

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

應用破壞定位向量法於土木結構之探討

Locate Damaged Components in Civil Engineering Structures Via
Damage Locating Vector Method

研究生：李中原

指導教授：黃炯憲 博士

中華民國一百零一年一月

應用破壞定位向量法於土木結構之探討

Locate Damaged Components in Civil Engineering Structures Via Damage Locating Vector Method

研究生：李中原

Student : Chung-Yuan Lee

指導教授：黃炯憲

Adviser : Dr. Chiung-Shiann Huang

國立交通大學

土木工程學系



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Civil Engineering

January 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年一月

應用破壞定位向量法於土木結構之探討

研究生：李中原

指導教授：黃炯憲 博士

國立交通大學土木工程學系

摘要

結構損傷診斷是一重要之研究課題，以結構系統損傷前後動態特性變化做為依據，為一常用之方法。但由於自然頻率對損傷不夠敏感或高階模態不易識別，皆使得其無法準確地用於損傷診斷分析。而藉由柔度矩陣進行損傷診斷，其具有較自然頻率及模態更為敏感，且受高階模態影響較小之優點。

破壞定位向量法(Damage Locating Vectors Method, 簡稱 DLV)，是以損傷前後之柔度矩陣差異，經由奇異值分解(singular value decomposition, SVD)求得破壞定位向量，再將其加載於損傷前之有限元素模型進行內力分析，以內力之正規化累計應力指標做為破壞位置判斷之參考。

本研究即為探討 DLV 法用於土木結構損傷診斷分析之可行性及實用性。本研究考慮幾種實際常見因素：雜訊之影響、僅以少數模態進行分析、不完全量測、有限元素模型與實際結構有所差異之情況。使用小波轉換配合 ARX 模式識別結構模態參數，透過桁架數值模擬分析驗證 DLV 法之可行性及探討各參數之影響，再進一步用於八層樓鋼構振動台實驗分析，並評估此法之實用性。

Locate Damaged Components in Civil Engineering Structures Via Damage Locating Vector Method

Student: Chung-Yuan Lee

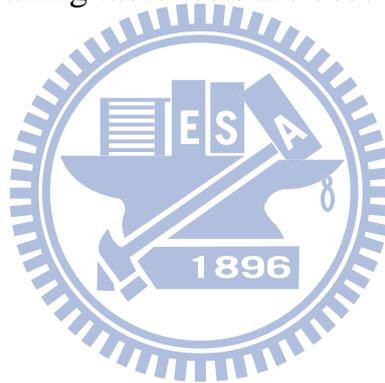
Adviser: Dr. Chiung-Shiann Huang

Department of Civil Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

Structural health monitoring has become an important issue in academia and practical engineering. One of the most popular means to assess damage of a structure is based on its vibration characteristics. However, this approach often encounters the difficulties that lower mode frequencies and mode shapes may not be sensitive to the existence of damages, and higher mode frequencies and mode shapes are not easy to estimate accurately. The advantage of using the flexibility matrix of a structure for damage assessment over using the structural vibration characteristics is that the flexibility matrix is not significantly influenced by the higher mode characteristics of the structure and it is sensitive to the existence of damages. The damage locating vectors method determines a set of load vectors from the change of the flexibility matrix due to damages, and applies these load vectors as static loads to the finite element model of the undamaged structure for static analyses. The damaged locations are found from the so-called normalized cumulative stress index determined from the static analyses.

This work investigates the applicability of damage locating vectors method in civil engineering structures including truss and frame systems. To simulate the situations often encountered in real applications, we study the effects of noise, number of modes used in constructing a flexibility matrix, incomplete measurements, and incorrectness of a finite element model on accurately locating the damages. A continuous wavelet transform along with the ARX model is employed to process dynamic responses of a structure to estimate the needed accurate dynamic characteristics of the structure. Numerical simulation responses are carried out for truss systems, while measured dynamic responses of eight-storey frames in shaking table tests are used in the work.



誌謝

本文承蒙恩師 黃炯憲教授在研究期間悉心指導與不厭其煩的校正，方得以順利完成。吾師對於學術研究之嚴謹態度與執著精神，使我在學業、論文研究與處世上獲益匪淺，在此僅致最高之敬意及由衷的感謝。

論文口試期間，承蒙鄭復平教授、劉俊秀教授與林昌佑教授百忙之中蒞臨指導，並提供許多寶貴的意見與指正，使本文能更臻完善，特此感謝。

研究期間，特別感謝威智學長、連杰學長及明儒學長的耐心指導，在研究上給予極大幫助，並且在生涯規劃上提供許多寶貴的建議。感謝靖俞學長、政甯學長、志偉學長、宛臻學姊、凱平學長、穎泰學長的關心及照顧，同窗好友鈞誠、博然、維莘、進順、江祥、綸桓、孟軒在課業及研究上的鼓勵及幫助，學弟妹承哲、裕鈞、旭進、芳琳、宣治、俊超在這段時間的陪伴，彼此分享生活中的歡樂、品嚐新竹地區的美食，使我研究所生活更加多姿多采。

最後感謝我的家人、大學好友、團契教會許多弟兄姊妹及所有在我研究過程中關心、鼓勵我的朋友們，謝謝你們一路的支持與陪伴，給予我力量繼續往前邁進，使我順利完成論文研究，願一切的喜樂都能與你們分享。

國立交通大學 土木工程學系

李中原 謹誌於交大工程二館 2012 年 1 月

目錄

摘要	i
Abstract.....	ii
誌謝	iv
目錄	v
表目錄	viii
圖目錄	xii
第一章 前言	1
1.1 文獻回顧	2
1.2 研究目的及方法	7
1.3 論文架構	8
第二章 破壞定位向量法	9
2.1 前言	9
2.2 破壞定位向量理論	9
2.3 結構柔度矩陣之建立	12
2.4 小波 ARX 識別理論	14



2.4.1 連續小波轉換簡介.....	14
2.4.2 建構小波 ARX 模式	15
2.4.3 識別動態特性準確指標.....	18
第三章 數值模擬驗證與參數探討.....	20
3.1 前言	20
3.2 數值模擬概述.....	20
3.3 小型桁架結構之破壞診斷分析.....	21
3.3.1 無雜訊反應之分析結果.....	21
3.3.2 雜訊之影響.....	22
3.3.3 分析模態數之影響.....	23
3.4 大型桁架結構之破壞診斷分析.....	25
3.4.1 不完全量測自由度之影響.....	27
3.5 有限元素模型差異之探討.....	29
第四章 振動台試驗數據分析.....	31
4.1 前言	31
4.2 待測結構物介紹.....	31
4.3 八層樓鋼構架之破壞診斷分析.....	32



第五章 結論與建議.....	35
5.1 結論.....	35
5.2 建議.....	36
參考文獻.....	38
附錄.....	141
1. 二維桁架之計算流程.....	141
2. 八層樓鋼構之計算流程.....	146



表目錄

表 3.1 小型結構破壞前後之模態參數改變量.....	45
表 3.2 未破壞小型結構之識別模態參數.....	46
表 3.3 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 折減 10%).....	46
表 3.4 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 折減 20%).....	47
表 3.5 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 及 12 各折減 10%)	47
表 3.6 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 及 12 分別折減 10% 及 20%)	48
表 3.7 未破壞小型結構 20% 雜訊之識別模態參數	49
表 3.8 破壞小型結構 20% 雜訊之識別模態參數(桿件 10 折減 10%)	49
表 3.9 破壞小型結構 20% 雜訊之識別模態參數(桿件 10 折減 20%)	50
表 3.10 破壞小型結構 20% 雜訊之識別模態參數(桿件 10 及 12 各折減 10%)	50
表 3.11 破壞小型結構 20% 雜訊之識別模態參數(桿件 10 及 12 分別折減 10% 及 20%)	51

表 3.12 大型結構破壞前後之模態參數改變量.....	52
表 3.13 未破壞大型結構之識別模態參數.....	53
表 3.14 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 44 折減 10%).....	53
表 3.15 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 44 折減 20%).....	54
表 3.16 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 28 及 44 各折減 10%)	54
表 3.17 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 28 及 44 分別折減 20%及 10%)	55
表 3.18 未破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數	56
表 3.19 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 44 折減 10%).....	56
表 3.20 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 44 折減 20%).....	57
表 3.21 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 44 折減 40%).....	57
表 3.22 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 28 及 44 各折減 20%)	58
表 3.23 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 28 及 44 分別折減 40% 及 20%)	58
表 3.24 未破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(集集地震).....	59



表 3. 25 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(集集地震).....	59
表 3. 26 未破壞不完全量測案例一之識別模態參數(垂直向均佈).....	60
表 3. 27 破壞不完全量測案例一之識別模態參數(垂直向均佈).....	60
表 3. 28 未破壞不完全量測案例二之識別模態參數(垂直及水平向均佈)....	61
表 3. 29 破壞不完全量測案例二之識別模態參數(垂直及水平向均佈).....	61
表 3. 30 未破壞不完全量測案例三之識別模態參數(垂直及水平向均佈)....	62
表 3. 31 破壞不完全量測案例三之識別模態參數(垂直及水平向均佈).....	62
表 3. 32 未破壞不完全量測案例四之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞 位置周圍).....	63
表 3. 33 破壞不完全量測案例四之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位 置周圍).....	63
表 3. 34 未破壞不完全量測案例四 20%雜訊之識別模態參數(垂直、水平向 均佈及破壞位置周圍).....	64
表 3. 35 破壞不完全量測案例四 20%雜訊之識別模態參數(垂直、水平向均 佈及破壞位置周圍).....	64



表 3.36 未破壞不完全量測案例五之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍).....	65
表 3.37 破壞不完全量測案例五之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍).....	65
表 4.1 鋼柱斷面資料.....	66
表 4.2 八層樓鋼構破壞前後之模態參數改變量.....	67
表 4.3 未破壞八層樓鋼構之識別模態參數.....	68
表 4.4 破壞八層樓鋼構之識別模態參數(三樓剛度折減 32.6%).....	68
表 4.5 破壞八層樓鋼構之識別模態參數(三樓剛度折減 96.4%).....	69
表 4.6 未破壞不完全量測之識別模態參數(量測 1、3、5、7 樓).....	70
表 4.7 破壞不完全量測之識別模態參數(量測 1、3、5、7 樓).....	70
表 4.8 未破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4、6、8 樓).....	71
表 4.9 破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4、6、8 樓).....	71
表 4.10 未破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4 樓).....	72
表 4.11 破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4 樓).....	72

圖目錄

圖 2.1 DLV 法分析流程圖.....	73
圖 2.2 小波 ARX 法分析流程圖	74
圖 2.3 Meyer 母小波函數	75
圖 2.4 Meyer 母小波函數頻譜圖	75
圖 3.1 小型二維桁架結構及桿件編號.....	76
圖 3.2 小型結構全部十一個模態之分析結果.....	77
圖 3.3 小型結構 20% 雜訊全部十一個模態之分析結果	78
圖 3.4 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 10%).....	79
圖 3.5 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 20%).....	80
圖 3.6 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 各折減 10%)	81
圖 3.7 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 分別折減 10% 及 20%)	82
圖 3.8 小型結構 20% 雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 10%).....	83
圖 3.9 小型結構 20% 雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 20%).....	84
圖 3.10 小型結構 20% 雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 各折減 10%)	85

圖 3. 11 小型結構 20%雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 分別折減 10%及 20%).....	86
圖 3. 12 大型二維桁架結構及桿件編號.....	87
圖 3. 13 大型結構之分析結果(桿件 44 折減 10%).....	88
圖 3. 14 大型結構之分析結果(桿件 44 折減 20%).....	89
圖 3. 15 大型結構之分析結果(桿件 28 及 44 各折減 10%).....	90
圖 3. 16 大型結構之分析結果(桿件 28 及 44 分別折減 20%及 10%).....	91
圖 3. 17 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 44 折減 10%).....	92
圖 3. 18 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 44 折減 20%).....	93
圖 3. 19 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 44 折減 40%).....	94
圖 3. 20 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 28 及 44 各折減 20%).....	95
圖 3. 21 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 28 及 44 分別折減 40%及 20%).....	96
圖 3. 22 反應歷時圖及頻譜圖.....	97
圖 3. 23 大型結構 20%雜訊之分析結果(集集地震).....	98
圖 3. 24 不完全量測自由度感測器位置示意圖(1).....	99
圖 3. 25 不完全量測自由度感測器位置示意圖(2).....	100
圖 3. 26 不完全量測自由度感測器位置示意圖(3).....	101
圖 3. 27 不完全量測案例一之分析結果(垂直向均佈).....	102

圖 3. 28 不完全量測案例二之分析結果(垂直及水平向均佈).....	103
圖 3. 29 不完全量測案例三之分析結果(垂直及水平向均佈).....	104
圖 3. 30 不完全量測案例四之分析結果(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)	105
圖 3. 31 不完全量測案例五之分析結果(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)	106
圖 3. 32 小型結構有限元素模型差異示意圖	107
圖 3. 33 大型結構有限元素模型差異示意圖(1)	108
圖 3. 34 大型結構有限元素模型差異示意圖(2)	109
圖 3. 35 小型結構有限元素模型差異之分析結果.....	110
圖 3. 36 大型結構有限元素模型差異之分析結果(1).....	111
圖 3. 37 大型結構有限元素模型差異之分析結果(2).....	112
圖 3. 38 小型結構有限元素模型差異示意圖(增加靜不定度).....	113
圖 3. 39 小型結構模型有限元素差異之分析結果(增加靜不定度).....	114
圖 4. 1 八層樓鋼構架振動台試驗.....	115
圖 4. 2 樓版配置示意圖	116
圖 4. 3 樓版配置圖	117
圖 4. 4 柱斷面示意圖	118
圖 4. 5 三樓柱斷面置換示意圖	119

圖 4.6 感測器位置示意圖.....	120
圖 4.7 柱斷面及感測器位置圖.....	121
圖 4.8 ETABS 之八層樓鋼構有限元素模型.....	122
圖 4.9 未破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(1).....	123
圖 4.10 未破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(2).....	124
圖 4.11 未破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(1).....	125
圖 4.12 未破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(2).....	126
圖 4.13 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 32.6%) (1).....	127
圖 4.14 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 32.6%) (2).....	128
圖 4.15 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 32.6%) (1).....	129
圖 4.16 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 32.6%) (2).....	130
圖 4.17 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 96.4%) (1).....	131
圖 4.18 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 96.4%) (2).....	132
圖 4.19 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 96.4%) (1).....	133
圖 4.20 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 96.4%) (2).....	134
圖 4.21 未破壞識別之各模態振形圖.....	135

圖 4. 22 破壞識別之各模態振形圖(三樓剛度折減 32.6%).....	136
圖 4. 23 破壞識別之各模態振形圖(三樓剛度折減 96.4%).....	137
圖 4. 24 八層樓鋼構之分析結果(三樓剛度折減 32.6%).....	138
圖 4. 25 八層樓鋼構之分析結果(三樓剛度折減 96.4%).....	139
圖 4. 26 八層樓鋼構不完全量測之分析結果.....	140



第一章 前言

結構損傷診斷方法的發展起源於軍事、航空以及機械領域，為針對各項設備之故障進行診斷，後來也逐漸受到土木工程領域之重視。由於台灣屬於地震頻繁之區域，結構物常因受到地震、外力撞擊或混凝土老劣化造成破壞，影響其使用功能，造成使用者遭遇危害之風險增加。為保障結構物的安全性，適時地進行監測及損傷評估是必要的。近年來，已發展出許多以不破壞結構物或材料進行損傷診斷之非破壞檢測方法。主要是利用結構物產生破壞或材料發生變化時，其動態特性也將隨之改變，藉由量測其動態特性之變化，做為損傷診斷之依據。

Rytter [1]將結構物之損傷評估分為四個層次：(1)檢測是否有損傷，(2)判斷損傷位置，(3)損傷程度之評估，(4)預測該結構之剩餘使用年限 Chang et al. [2]依監測或量測方法可分為全域監測及局部監測。在經濟考量下，較可行之監測方式為利用全域監測進行前二層次之損傷評估，再用局部監測完成進一步之損傷評估。然而實際量測情況中，除了經濟因素，尚有儀器或環境雜訊、分析誤差等諸多原因，增加損傷診斷之困難度。本研究即以考慮實際可能遭遇狀況為考量，探討破壞定位向量法之實用性。

1.1 文獻回顧

依文獻回顧之文章(Natke [3]; Imregun and Visser [4]; Mottershead and Friswell [5]; Salawu [6]; Doebling et al. [7]; Farrar et al. [8]; Chang et al. [2]; Brownjohn [9])，利用全域監測量測結構系統動態反應進行損傷評估之方法，大致上可分為模式修正理論(model updating theory)及損傷指標法(damage index method)。

(一) 模式修正理論

模式修正理論，是以最佳化法尋找最符合實際結構系統反應之有限元素模型，與損傷前之有限元素模型比較，評估有無損傷、損傷位置及損傷程度。此類方法可再細分為三小類(Friswell and Mottershead [10])：(1)直接修正法(direct updating methods)：藉由尋找符合結構系統現況之自然頻率與模態振形，不經由迭代而直接對質量及勁度矩陣進行修正。例如 Berman and Nagy [11]之解析模式改良流程(analytical model improvement procedure)，Caesar and Peter [12]之直接矩陣修正法(direct matrix update method)，Kammer [13]之投影矩陣法(projector matrix method)，Kenigsbuch and Halevi [14]之一般參考基底法(generalized reference basis approach)，Chang et al. [15]之類神經網路法；(2)參數修正法(parameter updating methods)：則為迭代修正質量或勁度矩陣之方法。例如：Minas and Inman [16]、Zimmerman and Kaouk [17]及 James et al. [18]使用不同指定特徵結構技巧(eigenstructure

assignment techniques) , Adelman and Haftka [19]與 Alvin [20]則提出不同之敏感度法(sensitivity methods) , Beck and Katafygiotis [21]之 Bayesian statistical approach ; (3)使用頻率域數據之模式修正法(model updating methods using the frequency domain data) : Friswell and Penny [22]與 Arora et al. [23]使用頻率反應函數。使用模型修正理論進行評估,需建立該結構系統損傷前、後之有限元素模型,增加了分析上之複雜程度。另外,由於量測之不完整、雜訊之影響及識別模態參數之誤差,造成使用此類方法於實際結構系統損傷評估之困難。

(二) 損傷指標法

損傷指標法主要為建立各種指標,判斷結構系統是否損傷及其損傷位置。依所建立之參考指標之可分類為(1)使用自然振動頻率:例如 Cawley and Adams [24]以自然頻率結合有限元素法分析裂縫位置、計算裂縫大小;Hearn and Testa [25]與 Friswell et al. [26]研究自然頻率之變化做為偵測梁裂縫之方法;由於自然頻率為結構系統之整體特性參數,對局部損傷不敏感,且高階模態自然頻率不易識別,因此依據模態頻率無法準確判斷結構物損壞的位置。(2)使用振動模態:例如 Allemang and Brown [27]提出模態確認指標 (Modal Assurance Criterion, MAC) 判斷系統是否損傷;Lieven and Ewins [28]提出座標模態確認準則(Coordinate Modal Assurance Criterion, COMAC) 判斷損傷位置;Chen and Garba [29]、Stubbs and Kim [30]、Hu et al. [31]提

出將結構損傷前、後之模態應變能(Modal Strain Energy, MSE)應用於結構損傷診斷；其他指標諸如 Pandey et al. [32]之模態曲率(Curvature Mode Shape)；Law et al. [33]之 EEQ(Elemental Energy Quotient)；Hsu and Loh [34]之 M-MSEC(modified Modal Strain Energy Change)。若欲求得 MSE，EEQ 及 M-MSEC 唯有先估算結構之勁度矩陣，但實際上要求得真實結構的勁度有其困難度。雖然振形或振形之微分(兩次微分即為曲率，梁曲率與應變成正比)對局部損傷之敏感度較自然振動頻率高，但其於高階模態不易識別或精度較差，故於實際應用之可行性尚待評估。(3)使用自然振動頻率與模態：例如 Salawu [35]之健全指標法(integrity index method)；Lin [36]提出建構柔度矩陣；Pandey and Biswas [37] [38]使用損傷前、後之結構柔度矩陣判斷結構損傷位置；Patjawit and Knaok-Nukuchai [39]提出全域柔度矩陣(global flexibility index, GFI)；Lin et al. [40]之 story stiffness vector；Balmes et al. [41]提出一統計分析法。(4)使用其他：例如：Szewczyk and Hajela [42]以類神經網路連結靜態位移與桿件勁度之關係；Sampaio et al. [43]使用頻率反應函數曲率；Sohn and Law [44]之 experimental Ritz vector；Huang et al. [45]利用類神經網路建構類似 NARX 模式，萃取模態參數判斷建築物是否損傷，再以類神經網路估算反應與量測之差值判斷結構系統損傷位置；Liu et al. [46]使用頻率反應函數之形狀。

Lin [36]於 1990 提出建構柔度矩陣用於損傷診斷。Zhao and DeWolf [47]發現以柔度矩陣進行損傷診斷，較自然頻率及模態振形更敏感。此外，由於柔度矩陣對高階模態較不敏感的特性，也使得更多與柔度矩陣相關之方法被發展。Bernal [48]於 2002 年提出破壞定位向量法(Method of Damage Locating Vectors, DLV)，是以損傷前、後柔度矩陣之變化為基礎，依其所訂之指標做為破壞位置判斷之參考。Gao et al. [49]使用輸出動態反應，以模態擴展法建構柔度矩陣進行 DLV 分析，並以一 40 自由度之平面靜不定桁架進行 5%雜訊之數值模擬分析，其破壞桿件之勁度折減 15%及 30%，在 9 個均佈量測自由度下，破壞桿件之指標皆為低值，但與其他未破壞桿件差距甚小，其於判斷破壞位置不夠明確，容易造成破壞位置之誤判；且其在多重破壞位置之迭代分析上，將耗費許多時間。Duan et al. [50]用於彈簧質塊系統之分析，顯示在結構系統有兩處位置損傷時，使用前三個模態便能準確判斷；以及一 53 自由度之平面靜定桁架之無雜訊數值模擬分析，其破壞桿件之勁度折減 70%及 90%，在 13 個量測自由度下，破壞桿件之指標皆為低值，且與其他桿件差距甚大，顯示其能夠準確判斷破壞位置。Duan et al. [51]以前述相同桁架案例，在 23 個量測自由度下(其量測自由度位於破壞桿件周圍)，對於由不完全量測所建構出之柔度矩陣進行修正，再使其用於 DLV 法分析；其結果顯示，此柔度矩陣修正後之分析結果，與全量測下之分析結果差距甚小，其破壞桿件之指標皆為低值，但與其他桿件之差異不

大，易造成破壞位置之誤判。Gao et al. [52]探討分析模態數多寡對建構柔度矩陣之影響，指出柔度矩陣主要受低頻模態影響，且只需少數幾個模態便能夠達到相當之精度，並以一 52 自由度之平面靜定桁架進行實驗驗證，其桿件破壞之勁度折減 40%，在 13 個量測自由度下判別可能之破壞位置，其包含真正破壞之桿件；指出 DLV 法會因力平衡關係，使得未破壞桿件與破壞桿件出現相同之低值。林裕家 [53]以 DLV 法用於無雜訊數值模擬之三層樓剪力構架及平面靜定桁架於不完全量測下之全域損傷診斷，再以模態變形曲率變化進行局部損傷診斷，其顯示此法同樣會因力平衡緣故，使得低值出現在其他位置，但仍能夠將可能之破壞位置縮小至某一範圍，說明 DLV 法用於全域損傷診斷之可行性。涂哲維 [54]則用 DLV 法對二維及三維桁架、剪力構架及抗彎構架，進行無雜訊之數值模擬分析，顯示 DLV 法用於各種形式結構之可行性；以及五層樓抗彎構架之實驗驗證，以移除斜撐模擬破壞情況，並探討分析模態數目多寡對結果之影響，顯示分析之模態數必須大於或等於破壞位置之數量，才能夠於破壞樓層得到最低指標值，但其仍有與未破壞位置之指標值相近之現象，使得判斷之破壞位置不夠明確。陳逸軒 [55]則由模態之正交關係計算建構柔度矩陣所需之資料，建議 DLV 分析所需之最少量測自由度數和最少分析模態數及其彼此間之關係，並以五層樓鋼構架之剪力構架分析進行實驗驗證，以移除斜撐模擬破壞情況；結果顯示，在缺少一層樓之量測及前二、三個分析模態情況下，DLV 法仍能

夠給予破壞樓層最低之指標值，但其仍有與未破壞位置之指標值相近之現象，使得判斷之破壞位置不夠明確。

1.2 研究目的及方法

文獻中之數值模擬或實驗案例，多為靜定桁架結構或勁度折減較多(勁度折減 40% 以上或移除斜撐)之情況。但實際結構系統通常較為龐大、複雜且贅餘度較高，且以損傷診斷之角度而言，希望能夠在損傷早期便能夠發現並加以預防或補強。因此，本研究將考量更接近實際結構系統之情況，在更多自由度及靜不定度之結構系統下，針對 DLV 法進行一系列數值模擬及實驗測試。

本研究旨在探討 DLV 法應用於實際情況之可行性及實用性，以期做為全域或局部監測工具。因此，本研究將考慮以下幾種實際常見之問題。由於現地量測過程中，因儀器誤差或環境干擾，使得所量測之資料當中含有雜訊，造成資料分析之困難，加上高階模態之識別困難或不準確，以及分析過程之誤差，或因現實經濟因素，使得量測數目受到限制等等。吾人將針對上述各種狀況進行一系列數值模擬驗證，至及配合國家地震工程研究中心之八層樓鋼構之振動台實驗進行驗證，探討各狀況對 DLV 法所造成之影響，並評估此方法之可行性及實用性。

1.3 論文架構

本論文共有五章，其內容如下：

- 第一章 前言，主要內容為研究背景與動機、歷年來之研究方法與成果之相關文獻介紹，並說明本論文之研究方法與架構。
- 第二章 破壞定位向量法，其主要內容為介紹本研究之分析流程，破壞定位向量與柔度矩陣之計算及建構，以及本研究用於識別模態參數之小波 ARX 理論。
- 第三章 數值模擬驗證與參數探討，其內容呈現本研究於數值模擬之分析結果，探討各種因素對分析結果之影響。
- 第四章 振動台試驗數據分析，呈現本研究應用於八層樓鋼構實驗之分析結果。
- 第五章 結論與建議，總結本研究之分析結果，並建議未來可再進一步研究之方向。

第二章 破壞定位向量法

2.1 前言

本章主要是介紹破壞定位向量法(Damage Locating Vectors Method, DLV)之理論及分析流程。主要利用識別之結構模態參數建立柔度矩陣，再利用結構系統柔度矩陣之改變，經由奇異值分解(singular value decomposition, SVD)求得破壞定位向量，將其做為荷載，施加於未破壞結構之有限元素模型，由其應力分析結果作為判斷破壞位置之參考。本研究將應用小波轉換結合 ARX 法識別結構之動態特性。有關本研究之分析流程如圖 2.1 所示。2.2 節介紹破壞定位向量理論。2.3 節介紹建立結構柔度矩陣之方法。2.4 節則介紹小波 ARX 識別理論

2.2 破壞定位向量理論

在一 n 維線彈性結構系統下，令其未破壞狀態及破壞狀態之柔度矩陣分別為 F_u 及 F_d 。假設存在某些荷載向量，其作用於破壞前、後之結構系統時，會使結構系統產生相同的變位，即：

$$F_u L = F_d L \quad (2.1)$$

其中， L 為滿足上述條件之荷載向量集合矩陣。

式(2.1)可進一步改寫為：

$$(\mathbf{F}_d - \mathbf{F}_u)\mathbf{L} = \mathbf{F}_\Delta \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (2.2)$$

其中， \mathbf{F}_Δ 為結構柔度矩陣破壞前、後之差異矩陣。

在數學上，有如下三種情況皆滿足式(2.2)：(1) $\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{0}$ ，表示結構系統柔度矩陣未產生變化，即結構系統並未發生破壞，故不討論。(2) $\mathbf{L} = \mathbf{0}$ (即為式(2.2)之無聊解)，表示結構系統無荷載向量存在，因此結構系統也無變位產生，亦無須討論。(3) $\text{rank}(\mathbf{F}_\Delta) = r < n$ ，表示 \mathbf{F}_Δ 為秩缺(rank deficient)(即代表式(2.2)有無限多解)，矩陣 \mathbf{L} 為對應於零空間(null space)基底之情況。凡滿足上述情況(3)之荷載向量集合 \mathbf{L} 之任一向量，即為破壞定位向量(DLV)。

DLV 可從 \mathbf{F}_Δ 之奇異值分解而得；將 \mathbf{F}_Δ 分解成：

$$\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_0]^T \quad (2.3)$$

其中， \mathbf{S}_r 為非零奇異值所組成的 $r \times r$ 對角矩陣； \mathbf{U}_1 及 \mathbf{V}_1 為對應於 \mathbf{S}_r 之向量； \mathbf{U}_0 及 \mathbf{V}_0 為對應於 $\mathbf{0}$ 之向量。

將式(2.3)重新改寫如下：

$$\mathbf{F}_\Delta (\mathbf{V}^T)^{-1} = \mathbf{U}\mathbf{S} = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

矩陣 \mathbf{V} 為正交矩陣，滿足 $\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^{-1}$ ，故式(2.4)亦可表示成：

$$\mathbf{F}_\Delta \mathbf{V} = [\mathbf{F}_\Delta \mathbf{V}_1 \quad \mathbf{F}_\Delta \mathbf{V}_0] = [\mathbf{U}_1 \mathbf{S}_r \quad \mathbf{0}] \quad (2.5)$$

由式(2.5)可得：

$$\mathbf{F}_\Delta \mathbf{V}_0 = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

比較式(2.2)及(2.6)可得 $\mathbf{L} = \mathbf{V}_0$ ，即破壞定位向量 \mathbf{L} 可由柔度變化矩陣 \mathbf{F}_Δ 之奇異值分解得到。

在現實情況下，訊號量測往往受到雜訊影響而產生誤差，而數值計算過程中也有誤差存在，此皆使得 S_i 以外之奇異值不完全等於零。為由奇異值中篩選出接近於零空間之值，**Bernal**(2002) [48]提出一指標 *svn*(singular value normalize)作為奇異值篩選條件，並建議門檻值為 $svn \leq 0.20$ 者。其定義如下：

$$svn_i = \sqrt{\frac{s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2}{\max(s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2)}} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.7)$$

其中， s_i 為矩陣 \mathbf{F}_Δ 之第 i 個奇異值； $\|\mathbf{V}_i\|_\infty^2$ 為 s_i 所對應特徵向量 \mathbf{V}_i 分量之絕對最大值。

決定破壞定位向量之後，即以此向量做為靜力荷載，於對應之自由度加載於未破壞之結構系統進行分析，求得各桿件之內應力，計算正規化累計應力指標(normalized cumulative stress)：

$$\bar{\sigma}_j = \frac{\sigma_j}{\max(\sigma_j)} \quad (2.8)$$

其中，

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^n \text{abs}\left(\frac{\sigma_{ij}}{\max(\sigma_{ij})}\right)$$

式(2.8)中， σ_j = 第 j 桿件之累計應力； σ_{ij} = 第 i 組 DLV 荷載下，第 j 桿件之應力。

DLV 法之概念，即在於找出結構系統受到 DLV 荷載向量下，所產生之零應力桿件。然而零應力之桿件，也有可能該桿件在該載重情況下，本來就不受力；此亦與感測器之放置位置有關，實際情況將於第三章案例中說明。

2.3 結構柔度矩陣之建立

在一 n 維線性動力系統下之運動方程式可表示為：

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.9)$$

其中 \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分為結構系統之質量，阻尼和勁度矩陣； \mathbf{f} 為外力向量， \mathbf{x} 為位移向量。將結構系統由時間域轉換至模態域，可得：

$$\bar{\mathbf{M}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi \quad (2.10a)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \Phi^T \mathbf{K} \Phi \quad (2.10b)$$

其中， $\bar{\mathbf{M}}$ 為對角模態質量矩陣； $\bar{\mathbf{K}}$ 為對角模態勁度矩陣； Φ 為模態矩陣。

結構系統之自然頻率能夠以此表示成矩陣形式，如下：

$$\Lambda = \bar{\mathbf{M}}^{-1} \bar{\mathbf{K}} \quad (2.11)$$

其中， Λ 為自然頻率平方 ω_j^2 所組成之對角矩陣。將(2.10a)及(2.10b)代入，可得：

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Phi^T \mathbf{M} \Phi \Lambda \quad (2.12)$$

令

$$\bar{\mathbf{V}} = (\Phi^T \mathbf{M} \Phi)^{1/2} = \bar{\mathbf{M}}^{1/2} \quad (2.13)$$

將(2.12)代入(2.11)，又因 $\bar{\mathbf{V}}$ 為一對角矩陣，故可整理為：

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \bar{\mathbf{V}}^T \Lambda \bar{\mathbf{V}} \quad (2.14)$$

由式(2.13)可得結構系統之勁度矩陣 \mathbf{K} 如下：

$$\mathbf{K} = (\Phi^T)^{-1} \bar{\mathbf{V}} \Lambda \bar{\mathbf{V}} \Phi^{-1} \quad (2.15)$$

