1.00	0.58	1.31
C5	1.26	0.51	0.20	1.04	0.49	1.08
C6	0.94	0.45	0.17	0.68	0.51	0.65
C7	0.90	0.47	0.17	0.38	0.52	0.68
C8	1.08	0.58	0.21	0.36	0.51	1.15
C9	0.71	0.43	0.10	0.73	0.44	0.38
C10	0.95	0.54	0.16	0.73	0.45	1.01
C11	0.52	0.39	0.13	1.02	0.30	0.46
C12	0.88	0.49	0.15	1.01	0.34	1.00
average	0.96	0.52	0.17	0.66	0.49	0.93
PD'	0.19	0.08	0.03	0.31	0.09	0.31
PD	0.77	0.44	0.14	0.36	0.40	0.63
PD'	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)	C1,C2 (N.G.)	C11,C12 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1'：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損40%，為各樓層中同根柱受損之型式；

Case.2'：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損之型式；

Case.3'：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損之型式。

底線代表設定之受損桿件。

表5.23 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.1：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	25.79	46.30		
2	11392.32	11392.32	733290.79	36.42	28.17		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.70	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-1.94E-04	3.74E-04	5.82E-01	5.81E-01	7.55E-01	1.00E+00
	1F, y	6.16E-01	1.00E+00	-9.56E-02	7.58E-04	3.78E-02	-2.61E-04
	1F, $\theta$	-2.83E-04	4.40E-04	5.65E-01	-6.40E-03	1.00E+00	-1.33E-02
	2F, x	-3.36E-04	9.88E-04	8.80E-01	1.00E+00	-5.86E-01	-5.83E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.19E-01	1.09E-01	-7.40E-04	-2.75E-02	1.71E-04
	2F, $\theta$	-6.12E-04	2.28E-03	1.00E+00	-1.53E-02	-5.68E-01	6.47E-03
EI <sub>i</sub>	3.91E-08	8.66E-08	1.31E-06	1.34E-08	1.57E-05	2.14E-07	

表5.24 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	30.98	46.39		
2	11392.32	11392.32	733290.79	36.37	35.62		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.70	2.14	4.75	5.88	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-2.25E-04	1.66E-04	6.16E-01	5.80E-01	1.00E+00	1.00E+00
	1F, y	6.16E-01	1.00E+00	-4.40E-02	2.65E-04	3.07E-02	-3.83E-04
	1F, $\theta$	-3.29E-04	4.64E-05	5.55E-01	-8.50E-03	8.54E-01	-1.90E-02
	2F, x	-4.16E-04	9.41E-04	1.00E+00	1.00E+00	-6.48E-01	-5.82E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.19E-01	7.86E-02	-4.78E-04	-2.07E-02	2.34E-04
	2F, $\theta$	-6.25E-04	1.45E-03	9.68E-01	-1.69E-02	-4.92E-01	1.04E-02
EI <sub>i</sub>	5.18E-08	1.08E-07	1.59E-06	2.77E-08	2.81E-06	9.86E-08	

表5.25 二層樓扭轉耦合結構之物理參數與模態參數

(系統識別；複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損；

Case.3：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%)

Physical Parameters							
Floor <sub>i</sub>	$m_{i,x}$	$m_{i,y}$	$J_{i,\theta}$	Eccentricity			
	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · s <sup>2</sup> / m)	(kgf · m <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> / m)	x-dir (cm)	y-dir (cm)		
1	11453.58	11453.58	738333.52	35.28	28.45		
2	11392.32	11392.32	733290.79	33.43	25.41		
Modal Parameters							
Mode	1	2	3	4	5	6	
Frequency (Hz)	0.54	1.42	1.69	2.14	4.71	5.87	
Damping Ratio (%)	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	
Mode shapes	1F, x	-1.60E-04	-3.88E-05	4.02E-01	5.81E-01	8.62E-01	1.00E+00
	1F, y	6.16E-01	1.00E+00	8.50E-03	-2.10E-04	3.27E-02	-2.38E-04
	1F, θ	-3.63E-04	-3.81E-04	5.68E-01	-5.97E-03	1.00E+00	-1.36E-02
	2F, x	-2.97E-04	4.35E-04	6.86E-01	1.00E+00	-5.18E-01	-5.84E-01
	2F, y	1.00E+00	-6.19E-01	4.77E-02	-4.82E-05	-1.92E-02	1.18E-04
	2F, θ	-6.11E-04	5.40E-04	1.00E+00	-1.09E-02	-5.72E-01	7.74E-03
EI <sub>i</sub>	4.97E-08	1.60E-07	2.88E-06	2.25E-08	9.06E-06	1.31E-07	



表5.26 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果

(系統識別)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$						
Column (C <sub>j</sub> )	Case.1		Case.2		Case.3	
	2F	1F	2F	1F	2F	1F
C1	0.84	0.33	0.15	0.99	0.85	1.39
C2	1.01	0.21	8.76E-02	0.50	0.82	1.07
C3	1.16	0.06	0.16	0.02	0.78	1.03
C4	1.24	0.07	0.27	0.50	0.74	1.31
C5	1.17	0.15	0.28	0.58	0.65	1.13
C6	0.90	0.10	0.13	0.35	0.67	0.76
C7	0.73	0.22	9.98E-03	0.62	0.73	0.80
C8	0.68	0.37	0.13	1.05	0.81	1.23
C9	0.35	0.30	0.12	0.86	0.61	0.55
C10	3.58E-01	0.42	0.18	1.23	0.72	1.08
C11	0.18	0.37	0.25	1.13	0.45	0.41
C12	0.18	0.46	0.30	1.39	0.65	0.99
$\mu_{WSI}$	0.73	0.25	0.17	0.77	0.71	0.98
$\sigma_{WSI}$	0.37	0.13	0.08	0.39	0.11	0.28
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	3.64E-01	0.12	8.97E-02	0.38	0.60	0.69
PD'	C9,C10, C11,C12 (N.G.)	C3,C4,C6 (N.G.)	C2,C7 (N.G.)	C3,C6 (N.G.)	C11 (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)	C7 (N.G.)	C3 (N.G.)	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.1：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，但其受損兩根柱相鄰之型式；

Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式；

Case.3：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且

其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出受損桿件，但對應於設定之受損桿件2F-C11,C12&1F-C3,C4柱，其 $WSI_j$ 值仍是相對最小者。



表5.27 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.2二次偵測分析結果

(系統識別)

WSI <sub>j</sub> <sup>2∩</sup>		
Column (C <sub>j</sub> + C <sub>j+1</sub> )	Case.2	
	2F	1F
C1+C2	0.24	1.49
C2+C3	0.25	<b>0.52</b>
C3+C4	0.43	<b>0.52</b>
C4+C5	0.55	1.08
C5+C6	0.41	0.94
C6+C7	<b>0.14</b>	0.97
C7+C8	<b>0.14</b>	1.67
C8+C9	0.25	1.92
C9+C10	0.30	2.09
C10+C11	0.43	2.36
C11+C12	0.55	2.52
$\mu_{WSI^{2\cap}}$	0.34	1.46
$\sigma_{WSI^{2\cap}}$	0.14	0.67
$\mu_{WSI^{2\cap}} - \sigma_{WSI^{2\cap}}$	0.20	0.79
PD'	<u>C6+C7</u> , <u>C7+C8</u>	<u>C2+C3</u> , <u>C3+C4</u>
PD	None* (N.G.)	None* (N.G.)

Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%，為各樓層中不同根柱受損，且其

兩根受損柱中間間隔一根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

\*以Bernal建議式(3.50)之PD指標並未篩選出2F- C6+C7& C7+C8柱群組，以及1F- C2+C3& C3+C4柱群組，但對應於設定之受損桿件，其WSI<sub>j</sub><sup>2∩</sup>值仍是

相對最小者。

表5.28 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.3'放大柱受損程度分析

結果(系統識別)

$WSI_j = \sqrt{(WSI_j^x)^2 + (WSI_j^y)^2}$		
Column (C <sub>j</sub> )	Case.3'	
	2F	1F
C1	0.77	1.38
C2	0.73	1.07
C3	0.70	1.03
C4	0.67	1.30
C5	0.58	1.13
C6	0.59	0.75
C7	0.65	0.79
C8	0.72	1.22
C9	0.54	0.53
C10	0.64	1.07
C11	0.40	0.40
C12	0.57	0.98
$\mu_{WSI}$	0.63	0.97
$\sigma_{WSI}$	0.10	0.29
$\mu_{WSI} - \sigma_{WSI}$	0.53	0.69
PD'	<u>C11</u> (N.G.)	C9,C11 (N.G.)
PD	None (N.G.)	None (N.G.)

Case.3' : 2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損40%，為各樓層中不同根柱受損，

且其兩根受損柱中間間隔多根完好柱之型式。

底線代表設定之受損桿件。

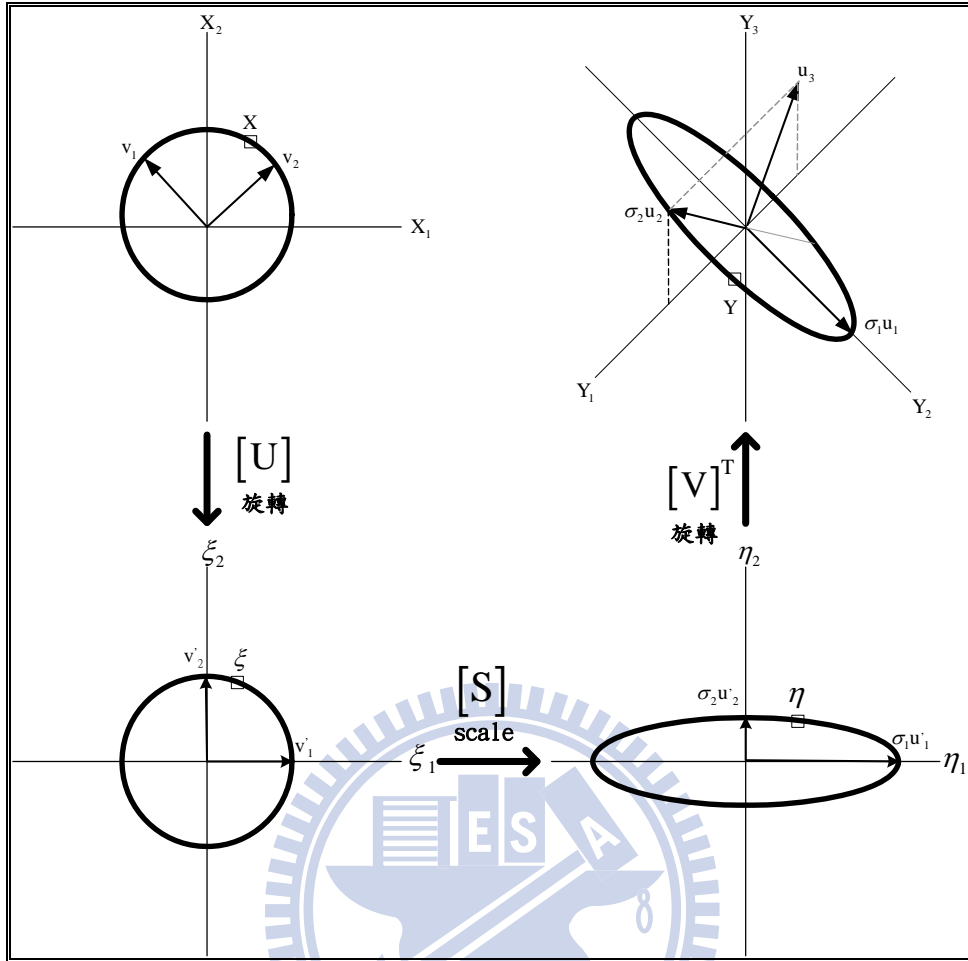


圖 2.1 奇異值分解之幾何概念

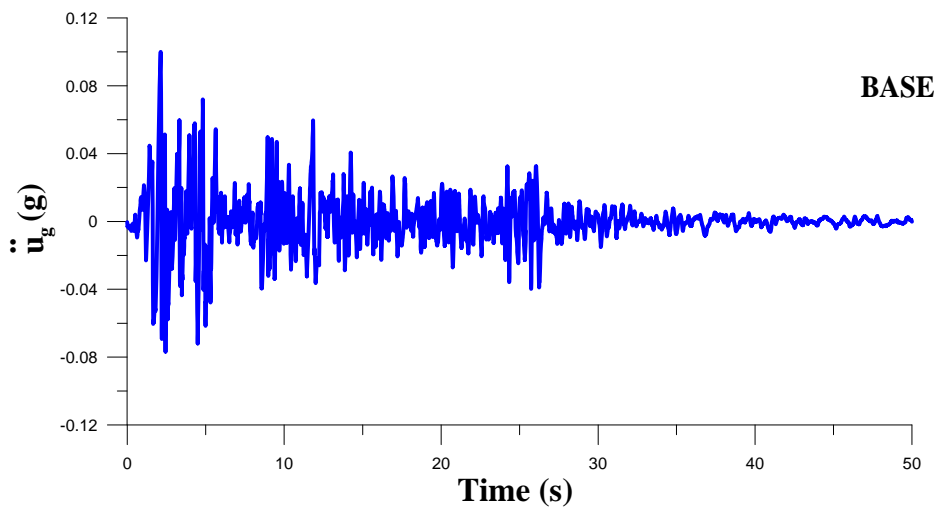


圖 2.2 El Centro 南北向地震波加速度歷時圖(PGA 值調整到 0.1g)

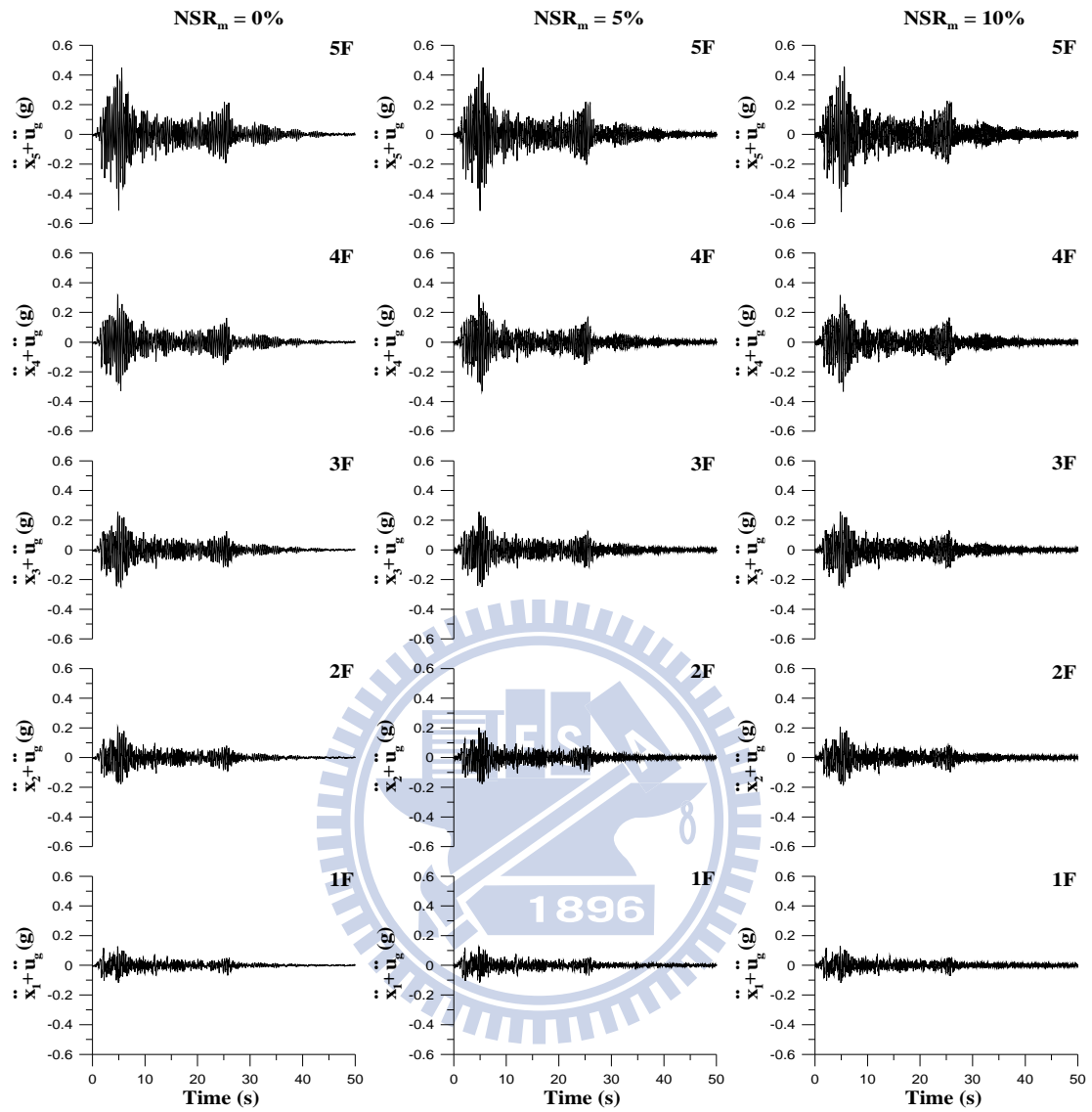


圖 2.3 不同噪訊比之各樓層絕對加速度歷時圖

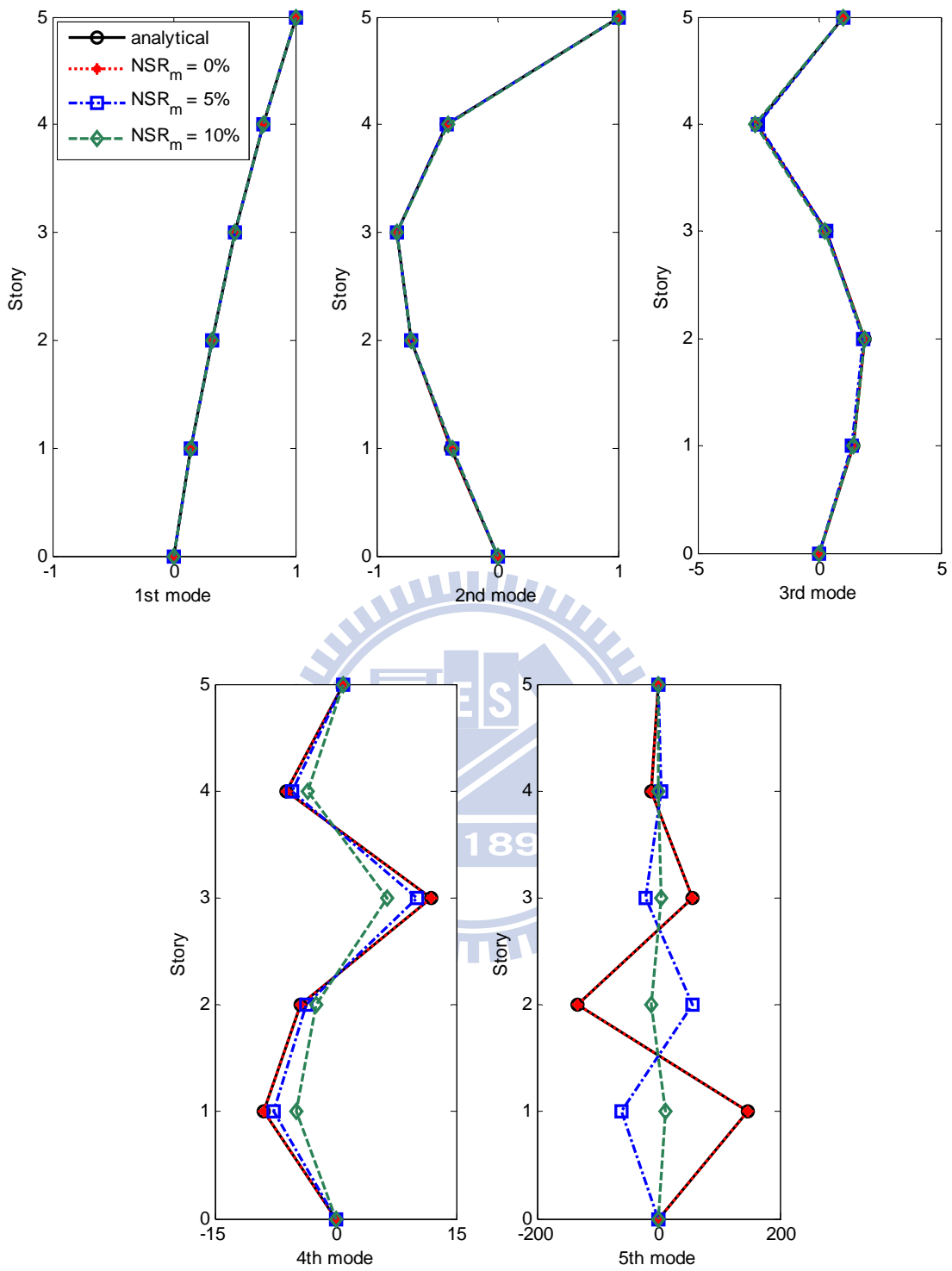


圖2.4 不同噪訊比所識別之模態振形比較

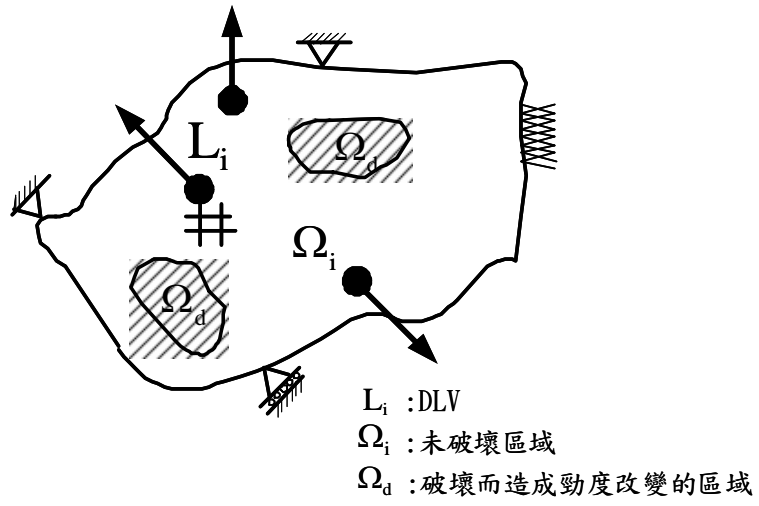


圖 3.1 破壞定位向量與結構示意圖





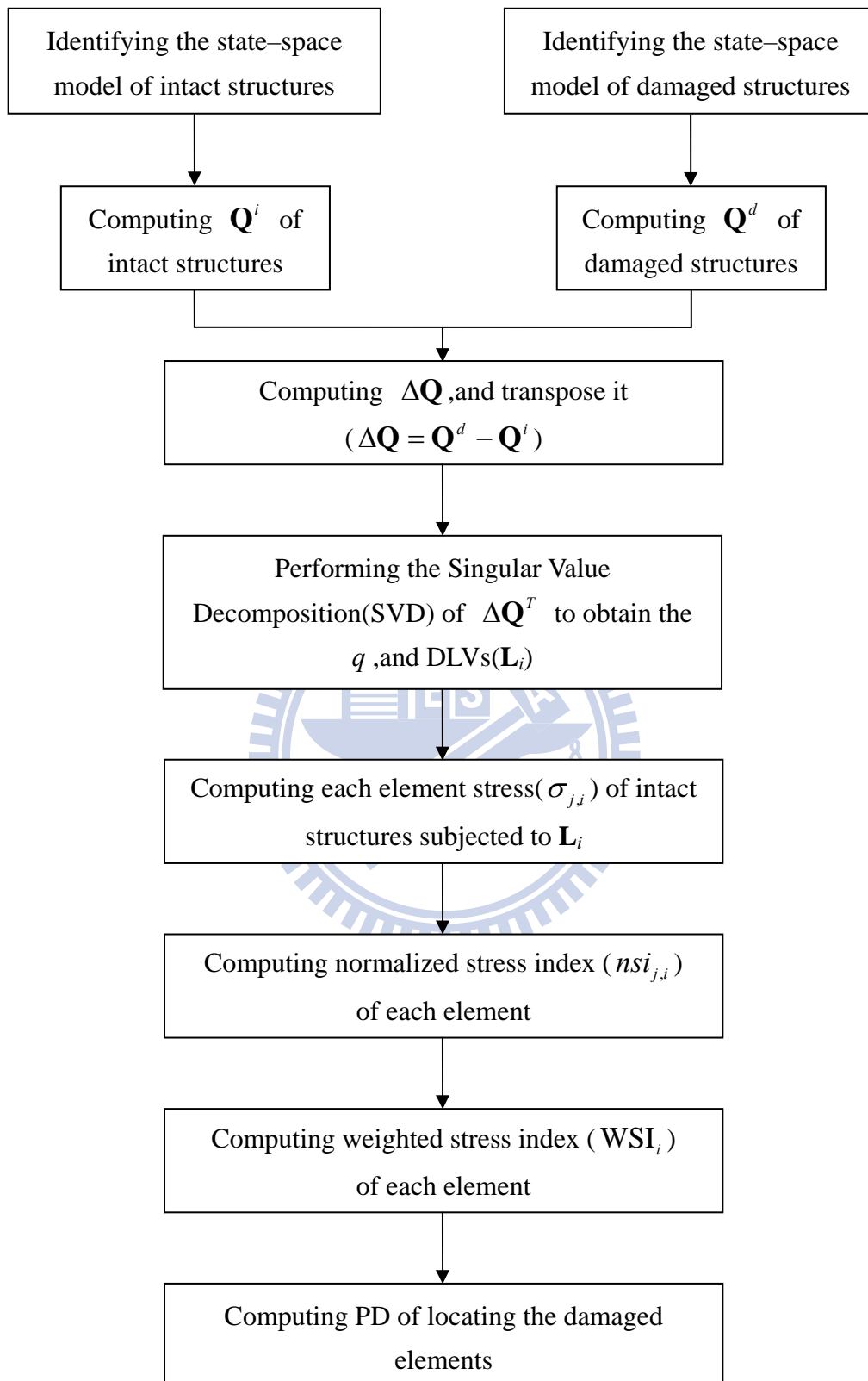


圖 3.2 狀態空間 DLV 法之分析流程圖

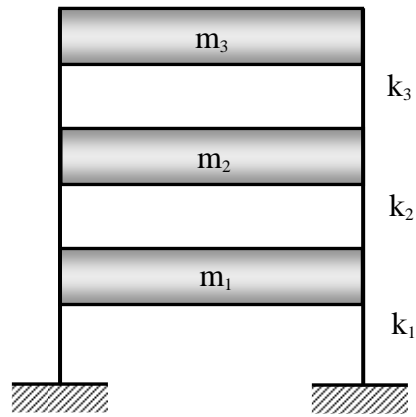


圖 3.3 三層樓平面剪力屋架結構示意圖

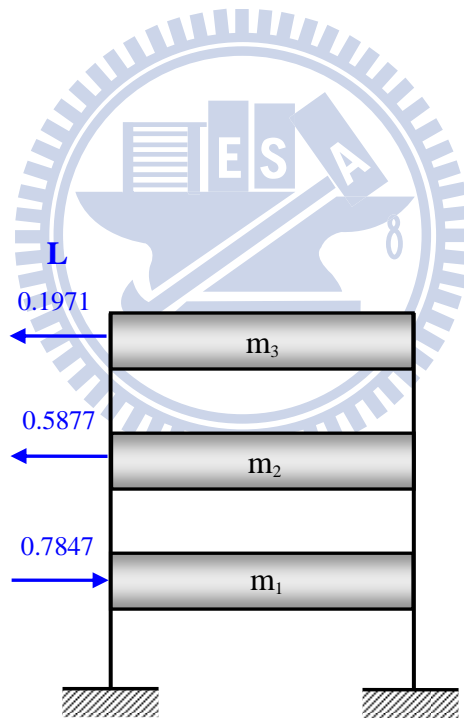


圖 3.4 破壞定位向量加載於三層樓結構之示意圖

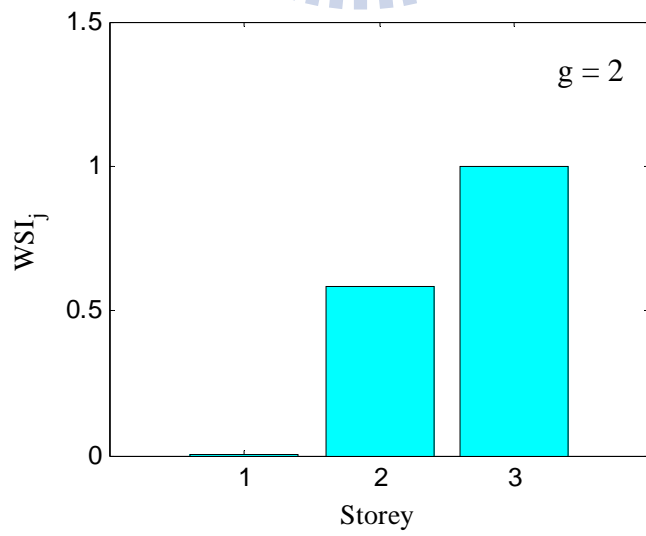
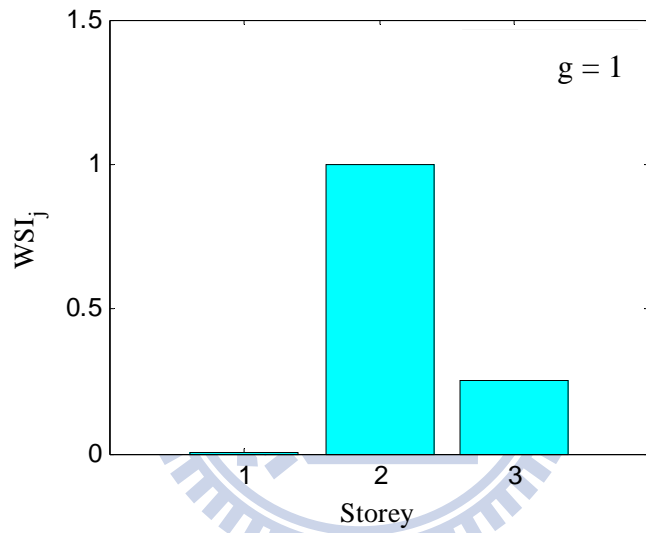
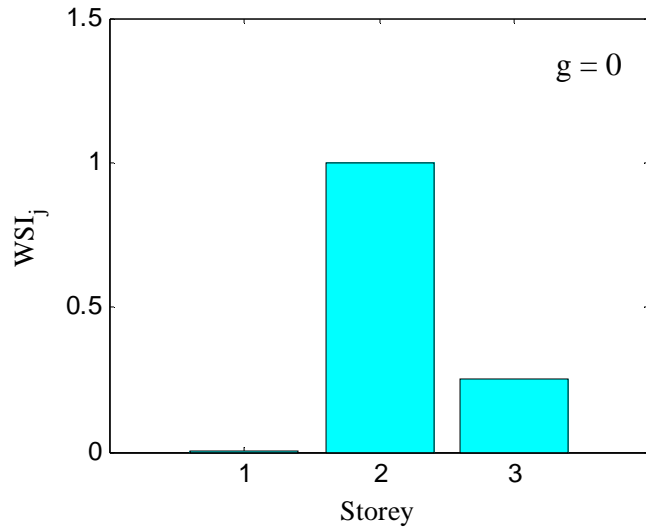


圖 3.5 結構一樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

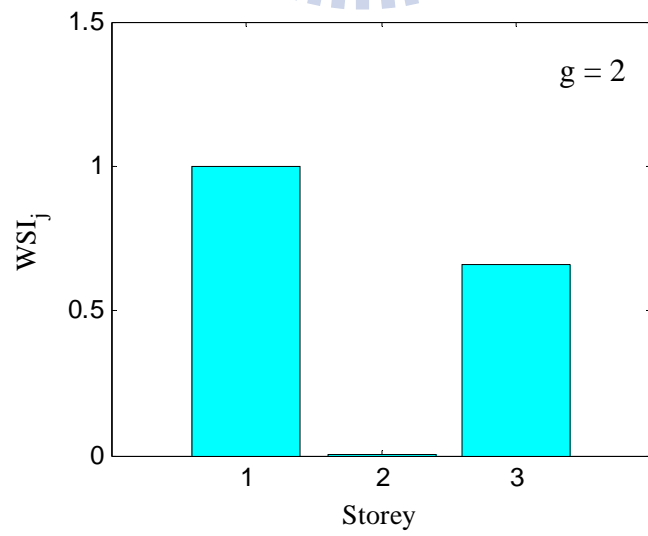
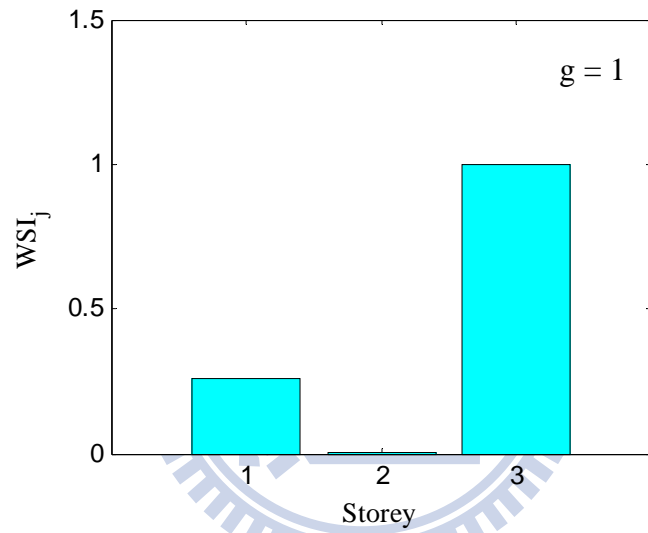
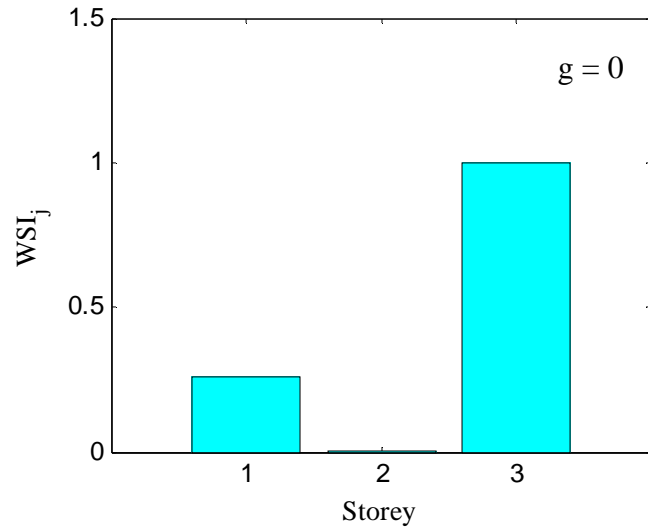


圖 3.6 結構二樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

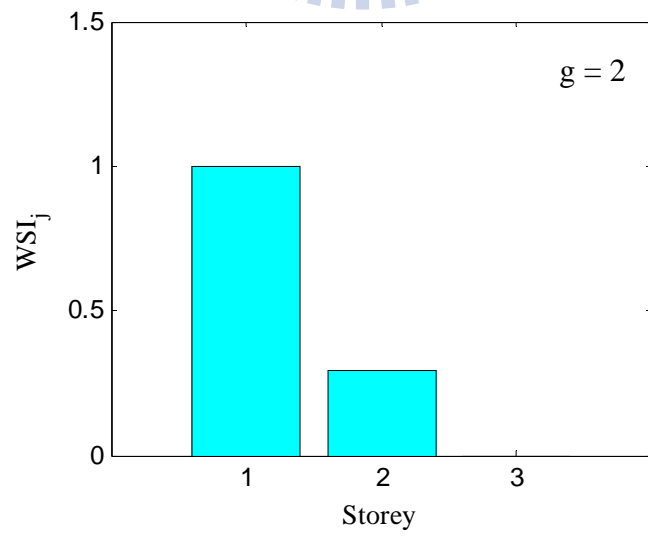
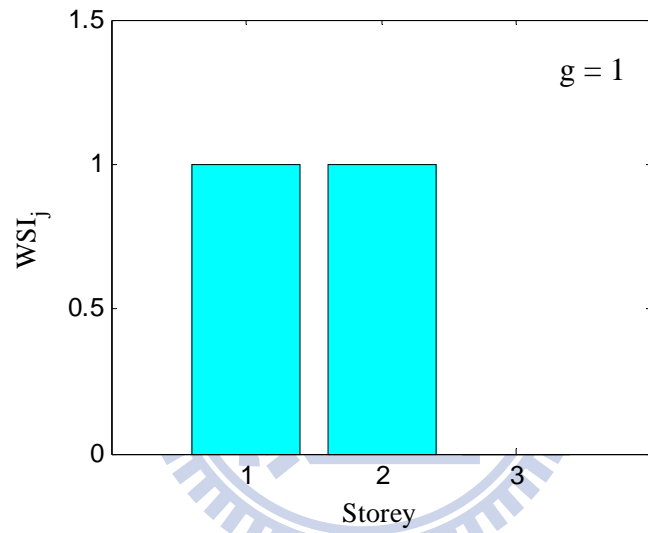
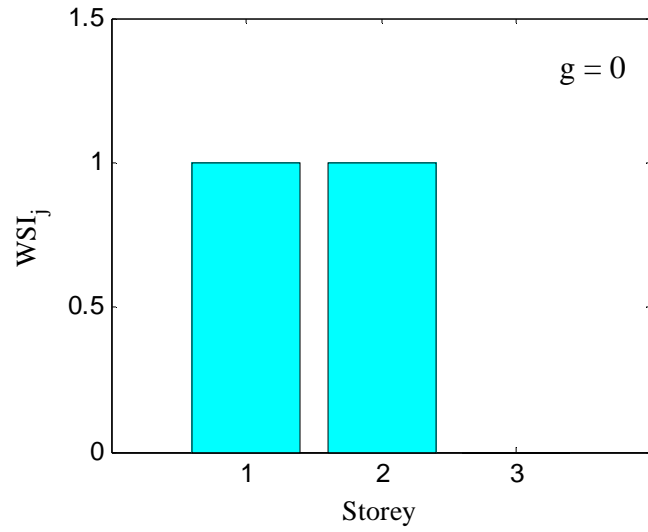


