

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

軸對稱結構受鄰近機械振動之反應

Axial Symmetry Structure is Induced by Mechanical



研究生：林宣妤

指導教授：劉俊秀 教授

中華民國一百年九月

軸對稱結構受鄰近機械振動之反應
Axial Symmetry Structure is Induced by Mechanical Vibrations

研究生：林宣妤

Student: Hsuan-Yu Lin

指導教授：劉俊秀

Advisor: Gin-Show Liou

國立交通大學
土木工程學系
碩士論文

A Thesis
Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Civil Engineering

September 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年九月

軸對稱結構受鄰近機械振動之反應

學生：林宣妤

指導教授：劉俊秀

國立交通大學土木工程學系

摘要

本文旨在探討土壤-結構互制效應之影響下，結構物受環境動態力作用下之反應。由地盤受振反應分析求得自由場地盤運動，以及由基礎阻抗問題分析求得之基礎阻抗矩陣。首先，採用圓形基礎之阻抗矩陣，利用結構-土壤-結構互制之方式，推導當某一結構基礎（振動源結構基礎）受簡諧外力振動時，另一個結構基礎（主結構基礎）之振動情形。接著，當主結構基礎上有結構物時，且相同的外力作用，利用次結構分析法推導出考慮土壤-結構互制效應之主結構系統於頻率域內之控制方程式。最後，透過數值分析，利用參數表示結構與基礎之動力反應，由振動情形可知，當結構水平勁度很大時，結構相對於基礎之振動量幾乎為零，而隨著結構水平勁度逐漸增大，以圖呈現各振動量變化之趨勢，並可求得各振動量之峰值，隨著不同的結構高度，表列出各振動量之峰值。

關鍵詞：阻抗矩陣、自由場、土壤-結構互制、微振動

Axial Symmetry Structure is Induced by Mechanical Vibrations

Student: Hsuan-Yu Lin

Advisors: Prof.Gin-Show Liou

Institute of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

In this study, the effect of soil-structure interaction is considered, the theory of response of structure induced by dynamic loading is proposed. By the response of earth vibration obtains the free-field ground motion, and by impedance of foundation analysis establishes the foundation impedance matrix. At first, the impedance matrix of circular foundation is conducted. By employing the structure-soil-structure interaction, the vibrational state of a foundation due to harmonic loading applied to another foundation vibration is described in detail. Then, consider that a structure above primary foundation of structure, the control equations of primary structure system in frequency domain is established by sub-structure method. Finally, show that dynamic response between structure and foundation by numerical analysis. We know that when horizontal structural stiffness approach maximum, the vibration of structure relative to foundation is equal to zero. When horizontal structural stiffness increased, it shows the vibrational tendency by diagrams, respectively. And indicated that the peak of each vibration. With different structural height, the peak of each vibration is tabled, respectively.

Keywords: impedance matrix; free-field; soil-structure interaction; micro-vibration

誌謝

能完成這篇論文，我最要感謝的就是我的老師劉俊秀教授，謝謝老師極有耐心、不厭其煩的慢慢教導我，不論我有任何問題問老師，老師總是笑笑的為我解答所有疑惑，同時也要謝謝特地擔任口試委員的黃炯憲教授及鄭復平教授，耐心且給予我指教。我很高興跟了劉老師，雖然中途我真的想放棄了，但老師容忍了我的任性，並且還鼓勵我，老師謝謝你。當然我最愛的家人，尤其是媽咪，我愛死你了啦！我只能說，你真的好寵好寵我喔！下輩子下下輩子我都還要賴著你當你的女兒。更要感謝的當然還有你，謝謝你容忍了我的笨，沒有你怎麼會有這本論文的的存在，你說對吧！最後謝謝我周圍的好朋友們，尤其是澳洲那兩個，人生最低潮時感謝你們在我突然衝去時熱情的招代，我會再衝去找你們的！好朋友一輩子都是好朋友，謝謝陪伴在我身邊關心我的你們。

兩年的碩士生活就這樣結束了，突然有種患得患失的感覺，回想這兩年，真的太多的讓我印象深刻的回憶，我想應該不會有人經歷的比我還轟轟烈烈了吧！在這兩年，交到了許多好朋友，雖然我是個總喜歡待在家裡的人，不過謝謝你們活動聚會總是會記得找我，愛你們！碩士生活雖然是求學中最短的階段，但我希望這能成為改變我一生中最重要的關鍵！最後我告訴自己，人生是需要衝動的，想做什麼就做什麼，自己的人生不要想著以後再做，錯過就錯過了，不要造成遺憾。

目 錄

摘 要.....	iii
Abstract.....	iv
誌 謝.....	v
目 錄.....	vi
表 目 錄.....	vii
圖 目 錄.....	viii
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機及目的.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 本文內容.....	3
第二章 兩軸對稱圓形結構基礎之動力反應.....	5
2.1 阻抗矩陣之介紹.....	5
2.2 基礎之振動量.....	6
第三章 主結構系統之控制方程式.....	10
3.1 單自由度結構與土壤互制分析之運動方程式.....	10
3.2 考慮 SSI 效應之多自由度主結構系統運動方程式.....	13
第四章 數值分析.....	19
4.1 軸對稱圓形基礎之振動量.....	19
4.2 主結構系統之動力反應.....	20
4.2.1 僅單位垂直力作用.....	21
4.2.2 僅單位力矩作用.....	22
4.2.3 僅單位水平力作用.....	23
第五章 結論與展望.....	25
5.1 結論.....	25

5.2 展望.....	25
參考文獻.....	27

表 目 錄

表 4.1 軸對稱圓形基礎之阻抗矩陣 (實部).....	29
表 4.2 軸對稱圓形基礎之阻抗矩陣 (虛部).....	29
表 4.3 軸對稱圓形基礎之參數表.....	30
表 4.4 兩軸對稱圓形結構基礎之基礎絕對位移量 (僅單位垂直力作用).....	30
表 4.5 兩軸對稱圓形結構基礎之基礎絕對位移量 (僅單位力矩作用).....	31
表 4.6 兩軸對稱圓形結構基礎之基礎絕對位移量 (僅單位水平力作用).....	31
表 4.7 主結構系統之參數表.....	32
表 4.8 僅單位垂直力作用於振動源結構基礎之基礎絕對位移量.....	33
表 4.9 僅單位力矩作用於振動源結構基礎之基礎絕對位移量.....	33
表 4.10 僅水平垂直力作用於振動源結構基礎之基礎絕對位移量.....	34
表 4.11 單位垂直力作用下之主結構系統各振動量峰值.....	34
表 4.12 單位力矩作用下之主結構系統各振動量峰值.....	35
表 4.13 單位水平力作用下之主結構系統各振動量峰值.....	35

圖目錄

圖 2.1 層狀半空間土壤上兩軸對稱圓形基礎之示意圖.....	36
圖 3.1 單自由度結構之彈性基盤模型.....	37
圖 3.2 單自由度結構之彈性基盤變形示意圖.....	37
圖 3.3 三自由度結構之彈性基盤模型.....	38
圖 3.4 三自由度結構之彈性基盤變形示意圖.....	38
圖 4.1 單位垂直力作用之結構垂直位移.....	39
圖 4.2 單位垂直力作用之結構翻轉角.....	39
圖 4.3 單位垂直力作用之結構水平位移.....	40
圖 4.4 單位垂直力作用之基礎垂直位移.....	40
圖 4.5 單位垂直力作用之基礎翻轉角.....	41
圖 4.6 單位垂直力作用之基礎水平位移.....	41
圖 4.7 單位力矩作用之結構垂直位移.....	42
圖 4.8 單位力矩作用之結構翻轉角.....	42
圖 4.9 單位力矩作用之結構水平位移.....	43
圖 4.10 單位力矩作用之基礎垂直位移.....	43
圖 4.11 單位力矩作用之基礎翻轉角.....	44
圖 4.12 單位力矩作用之基礎水平位移.....	44
圖 4.13 單位水平力作用之結構垂直位移.....	45
圖 4.14 單位水平力作用之結構翻轉角.....	45
圖 4.15 單位水平力作用之結構水平位移.....	46
圖 4.16 單位水平力作用之基礎垂直位移.....	46
圖 4.17 單位水平力作用之基礎翻轉角.....	47
圖 4.18 單位水平力作用之基礎水平位移.....	47

第一章 緒論

1.1 研究動機及目的

隨著現代科學日新月異的發展，已處處可見高科技廠房的存在，在大型廠房興建的過程中，早已符合強度及安全性之需求，然而廠房內有許多精密儀器設備，若有些微的振動量皆無法承受，因此衍生出另一個議題，即是探討微振動對於高科技儀器設備之影響，若僅是廠房結構之設計考量很顯然是不足的，因為小小的振動量即會對精密儀器造成很大的影響，但其振動量不容小覷。微振動的來源有許多種，如高鐵快速經過而引致周邊環境之振動，其振動量將會對周邊結構物產生一些影響，且結構物座落於土壤，皆須考慮土壤與結構間的互制效應，及其對結構物承受環境動態力作用的影響，且以結構物承受環境動態力作用後的諸多效應作全盤設計之考量乃當今土木建設重要課題之一。

目前諸多研究均假設大地剛性地盤，工程實務上亦多採用剛性地盤的分析模式，所謂的剛性地盤乃是將基礎假設為固定，土壤視為剛性體且不允許變形，而基礎輸入運動為結構物-基礎-土壤互制作用之產物，除了與土壤特性有關，亦受結構系統動態特性、基礎幾何型式，以及自由場運動類型影響。實際上結構之基礎與大地面交接並非剛性接合，其間必有一定的柔性存在，且大地體亦非剛性不可變形，故結構基礎與其座落位置周邊之土壤，在受擾動作用下，存在著力與變形的關係，故必須要考慮土壤-結構互制效應 (Soil-Structure Interaction, 簡稱 SSI) 對結構物的影響。

微振動之探討為本文主旨所在，且考慮土壤-結構互制效應，其行為將更複雜化。有鑑於此，本文除了考慮土壤-結構互制效應的影響之外，並另闢蹊徑、揚棄傳統的方式，考慮新的思考模式來處理其間振動的問題。在振動源 (如高鐵高架橋墩) 附近之環境振動對居住環境、高敏感度儀器或高科技生產設備 (如晶圓廠，面板廠等)，將會產生一些影響。因此本文以此為出發點，且近年來國內

外在這方面皆有投入一些研究。故本分析方法必須考慮振動源結構基礎-土壤-主結構基礎三者之間的互制問題。亦可推廣至將振動源結構基礎與觀測點間放置一阻隔結構基礎，以期改變並減小觀測點之振動值之問題。

本文將利用結構-土壤-結構互制之方式，推導及分析當某一結構基礎（如橋墩基礎）受外力振動時，另一個結構基礎之振動情形，同時亦推導及分析當此結構基礎上有結構物時，整個系統之振動情形，以期更瞭解微振動對結構物所造成之效應及影響。

1.2 文獻回顧

首先，回顧結構與土壤互制作用之相關研究的發展沿革，早在 1920 年代開始便有學者投入有關結構物-基礎-土壤之間交互作用之研究，Resisner 首先提供有關均質等向線彈性半無限空間上剛性無質量圓版之解析解。而 1950 年代開始，大量學者對土壤-結構互制效應提出論文。此外，許多學者分別對基礎側移、翻轉運動及其耦合效應等題目進行研究，但仍集中在簡諧外力，1970 年代以後，學者開始考慮慣性力（包含基底剪力與翻轉力矩）或慣性力效應及運動交互作用效應（與結構物勁度有關）對結構物受震反應之影響。

近年來，國內外皆有學者投入在振動源附近產生的振動對居住環境、高敏感度儀器或高科技生產設備產生影響之研究，Woods and Larry [1] 考慮表面波之幾何衰減及土壤阻尼衰減之觀念，再根據現場實測資料，提出一簡單之振動衰減公式；劉俊秀利用解析解的方法求得基礎振動對附近地盤振動之影響 [2]；Kaynia et al. [3] 利用次結構法，將高速鐵路路堤模擬成梁和彈性半空間模擬成動力勁度矩陣求解。Takemiya [4-5] 以蜂巢排列之群樁的方式，以阻隔高鐵橋墩基礎所產生振動波的傳遞。同時，Ahmad and Al-Hussaini [6]，Dasgupta et al. [7] 及麥永慶 [8] 以壕溝的方式阻隔振動波的傳遞。Yang and Hung [9] 利用自行發展之無限元素 (Infinite element) 及有限元素法分析阻隔振動效果。

劉俊秀 [10] 考慮振動源結構基礎-土壤-阻隔結構三者之間的互制問題，提出兩基礎間之動力勁度矩陣；並以解析解之方法求得觀測點之振動值 [2, 11]，此解析解方法相對於有限元素法與邊界元素法，將有計算速度較快，計算精度較好之優點。

自由場 (free-field) 是指尚未建築結構物之工址現地土壤，理論上自由場運動十分複雜，與震波種類、土壤性質及波傳方向等因素有關，實際應用上常假設地層為水平層狀土壤，而地震波為一垂直向上傳遞之水平剪力波，利用單向度波傳理論可得到近似之分析結果。所謂的基礎阻抗 (foundation impedance) 係指基礎及其周圍土壤抵抗外來振動之能力，即結構學所稱之勁度，當基礎任一點受外來振動力作用時，基礎及其周邊土壤產生某種型式之變形，此時產生一單位變形所需加諸於基礎上的力量，稱為基礎阻抗，求解基礎阻抗，必須考慮彈性波在半無限域傳播之特性。有關土壤阻抗函數數值解方面，曾有許多學者就不同基礎型式進行研究，其中有 Veletsos and Wei [12] 提出無質量剛性圓盤表面基礎型式、Apsel and Luco [13] 提出圓柱埋置基礎型式、Luco and Westmann [14] 提出基腳型式、Wong and Luco [15] 提出方形表面基礎型式等土壤阻抗函數，可供工程設計分析時選擇使用。許尚逸 [16] 以簡單分析模式識別出影響土壤-結構互制效應之主要參數，進而提出一複數型式之土壤-結構互制效應評估因子，透過模態分析法之觀念並發展出考慮土壤-結構互制效應之反應譜分析法。羅博智 [17] 以次結構法分析土壤-結構互制行為，以有限元素軟體求出土壤-基礎阻抗矩陣，並繼而求出土壤-結構互制的控制方程式。

1.3 本文內容

本文在於探討土壤-結構互制效應之影響下，結構物及其基礎受動態力作用下之反應。由地盤受振反應分析求得自由場地盤運動，以及由基礎阻抗問題分析求得之基礎阻抗矩陣，並藉其計算經散射作用後之基礎輸入運動，才能進行土壤

-結構互制作用之分析。因此，本文之地盤受振反應來自於單位簡諧荷重之微振動，在推導及分析中，彈性半空間之地盤假設為層狀土壤，結構之基礎假設為軸對稱，外力對時間變化為 $e^{i\omega t}$ (ω 為外力頻率)，主結構基礎為剛性 (Fully Rigid)，且本文採用圓形基礎之型式。利用結構-土壤-結構互制之方式，推導當某一結構基礎 (本文稱為振動源結構基礎) 受外力振動時，另一個結構基礎 (本文稱為主結構基礎) 之振動情形。首先引用兩圓形結構基礎間之阻抗矩陣 [10]，得到兩基礎間之動力矩陣關係式，探討將簡諧外力施加於振動源結構基礎時，振動源結構基礎及主結構基礎之總振動量。

在受力情形相同之下，亦推導及分析當此主結構基礎上有結構物時，整體系統之振動情形。本文第三章，先採用單自由度結構模型，並加入基礎側移與翻轉運動之考慮，推導出單自由度結構土壤-結構互制效應之控制方程式。再進一步採用三自由度結構，除了側移自由度，還有垂直及翻轉自由度，並一併考慮基礎側移、垂直及翻轉運動之模型，以次結構分析法 [17] 推導出考慮土壤-結構互制效應之主結構系統於頻率域內之控制方程式，並透過數值分析，利用參數來說明考慮土壤-結構互制效應之動力反應，驗證此結構系統之正確性，以利模擬由某一結構基礎振動，而振動量傳遞至另一結構基礎引起振動之行為，期有助於實際工程之應用。