再由柔度矩陣與勁度矩陣之關係 $\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-1}$ ，可得：

$$\mathbf{F} = \Phi \bar{\mathbf{V}}^{-1} \Lambda^{-1} \bar{\mathbf{V}}^{-1} \Phi^T \quad (2.16)$$

利用式(2.15)即可由結構模態參數建立柔度矩陣。由此關係可看出， \mathbf{F} 與 Λ 成反比，亦即 \mathbf{F} 與 ω_j^2 成反比，也顯示高階模態對柔度矩陣之影響較小(參考 Gao et al. [52])。

在現實情況中，由於高階模態往往難以識別，故需考慮僅以局部模態建立結構柔度矩陣之情形。若僅考慮前 m 個模態($m < n$)，則式(2.15)可重新改寫如下：

$$\mathbf{F}_{n \times n} = \Phi_{n \times m} \bar{\mathbf{V}}_{m \times m}^{-1} \Lambda_{m \times m}^{-1} \bar{\mathbf{V}}_{m \times m}^{-1} \Phi_{n \times m}^T \quad (2.17)$$

其中， $\bar{\mathbf{V}}_{m \times m} = (\mathbf{\Phi}_{n \times m}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}_{n \times m})^{1/2}$ 。因此，在只使用前 m 個模態的情況下，仍能夠建立一 $n \times n$ 之柔度矩陣。

2.4 小波 ARX 識別理論

ARX(Autoregressive with exogenous input model)模式，可用於分析結構系統受外力式地震輸入之動態反應，識別該結構之模態參數。本研究由 SAP2000 產生結構系統之節點加速度反應訊號，利用 ARX 模型來描述該反應，並於小波域中架構所量測結構系統之小波 ARX 模型，利用小波轉換的特性，對反應訊號或是輸入力進行適當的濾波，並反求小波 ARX 模型之係數，進一步估算結構模態參數(參考 Huang and Su [53])。其分析流程如圖 2.2 所示。

2.4.1 連續小波轉換簡介

小波轉換可視為短時傅立葉轉換之改良。令 $L^2(R)$ 表示平方可積之函數空間， $f(t)$ 為 $L^2(R)$ 空間之任一函數，其定義如下(參考 Chui [54])：

$$W_f(a,b) = \langle f, \Psi_{(a,b)} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \bar{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.18)$$

逆轉換為

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a,b) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (2.19)$$

其中，

$$C_\psi = \int_R \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \quad (2.20)$$

$\Psi(t)$ 為母小波函數 (mother wavelet) ; $\Psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 為 $\Psi(t)$ 經伸縮和平移所得之基底函數 ; a 與 b 分別為伸縮因子與平移因子 ; $\hat{\Psi}(\omega)$ 與 $\bar{\Psi}(t)$ 分別為 $\Psi(t)$ 之傅立葉轉換及共軛函數。

本研究所選擇之母小波函數為 Meyer(如圖 2.3)，此小波函數具有類似帶通濾波器之特性(如圖 2.4)，其主要頻率保留區間為 $\left[\frac{0.5348}{a}, \frac{0.9311}{a}\right]$ 。依此決定出適當之 a 值，使得所欲求解之結構系統自然頻率必須包含在此區間內。

2.4.2 建構小波 ARX 模式

在 n 維線性系統中，量測自由度間之反應可用 ARX 模型來描述，其數學表示式為：

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^I \Phi_i \mathbf{y}(t-i\Delta t) + \sum_{j=0}^J \Theta_j \mathbf{f}(t-j\Delta t) \quad (2.21)$$

其中， $\mathbf{y}(t)$ 為量測反應歷時向量(位移、速度、或加速度)； $\mathbf{f}(t)$ 為系統外力歷時向量； Φ_i 與 Θ_j 為待定係數矩陣； Δt 為量測反應之取樣時間間隔； I 、 J 為模型項數。

將式(2.21)做連續小波轉換，即為小波域中之 ARX 模式，如下：

$$\left(\bar{W}_y\right)(a,b) = \sum_{i=1}^I \Phi_i \left(\bar{W}_y\right)(a,b-i\Delta t) + \sum_{j=0}^J \Theta_j \left(\bar{W}_f\right)(a,b-j\Delta t) \quad (2.22)$$

其中， b 為資料長度。

將 $(\bar{W}_y)(a, b - i\Delta t)$ 與 $(\bar{W}_t)(a, b - j\Delta t)$ 分別改寫為 $y_{\bar{w}}(a, \bar{b} - i)$ 與 $f_{\bar{w}}(a, \bar{b} - j)$ 以簡化

表示式，則可將式(2.22)整理為：

$$[\mathbf{Y}^{(0)}] = [\mathbf{C}] \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}] \\ [\mathbf{F}] \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

其中，

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}^{(1)}]^T & [\mathbf{Y}^{(2)}]^T & \dots & [\mathbf{Y}^{(l)}]^T \end{bmatrix}^T$$

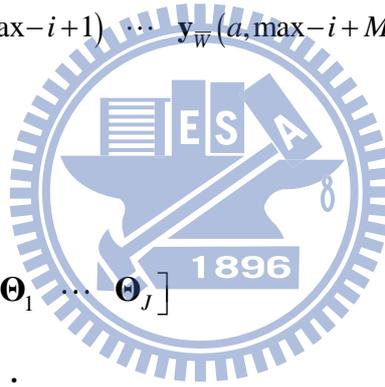
$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{F}^{(0)}]^T & [\mathbf{F}^{(1)}]^T & \dots & [\mathbf{F}^{(j)}]^T \end{bmatrix}^T$$

$$[\mathbf{Y}^{(i)}] = [y_{\bar{w}}(a, \max - i) \quad y_{\bar{w}}(a, \max - i + 1) \quad \dots \quad y_{\bar{w}}(a, \max - i + M)]$$

$[\mathbf{F}^{(i)}]$ 之定義類似 $[\mathbf{Y}^{(i)}]$

$$\max = \max(I, J)$$

$$[\mathbf{C}] = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \dots \quad \Phi_I \quad \Theta_0 \quad \Theta_1 \quad \dots \quad \Theta_J]$$



由式(2.23)解得 $[\mathbf{C}]$ 為：

$$[\mathbf{C}] = [\mathbf{Y}^{(0)}] \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}] \\ [\mathbf{F}] \end{bmatrix}^+ \quad (2.24)$$

其中，+ 表示廣義逆矩陣。

若分析較廣頻率區域內之量測反應，可同時取數個 a 值，則 \mathbf{Y} 矩陣可改寫為：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_1, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_1, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_1, \max-i+M) \\ \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_2, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_2, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_2, \max-i+M) \\ \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_3, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_3, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_3, \max-i+M) \cdots \\ \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_N, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_N, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_N, \max-i+M) \end{bmatrix}$$

而 $[F^{(i)}]$ 之定義亦類似 $[Y^{(i)}]$ 。

欲估算結構系統之動態特性，由式(2.21)可知，其決定於係數矩陣 Φ_i

($i=1, \dots, I$)。依黃(1999) [58] 之推導得知，由 Φ_i 建構矩陣 $[G]$ ，如下：

$$[G] = \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] & [0] & \cdots & [0] \\ [0] & [0] & [I] & [0] & \cdots & [0] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [0] & [0] & [0] & [0] & \cdots & [I] \\ \Phi_I & \Phi_{I-1} & \Phi_{I-2} & \Phi_{I-3} & \cdots & \Phi_1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

其中， $[0]$ 與 $[I]$ 分別代表維度為 $N_d \times N_d$ 之零矩陣與單位矩陣， N_d 為量測自由度。其 $[G]$ 之特徵值及特徵向量與結構系統之動態特性有關。令 $[G]$ 之第 k 特徵值為 $\lambda_k = \alpha_k + i\beta_k$ ，則該結構系統之第 k 模態自然頻率及模態阻尼比為：

$$\omega_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \quad (2.26)$$

$$\xi_k = -\frac{\alpha_k}{\beta_k} \quad (2.27)$$

其中，

$$\alpha_k = \frac{1}{2\Delta t} \ln(a_k^2 + b_k^2)$$

$$\beta_k = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$

令 \mathbf{g}_k 為 $[G]$ 之第 k 振形，將 \mathbf{g}_k 表示成

$$\mathbf{g}_k = \begin{Bmatrix} \{\psi\}_1 \\ \{\psi\}_2 \\ \vdots \\ \{\psi\}_I \end{Bmatrix}_k \quad (2.28)$$

其中 $\{\psi\}_i$ 含 N_d 個分量，由於 $[\mathbf{G}]$ 之特殊結構，可證明：

$$\{\psi\}_i = \lambda_k \{\psi\}_{i-1} \quad (2.29)$$

即不同之 i ， $\{\psi\}_i$ 彼此間互相平行，故任一 $\{\psi\}_i$ 均對應於結構系統之第 k 模態之振形。

一般而言，當量測自由度較少、資料含有雜訊或識別高階模態時，需要使用較高之 I 及 J 方能得到較準確之結果。但是，使用越高之 I 及 J 會產生越多之虛擬模態，其數值並不穩定，而唯有真正之模態參數，將隨著 I 及 J 提高而收斂至穩定值。

2.4.3 識別動態特性準確指標

為比較識別模態及理論模態之吻合程度，吾人考慮一種由 **Trifunac**(1972)所提出之指標，其定義為：

$$e = \left(\frac{(\psi_{iT} - a\psi_{iI})^T (\psi_{iT} - a\psi_{iI})}{(\psi_{iT})^T (\psi_{iT})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

其中， $a = \frac{(\psi_{iT})^T (\psi_{iI})}{(\psi_{iI})^T (\psi_{iI})}$ 為修正係數； $\{\psi_{iT}\}$ 與 $\{\psi_{iI}\}$ 分別為理論與識別之第 i 模態。

當兩模態相當接近時， e 值會趨近於 0，反之，則趨近於 1。當識別之振動

頻率與阻尼比分別與理論值相差小於 2% 和 20%，且 e 值趨近於 0 時，可認定此識別結果為準確。



第三章 數值模擬驗證與參數探討

3.1 前言

本章主要利用二維桁架結構來探討 DLV 法之可行性及特性。3.2 節將簡單說明分析流程及數值模擬情況。3.3 節探討各種狀況對分析結果的影響。3.4 節則以接近各種現實情況之案例進行模擬，進一步探討 DLV 法之實用性。3.5 節探討有限元素模型之誤差，對分析結果的影響。

3.2 數值模擬概述

吾人將利用 SAP2000 軟體，建立小型及大型桁架結構模型，針對不同破壞程度及破壞位置進行分析。結構系統中桿件之破壞情況，則以該桿件材料楊氏係數之折減來模擬。

數值運算使用 SAP2000 以白躁訊號(white noise)作為基礎震動輸入歷時反應(各支承皆為相同之輸入，而水平及垂直向為不同之歷時反應)，進行動力反應分析，產生節點加速度反應訊號，以小波 ARX 識別法估算該結構系統破壞前、後之頻率及模態，並以節點集中質量法建構質量矩陣，進而計算結構系統之柔度矩陣，求得荷載向量進行分析。

3.3 小型桁架結構之破壞診斷分析

為方便探討 DLV 法之特性及驗證電腦程式之正確性，本節先以小型二維桁架結構(如圖 3.1 所示)進行分析，共計 14 根桿件與 11 個自由度。材料楊氏係數均為 $E=200\text{GPa}$ ，各桿件斷面積均為 64.5 cm^2 ，取 2% 模態阻尼。

3.3.1 無雜訊反應之分析結果

吾人針對不同之破壞程度及破壞位置，設計四種破壞情況，分別為：(一)、桿件 10 勁度折減 10%；(二)、桿件 10 勁度折減 20%；(三)、桿件 10 及 12 各折減 10%；(四)、桿件 10 及 12 分別折減 10% 及 20%。小型結構破壞前後之模態參數變化如表 3.1，其中頻率變化量、模態振形之 e 值，皆取二位有效數字(此 e 值為破壞後之振形與破壞前相比較，主要做為破壞後振形變化之參考，無法顯示識別之準確度，識別之準確度則是利用識別值與理論值比較)。表中顯示桿件損傷對第三及第九模態之頻率有較明顯之影響，例如：當第 10 及 12 兩根桿件各折減 10% 時，對前述兩模態造成 2.6% 及 1.7% 之頻率減少，只造成其餘模態頻率少於 1% 之降低；而對前四模態振形之影響均很小(e 值大部分遠小於 0.1)。無雜訊下，各案例之模態參數識別結果如表 3.2 至 3.6，與 SAP2000 所算得之理論值相較，各模態之相對誤差及 e 值皆接近零，顯示其識別結果相當準確。二維桁架之詳細計算分析過程如附錄 1 所示。

以全部十一個模態至 DLV 分析，其分析結果整理於圖 3.2。依 DLV 理論，破壞桿件位置之正規化累計應力指標應為零。由圖中可明顯看出指標之低值所在：案例一、二位於桿件 7、10，案例三、四位於桿件 7、10、12，其中桿件 7 指標值等於零，為零力桿件；案例一桿件 10 指標值為 0.0013，趨近於零，其他桿件指標值均大於 0.56，相差甚大；且此低值對應於所設計之破壞位置。其餘案例中，破壞桿件指標皆趨近於零，與未破壞者同樣差距甚大。上述四個案例顯示 DLV 損傷識別理論皆能夠明顯且準確地在損傷桿件給予很小之應力指標值。

3.3.2 雜訊之影響



量測資料難免會含有雜訊，尤其是現地量測資料。通常，隨著雜訊的增加，識別之品質即隨之降低。雜訊之多寡可以噪訊比(noise-signal ratio, NSR)來定量。一般而言 NSR 可定義為雜訊均方根對真正訊號(無雜訊)均方根之比值。為了解雜訊對本研究分析品質的影響，吾人將於輸入及輸出之加速度資料中，均加入 20%獨立白噪訊號；且使用前節之案例，並與無雜訊之結果進行比較。20%雜訊下，各案例之模態參數識別結果整理於表 3.7 至 3.11，其頻率最大誤差為 1%，仍屬準確，而振形部分相較於無雜訊時，則有較多的誤差，但大部分之 e 值均遠小於 0.1。

以全部十一個模態分析之結果整理於圖 3.3。在雜訊之影響下，其訊號受到汙染，破壞桿件位置之指標已非趨近於零，但仍可由指標之低值做出判斷。案例一桿件 10 之指標值為 0.27，其他桿件指標值均大於 0.4，其破壞及非破壞桿件之指標值差異不再如前節所得者那麼明顯，但仍能夠做為判斷破壞位置之參考；類似情形亦出現於其他案例。

3.3.3 分析模態數之影響

在現實情況下，由於高階模態往往難以識別或較不準確，故僅能以少數模態進行分析。為了解分析模態數量對本研究之影響，吾人針對前節同樣之案例進行三種模態數測試，分別為全部十一個模態、前六個模態(約為半數模態)及前兩個模態的情況，並彼此進行比較。

在無雜訊的情況下，各案例之分析結果整理於圖 3.4 至 3.7。於案例一(桿件 10 折減 10%)之前兩個模態分析結果中，桿件 10 之指標為 0.028，其他桿件指標均大於 0.41，顯示僅使用前兩個模態分析，便能夠明確地判斷破壞位置。此外，可看出破壞桿件指標值隨著模態數有所變化：桿件 10 之指標，在前二、六、全部十一個模態之分析結果，分別為 0.028、0.014、0.0013，而其他桿件中最低之指標依序均大於 0.41、0.45、0.55，顯示分析的模態數量越多，破壞位置之指標越接近零；相對地，結果越明顯。在其餘案例同樣能夠得到類似情況。

在 20% 雜訊影響下，各案例之分析結果整理於圖 3.8 至 3.11。於案例四 (桿件 10 及 12，分別折減 10% 及 20%) 之前兩個模態分析結果中，桿件 10 及 12 之指標分別為 0.3 及 0.31，其他桿件指標均大於 0.4，其仍能夠做為判斷破壞位置之參考。而桿件 10 及 12 之指標，在前二、六、全部十一個模態之分析結果中，桿件 10 之指標分別為 0.3、0.12、0.18，桿件 12 之指標分別為 0.31、0.04、0.05，而其他桿件中最低之指標依序均大於 0.4、0.19、0.53，顯示其已不像無雜訊時，有分析結果隨著模態數增加而越明顯之現象。此外，於案例四之前六模態分析結果中，可能出現低值位置誤判之情況，因桿件 9、10 之指標分別為 0.19、0.12，相當接近，而其他桿件指標均大於 0.32；但破壞位置之指標仍為最低之兩個值，也就是說，此法仍然能夠於給予破壞桿件很小之應力指標值；上述情況也能在其餘案例中發現。故由此得知，在雜訊影響及分析模態數較少之情況下，除了破壞桿件之指標變得不明顯，未破壞桿件之指標值亦可能接近破壞桿件者，可能造成破壞位置之誤判，但其同樣能夠將可能之破壞位置縮小至某一範圍，仍可做為破壞位置之參考。

3.4 大型桁架結構之破壞診斷分析

本節探討 DLV 法在更多自由度及靜不定度，更接近真實結構系統之大型二維桁架結構(如圖 3.12 所示)之分析情況。共計 47 根桿件與 39 個自由度。材料斷面性質及阻尼比，皆與小型桁架結構相同。

於無雜訊之分析同樣設計四種破壞情況，分別為：(一)、桿件 44 折減 10%；(二)、桿件 44 折減 20%；(三)、桿件 28 及 44 各折減 10%；(四)、桿件 28 及 44 分別折減 20% 及 10%。大型結構破壞前後之模態參數變化如表 3.12，由於現實中難以識別到高階模態，故本小節最多取前十個模態進行分析。表中顯示桿件損傷對第十模態之頻率有較明顯之影響，例如：當桿件 44 折減 40% 時，造成其頻率減少 2.4%，其餘模態頻率皆少於 1%；而對前六模態振形之影響均很小(e 值遠小於 0.1)。無雜訊下，各案例之模態參數識別結果如表 3.13 至 3.17，其各模態之相對誤差及 e 值皆接近零，顯示識別結果相當準確。各案例之無雜訊分析結果整理於圖 3.13 至 3.16。案例一之前兩模態分析結果中，桿件 44 之指標為 0.11，其他桿件指標均大於 0.24；即使在無雜訊下，破壞桿件指標也已非趨近於零，其指標差異也不如小型結構般明顯。於前五模態之分析中，桿件 44 之指標為 0.067，其他桿件指標均大於 0.47，其破壞位置指標較前兩模態之結果更接近零，差異更大。故同樣可預期，隨著分析模態數之增加，分析結果也會越好。案例三之前

兩模態分析結果中，桿件 28 及 44 之指標分別為 0.19 及 0.35，其他桿件指標均大於 0.36，與桿件 44 之指標差異甚小，難以斷定桿件 44 發生破壞；於前五模態之分析中，才有較好之分析結果。上述情況也能夠於其他案例中看見。此結果顯示，即使在無雜訊下，僅使用前兩模態分析已不一定能夠判別大型結構中之破壞位置，仍需要相當數量之模態分析。

20%雜訊之分析加重了破壞程度，考慮五種破壞情況及一採用真實地震作為輸入之案例(此案例將於下文詳述)，分別為：(一)、桿件 44 折減 10%；(二)、桿件 44 折減 20%；(三)、桿件 44 折減 40%；(四)、桿件 28 及 44 各折減 20%；(五)、桿件 28 及 44 分別折減 40%及 20%；(六)、折減同案例五，改用集集地震做為輸入。20%雜訊下，各案例之模態參數識別結果如表 3.18 至 3.23，其頻率之識別仍然準確，最大誤差僅 1%，而振形則有較多的誤差，但大部分之 e 值均小於 0.1。各案例之 20%雜訊分析結果整理於圖 3.17 至 3.21。案例二之前五模態分析結果中，桿件 44 之指標為 0.47，其他桿件指標均大於 0.4，其破壞位置之指標已非低值，無法斷定桿件 44 發生破壞。於前十模態之分析中，桿件 43、44 之指標為 0.4 及 0.38，其他桿件指標均大於 0.61，可能造成破壞位置之誤判。案例五之前五模態分析結果中，桿件 44 及 28 之指標分別為 0.53 及 0.3，其他桿件指標均大於 0.4，無法斷定桿件 44 發生破壞，而桿件 28 之低值仍可作參考；於前十模態之分析中，才有較好之分析結果。

案例六為探討 DLV 法在真實地震情況下之實用性。由於白躁訊號之頻率能量範圍較廣，能夠激發結構系統較多的模態反應，而真實的地震訊號所涵蓋之頻率能量範圍，主要在 20Hz 以下，也使得所能識別到之模態數量受到限制。故本案例改為僅以水平向集集地震之歷時反應作為輸入，其加速度歷時反應及頻譜圖如圖 3.22 所示。由於上述折減 20% 之結果已不明顯，故本例採用桿件 28 及 44 分別折減 40% 及 20% 之案例，進行 20% 雜訊下之分析。案例六之模態參數識別結果整理於表 3.24、25，在此案例下，吾人只能夠識別到前三個模態，其頻率相對誤差接近零、振形 e 值遠小於 0.1，顯示識別結果良好。案例六之分析結果整理於圖 3.23，圖中桿件 44 及 28 之指標分別為 0.45 及 0.2，其他桿件指標均大於 0.38，無法斷定桿件 44 發生破壞，而桿件 28 之低值可作參考。由上述各案例結果得知，大型結構在雜訊影響下，即使使用前十個模態分析，也只能夠判別出較嚴重之破壞位置。

3.4.1 不完全量測自由度之影響

在實際量測過程中，常遇到結構系統過於龐大及量測儀器不足之情況。當量測自由度較總自由度少時，即為不完全量測自由度。為探討 DLV 法在不完全量測下之實用性，本小節使用上述結果較明顯之案例，桿件 44 折減 40%，進行無雜訊之分析，並設計了五種不同感測器位置及方向之案例(如

圖 3.24 至 3.26 所示)，其中包含了均佈及破壞位置周圍之感測器位置。各不完全量測案例之模態參數識別結果如表 3.26 至 3.37，其頻率相對誤差皆接近零，而振形 e 值多在第九及第十模態出現大於 0.1 之誤差。

不完全量測各案例之分析結果整理於圖 3.27 至 3.31。案例一(垂直向均佈)共有九個量測自由度，以九個模態進行無雜訊之分析，圖中桿件 34、42、44、45 之指標依序為 0.12、0.11、0.13、0.11，其他桿件指標均大於 0.17，其破壞位置之指標已非低值，無法斷定桿件 44 發生破壞；可預期於有雜訊之結果將更不理想，故不再探討。案例四(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)共有二十個量測自由度，只取前十個模態進行無雜訊之分析，其桿件 44 之指標為 0.04，其他桿件指標均大於 0.24，顯示其能夠明確判斷破壞位置。而在 20% 雜訊下，桿件 44 之指標為 0.32，其他桿件指標均大於 0.28；無法斷定桿件 44 發生破壞。由於案例四之感測器皆有放置於破壞桿件之兩端，故再以同樣放置於破壞桿件兩端，且減少感測器數量之案例五做測試，而案例五無雜訊之分析結果中，桿件 44 之指標為 0.16，其他桿件指標均大於 0.13；無法斷定桿件 44 發生破壞。故得知，仍需要相當數量之感測器才能夠準確分析，與其是否放置在破壞桿件周圍，並無太大關係。此外，從 3.4 節之大型桁架結構諸案例結果皆可看出，零桿為桿件 21，而本小節案例分析結果所得之零桿較多，為桿件 10、21。此情況與感測器放置之位置及方向有關，因荷載向量施加之位置及方向皆與感測器相同，故由圖 3.24 至 3.26

可看出，各案例桿件 10 之右端節點並無荷載施加，且該節點為滾支承，僅傳遞垂直力，其水平力無法平衡，導致桿件 10 不受力；此也使得吾人無從得知桿件 10 是否損傷，增加分析之不確定性。上述結果說明，感測器數量及依感測器位置而施加之荷載皆會影響 DLV 之分析結果，顯示此法受不完全量測之影響甚大。

3.5 有限元素模型差異之探討

DLV 法在實際應用上，為使用現地量測資料，進行實際結構系統模態參數之識別，以此計算柔度矩陣，並計算荷載向量，再加載於破壞前之有限元素模型進行分析。但實際結構系統之行為常無法以有限元素模型準確模擬(例如：以彈簧來模擬土壤之行為)，造成其實際行為與依設計圖說所架構之有限元素模型有所差異。為探討此差異性對 DLV 法之影響，吾人假設有限元素模型中某些區段(約佔全部構架之三分之一)之勁度較實際結構低，來模擬此情況。在數值分析下，即先建立一有限元素模型做為實際結構，進行動力反應分析，由其動態反應識別模態參數，建構柔度矩陣，計算荷載向量，再加載於破壞前之有限元素模型(此為依設計圖所架構，假設與實際者有不一致之現象)進行損傷分析。在小型結構，分析桿件 10 及 12 各折減 10% 之案例中，未破壞時之實際結構與有限元素模型不一致之現象(如圖 3.32 所示)，其區段勁度相差 20%，以全部十一個模態分析；而在大型結構，

分析桿件 28 及 44 分別折減 20% 及 10% 之案例，其區段勁度相差 50% (如圖 3.33、3.34 所示)，以前十個模態分析，設計不同區段之勁度相差 (其中包含是否涵蓋破壞桿件位置)，並與前面實際結構與有限元素模型一致之結果比較。

以無雜訊情況進行分析之結果整理於圖 3.35 至 3.37。案例一桿件 10 及 12 之指標分別為 0.026 及 0.01，其他桿件指標均大於 0.51；而 3.3 節相同之案例中，為實際結構與有限元素模型一致之分析結果，其桿件 10 及 12 之指標分別為 0.012 及 0.001，其他桿件指標均大於 0.5；兩者相比較後，發現此情況幾乎不影響破壞位置之分析。又考慮若荷載施加於靜定結構上，各桿件之內力將不隨桿件材料性質變化而改變，亦即有限元素模型之差異並不會造成影響。故吾人再將小型結構，以提高其靜不定度做為測試 (如圖 3.38 所示)，同樣為區段勁度相差 20%，此相同位置之破壞桿件編號則變為 12、15，其分析結果如圖 3.39。由圖中可看出，此情況依然不影響破壞位置之分析。上述結果皆顯示有限元素模型差異對 DLV 分析之影響甚小。

第四章 振動台試驗數據分析

4.1 前言

本章將 DLV 法應用於分析國家地震工程研究中心(NCREE)所執行之八層樓鋼結構振動台試驗反應，以鋼柱之剛度折減模擬破壞情況，並以 DLV 法進行分析，驗證其可行性、特性及實用性。4.2 節將介紹八層樓鋼結構試驗之各個細節。4.3 節則探討各分析案例之結果。

4.2 待測結構物介紹

振動台試驗通常於實驗室中進行，以檢驗在地震過程中之結構系統反應行為。國家地震工程研究中心對一長 1.5m、寬 1.1m、高 9.44m 之八層樓鋼構架進行振動台試驗(如圖 4.1)。每一層樓版為厚 0.02m 之鋼板，鋼板下方有以 C 型鋼組成封閉斷面之梁，其斷面為 C 100×50×5，並在周圍以一鋼板(長 0.15m、寬 0.15m、厚 0.05m)固定，其樓版之側視圖及下視圖如圖 4.2、4.3 所示；並於各樓版上加載 250kg 之重鉛塊，使得各樓層之質量約為 325kg；各樓層之鋼柱斷面為 H 100×100×7.5×7.5，其強軸為 X 方向；以此做為未破壞之鋼結構。以剛度折減模擬破壞情況，分為兩種案例：(一)、將三樓 H 型鋼柱其中一側由強軸轉為弱軸擺設(即兩根鋼柱轉為弱軸)；換算為剛度折減 32.6%(鋼柱斷面資料如表 4.1)，(二)、將整層三樓鋼柱皆置換為鋼板柱(長

0.15m、寬 0.025m)，其弱軸為 X 方向(如圖 4.4、4.5 及 4.7 所示)；換算為剛度折減 96.4%。

試驗中，各樓層之樓版均放置加速度計，其感測器位置如圖 4.6、4.7 所示。原始取樣頻率為 200Hz，其為實際應用常見之取樣。分析使用相對加速度反應，其資料之處理為先將前三千點資料取平均，再將全部扣掉此平均值，以減少量測偏移之影響，並取 2~15 秒區間內之反應進行分析。地表則以白躁訊號作為水平 X 向輸入歷時反應。

4.3 八層樓鋼構架之破壞診斷分析

本研究將八層樓鋼構架視為剪力構架進行分析，其設計之破壞案例分別為三樓發生 32.6% 及 96.4% 之剛度折減。利用小波 ARX 識別法對量測訊號進行識別，並以模態參數建構柔度矩陣，計算破壞定位向量之後，吾人將利用 ETABS 依設計圖建立八層樓鋼構架之有限元素模型(如圖 4.8)，並使用剛性樓版假設，做為破壞前之有限元素模型；桿件內力則以柱剪力計算正規化累計應力指標。由 ETABS 計算及識別而得之破壞前、後模態參數變化如表 4.2，表中之頻率變化量及振形 e 值為破壞前後之模態參數相比較。以識別參數為例，可看出三樓同側轉弱軸之破壞前、後頻率並無太大改變，大部分模態頻率降低不超過 2%，對前三振形也無太大影響，其 e 值遠小於 0.1；而三樓全換板柱之模態頻率大部分降低超過 10%，且大部分 e 值超過

0.5，說明其破壞後之模態參數改變許多。其破壞前後之相對加速度歷時反應及頻譜圖如圖 4.9 至 4.20、各模態之振形如圖 4.21 及 4.23。破壞前後各案例之識別結果整理於表 4.3 及 4.5，表中頻率相對誤差及振形 e 值為識別與 ETABS 所計算之值相比較，可看出其第一至第四模態頻率之相對誤差皆小於 10%，而振形在第一、二模態皆小於 0.1；此顯示 ETABS 之有限元素模型在前兩模態與實際情況較接近。以全部八個模態及前兩個模態進行 DLV 分析，其分析結果整理於圖 4.24 及 4.25。八層樓鋼構之詳細計算分析過程如附錄 2 所示。案例一(剛度折減 32.6%)全部八個模態之分析結果中，三樓之指標為 0.83，其他樓層之指標皆大於 0.16，顯示破壞樓層指標已非低值，無法斷定三樓發生破壞。案例二(剛度折減 96.4%)全部八個模態之分析結果中，三樓之指標為 0.046，其他樓層之指標皆大於 0.61，由此能夠明確判斷三樓發生破壞。前兩個模態之分析結果中顯示，三樓之指標為 0.15，其他樓層之指標皆大於 0.59，依然能夠明確判斷三樓發生破壞。由此同樣能夠發現，其結果隨著分析模態數增加而越明顯。

以剛度折減 96.4%之狀況進行不完全量測分析，考慮三種案例，其量測自由度分別為，(一)、第一、三、五、七層樓，(二)、第二、四、六、八層樓，(三)第二、四層樓。各不完全量測案例之識別結果整理於表 4.6 至 4.11，表中頻率相對誤差及振形 e 值為與全量測相比較，其頻率相對誤差最大為 1%，e 值最大為 0.02，顯示其與全量測之識別結果相當一致。不完全量測

各案例之分析結果整理於圖 4.26。案例一以全部四個模態進行分析，其三樓之指標為 0.93，其他樓層之指標皆大於 0.81，顯示破壞樓層指標已非低值，無法斷定三樓發生破壞；而八樓之指標為零，是因八樓無量測自由度以致無荷載力之故，導致該樓層之應力以力平衡計算之結果為零。案例二之分析結果中，三樓及四樓之指標為 0.27，其他樓層之指標皆大於 0.72，其中，四樓是因力平衡之緣故，導致其與三樓內力相同。在前述案例一之二、三樓同樣可以看到其兩層樓之指標相同。而案例三由於量測自由度過少，導致 *svn* 指標無法篩選出合適之奇異值，故亦無破壞定位向量，無法進行分析。由此得知，以剪力構架進行不完全量測之 DLV 分析，會導致其無法精準的判斷破壞位置，但由力平衡關係可以確定其能夠將破壞樓層縮小至某一範圍。



第五章 結論與建議

5.1 結論

本文旨在探討 DLV 法應用於實際損傷診斷之可行性及實用性。利用小波 ARX 識別結構系統之模態參數，建立柔度矩陣，經由破壞前後之柔度差異矩陣進行奇異值分解，求得破壞定位向量並加載於有限元素模型分析其內力，計算正規化累計應力指標進行損傷診斷分析。

研究中利用數值模擬之小型二維桁架結構驗證 DLV 法之可行性及探討各參數對分析結果之影響，包括雜訊及分析模態數多寡。再以一更多自由度及靜不定度之數值模擬大型二維桁架結構，驗證 DLV 法之實用性以及印證各參數對分析結果之影響，並考慮雜訊、高階模態之識別困難、不完全量測以及所建構之分析有限元素模型與實際有所差異之情況。最後，應用於分析國家地震工程研究中心之八層樓鋼構架振動台試驗驗證。

綜合上述之分析結果可歸納出幾項結論：

1. 於無雜訊、全量測之情況下，能夠在桁架破壞桿件處得到趨近於零之指標值，其與其他位置之指標差距甚大，且僅在勁度折減 10% 時，便能夠明確地判斷出破壞位置。此外，由無雜訊之結果也能夠得知，只要少量之模態即能相當準確判斷破壞之桿件。

2. 在現實含雜訊、無法以全部模態分析之情況下，桁架破壞桿件之指標已非趨近於零，可能使得破壞桿件指標低值與其他桿件之差距不明顯，或造成破壞位置之誤判，但若有足夠之模態資料，仍能夠準確的分析。但在較多自由度及靜不定度之桁架結構系統中，只能夠判斷破壞較嚴重之位置。
3. 在不完全量測之情況下，除了破壞位置指標差距不明顯之外，尚有未破壞位置因力平衡關係，導致其與破壞位置有相同之低值；或因無量測自由度以致無荷載力之緣故，導致未破壞位置指標值為零，而無法得知其損傷狀況。此皆增加了判斷破壞位置之不確定性，說明 DLV 之不完全量測分析將受到感測器位置影響，其與是否位於破壞位置周圍並無太大關係。
4. 因有限元素模型無法完整模擬實際狀況而產生之差異，對 DLV 損傷診斷分析影響不大。

5.2 建議

本研究尚有未盡之處，故提供建議如下，以作為未來進一步研究之參考。

1. 由於量測訊號受到雜訊影響，使其無法準確判斷破壞位置，或需要更多的模態資料才能夠準確分析，故未來可針對量測訊號進行適當之濾波，以減少雜訊之影響，再進行 DLV 分析。
2. 對於不完全量測之影響，可參考 Duan et al.(2007) [51]對柔度矩陣進行修正之方法，再應用於 DLV 分析。



參考文獻

- [1] Rytter, A., "Vibration based inspection of civil engineering structures," Ph. D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark, 1993.
- [2] Chang, P. C., Flatau, A. and Liu, S. C., "Review paper: Health monitoring of civil Infrastructure," *Structural Health Monitoring, An International Journal*, 2003, vol. 2(3), pp. 257-267.
- [3] Natke, H. G., "Updating computational models in the frequency domain based on measured data: a survey," *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1988, vol. 3(1), pp. 28-35.
- [4] Imregun, M. and Visser, W. J., "A review of model updating techniques," *Shock and Vibration Digest*, 1991, vol. 23, pp. 19-20.
- [5] Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., "Model updating in structural dynamics: A survey," *Journal of Sound and Vibration*, 1993, vol. 167(2), pp. 347-375.
- [6] Salawu, O. S., "Detection of structural damage through changes in frequency: a review," *Engineering Structures*, 1997, vol. 19(9), pp. 718-723.
- [7] Doebling, S. W., Farrar, C. R. and Prime, M. B., "A summary review of vibration-based damage identification methods," *The Shock and Vibration Digest*, 1998, vol. 30(2), pp. 91-105.
- [8] Farrar, C. R., Doebling, S. W. and Nix, D. A., "Vibration-based structural damage identification," *Philosophical Transactions of the Royal Society A*;

- Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2001, vol. 359(1778), pp. 131-150.
- [9] Brownjohn, J. M. W., "Structural health monitoring of civil infrastructure," *Philosophical Transactions of the Royal Society A; Mathematical, Physical and Engineering Science*, 2007, vol. 365, pp. 589-622.
- [10] Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*, Kluwer Academic Publisher, Boston, 1995.
- [11] Berman, A. and Nagy, E. J., "Improvement of a large analytical model using test data," *AIAA Journal*, 1983, vol. 21(8), pp. 1168-1173.
- [12] Caesar, B. and Peter, J., "Direct update of dynamic mathematical models from modal test data," *AIAA Journal*, 1987, vol. 25(11), pp. 1494-1499.
- [13] Kammer, D. C., "Optimum approximation for residual stiffness in linear system identification," *AIAA Journal*, 1988, vol. 26(1), pp. 104-112.
- [14] Kenigsbuch, R. and Halevi, Y., "Model updating in structural dynamics: A generalised reference basis approach," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998, vol. 12(1), pp. 75-90.
- [15] Chang, C. C., Chang, T. Y. P. and Xu, Y. G., "Adaptive neural networks for model updating of structures," *Smart Materials and Structures*, 2000, vol. 9(1), pp. 59-68.
- [16] Minas, C. and Inman, D. J., "Matching finite element models to modal data," *Journal of Vibration and Acoustics*, 1990, vol. 112(1), pp. 84-92.
- [17] Zimmerman, D. C. and Kaouk, M., "Eigenstructure assignment approach for structural damage detection," *AIAA Journal*, 1992, vol. 30(7), pp. 1848-1855.