圖 3.7 結構三樓受損之損傷偵測分析結果(特徵分析)

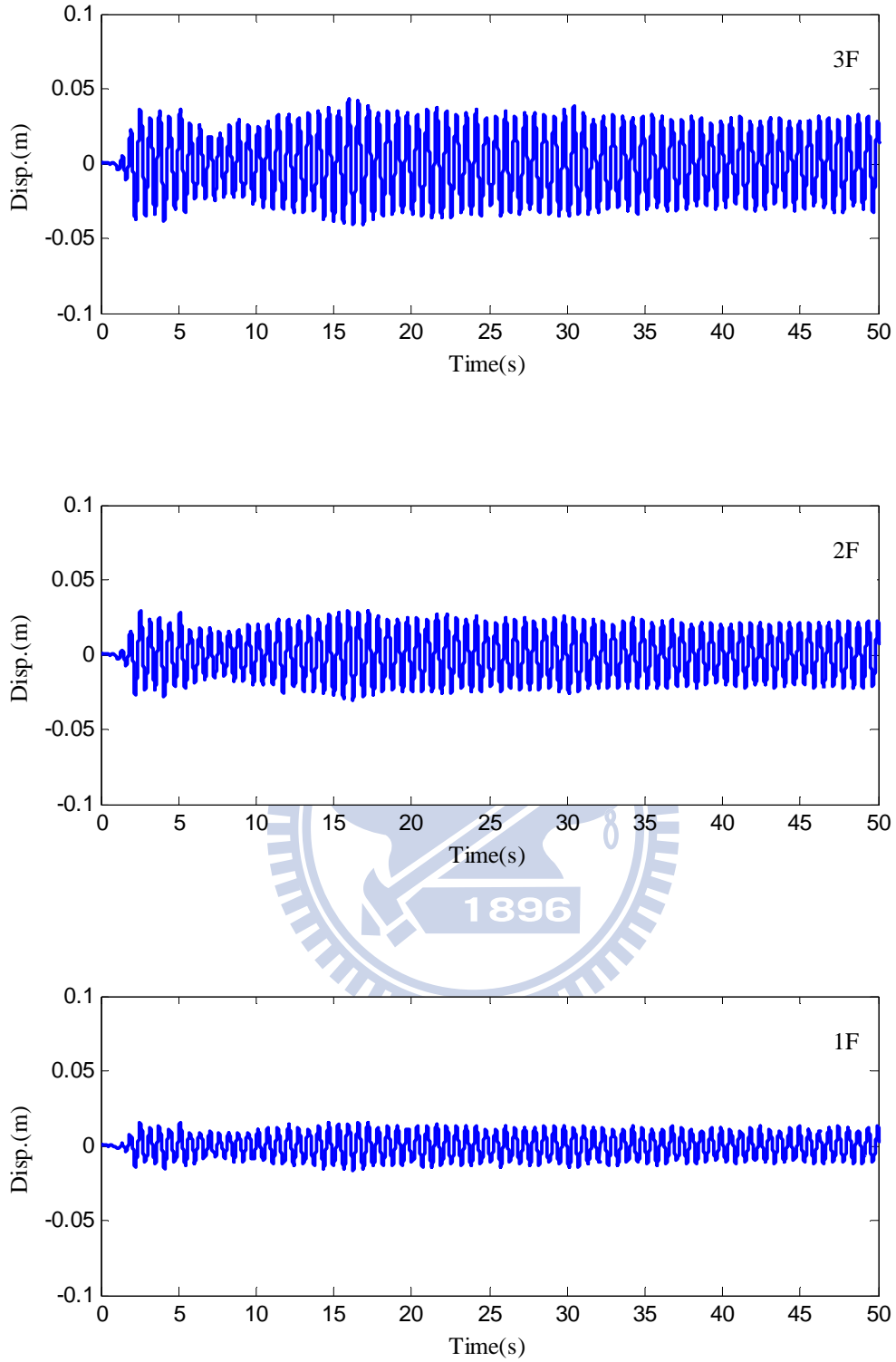


圖 3.8(a) 未受損結構之各樓層位移反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

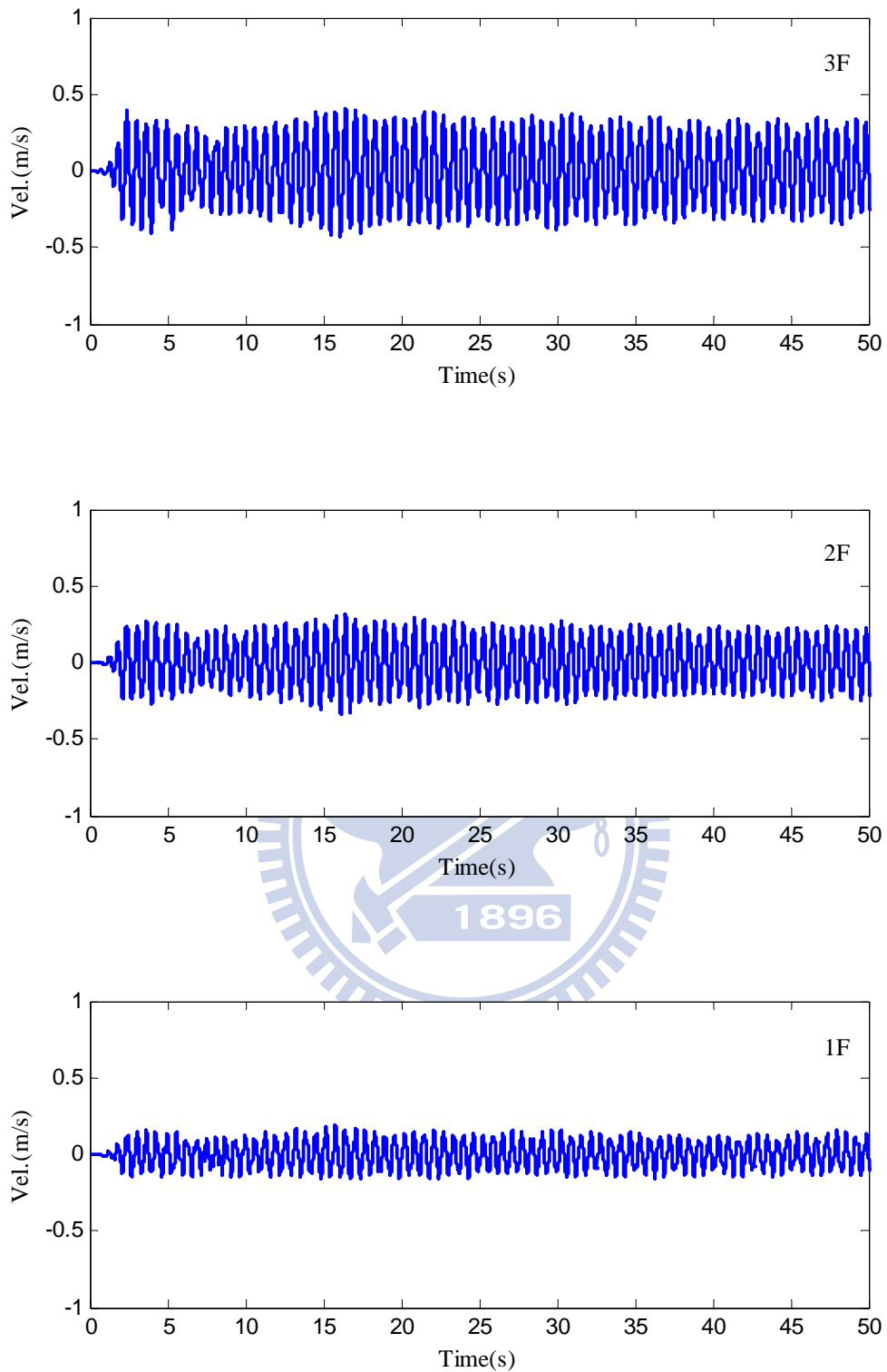


圖 3.8(b) 未受損結構之各樓層速度反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

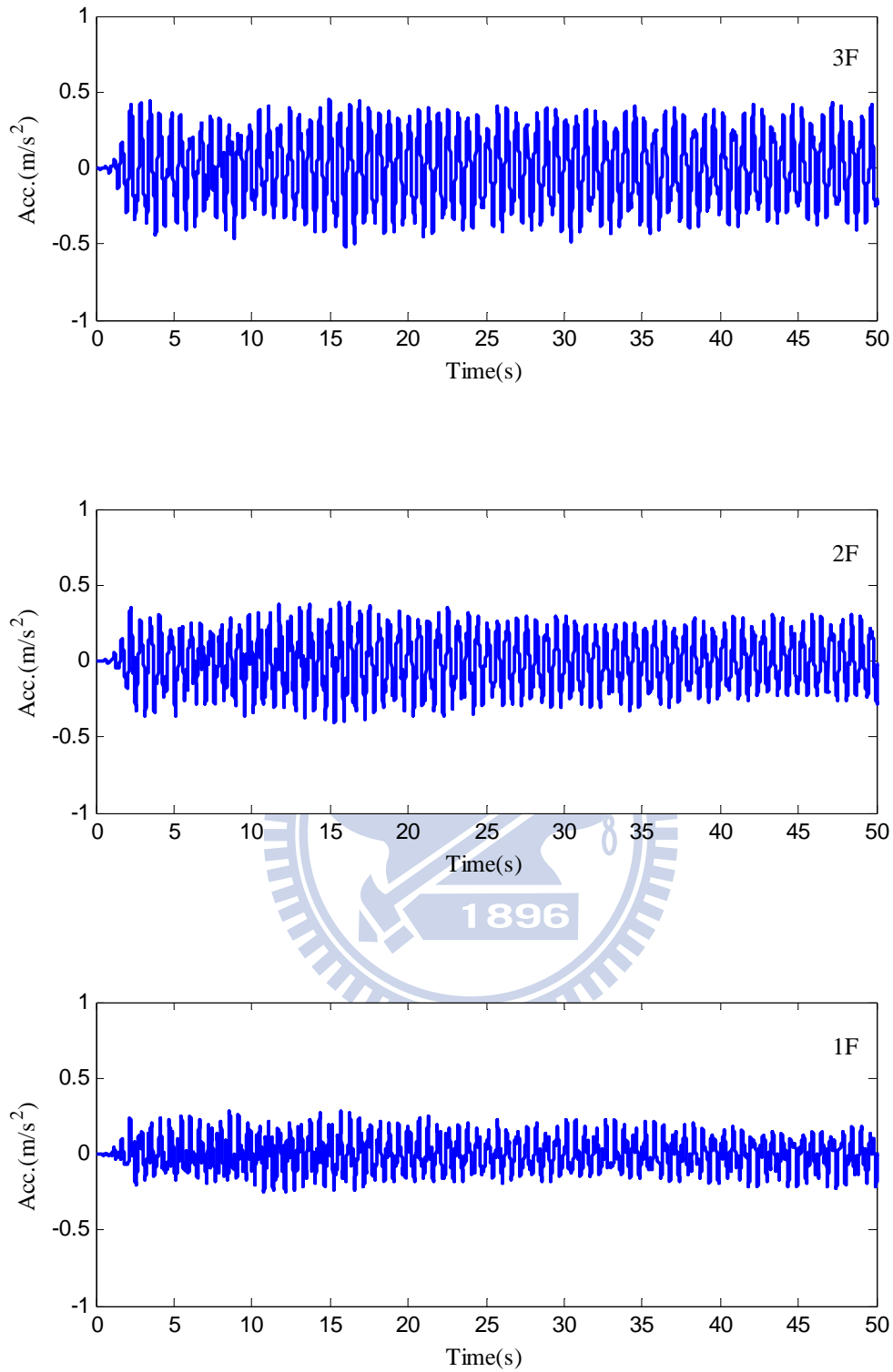


圖 3.8(c) 未受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波 , PGA = 0.1g )



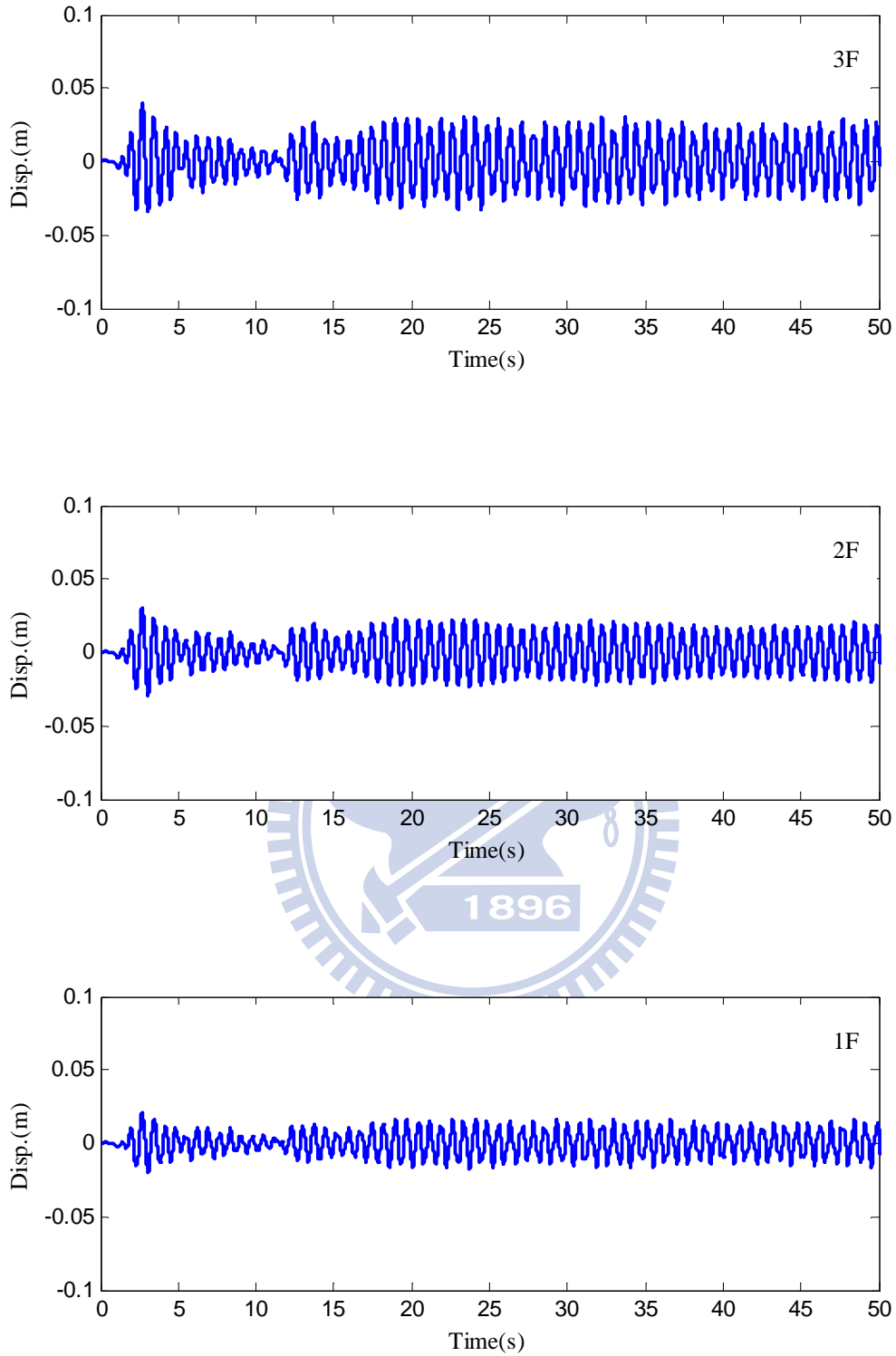


圖 3.9(a) 一樓受損結構之各樓層位移反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

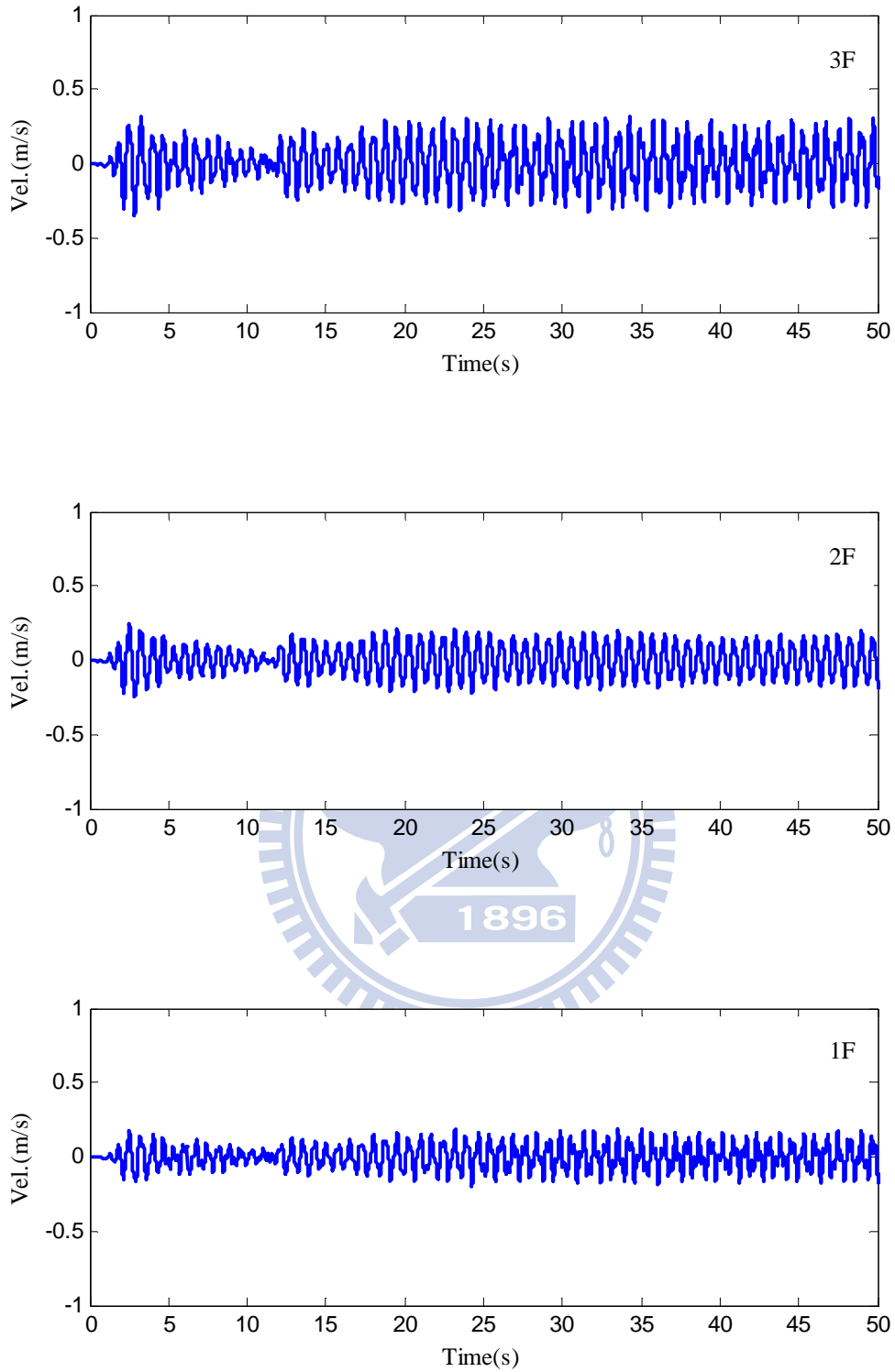


圖 3.9(b) 一樓受損結構之各樓層速度反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

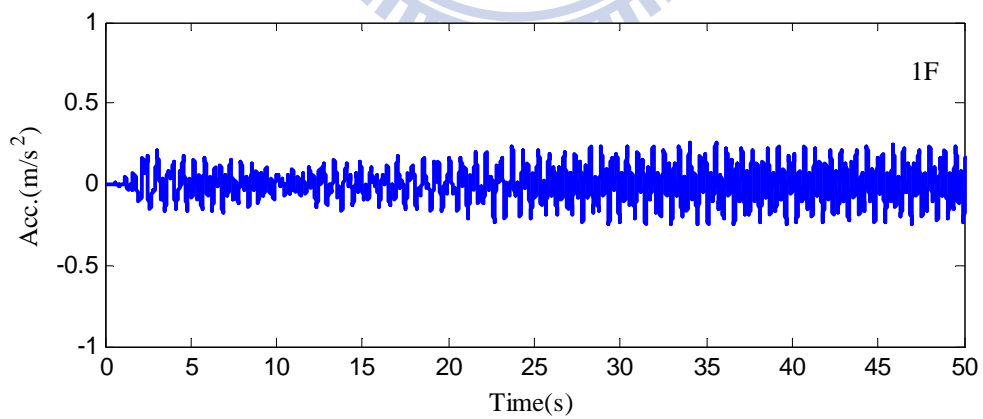
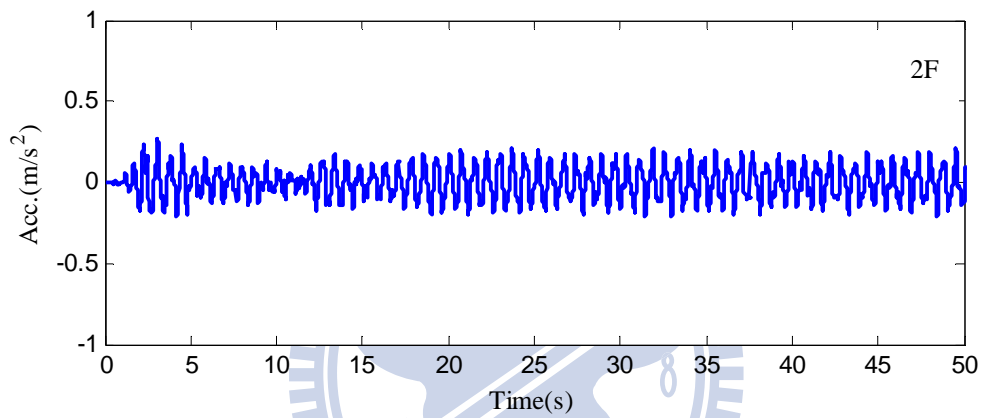
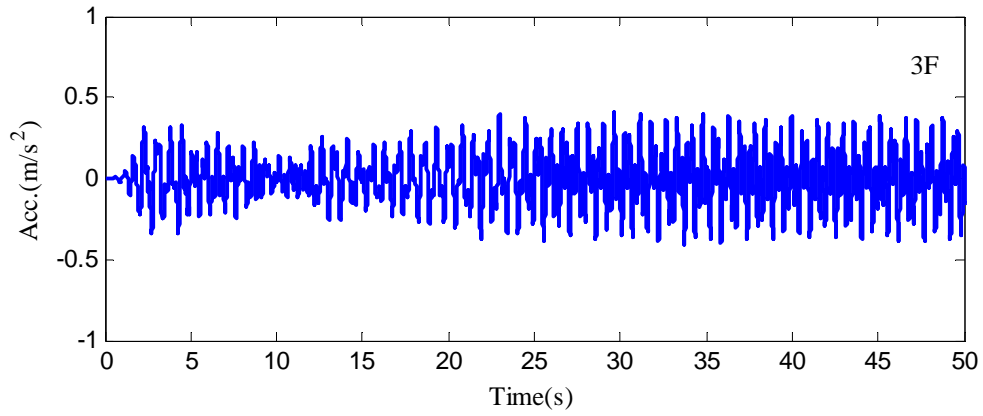


圖 3.9(c) 一樓受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

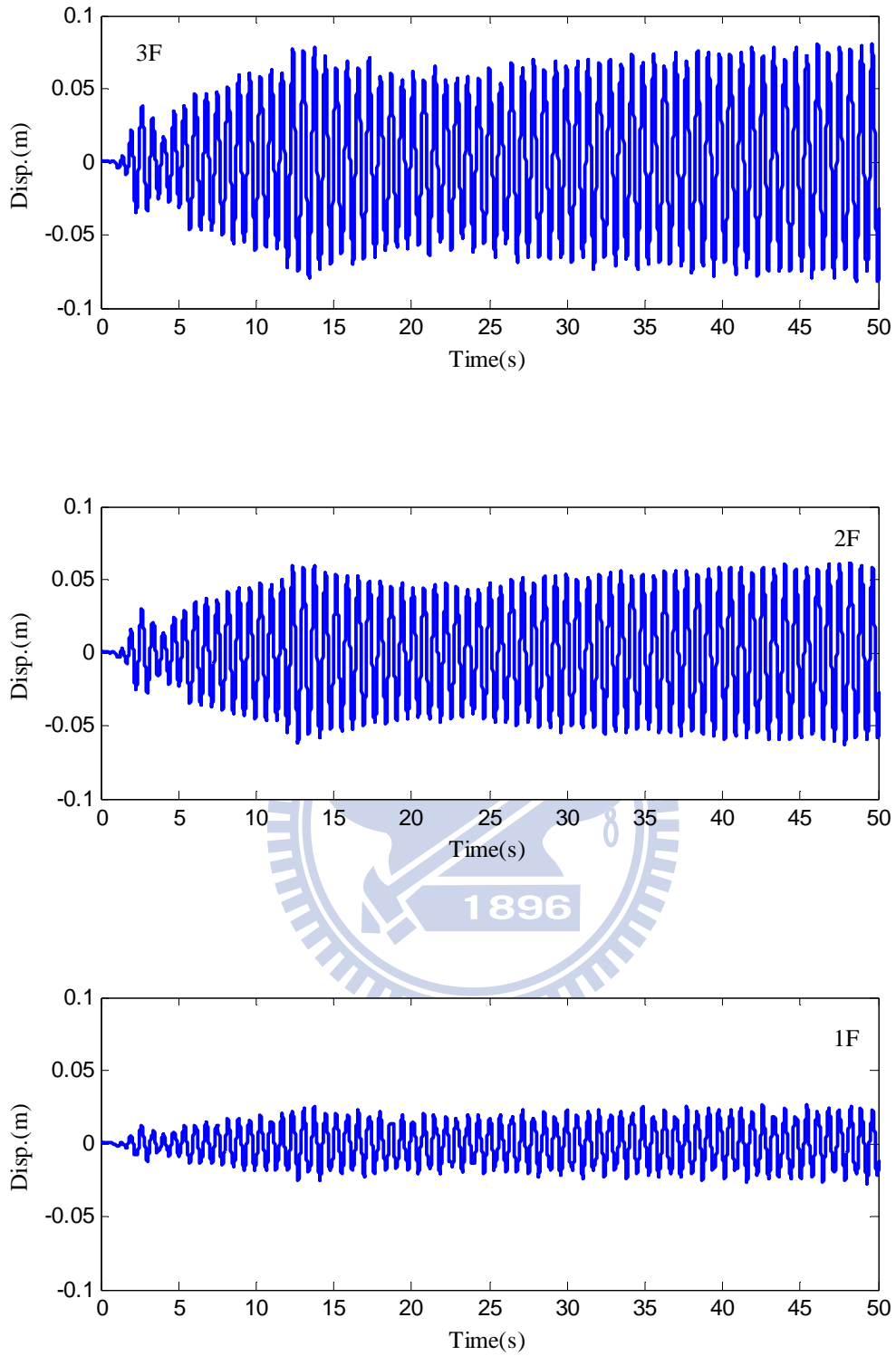


圖 3.10(a) 二樓受損結構之各樓層位移反應歷時  
(input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

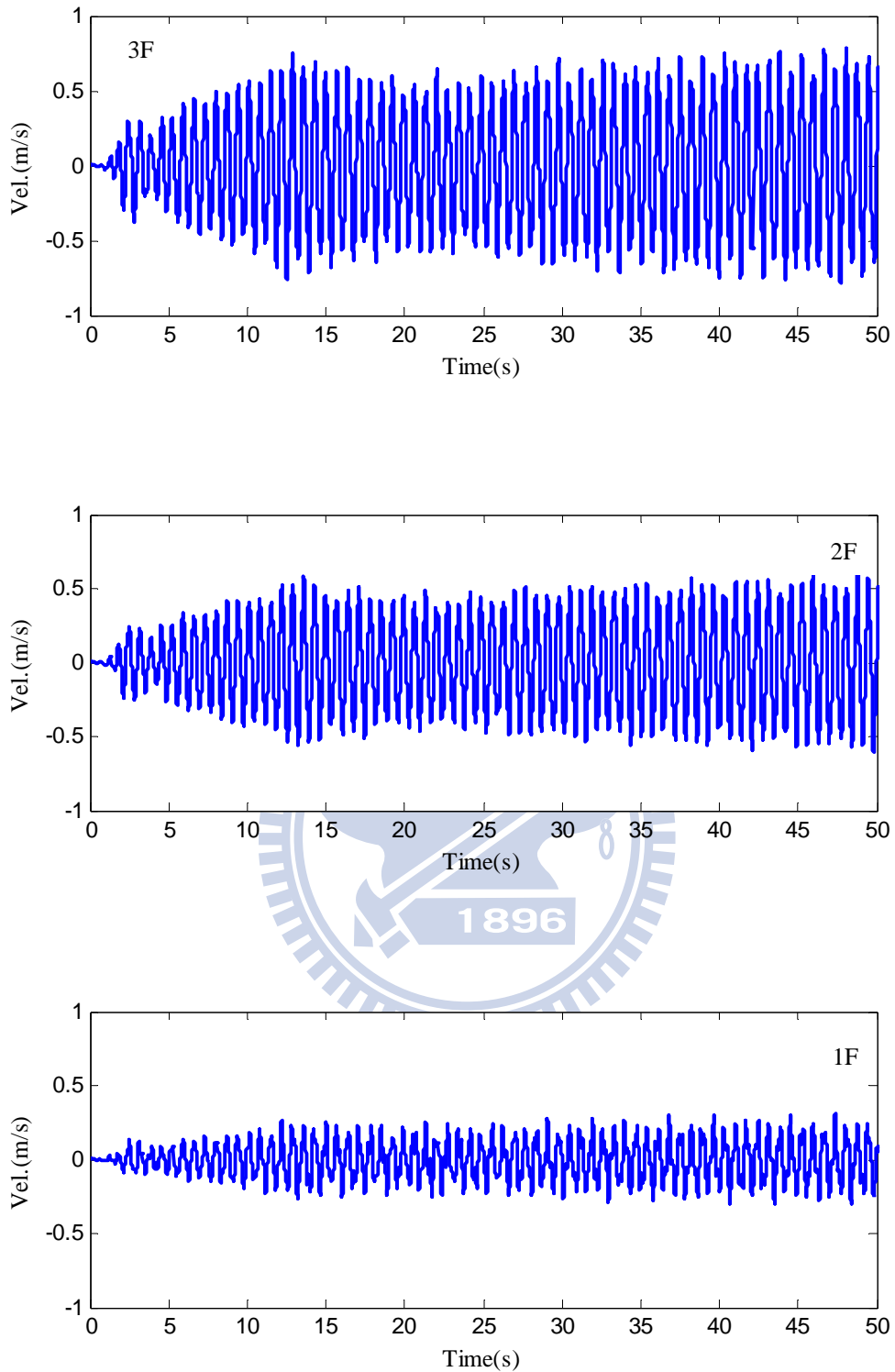


圖 3.10(b) 二樓受損結構之各樓層速度反應歷時  
 (input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

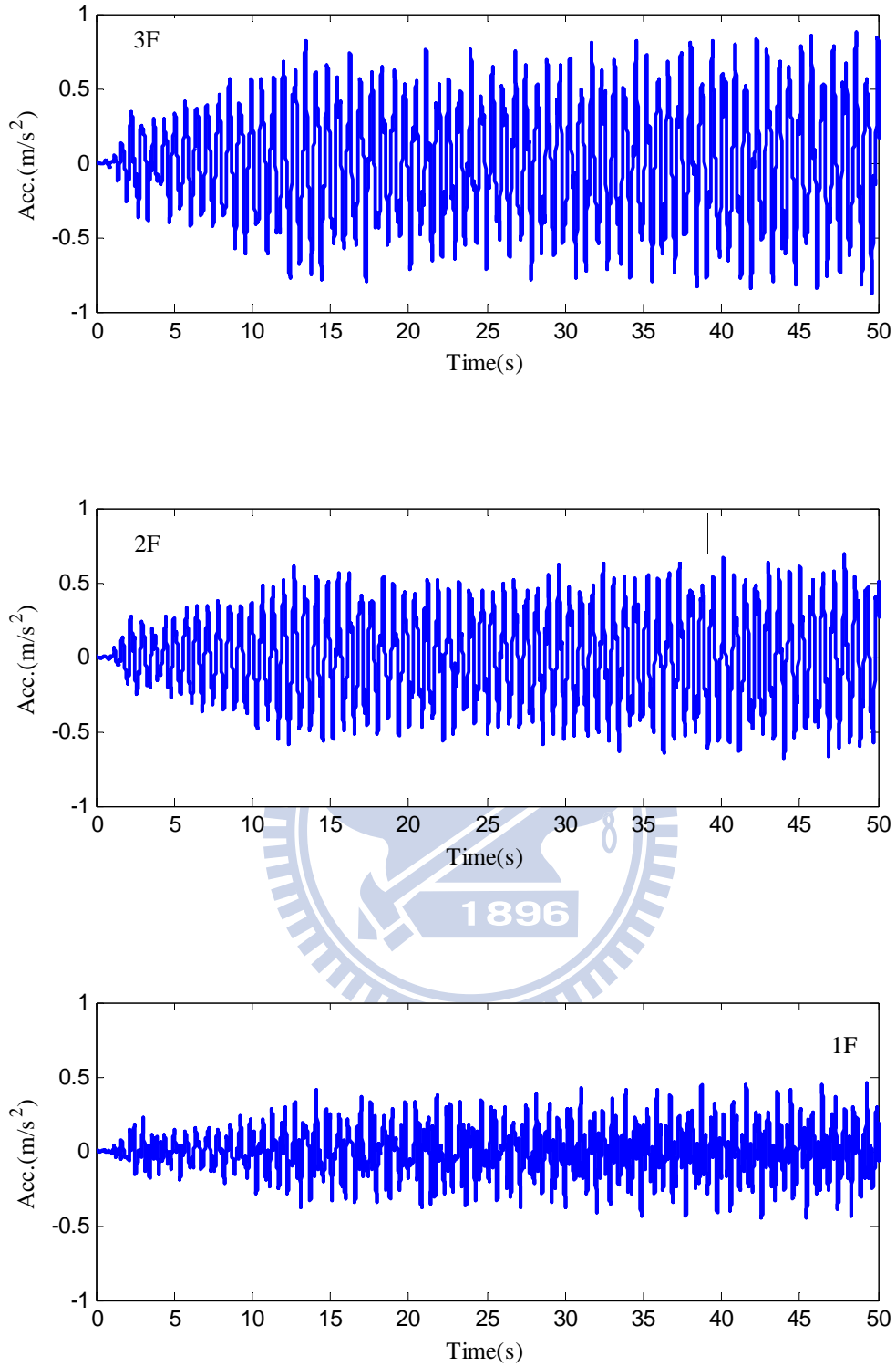


圖 3.10(c) 二樓受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時  
 (input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