第二章 兩軸對稱圓形結構基礎之動力反應

假設層狀半空間土壤上有兩基礎，分別為振動源結構基礎及主結構基礎，推導當外力擾動僅於振動源結構基礎時，兩結構基礎之動力反應。首先，介紹兩基礎之間的動力勁度矩陣，即阻抗矩陣 (Impedance matrix) \mathbf{I} ，阻抗矩陣之特性將因自由度的選取及排列而有所差異。推導兩結構基礎之動力反應時分成兩部分，考慮外力擾動僅於振動源結構基礎，先求得兩結構基礎之振動量 $\bar{\Delta}_1$ 、 $\bar{\Delta}_2$ ；再考慮由主結構基礎質量之慣性反應造成的等值外力作用時，求得兩結構基礎之振動量 $\bar{\Delta}_1^I$ 、 $\bar{\Delta}_2^I$ ，最後，將兩份振動量線性疊加，即為振動源結構基礎及主結構基礎之總振動量 $\bar{\Delta}_1^t$ 、 $\bar{\Delta}_2^t$ 。

2.1 阻抗矩陣之介紹

本節先介紹阻抗矩陣之意義。阻抗矩陣內之係數，即結構學所稱之勁度，當基礎任一點受外來振動力作用時，基礎及其周邊土壤產生某種型式之變形，此時產生一單位變形所需加諸於基礎上的力量，稱為基礎阻抗係數，而其組成之矩陣，稱為基礎阻抗矩陣。勁度為時間域中產生一單位變形所需施加之力量，基礎之阻抗函數，為頻率域中作用於基礎版之力量與其對應之位移間的關係，可表示如下：

$$\mathbf{I}_{6 \times 6} \mathbf{P}_{6 \times 1} = \mathbf{F}_{6 \times 1} \quad (2.1)$$

其中：

$$\mathbf{I}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} & I_{15} & I_{16} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{24} & I_{25} & I_{26} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{34} & I_{35} & I_{36} \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ I_{51} & I_{52} & I_{53} & I_{54} & I_{55} & I_{56} \\ I_{61} & I_{62} & I_{63} & I_{64} & I_{65} & I_{66} \end{bmatrix}, \text{ 為基礎阻抗矩陣；}$$

$\Delta_{6 \times 1}$ 及 $\mathbf{P}_{6 \times 1}$ 分別為基礎上對應之自由度與力量；

基礎阻抗矩陣 \mathbf{I} ，又可稱為動力勁度矩陣，關於之動力勁度矩陣求得，可參考文獻 [10]，下節將透過此矩陣，計算兩基礎之振動量。

2.2 基礎之振動量

介紹如何求解圖 2.1 兩基礎之總振動量。有了兩基礎之動力勁度矩陣後，可將兩基礎受外力擾動與位移之關係式表示如下：

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & | & I_{14} & I_{15} & I_{16} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & | & I_{24} & I_{25} & I_{26} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & | & I_{34} & I_{35} & I_{36} \\ - & - & - & - & - & - & - \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & | & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ I_{51} & I_{52} & I_{53} & | & I_{54} & I_{55} & I_{56} \\ I_{61} & I_{62} & I_{63} & | & I_{64} & I_{65} & I_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_1 \\ \Delta \mathbf{P}_2 \\ \Delta \mathbf{P}_3 \\ - \\ \Delta \mathbf{P}_4 \\ \Delta \mathbf{P}_5 \\ \Delta \mathbf{P}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ - \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中：

$\Delta \mathbf{P}_1 \sim \Delta \mathbf{P}_3$ 為振動源結構基礎之位移量， $\Delta \mathbf{P}_4 \sim \Delta \mathbf{P}_6$ 為主結構基礎之位移量，各為 1×3 之向量； $\mathbf{P}_1 \sim \mathbf{P}_3$ 為振動源結構基礎上之外力， $\mathbf{P}_4 \sim \mathbf{P}_6$ 為主結構基礎所受之外力，亦為 1×3 之向量。或將 (2.2) 式寫成：

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{11} & \bar{\mathbf{I}}_{12} \\ \bar{\mathbf{I}}_{21} & \bar{\mathbf{I}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1^t \\ \bar{\Delta}_2^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_1 \\ \bar{\mathbf{P}}_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

其中：

$$\bar{\mathbf{P}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_3 \end{bmatrix}, \text{ 為振動源結構基礎所受外力；}$$

$$\bar{\mathbf{P}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_4 \\ \mathbf{P}_5 \\ \mathbf{P}_6 \end{bmatrix}, \text{ 為主結構基礎所受外力；}$$

$\bar{\Delta}_1^t$ 為振動源結構基礎之總振動量；

$\bar{\Delta}_2^t$ 為主結構基礎之總振動量；

Δ_1 、 Δ_2 、 Δ_3 為振動源結構基礎在垂直方向 (z_1 軸) 之位移，在 $\theta_1 = 90^\circ$ 方向 (y 軸) 之翻轉角，在水平方向 (x 軸) 之位移； Δ_4 、 Δ_5 、 Δ_6 為主結構基礎在垂直方向 (z_2 軸) 之位移，在 $\theta_2 = 90^\circ$ 方向 (y 軸) 之翻轉角，在水平方向 (x 軸) 之位移。

推導動力反應時分成兩部分，第一部分，先給予外力擾動於振動源結構基礎上，假設振動源結構基礎受上部結構之振動力為 $\bar{\mathbf{P}}_1 e^{i\omega t}$ (此為振動源結構動力分析所得之加於基礎上之外力)，廣義來說，此 $e^{i\omega t}$ 可為 6 個方向 (3 個平移方向，3 個轉角方向) 外力之任一方向外力。為方便起見，以下之推導將省略 $e^{i\omega t}$ ，即僅有 $\bar{\mathbf{P}}_1$ 作用，且此時暫不考慮主結構基礎質量之慣性反應，即 $\bar{\mathbf{P}}_2$ 為零向量，如下式：

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{11} & \bar{\mathbf{I}}_{12} \\ \bar{\mathbf{I}}_{21} & \bar{\mathbf{I}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \bar{\Delta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

由 (2.4) 式求得兩基礎之振動量 $\bar{\Delta}_1$ 、 $\bar{\Delta}_2$ 如下所示：

$$\bar{\Delta}_1 = \left(\bar{\mathbf{I}}_{11} \mathbf{I}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{22}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_1 \right)^{-1} \bar{\mathbf{P}}_1 \quad (2.5)$$

$$\bar{\Delta}_2 = \bar{\mathbf{I}}_{22}^{-1} \mathbf{I}^{-1} \left(\bar{\mathbf{I}}_{11} \mathbf{I}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{22}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_1 \right)^{-1} \bar{\mathbf{P}}_1 \quad (2.6)$$

第二部分，再考慮 $\bar{\mathbf{P}}_2$ 的影響， $\bar{\mathbf{P}}_2$ 為主結構基礎之作用力，透過結構動力學

之觀念，其作用力即為主結構基礎質量及轉動慣量之振動加速度所造成，

$\mathbf{P}_4 = \omega^2 m_4$ ， $\mathbf{P}_5 = \omega^2 I_{yy}$ ， $\mathbf{P}_6 = \omega^2 m_6$ 。以矩陣表示如下：

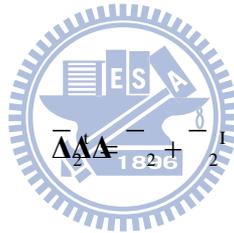
$$\bar{\mathbf{P}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_4 \\ \mathbf{P}_5 \\ \mathbf{P}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2 m & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_4 \\ \Delta_5 \\ \Delta_6 \end{bmatrix} = \bar{\Delta}_2^t \quad (2.7)$$

其中：

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \omega^2 m & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 m \end{bmatrix}，為係數矩陣；$$

本文的作法，即是要將外力 $\bar{\mathbf{P}}_1$ 造成之振動量 $\bar{\Delta}_2$ ，及振動源結構基礎-土壤-主結構基礎互制效應造成之振動量 $\bar{\Delta}_2^1$ 線性疊加，方得主結構基礎之總振動量。

故 (2.7) 式之 $\bar{\Delta}_2^t$ 可表示成：

$$\bar{\Delta}_2^t = \bar{\Delta}_2 + \bar{\Delta}_2^1 \quad (2.8)$$


其中：

$\bar{\Delta}_2$ 代表振動源結構基礎僅受外力 $\bar{\mathbf{P}}_1$ 作用時，且尚未考慮主結構基礎質量之慣性反應時，主結構基礎之振幅，即 (2.6) 式。 $\bar{\Delta}_2^1$ 為主結構基礎之質量振動所產生慣性力 $\bar{\mathbf{P}}_2$ ，即 (2.7) 式作用下，造成主結構基礎之振幅。

此推導法之第二部分即是為了求得 $\bar{\Delta}_1^1$ 及 $\bar{\Delta}_2^1$ ，而推導 $\bar{\Delta}_2^1$ 時，僅考慮 $\bar{\mathbf{P}}_2$ 作用，如下所示：

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{11} & \bar{\mathbf{I}}_{12} \\ \bar{\mathbf{I}}_{21} & \bar{\mathbf{I}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\Delta}_1^1 \\ \bar{\Delta}_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{P}}_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

將 (2.7) 式代入上式，並利用 (2.5) 式、(2.6) 式，可進一步解得振動量 $\bar{\Delta}_1^1$ 、 $\bar{\Delta}_2^1$

如下所示：

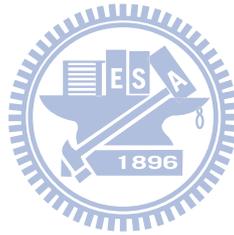
$$\bar{\Delta}_1^t = \mathbf{F}_{11}^{-1} \mathbf{F}_{12}^{-1} \left(\bar{\mathbf{I}}_{21}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{12}^{-1} - \bar{\mathbf{X}}_{22} + \bar{\mathbf{X}}_1 \right)^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{22}^{-1} \mathbf{F}_{21}^{-1} \left(\bar{\mathbf{I}}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{12}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_{21} \right)^{-1} \quad (2.10)$$

$$\bar{\Delta}_2^t = \mathbf{F}_{21}^{-1} \left(\bar{\mathbf{I}}_{21}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{12}^{-1} - \bar{\mathbf{X}}_{22} + \bar{\mathbf{X}}_1 \right)^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{22}^{-1} \mathbf{F}_{21}^{-1} \left(\bar{\mathbf{I}}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{12}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_{21} \right)^{-1} \quad (2.11)$$

因此，利用 (2.8) 式、(2.6) 式及(2.11) 式，可求得在振動源結構基礎施加外力 $\bar{\mathbf{P}}_1$ 時，主結構基礎之總振動量 $\bar{\Delta}_2^t$ ；同理，利用 (2.8) 式、(2.5) 式及(2.10) 式，可求得在振動源結構基礎之總振動量 $\bar{\Delta}_1^t$ ，如下所示：

$$\bar{\Delta} = \bar{\Delta}_1 + \bar{\Delta}_2 \quad (2.12)$$

以上即為考慮振動源結構基礎-土壤-主結構基礎互制效應下，求得兩結構基礎總振動量 $\bar{\Delta}_1^t$ 、 $\bar{\Delta}_2^t$ 之方法，下一章節將延續此概念，推導主結構系統之動力方程式。



第三章 主結構系統之控制方程式

上一章節介紹了兩基礎間之阻抗矩陣，並由兩基礎之動力勁度矩陣關係式求得振動源結構基礎及主結構基礎之動力反應，本章節將其理論概念應用至考慮 SSI 效應之結構系統。首先介紹單自由度結構模型，並加入基礎側移與翻轉運動之考慮，推導出單自由度結構土壤-結構互制效應之控制方程式。再考慮三自由度結構，即垂直、側移及翻轉自由度，且一併考慮基礎垂直、側移及翻轉運動之模型，故整體系統共 6 個自由度，稱之主結構系統。

3.1 單自由度結構與土壤互制分析之運動方程式

彈性半空間上單自由度結構 SSI 之分析模型如圖 3.1 所示，假設基礎版為剛性體，且與周圍土壤完全密接，其中 m 為樓板質量， J 為樓板質量慣性矩， m_0 為基礎版質量， J_0 為基礎版質量慣性矩， k 為側向勁度， c 為阻尼係數， h 為結構高度。其運動狀況如圖 3.2 所示，其中 $\ddot{x}_g(t)$ 為地表水平加速度， $x(t)$ 表示樓板相對於基礎版之水平位移， $x_g^1(t)$ 、 $\theta_g^1(t)$ 代表基礎版因土壤-結構互制效應所引致之側移及翻轉。考慮土壤-結構互制效應後，基礎版總位移 $x_g^1(t) = x_g(t) + x_g^1(t)$ ，則樓板總水平位移 $x_T(t)$ 可表示為：

$$x_T(t) = x(t) + x_g(t) + x_g^1(t) + h\theta_g^1(t) \quad (3.1)$$

考慮樓版質量塊 m 之側向動力平衡時，其運動方程式表示為：

$$m\ddot{x}_T(t) + c\dot{x}_T(t) + kx(t) = 0$$

將 (3.1) 式代入上式，整理可得：

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) + m\ddot{x}_g(t) + m\ddot{x}_g^1(t) + mh\ddot{\theta}_g^1(t) = 0 \quad (3.2)$$

考慮整體結構之側向動力平衡時，其運動方程式表示為：

$$m\ddot{x}_T(t) + m_0(\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}_g^1(t)) + V(t) = 0$$

其中 $V(t)$ 為基底剪力。將 (3.1) 式代入上式，整理可得：

$$m\ddot{x}(t) + (m + m_0)\ddot{x}_g(t) + (m + m_0)\ddot{x}_g^1(t) + mh\ddot{\theta}_g^1(t) + V(t) = 0 \quad (3.3)$$

考慮整體系統之力矩平衡時，其運動方程式表示為：

$$mh\ddot{x}_T(t) + (J + J_0)\ddot{\theta}_g^1(t) + M(t) = 0$$

其中 $M(t)$ 為基底彎矩。將 (3.1) 式代入上式，整理可得：

$$mh\ddot{x}(t) + mh\ddot{x}_g(t) + mh\ddot{x}_g^1(t) + (mh^2 + J + J_0)\ddot{\theta}_g^1(t) + M(t) = 0 \quad (3.4)$$

對 (3.2) 式~(3.4) 式取傅立葉轉換，利用結構阻尼比 $\xi = \frac{c}{2m\omega}$ ， ω 為結構頻率，轉換後可表示成：

$$(-\bar{\omega}^2 m + 2m\omega\xi i\bar{\omega} + k)X(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 mX_g^1(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 mh\Theta_g^1(i\bar{\omega}) = -m\ddot{X}_g(i\bar{\omega}) \quad (3.5)$$

$$-\bar{\omega}^2 mX(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 (m + m_0)X_g^1(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 mh\Theta_g^1(i\bar{\omega}) = -(m + m_0)\ddot{X}_g(i\bar{\omega}) - V(i\bar{\omega}) \quad (3.6)$$

$$-\bar{\omega}^2 mhX(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 mhX_g^1(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 (mh^2 + J + J_0)\Theta_g^1(i\bar{\omega}) = -mh\ddot{X}_g(i\bar{\omega}) - M(i\bar{\omega}) \quad (3.7)$$

$V(i\bar{\omega})$ 、 $M(i\bar{\omega})$ 為基礎底部所受剪力 $V(t)$ 與基礎底部所受彎矩 $M(t)$ 在頻率域之函數，其與基礎底部側移及底部搖擺之關係式可表示如下，即頻率域下力與變形之關係式：

$$\begin{Bmatrix} V(i\bar{\omega}) \\ M(i\bar{\omega}) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{VV}(i\bar{\omega}) & G_{VM}(i\bar{\omega}) \\ G_{MV}(i\bar{\omega}) & G_{MM}(i\bar{\omega}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_g^1(i\bar{\omega}) \\ \Theta_g^1(i\bar{\omega}) \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

其中 $G_{VV}(i\bar{\omega})$ 、 $G_{MM}(i\bar{\omega})$ 、 $G_{VM}(i\bar{\omega}) (= G_{MV}(i\bar{\omega}))$ 為彈性半空間上無質量剛性基礎之阻抗函數。分別代表基礎側移、搖擺及耦合阻抗。

將 (3.8) 式及 (3.5) 式~(3.7) 式合併整理，可得頻率域下單自由度結構之土壤-結構互制效應控制方程式：

$$\mathbf{G}_s \mathbf{r}_s(i\bar{\omega}) = \mathbf{P}_{e,s}(i\bar{\omega}) \quad (3.9)$$