- [18] James, G., Zimmerman, D. C. and Cao, T., "Development of a coupled approach for structural damage detection with incomplete measurements," *AIAA Journal*, 1998, vol. 36(12), pp. 2209-2217.
- [19] Adelman, H. M. and Haftka, R. T., "Sensitivity analysis of discrete structural systems," *AIAA Journal*, 1986, vol. 24(5), pp. 823-832.
- [20] Alvin, K. F., "Finite element model update via Bayesian estimation and minimization of dynamic residuals," *AIAA Journal*, 1997, vol. 35(5), pp. 879-886.
- [21] Beck, J. L. and Katafygiotis, L. S., "Updating models and their uncertainties I: Bayesian statistical framework," *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, vol. 124(4), pp. 455-461.
- [22] Friswell, M. I. and Penny, J. E. T., "Updating model parameters from frequency domain data via reduced order models," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1990, vol. 4(5), pp. 377-391.
- [23] Arora, V., Singh, S. P. and Kundra, T. K., "Damped model updating using complex updating parameters," *Journal of Sound and Vibration*, 2009, vol. 320, pp. 438-451.
- [24] Cawley, P. and Adams, R. D., "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies," *Journal of Strain Analysis*, 1979, vol. 14(2), pp. 49-57.
- [25] Hearn, G. and Testa, R. B., "Modal analysis for damage detection in structures," *Journal of Structural Engineering*, 1991, vol. 117(10), pp. 3042-3063.
- [26] Friswell, M. I., Penny, J. E. T. and Wilson, D. A. L., "Using vibration data and statistical. Measures to locate damage in structures," *Modal Analysis:*

The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 1994, vol. 9(4), pp. 239-254.

- [27] Allemang, R. J. and Brown, D. L., "A correlation coefficient for modal vector analysis," *Proceedings of the first International Modal Analysis Conference*, 1983, pp. 110-116.
- [28] Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J., "Spatial correlation of mode shapes, the co-ordinate modal assurance criterion (COMAC)," *Proceedings of the sixth International Modal Analysis Conference*, 1988, vol. 1, pp. 690-695.
- [29] Chen, J. C. and Garba, J. A., "On-orbit damage assessment for large space structures," *AIAA Journal*, 1988, vol. 26(9), pp. 1119-1126.
- [30] Stubbs, N. and Kim, J. T., "Damage localization in structures without baseline modal parameters," *AIAA Journal*, 1996, vol. 34(8), pp. 1644-1649.
- [31] Hu, H., Wang, B. T., Lee, C. H. and Su, J. S., "Damage detection of surface cracks in composite laminates using modal analysis and strain energy method," *Composite Structures*, 2006, vol. 74(4), pp. 399-405.
- [32] Pandey, A. K., Biswas, M. and Samman, M. M., "Damage detection from changes in curvature mode shapes," *Journal of Sound and Vibration*, 1991, vol. 145(2), pp. 321-332.
- [33] Law, S. S., Shi, Z. Y. and Zhang, L. M., "Structural damage detection from incomplete and noisy modal test data," *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, vol. 124(11), pp. 1280-1288.
- [34] Hsu, T. Y. and Loh, C. H., "Damage diagnosis of frame structures using modified modal strain energy change method," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 2008, vol. 134(11), pp. 1000-1012.

- [35] Salawu, O. S., "Nondestructive assessment of structures using the integrity index method applied to a concrete highway bridge," *Insight*, 1995, vol. 37(11), pp. 875-878.
- [36] Lin, C. S., "Locating of modeling errors using modal test data," *AIAA Journal*, 1990, vol. 28(9), pp. 1650-1654.
- [37] Pandey, A. K. and Biswas, M., "Damage detection in structures using changes in flexibility," *Journal of Sound and Vibration*, 1994, vol. 169(1), pp. 3-17.
- [38] Pandey, A. K. and Biswas, M., "Damage diagnosis of truss structures by estimation of flexibility change," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 1995, vol. 10(2), pp. 104-117.
- [39] Patjawit, A. and Knaok-Nukuchai, W., "Health monitoring of highway bridges based on a global flexibility index," *Engineering Structures*, 2005, vol. 27(9), pp. 1385-1391.
- [40] Lin, C. C., Wang, C. F., Wu, H. W. and Wang, J. F., "On-line building damage assessment based on earthquake records," *Smart Materials and Structures*, 2005, vol. 14(3), pp. 137-153.
- [41] Balmes, E., Basseville, M., Mevel, L., Nasser, H. and Zhou, W., "Statistical model-based damage localization: A combined subspace-based and substructuring approach," *Structural Control and Health Monitoring*, 2008, vol. 15, pp. 857-875.
- [42] Szewczyk, P. and Hajela, P., "Damage detection in structures based on feature-sensitive neural networks," *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1994, vol. 8(2), pp. 163-179.

- [43] Sampaio, R. P. C., Maia, N. M. M. and Silva, J. M. M., "Damage detection using frequency-response-function curvature method.," *Journal of Sound and Vibration*, 1999, vol. 226, pp. 1029-1042.
- [44] Sohn, H. and Law, K. H., "Damage diagnosis using experimental Ritz vector," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 2001, vol. 127(11), pp. 1184-1193.
- [45] Huang, C. S., Hung, S. L., Wen, C. M. and Tu, T. T., "A neural network approach for structural identification and diagnosis of a building from seismic response data," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2003, vol. 32(2), pp. 173-185.
- [46] Liu, X., Lieven, N. A. J. and Escamilla-Ambrosio, P. J., "Frequency response function shape-based methods for structural damage localisation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, vol. 23(4), pp. 1243-1259.
- [47] Zhao, J. and DeWolf, J. T., "Sensitivity study for vibration parameters used in damage detection," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 1999, vol. 125(4), pp. 410-416.
- [48] Bernal, D., "Load vectors for damage localization," *Journal of Engineering Mechanics*, 2002, vol. 128(7), pp. 7-14.
- [49] Gao, Y., Ruiz-Sandoval, M. and Spencer, B. F., "Flexibility-based damage localization employing ambient vibration," *15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, 2002,
- [50] Duan, Z., Yan, G., Ou, J. and Spencer, B. F., "Damage localization in ambient vibration by constructing proportional flexibility matrix," *Journal of Sound and Vibration*, 2005, vol. 284, pp. 455-466.

- [51] Duan, Z., Yan, G., Ou, J. and Spencer, B. F., "Damage detection in ambient vibration using proportional flexibility matrix with incomplete measured DOFs," *Structural Control and Health Monitoring*, 2007, vol. 14, pp. 186-196.
- [52] Gao, Y., Spencer, B. F. and Bernal, D., "Experimental verification of the flexibility-based damage locating vector method," *Journal of Engineering Mechanics*, 2007, vol. 133, pp. 1043-1049.
- [53] 林裕家，「利用地震反應資料進行結構全域及局部性損害評估」，國立台灣大學土木工程學系，碩士論文，2007。
- [54] 涂哲維，「DLV 法在結構破壞偵測的應用」，國立交通大學土木工程學系，碩士論文，2008。
- [55] 陳逸軒，「結構系統識別與損傷探測之研究」，國立交通大學土木工程學系，博士論文，2010。
- [56] Huang, C. S. and Su, W. C., "Identification of modal parameters of a time invariant linear system by continuous wavelet transformation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, vol. 21, pp. 1642-1664.
- [57] Chui, C. K., *An Introduction to Wavelets*, Academic Press, Inc., 1992.
- [58] 黃炯憲，「微動量測分析工具探討(二)—時間序列法」，國家地震工程研究中心報告 NCREE-99-018，1999。
- [59] 北京金土木軟件技術有限公司等編，「SAP2000 中文版使用指南」，人民交通出版社，2006。

表 3.1 小型結構破壞前後之模態參數改變量

模態	未破壞	桿件10破壞10%			桿件10破壞20%			桿件10破壞10%、12破壞10%			桿件10破壞10%、12破壞20%		
	頻率(Hz)	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值
				破壞-未破壞			破壞-未破壞			破壞-未破壞			破壞-未破壞
1	18.49	18.48	-0.07%	0.01	18.47	-0.16%	0.02	18.44	-0.29%	0.01	18.39	-0.54%	0.02
2	24.62	24.60	-0.07%	0.01	24.58	-0.17%	0.03	24.60	-0.07%	0.01	24.60	-0.07%	0.01
3	34.53	33.65	-2.56%	0.04	32.66	-5.42%	0.07	33.63	-2.60%	0.03	33.61	-2.66%	0.03
4	38.54	38.53	-0.03%	0.02	38.52	-0.05%	0.04	38.39	-0.38%	0.02	38.23	-0.80%	0.04
5	57.16	57.10	-0.11%	0.02	57.03	-0.23%	0.04	56.77	-0.68%	0.07	56.33	-1.45%	0.15
6	62.38	62.37	-0.01%	0.01	62.36	-0.02%	0.02	62.16	-0.35%	0.08	61.91	-0.75%	0.17
7	67.06	67.02	-0.06%	0.02	66.98	-0.12%	0.05	66.71	-0.52%	0.09	66.37	-1.03%	0.18
8	74.18	73.94	-0.32%	0.11	73.59	-0.79%	0.25	73.58	-0.80%	0.06	73.16	-1.36%	0.19
9	78.24	77.49	-0.96%	0.12	76.86	-1.77%	0.26	76.92	-1.69%	0.07	76.50	-2.23%	0.19
10	91.11	91.08	-0.04%	0.02	91.05	-0.07%	0.03	91.07	-0.05%	0.02	91.06	-0.06%	0.03
11	99.26	99.11	-0.14%	0.02	98.99	-0.27%	1.046	98.74	-0.52%	0.03	98.41	-0.85%	0.06

表 3.2 未破壞小型結構之識別模態參數

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	18.49	0.00	2.00	0.00
2	24.61	0.00	1.99	0.00
3	34.53	0.00	2.00	0.00
4	38.54	0.00	2.00	0.00
5	57.16	0.00	2.00	0.00
6	62.38	0.00	2.00	0.00
7	67.06	0.00	2.00	0.00
8	74.17	0.00	2.00	0.00
9	78.24	0.00	2.00	0.00
10	91.11	0.00	2.00	0.00
11	99.26	0.00	2.00	0.00

表 3.3 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	18.48	0.00	2.00	0.00
2	24.60	0.00	1.98	0.00
3	33.65	0.00	2.00	0.00
4	38.53	0.00	2.00	0.00
5	57.10	0.00	2.00	0.00
6	62.37	0.00	2.00	0.00
7	67.02	0.00	2.00	0.00
8	73.94	0.00	2.00	0.00
9	77.49	0.00	2.00	0.00
10	91.08	0.00	2.00	0.00
11	99.11	0.00	2.00	0.00

表 3.4 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 折減 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	理論	相對誤差		
1	18.46	0.00	2.00	0.00
2	24.57	0.00	1.98	0.00
3	32.66	0.00	2.00	0.00
4	38.52	0.00	2.00	0.00
5	57.03	0.00	2.00	0.00
6	62.36	0.00	2.00	0.00
7	66.98	0.00	2.00	0.00
8	73.59	0.00	2.00	0.00
9	76.85	0.00	2.00	0.00
10	91.05	0.00	2.00	0.00
11	98.98	0.00	2.00	0.00

表 3.5 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 及 12 各折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	理論	相對誤差		
1	18.44	0.00	2.00	0.00
2	24.60	0.00	1.97	0.00
3	33.63	0.00	2.00	0.00
4	38.39	0.00	2.00	0.00
5	56.77	0.00	2.00	0.00
6	62.16	0.00	2.00	0.00
7	66.71	0.00	2.00	0.00
8	73.58	0.00	2.00	0.00
9	76.92	0.00	2.00	0.00
10	91.07	0.00	2.00	0.00
11	98.74	0.00	2.00	0.00

表 3.6 破壞小型結構之識別模態參數(桿件 10 及 12 分別折減 10%及 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值 識別-理論
	理論	相對誤差		
1	18.39	0.00	2.00	0.00
2	24.60	0.00	1.98	0.00
3	33.61	0.00	2.00	0.00
4	38.23	0.00	2.00	0.00
5	56.33	0.00	2.00	0.00
6	61.91	0.00	2.00	0.00
7	66.37	0.00	2.00	0.00
8	73.16	0.00	2.00	0.00
9	76.50	0.00	2.00	0.00
10	91.06	0.00	2.00	0.00
11	98.41	0.00	2.00	0.00



表 3.7 未破壞小型結構 20%雜訊之識別模態參數

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	18.50	0.00	1.52	0.00
2	24.62	0.00	2.06	0.00
3	34.73	0.01	1.65	0.05
4	38.53	0.00	1.91	0.01
5	57.18	0.00	1.93	0.03
6	62.57	0.00	2.11	0.03
7	66.87	0.00	1.82	0.04
8	74.25	0.00	2.03	0.10
9	78.07	0.00	2.14	0.05
10	90.95	0.00	2.15	0.04
11	99.24	0.00	2.09	0.03

表 3.8 破壞小型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 10 折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	18.49	0.00	1.85	0.00
2	24.57	0.00	2.17	0.00
3	33.67	0.00	2.12	0.03
4	38.56	0.00	1.91	0.01
5	57.10	0.00	1.97	0.04
6	62.58	0.00	2.07	0.04
7	66.81	0.00	2.09	0.04
8	74.05	0.00	2.11	0.11
9	77.44	0.00	2.24	0.03
10	90.87	0.00	2.22	0.03
11	99.25	0.00	2.02	0.03

表 3.9 破壞小型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 10 折減 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	18.48	0.00	1.71	0.00
2	24.58	0.00	2.17	0.00
3	32.69	0.00	2.07	0.03
4	38.59	0.00	2.03	0.01
5	56.97	0.00	2.02	0.03
6	62.55	0.00	2.02	0.05
7	66.79	0.00	2.07	0.02
8	73.75	0.00	2.10	0.09
9	76.87	0.00	2.10	0.01
10	90.88	0.00	2.05	0.02
11	99.09	0.00	1.99	0.04

表 3.10 破壞小型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 10 及 12 各折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	18.45	0.00	1.65	0.00
2	24.60	0.00	2.06	0.00
3	33.62	0.00	2.06	0.05
4	38.43	0.00	1.97	0.01
5	56.71	0.00	2.13	0.04
6	62.26	0.00	2.15	0.04
7	66.54	0.00	2.01	0.04
8	73.67	0.00	1.92	0.04
9	76.85	0.00	2.09	0.01
10	90.81	0.00	2.17	0.03
11	98.85	0.00	1.98	0.02

表 3.11 破壞小型結構 20% 雜訊之識別模態參數(桿件 10 及 12 分別折減 10%
及 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	18.40	0.00	1.78	0.00
2	24.61	0.00	2.14	0.00
3	33.64	0.00	2.16	0.05
4	38.30	0.00	1.99	0.01
5	56.30	0.00	1.98	0.02
6	62.10	0.00	2.08	0.03
7	66.23	0.00	1.84	0.03
8	73.23	0.00	2.14	0.03
9	76.29	0.00	2.19	0.05
10	90.87	0.00	1.95	0.03
11	98.52	0.00	1.96	0.04

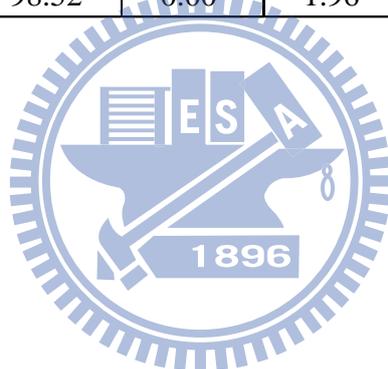


表 3.12 大型結構破壞前後之模態參數改變量

模態	未破壞	桿件44破壞10%			桿件44破壞20%			桿件28破壞10%、44破壞10%			桿件44破壞10%、28破壞20%		
	頻率(Hz)	頻率(Hz)	頻率變化量	e 值	頻率(Hz)	頻率變化量	e 值	頻率(Hz)	頻率變化量	e 值	頻率(Hz)	頻率變化量	e 值
				破壞-未破壞			破壞-未破壞			破壞-未破壞			破壞-未破壞
1	4.104	4.10	-0.03%	0.00	4.102	-0.06%	0.00	4.100	-0.11%	0.00	4.096	-0.20%	0.00
2	7.545	7.54	0.00%	0.00	7.545	0.00%	0.00	7.543	-0.02%	0.00	7.541	-0.05%	0.00
3	9.912	9.91	-0.02%	0.00	9.909	-0.03%	0.00	9.907	-0.05%	0.00	9.904	-0.09%	0.01
4	15.230	15.23	0.00%	0.00	15.230	0.00%	0.00	15.228	-0.01%	0.00	15.226	-0.03%	0.00
5	22.261	22.26	-0.01%	0.00	22.257	-0.02%	0.01	22.256	-0.02%	0.00	22.252	-0.04%	0.01
6	23.346	23.34	-0.04%	0.01	23.323	-0.10%	0.02	23.326	-0.09%	0.01	23.313	-0.14%	0.02
7	27.176	27.17	-0.02%	0.01	27.162	-0.05%	0.01	27.126	-0.18%	0.02	27.072	-0.38%	0.04
8	29.156	29.15	-0.03%	0.01	29.134	-0.08%	0.02	29.133	-0.08%	0.01	29.117	-0.13%	0.03
9	36.731	36.72	-0.04%	0.03	36.694	-0.10%	0.07	36.705	-0.07%	0.03	36.691	-0.11%	0.04
10	38.757	38.63	-0.33%	0.05	38.450	-0.79%	0.13	38.625	-0.34%	0.06	38.619	-0.36%	0.06
				桿件44破壞40%			桿件28破壞20%、44破壞20%			桿件44破壞20%、28破壞40%			
				頻率(Hz)	頻率變化量	e 值	頻率(Hz)	頻率變化量	e 值	頻率(Hz)	頻率變化量	e 值	
						破壞-未破壞			破壞-未破壞			破壞-未破壞	破壞-未破壞
				4.098	-0.14%	0.00	4.095	-0.23%	0.00	4.085	-0.47%	0.01	
				7.544	0.00%	0.00	7.541	-0.05%	0.00	7.535	-0.12%	0.01	
				9.904	-0.08%	0.00	9.902	-0.10%	0.01	9.892	-0.20%	0.02	
				15.229	-0.01%	0.00	15.226	-0.03%	0.00	15.220	-0.07%	0.01	
				22.250	-0.05%	0.01	22.250	-0.05%	0.03	22.239	-0.10%	0.03	
				23.287	-0.25%	0.02	23.300	-0.20%	0.04	23.265	-0.35%	0.05	
				27.140	-0.13%	0.03	27.065	-0.41%	0.04	26.918	-0.95%	0.09	
				29.098	-0.20%	0.03	29.104	-0.18%	0.05	29.064	-0.32%	0.07	
				36.568	-0.44%	0.08	36.668	-0.17%	0.27	36.621	-0.30%	0.11	
				37.828	-2.40%	0.13	38.442	-0.81%	0.38	38.427	-0.85%	0.14	

表 3.13 未破壞大型結構之識別模態參數

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.10	0.00	2.06	0.00
2	7.54	0.00	2.02	0.00
3	9.90	0.00	1.93	0.01
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.26	0.00	2.01	0.00
6	23.35	0.00	2.00	0.00
7	27.18	0.00	2.01	0.00
8	29.16	0.00	2.00	0.00
9	36.73	0.00	2.00	0.00
10	38.76	0.00	2.00	0.00

表 3.14 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 44 折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.10	0.00	2.04	0.00
2	7.54	0.00	1.99	0.00
3	9.90	0.00	1.93	0.01
4	15.23	0.00	1.99	0.00
5	22.26	0.00	2.01	0.00
6	23.33	0.00	2.00	0.00
7	27.17	0.00	2.01	0.00
8	29.15	0.00	2.00	0.00
9	36.72	0.00	2.00	0.00
10	38.63	0.00	2.00	0.00

表 3.15 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 44 折減 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.06	0.00
2	7.54	0.00	2.00	0.00
3	9.90	0.00	1.94	0.01
4	15.23	0.00	2.01	0.00
5	22.25	0.00	2.01	0.00
6	23.32	0.00	2.00	0.00
7	27.17	0.00	2.01	0.00
8	29.13	0.00	2.00	0.00
9	36.69	0.00	2.00	0.00
10	38.45	0.00	2.00	0.00

表 3.16 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 28 及 44 各折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.05	0.00
2	7.54	0.00	2.00	0.00
3	9.90	0.00	1.91	0.01
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.01	0.00
6	23.32	0.00	2.00	0.00
7	27.13	0.00	2.01	0.00
8	29.13	0.00	2.00	0.00
9	36.71	0.00	2.00	0.00
10	38.63	0.00	2.00	0.00

表 3.17 破壞大型結構之識別模態參數(桿件 28 及 44 分別折減 20%及 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.10	0.00	2.06	0.00
2	7.54	0.00	1.99	0.00
3	9.89	0.00	1.93	0.01
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.01	0.00
6	23.31	0.00	2.00	0.00
7	27.08	0.00	2.01	0.00
8	29.12	0.00	2.00	0.00
9	36.69	0.00	2.00	0.00
10	38.62	0.00	2.00	0.00



表 3.18 未破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.06	0.01	2.18	0.02
2	7.60	0.01	1.89	0.02
3	9.92	0.00	1.73	0.06
4	15.26	0.00	2.18	0.02
5	22.21	0.00	2.23	0.01
6	23.29	0.00	2.14	0.07
7	27.15	0.00	1.99	0.02
8	29.14	0.00	2.17	0.04
9	36.78	0.00	2.00	0.01
10	38.79	0.00	1.95	0.06

表 3.19 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 44 折減 10%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.08	0.01	1.55	0.03
2	7.49	0.01	1.58	0.01
3	9.90	0.00	1.64	0.13
4	15.28	0.00	1.56	0.02
5	22.17	0.00	2.29	0.02
6	23.33	0.00	2.24	0.05
7	27.14	0.00	2.01	0.02
8	29.11	0.00	1.91	0.03
9	36.69	0.00	1.92	0.02
10	38.67	0.00	2.02	0.10

表 3.20 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 44 折減 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.11	0.00	2.18	0.02
2	7.54	0.00	1.03	0.02
3	9.91	0.00	1.24	0.10
4	15.29	0.00	1.63	0.02
5	22.21	0.00	2.00	0.01
6	23.31	0.00	2.29	0.05
7	27.16	0.00	2.19	0.02
8	29.12	0.00	2.06	0.02
9	36.70	0.00	2.02	0.01
10	38.52	0.00	2.10	0.06

表 3.21 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 44 折減 40%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.09	0.00	1.68	0.01
2	7.58	0.00	1.75	0.01
3	9.88	0.00	1.53	0.20
4	15.23	0.00	2.12	0.02
5	22.13	0.00	2.00	0.02
6	23.22	0.00	2.18	0.04
7	27.15	0.00	1.96	0.02
8	29.08	0.00	2.16	0.02
9	36.59	0.00	1.94	0.02
10	37.90	0.00	1.97	0.07

表 3.22 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 28 及 44 各折減 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.11	0.00	2.34	0.02
2	7.54	0.01	1.56	0.01
3	9.92	0.00	1.95	0.07
4	15.24	0.00	1.88	0.01
5	22.18	0.01	2.31	0.03
6	23.25	0.00	1.94	0.05
7	27.02	0.00	2.03	0.03
8	29.08	0.00	2.03	0.02
9	36.69	0.00	1.78	0.02
10	38.46	0.00	1.95	0.03

表 3.23 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(桿件 28 及 44 分別折減 40%
及 20%)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.41	0.02
2	7.53	0.00	1.60	0.01
3	9.87	0.00	1.69	0.09
4	15.23	0.00	1.80	0.01
5	22.20	0.00	2.12	0.01
6	23.19	0.00	2.25	0.08
7	26.92	0.00	1.88	0.02
8	29.02	0.00	1.98	0.03
9	36.68	0.00	2.07	0.02
10	38.41	0.00	1.94	0.06

表 3.24 未破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(集集地震)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.10	0.00	1.99	0.05
2	7.54	0.00	1.97	0.00
3	9.92	0.00	2.05	0.03

表 3.25 破壞大型結構 20%雜訊之識別模態參數(集集地震)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.09	0.00	1.95	0.04
2	7.53	0.00	1.94	0.00
3	9.90	0.00	2.08	0.04

表 3.26 未破壞不完全量測案例一之識別模態參數(垂直向均佈)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.10	0.00	2.00	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.01
3	9.91	0.00	2.06	0.01
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.26	0.00	2.00	0.10
6	23.35	0.00	2.00	0.02
7	27.18	0.00	2.00	0.03
8	29.16	0.00	2.00	0.05
9	36.73	0.00	2.00	0.49



表 3.27 破壞不完全量測案例一之識別模態參數(垂直向均佈)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		識別-理論
1	4.10	0.00	2.00	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.00
3	9.91	0.00	1.71	0.02
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.00	0.00
6	23.29	0.00	2.00	0.00
7	27.14	0.00	2.00	0.00
8	29.10	0.00	2.00	0.00
9	36.57	0.00	2.00	0.00

表 3.28 未破壞不完全量測案例二之識別模態參數(垂直及水平向均佈)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.00	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.00
3	9.92	0.00	1.85	0.04
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.26	0.00	2.00	0.02
6	23.35	0.00	2.00	0.06
7	27.18	0.00	2.00	0.03
8	29.16	0.00	2.00	0.06

表 3.29 破壞不完全量測案例二之識別模態參數(垂直及水平向均佈)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.00	0.00
2	7.54	0.00	2.00	0.00
3	9.92	0.00	1.81	0.05
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.00	0.02
6	23.29	0.00	2.00	0.06
7	27.14	0.00	2.00	0.03
8	29.10	0.00	2.00	0.06

表 3.30 未破壞不完全量測案例三之識別模態參數(垂直及水平向均佈)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	1.99	0.00
2	7.54	0.00	2.02	0.00
3	9.93	0.00	1.78	0.07
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.26	0.00	2.00	0.02
6	23.35	0.00	2.00	0.04
7	27.18	0.00	2.00	0.04
8	29.16	0.00	2.00	0.05
9	36.73	0.00	2.00	0.27
10	38.76	0.00	2.00	0.39



表 3.31 破壞不完全量測案例三之識別模態參數(垂直及水平向均佈)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.02	0.00
2	7.54	0.00	2.00	0.00
3	9.92	0.00	1.82	0.06
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.00	0.02
6	23.29	0.00	2.00	0.04
7	27.14	0.00	2.00	0.04
8	29.10	0.00	2.00	0.05
9	36.57	0.00	2.00	0.27
10	37.83	0.00	2.00	0.39

表 3.32 未破壞不完全量測案例四之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	1.99	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.00
3	9.92	0.00	1.72	0.07
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.26	0.00	2.00	0.03
6	23.35	0.00	2.00	0.04
7	27.18	0.00	2.00	0.04
8	29.16	0.00	2.00	0.06
9	36.73	0.00	2.00	0.31
10	38.76	0.00	2.00	0.39

表 3.33 破壞不完全量測案例四之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.00	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.00
3	9.92	0.00	1.81	0.06
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.00	0.03
6	23.29	0.00	2.00	0.04
7	27.14	0.00	2.00	0.04
8	29.10	0.00	2.00	0.06
9	36.57	0.00	2.00	0.31
10	37.83	0.00	2.00	0.39

表 3.34 未破壞不完全量測案例四 20%雜訊之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.09	0.00	2.27	0.02
2	7.53	0.00	2.05	0.02
3	9.93	0.00	1.81	0.15
4	15.22	0.00	1.72	0.02
5	22.22	0.00	2.11	0.03
6	23.42	0.00	2.08	0.05
7	27.13	0.00	2.18	0.05
8	29.08	0.00	2.13	0.08
9	36.74	0.00	1.89	0.30
10	38.81	0.00	2.42	0.39

表 3.35 破壞不完全量測案例四 20%雜訊之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.05	0.02
2	7.51	0.00	1.66	0.01
3	9.92	0.00	1.99	0.13
4	15.21	0.00	1.80	0.02
5	22.19	0.00	2.19	0.02
6	23.29	0.00	2.21	0.05
7	27.07	0.00	2.36	0.05
8	28.97	0.00	2.21	0.06
9	36.61	0.00	1.95	0.31
10	37.86	0.00	2.07	0.41

表 3.36 未破壞不完全量測案例五之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.00	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.00
3	9.92	0.00	1.74	0.07
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.26	0.00	2.00	0.04
6	23.35	0.00	2.00	0.04
7	27.18	0.00	2.00	0.04
8	29.16	0.00	2.00	0.08
9	36.73	0.00	2.00	0.27
10	38.76	0.00	2.00	0.59

表 3.37 破壞不完全量測案例五之識別模態參數(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值 識別-理論
	識別	相對誤差		
1	4.10	0.00	2.01	0.00
2	7.54	0.00	2.01	0.00
3	9.92	0.00	1.78	0.07
4	15.23	0.00	2.00	0.00
5	22.25	0.00	2.00	0.04
6	23.29	0.00	2.00	0.04
7	27.14	0.00	2.00	0.04
8	29.10	0.00	2.00	0.08
9	36.57	0.00	2.00	0.27
10	37.83	0.00	2.00	0.59