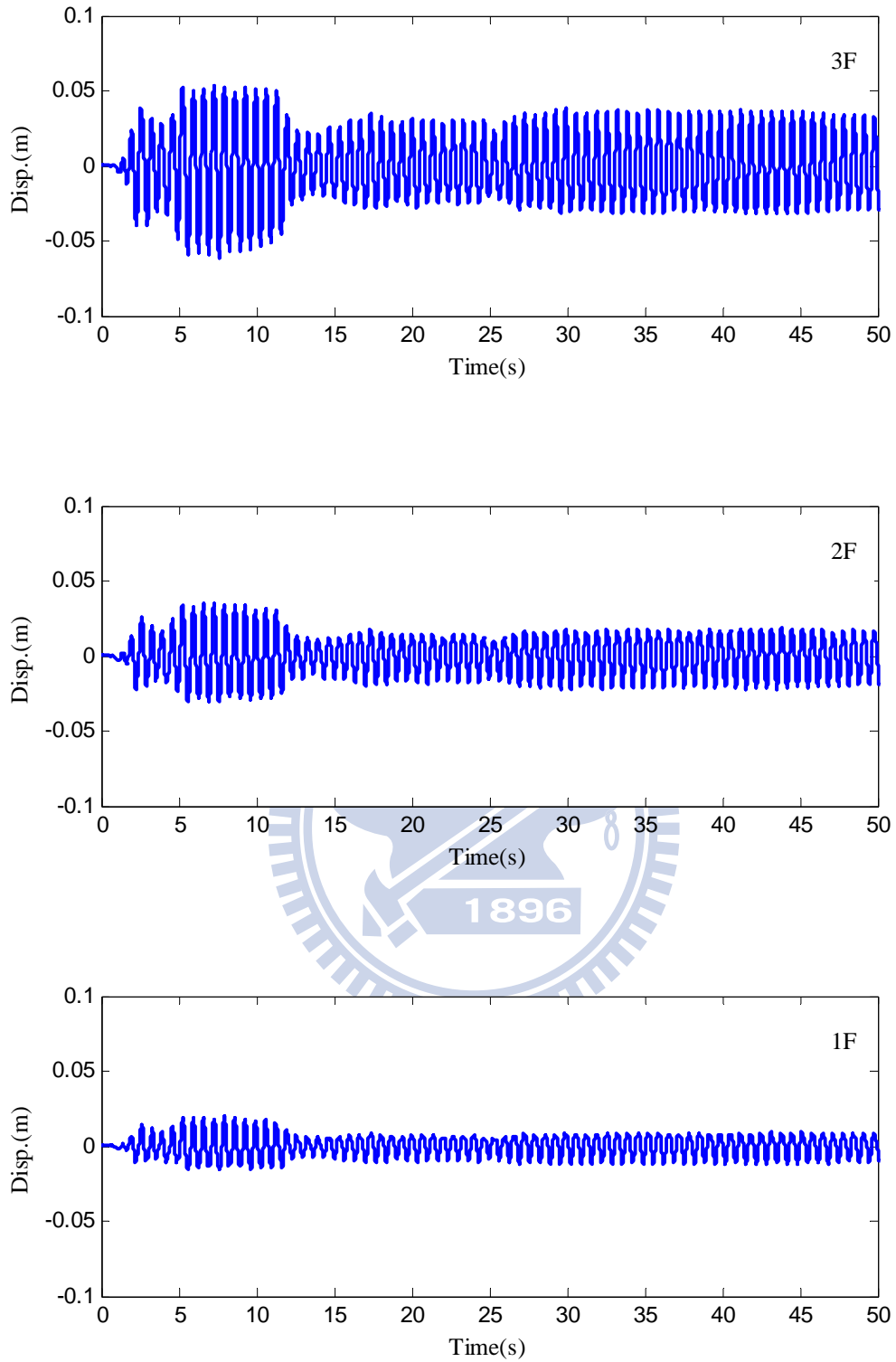


圖 3.11(a) 三樓受損結構之各樓層位移反應歷時  
 (input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)

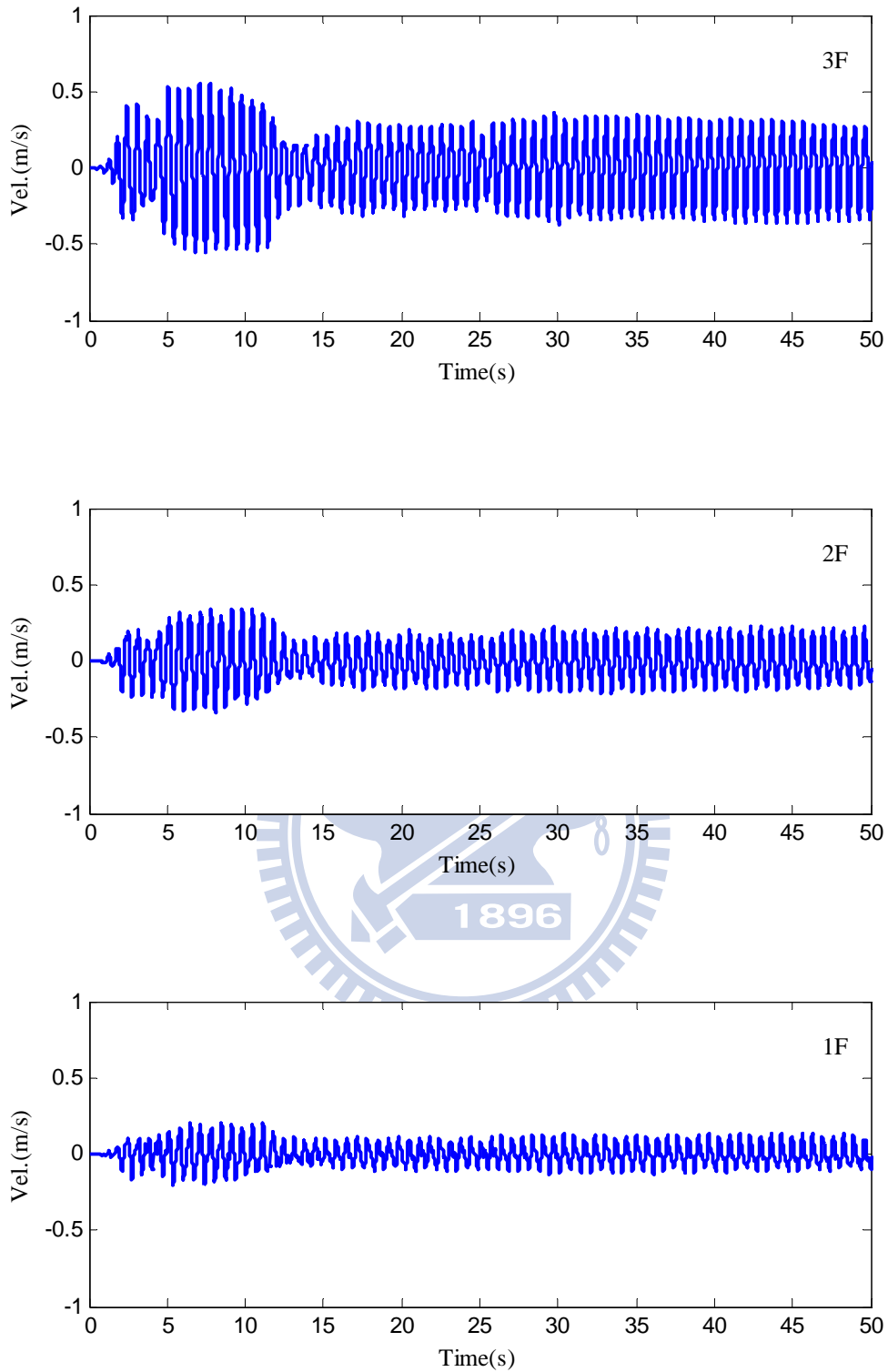


圖 3.11(b) 三樓受損結構之各樓層速度反應歷時  
 (input : El Centro 南北向地震波, PGA = 0.1g)



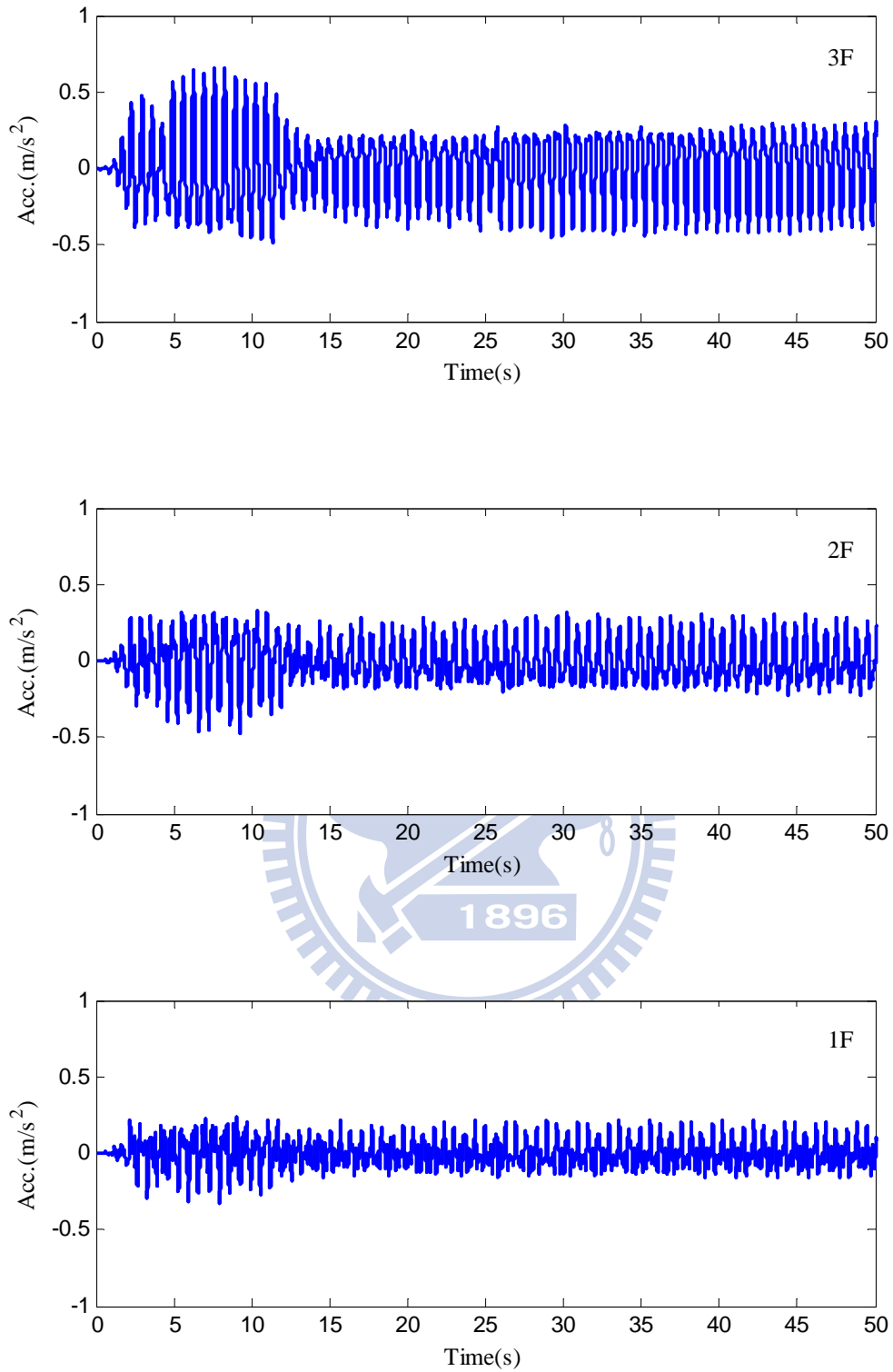


圖 3.11(c) 三樓受損結構之各樓層絕對加速度反應歷時  
 (input : El Centro 南北向地震波 , PGA = 0.1g )

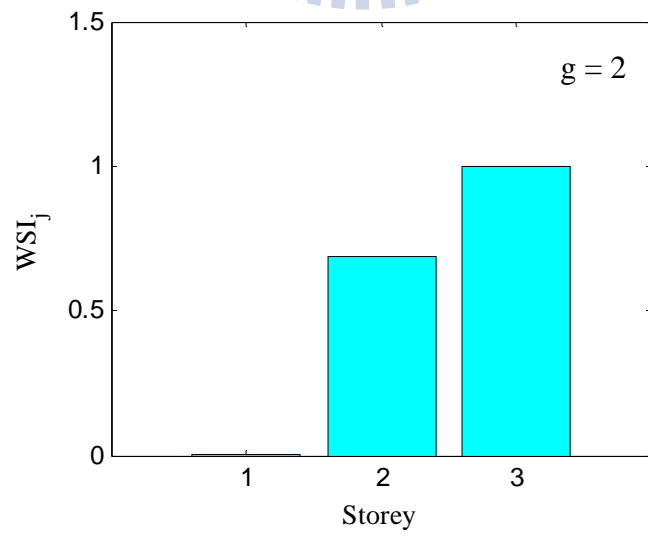
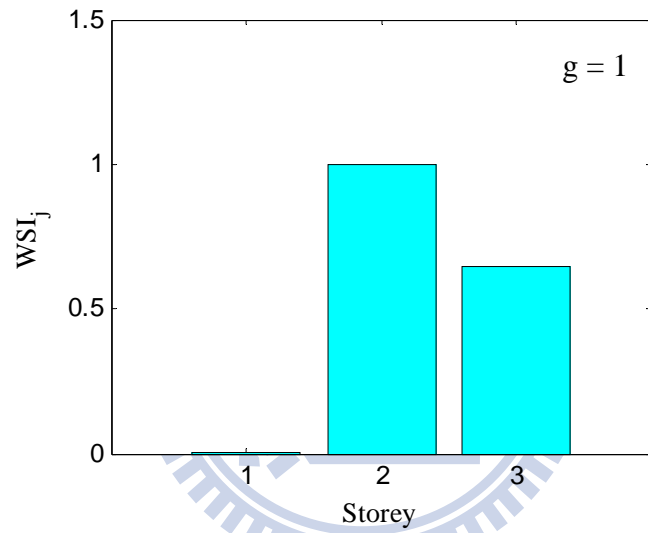
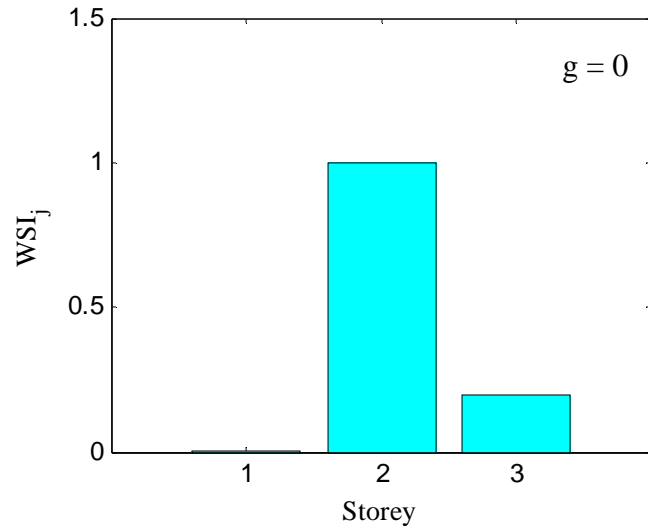


圖 3.12 一樓受損之結構損傷偵測分析結果(系統識別)

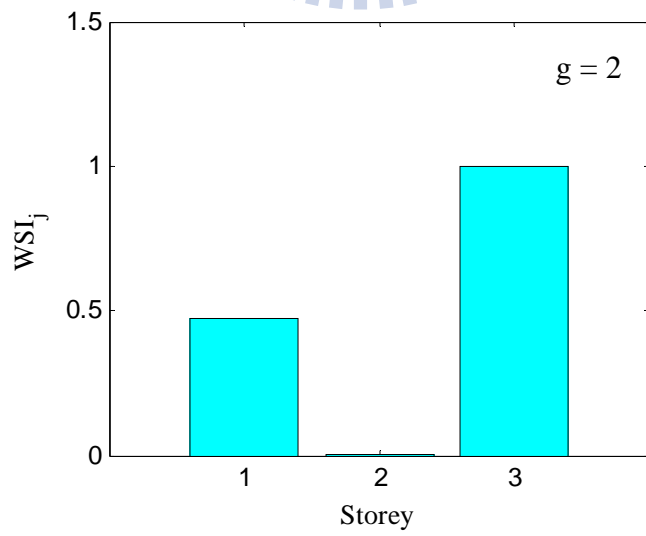
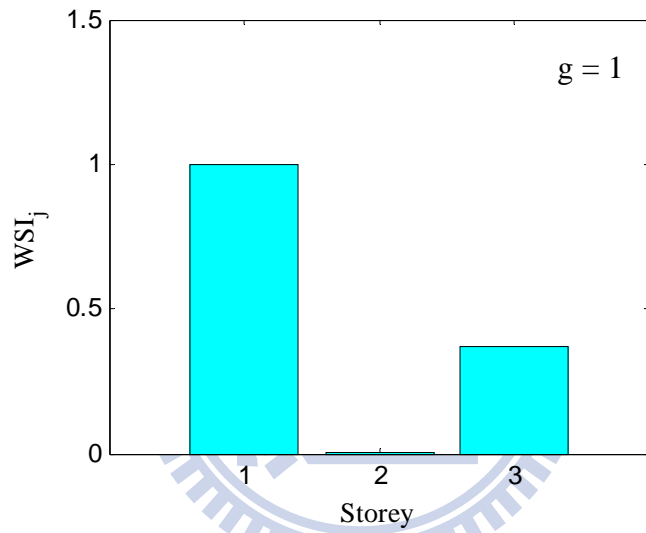
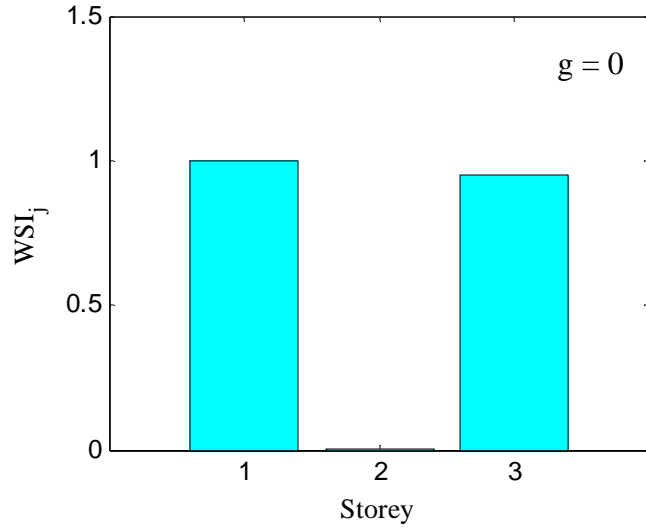


圖 3.13 二樓受損之結構損傷偵測分析結果(系統識別)

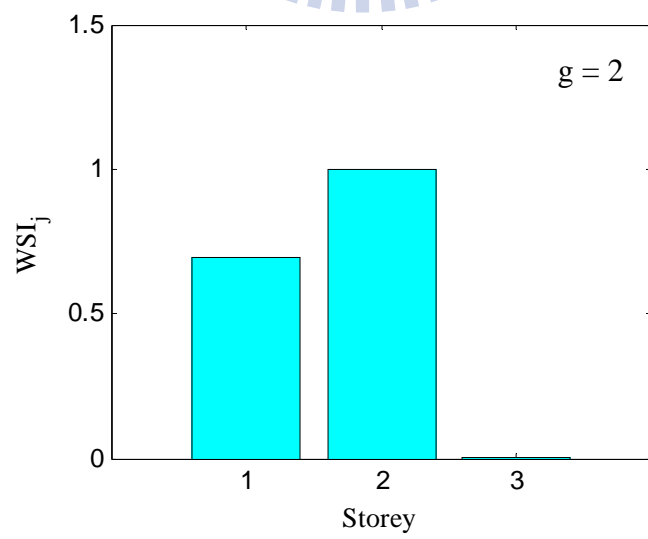
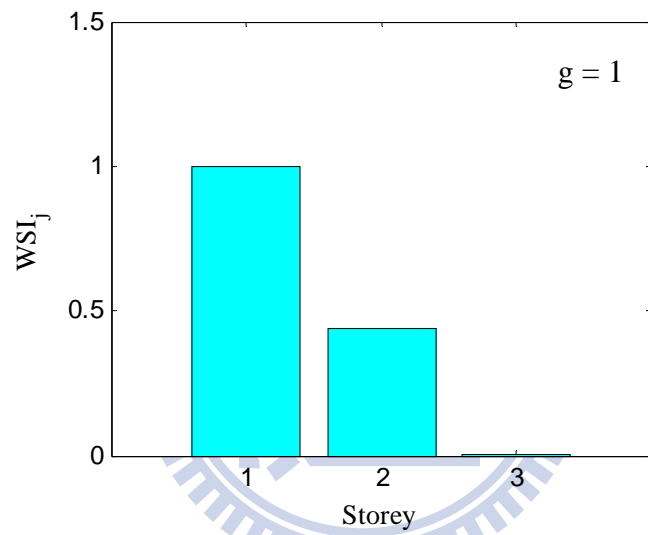
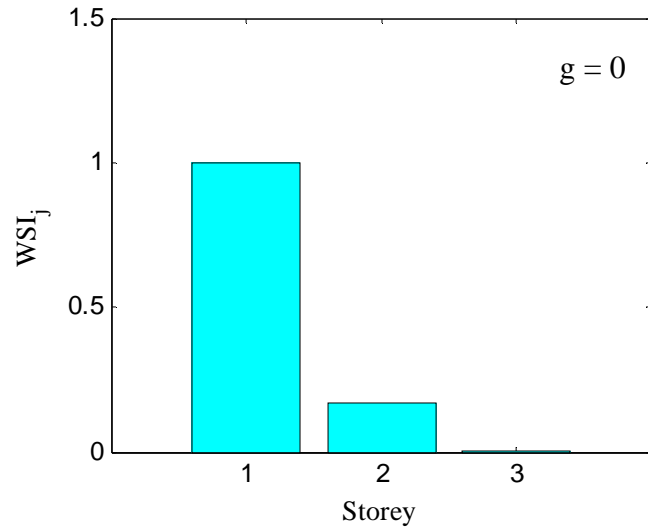


圖 3.14 三樓受損之結構損傷偵測分析結果(系統識別)

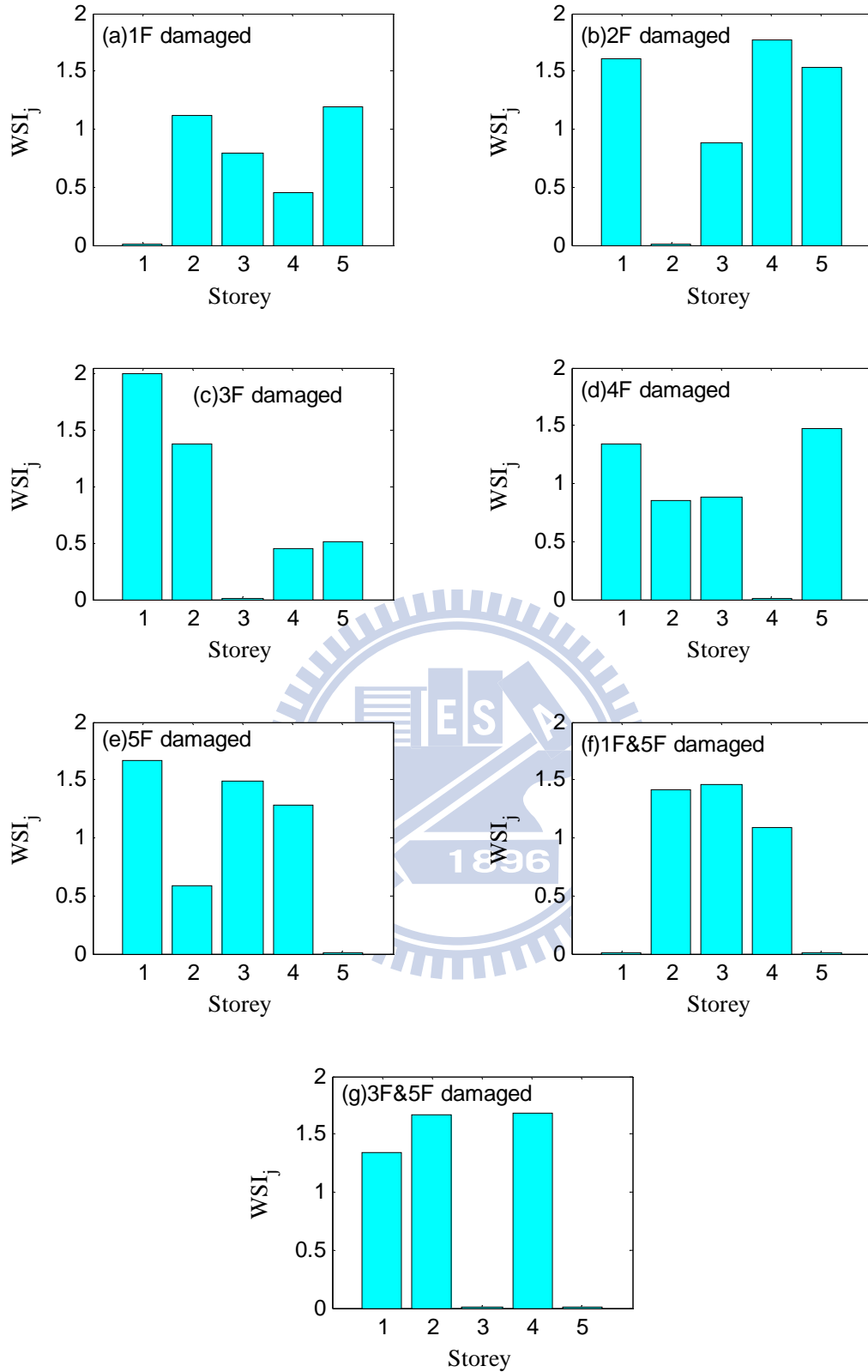


圖 3.15 Case.1 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態)

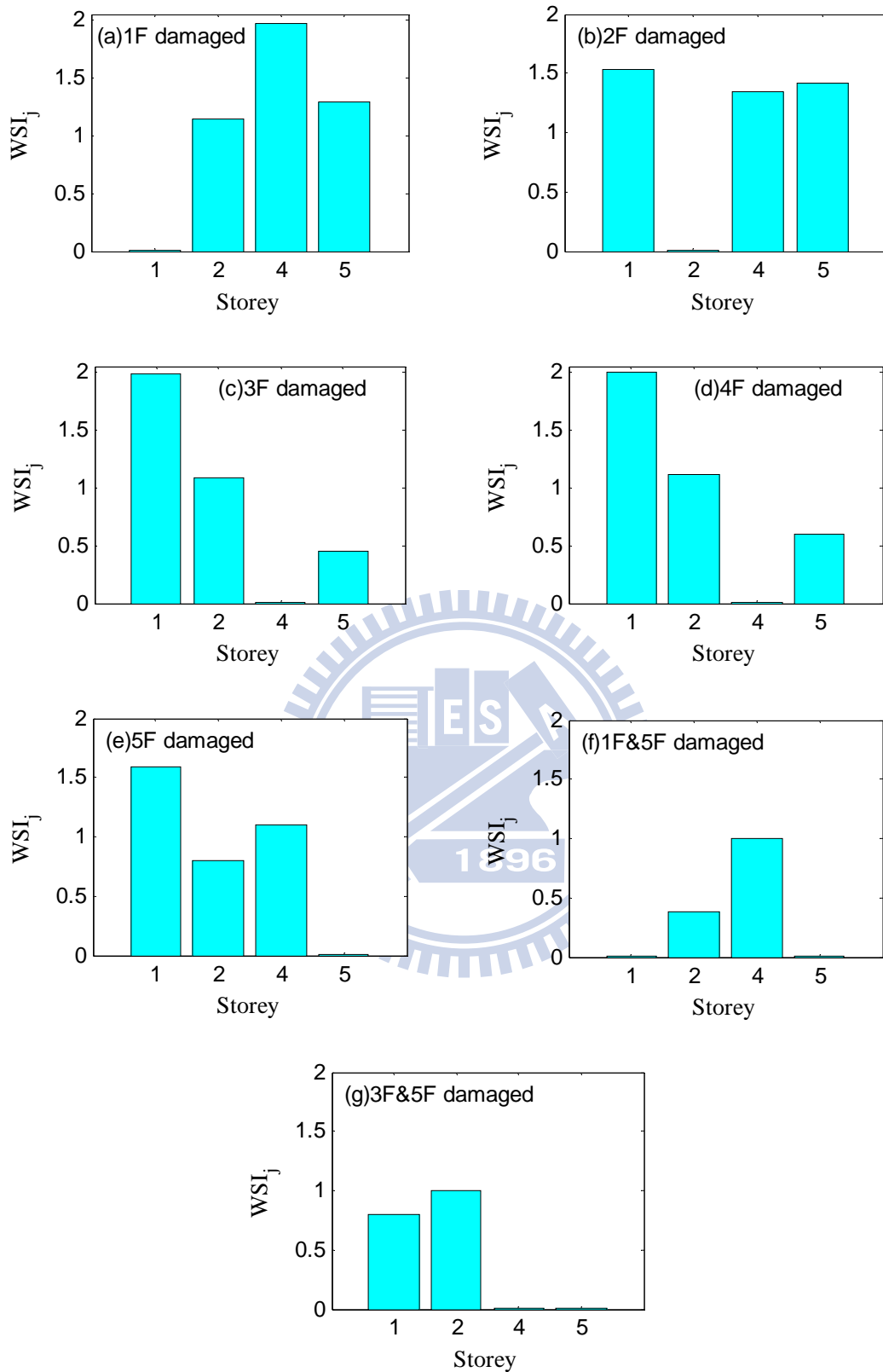


圖 3.16 Case.2 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

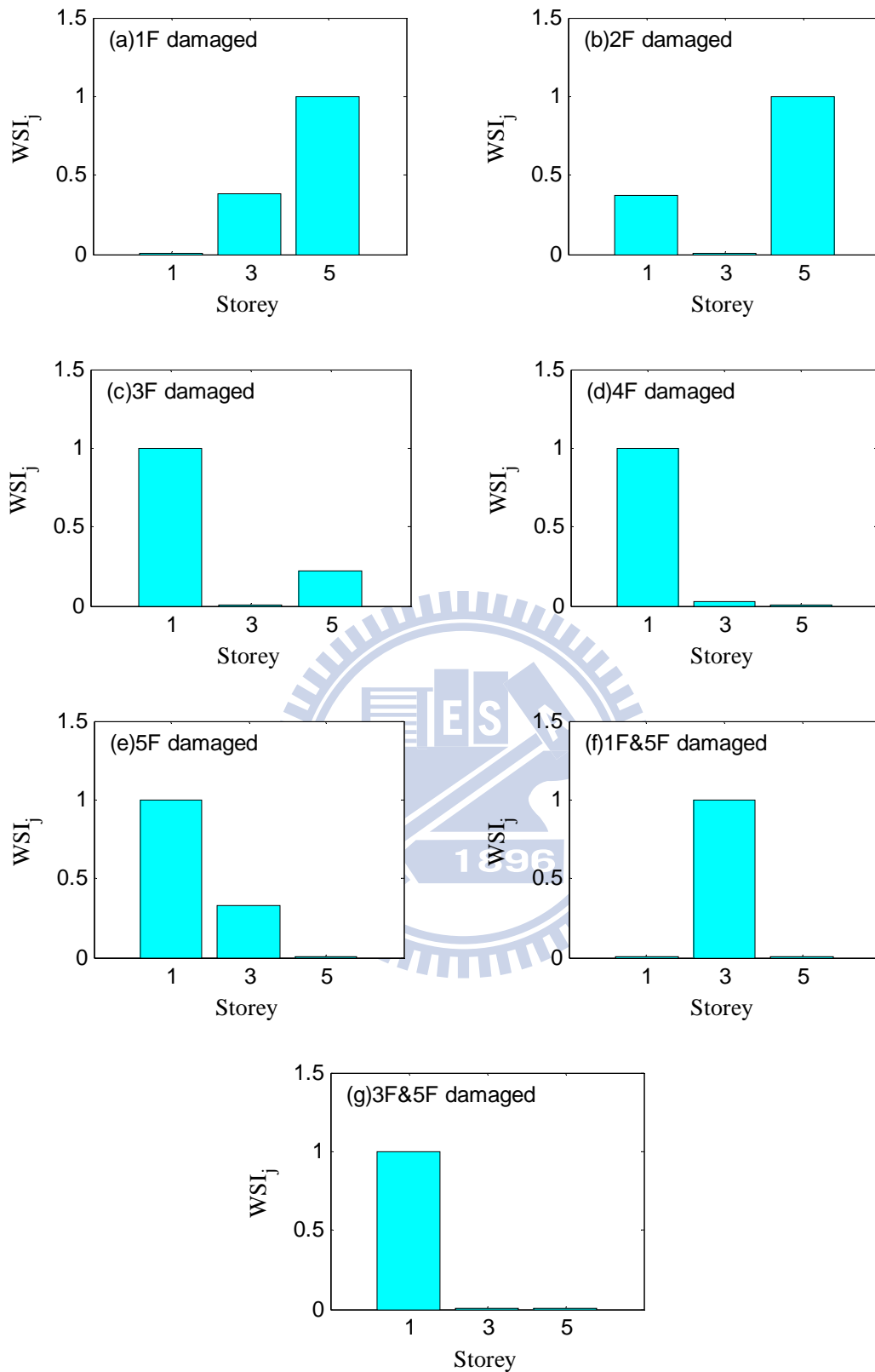


圖 3.17 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

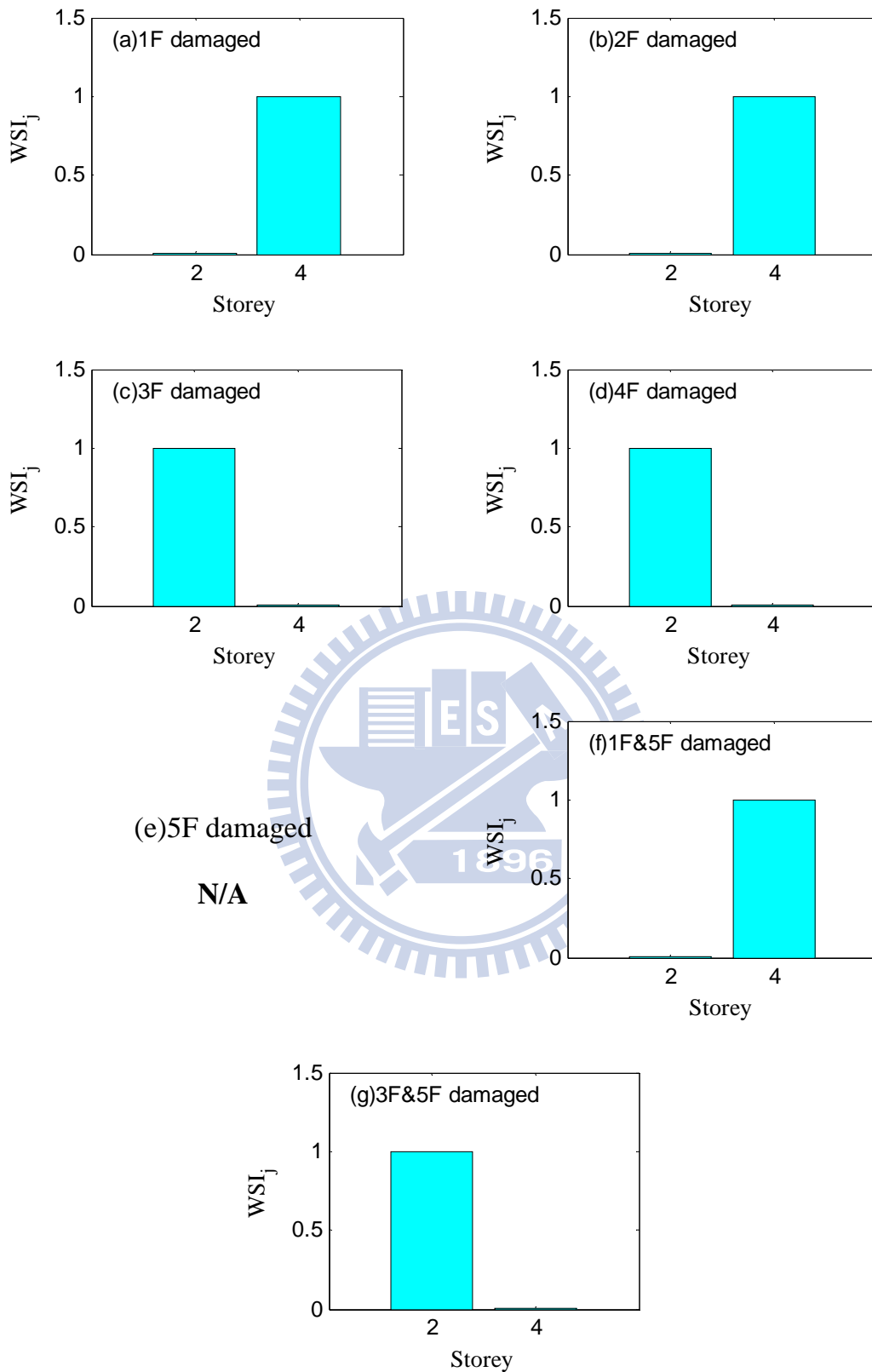


圖 3.18 Case.4 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態)