其中：

$$\mathbf{G}_s = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}, \text{ 為系統動力勁度矩陣；}$$

$$G_{11} = -\bar{\omega}^2 m + 2m\omega\xi i\bar{\omega} + k ;$$

$$G_{12} = G_{21} = -\bar{\omega}^2 m ;$$

$$G_{13} = G_{31} = -\bar{\omega}^2 mh ;$$

$$G_{22} = -\bar{\omega}^2 (m + m_0) + G_{VV}(i\bar{\omega}) ;$$

$$G_{23} = G_{32} = -\bar{\omega}^2 mh + G_{VM}(i\bar{\omega}) ;$$

$$G_{33} = -\bar{\omega}^2 (mh^2 + J + J_0) + G_{MM}(i\bar{\omega}) ;$$

$$\mathbf{r}_s(i\bar{\omega}) = \begin{Bmatrix} X(i\bar{\omega}) \\ X_g^I(i\bar{\omega}) \\ \Theta_g^I(i\bar{\omega}) \end{Bmatrix}, \text{ 為系統自由度向量；}$$

$$\mathbf{P}_{e,s}(i\bar{\omega}) = \begin{Bmatrix} -m \\ -(m + m_0) \\ -mh \end{Bmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_g(i\bar{\omega}), \text{ 為自由場運動造成之等值外力向量；}$$

系統之動力反應，即在頻率域下，樓版之相對側移、基礎側移及基礎翻轉自由度。

3.2 考慮 SSI 效應之多自由度主結構系統運動方程式

上節介紹了單自由度結構之土壤-結構互制效應控制方程式，本節將其理論推廣至多自由度結構，在主結構基礎上考慮一上部結構，為主結構系統。彈性半空間上主結構系統 SSI 之分析模型如圖 3.3 所示，假設基礎版為剛性體，且與周圍土壤完全密接，其中 m 為樓版質量， J 為樓版質量慣性矩， m_0 為基礎版質量， J_0 為基礎版質量慣性矩， k_x 為結構側向勁度， k_y 為結構垂直勁度， c_x 為側向阻尼係數， c_y 為垂直阻尼係數， h 為結構高度。分析一主結構系統（結構及基礎各為 3 個自由度），其運動狀況如圖 3.4 所示，其中： $v(t)$ 表示樓版相對於基礎版之垂直位移、 $\theta(t)$ 表示樓版相對於基礎版之翻轉角、 $u(t)$ 表示樓版相對於基礎版之水平位移， $v_g^1(t)$ 、 $\theta_g^1(t)$ 、 $u_g^1(t)$ 代表基礎版因土壤-結構互制效應所引致之垂直位移、側向位移及翻轉。首先，介紹質量版之垂直、力矩及側向平衡式，整體系統之垂直、力矩及側向平衡式。

考慮樓版質量塊 m 之垂直平衡時，其運動方程式表示為：

$$m[\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g^1(t)] + c_y \dot{v}(t) + k_y v(t) = 0$$

其中： $v_g^1(t) = v_g(t) + v_g^1(t)$ ，為基礎版之垂直總位移。上式可整理得：

$$m\ddot{v}(t) + c_y \dot{v}(t) + k_y v(t) + m\ddot{v}_g^1(t) + m\ddot{v}_g(t) = 0 \quad (3.10)$$

考慮樓版質量塊 m 之力矩平衡時，其運動方程式表示為：

$$J[\ddot{\theta}(t) + \ddot{\theta}_g^1(t)] + \left[\frac{k_x h^2 + k_y b^2}{4} \right] \theta(t) - \frac{k_x h}{2} u(t) = 0$$

其中： $\theta_g^1(t) = \theta_g(t) + \theta_g^1(t)$ ，為基礎版之總翻轉角；代入上式可整理得：

$$J\ddot{\theta}(t) + \left[\frac{k_x h^2 + k_y b^2}{4} \right] \theta(t) - \frac{k_x h}{2} u(t) + J\ddot{\theta}_g^1(t) + J\ddot{\theta}_g(t) = 0 \quad (3.11)$$

考慮樓版質量塊 m 之水平平衡時，則樓版總水平位移 $u_T(t)$ 可表示為：

$u_T(t) = \ddot{u}_g^t(t) + \ddot{u}(t) + h\ddot{\theta}_g^t(t)$ ，故其運動方程式為：

$$m \left[\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g^t(t) + h\ddot{\theta}_g^t(t) \right] + c_x \dot{u}(t) + k_x u(t) - \frac{k_x h}{2} \theta(t) = 0$$

其中： $u_g^t(t) = u_g(t) + u_g^1(t)$ ，為基礎版之水平總位移；代入上式可整理得：

$$m\ddot{u}(t) + c_x \dot{u}(t) + k_x u(t) - \frac{k_x h}{2} \theta(t) + m\ddot{u}_g^1(t) + m\ddot{u}_g(t) + mh\ddot{\theta}_g^1(t) + mh\ddot{\theta}_g(t) = 0 \quad (3.12)$$

考慮整體系統之垂直動力平衡時，其運動方程式表示為：

$$m \left[\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g^t(t) \right] + m_0 \ddot{v}_g^t(t) + R(t) = 0$$

其中： $R(t)$ 為基底軸力。代入上式可整理得：

$$m\ddot{v}(t) + (m + m_0) \ddot{v}_g^1(t) + (m + m_0) \ddot{v}_g(t) = -R(t) \quad (3.13)$$

考慮整體系統之力矩平衡時，其運動方程式表示為：

$$m \left[\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g^t(t) + h\ddot{\theta}_g^t(t) \right] h + J \left[\ddot{\theta}(t) + \ddot{\theta}_g^t(t) \right] + J_0 \ddot{\theta}_g^t(t) + M(t) = 0$$

其中： $M(t)$ 為基底彎矩。上式可整理得：

$$\begin{aligned} & mh\ddot{u}(t) + J\ddot{\theta}(t) + [mh^2 + J + J_0] \ddot{\theta}_g^1(t) + mh\ddot{u}_g^1(t) \\ & + [mh^2 + J + J_0] \ddot{\theta}_g(t) + mh\ddot{u}_g(t) = -M(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

考慮整體系統之側向動力平衡時，其運動方程式表示為：

$$m \left[\ddot{u}_g^t(t) + \ddot{u}(t) + h\ddot{\theta}_g^t(t) \right] h + m_0 \ddot{u}_g^t(t) + V(t) = 0$$

其中： $V(t)$ 為基底剪力。上式可整理得：

$$m\ddot{u}(t) + mh\ddot{\theta}_g(t) + mh\ddot{\theta}_g^1(t) + (m + m_0) \ddot{u}_g^1(t) + (m + m_0) \ddot{u}_g(t) = -V(t) \quad (3.15)$$

動力勁度矩陣與頻率相依，故可利用傅立葉轉換到頻率域求解運動方程式，

對 (3.10) 式~ (3.15) 式取傅立葉轉換，且透過結構水平阻尼比 $\xi_x = \frac{c_x}{2m\omega_x}$ 、結構

垂直阻尼比 $\xi_y = \frac{c_y}{2m\omega_y}$ ， ω_x 為結構水平方向頻率、 ω_y 為結構垂直方向頻率，可

表示成：

$$\left(-\bar{\omega}^2 m + 2m\omega_y \xi_y i\bar{\omega} + k_y\right)V(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 m V_g^1(i\bar{\omega}) + m \ddot{V}_g(i\bar{\omega}) = 0 \quad (3.16)$$

$$\left(-\bar{\omega}^2 J + \frac{k_x h^2 + k_y b^2}{4}\right)\Theta(i\bar{\omega}) - \frac{k_x h}{2}U(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 J \Theta_g^1(i\bar{\omega}) + J \ddot{\Theta}_g(i\bar{\omega}) = 0 \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{k_x h}{2}\Theta(i\bar{\omega}) + \left(-\bar{\omega}^2 m + 2m\omega_x \xi_x i\bar{\omega} + k_x\right)U(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 m h \Theta_g^1(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 m U_g^1(i\bar{\omega}) \\ & + m h \ddot{\Theta}_g(i\bar{\omega}) + m \ddot{U}_g(i\bar{\omega}) = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$-\bar{\omega}^2 m V(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 (m + m_0) V_g^1(i\bar{\omega}) + (m + m_0) \ddot{V}_g(i\bar{\omega}) = -R(i\bar{\omega}) \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} & -\bar{\omega}^2 J \Theta(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 m h U(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 (m h^2 + J + J_0) \Theta_g^1(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 m h U_g^1(i\bar{\omega}) \\ & + (m h^2 + J + J_0) \ddot{\Theta}_g(i\bar{\omega}) + m h \ddot{U}_g(i\bar{\omega}) = -M(i\bar{\omega}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} & -\bar{\omega}^2 m U(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 m h \Theta_g^1(i\bar{\omega}) - \bar{\omega}^2 (m + m_0) U_g^1(i\bar{\omega}) \\ & + m h \ddot{\Theta}_g(i\bar{\omega}) + (m + m_0) \ddot{U}_g(i\bar{\omega}) = -V(i\bar{\omega}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

將 (3.16) 式~ (3.21) 式可整理得上部次結構（結構與基礎）於頻率域之運動方程式如下：

$$\mathbf{G}_1 \mathbf{r}(i\bar{\omega}) = \mathbf{P}_e(i\bar{\omega}) - \mathbf{P}_1(i\bar{\omega}) \quad (3.22)$$

其中：

$$\mathbf{G}_{1 \ 6 \times 6} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}_{11 \ 3 \times 3} & \bar{\mathbf{G}}_{12 \ 3 \times 3} \\ \bar{\mathbf{G}}_{21 \ 3 \times 3} & \bar{\mathbf{G}}_{22 \ 3 \times 3} \end{bmatrix}, \text{ 為結構與基礎之動力勁度矩陣；}$$

$$\bar{\mathbf{G}}_{11\ 3\times 3} = \begin{bmatrix} -\bar{\omega}^2 m + 2m\omega_y \xi_y i\bar{\omega} + k_y & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\omega}^2 J + \frac{k_x h^2 + k_y b^2}{4} & -\frac{k_x h}{2} \\ 0 & -\frac{k_x h}{2} & -\bar{\omega}^2 m + 2m\omega_x \xi_x i\bar{\omega} + k_x \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{G}}_{12\ 3\times 3} = \begin{bmatrix} -\bar{\omega}^2 m & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\omega}^2 J & 0 \\ 0 & -\bar{\omega}^2 mh & -\bar{\omega}^2 m \end{bmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{G}}_{21\ 3\times 3} = \begin{bmatrix} -\bar{\omega}^2 m & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\omega}^2 J & -\bar{\omega}^2 mh \\ 0 & 0 & -\bar{\omega}^2 m \end{bmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{G}}_{22\ 3\times 3} = \begin{bmatrix} -\bar{\omega}^2 (m + m_0) & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\omega}^2 (mh^2 + J + J_0) & -\bar{\omega}^2 mh \\ 0 & -\bar{\omega}^2 mh & -\bar{\omega}^2 (m + m_0) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{r}_{6\times 1}(i\bar{\omega}) = \begin{Bmatrix} V(i\bar{\omega}) \\ \Theta(i\bar{\omega}) \\ U(i\bar{\omega}) \\ V_g^I(i\bar{\omega}) \\ \Theta_g^I(i\bar{\omega}) \\ U_g^I(i\bar{\omega}) \end{Bmatrix}, \text{ 為主結構系統之位移向量；}$$

$$\mathbf{PQF}_{\text{自由場}}(i\bar{\omega}) = \begin{bmatrix} -m & 0 & 0 \\ 0 & -J & 0 \\ 0 & -mh & -m \\ -(m + m_0) & 0 & 0 \\ 0 & -(mh^2 + J + J_0) & -mh \\ 0 & -mh & -(m + m_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{V}}_g(i\bar{\omega}) \\ \ddot{\mathbf{\Theta}}_g(i\bar{\omega}) \\ \ddot{\mathbf{U}}_g(i\bar{\omega}) \end{Bmatrix} = \ddot{\mathbf{F}}_g(i\bar{\omega}),$$

為自由場位移造成之等值外力向量；

$$\mathbf{P}_{1 \times 6}(i\bar{\omega}) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ R(i\bar{\omega}) \\ M(i\bar{\omega}) \\ V(i\bar{\omega}) \end{Bmatrix}, \text{ 為互制力向量；}$$

下部結構 (基礎與土壤) 於頻率域之運動方程式：

$$\mathbf{G}_2 \mathbf{r}(i\bar{\omega}) = \mathbf{P}_1(i\bar{\omega}) \quad (3.23)$$

其中：

$$\mathbf{G}_{2 \times 6} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{G}_{f \times 3 \times 3} \end{bmatrix}, \text{ 為基礎與土壤之動力勁度矩陣；}$$

\mathbf{G}_f 為動力勁度矩陣，可由 (2.9) 式求得，說明如下：

$$\bar{\Delta} \bar{\mathbf{I}} \bar{\Delta} \bar{\mathbf{I}}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_2^{-1} \bar{\mathbf{I}}_2^{-1} \quad (2.10)$$

代入 (2.9) 式：

$$\left(\bar{\mathbf{I}}_{22} - \bar{\Delta} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{I}}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_2 \right) \bar{\mathbf{I}}_2^{-1} = \bar{\mathbf{I}}_2^{-1} \quad (3.24)$$

(3.24) 式即為主結構基礎與土壤之動力勁度矩陣關係式，即 $\mathbf{G}_f \bar{\Delta} \bar{\mathbf{P}}_2^1 = \bar{\mathbf{I}}_2^{-1}$ ；

$$\mathbf{G}_{f \times 3 \times 3} = \bar{\mathbf{I}}_{22} - \bar{\mathbf{I}}_{21} \bar{\mathbf{I}}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{12} \quad (3.25)$$

將 (3.22) 式及 (3.23) 式在自由度相同的位置疊加，互制力 $\mathbf{P}_1(i\bar{\omega})$ 彼此互相平衡，可得頻率域中土壤-主結構互制效應之控制方程式：

$$\mathbf{G} \mathbf{r}(i\bar{\omega}) = \mathbf{P}_e(i\bar{\omega}) \quad (3.26)$$

其中：

$$\mathbf{G}_{6 \times 6} = \mathbf{G}_{1 \times 6 \times 6} + \mathbf{G}_{2 \times 6 \times 6}, \text{ 為整體系統之動力勁度矩陣；}$$

只要求解 (3.26) 式，即可求得在考慮土壤-結構互制效應下，主結構系統之動力反應。將考慮土壤-結構互制效應下之主結構系統動力分析流程整理如下 (假設兩基礎之阻抗矩陣 \mathbf{I} 為已知)：

1. 計算僅 $\bar{\mathbf{P}}_1$ 作用下，且暫不考慮主結構基礎質量之慣性反應時，主結構基礎之振動量 $\bar{\Delta}_2$ ：

$$\bar{\Delta}_2 = \bar{\mathbf{I}}_{22} \bar{\mathbf{I}}_{21} \left(\bar{\mathbf{I}}_{11} \bar{\mathbf{I}}_{12}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_1 \right)^{-1} \quad (2.6)$$

2. 令 $\bar{\Delta}_2$ 為自由場位移，化算等值外力，即為：

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{E}_g \ddot{\mathbf{X}}_g(i\bar{\omega}) = -\bar{\omega}^2 \mathbf{E}_g \bar{\Delta}_2 \quad (3.27)$$

3. 由兩基礎之阻抗矩陣 \mathbf{I} 計算 \mathbf{G}_f ：

$$\mathbf{G}_{f3 \times 3} = \bar{\mathbf{I}}_{22} - \bar{\mathbf{I}}_{21} \bar{\mathbf{I}}_{11}^{-1} \bar{\mathbf{I}}_{12} \quad (3.25)$$

4. 計算整體系統之動力勁度矩陣 \mathbf{G} ：

$$\mathbf{G}_{6 \times 6} = \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}_2 \quad (3.28)$$

5. 求解 (3.26) 式可得頻率域下之主結構系統位移向量 $\mathbf{r}(i\bar{\omega})$ ，即為：

$$\mathbf{r}_{6 \times 1}(i\bar{\omega}) = \mathbf{G}_{6 \times 6}^{-1} \mathbf{P}_e \quad (3.29)$$

6. 欲得基礎之總振動量，須將 $\mathbf{r}(i\bar{\omega})$ 之基礎位移向量，加上自由場位移 $\bar{\Delta}_2$ ，即可得到頻率域下基礎之總振動量。