表 4.1 鋼柱斷面資料

鋼柱		慣性矩 (m ⁴)
H 100×100×7.5 ×7.5	強軸	3.599E-06
	弱軸	1.253E-06
鋼板(100×25mm)	強軸	2.083E-06
	弱軸	1.302E-07

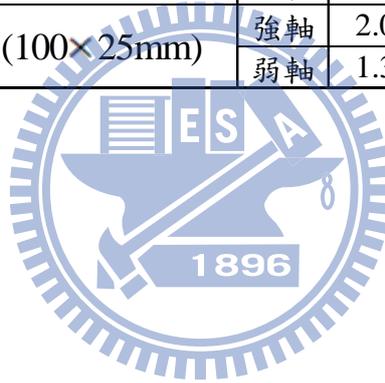


表 4.2 八層樓鋼構破壞前後之模態參數改變量

(a)ETABS (b)識別

(a)

模態	未破壞	三樓同側柱轉弱軸			三樓全換板柱		
	頻率(Hz)	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值
				破壞-未破壞			破壞-未破壞
1	2.15	2.13	-0.92%	0.00	1.64	-23.51%	0.05
2	6.96	6.88	-1.07%	0.01	6.31	-9.30%	0.06
3	13.25	12.94	-2.32%	0.02	11.43	-13.71%	0.11
4	21.17	20.38	-3.75%	0.05	14.48	-31.62%	0.12
5	30.81	29.25	-5.06%	0.07	24.71	-19.80%	0.08
6	41.58	39.54	-4.91%	0.03	38.42	-7.60%	0.67
7	52.09	47.84	-8.16%	0.22	39.06	-25.02%	0.66
8	60.05	54.63	-9.02%	0.22	52.45	-12.66%	0.32

(b)

模態	未破壞	三樓同側柱轉弱軸			三樓全換板柱		
	頻率(Hz)	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值	頻率(Hz)	頻率 變化量	<i>e</i> 值
				破壞-未破壞			破壞-未破壞
1	2.10	2.09	-0.45%	0.01	1.67	-20.75%	0.12
2	6.98	6.93	-0.61%	0.02	6.49	-7.04%	0.22
3	12.82	12.70	-0.93%	0.04	10.83	-15.48%	0.58
4	19.08	18.63	-2.32%	0.08	14.75	-22.69%	0.67
5	25.79	25.30	-1.89%	0.08	23.17	-10.16%	0.49
6	33.25	32.95	-0.88%	0.06	31.95	-3.91%	0.61
7	39.12	38.77	-0.88%	0.12	33.41	-14.60%	0.76
8	41.52	40.96	-1.36%	0.53	41.12	-0.97%	0.72

表 4.3 未破壞八層樓鋼構之識別模態參數

模態	自然頻率(Hz)			阻尼比 (%)	e 值 識別-Etabs
	Etabs	識別	相對誤差		
1	2.15	2.10	0.02	1.40	0.06
2	6.96	6.98	0.00	0.28	0.09
3	13.25	12.82	0.03	0.39	0.13
4	21.17	19.08	0.10	0.38	0.19
5	30.81	25.79	0.16	0.93	0.19
6	41.58	33.25	0.20	1.34	0.20
7	52.09	39.12	0.25	1.48	0.23
8	60.05	41.52	0.31	2.46	0.20

表 4.4 破壞八層樓鋼構之識別模態參數(三樓剛度折減 32.6%)

模態	自然頻率(Hz)			阻尼比 (%)	e 值 識別-Etabs
	Etabs	識別	相對誤差		
1	2.13	2.09	0.02	0.01	0.06
2	6.88	6.93	0.01	0.00	0.08
3	12.94	12.70	0.02	0.00	0.13
4	20.38	18.63	0.09	0.00	0.22
5	29.25	25.30	0.13	0.01	0.20
6	39.54	32.95	0.17	0.01	0.22
7	47.84	38.77	0.19	0.02	0.19
8	54.63	40.96	0.25	0.04	0.34

表 4.5 破壞八層樓鋼構之識別模態參數(三樓剛度折減 96.4%)

模態	自然頻率(Hz)			阻尼比 (%)	<i>e</i> 值 識別-Etabs
	Etabs	識別	相對誤差		
1	1.64	1.67	0.01	0.75	0.05
2	6.31	6.49	0.03	0.31	0.06
3	11.43	10.83	0.05	0.47	0.11
4	14.48	14.75	0.02	0.31	0.12
5	24.71	23.17	0.06	0.61	0.08
6	38.42	31.95	0.17	0.62	0.67
7	39.06	33.41	0.14	0.91	0.66
8	52.45	41.12	0.22	1.31	0.32



表 4.6 未破壞不完全量測之識別模態參數(量測 1、3、5、7 樓)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值
	識別	相對誤差		全-不完全
1	2.13	0.01	2.01	0.00
2	6.98	0.00	0.36	0.00
3	12.81	0.00	0.40	0.00
4	19.08	0.00	0.39	0.00

表 4.7 破壞不完全量測之識別模態參數(量測 1、3、5、7 樓)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	e 值
	識別	相對誤差		全-不完全
1	1.67	0.00	0.86	0.00
2	6.49	0.00	0.34	0.00
3	10.76	0.01	0.63	0.02
4	14.75	0.00	0.31	0.00

表 4.8 未破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4、6、8 樓)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		全-不完全
1	2.10	0.00	2.03	0.00
2	6.98	0.00	0.32	0.00
3	12.82	0.00	0.39	0.00
4	19.08	0.00	0.45	0.01

表 4.9 破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4、6、8 樓)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		全-不完全
1	1.67	0.00	0.71	0.00
2	6.49	0.00	0.34	0.00
3	10.83	0.00	0.50	0.02
4	14.75	0.00	0.41	0.00

表 4.10 未破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4 樓)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		全-不完全
1	2.10	0.00	1.35	0.00
2	6.98	0.00	0.27	0.00

表 4.11 破壞不完全量測之識別模態參數(量測 2、4 樓)

模態	自然頻率(Hz)		阻尼比 (%)	<i>e</i> 值
	識別	相對誤差		全-不完全
1	1.67	0.00	0.61	0.00
2	6.49	0.00	0.30	0.00

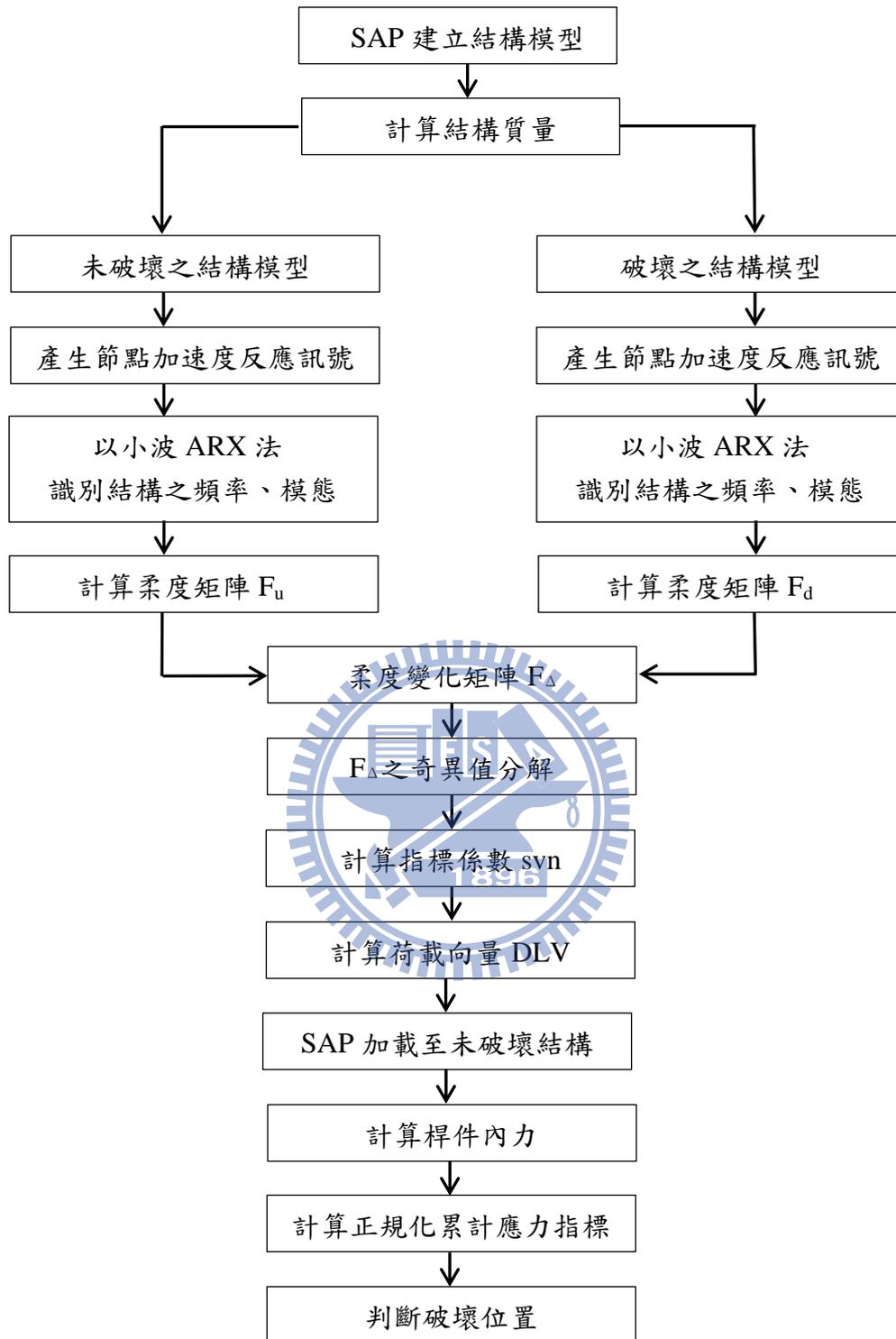


圖 2.1 DLV 法分析流程圖



圖 2.2 小波 ARX 法分析流程圖

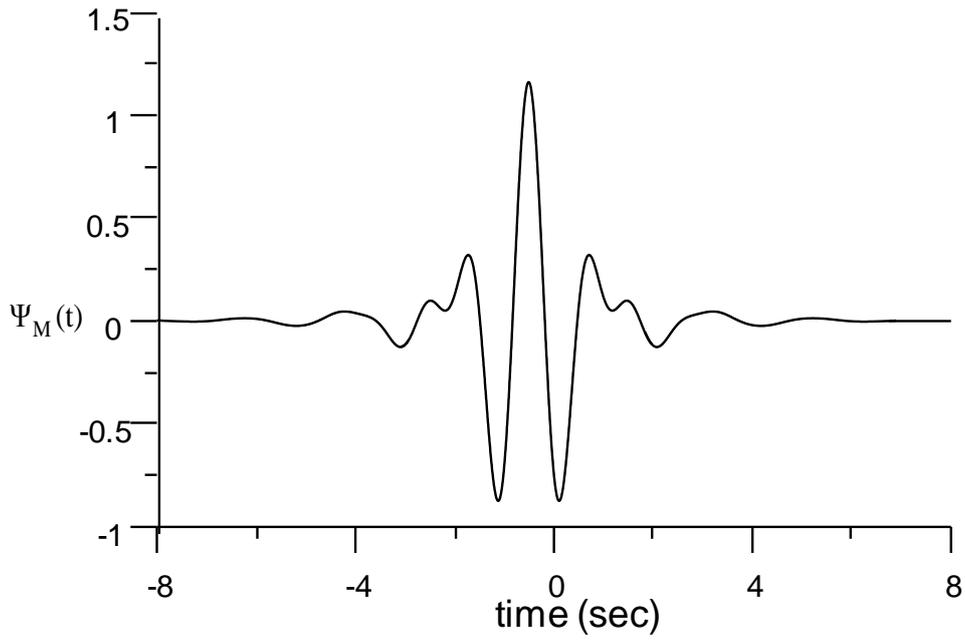


圖 2.3 Meyer 母小波函數

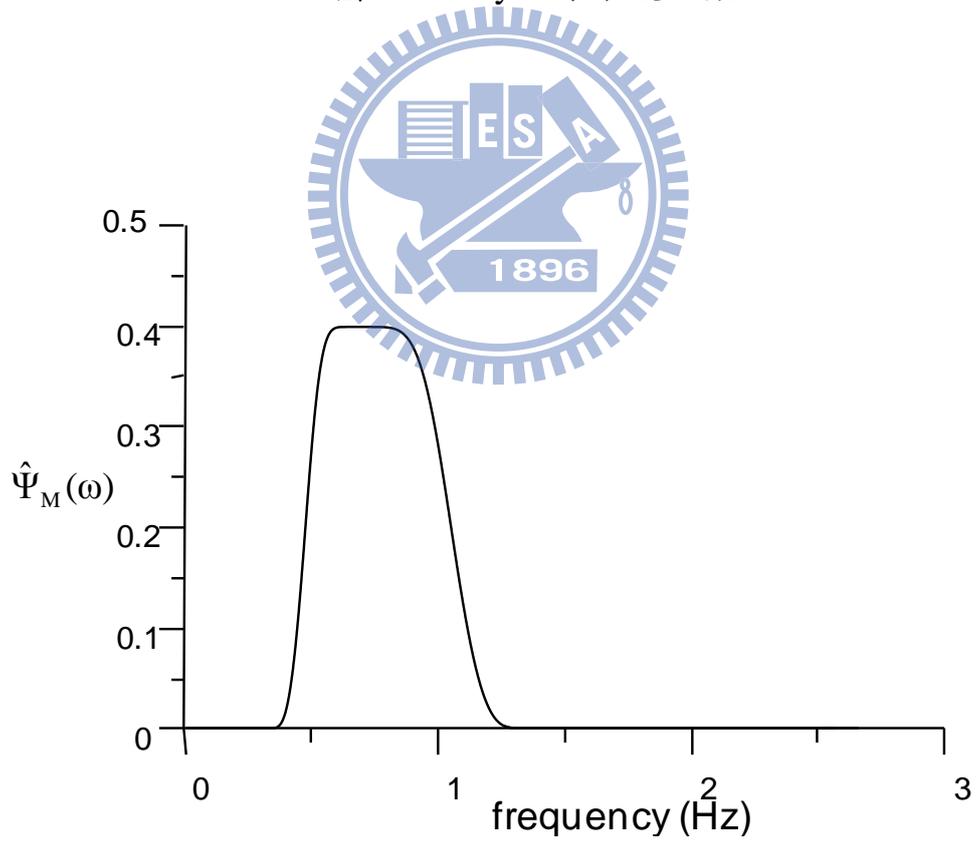


圖 2.4 Meyer 母小波函數頻譜圖

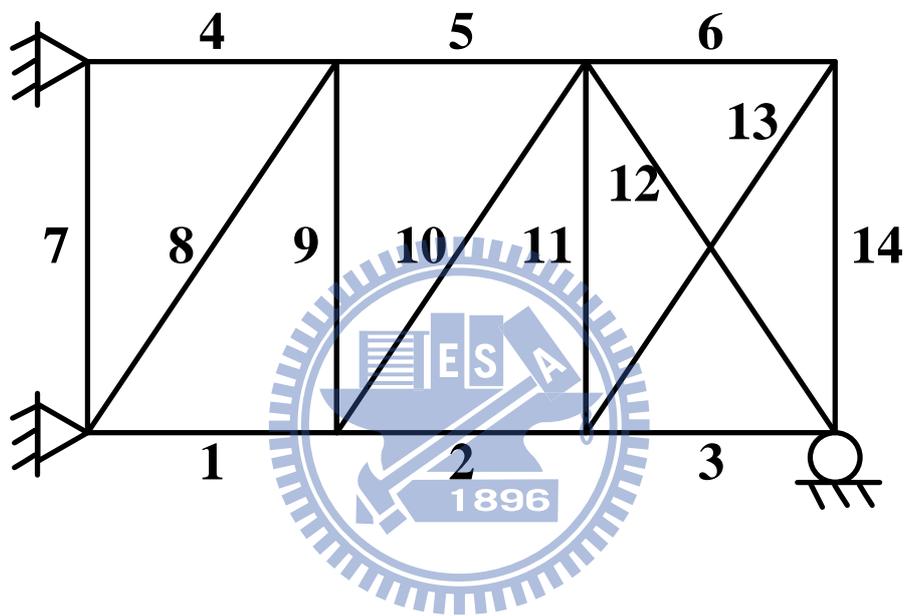
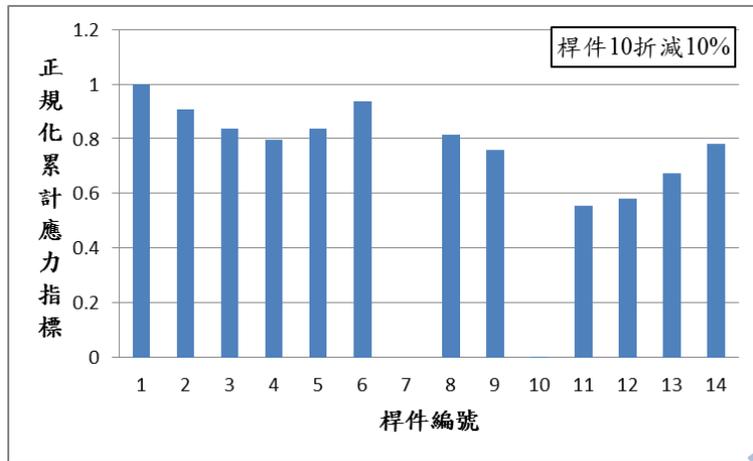
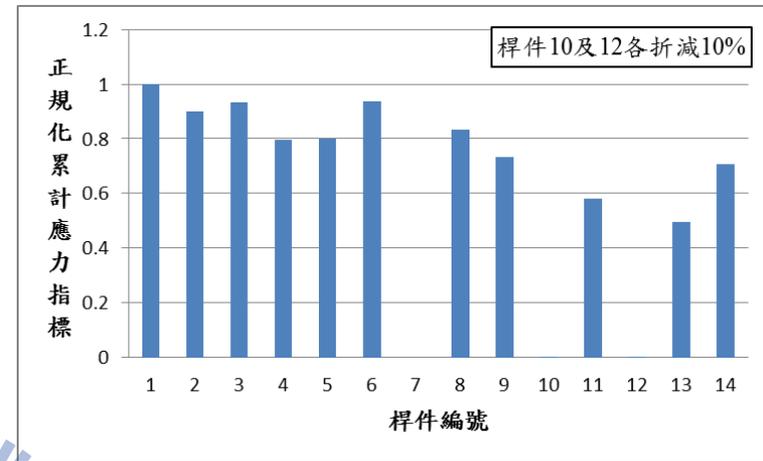


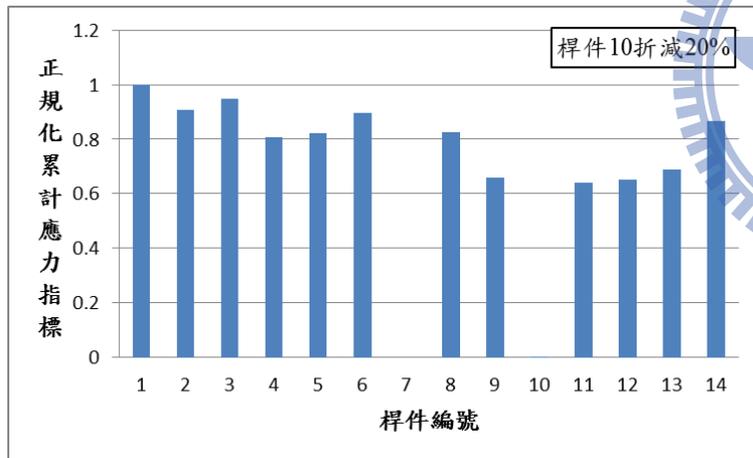
圖 3.1 小型二維桁架結構及桿件編號



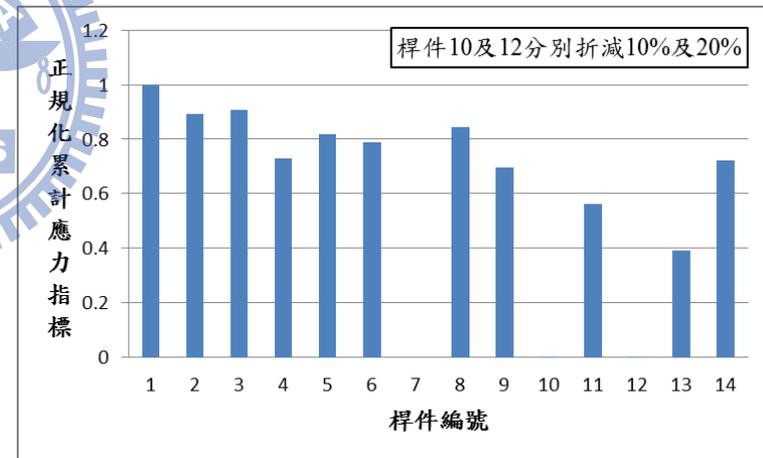
(a)



(c)



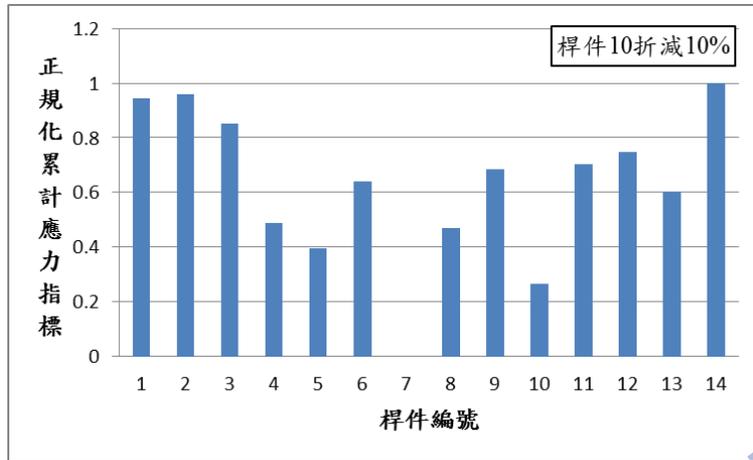
(b)



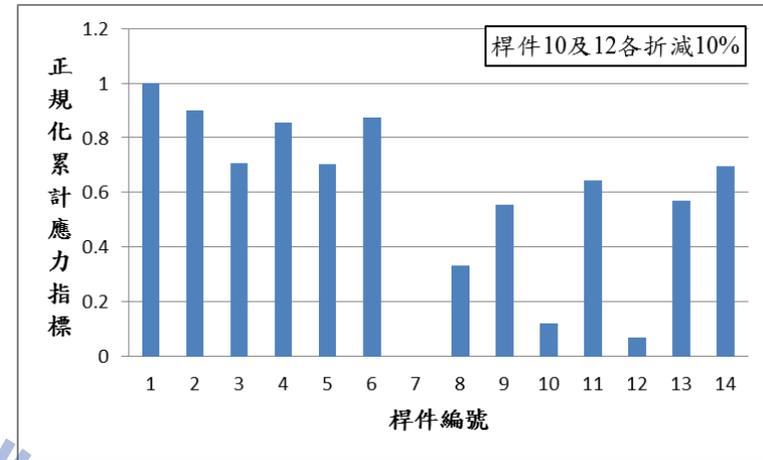
(d)

圖 3.2 小型結構全部十一個模態之分析結果

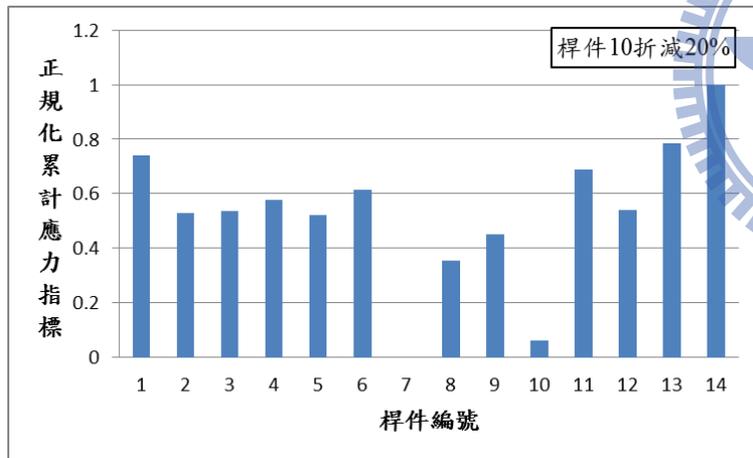
(a)案例一 (b)案例二 (c)案例三 (d)案例四



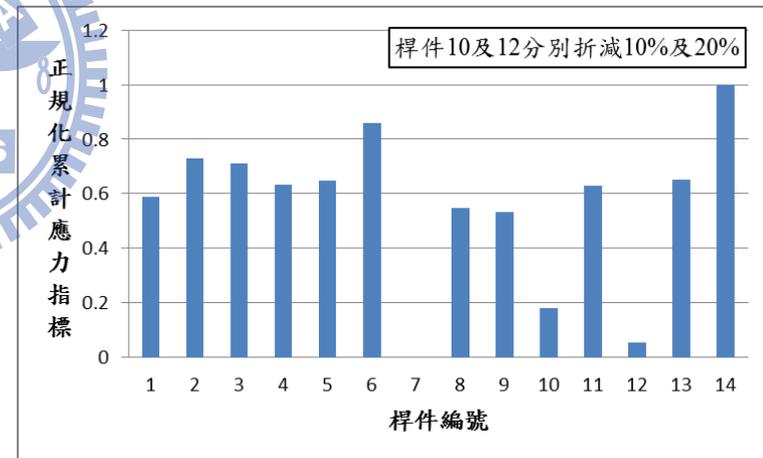
(a)



(c)



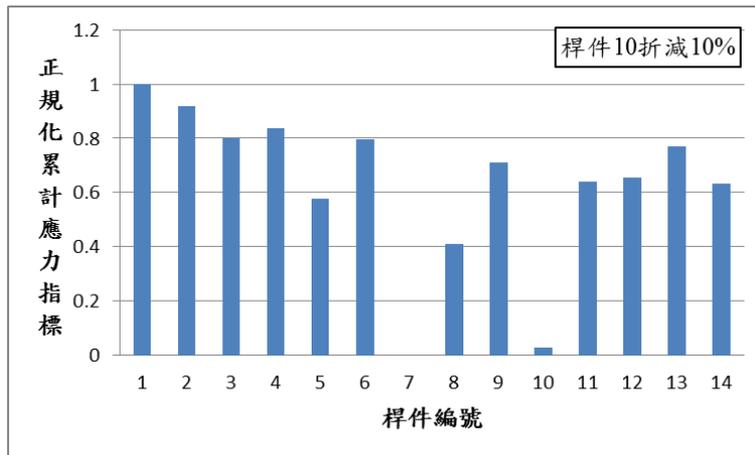
(b)



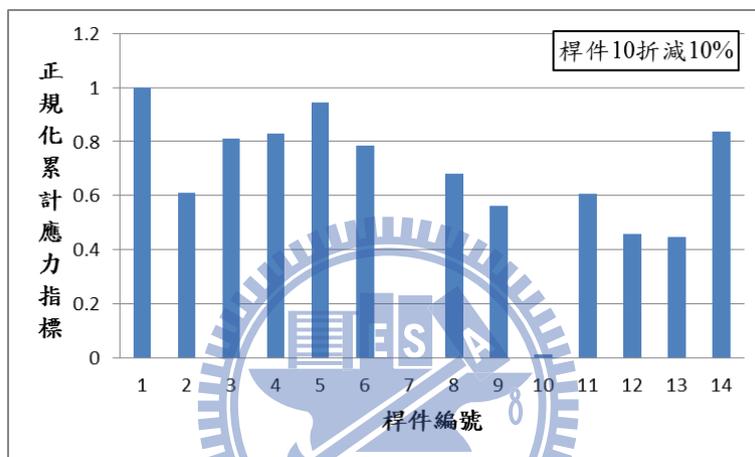
(d)

圖 3.3 小型結構 20% 雜訊全部十一個模態之分析結果

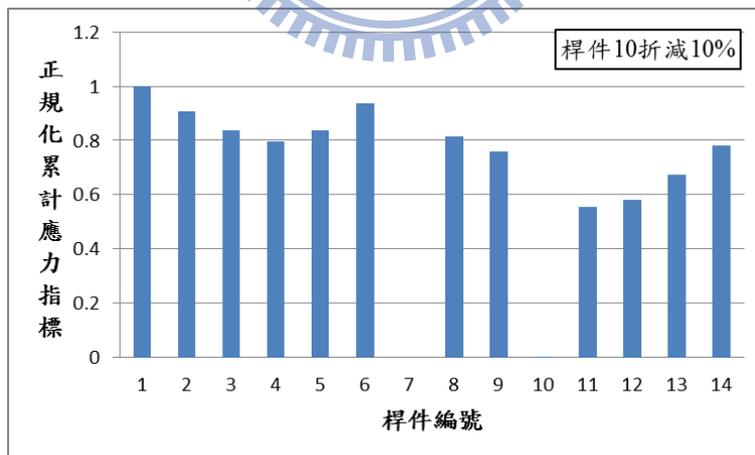
(a) 案例一 (b) 案例二 (c) 案例三 (d) 案例四



(a)



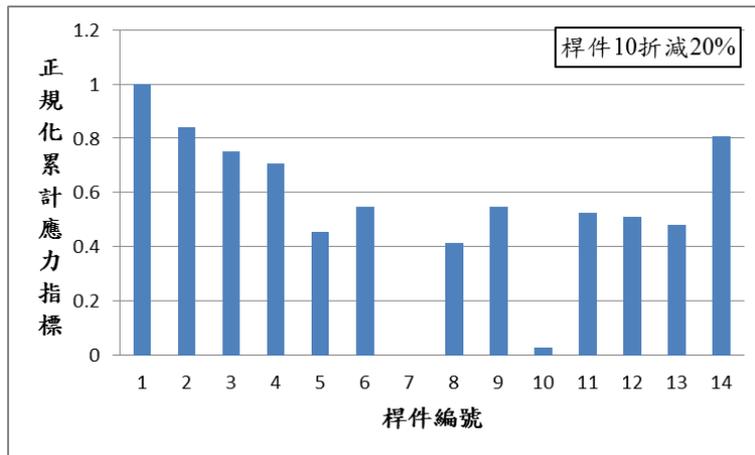
(b)



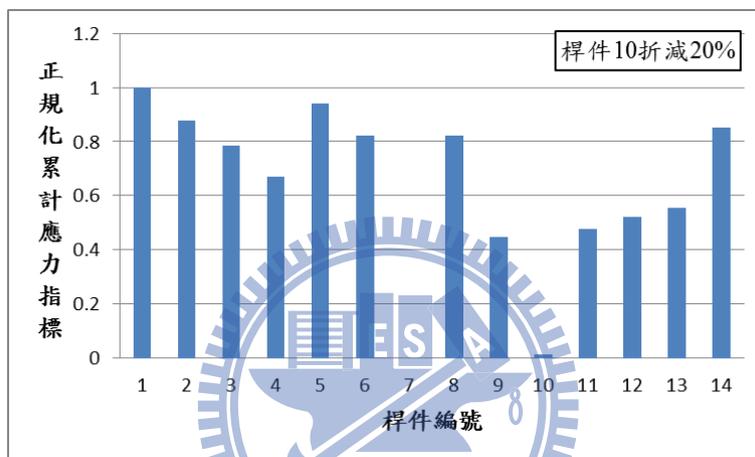
(c)

圖 3.4 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 10%)

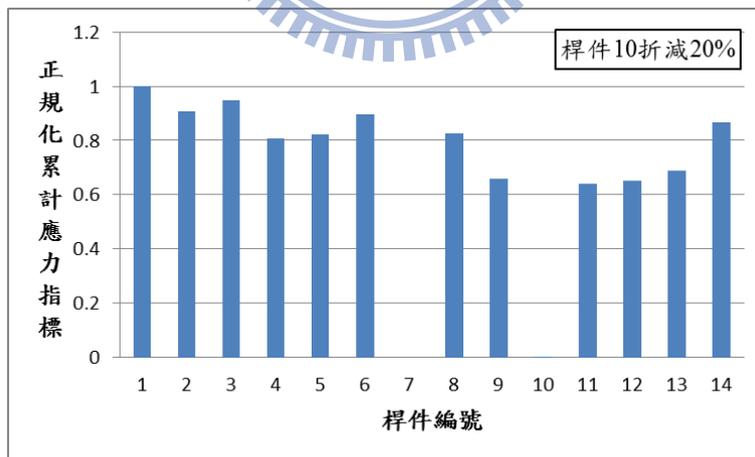
(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態



(a)