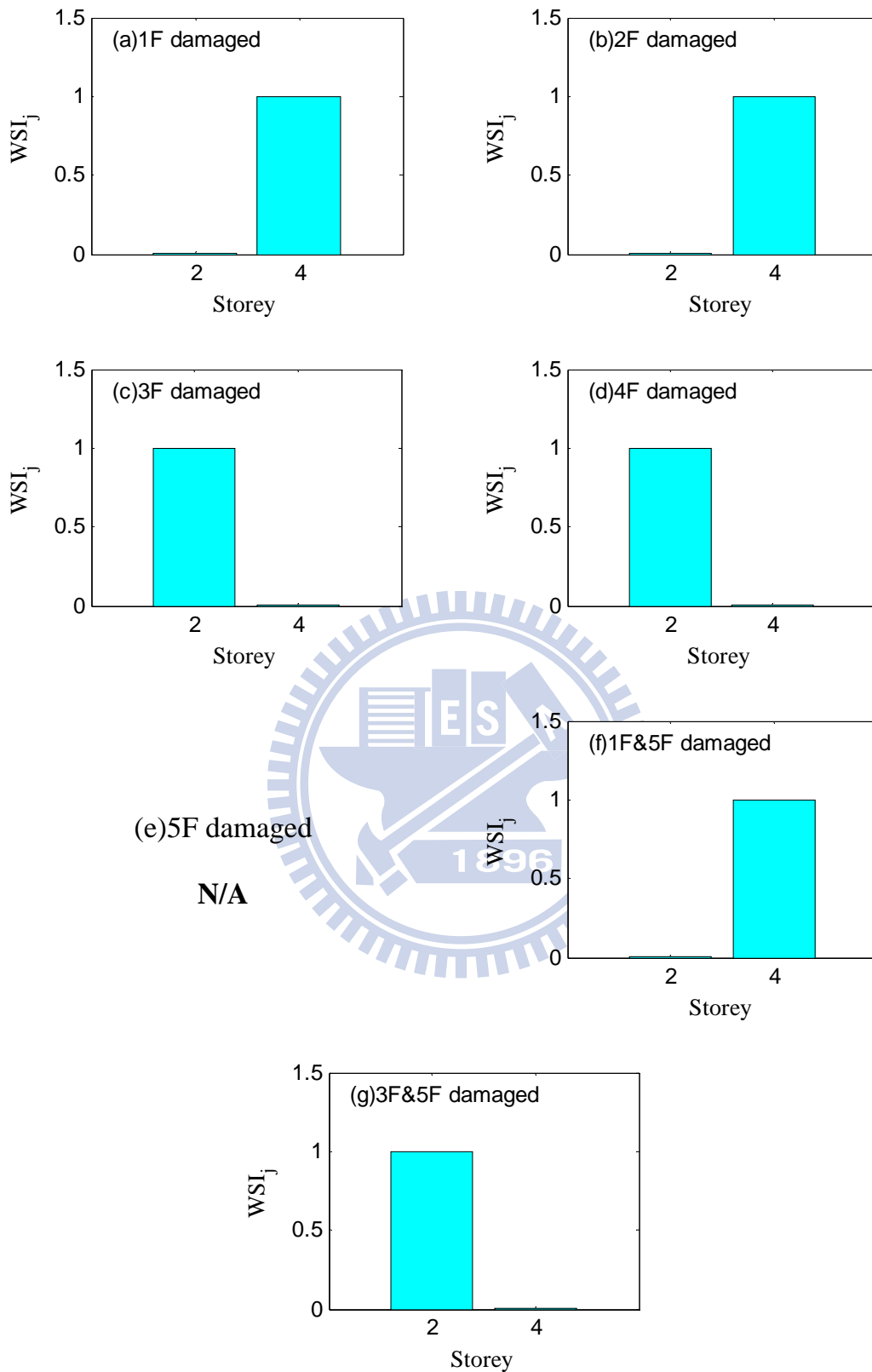


圖 3.19 Case.4' 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測二及四樓；受損 40%；未以正交性重建模態)

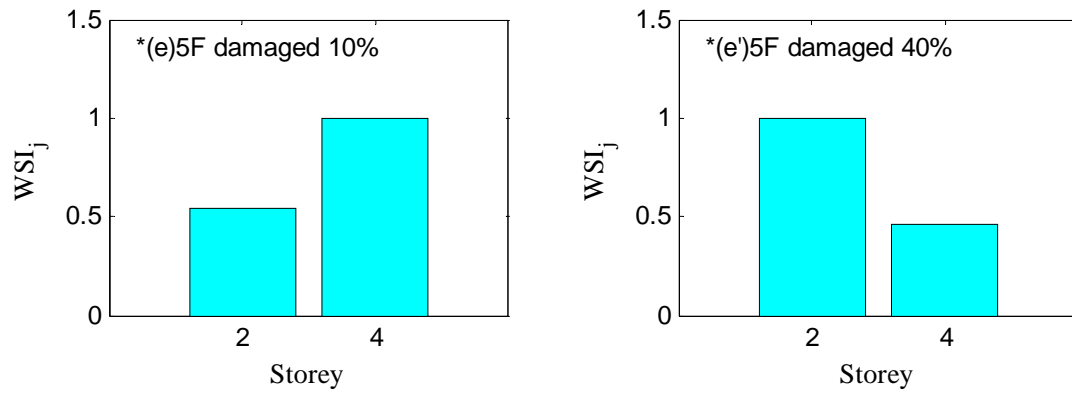
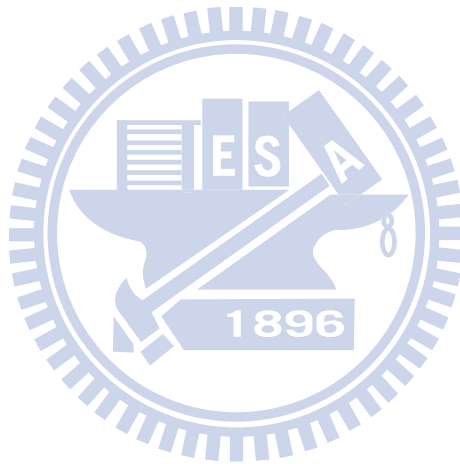


圖 3.20 Case.4 結構五樓受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測二及四樓；五樓受損 10,40%；未以正交性重建模態)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。



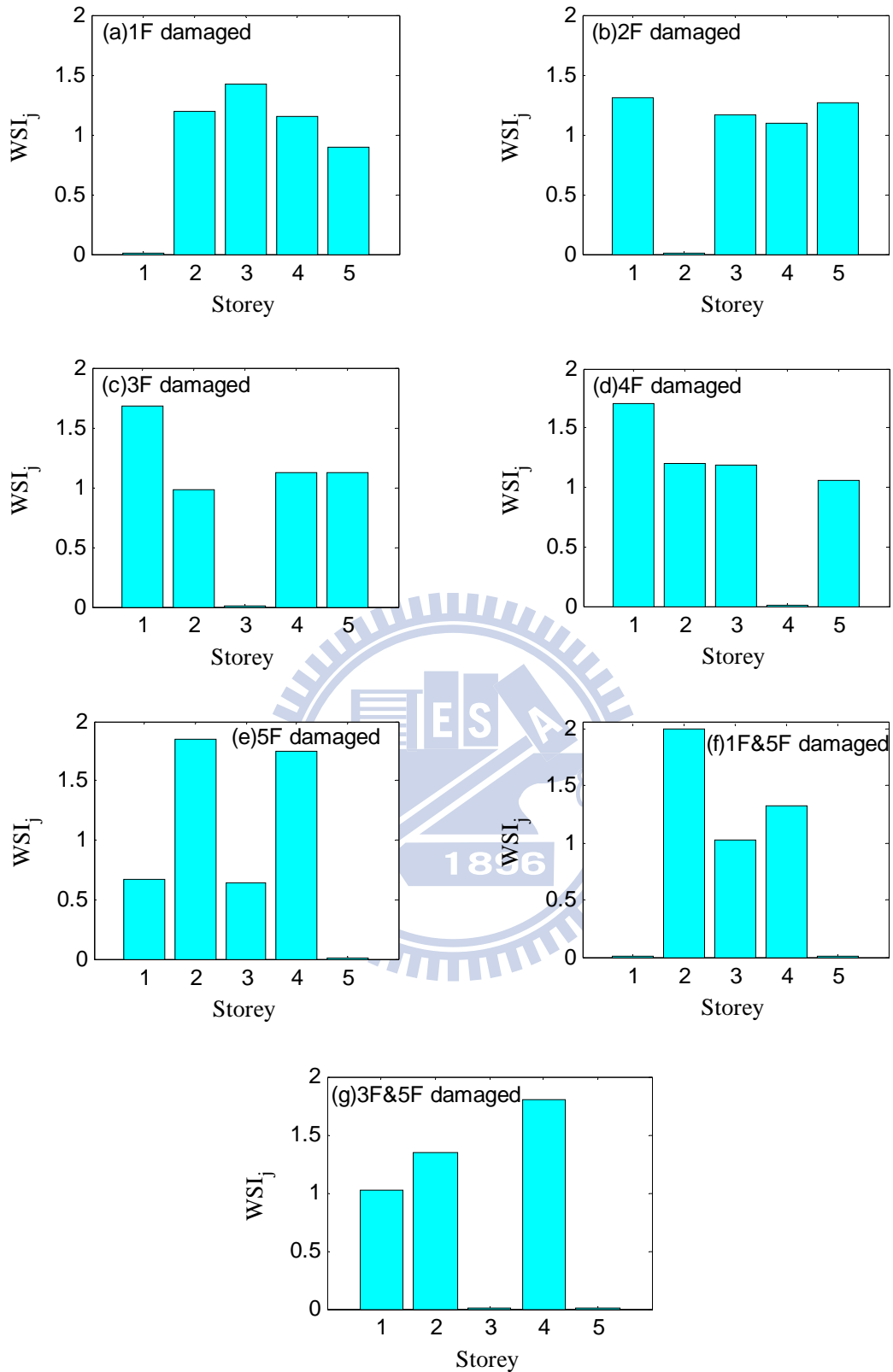


圖 3.21 Case.1 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；五個樓層全觀測；受損 10%；未以正交性重建模態)

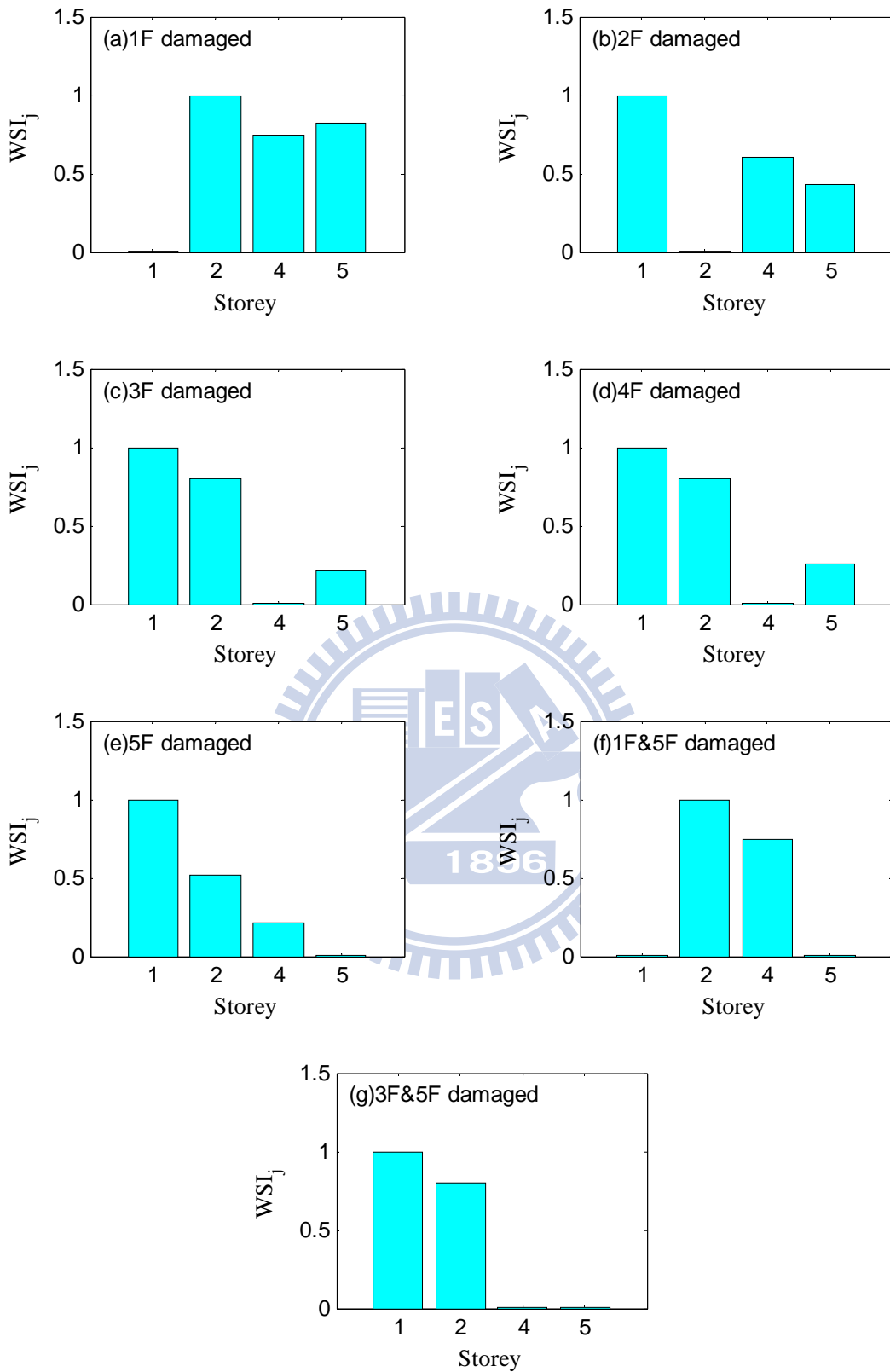


圖 3.22 Case.2 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、二、四及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

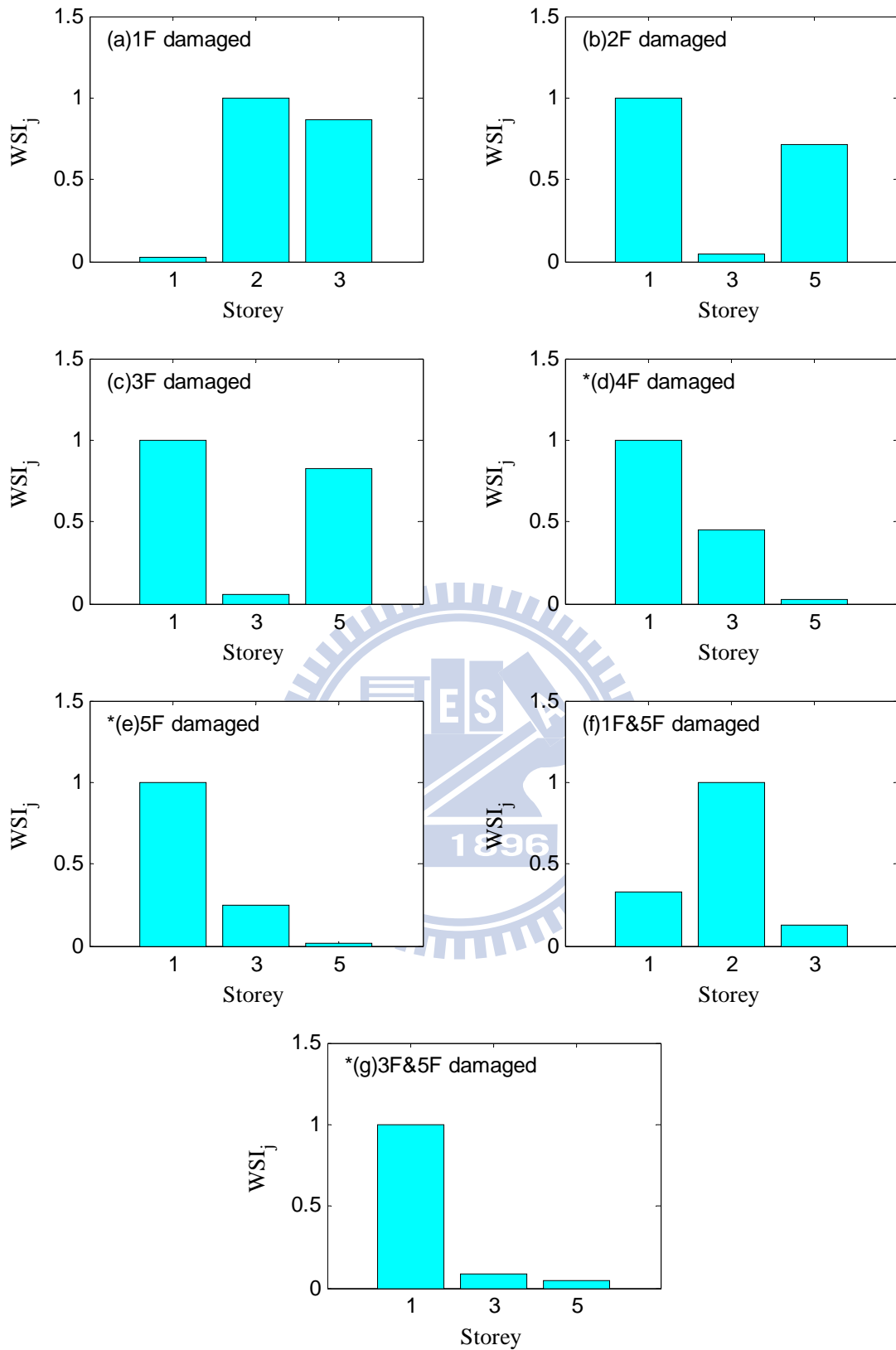


圖 3.23 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

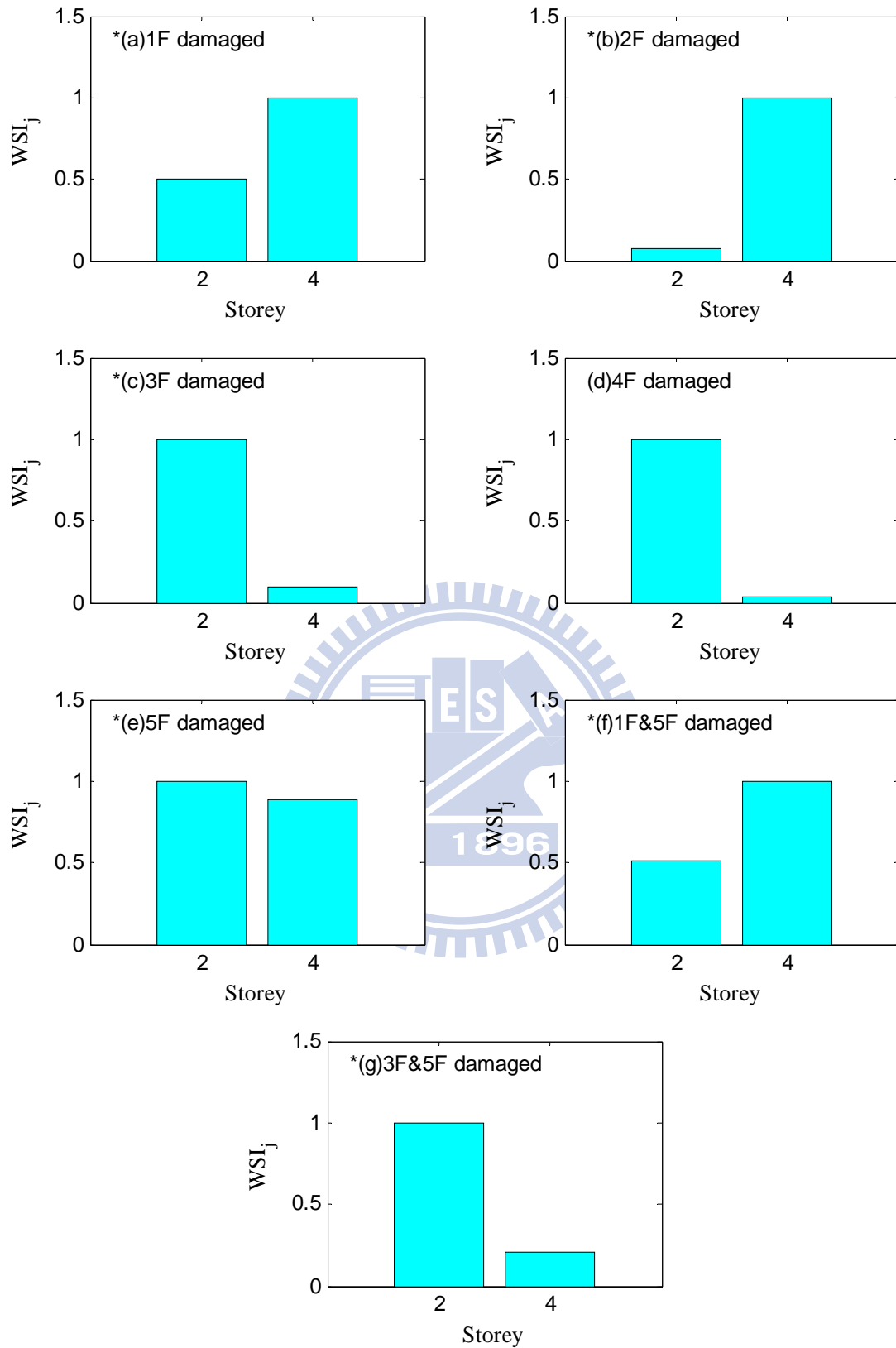


圖 3.24 Case.4 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測二及四樓；受損 10%；未以正交性重建模態)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

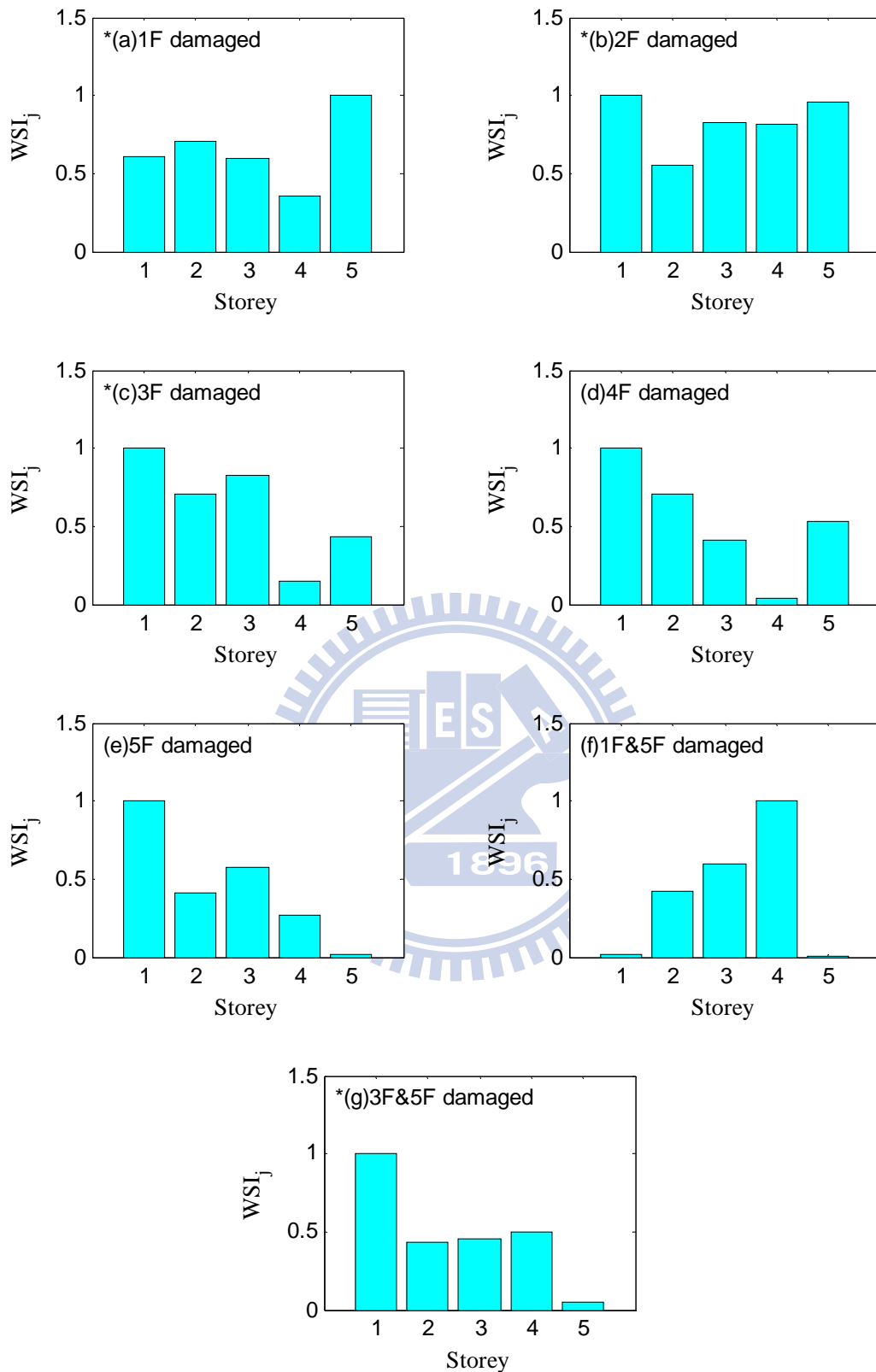


圖 3.25 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。

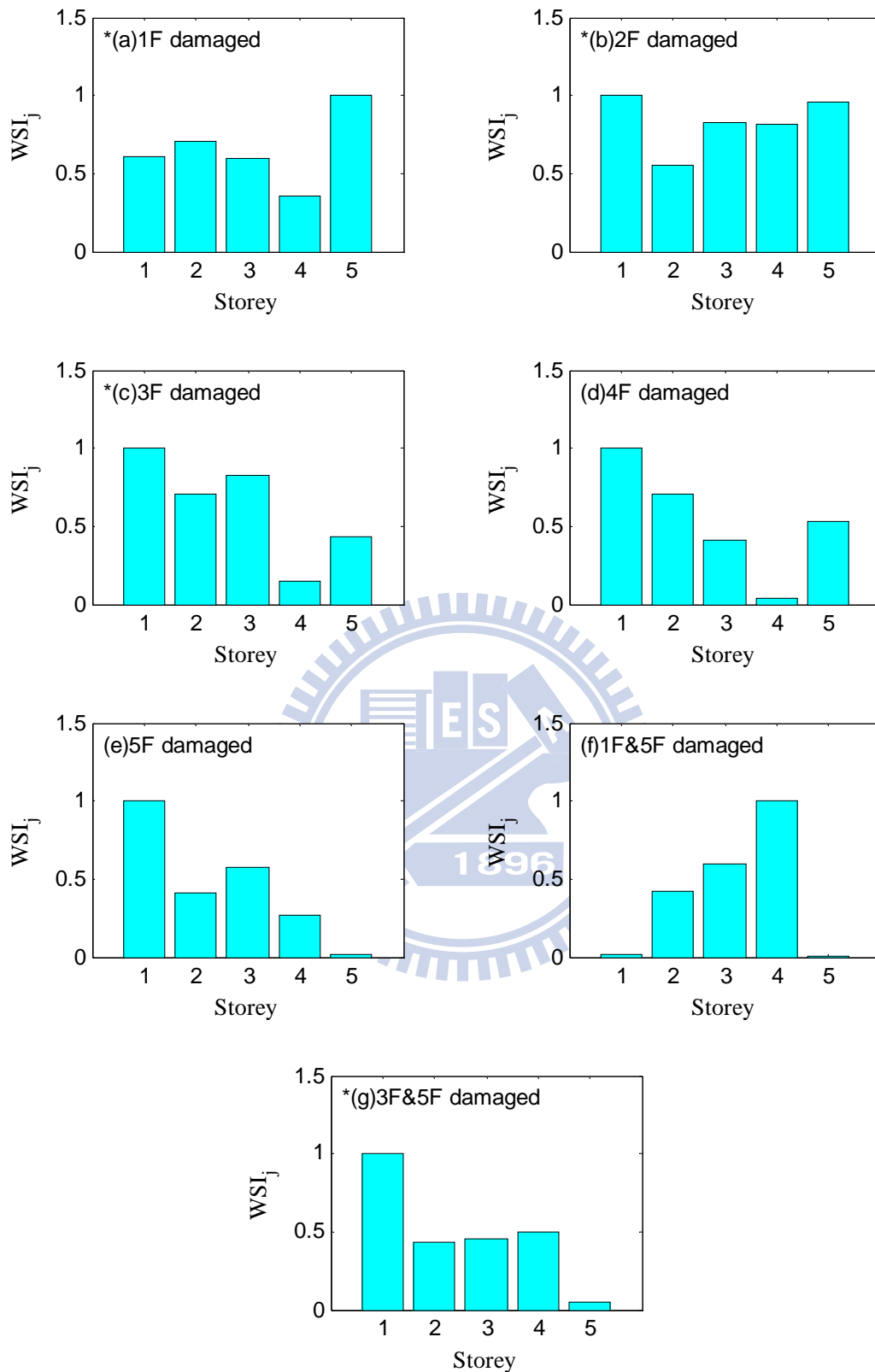


圖 3.26 Case.3 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 10%；以正交性重建模態)

\*代表只取第一組破壞定位向量分析之結果。



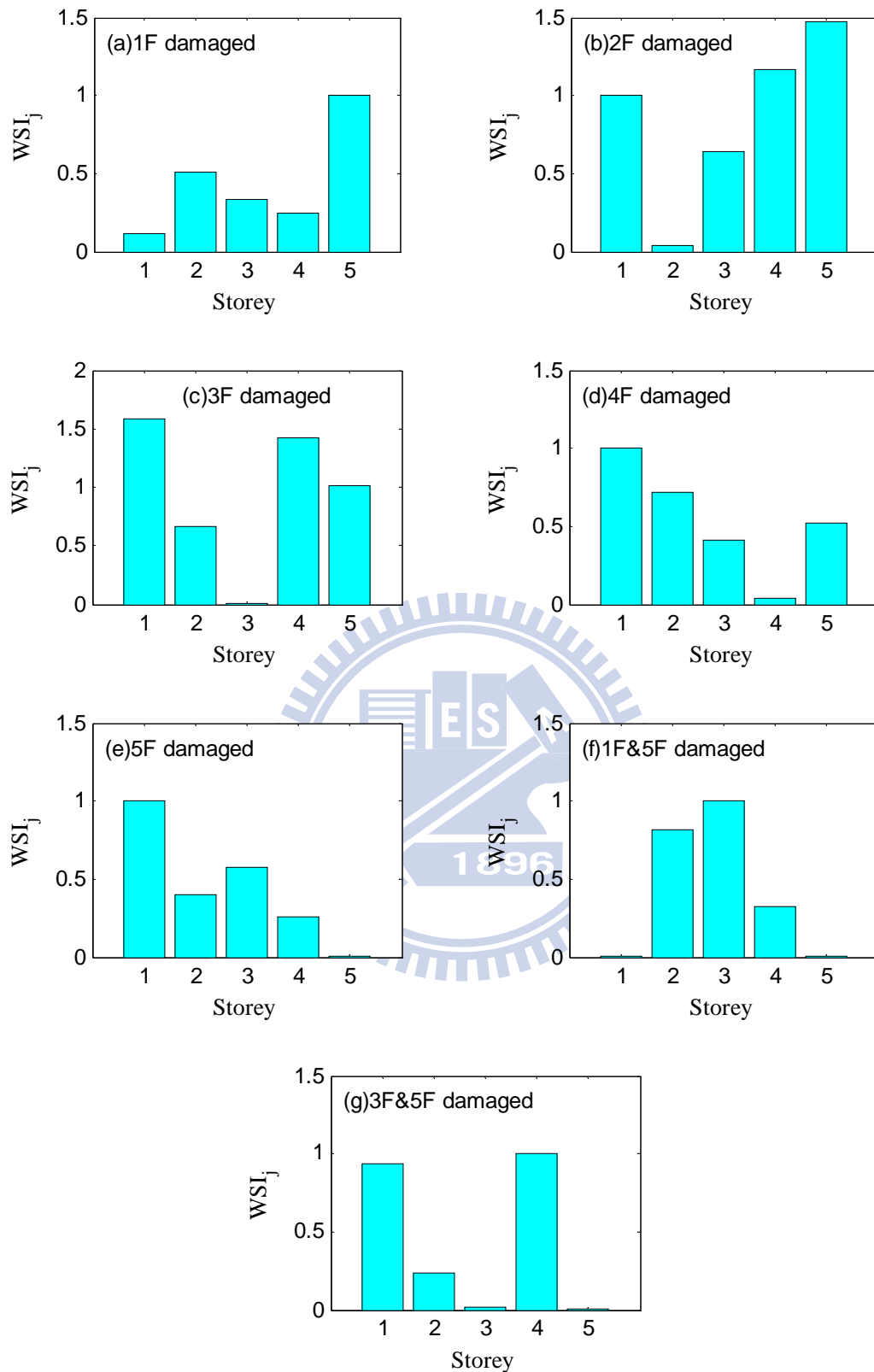


圖 3.27 Case.3' 之結構損傷偵測分析結果

(特徵分析；觀測一、三及五樓；受損 40%；以正交性重建模態)

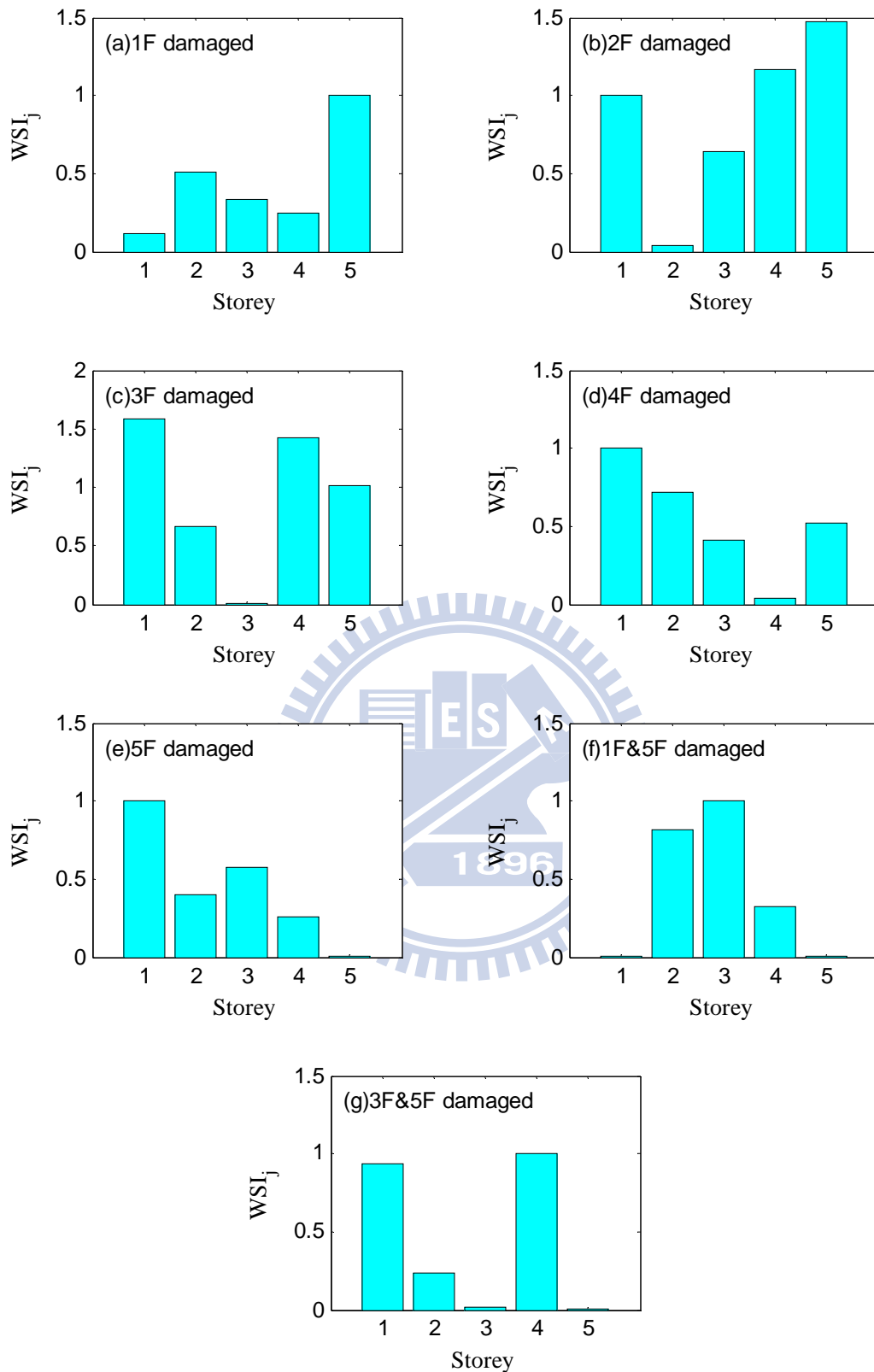


圖 3.28 Case.3' 之結構損傷偵測分析結果

(系統識別；觀測一、三及五樓；受損 40% 以正交性重建模態)