第四章 數值分析

本章節作數值分析，考慮振動源結構基礎-土壤-主結構基礎互制效應下，利用參數計算將簡諧外力施加於振動源結構基礎時，兩基礎之總振動量 $\bar{\Delta}_1^t$ 、 $\bar{\Delta}_2^t$ ；並以同樣參數，計算主結構系統之動力反應，分析結構與基礎之振動量，探討整體系統之振動情形。

4.1 軸對稱圓形基礎之振動量

施加外力於振動源結構基礎，計算振動源結構基礎及主結構基礎之動力反應，即計算 $\bar{\Delta}_1^t$ 、 $\bar{\Delta}_2^t$ 。圖 2.1 之兩軸對稱圓形結構基礎資料如下： $\mathbf{I}_{6 \times 6}$ 為兩軸對

稱圓形結構基礎之阻抗矩陣，計算上可引用文獻 [10] 求得之結果，其數值如表

4.1 及表 4.2 所示。無因次化半徑為 $a_0 = \frac{a_1 \omega}{2\pi c_s} = \frac{a_2 \omega}{2\pi c_s} = 0.5$ ，且令 $a_1 = a_2$ ， a_1 為振動源結構基礎之半徑， a_2 為主結構基礎之半徑， c_s 為剪力波速， ω 為外力頻率；

無因次化邊緣距離為 $\bar{d} = \frac{d\omega}{2\pi c_s} = 0.12$ 。以簡諧荷重為外力，並將其無因次化，施

加於振動源結構基礎，故無因次化單位外力為： $\frac{F_v}{G_1 a_1 \lambda} = \frac{F_h}{G_1 a_1 \lambda} = \frac{M_r}{G_1 a_1^3 \lambda} = 1$ ，其中

F_v 為垂直外力， F_h 為水平外力， M_r 為彎矩力， G_1 為土壤剪力模數， λ 為外力頻率 1Hz 之剪力波長。結構基礎採用之參數如表 4.3 所示，無因次化主結構基礎質

量 $m = \frac{\bar{m}g}{G_1 a_2^2} = 1.25$ ，無因次化質量慣性矩 $I_{yy} = \frac{\bar{I}_{yy} \bar{m}g}{G_1 a_2^6} = 0.078125$ ， g 為重力加速

度，外力頻率 ω 為 2π ，即 6.283185 (rad/sec)。

表 4.4 為僅垂直單位力作用於振動源結構基礎時，在垂直方向 (z_1 軸) 之位移、在 $\theta_1 = 90^\circ$ 方向 (y 軸) 之翻轉角及在水平方向 (x 軸) 之位移，由表 4.4 可知，各個位移量中，振動源結構基礎產生的垂直位移最大，不論是振動源結構基礎或主結構基礎，其水平位移皆較其他方向位移來得小；表 4.5 為沿 y 軸之單位

力矩作用於振動源結構基礎時，在垂直方向 (z_1 軸) 之位移、在 $\theta_1 = 90^\circ$ 方向 (y 軸) 之翻轉角及在水平方向 (x 軸) 之位移，由表 4.5 可知，各個位移量中，振動源結構基礎產生的翻轉角最大，振動源結構基礎產生的垂直位移較小，主結構基礎產生的水平位移也較小；表 4.6 為僅水平單位力作用於振動源結構基礎時，在垂直方向 (z_1 軸) 之位移、在 $\theta_1 = 90^\circ$ 方向 (y 軸) 之翻轉角及在水平方向 (x 軸) 之位移，由表 4.6 可知，各個位移量中，振動源結構基礎產生的水平位移最大，不論是振動源結構基礎或主結構基礎，其垂直位移皆較其他方向位移來得小。綜合表 4.4 至表 4.6，振動源結構基礎受力時，主結構基礎亦會產生位移，且主結構基礎之位移量皆小於振動源結構基礎之位移量，表示由振動源結構基礎受力而傳遞到主結構基礎受力時，產生的位移量減小了，亦同時驗證了本文所提當某一結構基礎產生振動時，另一結構基礎亦會產生振動之事實。

4.2 主結構系統之動力反應



上一節已表列出兩軸對稱圓形結構基礎之振動量，本節以參數分析考慮 SSI 效應之三自由度結構系統。採用參數如表 4.7 所示，無因次化樓版質量 m 與基礎版質量 m_0 皆為 1.25，無因次化樓版質量慣性矩 J 與基礎版質量慣性矩 J_0 皆為 0.078125，外力頻率 $\bar{\omega}$ 為 2π ，即 6.283185 (rad/sec)，X 方向與 Y 方向之結構組尼比 ξ_x 及 ξ_y 皆為 5%。

以單位無因次化外力作用在振動源結構基礎時，主結構基礎產生之位移（即上一節所求出之 $\bar{\Delta}_2$ ）作為自由場位移，分析主結構系統之動力反應。首先，驗證主結構系統之正確性，將主結構系統之無因次化結構水平勁度 k_x 增大至 10^{17} ，而結構垂直勁度 $k_y = k_x / 10$ ，意味著結構水平及垂直方向剛性皆很大，結構不產生相對位移量，且結構高度 h 縮小至 10^{-14} （亦將結構高度無因次化），即簡化成質量為 2 倍之主結構基礎；另一方面，並將軸對稱圓形主結構基礎之質量亦增為 2

倍，比較兩基礎之間數值結果，表 4.8 為僅有單位垂直力作用於振動源結構基礎時的情況，表 4.9 為僅有單位力矩作用於振動源結構基礎時的情況，表 4.10 為僅有單位水平力作用於振動源結構基礎時的情況，由表 4.8 至表 4.10 綜合可知：兩者之基礎絕對振動量為相同的，驗證了三自由度結構系統模型之正確性。數值結果亦呈現出結構相對於基礎各方向之振動量均為 0。

在振動源結構基礎各自由度上逐一施加單位無因次化外力，以此外力作用下，主結構基礎產生之振動量 $\bar{\Delta}_2$ 作為自由場位移，計算作用於系統上之等值外力 $\mathbf{P}_e = \mathbf{A} - \bar{\omega}^2 \mathbf{E}_g^{-1}$ ，將無因次化結構水平勁度 k_x 逐漸增大，由 0.5 增大至 100000，取樣間隔為 0.5，無因次化結構高度 h 逐漸減小，分別取 $h=1.0$ 、 $h=0.5$ 、 $h=10^{-1}$ 、 $h=10^{-3}$ 、 $h=10^{-6}$ 等五種情況，以圖呈現結構相對位移及基礎絕對位移隨著結構水平自然振動頻率變化之趨勢。

4.2.1 僅單位垂直力作用

首先，僅以單位垂直力作用於振動源結構基礎時之位移作為自由場位移，即 $\bar{\mathbf{P}}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ ，圖 4.1 為結構垂直位移之變化趨勢，各情況之峰值出現於當 $\omega_x \doteq 11.0 \text{ rad/sec}$ 時；圖 4.2 為結構翻轉角之變化趨勢，當 $h=1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h=0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 5.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h=10^{-1}$ 、 $h=10^{-3}$ 及 $h=10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 7.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.3 為結構水平位移之變化趨勢，當 $h=1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 0.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h=0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h=10^{-1}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h=10^{-3}$ 及 $h=10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.4 為基礎垂直位移之變化趨勢，各情況之峰值出現於當 $\omega_x \doteq 11.0 \text{ rad/sec}$ 時；圖 4.5 為基礎翻轉角之變化趨勢，當 $h=1.0$ 的情況，於



$\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 5.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 、 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 6.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.6 為基礎水平位移之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.6 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.6 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值。

4.2.2 僅單位力矩作用

接著，僅以單位力矩作用於振動源結構基礎時之位移作為自由場位移，即 $\bar{\mathbf{P}}_1 = [0 \ 1 \ 0]^T$ ，圖 4.7 為結構垂直位移之變化趨勢，各情況之峰值出現於當 $\omega_x \doteq 10.8 \text{ rad/sec}$ 時；圖 4.8 為結構翻轉角之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.6 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 5.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 、 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 7.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.9 為結構水平位移之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 0.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.1 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.10 為基礎垂直位移之變化趨勢，各情況之峰值出現於當 $\omega_x \doteq 12.0 \text{ rad/sec}$ 時；圖 4.11 為基礎翻轉角之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 、 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 7.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.12 為基礎水平位移之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 的情況，於

$\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值。

4.2.3 僅單位水平力作用

最後，僅以單位水平力作用於振動源結構基礎時之位移作為自由場位移，即 $\bar{\mathbf{P}}_1 = [0 \ 0 \ 1]^T$ ，圖 4.13 為結構垂直位移之變化趨勢，各情況之峰值出現於當 $\omega_x \doteq 11.5 \text{ rad/sec}$ 時；圖 4.14 為結構翻轉角之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 5.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 、 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 6.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.15 為結構水平位移之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.16 為基礎垂直位移之變化趨勢，各情況之峰值出現於當 $\omega_x \doteq 12.0 \text{ rad/sec}$ 時；圖 4.17 為基礎翻轉角之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 0.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 、 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 6.6 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值；圖 4.18 為基礎水平位移之變化趨勢，當 $h = 1.0$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 0.5$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 2.0 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-1}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.5 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值，當 $h = 10^{-3}$ 及 $h = 10^{-6}$ 的情況，於 $\omega_x \doteq 3.8 \text{ rad/sec}$ 時出現峰值。

由圖 4.1、圖 4.4、圖 4.7、圖 4.10、圖 4.13 及圖 4.16 可知，不論是結構或基礎，垂直位移並不會隨著結構高度不同而有所變化；圖 4.2、圖 4.8 及圖 4.14 皆為結構翻轉角，圖 4.3、圖 4.9 及圖 4.15 皆為結構水平位移，圖 4.5、圖 4.11 及

圖 4.17 皆為基礎翻轉角，圖 4.6、圖 4.12 及圖 4.18 皆為基礎水平位移，可由這些圖看出， $h=1.0$ 、 $h=0.5$ 及 $h=10^{-1}$ 的情況，至少有兩處產生急遽變化，但 $h=10^{-1}$ 的情況，有一處較不明顯。綜合以上，可歸納出當結構高度越大，急遽變化之處越多，結構高度很小，則僅有一個急遽變化之處；除此之外，結構高度越小，各振動量達到峰值時所對應之結構水平自然振動頻率會越大；不論是結構或基礎，不同結構高度，對於翻轉角及水平位移影響較大，對於垂直位移則不影響。值得注意的是， $h=10^{-3}$ 與 $h=10^{-6}$ 的情況，兩者曲線重合，趨勢變化完全相同，即表示結構高度減小至一定程度之後，不再對振動量造成影響。在結構水平自然振動頻率甚大時，結構相對於基礎之各個振動量趨近於 0，也表示當結構剛性很大時，幾乎不產生結構相對於基礎之位移。

隨著結構水平自然振動頻率逐漸增大，表列出主結構系統中結構相對位移及基礎絕對位移在不同結構高度情況下之峰值，表 4.11 為僅以單位垂直力作用於振動源結構基礎時，主結構系統中各振動量之峰值表；表 4.12 為僅以單位力矩作用於振動源結構基礎時，主結構系統中各振動量之峰值表；表 4.13 為僅以單位水平力作用於振動源結構基礎時，主結構系統中各振動量之峰值表，由於計算過程中，各參數皆已無因次化，故各振動量亦以無因次化的方式呈現；綜合以上表可知，不論是結構或基礎，垂直位移之峰值並未隨著結構高度不同而有所改變；翻轉角之峰值變化較明顯，即隨著結構高度不同，出現峰值時對應的結構水平自然振動頻率皆不同，結構高度越小，結構翻轉角峰值越小，基礎翻轉角峰值則無規律變化；水平位移之峰值變化最為明顯，結構高度越小，結構水平位移峰值越小，基礎水平位移峰值之變化亦無明顯規律。各振動量之峰值有其對應之結構水平自然振動頻率，實際設計時應避免採用，如此一來，產生的振動量才不會因結構本身因素（如結構自然振動頻率）而被放大。

第五章 結論與展望

5.1 結論

微振動對精密儀器與精密生產設備有很大之影響，因此如何求得精密生產設備或儀器所處之結構的振動量，是一項重要研究課題。本文旨在求得考慮振動源結構基礎-土壤-主結構基礎互制效應下，由振動源結構基礎振動所引起主結構基礎之振動反應。而在主結構系統中，不論是結構本身或基礎，亦可透過數值分析求得振動量，將結構物之水平勁度持續增大，可看出各振動量發生峰值時，所對應之結構水平勁度。將本文的幾點結論彙整如下：

1. 本文可正確模擬當某結構基礎振動傳遞至另一個結構基礎振動而產生之振動量，及此結構基礎上方結構物之振動量，必要時可供評估高科技設備的振動量之需。
2. 隨著結構水平勁度增大，結構或基礎之垂直位移皆不會隨結構高度不同而有所改變，表示結構高度並非影響垂直位移的重要變數。
3. 結構高度越大，各振動量出現峰值時所對應之結構水平自然振動頻率越小；結構高度越小，各振動量出現峰值時所對應之結構水平自然振動頻率越大。
4. 在同個結構高度的情況下，結構各振動量峰值皆比基礎各振動量峰值還大，表示振動量傳遞到結構時被放大了。

5.2 展望

微振動領域有相當多的研究及實際案例，本文著墨於以數值解分析振動量，除了求得精密設備儀器所在位置振動量之外，且同時探討如何減少或阻隔之，亦是一項重要研究課題。求得振動量之後，一般之研究方案皆以挖壕溝或打排樁的方式來阻隔振動，實際上可利用建築物（結構）來阻隔振動量。期望發展更廣義的情況及各種可能阻隔振動量的方式，以下列舉未來可能之研究方向：

1. 本文推導之兩軸對稱圓形結構基礎之振動量，僅考慮 $x-z$ 平面上之三個自由度（水平、垂直及旋轉），未來可考慮立面上多個自由度，各方向之振動量皆能求得，應用上更為廣泛。
2. 本文推導之主結構系統之控制方程式，僅考慮單層結構物，亦可考慮多層結構物，使結果更完整。
3. 本文直接代入結構或基礎參數作數值分析，未來可研究找得最佳化設計參數，經過最佳化程序找得之參數，可使振動量達到最小。



參考文獻

- [1] Richard D. Woods and Larry P. Jedgele, “Energy-Attenuation Relationships from Construction Vibrations”, *Vibration Problems in Geotechnical Engineering*. ASCE Convention, pp. 229-246 (1985).
- [2] Gin-Show Liou, “Vibrations Induced by Harmonic Loadings Applied at Circular Rigid Plate on Half-space Medium”, *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 323, pp. 257-269 (2009).
- [3] Amir M. Kaynia, Christian Madshus and Peter Zackrisson, “Ground Vibration from High-Speed Trains: Prediction and Countermeasure”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. and Vol. 126, Issue 6, pp. 531-537 (2000).
- [4] Hirokazu Takemiya, “Simulation of track-ground vibrations due to a high-speed train: the case of X-2000 at Ledsgard”, *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 261, Issue 3, pp. 503-526 (2003).
- [5] Hirokazu Takemiya, “Field vibration mitigation by honeycomb WIB for pile foundations of a high-speed train viaduct”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Vol. 24, Issue 1, pp. 69-87 (2004).
- [6] Ahmad S. and Al-Hussaini T.M., “Simplified Design for Vibration Screening by Open and In-Filled Trenches”, *Journal of Geotechnical Engineering*. ASCE, Vol. 117, Issue 1, pp. 67-88 (1991).
- [7] Dasgupta B., Beskos D. E. and Vardoulakis I. G. “Vibration Isolation Using Open or Filled Trenches Part 2: 3-D Homogeneous Soil”, *Computational Mechanics*. Vol. 6, Issue 2, pp. 129-142 (1990).
- [8] 麥永慶, “以二維時間域邊界元素法分析地表幾何變化對波傳之影響”, 國立交通大學, 碩士論文, (2002)。
- [9] Yeong-Bin Yang and Hsiao-Hui Hung, “A parametric study of wave barriers for