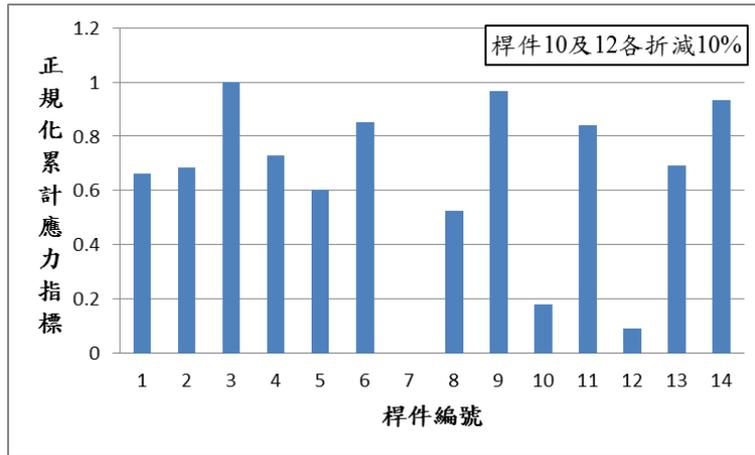
(b)



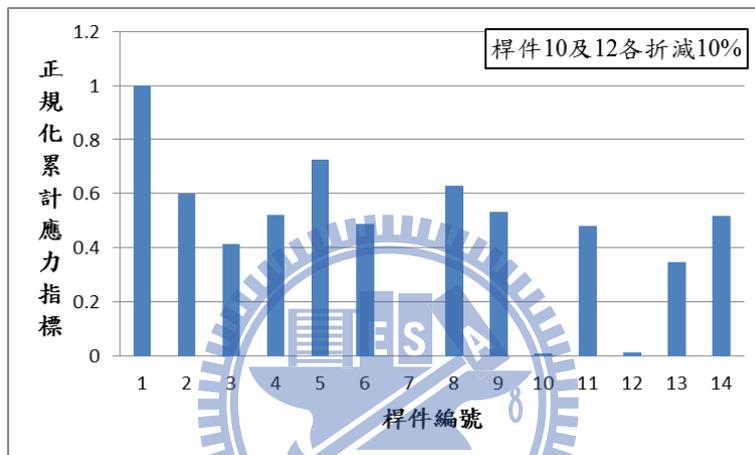
(c)

圖 3.5 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 20%)

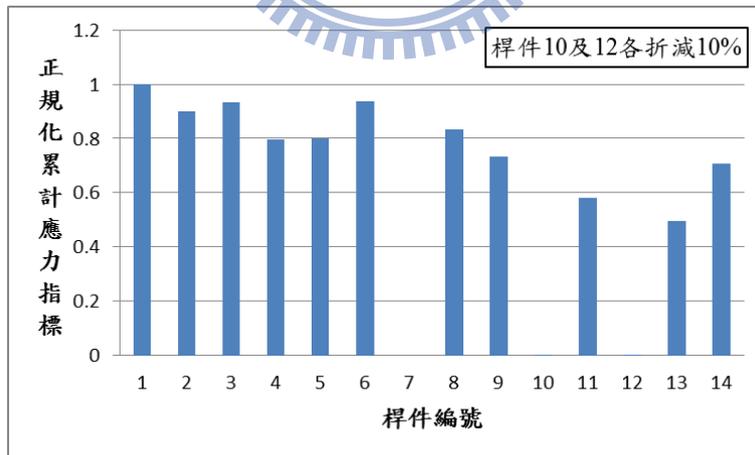
(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態



(a)



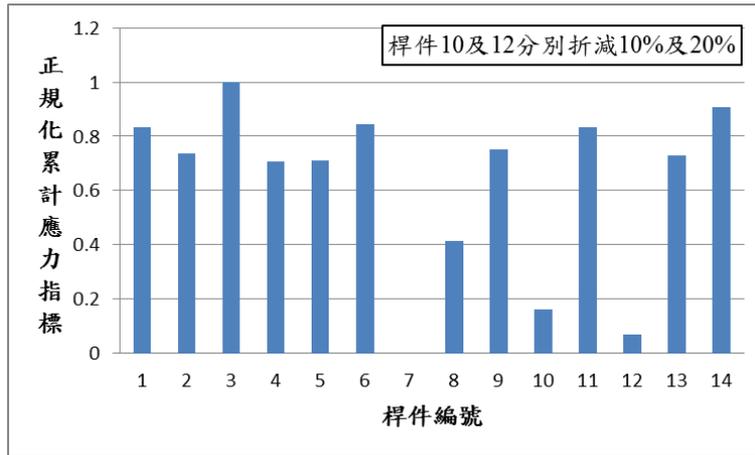
(b)



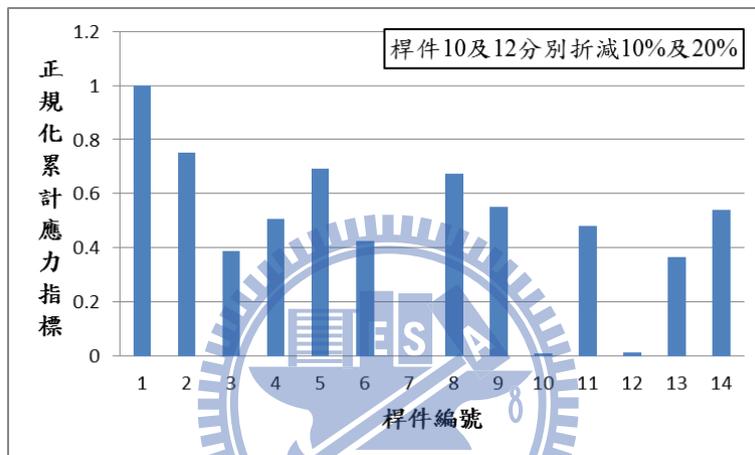
(c)

圖 3.6 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 各折減 10%)

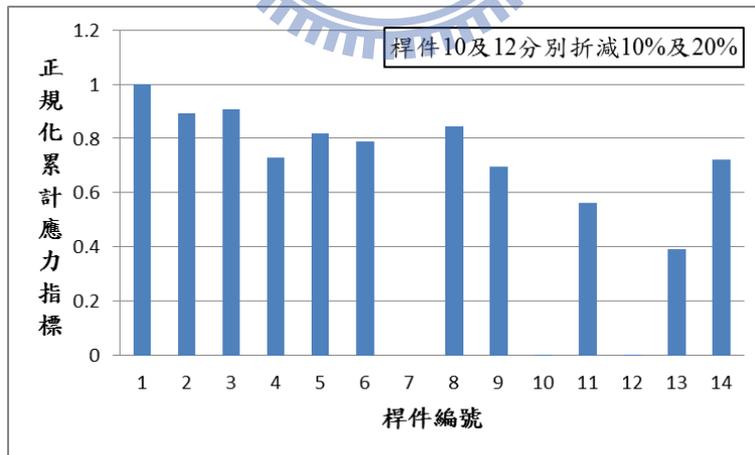
(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態



(a)



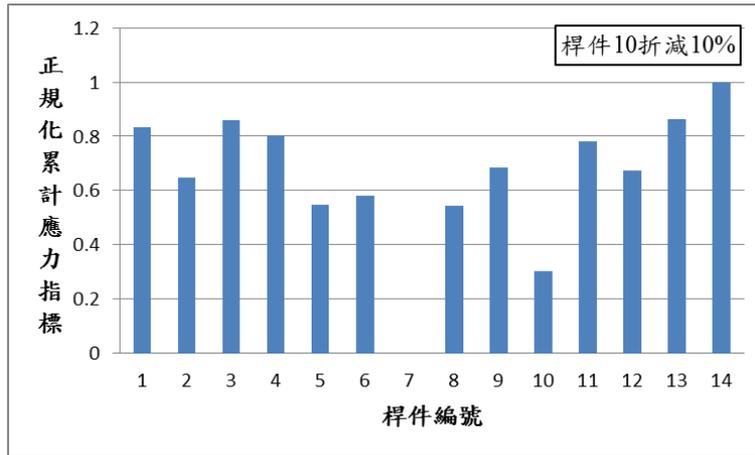
(b)



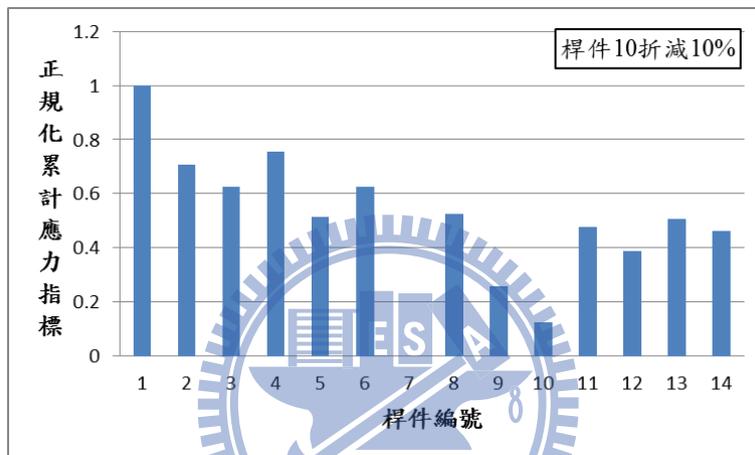
(c)

圖 3.7 小型結構不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 分別折減 10% 及 20%)

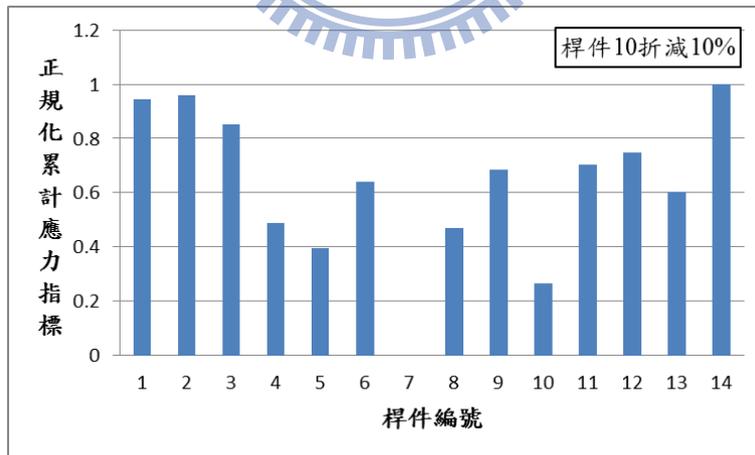
(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態



(a)



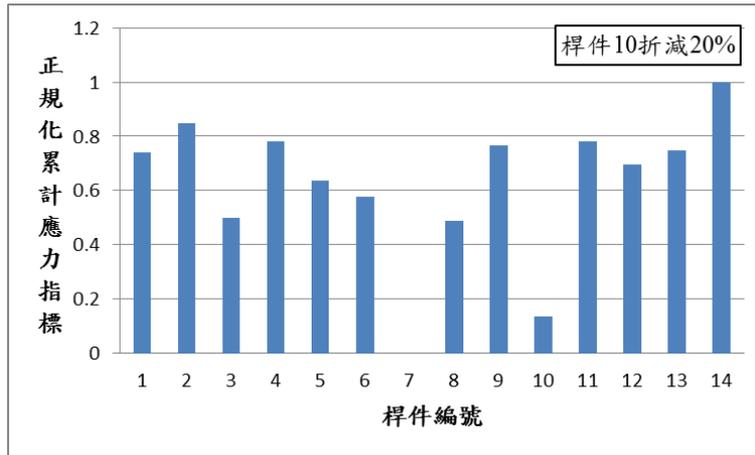
(b)



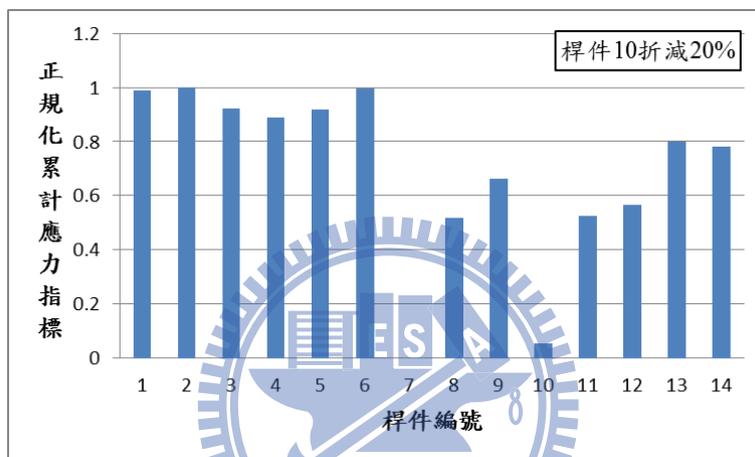
(c)

圖 3.8 小型結構 20%雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 10%)

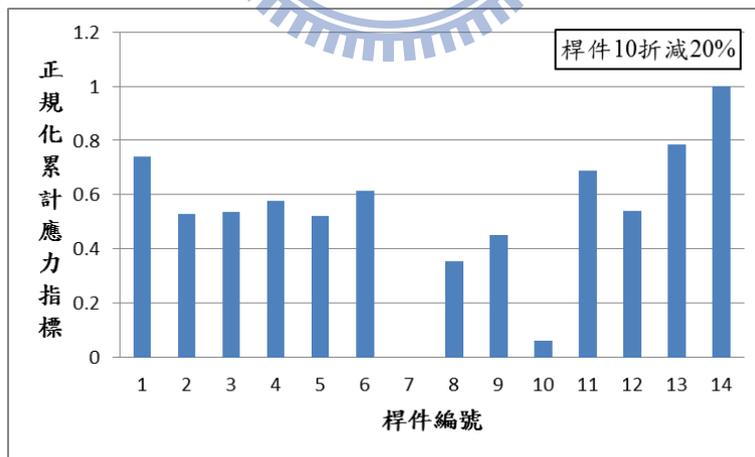
(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態



(a)



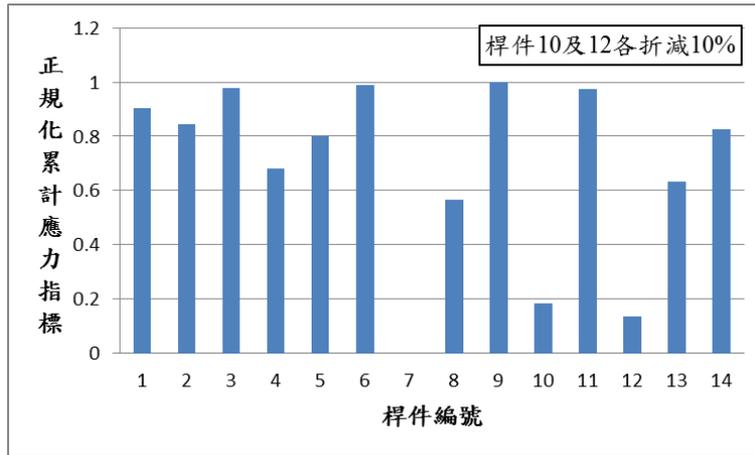
(b)



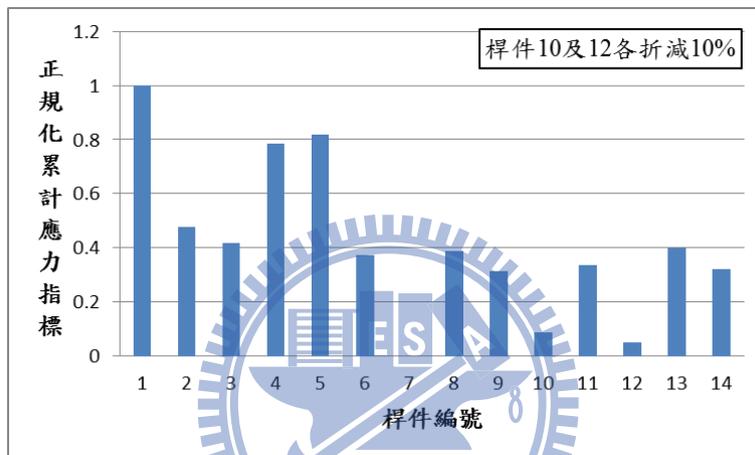
(c)

圖 3.9 小型結構 20%雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 折減 20%)

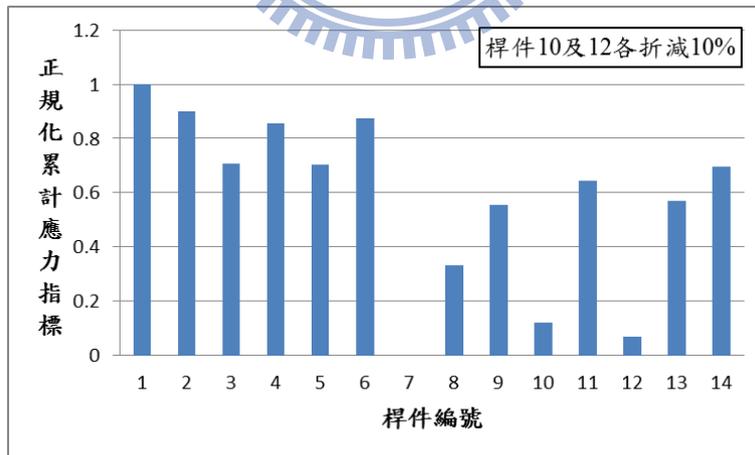
(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態



(a)



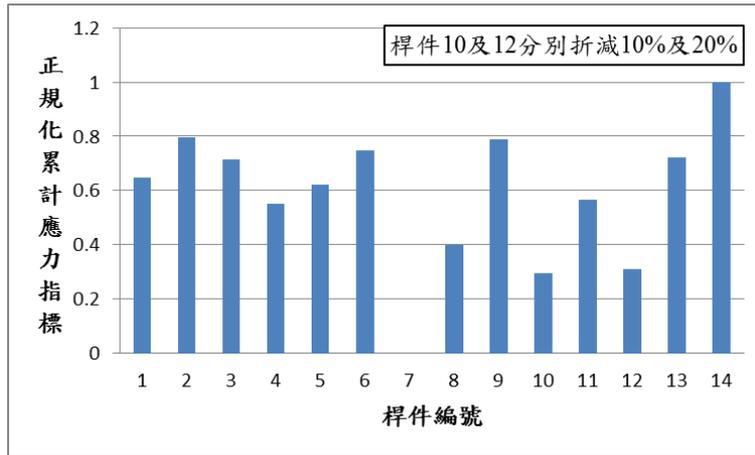
(b)



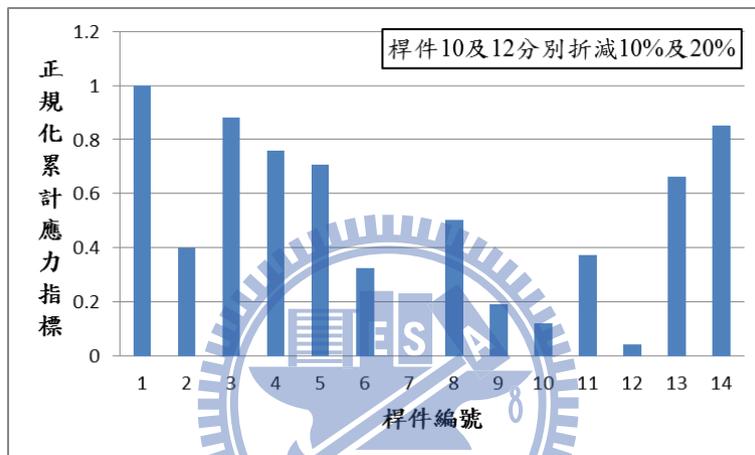
(c)

圖 3. 10 小型結構 20% 雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 各折減 10%)

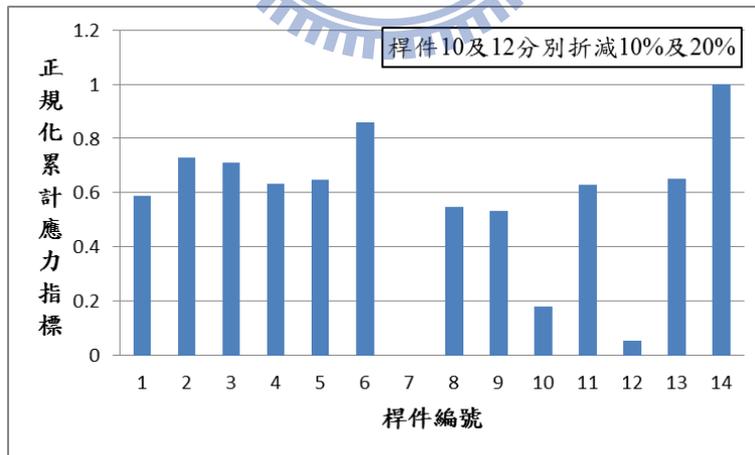
(a) 前二個模態 (b) 前六個模態 (c) 全部十一個模態



(a)



(b)



(c)

圖 3.11 小型結構 20%雜訊不同模態數之分析結果(桿件 10 及 12 分別折減 10% 及 20%)

(a)前二個模態 (b)前六個模態 (c)全部十一個模態

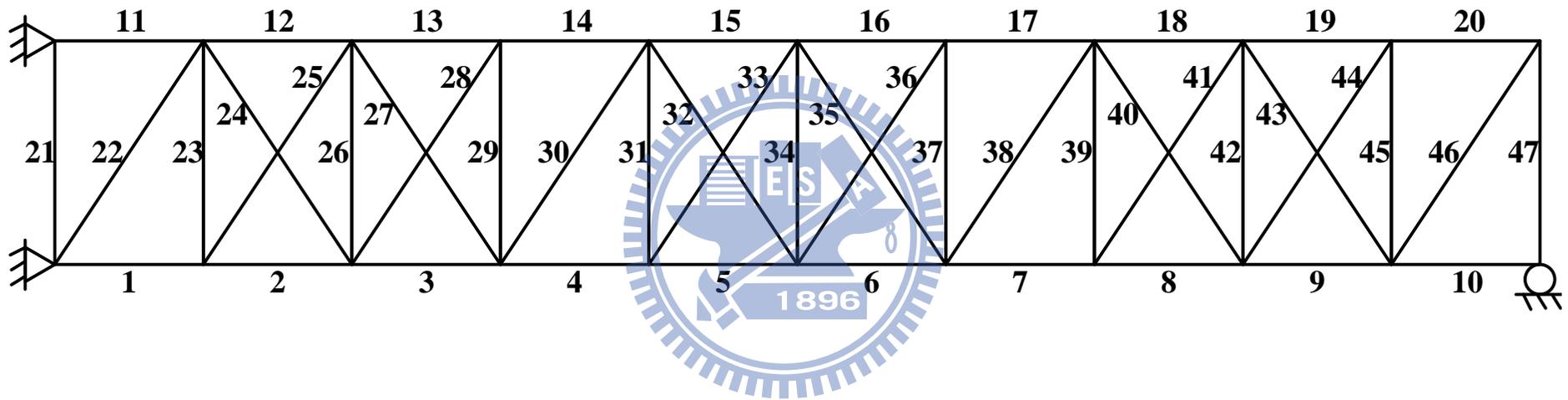
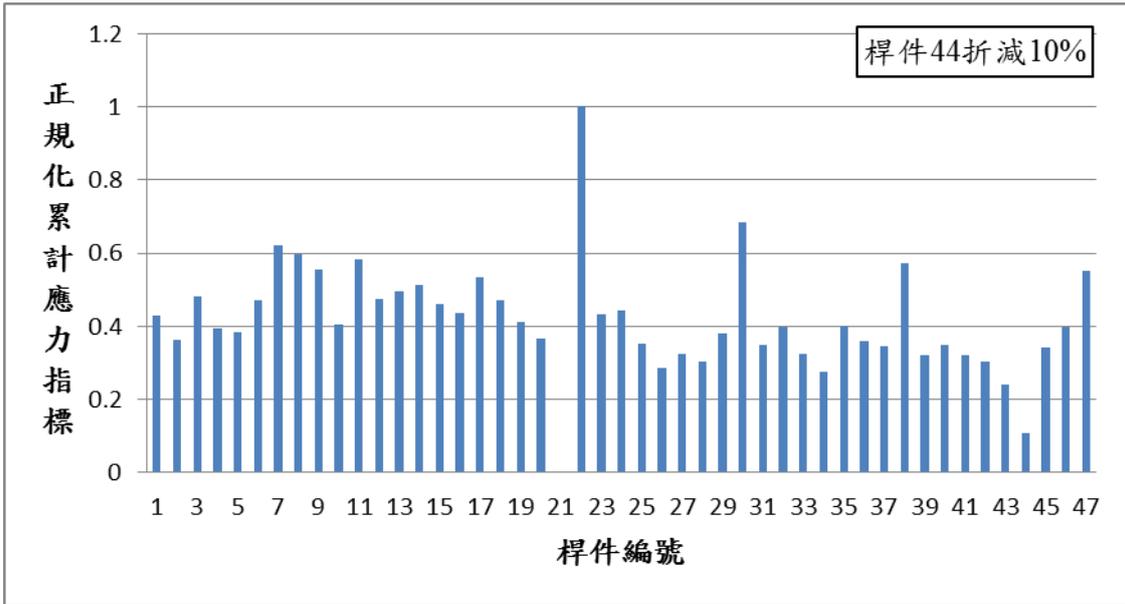
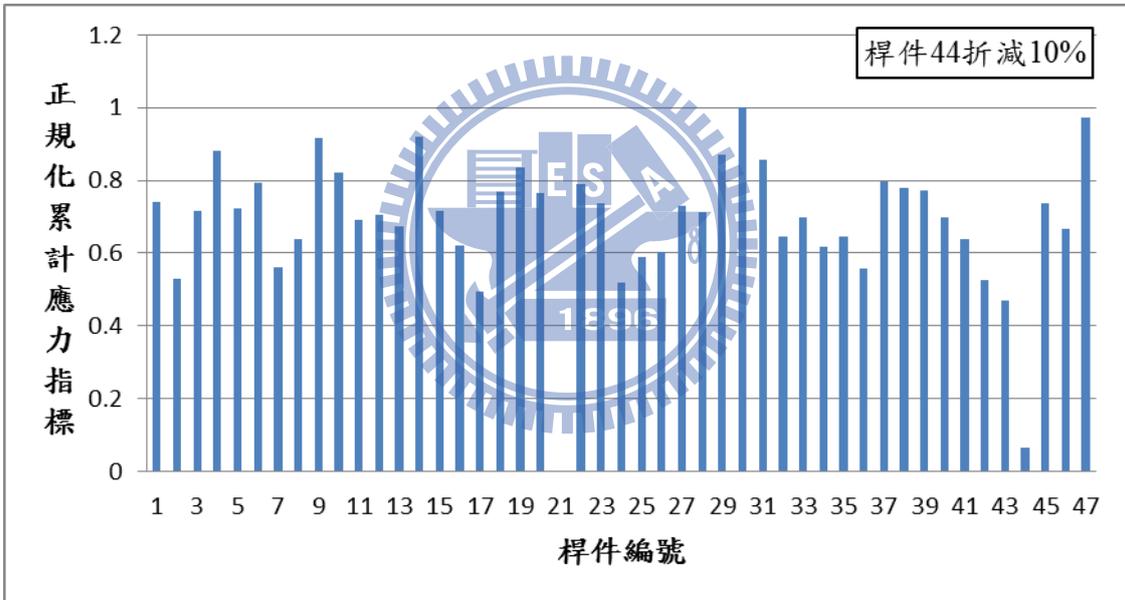


圖 3.12 大型二維桁架結構及桿件編號



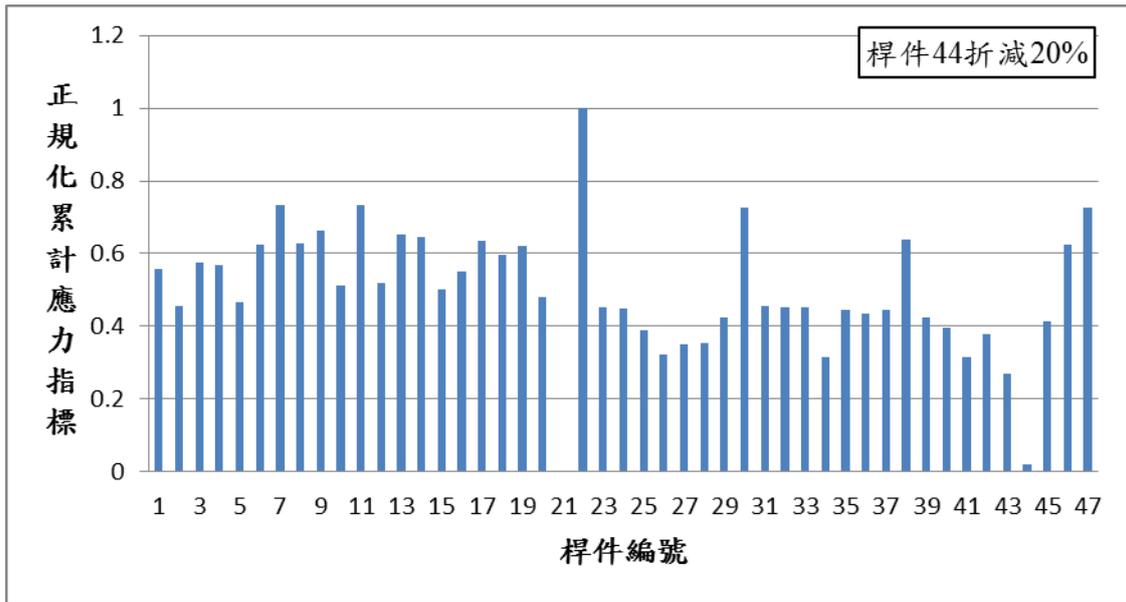
(a)



(b)

圖 3.13 大型結構之分析結果(桿件 44 折減 10%)

(a)前兩個模態 (b)前五個模態

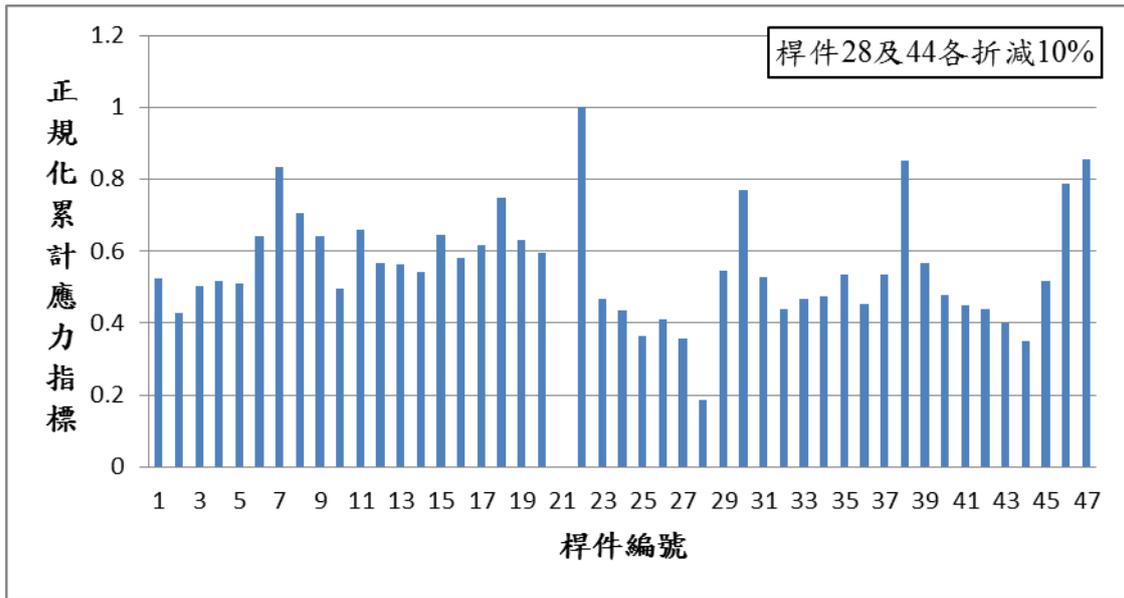


(a)

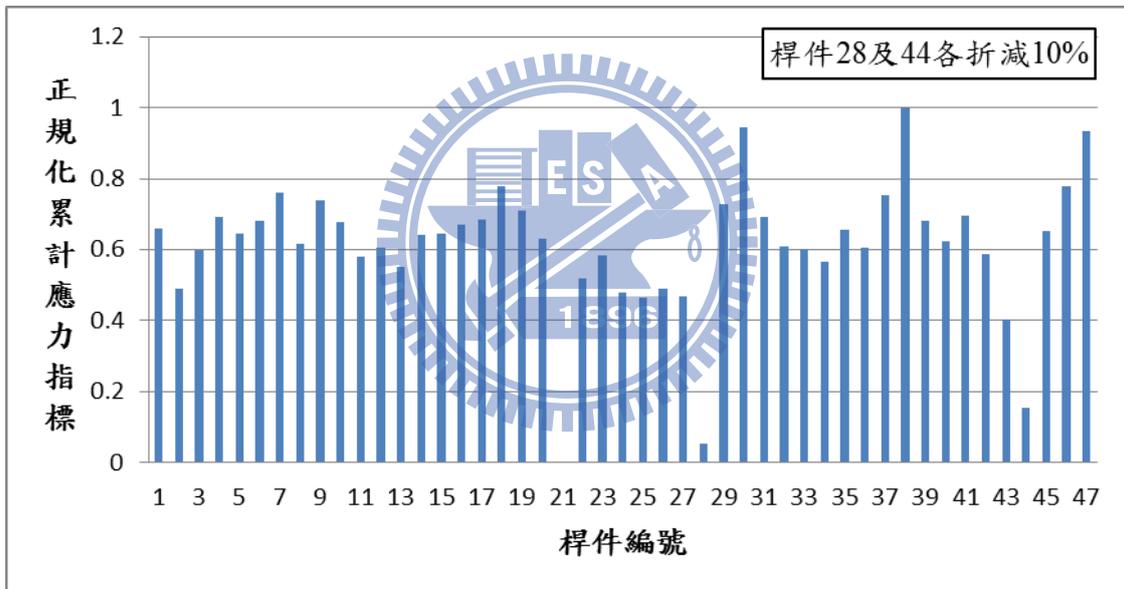


圖 3.14 大型結構之分析結果(桿件 44 折減 20%)