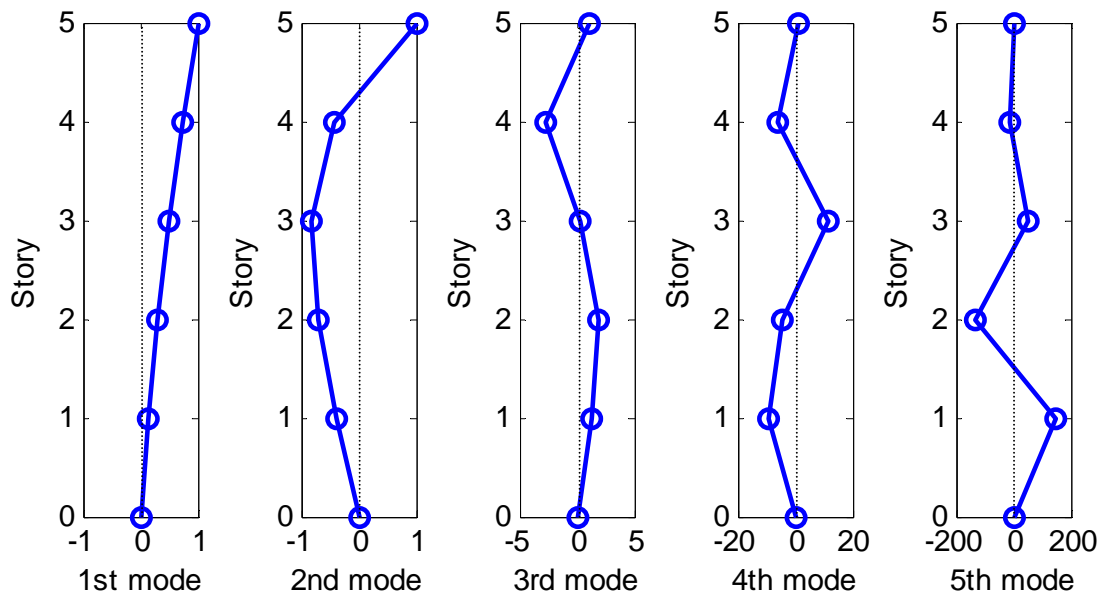


圖 3.29(a) 第一組解之模態振形圖

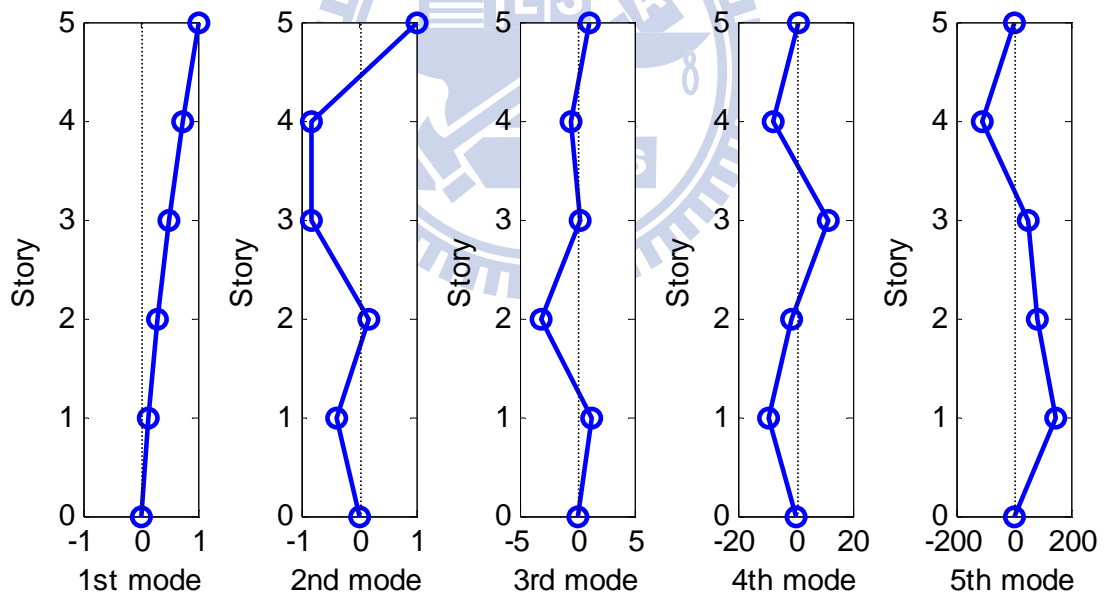


圖 3.29(b) 第二組解之模態振形圖

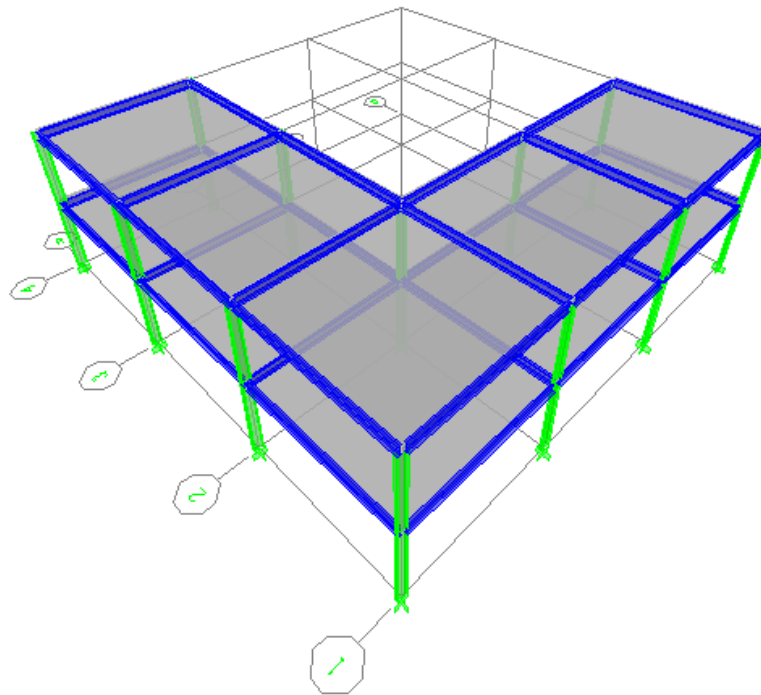


圖4.1 兩層樓三維扭轉耦合剪力屋架ETABS模型示意圖

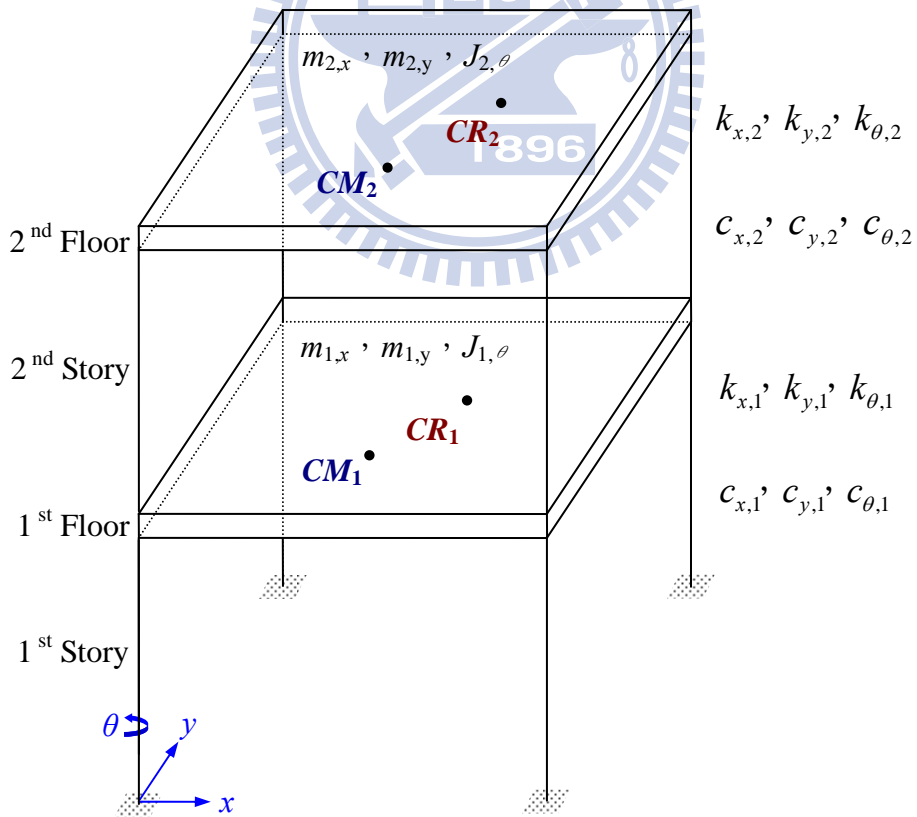


圖 4.2 兩層樓三維扭轉耦合剪力屋架之結構分析模型

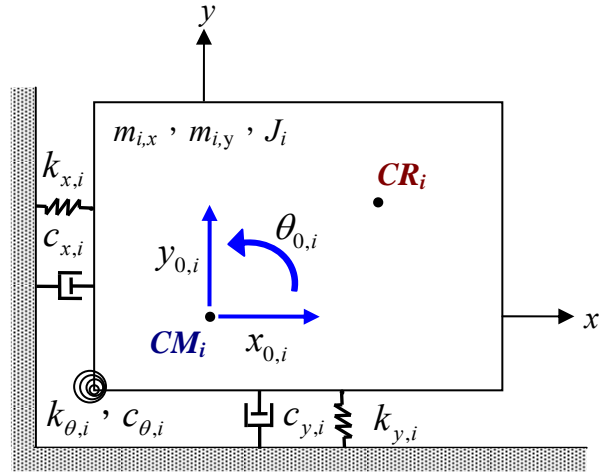


圖 4.3 扭轉耦合剪力屋架各樓層之物理模型

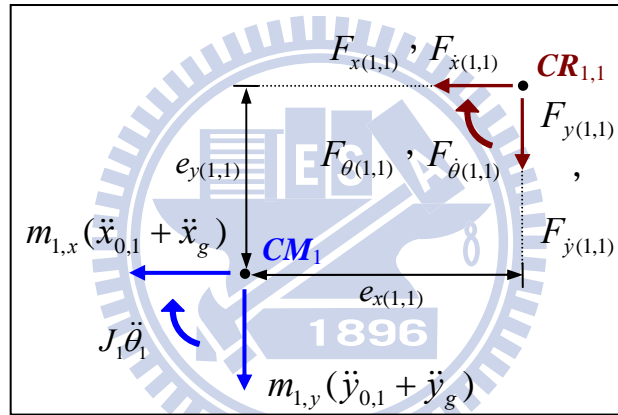


圖 4.4 第一層樓板相對於第一層結構柱桿件之自由體圖

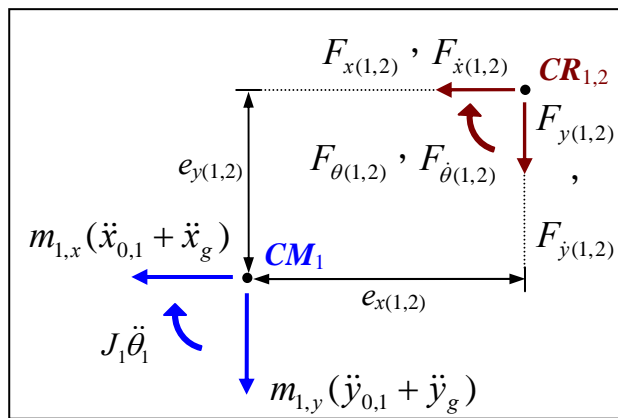


圖 4.5 第一層樓板相對於第二層結構柱桿件之自由體圖

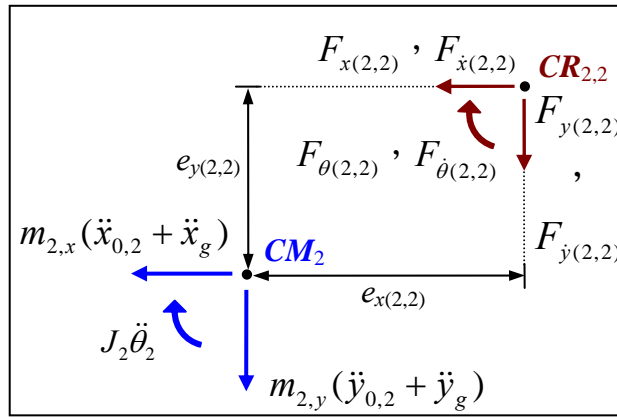


圖 4.6 第二層樓板相對於第二層結構柱桿件之自由體圖

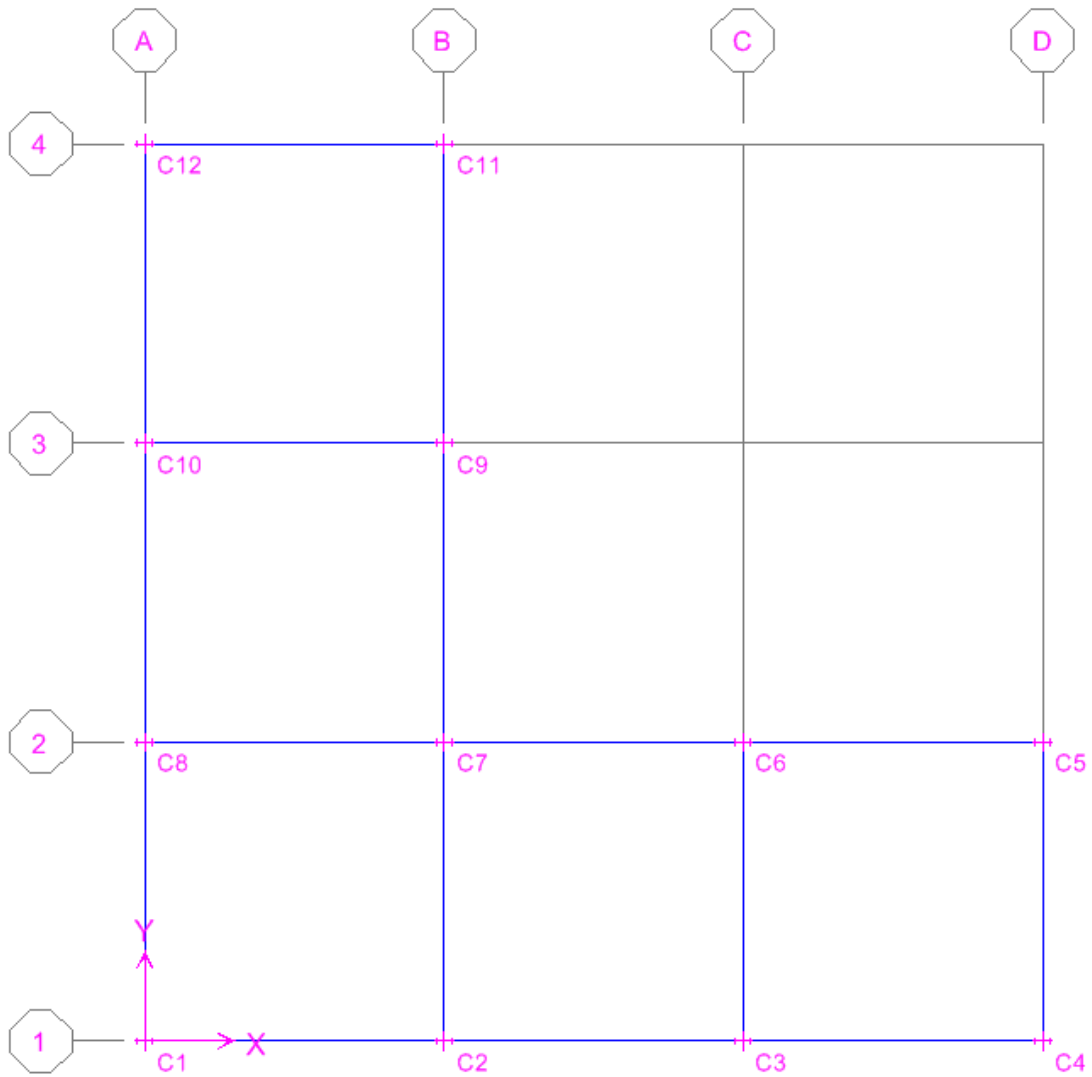


圖4.7 各樓層柱桿件之平面配置圖

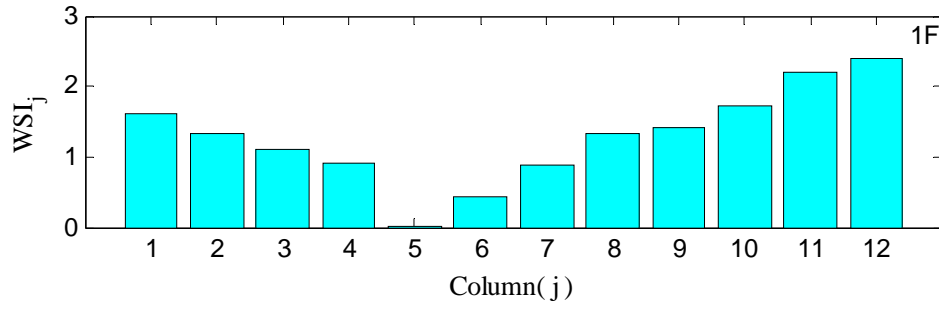
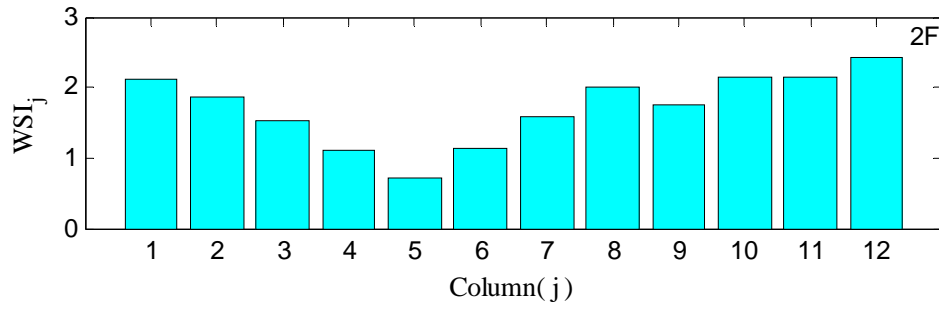


圖4.8(a) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；Case.1：1F-C5柱受損10%)

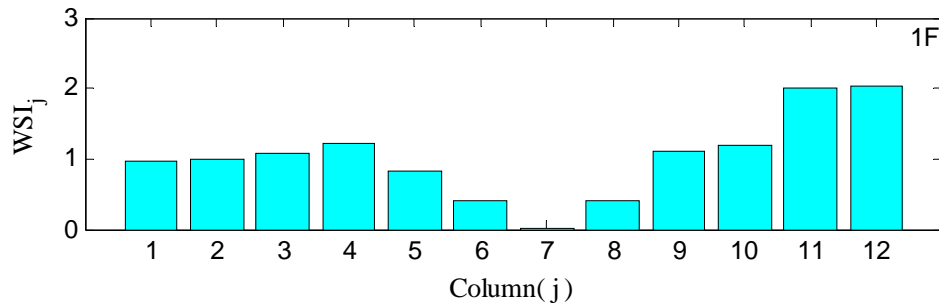
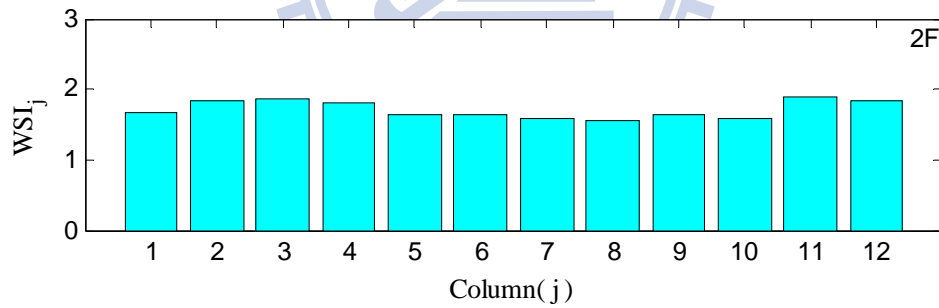


圖4.8(b) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；Case.2：1F-C7柱受損10%)

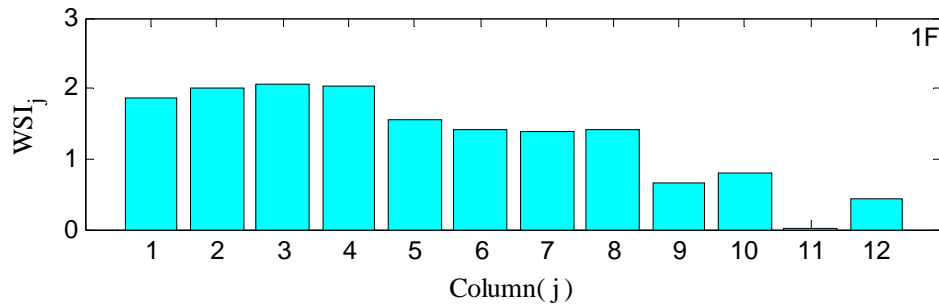
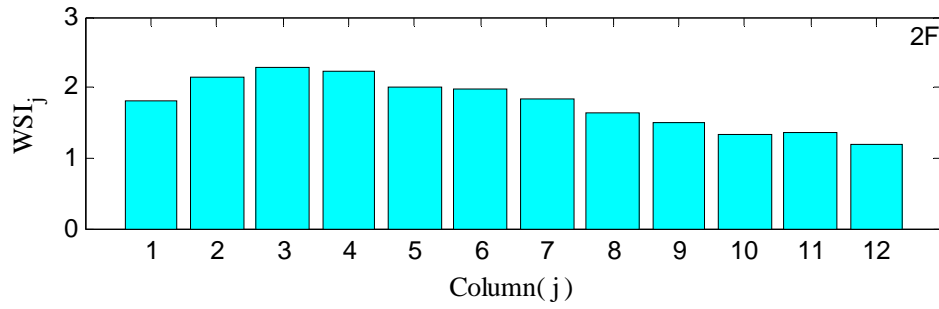


圖4.8(c) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；Case.3：1F-C11柱受損10%)

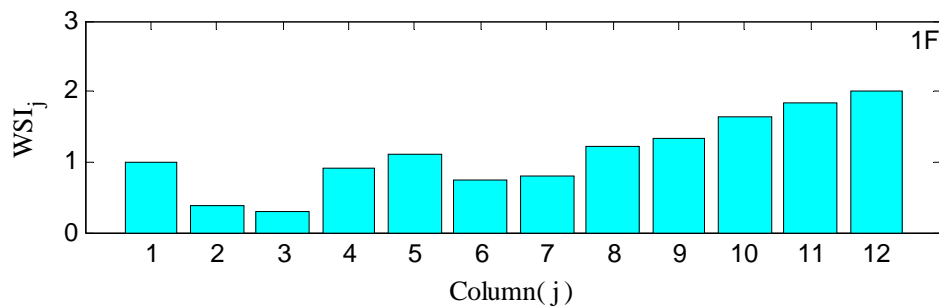
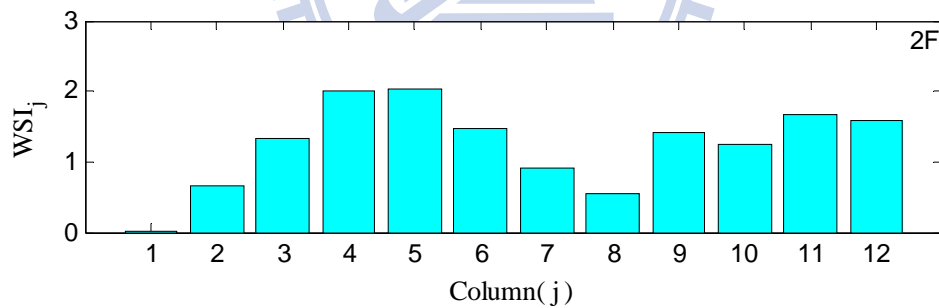


圖4.8(d) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；Case.4：2F-C1柱受損10%)



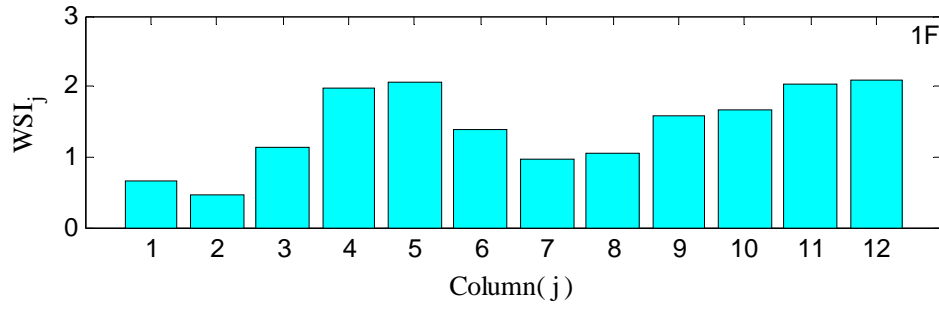
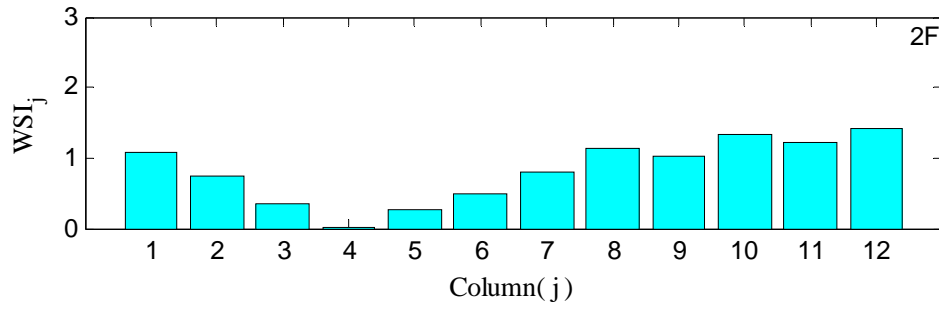


圖4.8(e) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；Case.5：2F-C4柱受損10%)

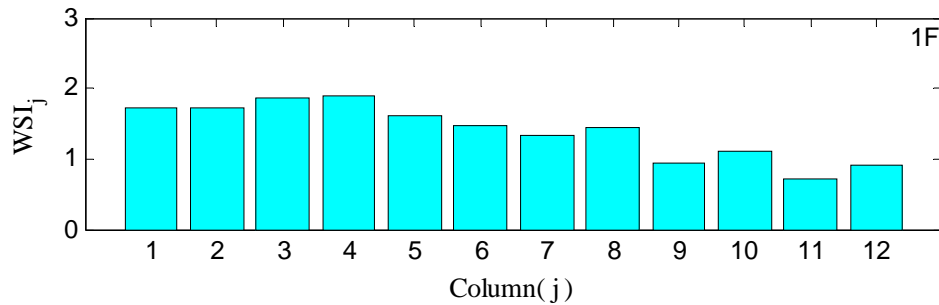
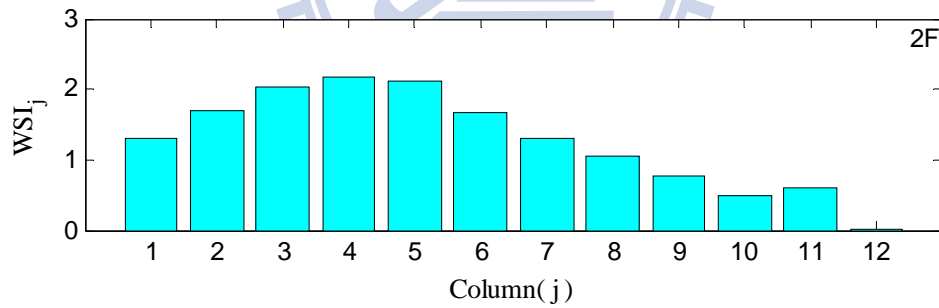


圖4.8(f) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(特徵分析；Case.6：2F-C12柱受損10%)

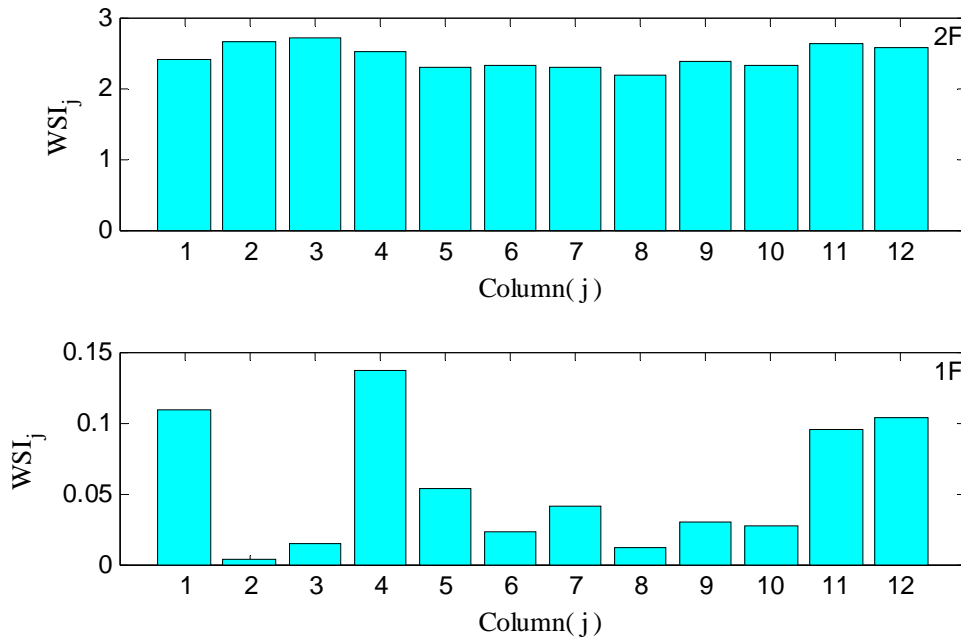


圖4.9(a) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.1：1F-C2,C8柱受損10%)

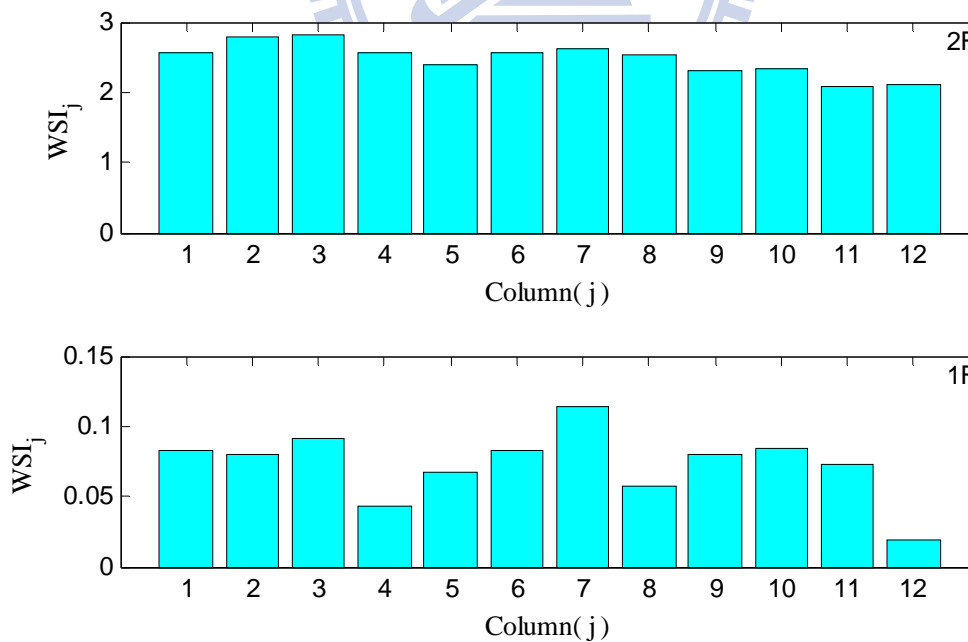


圖4.9(b) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.2：1F-C4,C12柱受損10%)

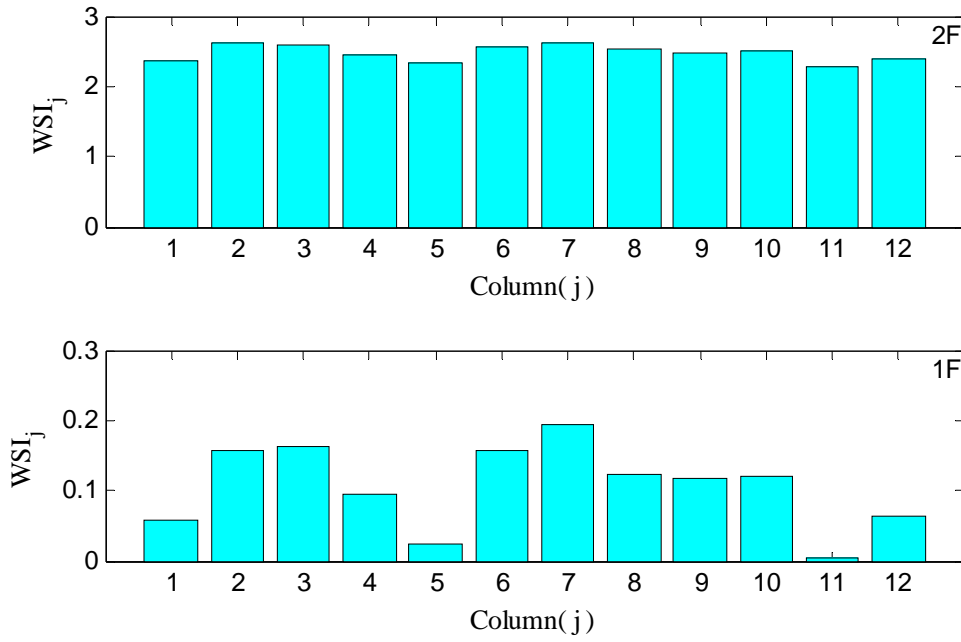


圖4.9(c) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.3：1F-C5,C11柱受損10%)

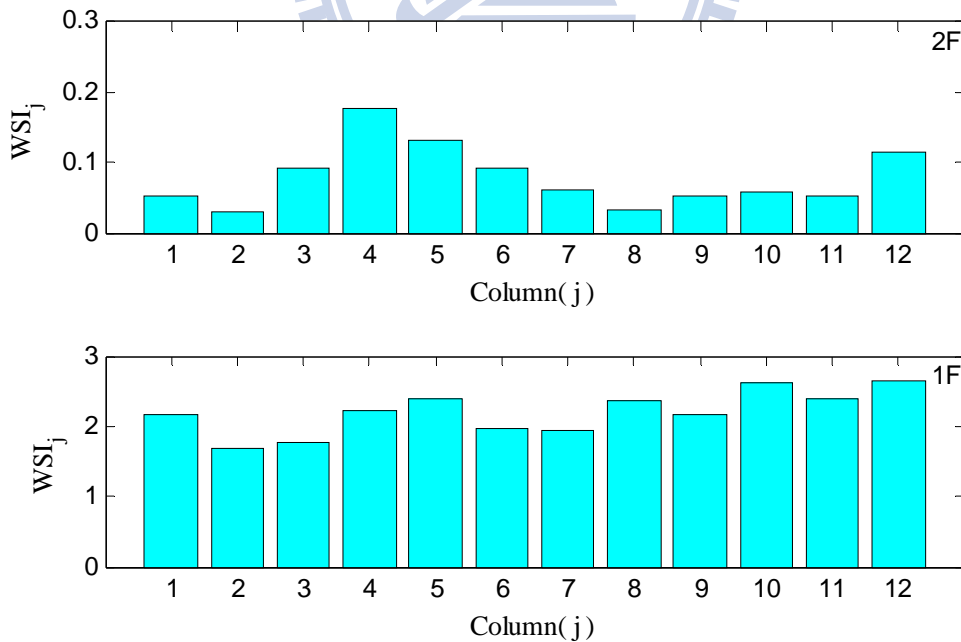


圖4.9(d) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.4：2F-C2,C8柱受損10%)

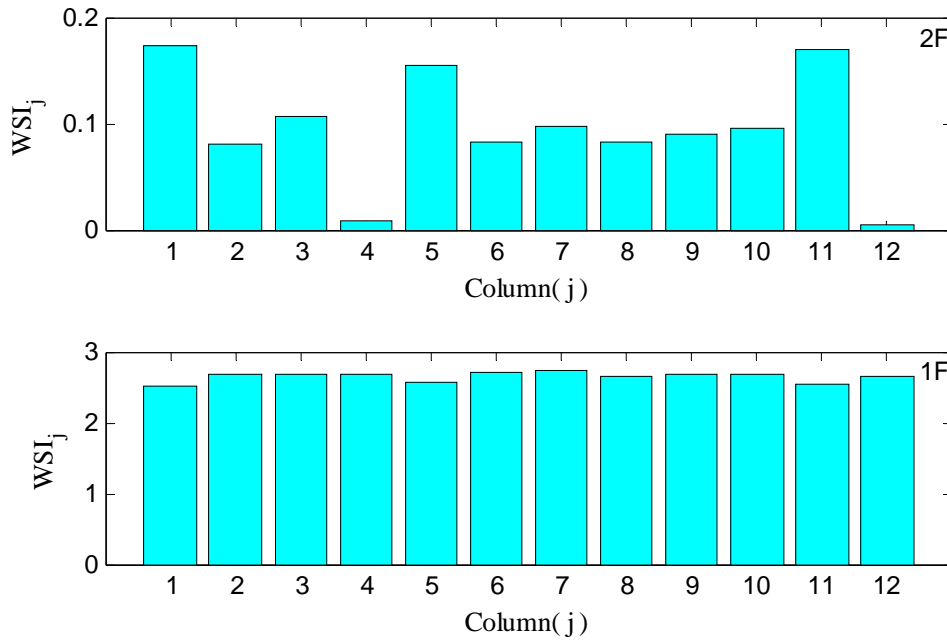


圖4.9(e) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.5：2F-C4,C12柱受損10%)

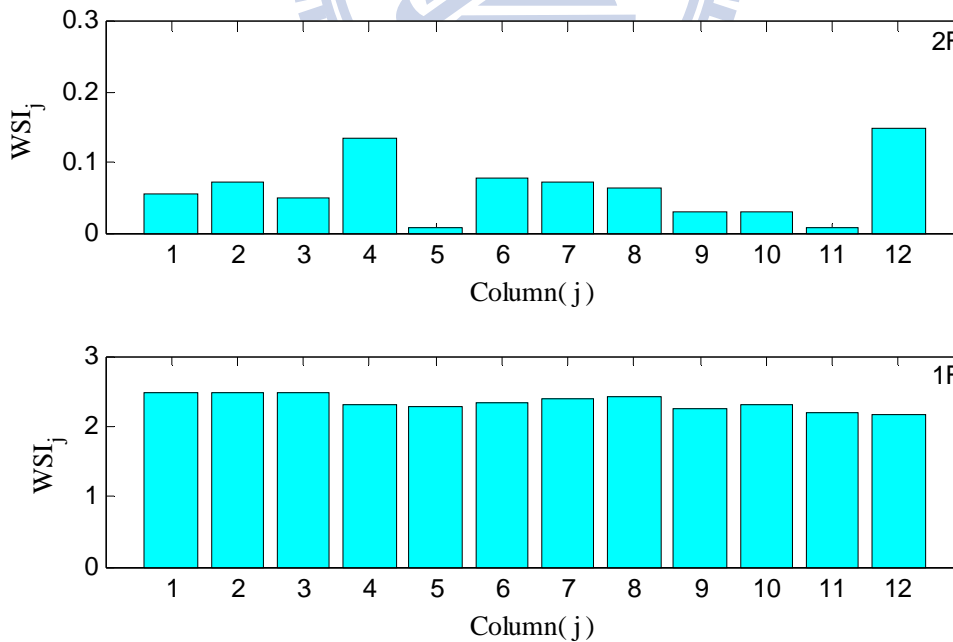


圖4.9(f) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.6：2F-C5,C11柱受損10%)