- reduction of train-induced vibrations”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 40, Issue 20, pp. 3729-3747 (1997).
- [10] Gin-Show Liou, “Dynamic Stiffness Matrices for Two Axial Symmetric Foundations”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 23, pp. 193-210 (1994).
- [11] Gin-Show Liou, George C. Lee, Robert L. Ketter, “Analytic Solution for Dynamic Loading on Half-Space Medium”, *Journal of Engineering Mechanics*. ASCE, Vol.117, Issue 117, pp. 1485-1495 (1991).
- [12] Veletors A. S. and Wei Y. T., “Lateral and Rocking Vibration of Footings” *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division*. ASCE, Vol. 97, No. SM9, pp. 1227-1248 (1971).
- [13] Apsel R. J. and Luco J. E., “Impedance Functions for Foundations Embedded in A Layered Medium: An integral Equation Approach” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 15, Issue-2, pp. 213-231 (1987).
- [14] Luco J. E. and Westmann R. A., “Dynamic Response of A Rigid Footing Bonded to An Elastic Half space.” *Journal of Applied Mechanics*. ASME, 39E, pp. 527-534 (1972).
- [15] Wong H. L. and Luco J. E., “Tables of Impedance Functions for Square Foundations on Layered Media” *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Vol. 4, pp. 64-81 (1985).
- [16] 許尚逸, “考慮土壤與結構互制效應之等值固定基盤分析模式”, 博士論文, 國立台灣大學土木工程學研究所, (2006)。
- [17] 羅博智, “次結構法分析土壤-結構互制行為”, 碩士論文, 國立交通大學, (2006)。

表 4.1 軸對稱圓形基礎之阻抗矩陣 (實部)

	1	2	3	4	5	6
1	1.2015	0.0026	0.0290	0.4759	-0.1126	-0.2771
2	0.0026	0.2354	-0.0808	0.1126	0.0168	-0.0650
3	0.0290	-0.0808	1.9169	0.2771	-0.0650	-0.3237
4	0.4759	0.1126	0.2771	1.2015	-0.0026	-0.0290
5	-0.1126	0.0168	-0.0650	-0.0026	0.2354	-0.0808
6	-0.2771	-0.0650	-0.3237	-0.0290	-0.0808	1.9169

表 4.2 軸對稱圓形基礎之阻抗矩陣 (虛部)

	1	2	3	4	5	6
1	9.6860	0.0266	0.0322	0.2330	-0.2687	0.0247
2	0.0266	0.5140	0.1435	0.2687	-0.1366	-0.1176
3	0.0322	0.1435	4.9705	-0.0247	-0.1176	0.5533
4	0.2330	0.2687	-0.0247	9.6860	-0.0266	-0.0322
5	-0.2687	-0.1366	-0.1176	-0.0266	0.5140	0.1435
6	0.0247	-0.1176	0.5533	-0.0322	0.1435	4.9705

表 4.3 軸對稱圓形基礎之參數表

參數	參數值
無因次化基礎質量 m	1.25
無因次化基礎之質量慣性矩 I_{yy}	0.078125
外力頻率 ω (rad/sec)	6.283185

表 4.4 兩軸對稱圓形結構基礎之基礎絕對位移量 (僅單位垂直力作用)

		振動源結構基礎 $\bar{\Delta}_1^t$	主結構基礎 $\bar{\Delta}_2^t$
垂直位移	Real	0.012371	0.00074687
	Imagine	-0.10151	-0.00079998
翻轉角	Real	-0.0045940	-0.010136
	Imagine	0.0036366	0.0012037
水平位移	Real	0.00021610	-0.000062716
	Imagine	0.00092244	0.00056278

表 4.5 兩軸對稱圓形結構基礎之基礎絕對位移量 (僅單位力矩作用)

		振動源結構基礎 $\bar{\Delta}_1^t$	主結構基礎 $\bar{\Delta}_2^t$
垂直位移	Real	-0.0045940	0.0098628
	Imagine	0.0036366	0.0024784
翻轉角	Real	0.737621	-0.060949
	Imagine	-1.61826	-0.053964
水平位移	Real	-0.054793	-0.0044268
	Imagine	0.014030	-0.00093313



表 4.6 兩軸對稱圓形結構基礎之基礎絕對位移量 (僅單位水平力作用)

		振動源結構基礎 $\bar{\Delta}_1^t$	主結構基礎 $\bar{\Delta}_2^t$
垂直位移	Real	0.00021610	0.00034782
	Imagine	0.00092244	-0.0012287
翻轉角	Real	-0.054793	-0.0088978
	Imagine	0.014030	0.0021898
水平位移	Real	0.068894	0.0014456
	Imagine	-0.17430	0.0022258

表 4.7 主結構系統之參數表

參數 (單位)	參數值
無因次化樓版質量 m	1.25
無因次化基礎版質量 m_0	1.25
無因次化樓版質量慣性矩 J	0.078125
無因次化基礎版質量慣性矩 J_0	0.078125
無因次化樓版高度 h	1.0
外力頻率 $\bar{\omega}$ (rad/sec)	6.283185
X 方向阻尼比 ξ_x (%)	5
Y 方向阻尼比 ξ_y (%)	5

表 4.8 僅單位垂直力作用於振動源結構基礎之基礎絕對位移量

		軸對稱圓形 結構基礎 ($2m$)	主結構系統基礎 ($m_0 + m$)
垂直位移	Real	0.00033364	0.00033364
	Imagine	-0.00043372	-0.00043372
翻轉角	Real	-0.0048377	-0.0048377
	Imagine	0.0010091	0.0010091
水平位移	Real	-0.000020982	-0.000020982
	Imagine	0.00028507	0.00028507



表 4.9 僅單位力矩作用於振動源結構基礎之基礎絕對位移量

		軸對稱圓形 主結構基礎 ($2m$)	主結構基礎 ($m_0 + m$)
垂直位移	Real	0.0050321	0.0050321
	Imagine	0.00076465	0.00076465
翻轉角	Real	-0.031714	-0.031714
	Imagine	-0.023479	-0.023479
水平位移	Real	-0.0022657	-0.023479
	Imagine	-0.00033392	-0.00033392

表 4.10 僅水平垂直力作用於振動源結構基礎之基礎絕對位移量

		軸對稱圓形 主結構基礎 ($2m$)	主結構基礎 ($m_0 + m$)
垂直位移	Real	0.00011370	0.00011370
	Imagine	-0.00062802	-0.00062802
翻轉角	Real	-0.0041700	-0.0041700
	Imagine	0.00143404	0.00143404
水平位移	Real	0.00076417	0.00076417
	Imagine	0.0010622	0.0010622

表 4.11 單位垂直力作用下之主結構系統各振動量峰值

		垂直位移		翻轉角		水平位移	
		Real	Imagine	Real	Imagine	Real	Imagine
結構	$h = 1$	0.009941	0.008950	0.101343	0.155497	0.033903	0.053787
	$h = 0.5$	0.009943	0.008950	0.084052	0.137708	0.025529	0.036980
	$h = 10^{-1}$	0.009948	0.008949	0.070979	0.117511	0.014649	0.015003
	$h = 10^{-3}$	0.009948	0.008948	0.070886	0.116383	0.010299	0.005569
	$h = 10^{-6}$	0.009948	0.008948	0.070896	0.116383	0.010300	0.005500
基礎	$h = 1$	0.005160	0.004281	0.032047	0.050832	0.002885	0.004657
	$h = 0.5$	0.005162	0.004281	0.035923	0.059002	0.003893	0.006593
	$h = 10^{-1}$	0.005164	0.004280	0.038610	0.059887	0.006345	0.007033
	$h = 10^{-3}$	0.005164	0.004280	0.039223	0.059784	0.005191	0.002671
	$h = 10^{-6}$	0.005164	0.004280	0.039227	0.059781	0.005201	0.002666

表 4.12 單位力矩作用下之主結構系統各振動量峰值

		垂直位移		翻轉角		水平位移	
		Real	Imagine	Real	Imagine	Real	Imagine
結構	$h = 1$	0.059589	0.102730	1.044837	1.259607	0.308832	0.500709
	$h = 0.5$	0.059575	0.102736	0.844814	0.988940	0.250783	0.303444
	$h = 10^{-1}$	0.059542	0.102764	0.748980	0.848575	0.117853	0.156617
	$h = 10^{-3}$	0.059538	0.102772	0.748476	0.847609	0.048375	0.080602
	$h = 10^{-6}$	0.059538	0.102772	0.748535	0.847704	0.047523	0.079860
基礎	$h = 1$	0.027465	0.051976	0.345480	0.446308	0.027954	0.031707
	$h = 0.5$	0.027458	0.051978	0.360524	0.420702	0.049625	0.052441
	$h = 10^{-1}$	0.027440	0.051990	0.370580	0.445622	0.059510	0.072218
	$h = 10^{-3}$	0.027438	0.051993	0.372348	0.451475	0.023865	0.041432
	$h = 10^{-6}$	0.027438	0.051993	0.372356	0.451515	0.023390	0.040979



表 4.13 單位水平力作用下之主結構系統各振動量峰值

		垂直位移		翻轉角		水平位移	
		Real	Imagine	Real	Imagine	Real	Imagine
結構	$h = 1$	0.012856	0.007650	0.092518	0.167357	0.043474	0.046361
	$h = 0.5$	0.012860	0.007653	0.073380	0.132420	0.031539	0.025102
	$h = 10^{-1}$	0.012853	0.007643	0.066529	0.105224	0.039115	0.027765
	$h = 10^{-3}$	0.012847	0.007637	0.069331	0.101693	0.044104	0.038848
	$h = 10^{-6}$	0.012847	0.007637	0.069374	0.101673	0.044119	0.038965
基礎	$h = 1$	0.006514	0.003534	0.040442	0.056264	0.003826	0.006228
	$h = 0.5$	0.006516	0.003536	0.044857	0.058597	0.003850	0.004627
	$h = 10^{-1}$	0.006512	0.003531	0.036768	0.054249	0.017774	0.014081
	$h = 10^{-3}$	0.006508	0.003528	0.038070	0.051960	0.022262	0.020114
	$h = 10^{-6}$	0.006508	0.003528	0.038082	0.051934	0.022278	0.020175