(a)前兩個模態



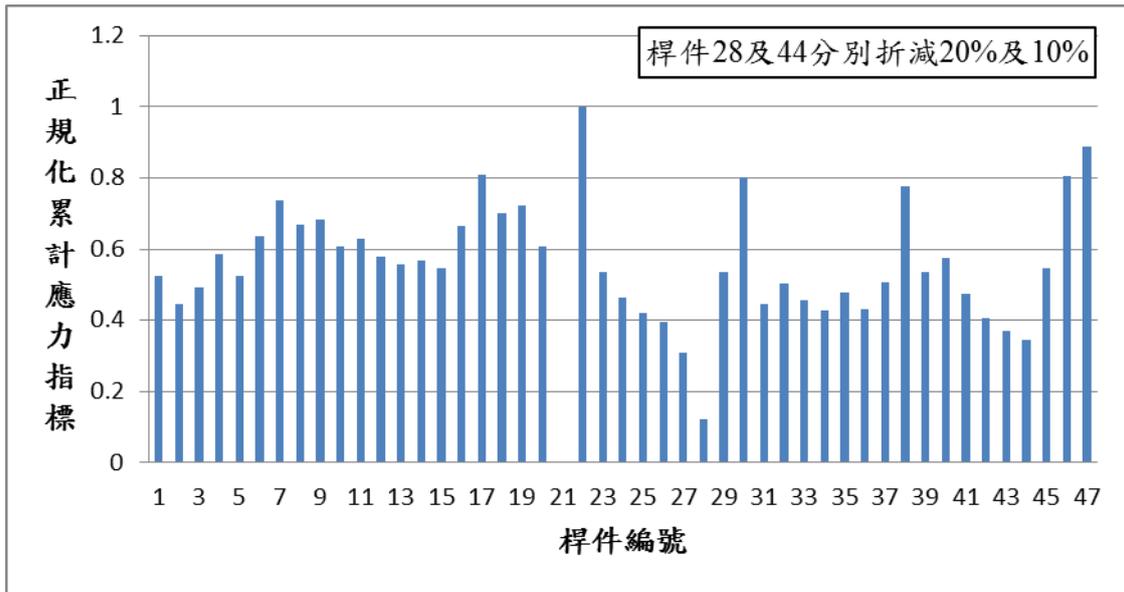
(a)



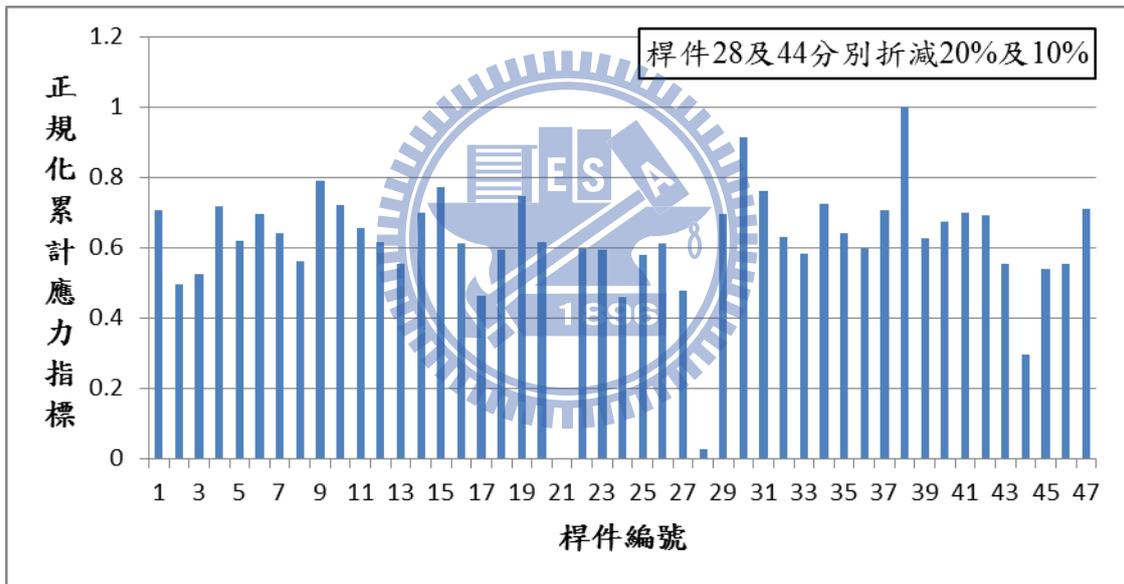
(b)

圖 3.15 大型結構之分析結果(桿件 28 及 44 各折減 10%)

(a)前兩個模態 (b)前五個模態



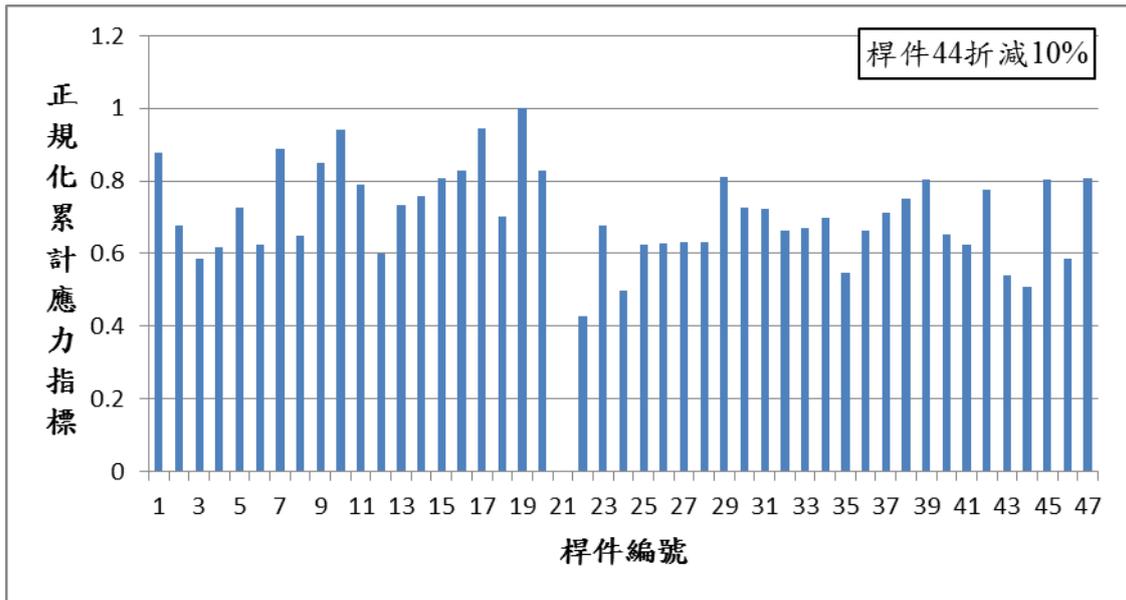
(a)



(b)

圖 3.16 大型結構之分析結果(桿件 28 及 44 分別折減 20% 及 10%)

(a)前兩個模態 (b)前五個模態



(a)

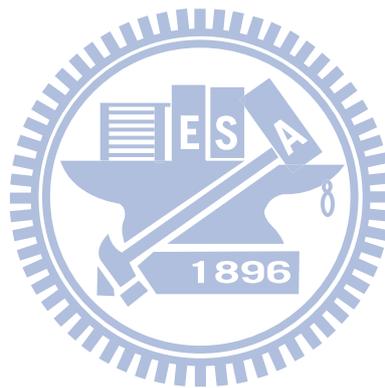
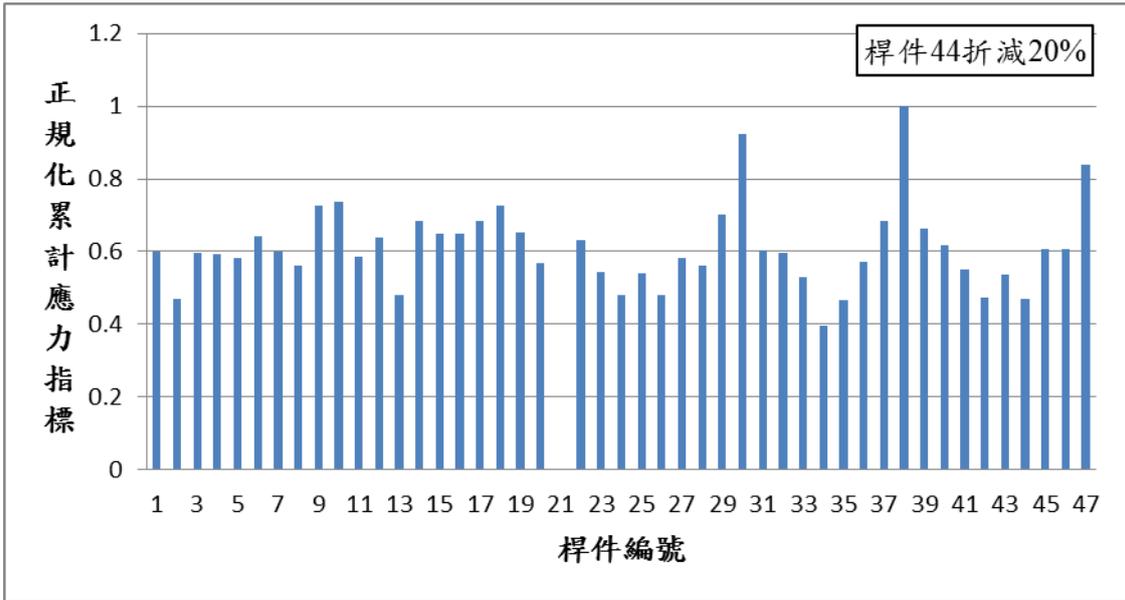
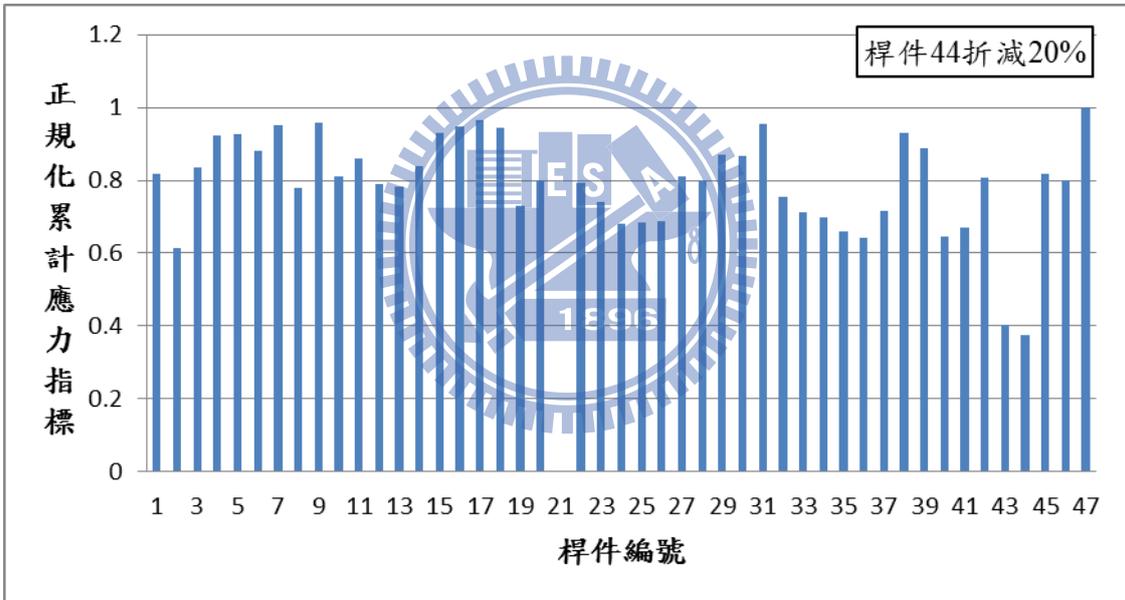


圖 3.17 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 44 折減 10%)

(a)前十個模態



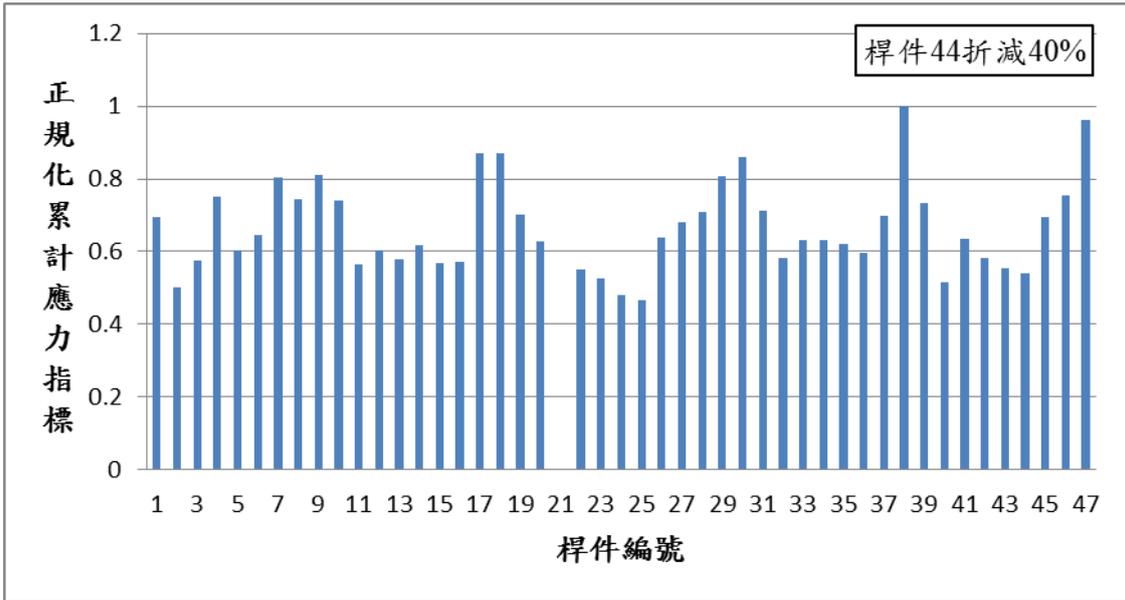
(a)



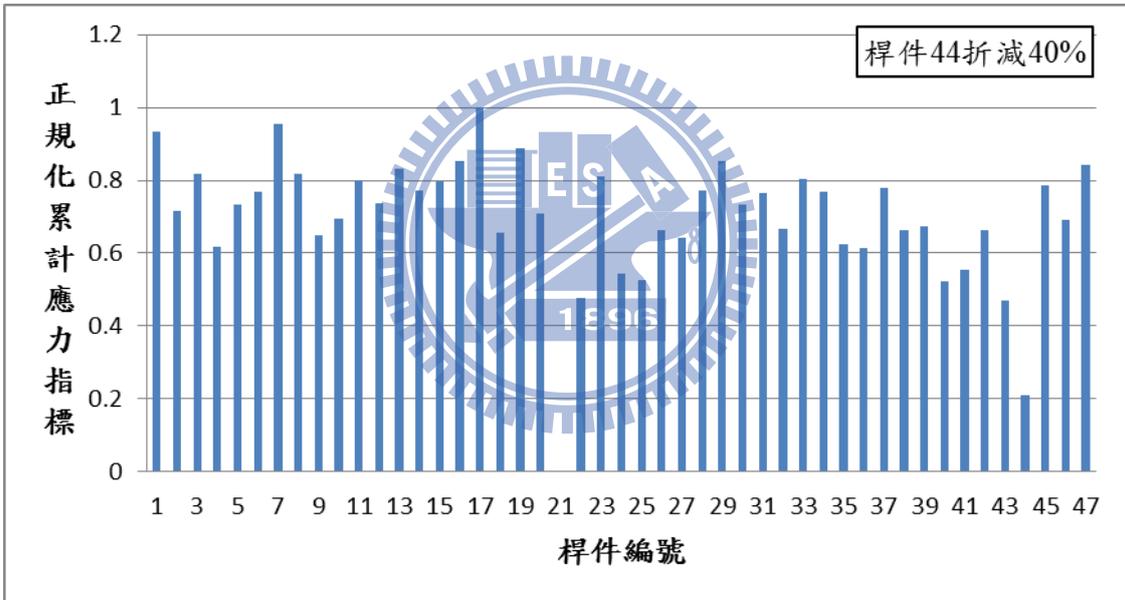
(b)

圖 3.18 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 44 折減 20%)

(a)前五個模態 (b)前十個模態



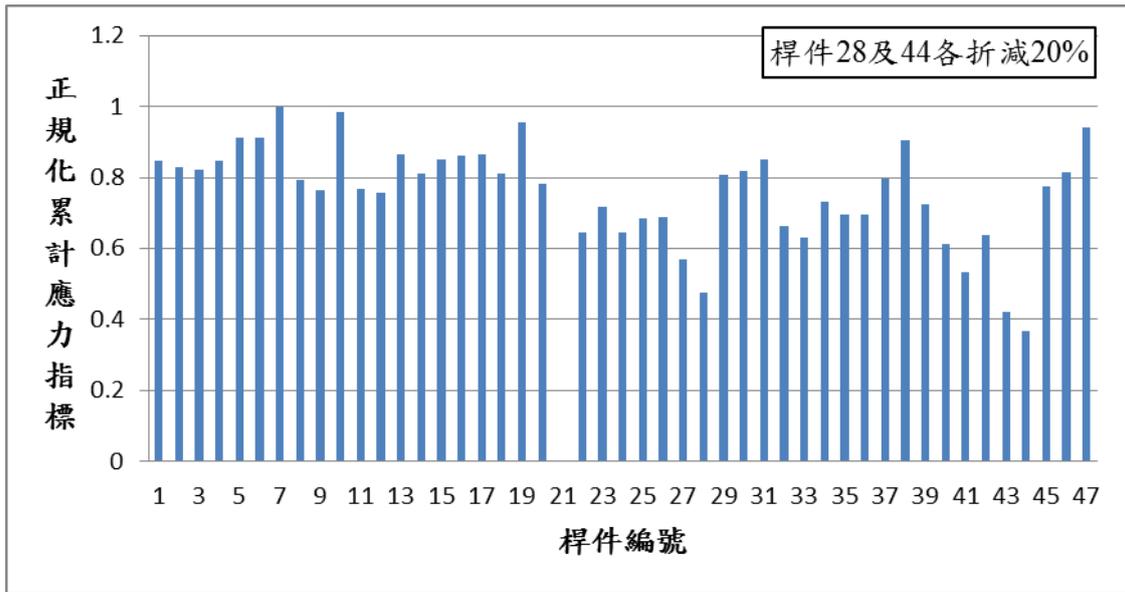
(a)



(b)

圖 3.19 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 44 折減 40%)

(a)前五個模態 (b)前十個模態

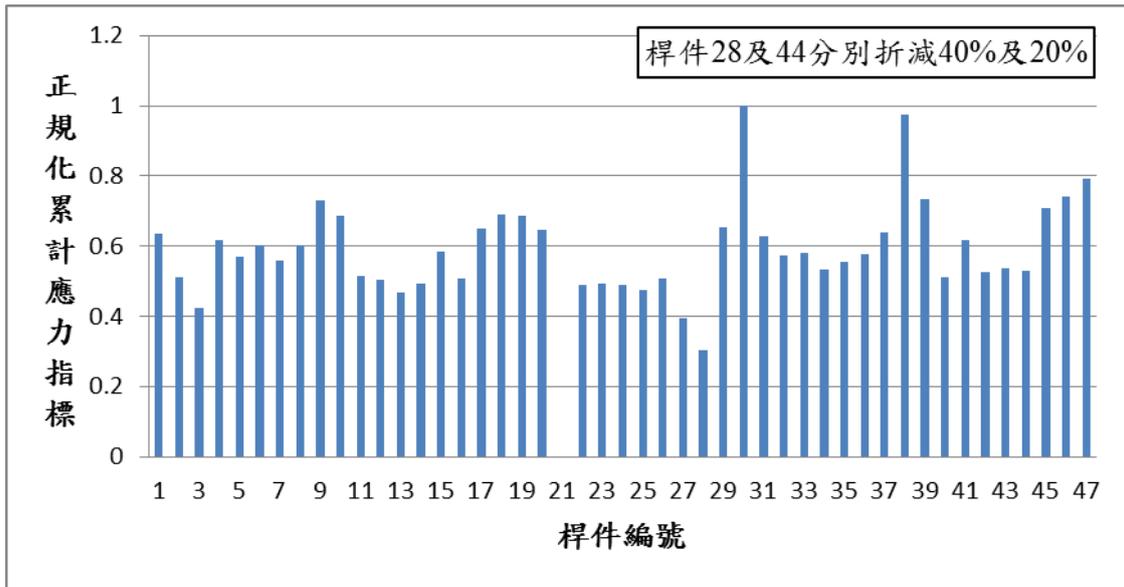


(a)

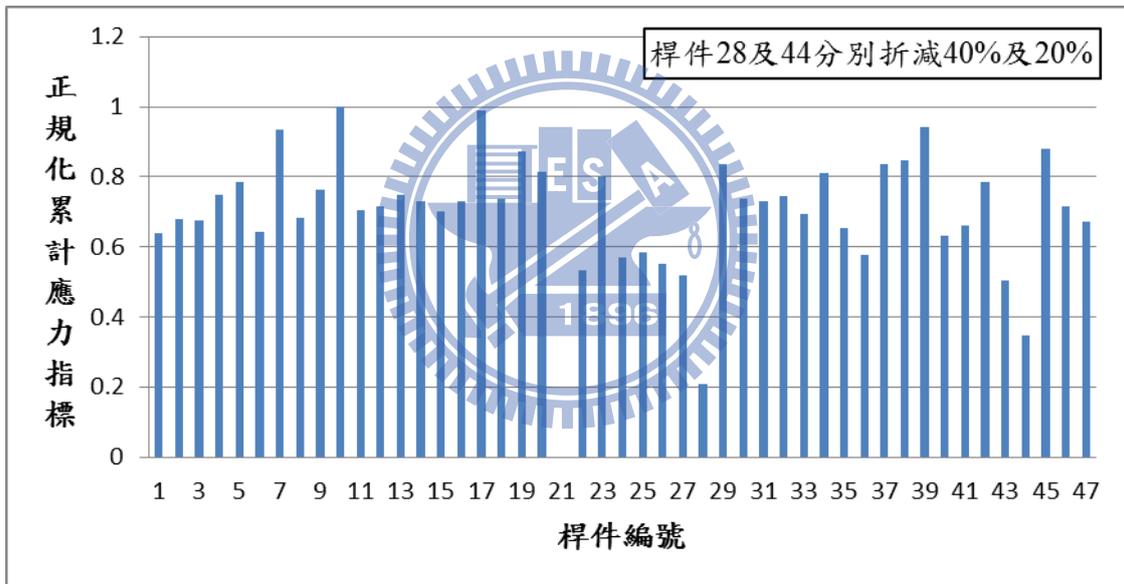


圖 3.20 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 28 及 44 各折減 20%)

(a)前十個模態



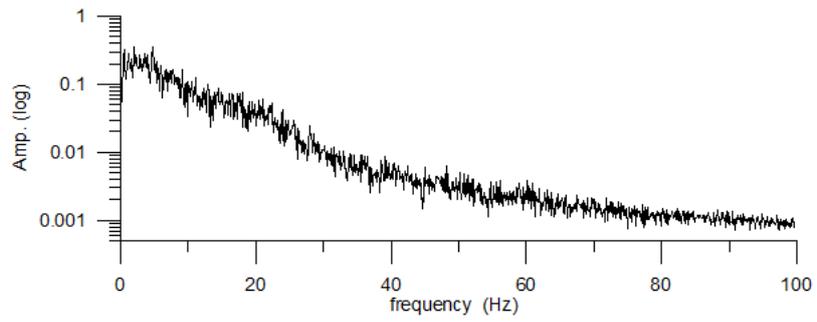
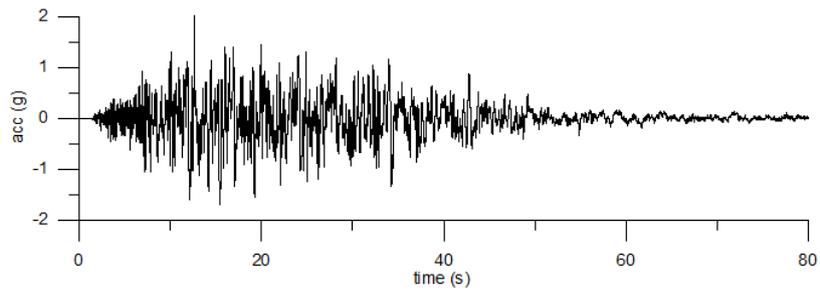
(a)



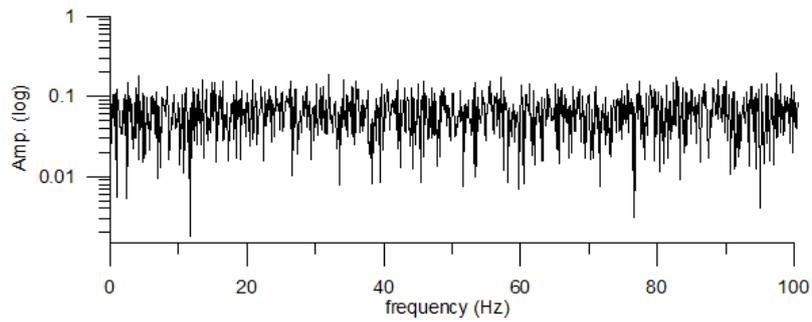
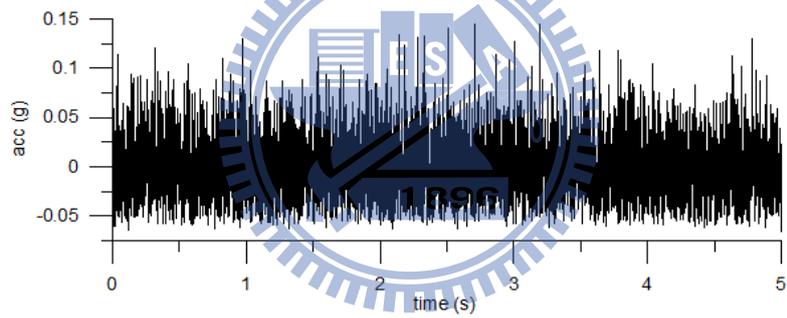
(b)

圖 3.21 大型結構 20%雜訊之分析結果(桿件 28 及 44 分別折減 40%及 20%)

(a)前五個模態 (b)前十個模態



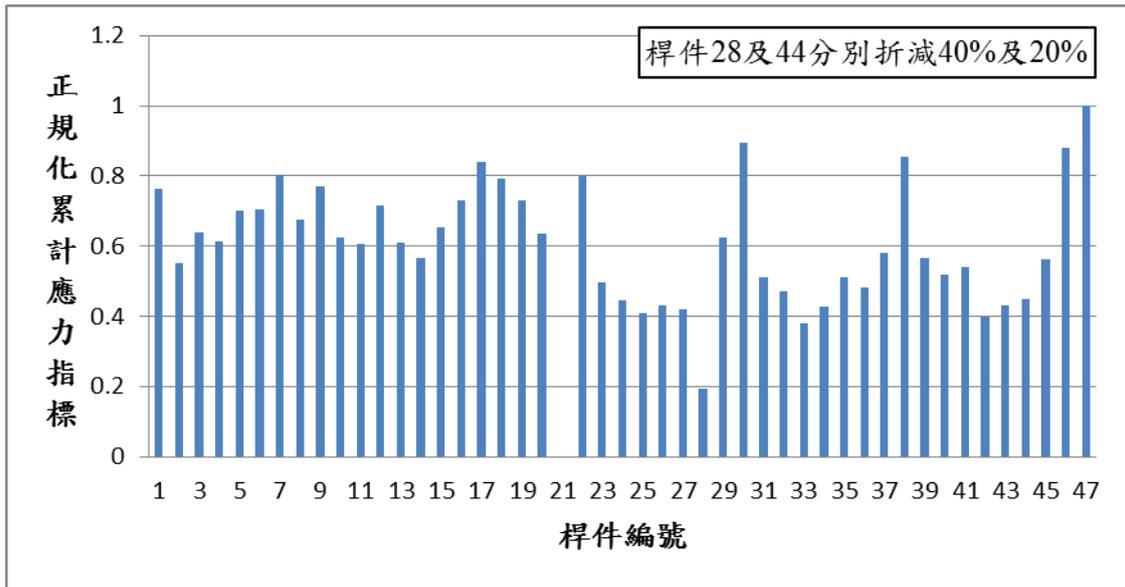
(a)



(b)

圖 3.22 反應歷時圖及頻譜圖

(a)集集地震 (b)白噪訊號



(a)

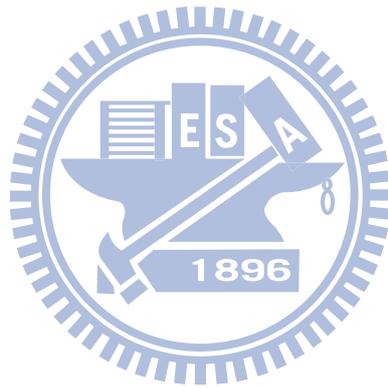
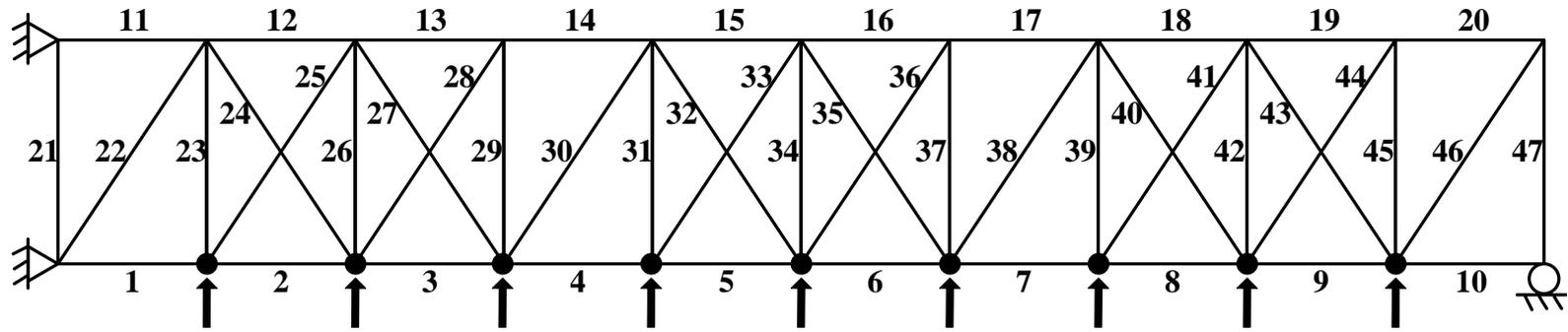
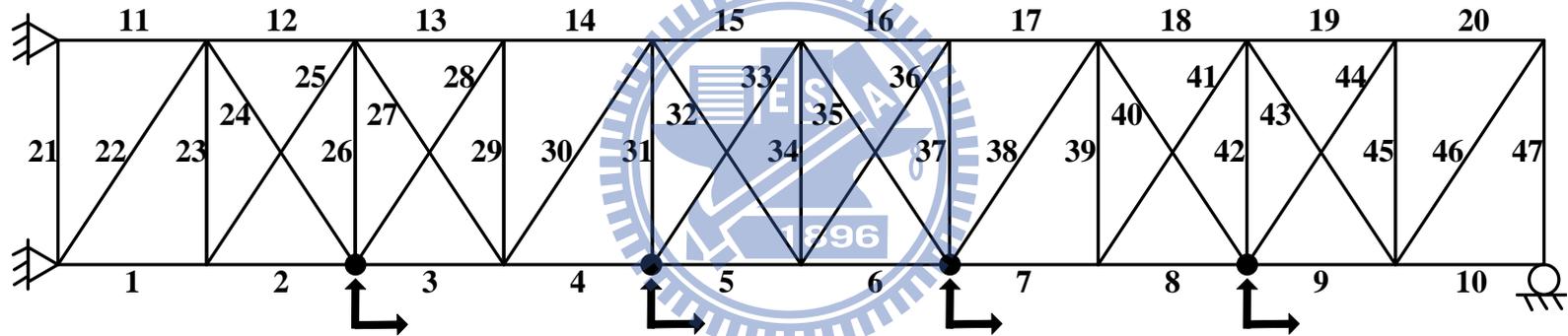


圖 3.23 大型結構 20%雜訊之分析結果(集集地震)

(a)前三個模態



(a)