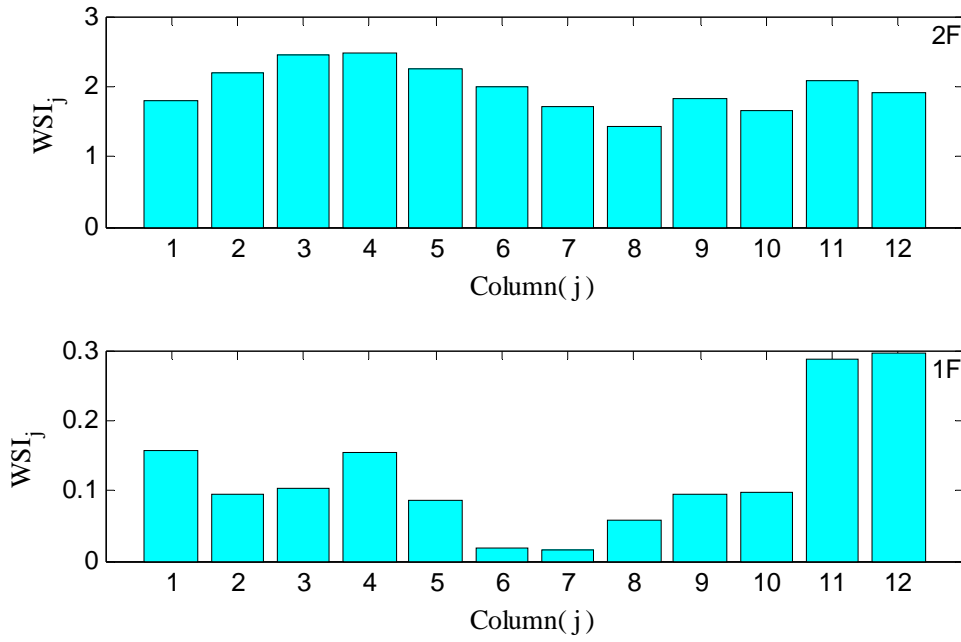


圖4.10(a) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.1：1F-C6,C7柱受損10%)

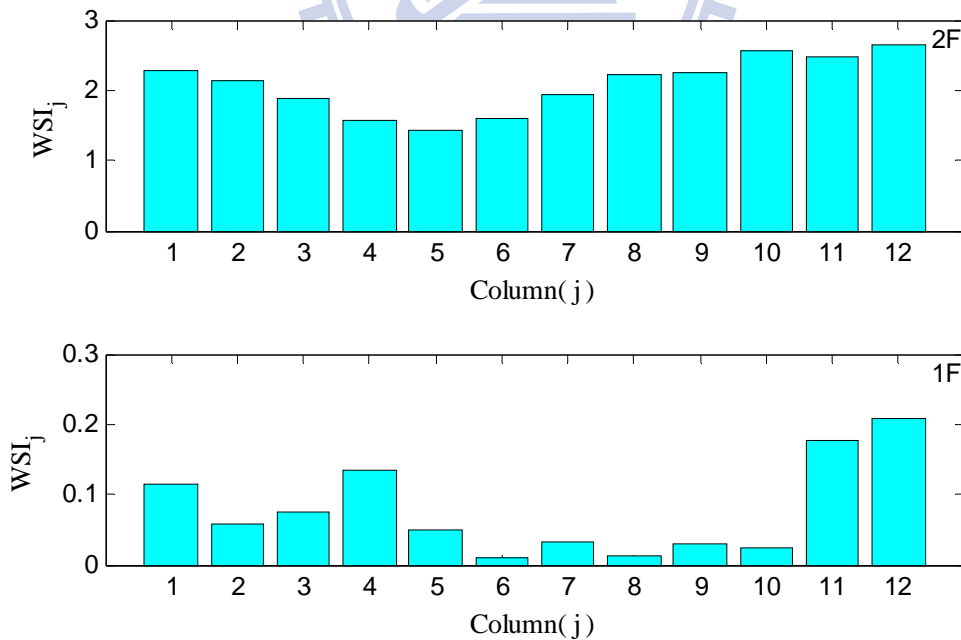


圖4.10(b) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.2：1F-C6,C8柱受損10%)

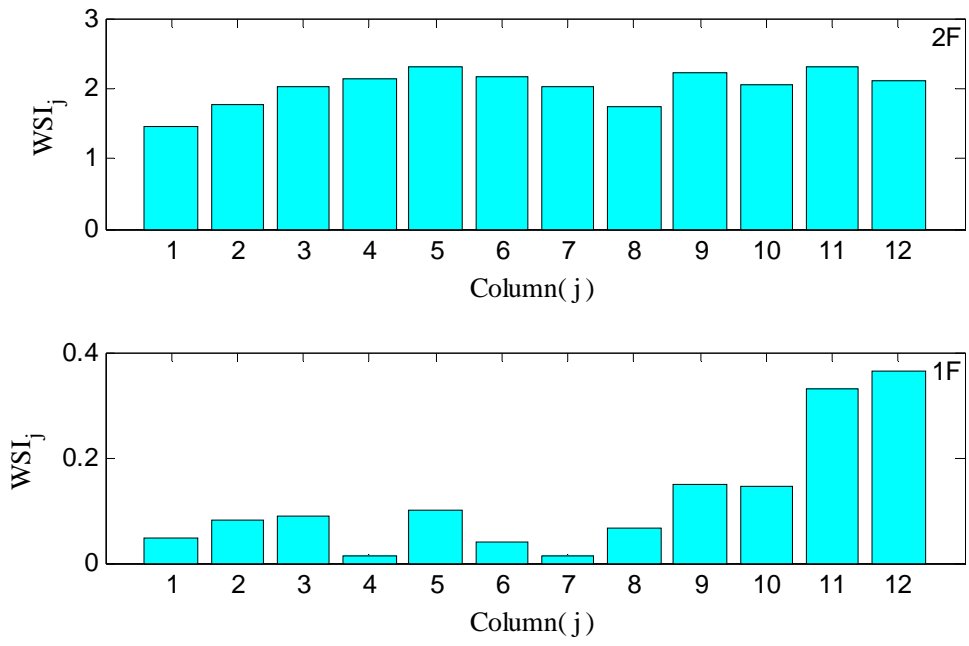


圖4.10(c) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.3：1F-C4,C7柱受損10%)

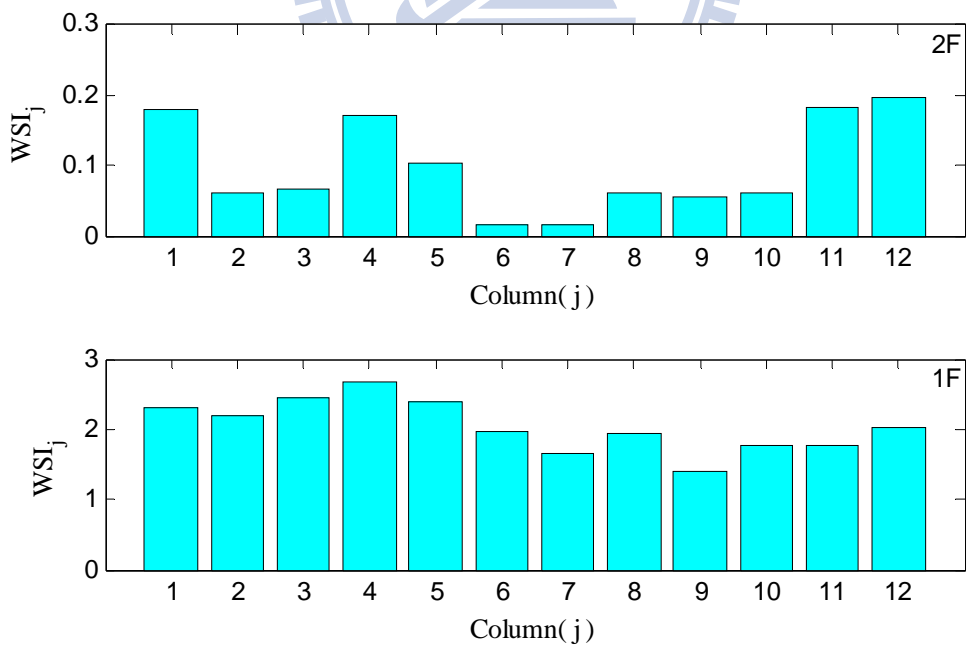


圖4.10(d) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.4：2F-C6,C7柱受損10%)

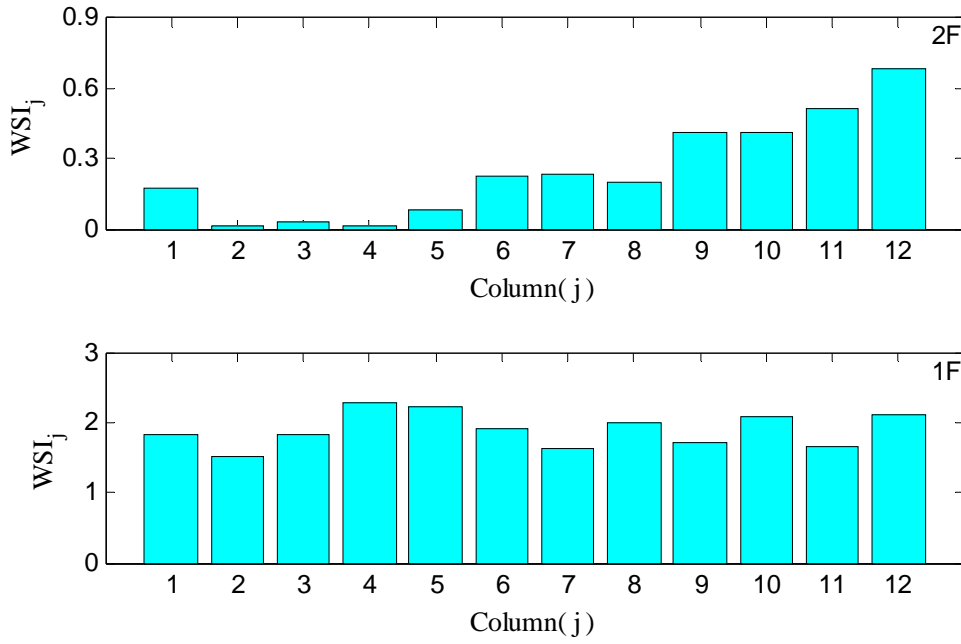


圖4.10(e) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.5：2F-C2,C4柱受損10%)

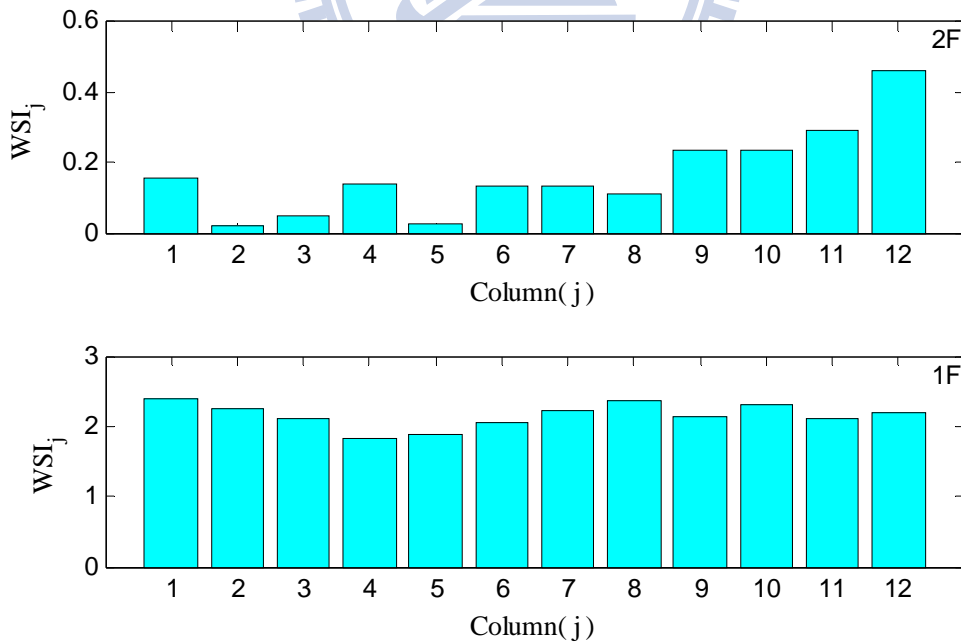


圖4.10(f) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.6：2F-C2,C5柱受損10%)

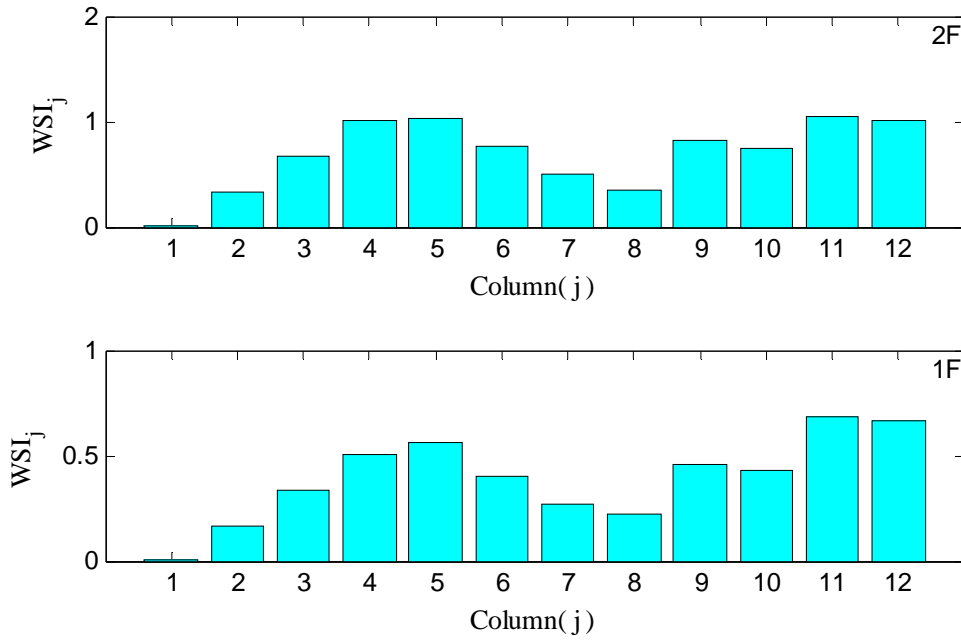


圖4.11(a) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果  
 (特徵分析；Case.1：2F-C1&1F-C1柱受損10%)

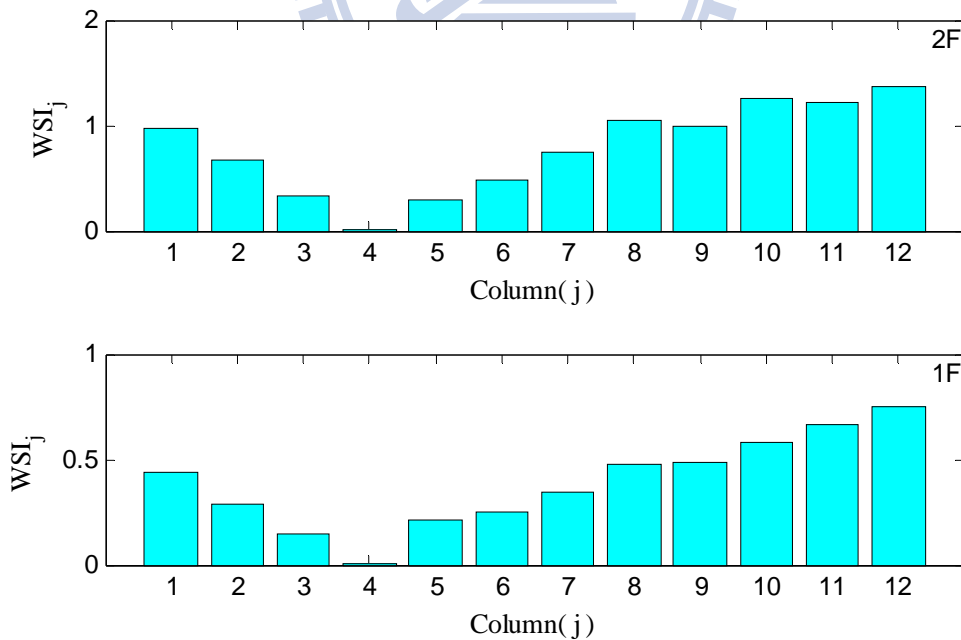


圖4.11(b) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果  
 (特徵分析；Case.2：2F-C4&1F-C4柱受損10%)



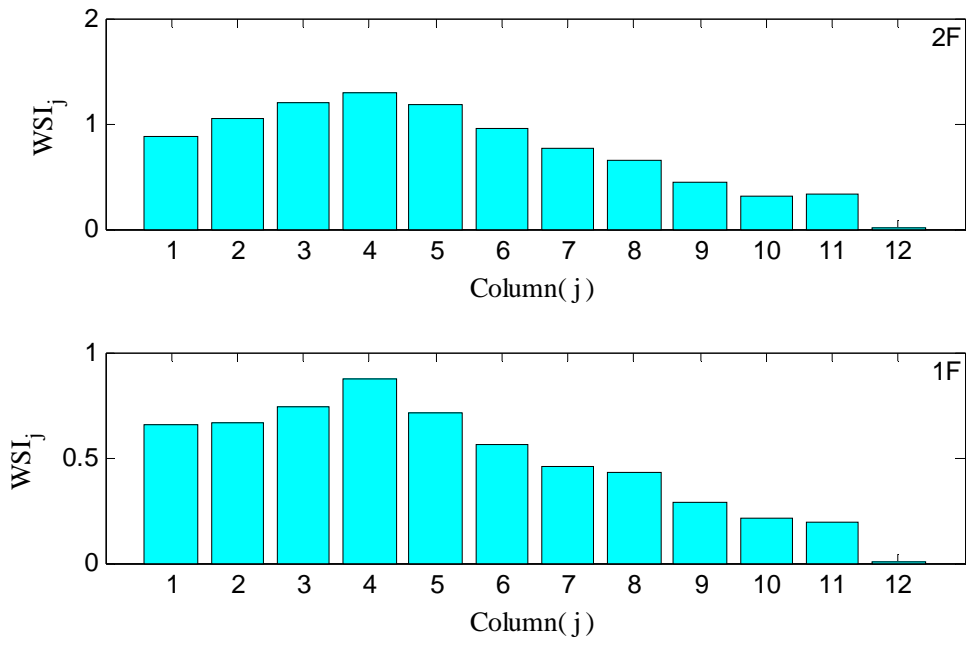


圖4.11(c) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.3：2F-C12&1F-C12柱受損10%)

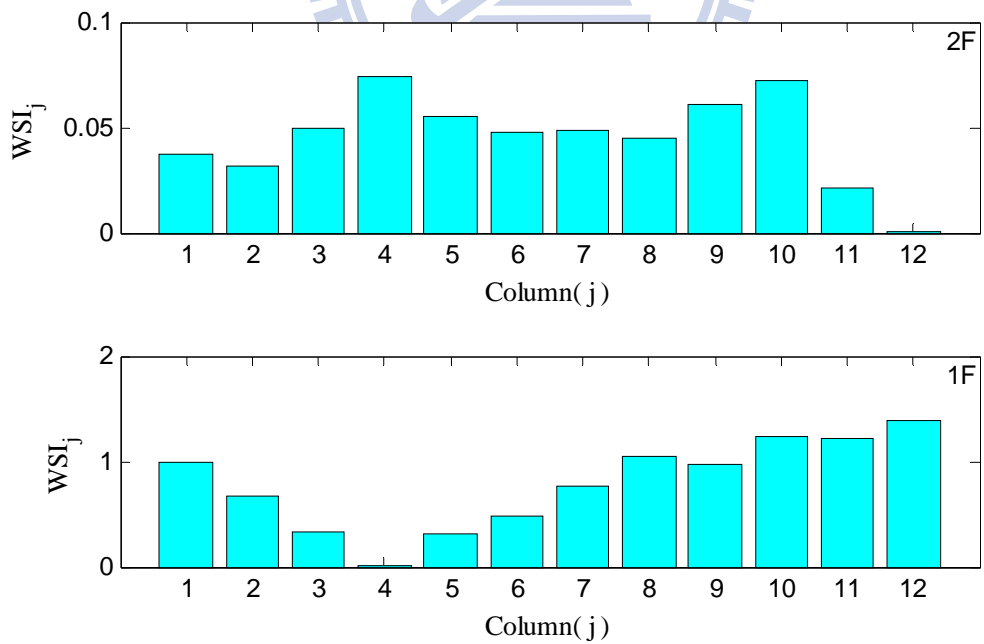


圖4.11(d) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.4：2F-C12&1F-C4柱受損10%)

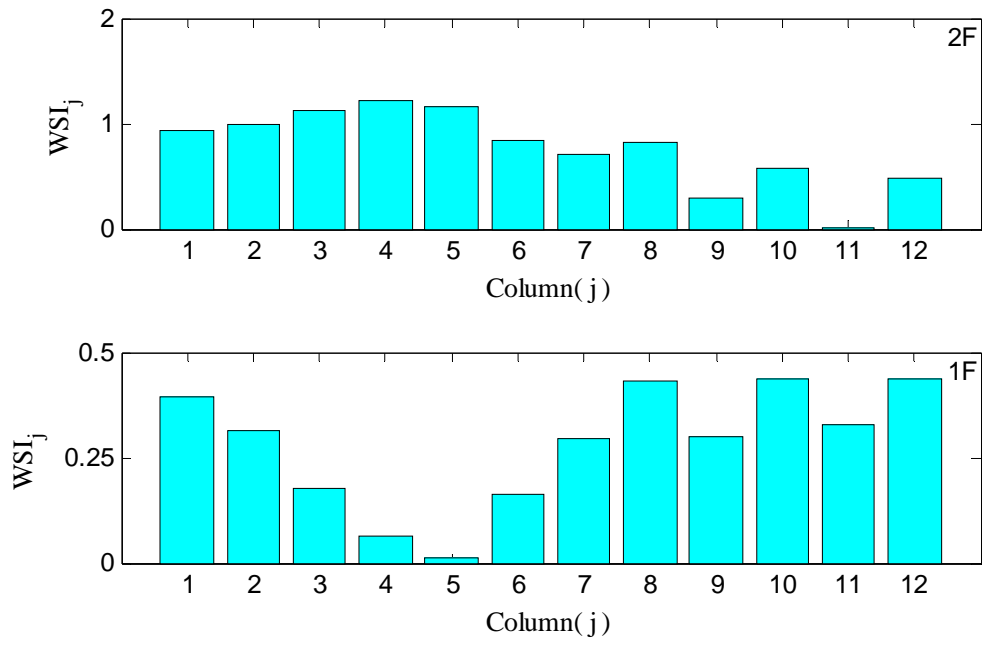


圖4.11(e) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.5：2F-C11&1F-C5柱受損10%)

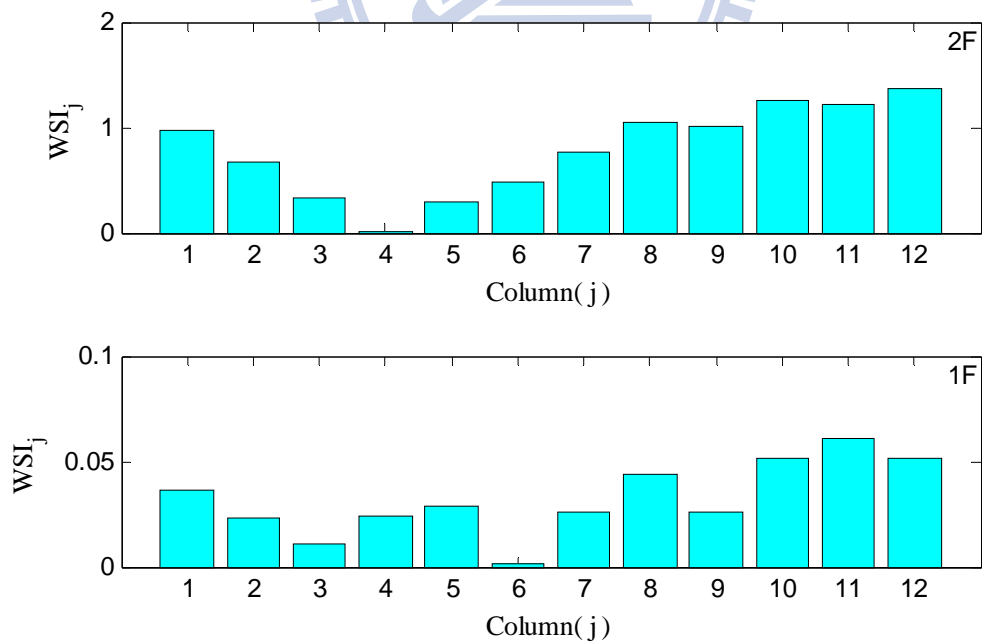


圖4.11(f) 複數樓層-各單根柱受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.6：2F-C4&1F-C6柱受損10%)

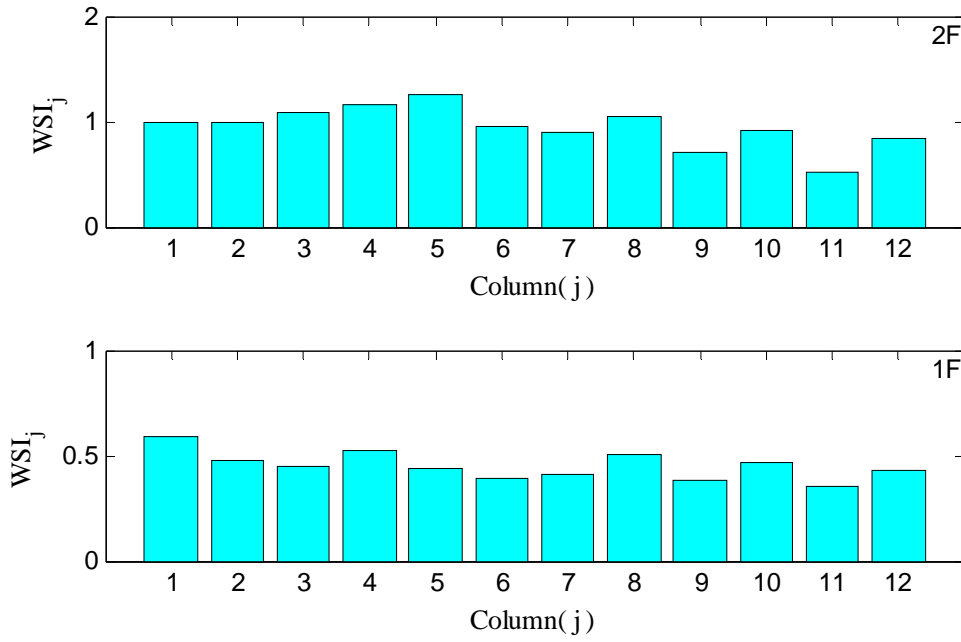


圖4.12(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%)

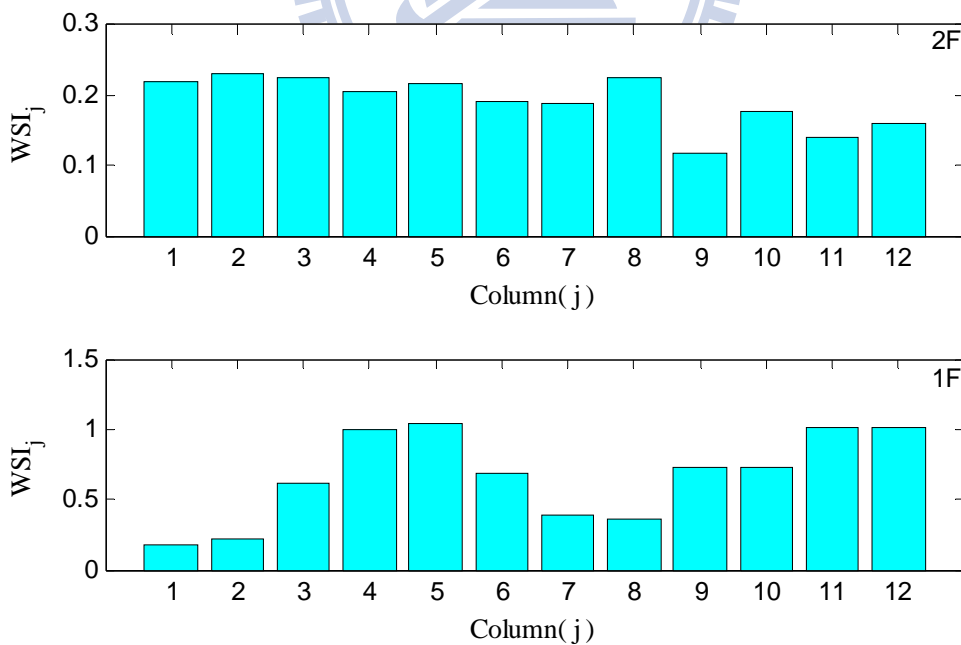


圖4.12(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%)

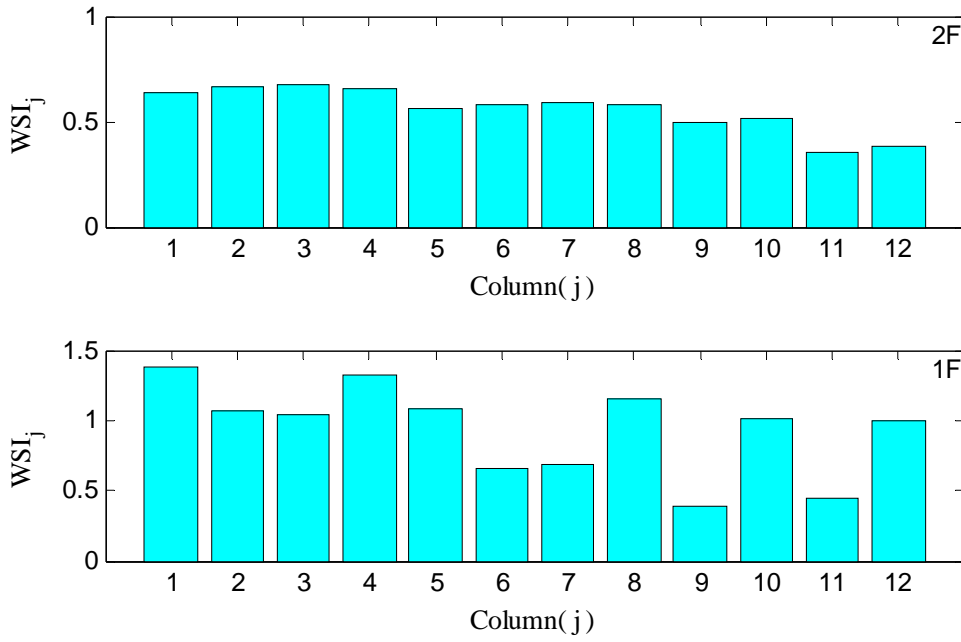


圖4.12(c) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%)

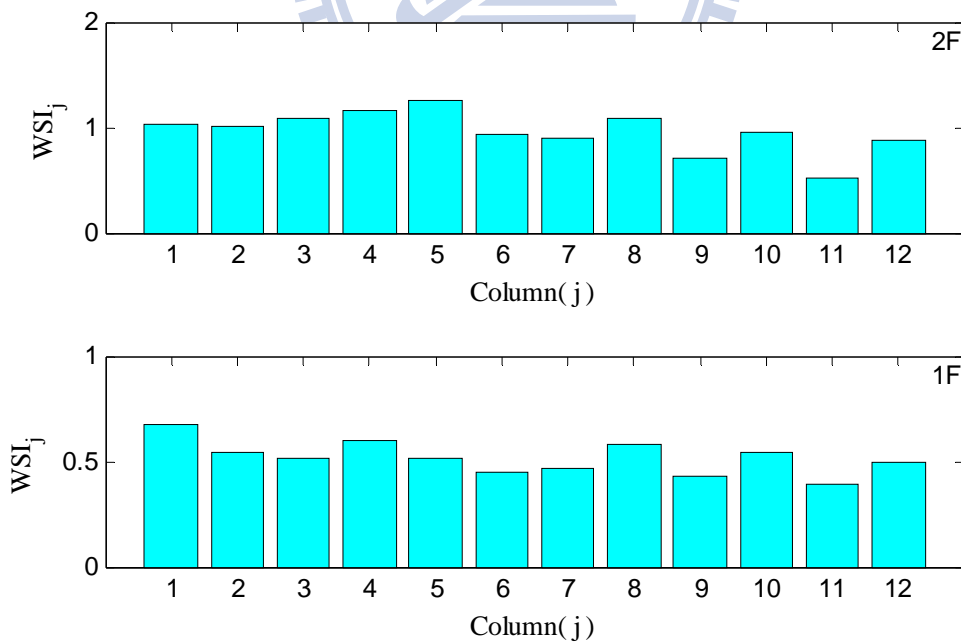


圖4.12(d) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.4：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損40%)

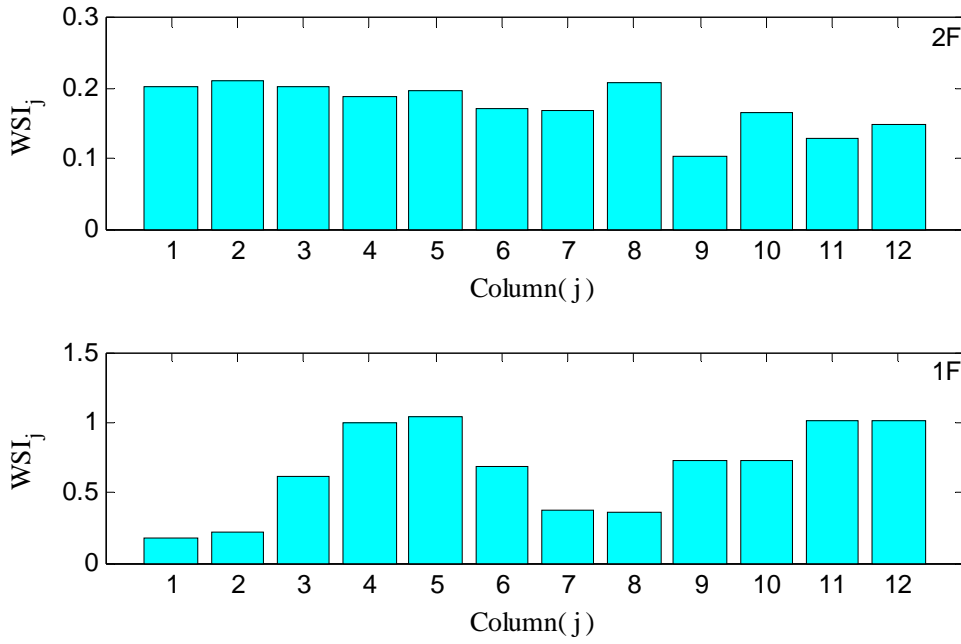


圖4.12(e) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.5：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損40%)

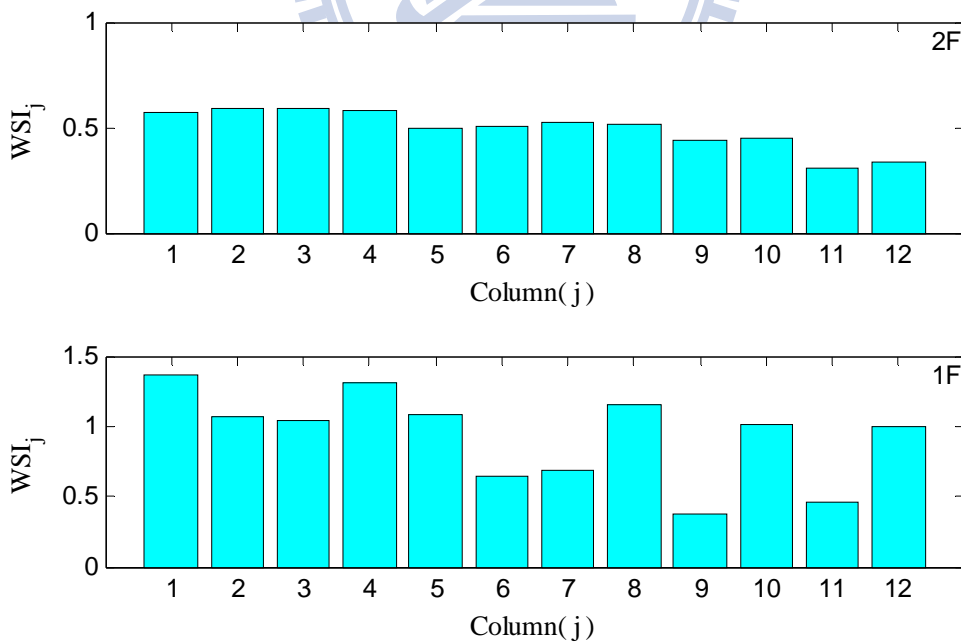


圖4.12(f) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.6：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損40%)