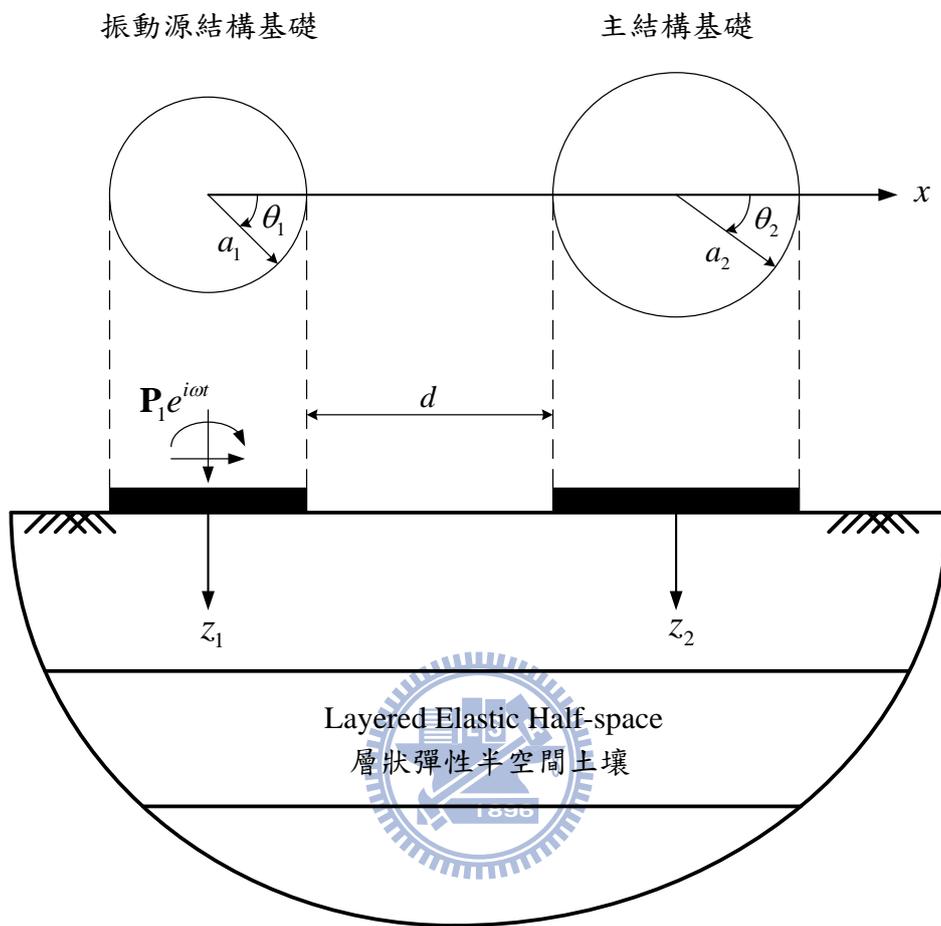


圖 2.1 層狀半空間土壤上兩軸對稱圓形基礎之示意圖

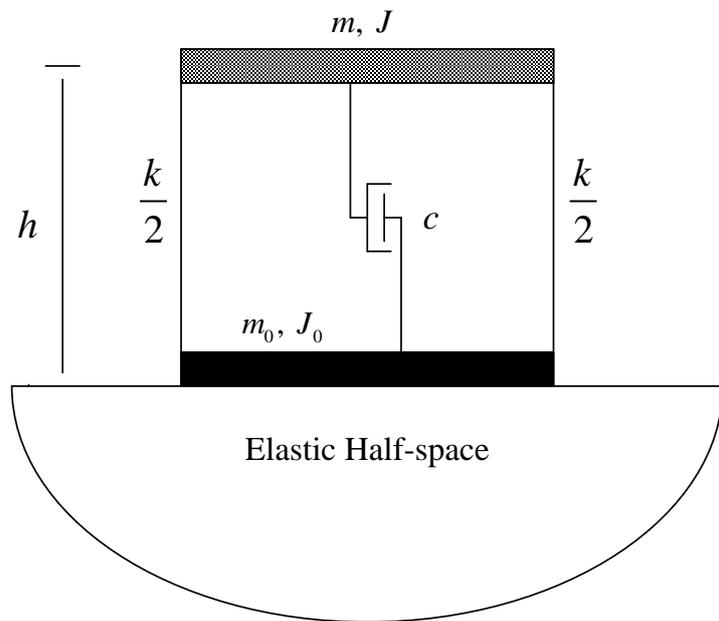


圖 3.1 單自由度結構之彈性基盤模型

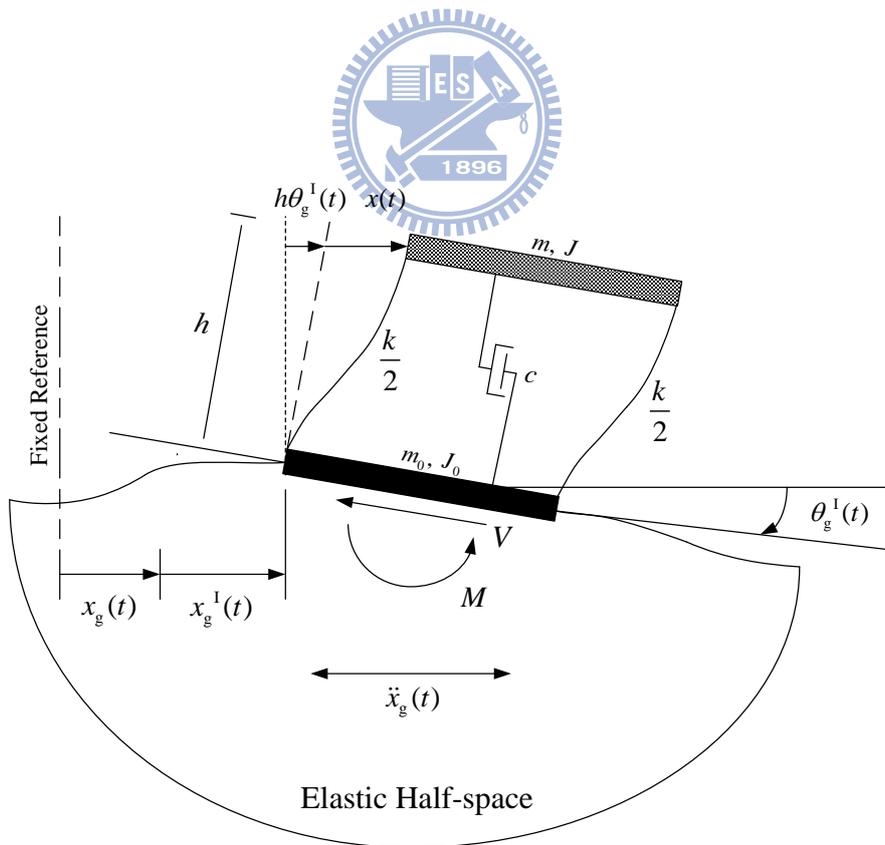


圖 3.2 單自由度結構之彈性基盤變形示意圖

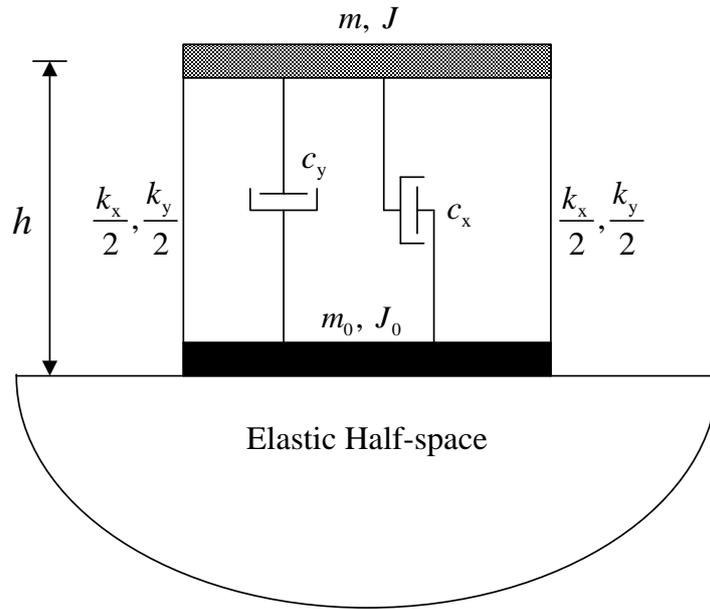


圖 3.3 三自由度結構之彈性基盤模型

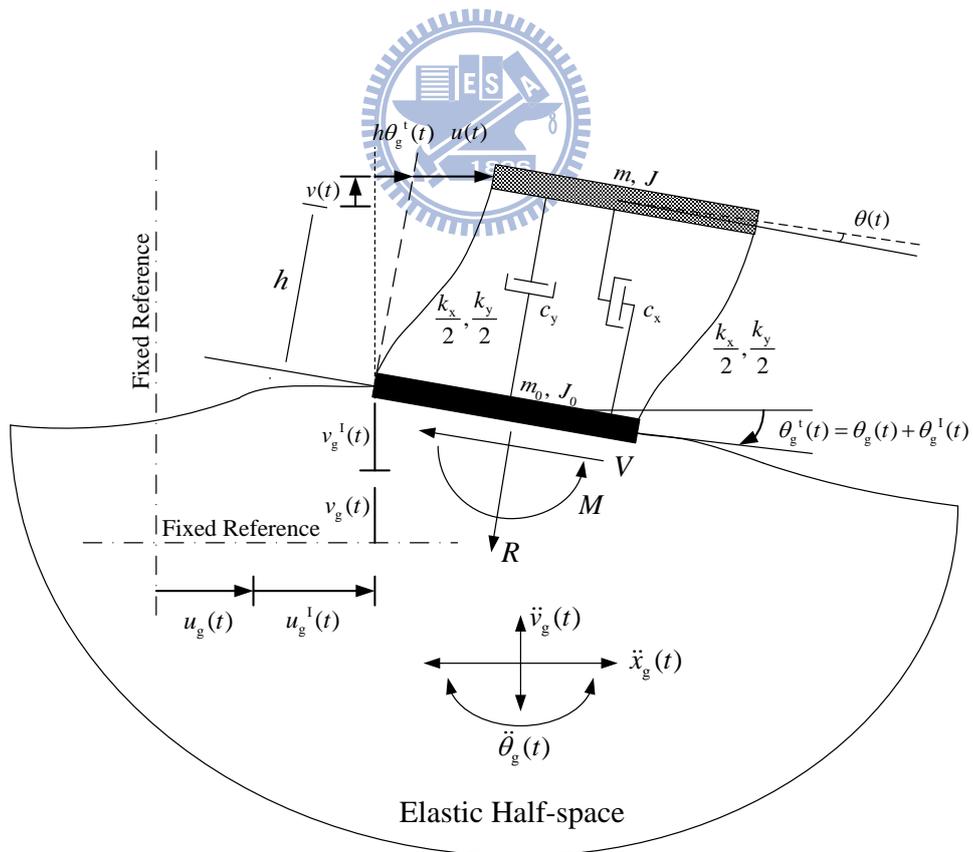


圖 3.4 三自由度結構之彈性基盤變形示意圖

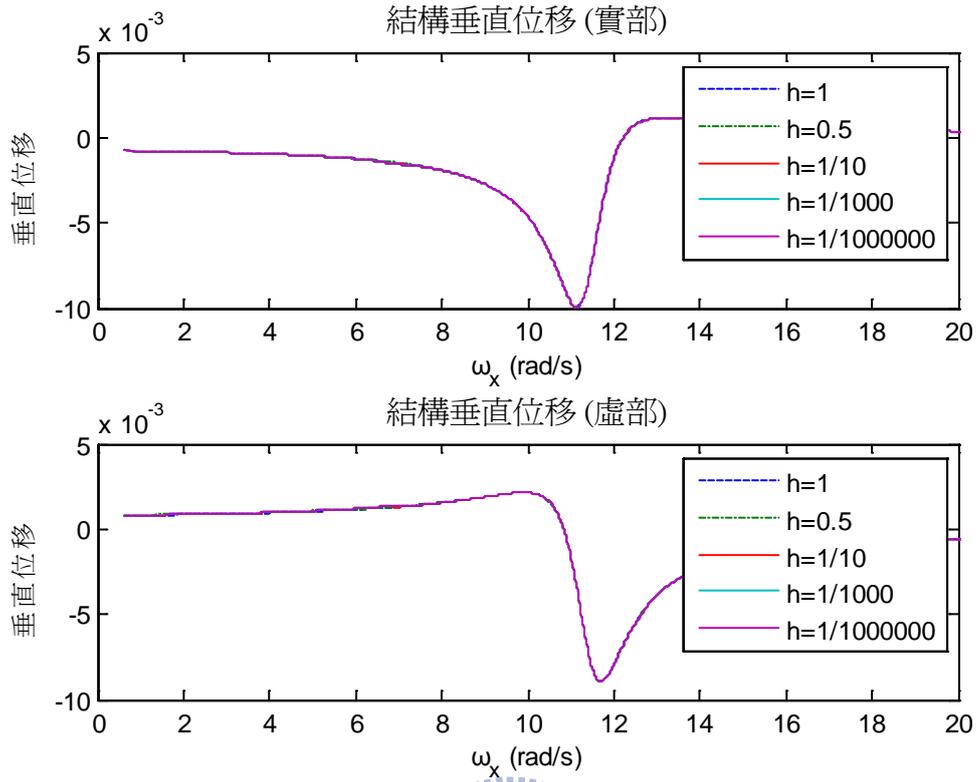


圖 4.1 單位垂直力作用之結構垂直位移

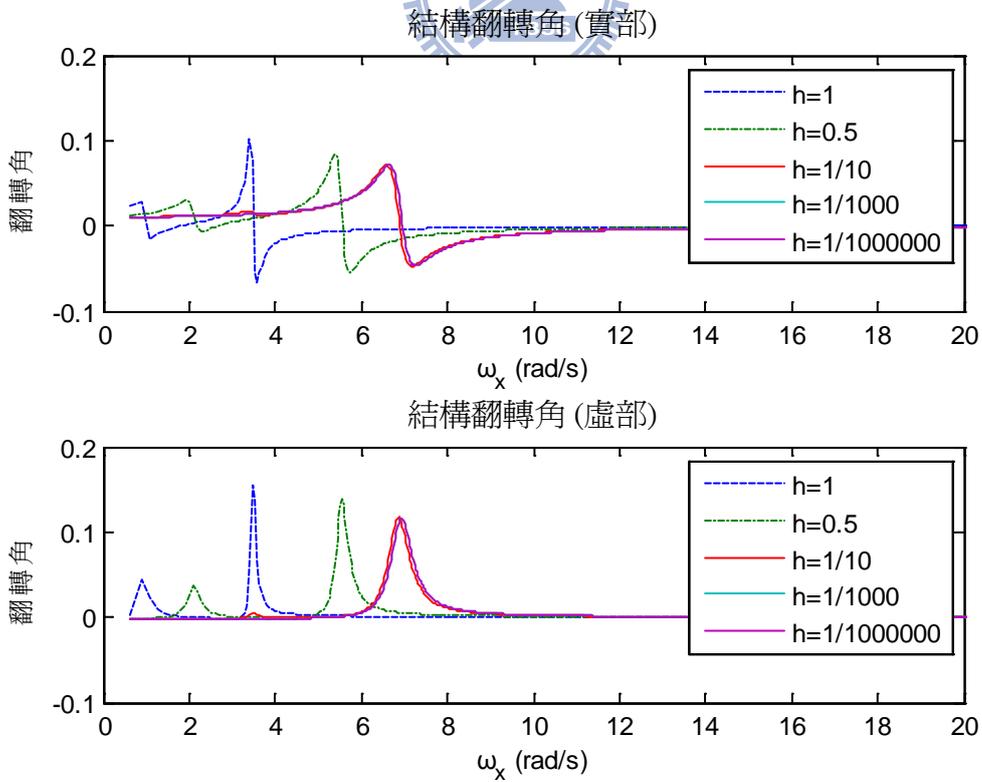


圖 4.2 單位垂直力作用之結構翻轉角

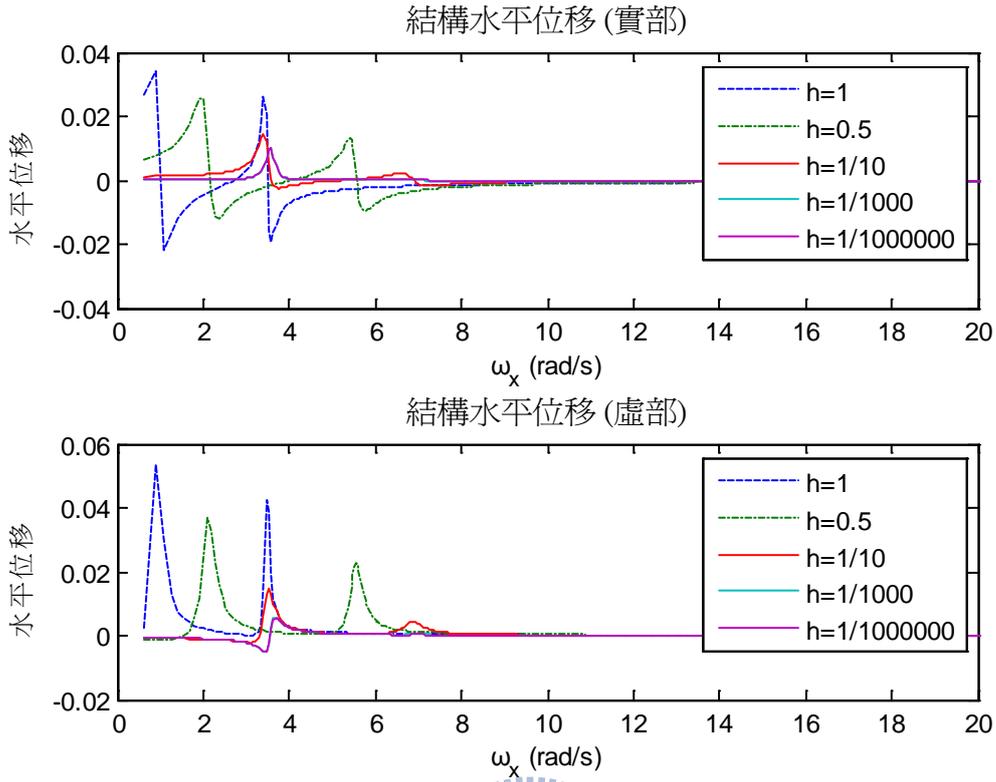