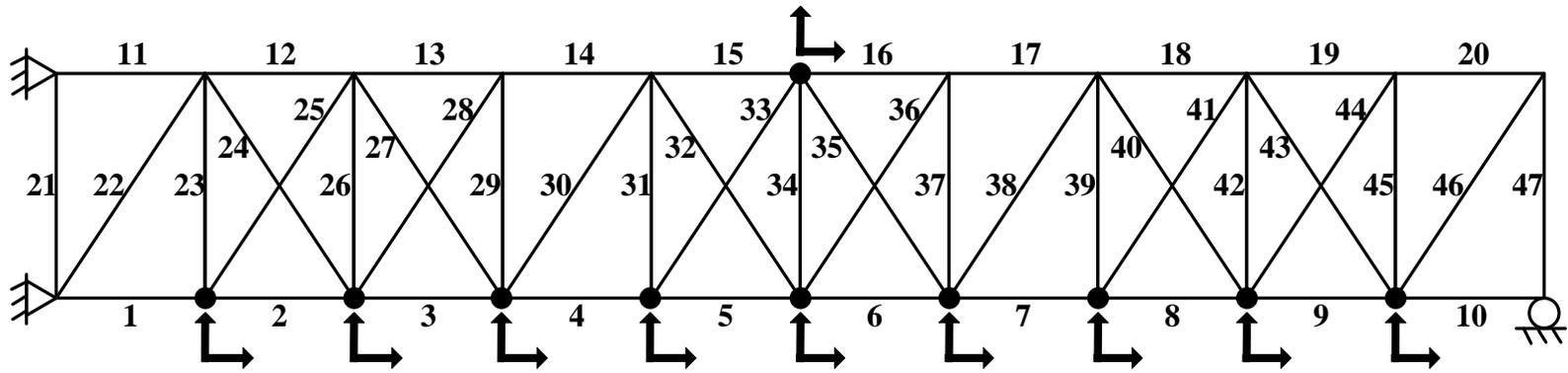


● sensor
 → sensor方向

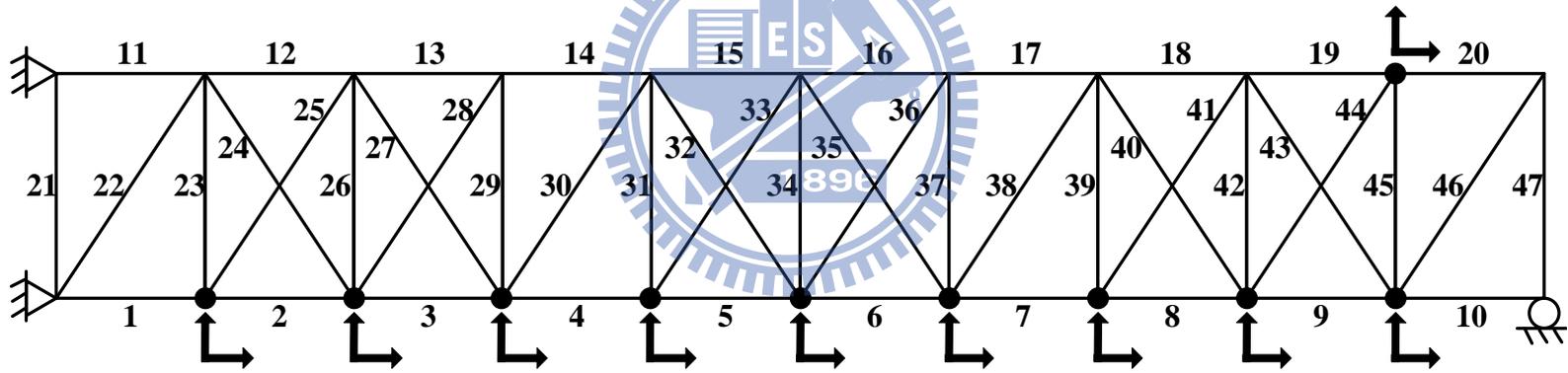
(b)

圖 3.24 不完全量測自由度感測器位置示意圖(1)

(a)案例一(垂直向均佈) (b)案例二(垂直及水平向均佈)



(c)



(d)

圖 3.25 不完全量測自由度感測器位置示意圖(2)

(c)案例三(垂直及水平向均佈) (d)案例四(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

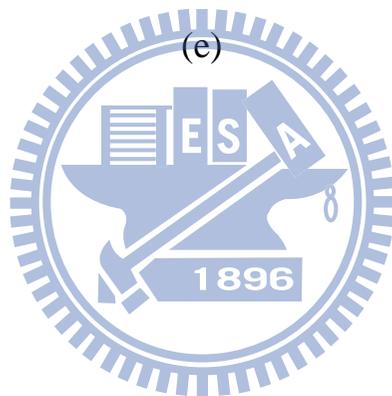
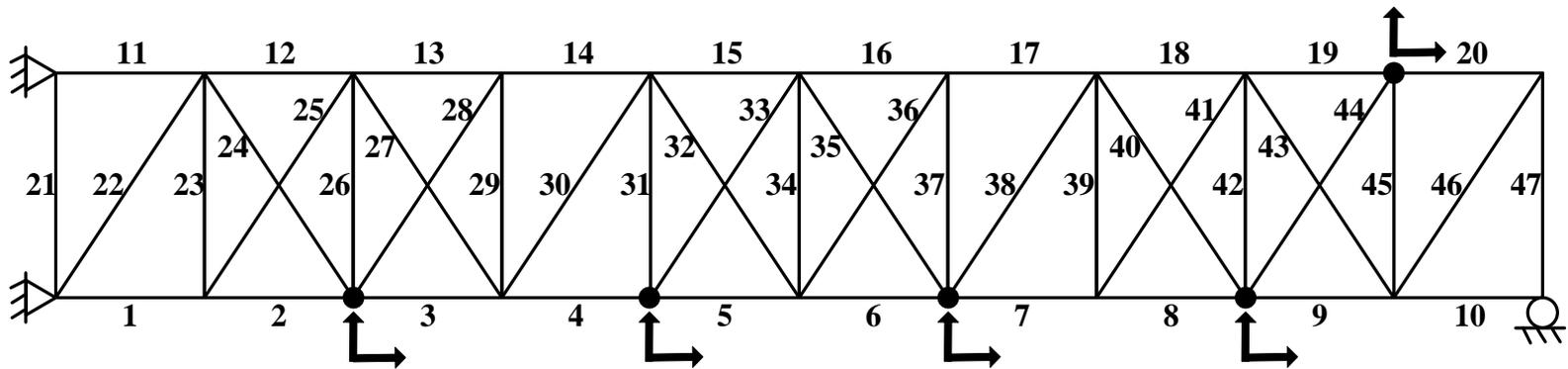
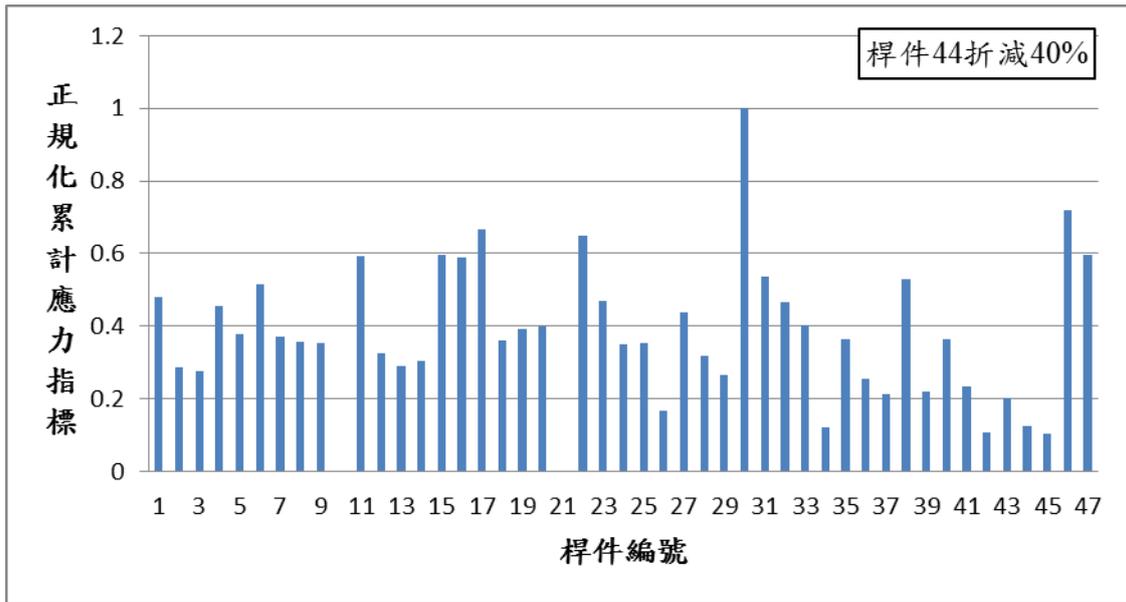


圖 3.26 不完全量測自由度感測器位置示意圖(3)

(e) 案例五(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

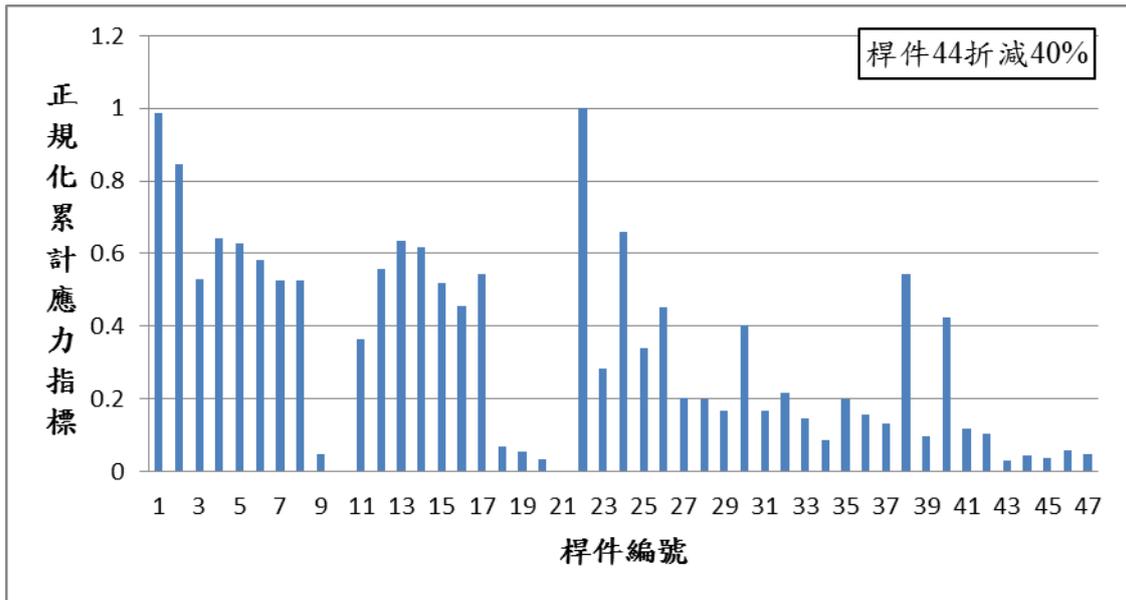


(a)



圖 3.27 不完全量測案例一之分析結果(垂直向均佈)

(a)無雜訊



(a)

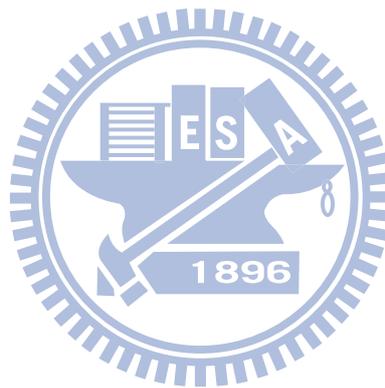
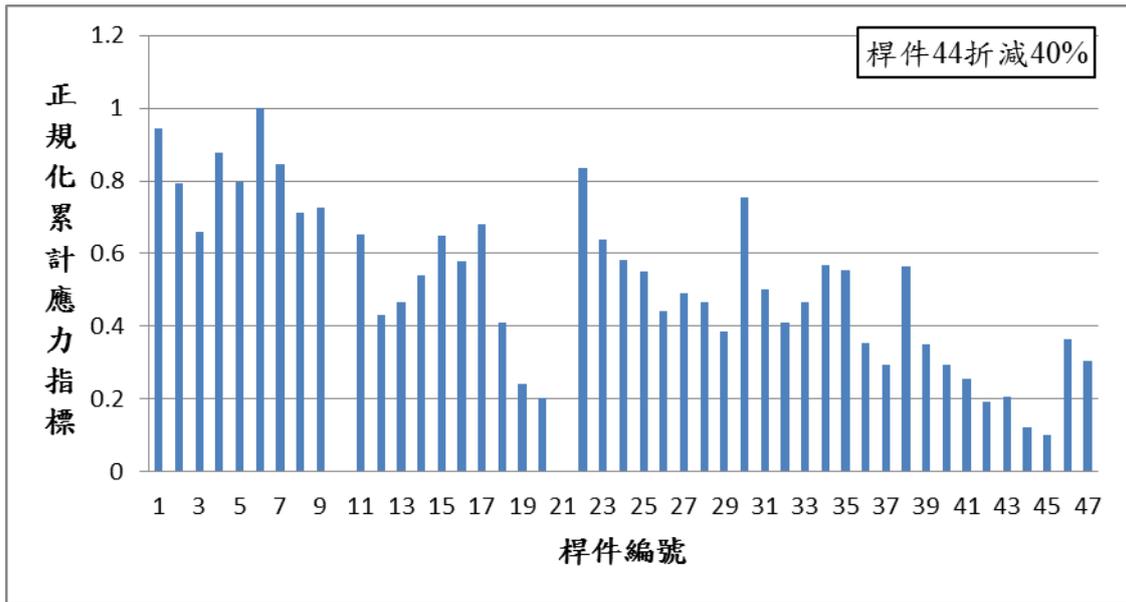


圖 3.28 不完全量測案例二之分析結果(垂直及水平向均佈)

(a)無雜訊



(a)

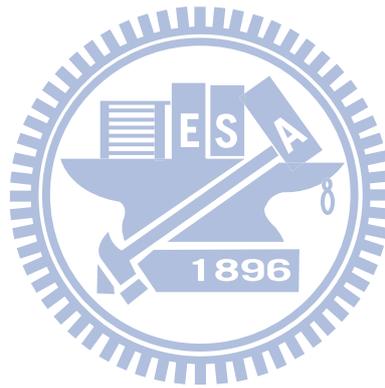
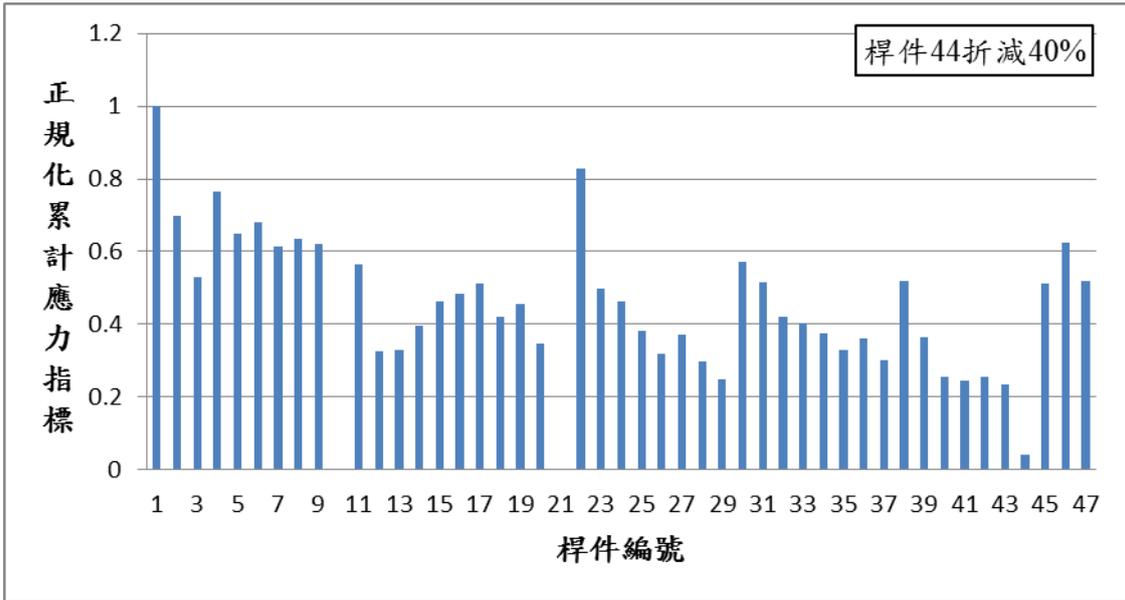
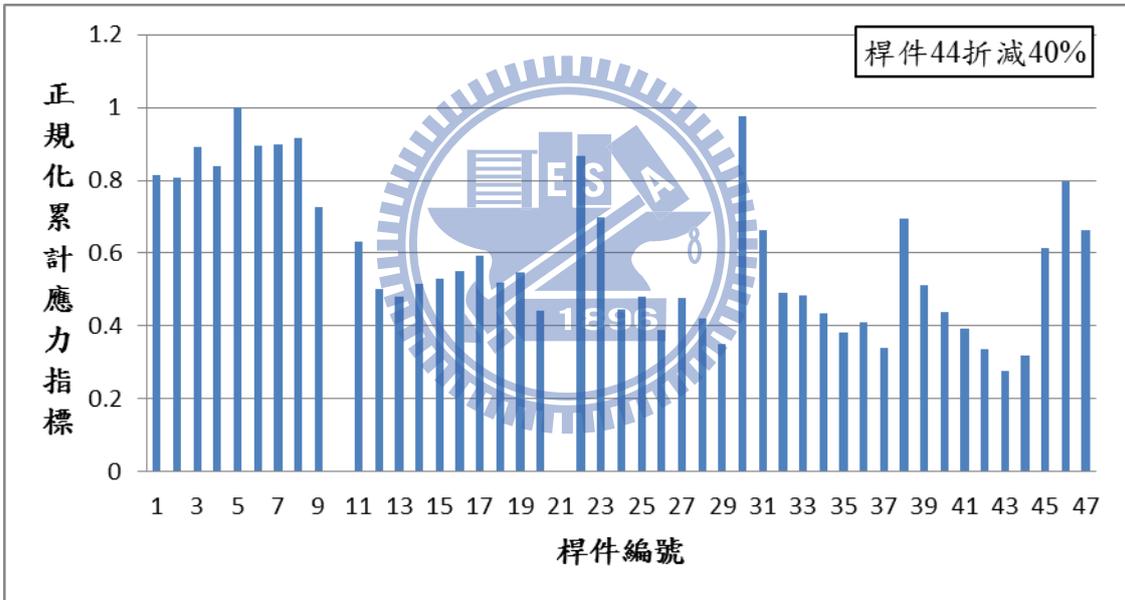


圖 3.29 不完全量測案例三之分析結果(垂直及水平向均佈)

(a)無雜訊



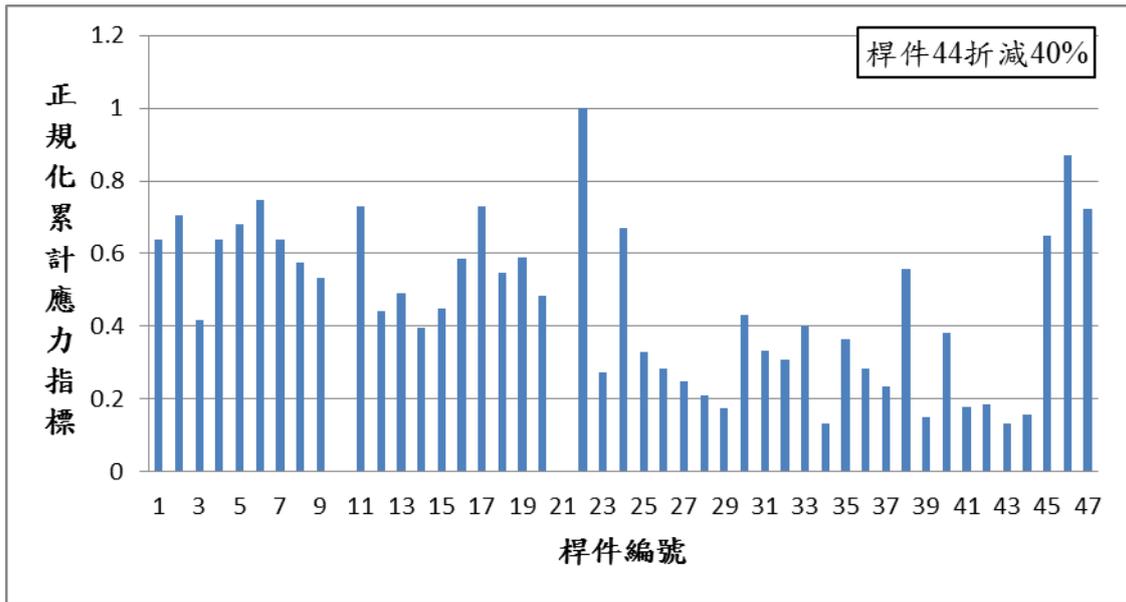
(a)



(b)

圖 3.30 不完全量測案例四之分析結果(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

(a)無雜訊 (b)20%雜訊



(a)

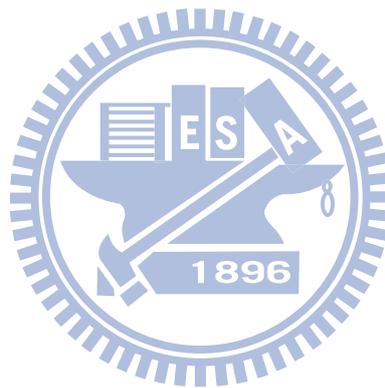
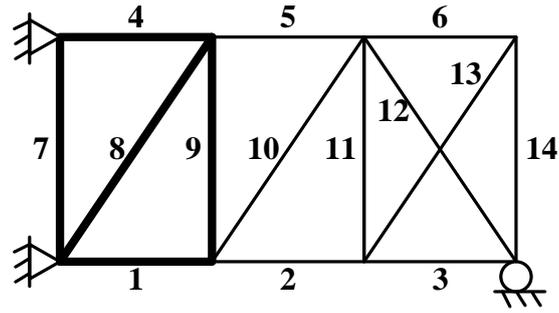
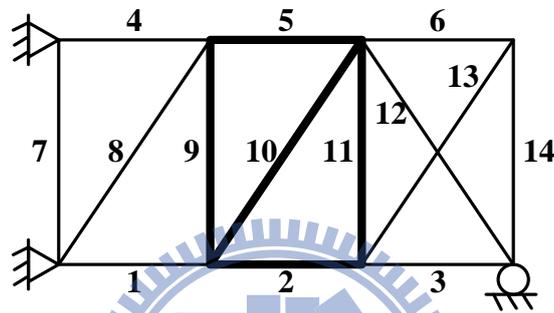


圖 3.31 不完全量測案例五之分析結果(垂直、水平向均佈及破壞位置周圍)

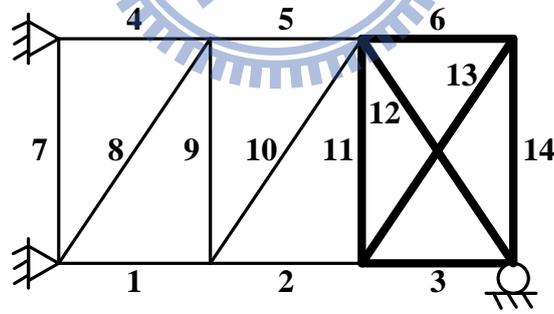
(a)無雜訊



(a)



(b)

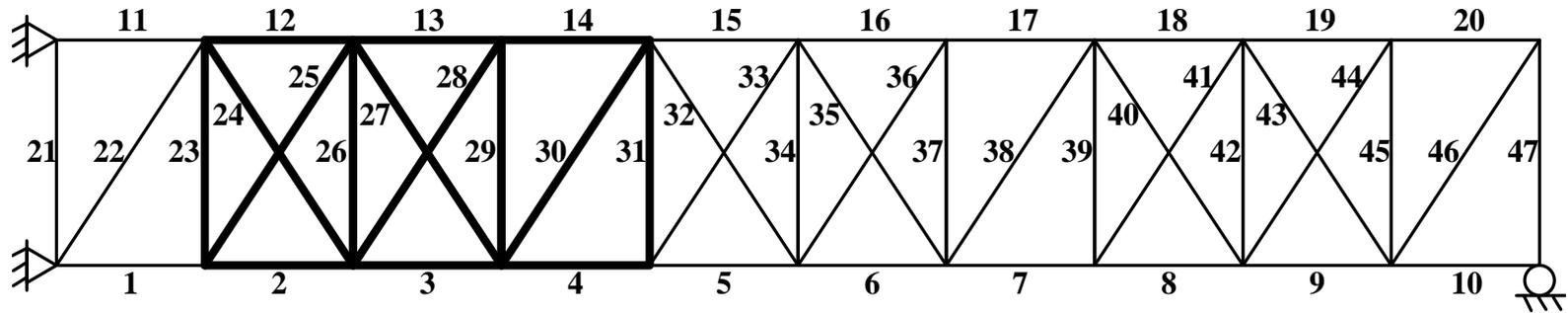


(c)

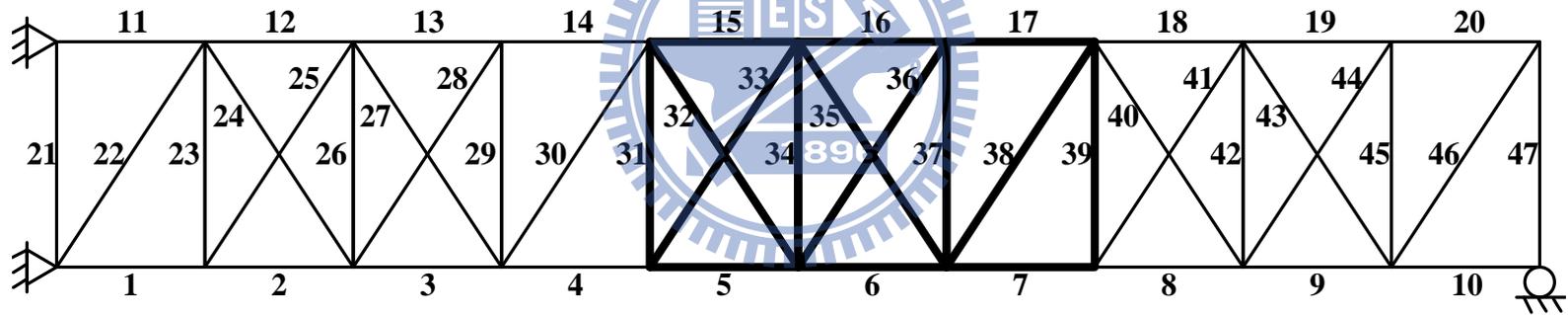
— 勁度相差桿件

圖 3.32 小型結構有限元素模型差異示意圖

(a) 案例一(左側區段) (b) 案例二(中間區段, 涵蓋破壞桿件) (c) 案例三(右側區段, 涵蓋破壞桿件)



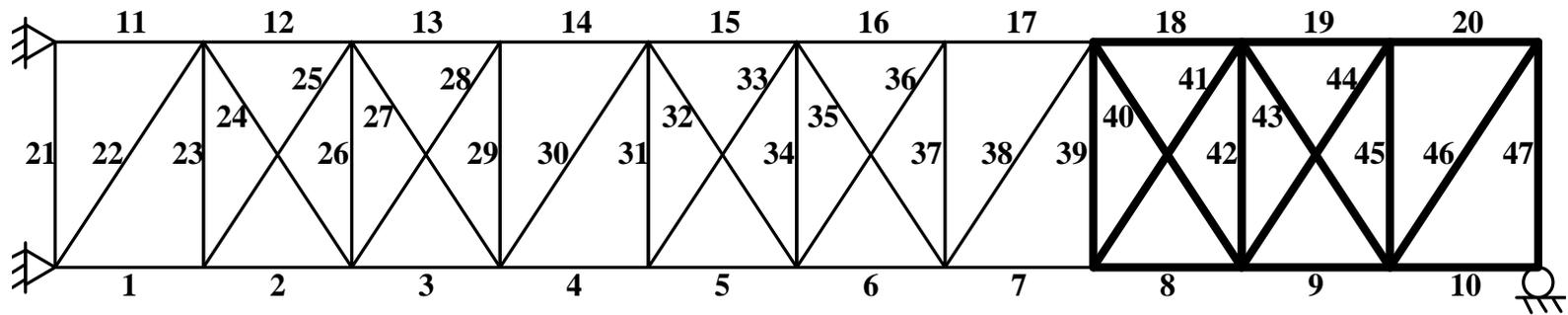
(a)



(b)

圖 3.33 大型結構有限元素模型差異示意圖(1)

(a) 案例一(左側區段, 涵蓋破壞桿件) (b) 案例二(中間區段)



(c)

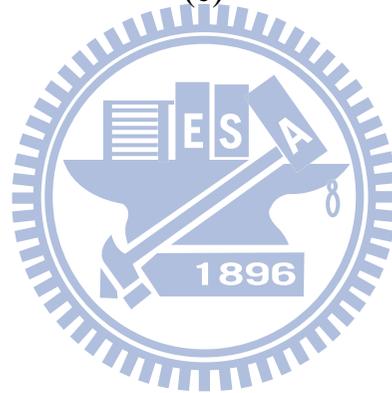
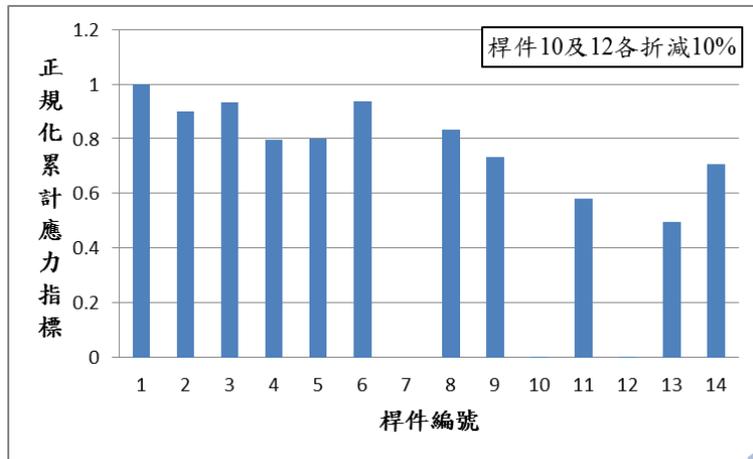
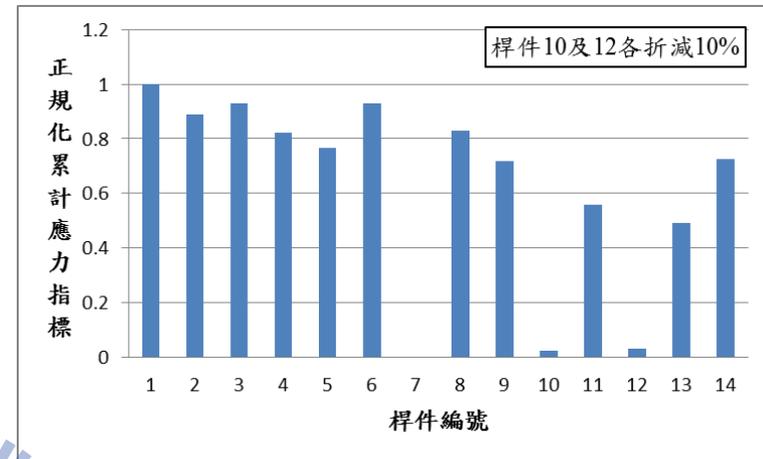


圖 3.34 大型結構有限元素模型差異示意圖(2)

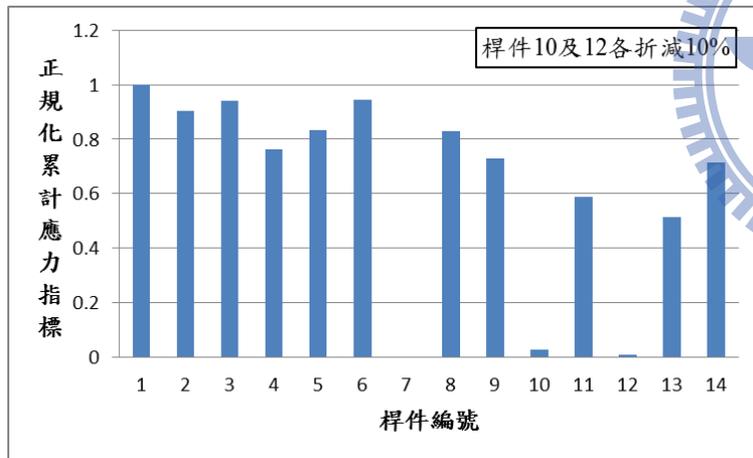
(c) 案例三(右側區段，涵蓋破壞桿件)