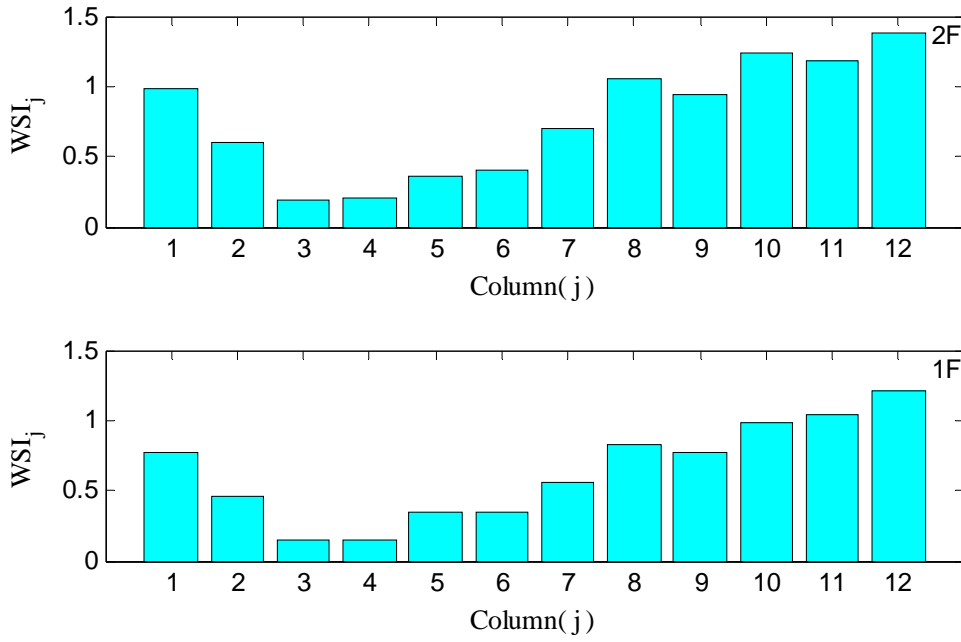


圖4.13(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.1：2F-C3,C4&1F-C3,C4柱受損10%)

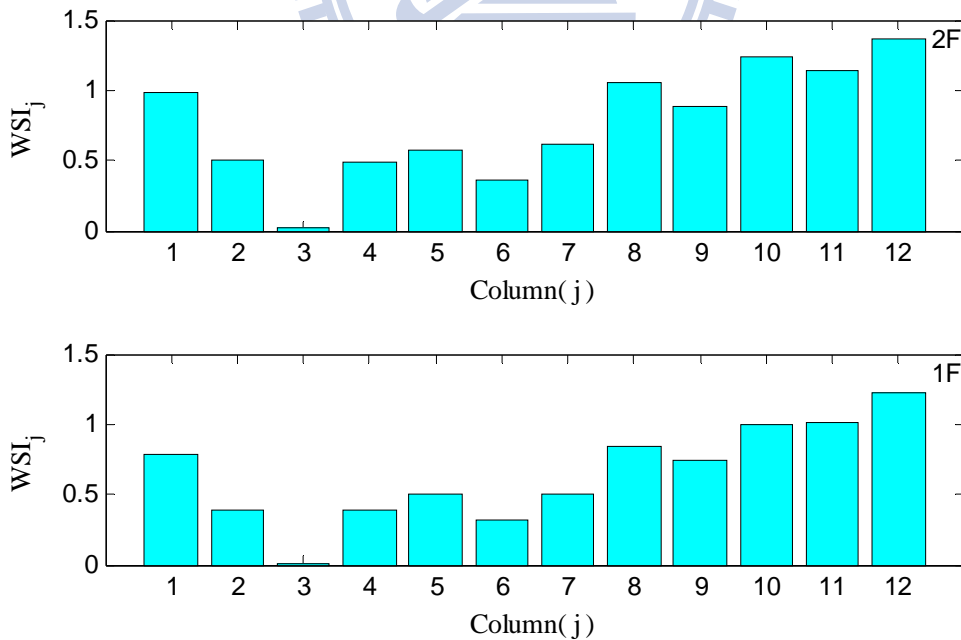


圖4.13(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%)

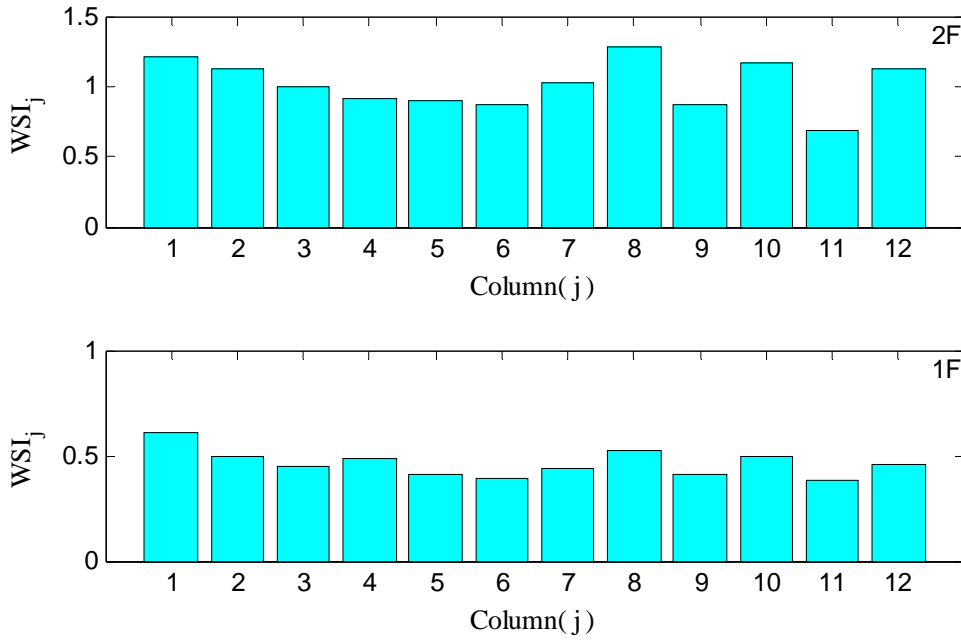


圖4.13(c) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.3：2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損10%)

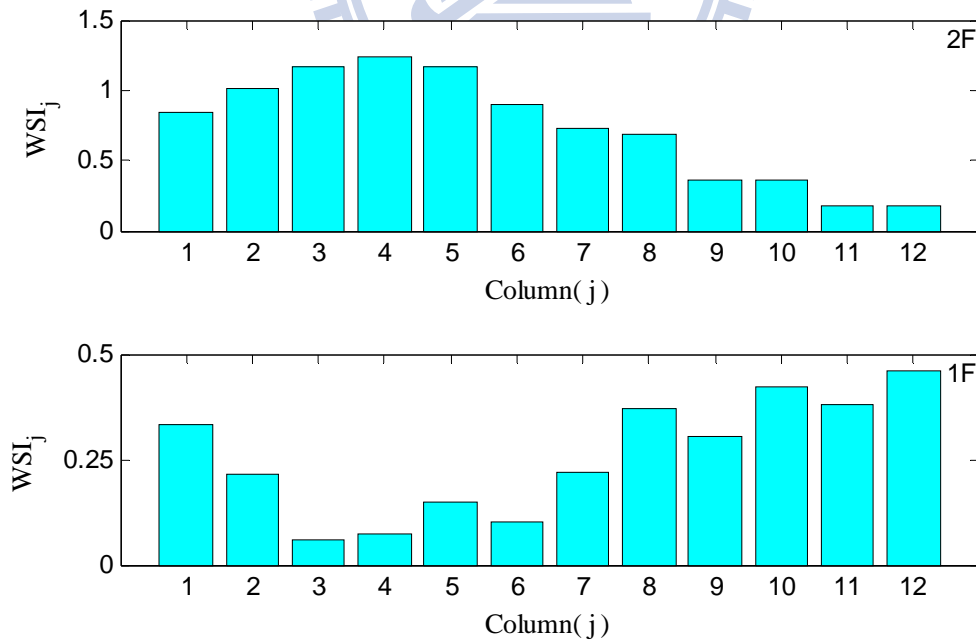


圖4.13(d) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.4：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%)

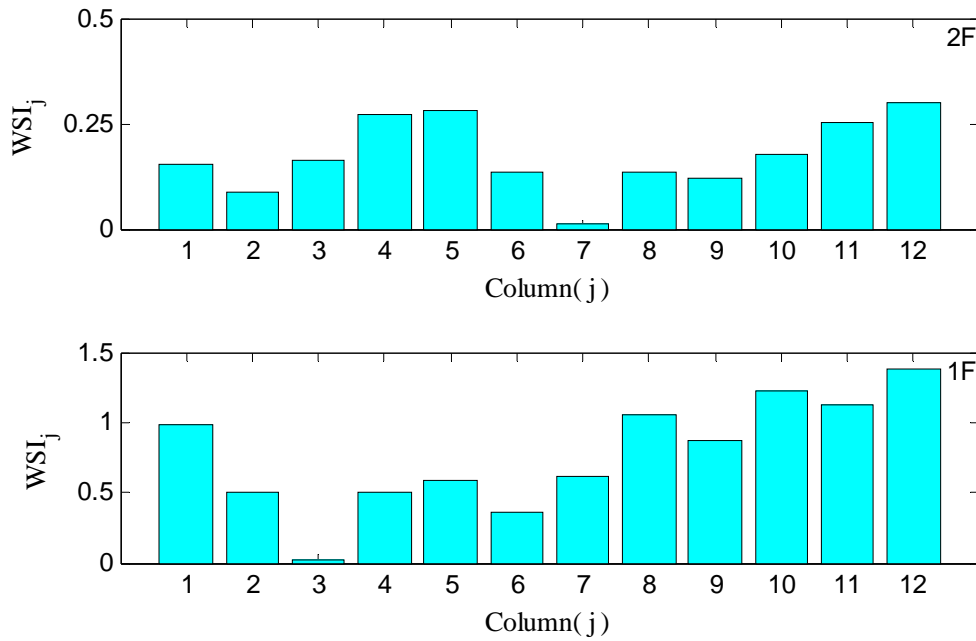


圖4.13(e) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%)

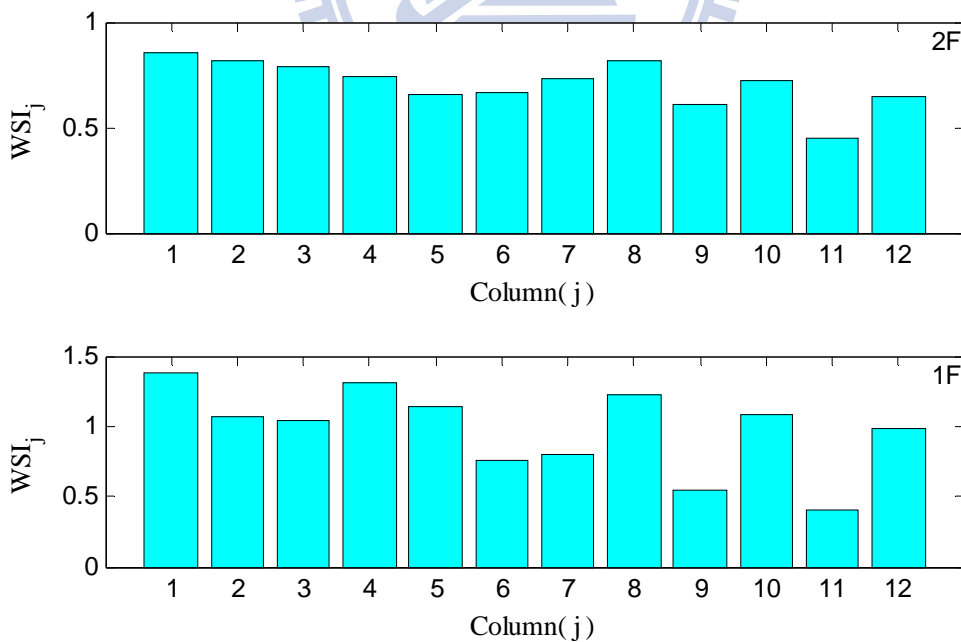


圖4.13(f) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(特徵分析；Case.6：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%)



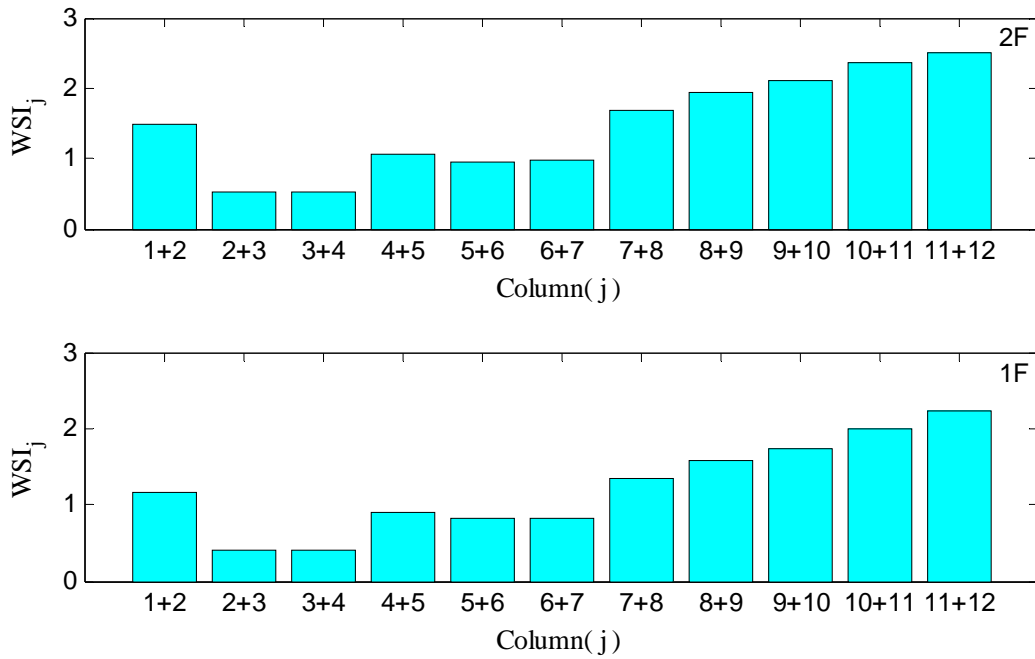


圖4.14(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.2二次偵測分析結果  
(特徵分析；Case.2：2F-C2,C4&1F-C2,C4柱受損10%)

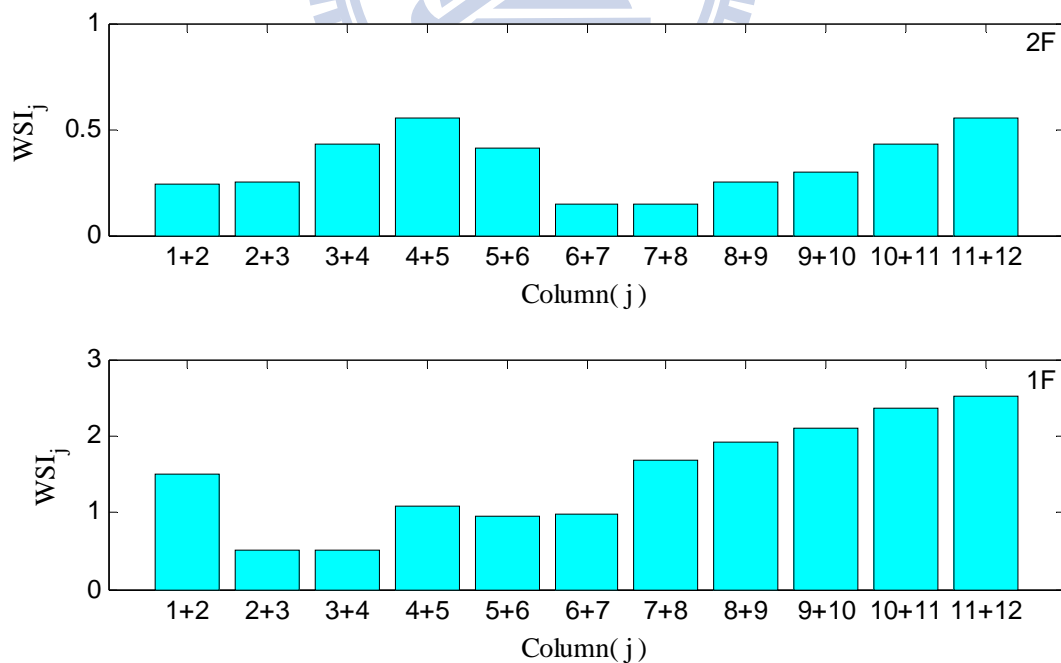


圖4.14(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.5二次偵測分析結果  
(特徵分析；Case.5：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%)

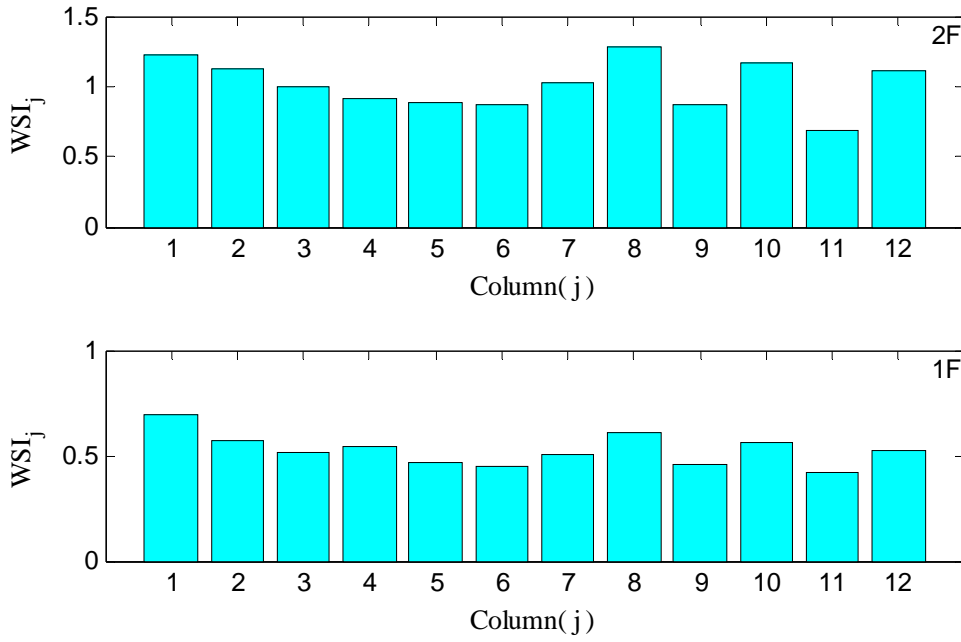


圖4.15(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 放大柱受損程度分析結果(特徵分析； Case.3'：2F-C4,C11&1F-C4,C11柱受損40%)

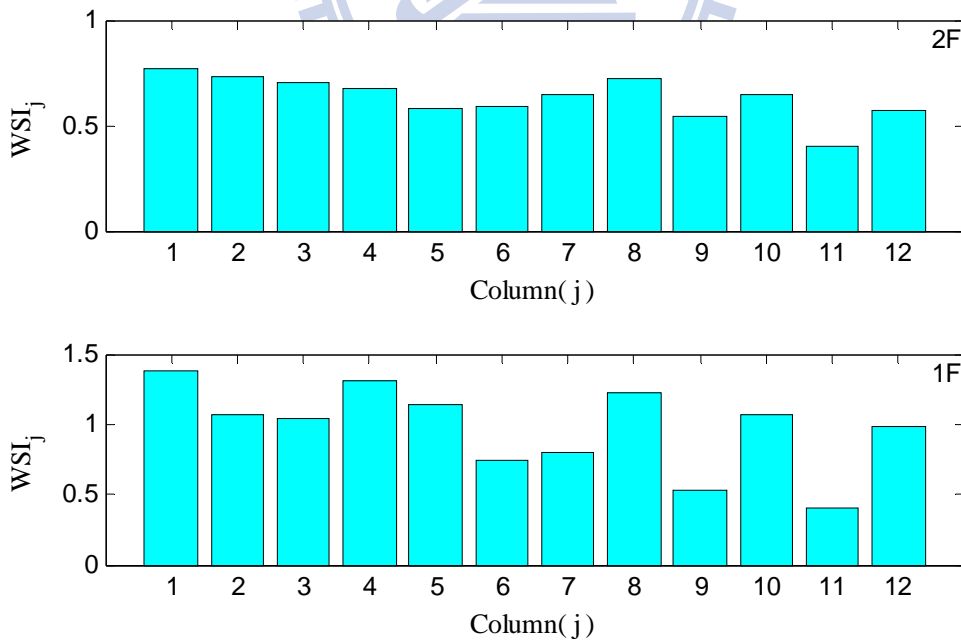


圖4.15(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.6' 放大柱受損程度分析結果(特徵分析； Case.6'：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損40%)

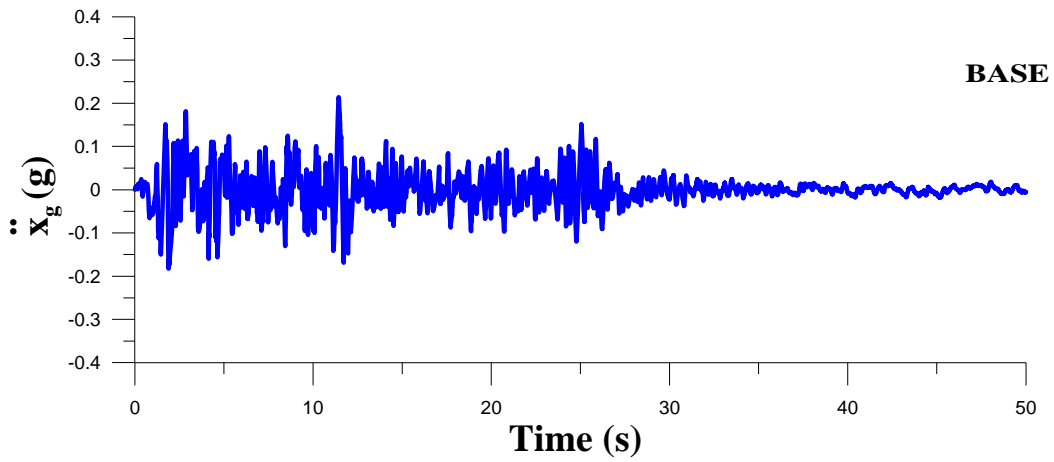


圖5.1(a) El Centro- $x$ 向(東西向)地震波加速度歷時圖

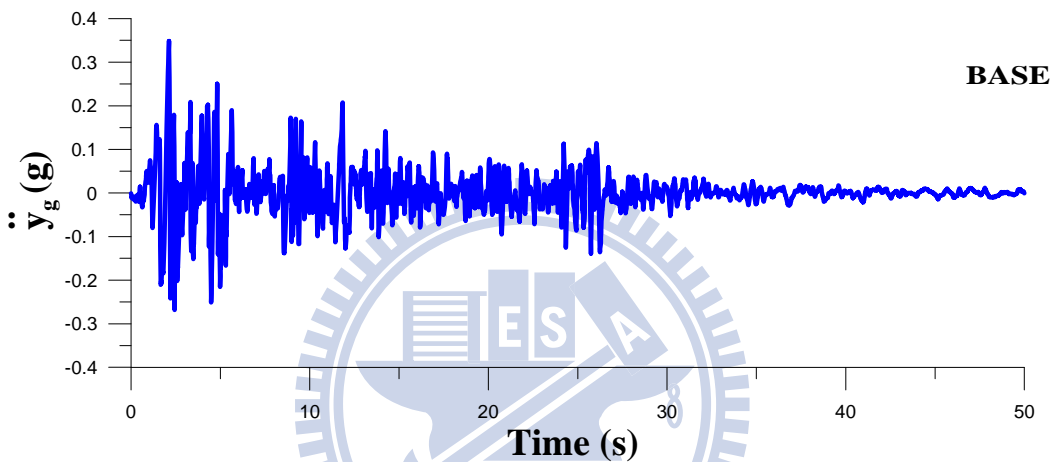


圖5.1(b) El Centro- $y$ 向(南北向)地震波加速度歷時圖

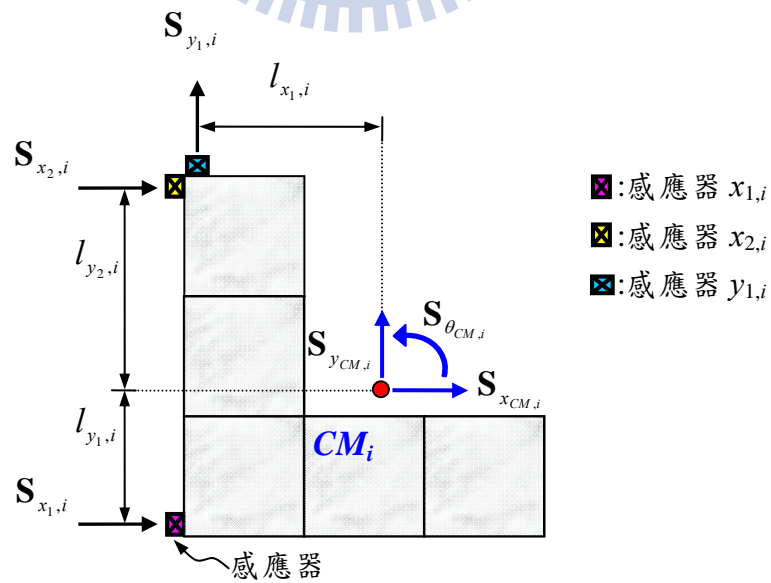


圖 5.2 各樓層感應器安裝示意圖

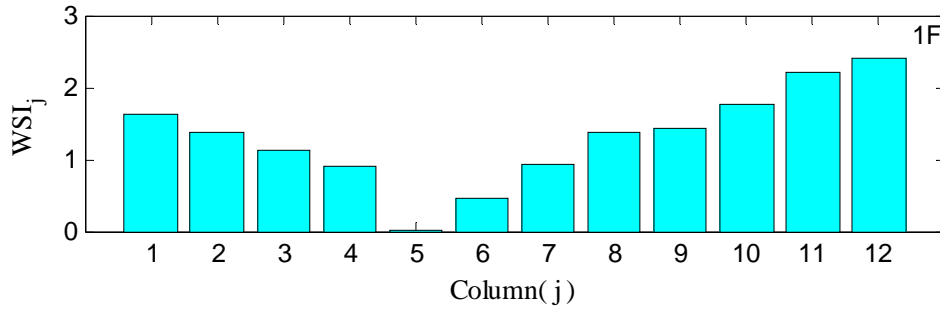
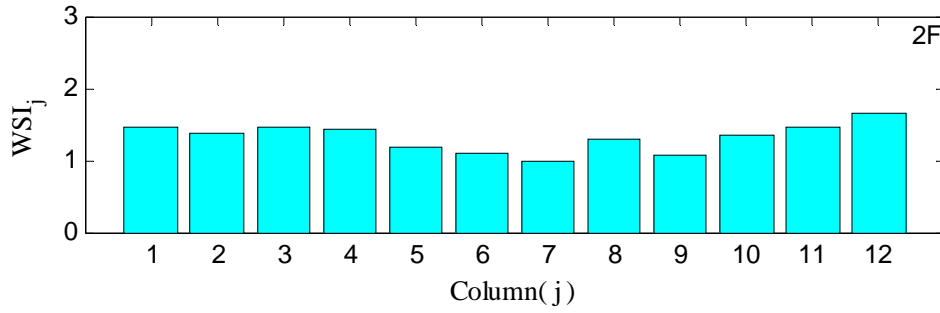


圖5.3(a) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(系統識別；Case.1：1F-C5柱受損10%)

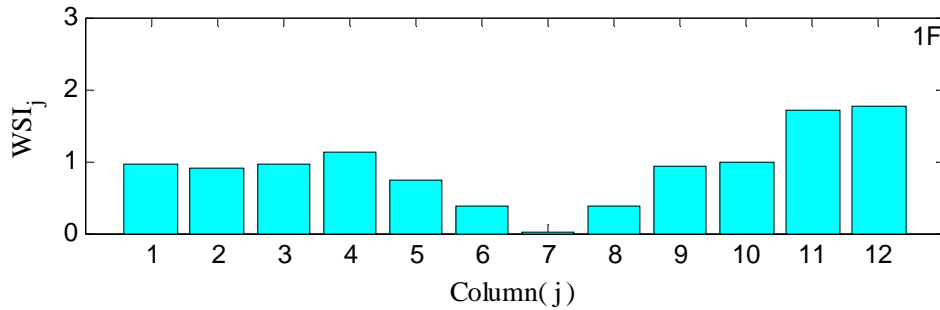
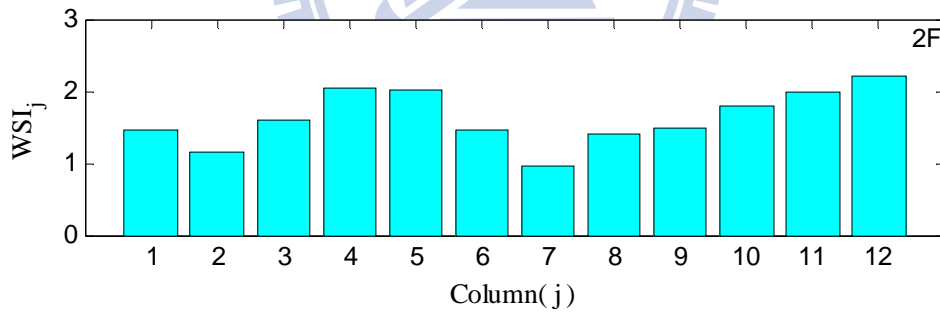


圖5.3(b) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(系統識別；Case.2：1F-C7柱受損10%)

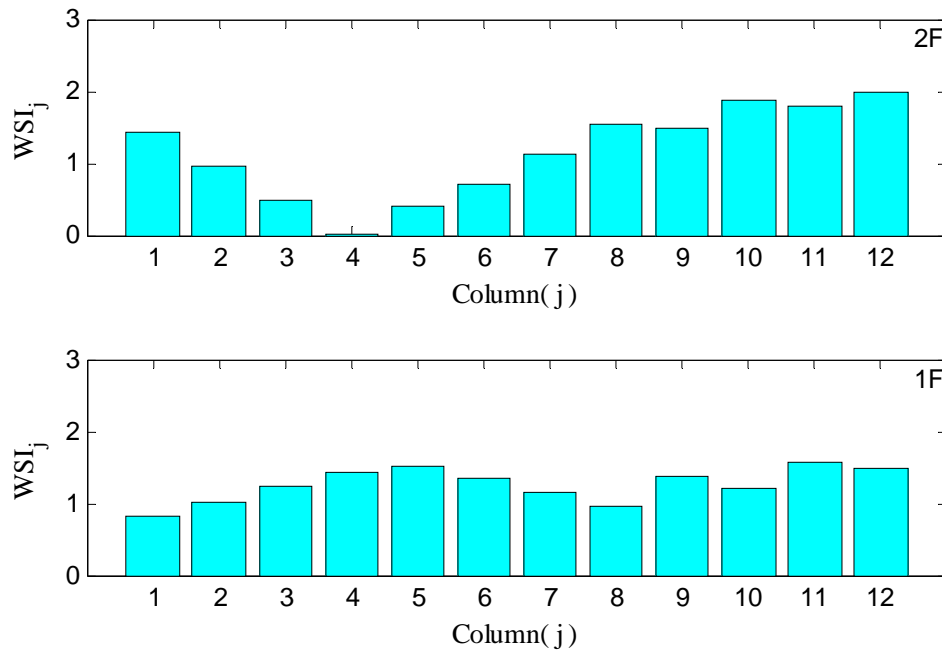


圖5.3(c) 單一樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果

(系統識別；Case.3：2F-C4柱受損10%)

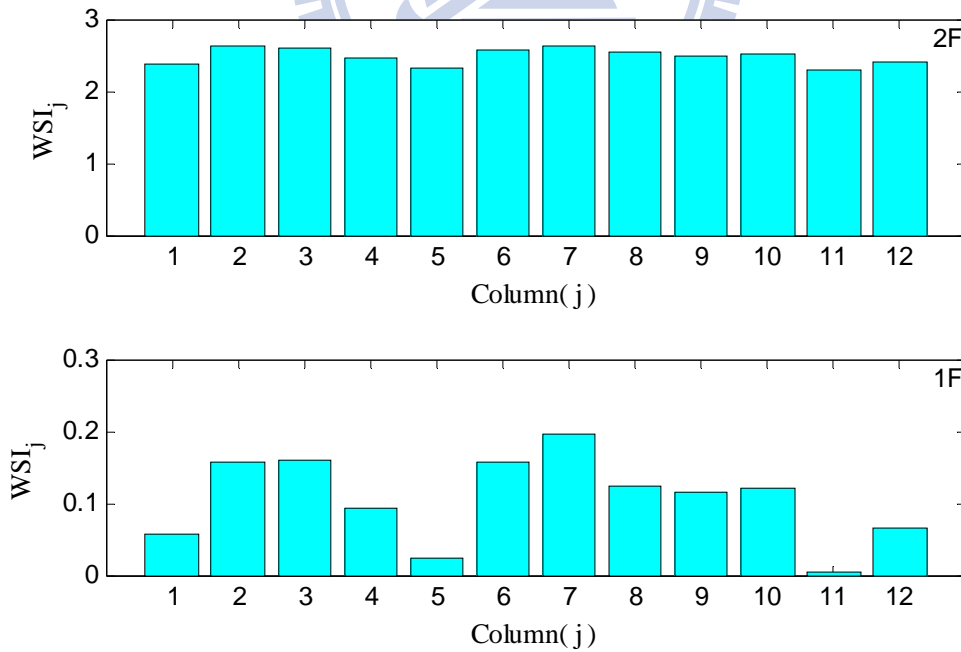


圖5.4(a) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果

(系統識別；Case.1：1F-C5,C11柱受損10%)

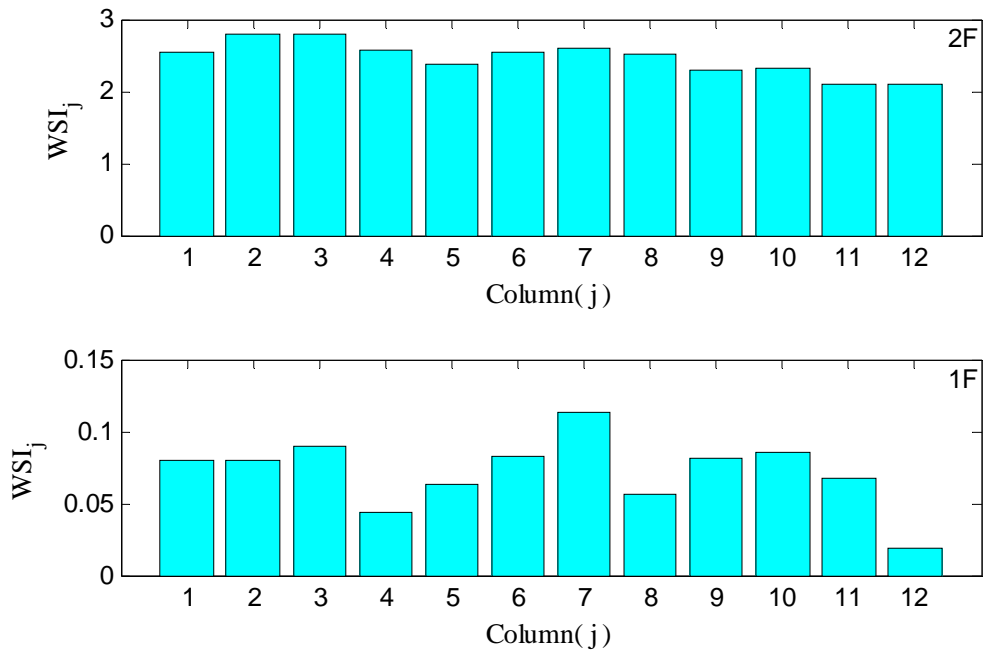


圖5.4(b) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.2：1F-C4,C12柱受損10%)

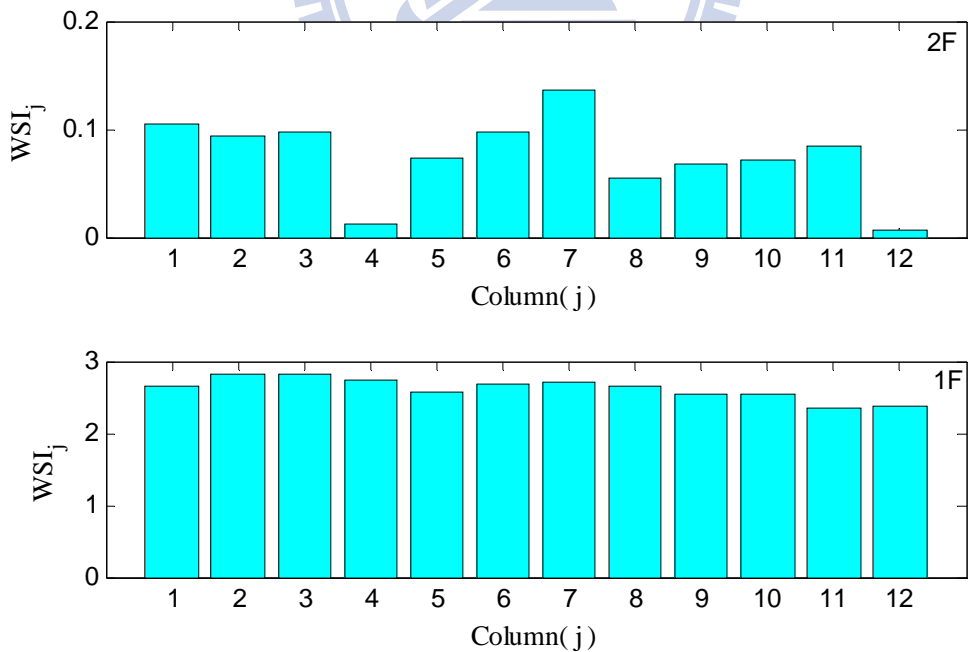


圖5.4(c) 單一樓層-多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.3：2F-C4,C12柱受損10%)