圖 4.3 單位垂直力作用之結構水平位移

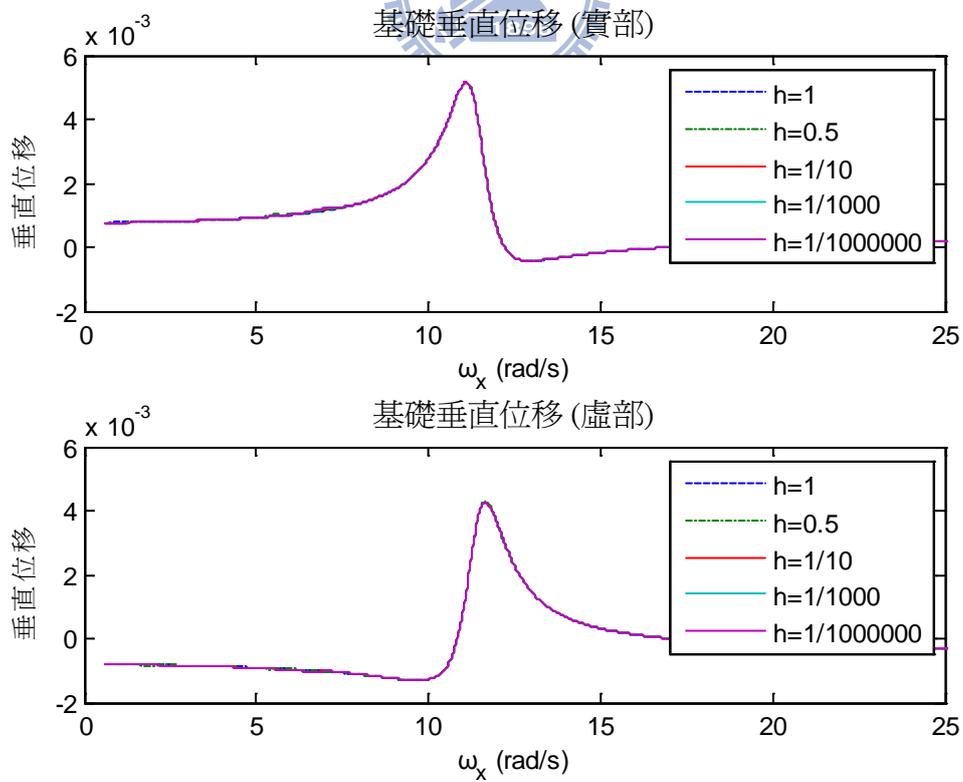


圖 4.4 單位垂直力作用之基礎垂直位移

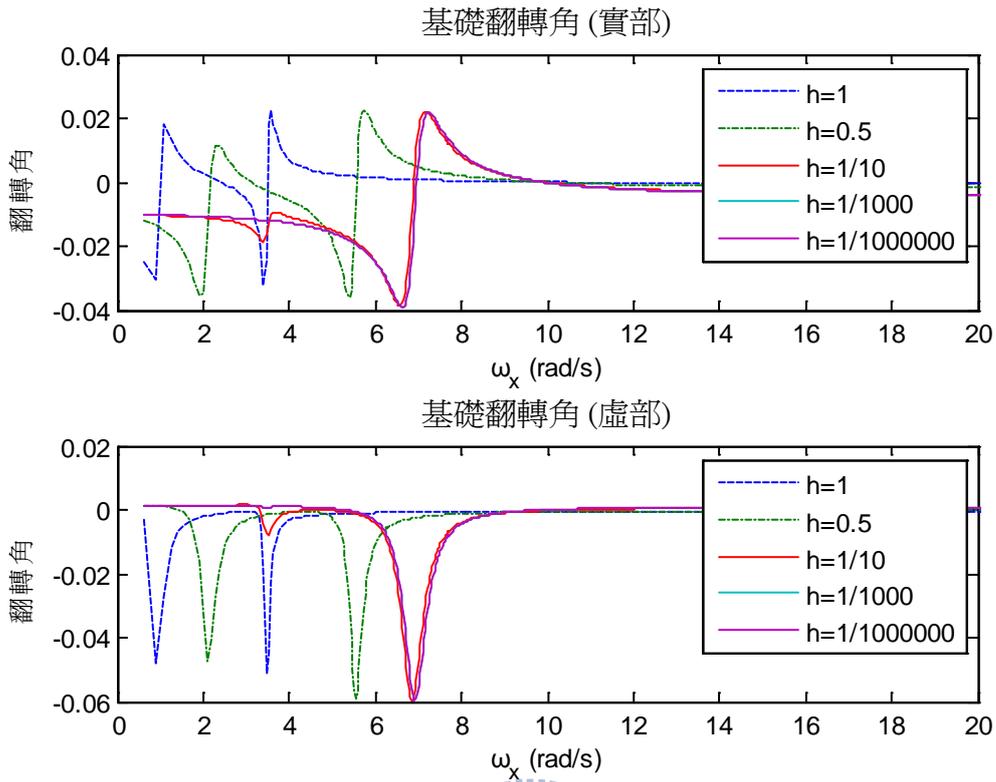


圖 4.5 單位垂直力作用之基礎翻轉角

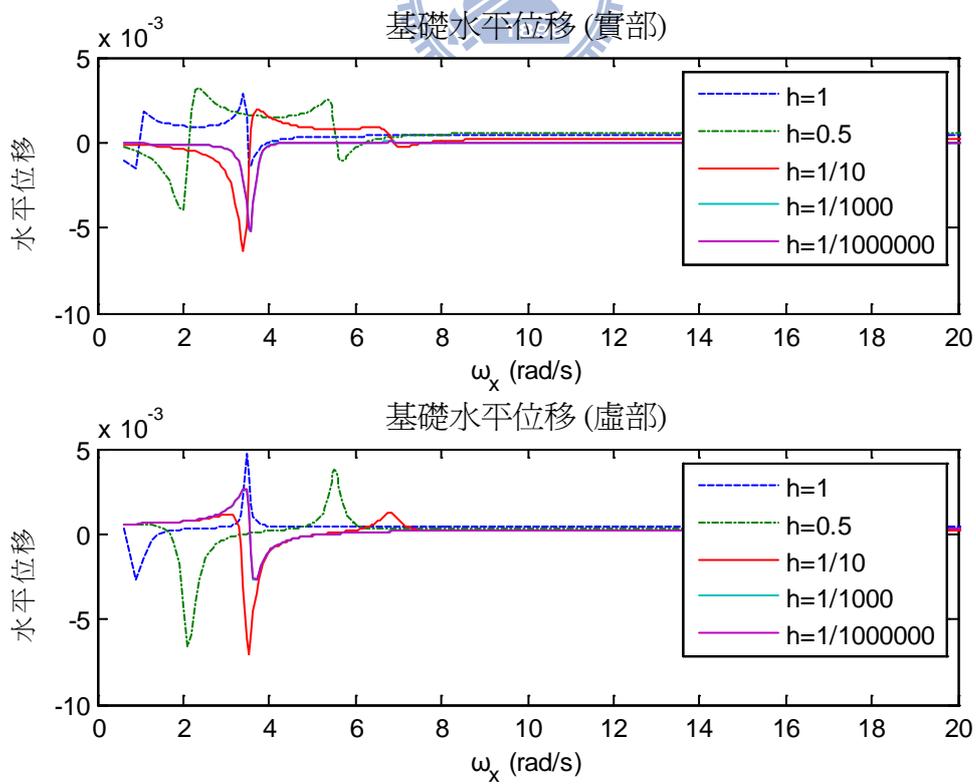


圖 4.6 單位垂直力作用之基礎水平位移

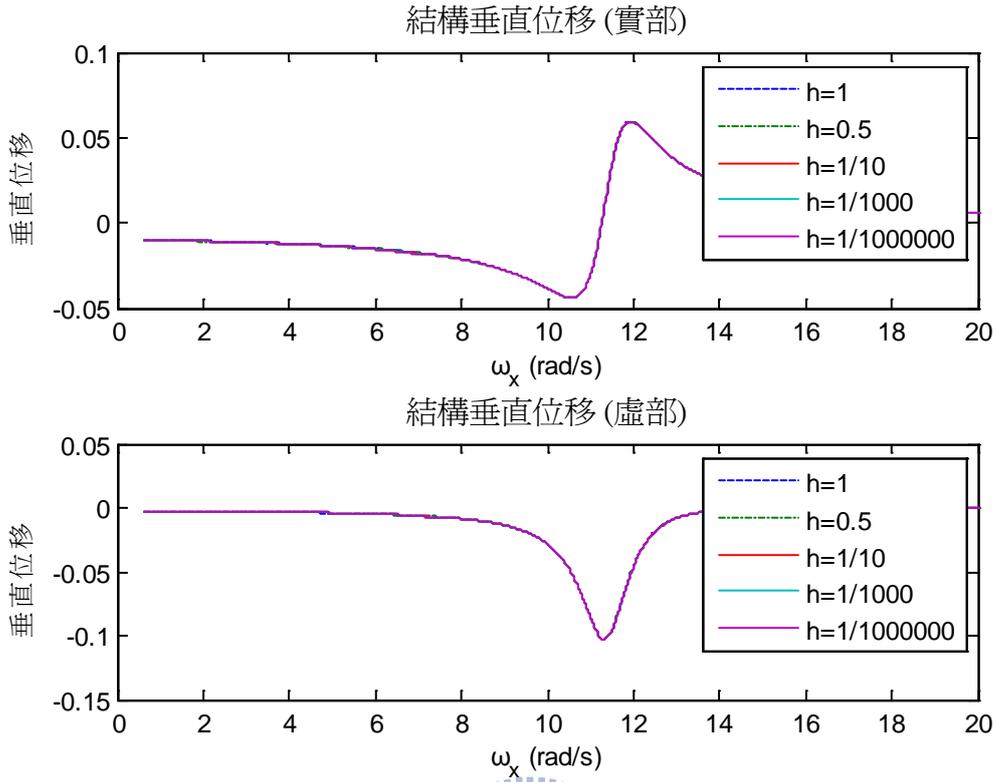


圖 4.7 單位力矩作用之結構垂直位移

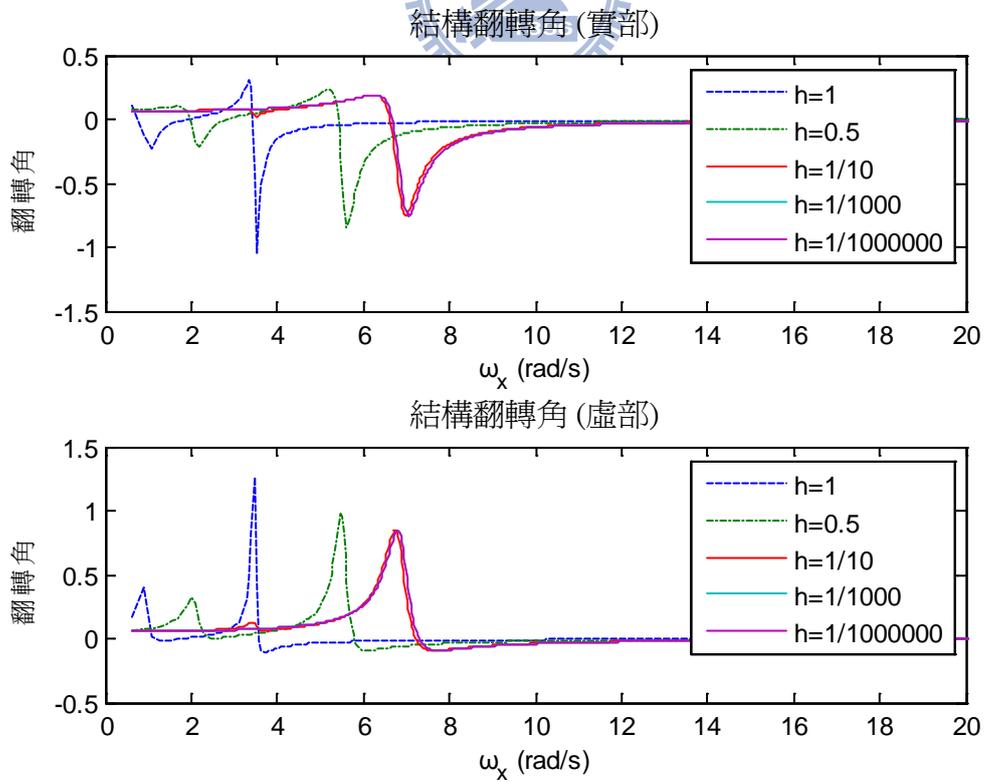


圖 4.8 單位力矩作用之結構翻轉角

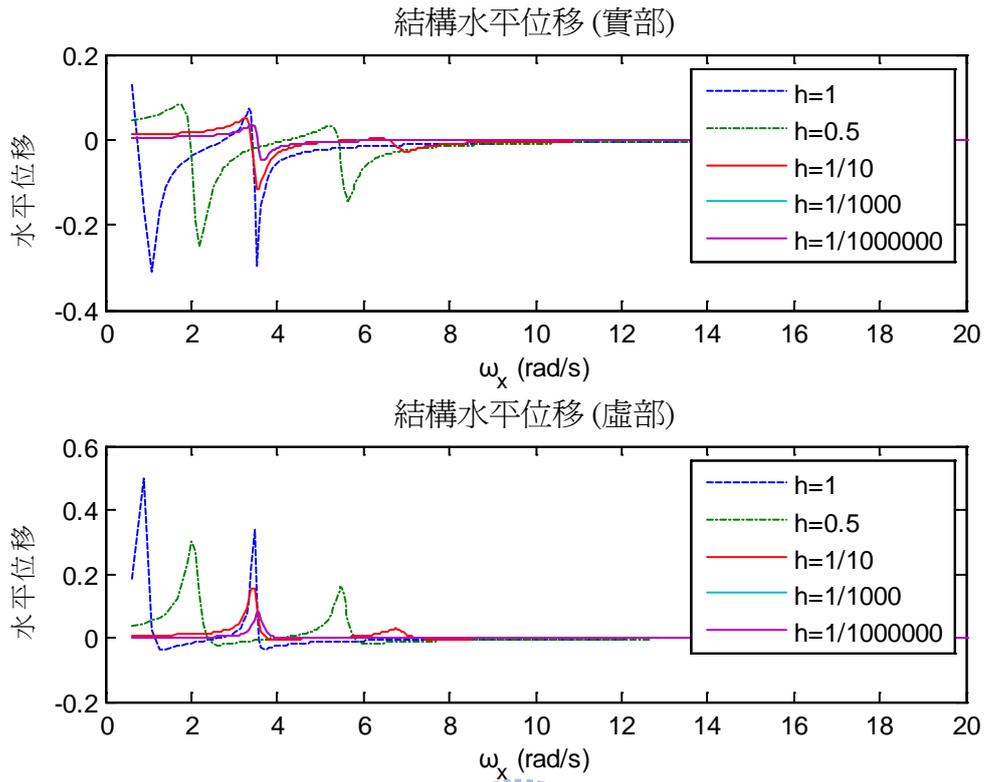


圖 4.9 單位力矩作用之結構水平位移

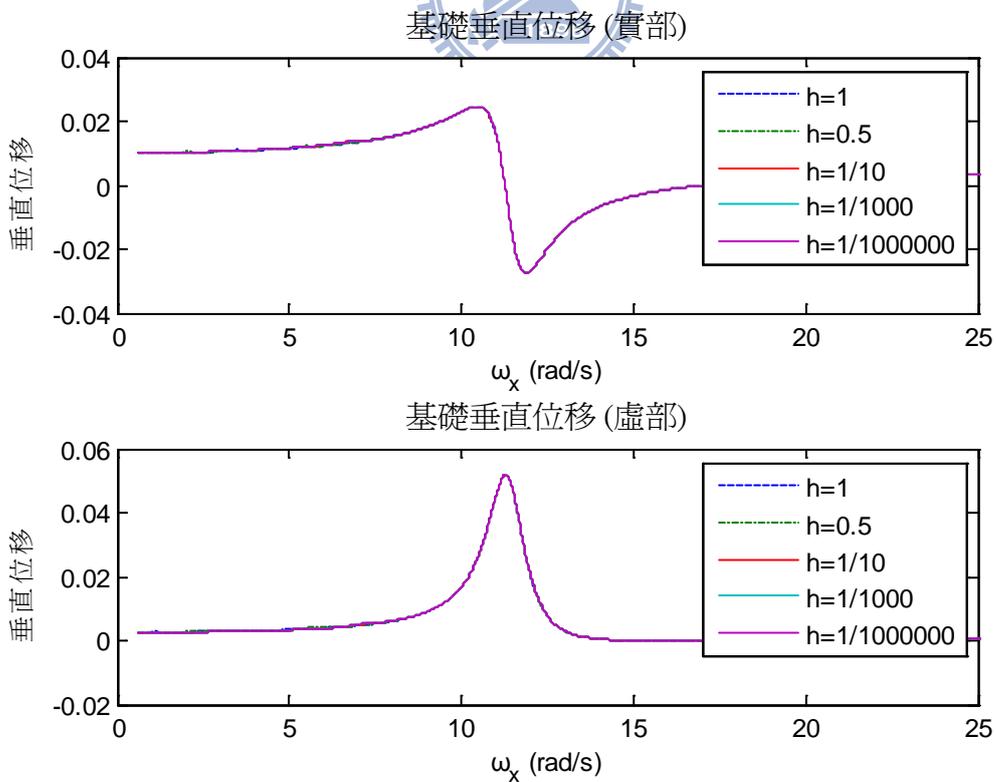


圖 4.10 單位力矩作用之基礎垂直位移

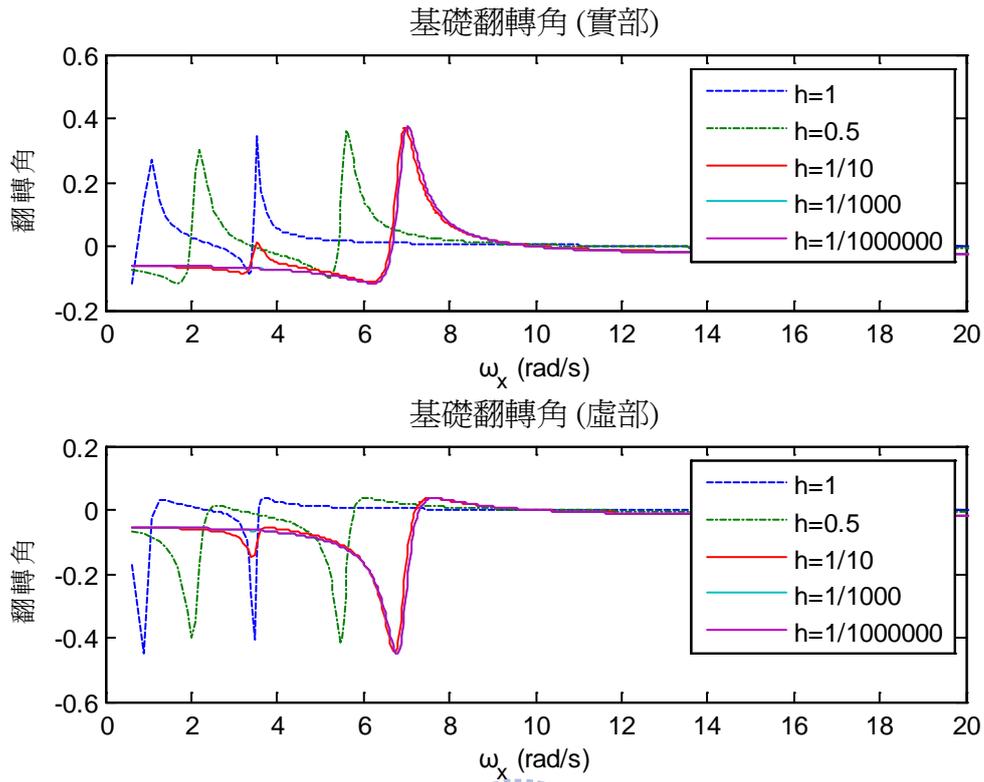


圖 4.11 單位力矩作用之基礎翻轉角

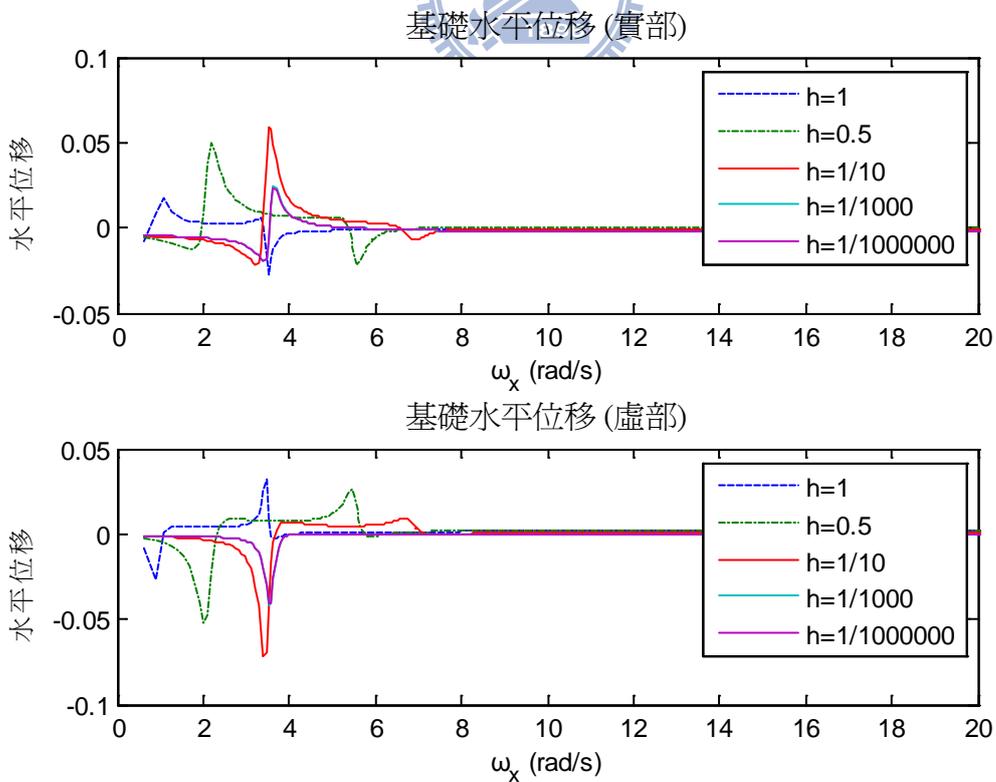


圖 4.12 單位力矩作用之基礎水平位移

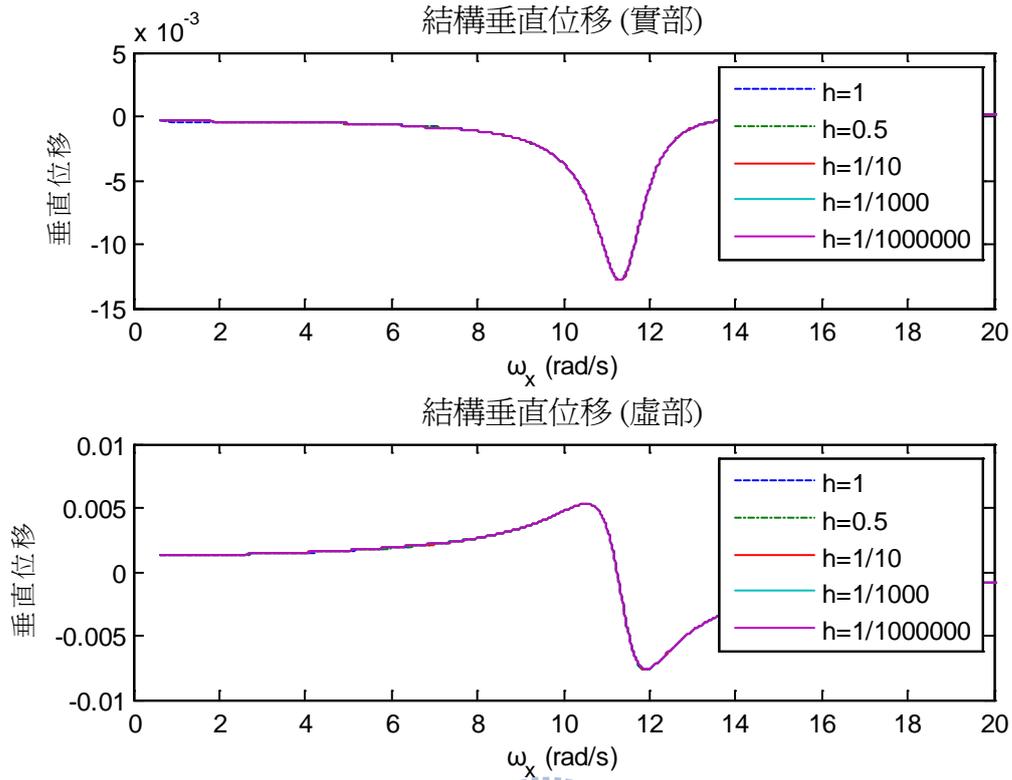


圖 4.13 單位水平力作用之結構垂直位移

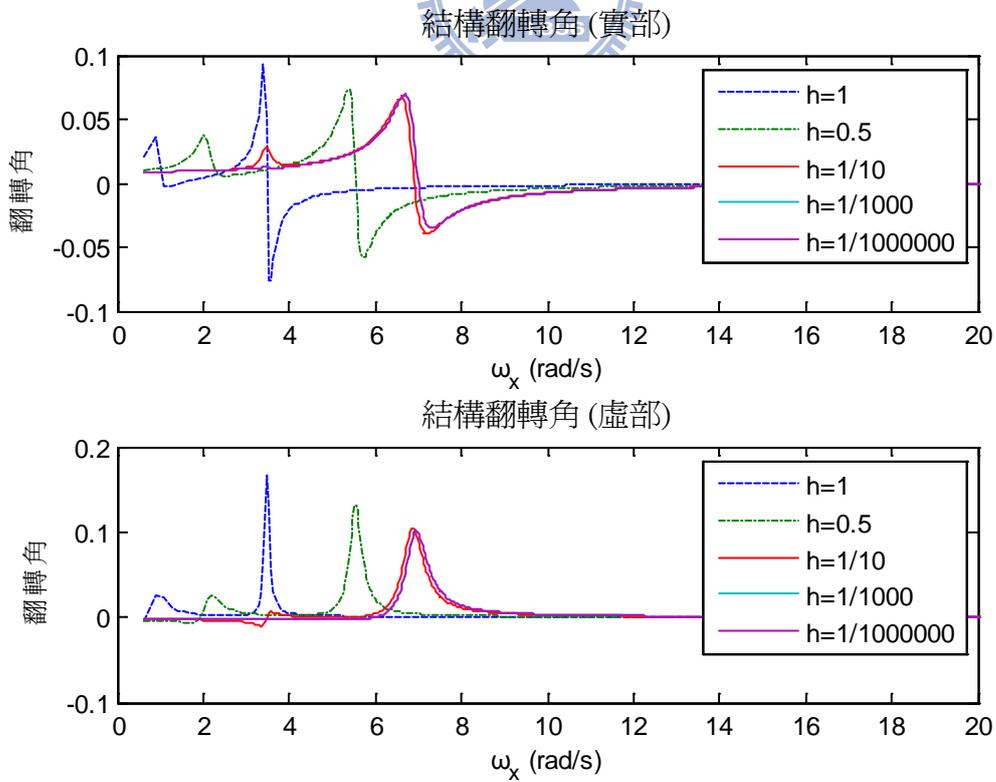


圖 4.14 單位水平力作用之結構翻轉角

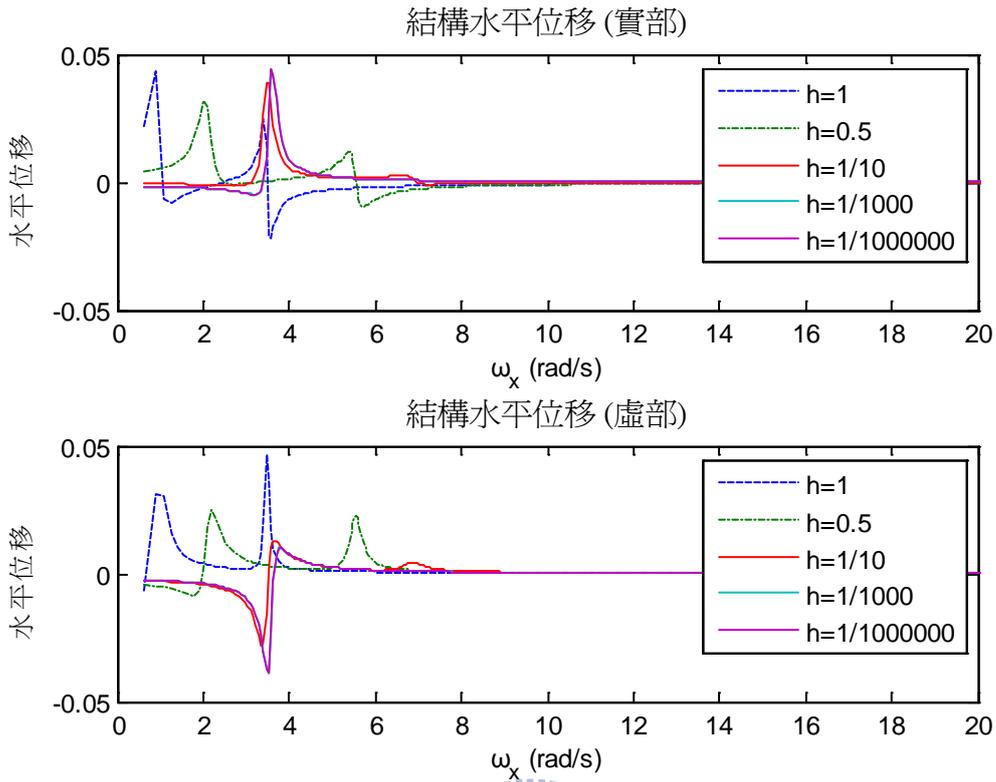


圖 4.15 單位水平力作用之結構水平位移

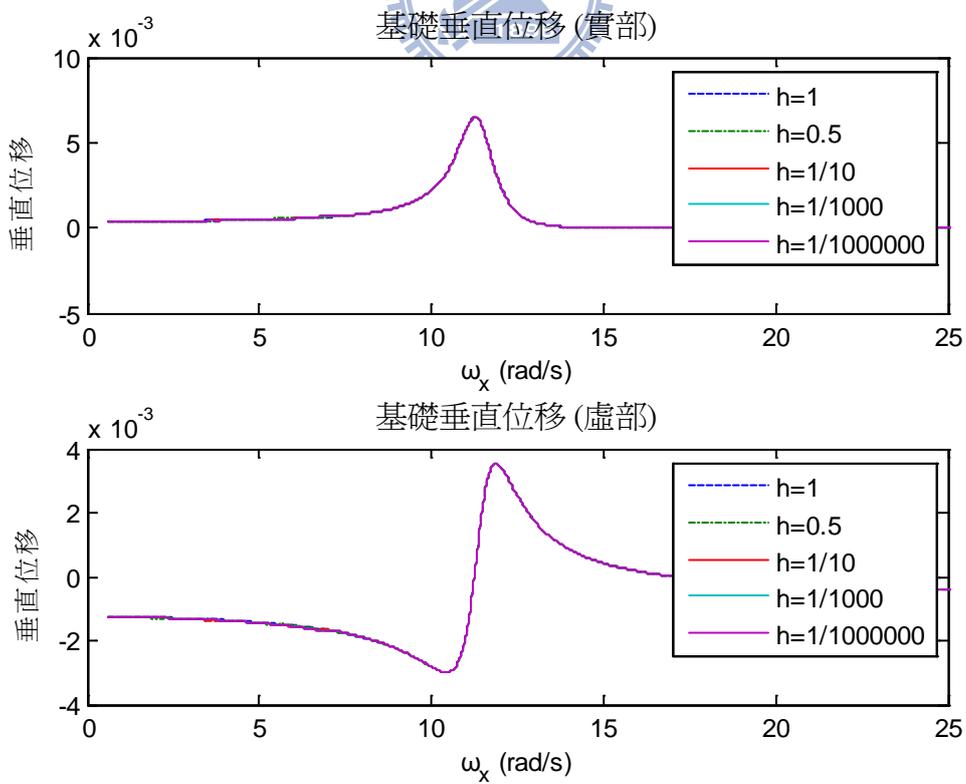


圖 4.16 單位水平力作用之基礎垂直位移

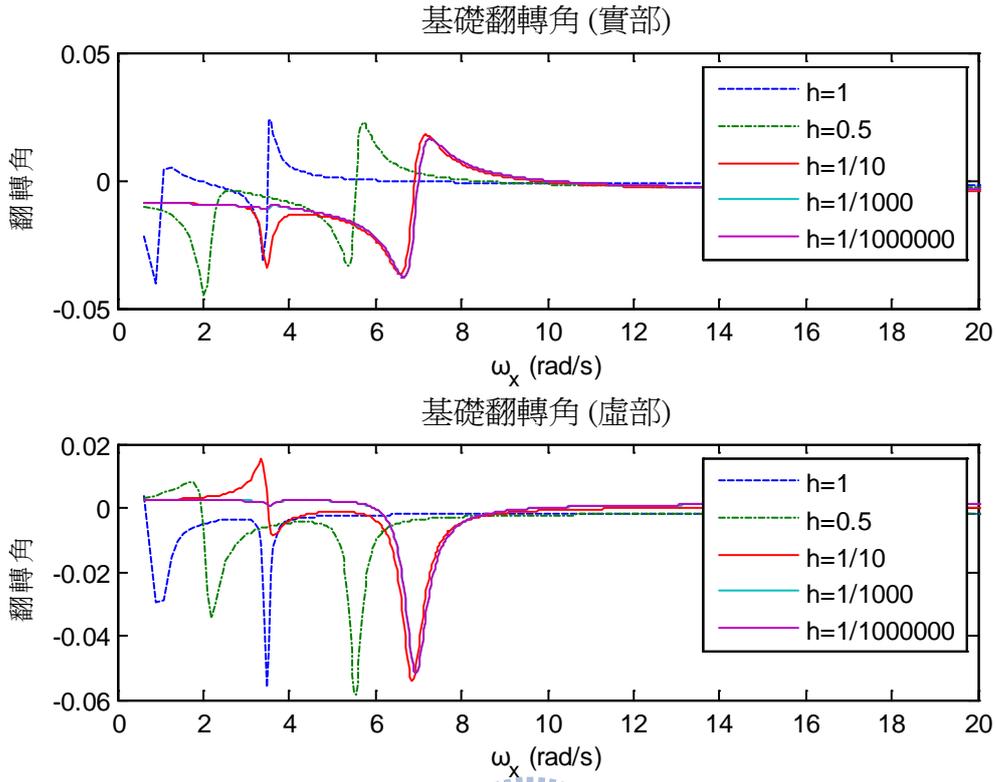


圖 4.17 單位水平力作用之基礎翻轉角

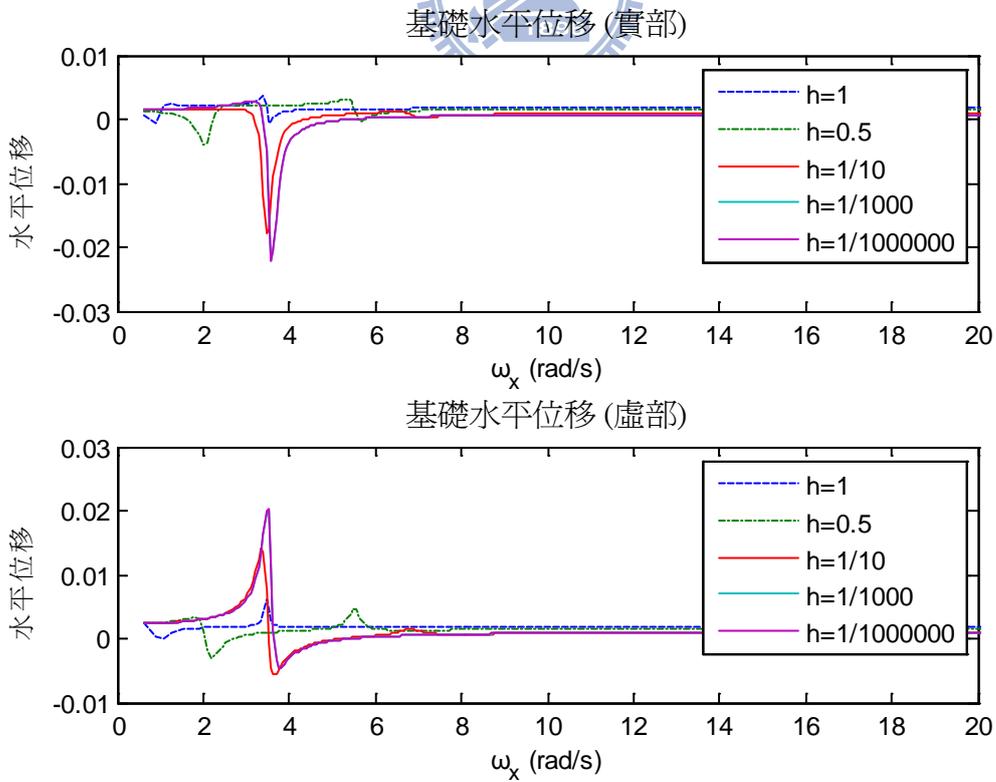


圖 4.18 單位水平力作用之基礎水平位移