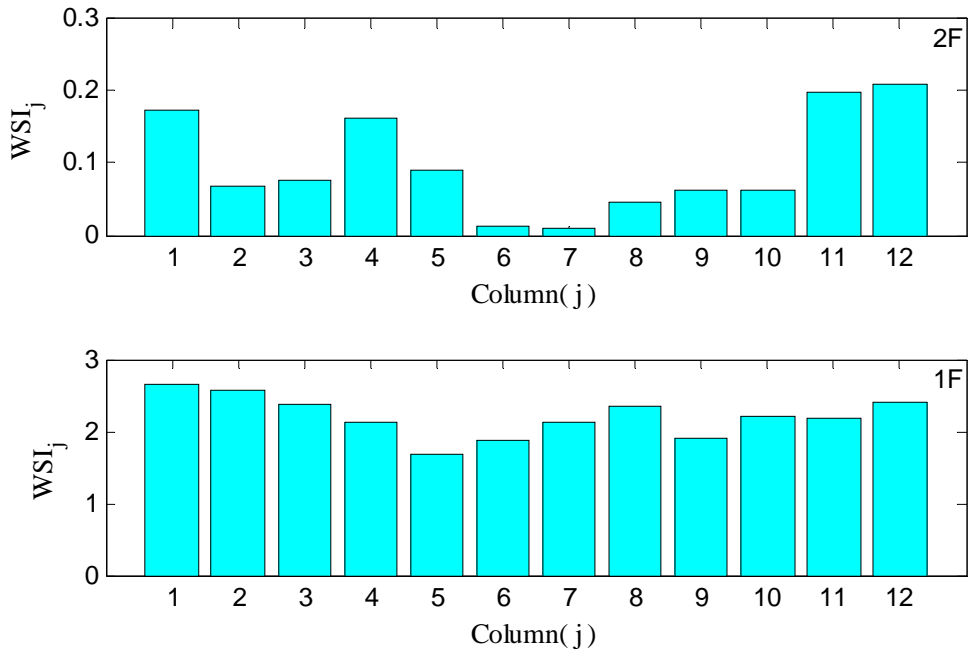


圖5.5(a) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.1：2F-C6,C7柱受損10%)

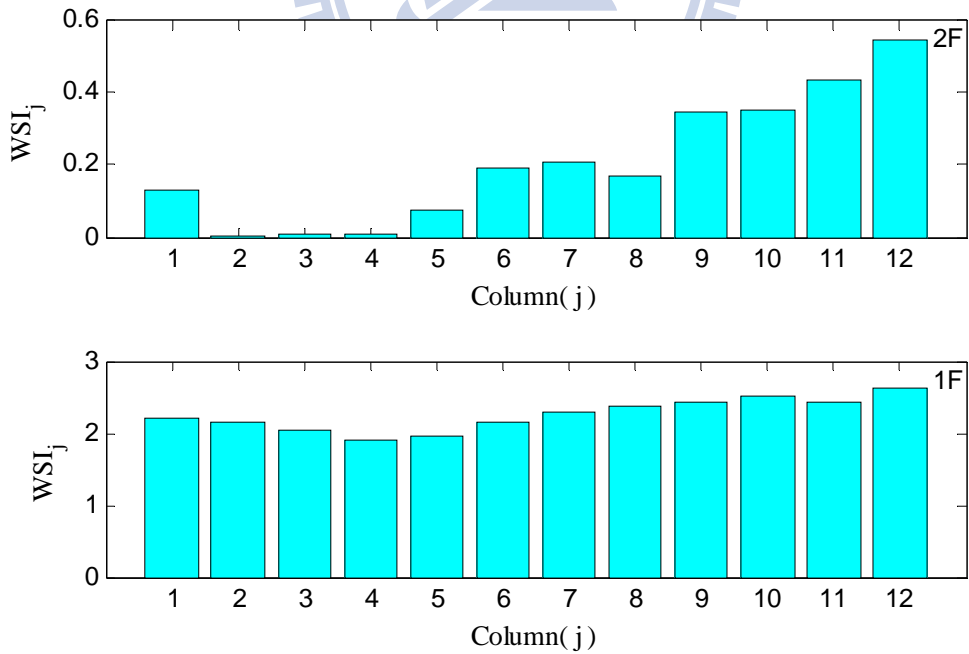


圖5.5(b) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.2：2F-C2,C4柱受損10%)

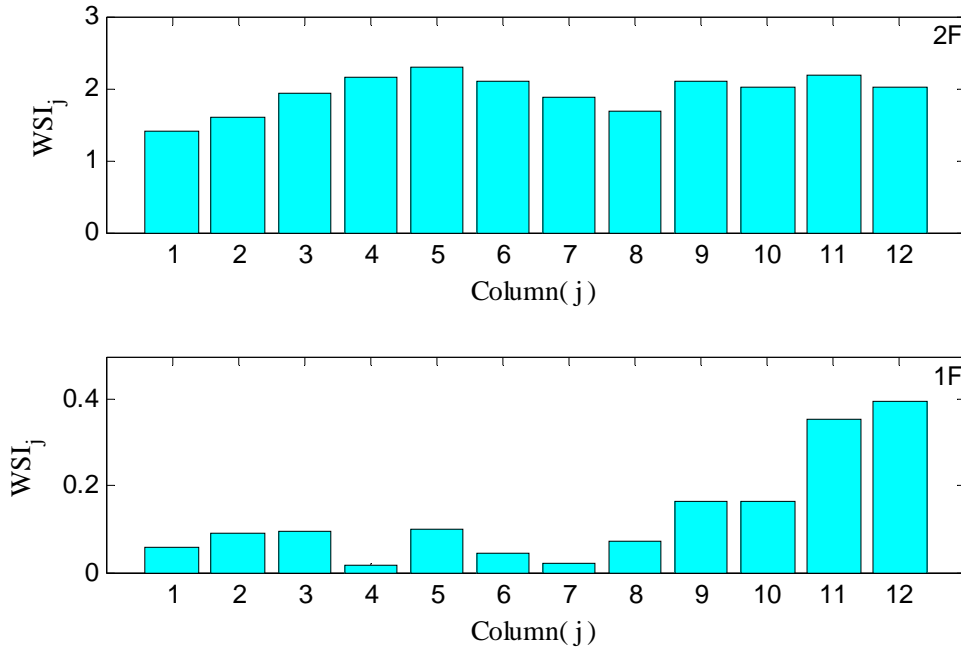


圖5.5(c) 單一樓層-多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.3：1F-C4,C7柱受損10%)

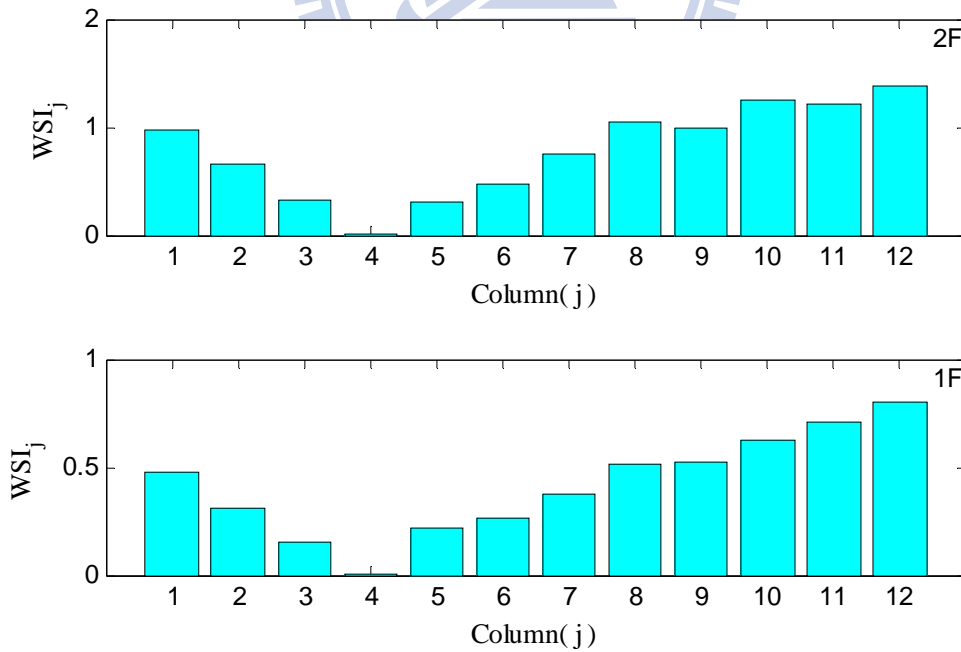


圖5.6(a) 複數樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.1：2F-C4&1F-C4柱受損10%)



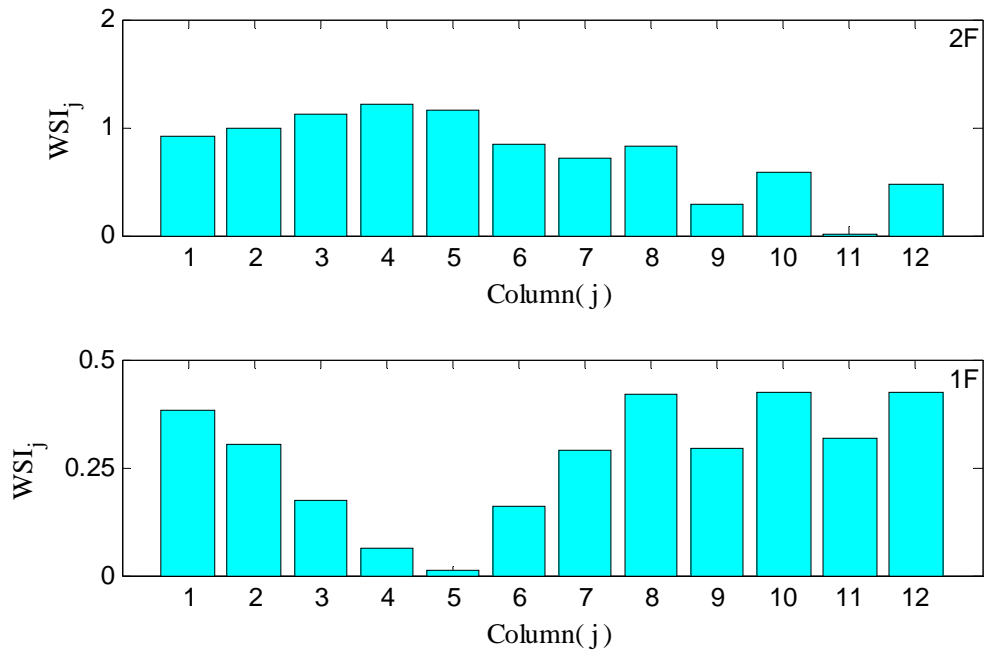


圖5.6(b) 複數樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.2：2F-C11&1F-C5柱受損10%)

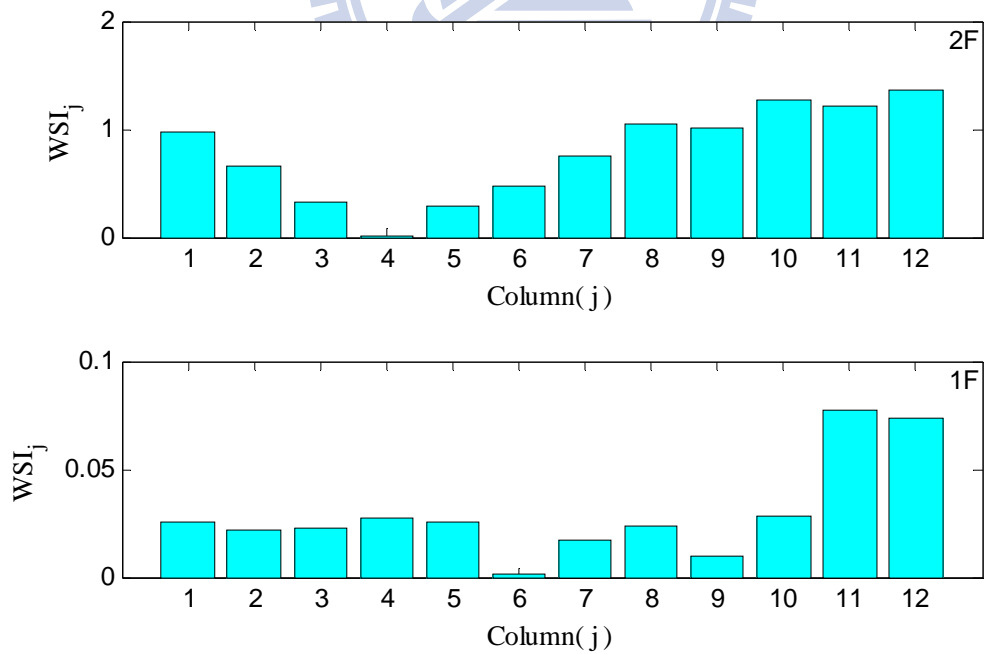


圖5.6(c) 複數樓層-單根柱受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.3：2F-C4&1F-C6柱受損10%)

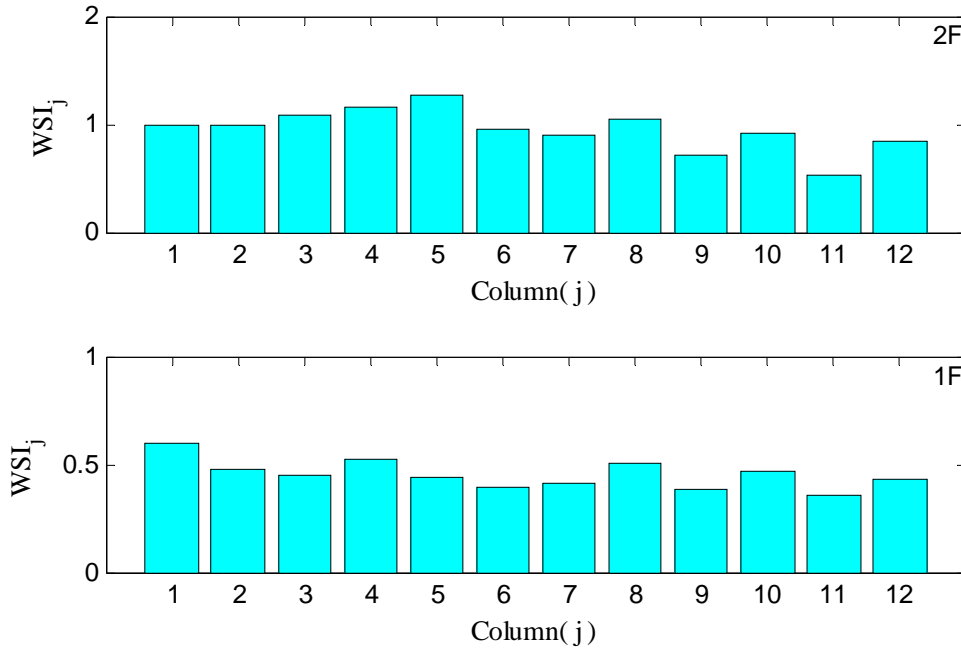


圖5.7(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.1：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損10%)

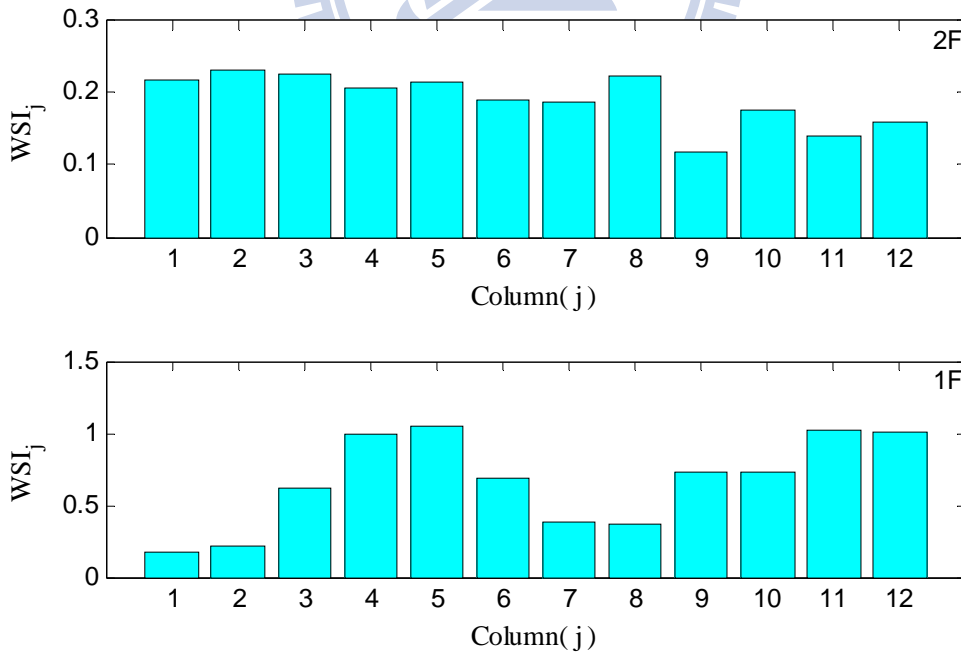


圖5.7(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.2：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損10%)

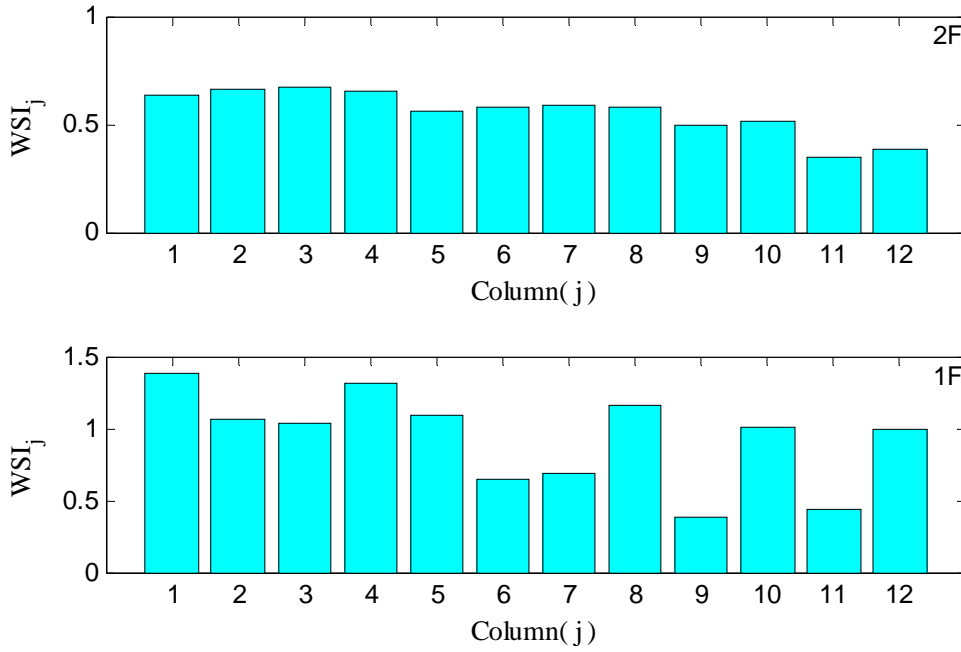


圖5.7(c) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.3：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損10%)

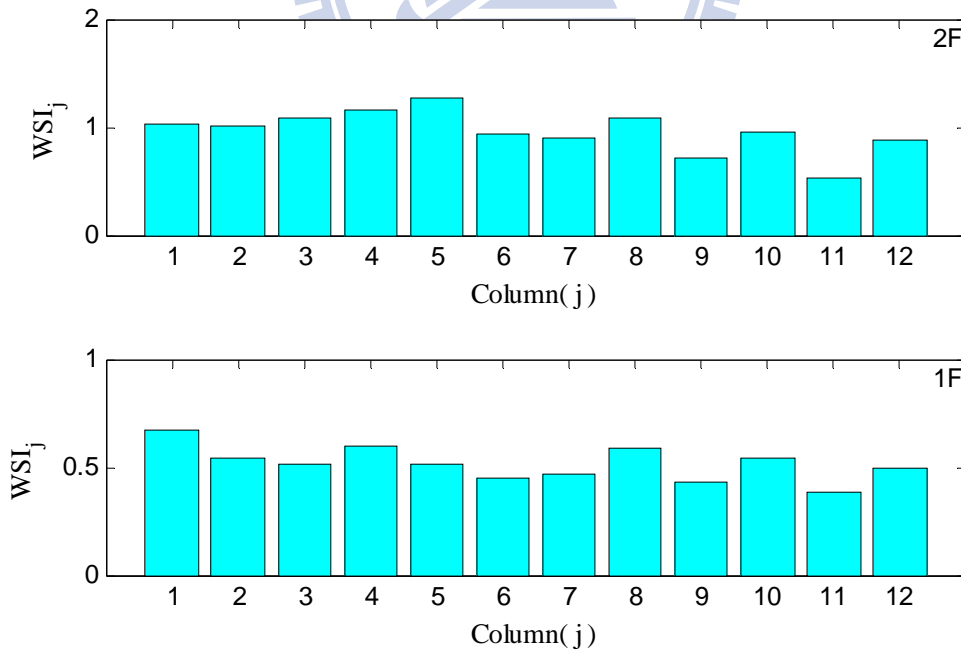


圖5.8(a) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.1'：2F-C4,C12&1F-C4,C12柱受損40%)

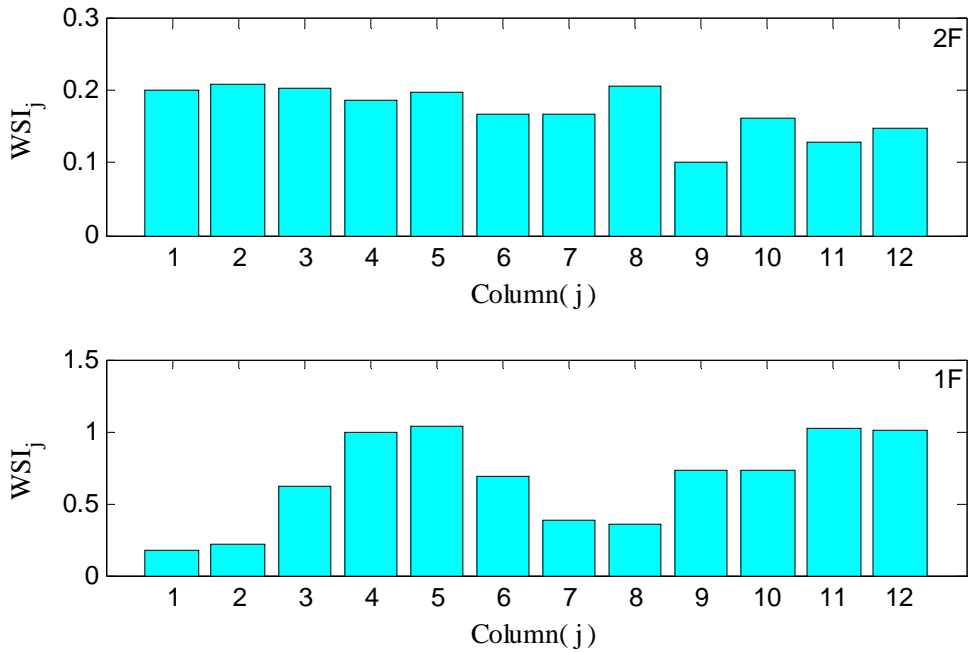


圖5.8(b) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.2'：2F-C4,C12&1F-C2,C8柱受損40%)

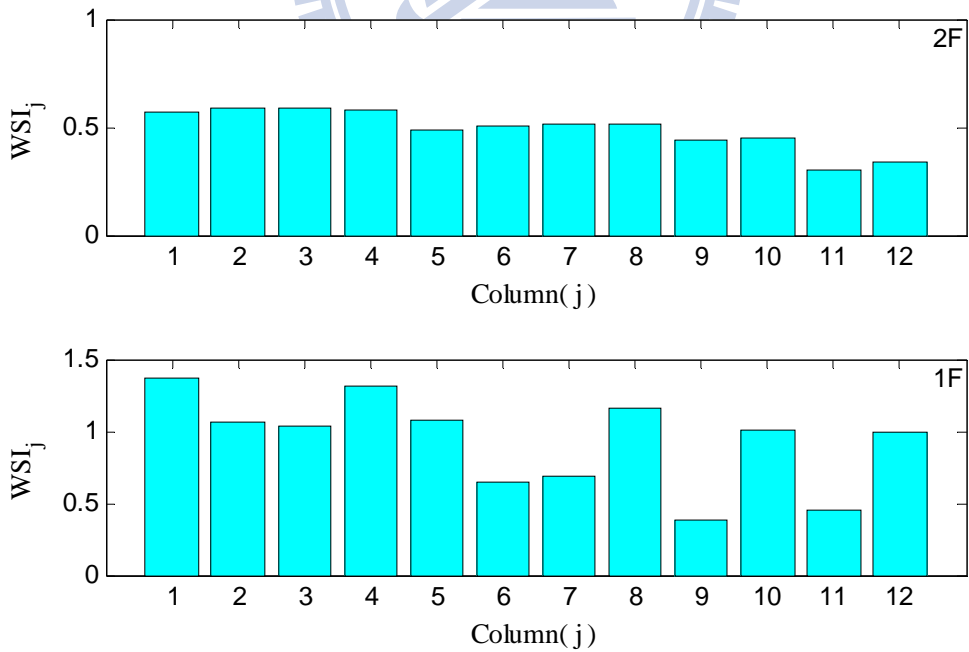


圖5.8(c) 複數樓層-各多根柱呈對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.3'：2F-C4,C12&1F-C6,C9柱受損40%)

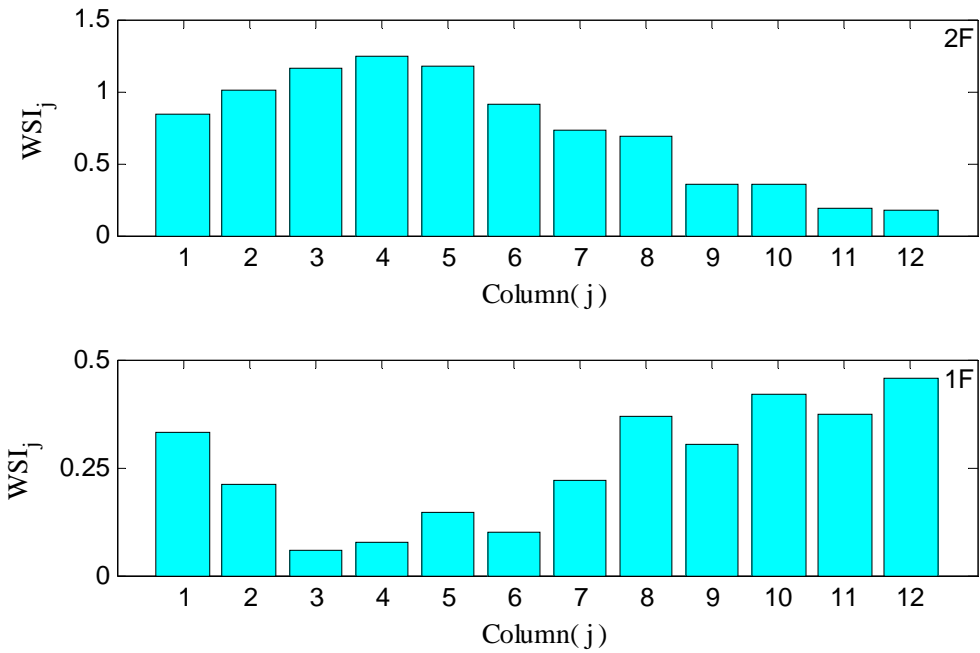


圖5.9(a) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.1：2F-C11,C12&1F-C3,C4柱受損10%)

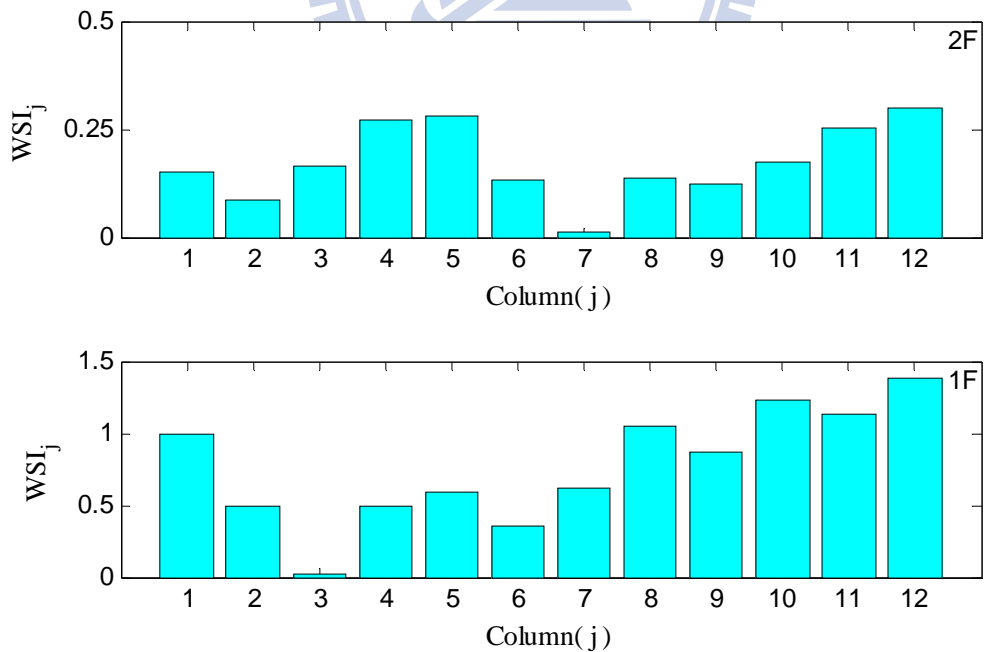


圖5.9(b) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
 (系統識別；Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%)

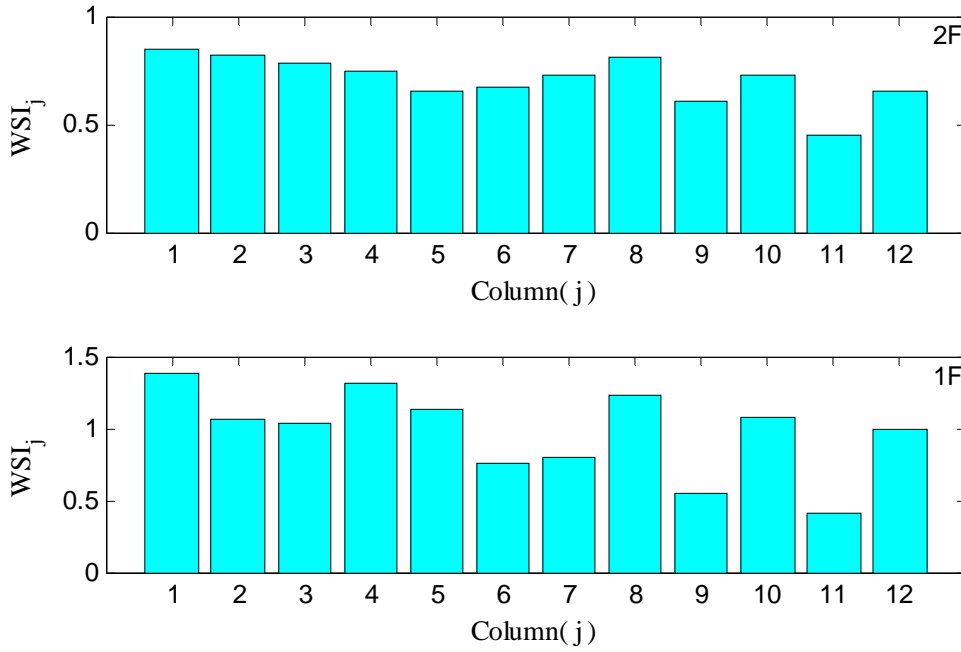


圖5.9(c) 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之損傷偵測分析結果  
(系統識別；Case.3：2F-C4,C11&1F-C5,C12柱受損10%)

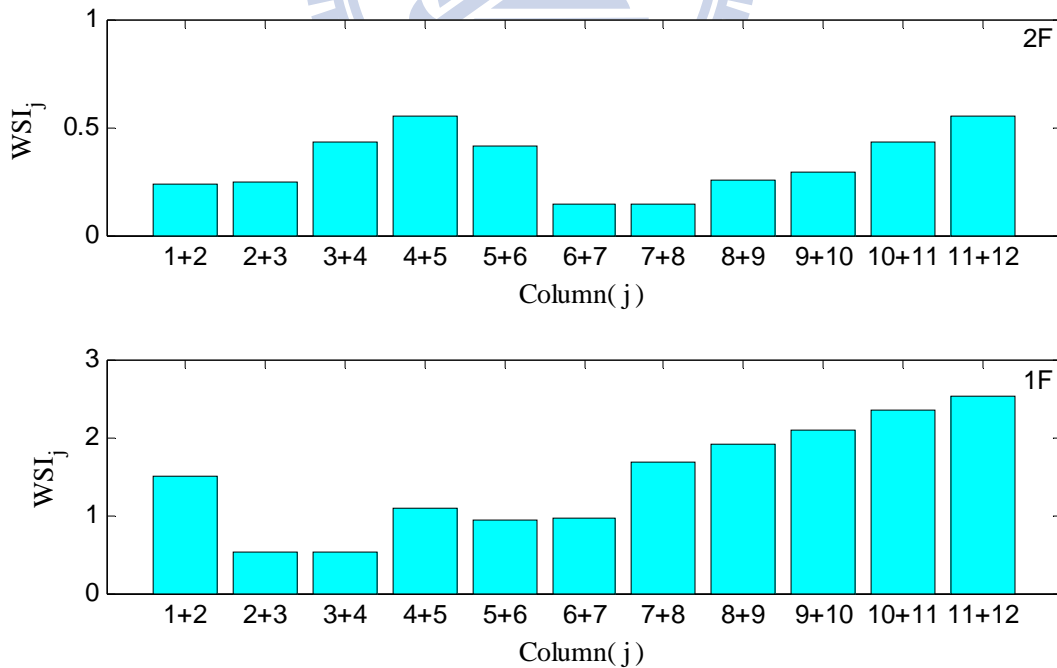


圖5.10 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之Case.2二次偵測分析結果  
(系統識別；Case.2：2F-C6,C8&1F-C2,C4柱受損10%)

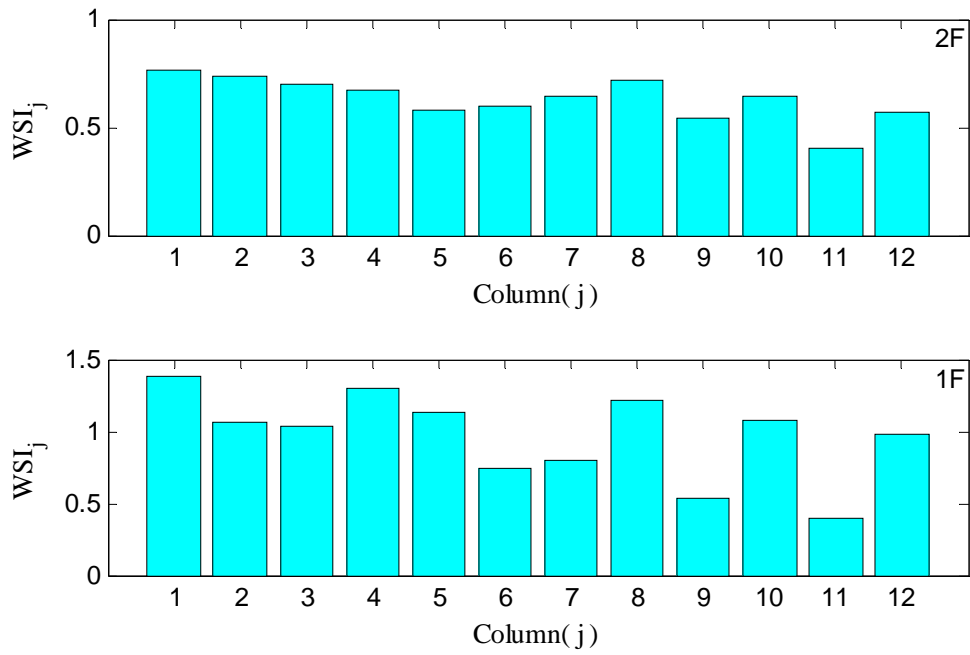


圖 5.11 複數樓層-各多根柱呈不對稱性受損之 Case.3' 放大柱受損程度分析結果(系統識別；Case.3'：2F-C4,C11&1F-C5,C12 柱受損 40%)