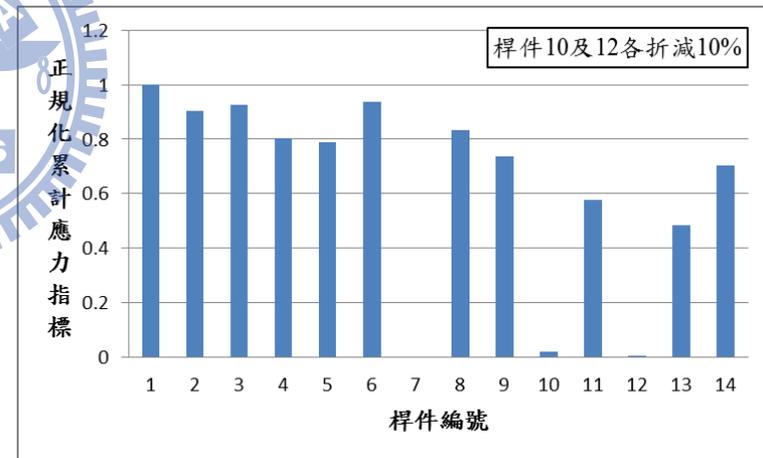
(a)



(c)



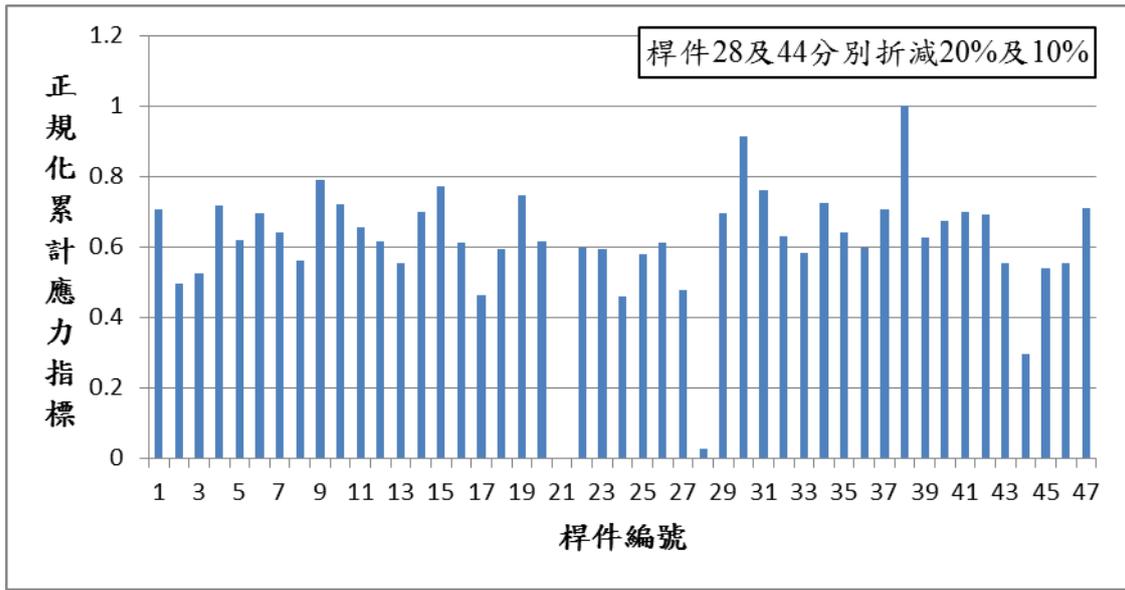
(b)



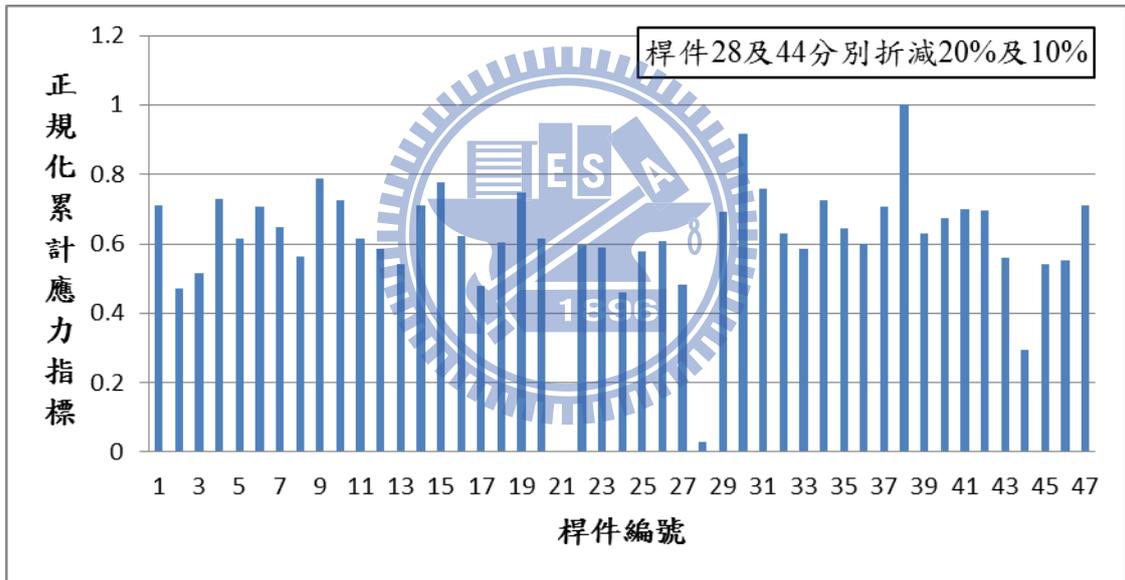
(d)

圖 3.35 小型結構有限元素模型差異之分析結果

(a)模型無差異 (b)案例一(左側區段) (c)案例二(中間區段, 涵蓋破壞桿件) (d)案例三(右側區段, 涵蓋破壞桿件)



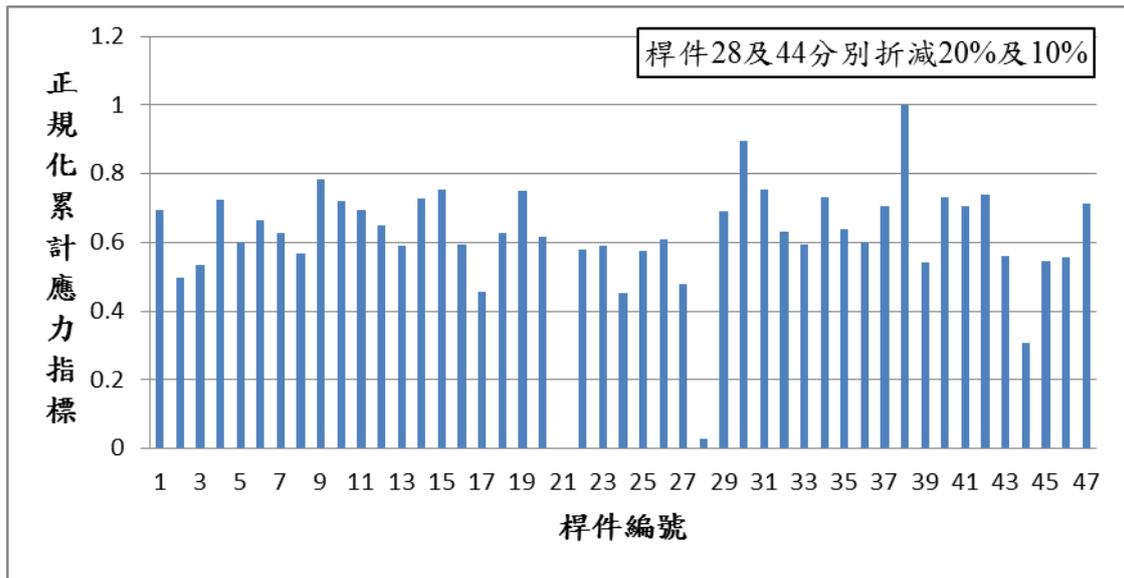
(a)



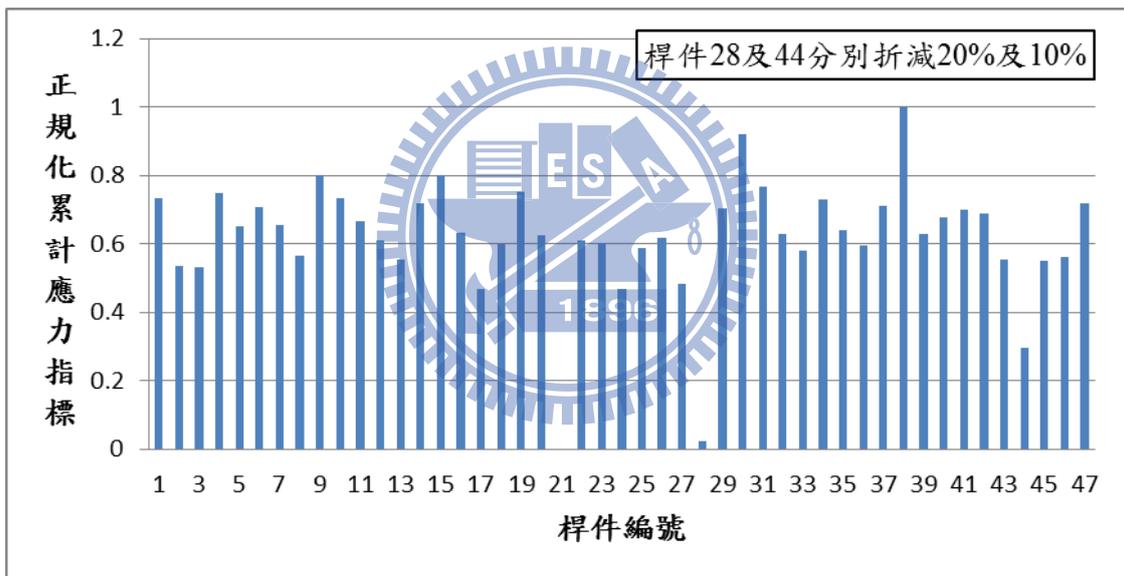
(b)

圖 3.36 大型結構有限元素模型差異之分析結果(1)

(a)模型無差異 (b)案例一(左側區段，涵蓋破壞樑件)



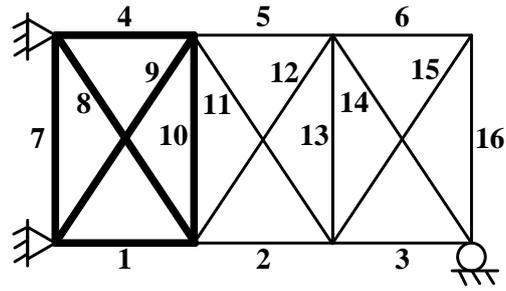
(c)



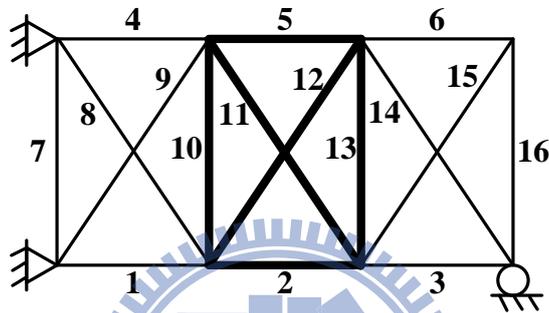
(d)

圖 3.37 大型結構有限元素模型差異之分析結果(2)

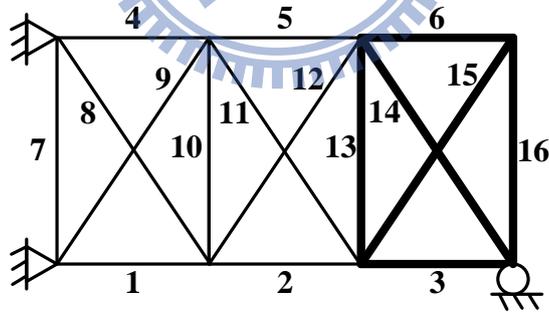
(c) 案例二(中間區段) (d) 案例三(右側區段，涵蓋破壞樑件)



(a)



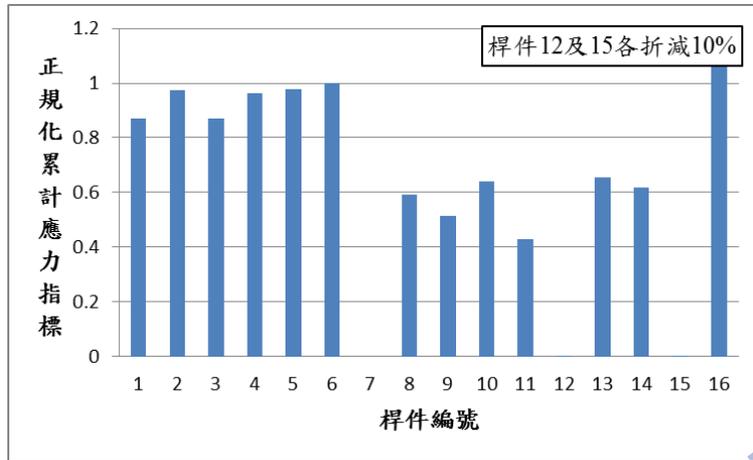
(b)



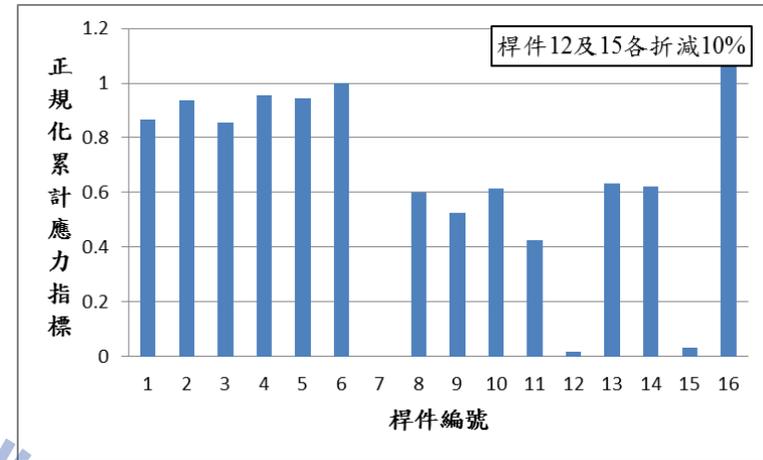
(c)

圖 3.38 小型結構有限元素模型差異示意圖(增加靜不定度)

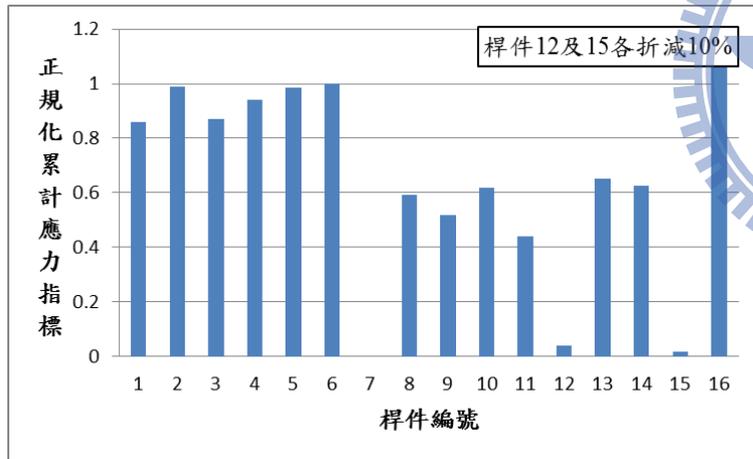
(a) 案例一(左側區段) (b) 案例二(中間區段, 涵蓋破壞桿件) (c) 案例三(右側區段, 涵蓋破壞桿件)



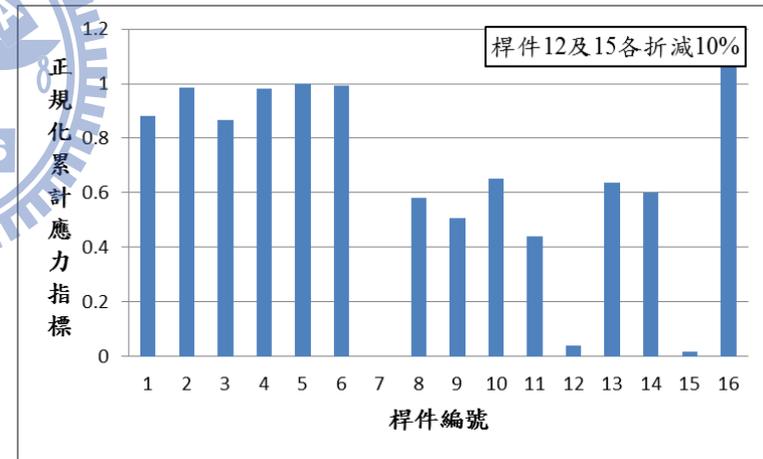
(a)



(c)



(b)



(d)

圖 3.39 小型結構模型有限元素差異之分析結果(增加靜不定度)

(a)模型無差異 (b)案例一(左側區段) (c)案例二(中間區段, 涵蓋破壞桿件) (d)案例三(右側區段, 涵蓋破壞桿件)



圖 4.1 八層樓鋼構架振動台試驗

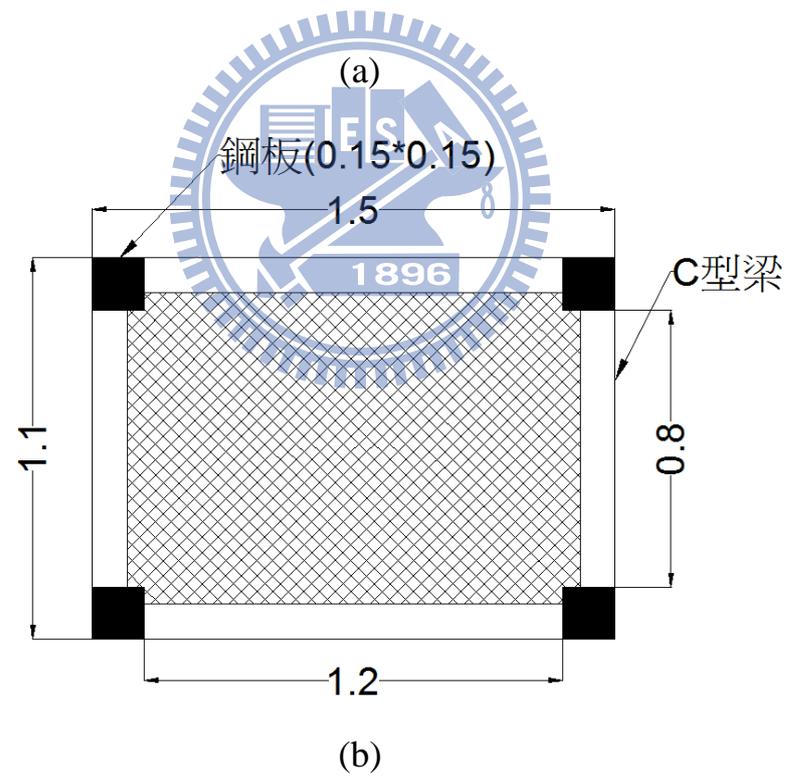
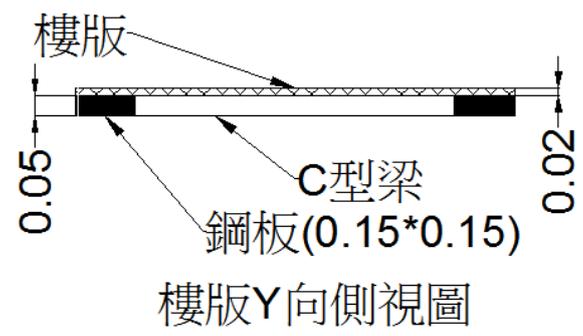
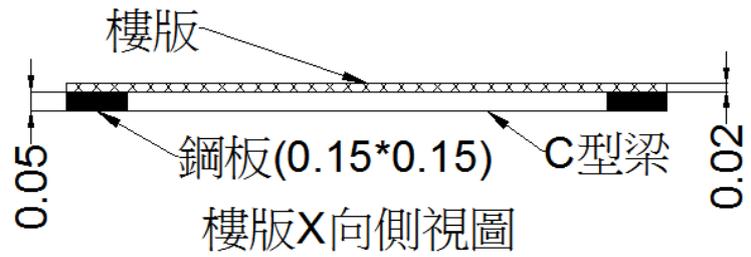


圖 4.2 樓版配置示意圖

(a)側視圖 (b)下視圖



圖 4.3 樓版配置圖

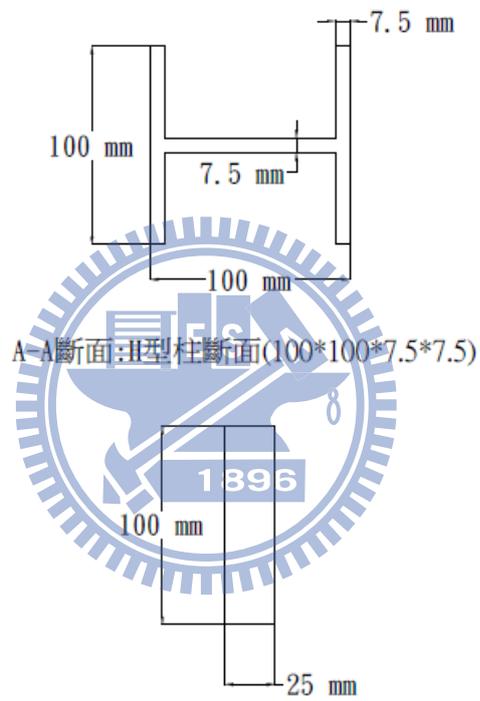
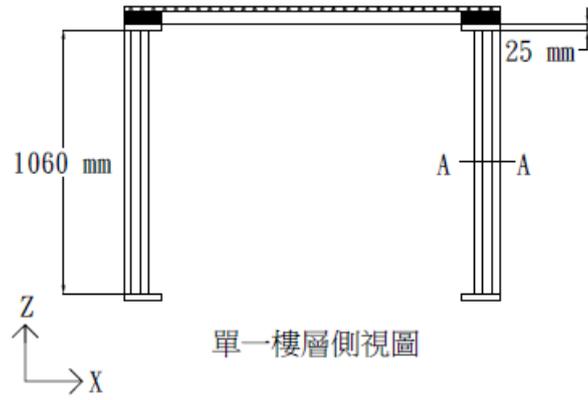


圖 4.4 柱斷面示意圖

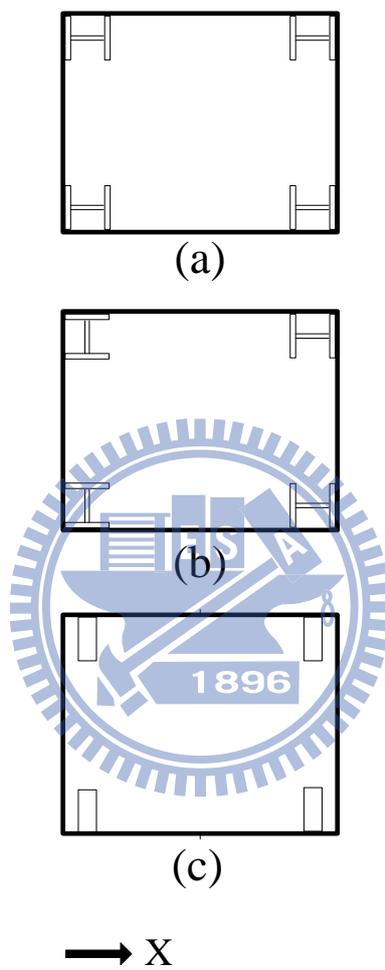


圖 4.5 三樓柱斷面置換示意圖

(a)原始 (b)案例一(三樓剛度折減 32.6%) (c)案例二(三樓剛度折減 96.4%)

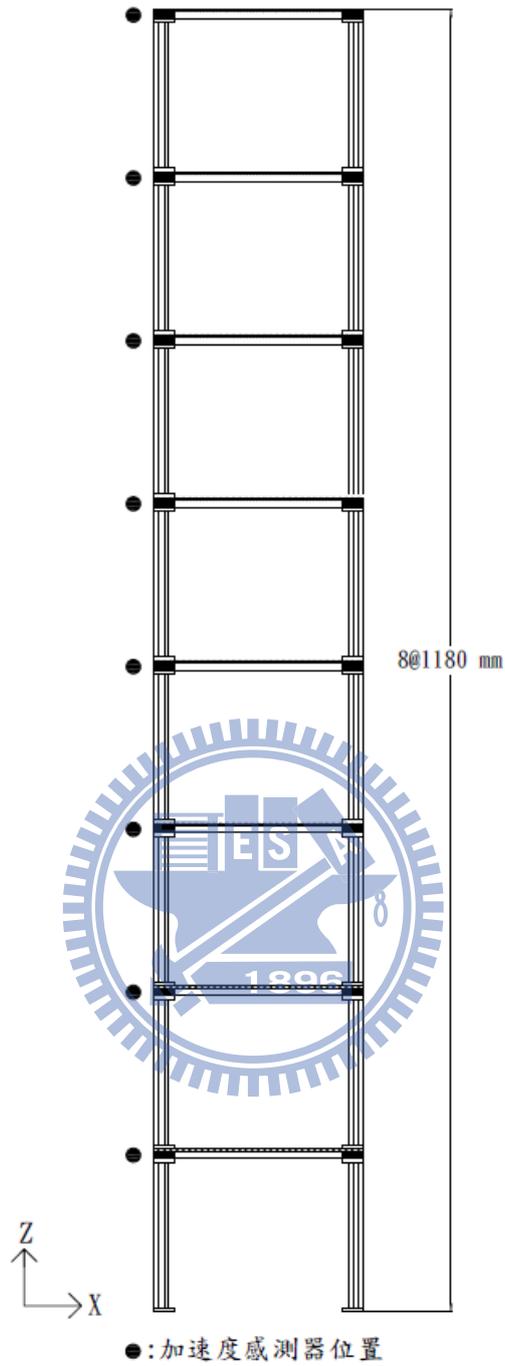


圖 4.6 感測器位置示意圖



圖 4.7 柱斷面及感測器位置圖

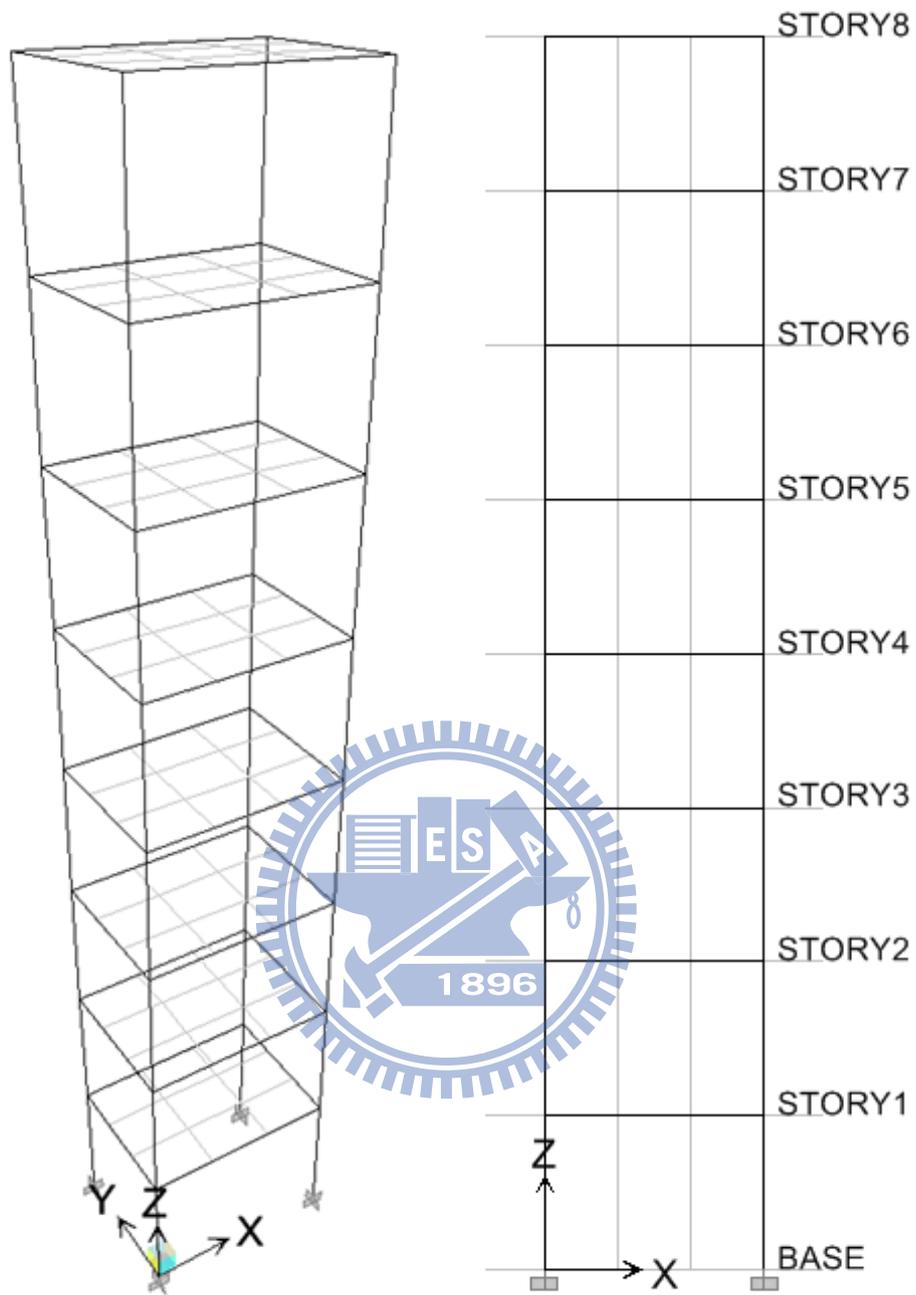


圖 4. 8ETABS 之八層樓鋼構有限元素模型

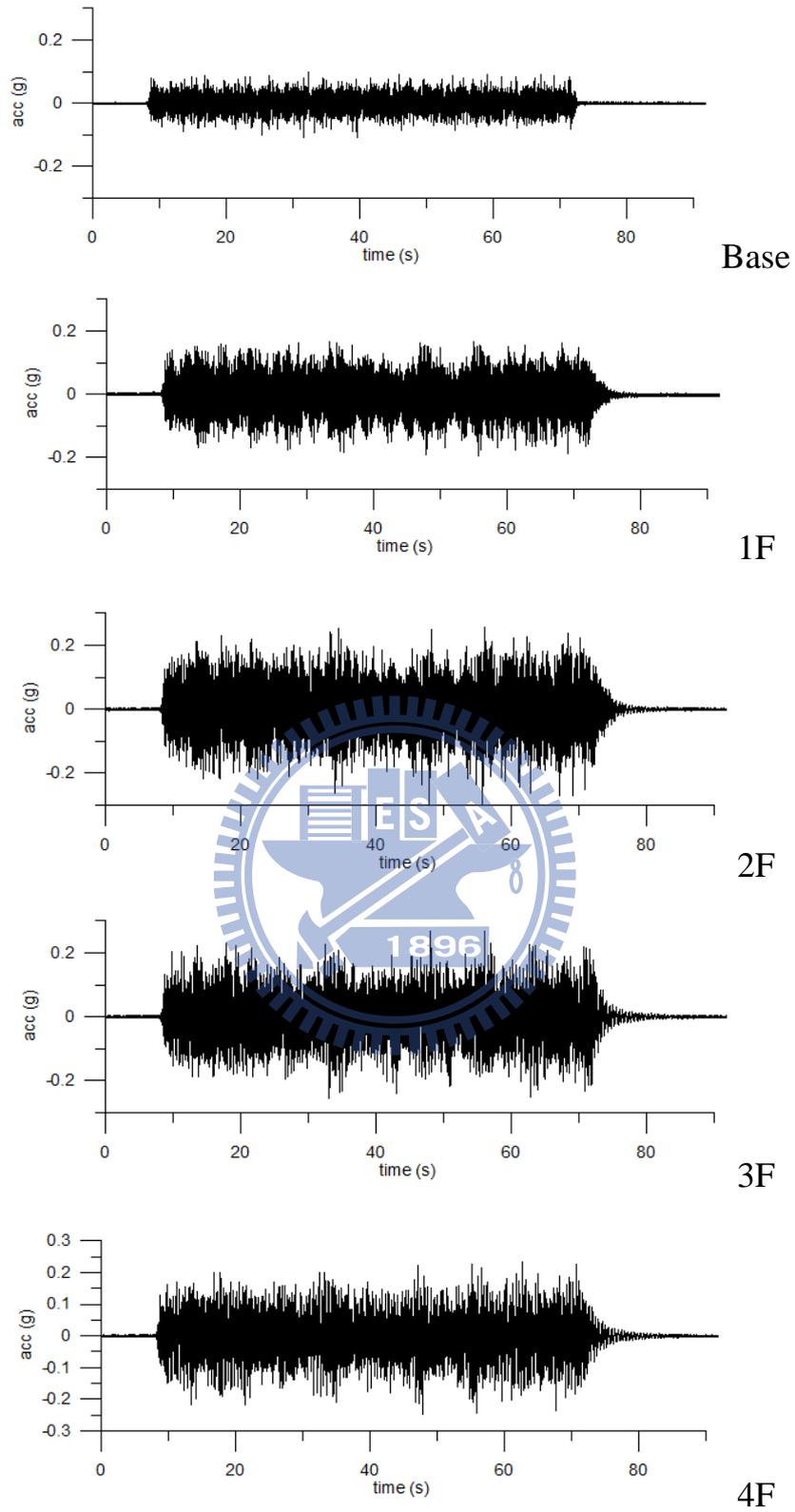


圖 4.9 未破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(1)

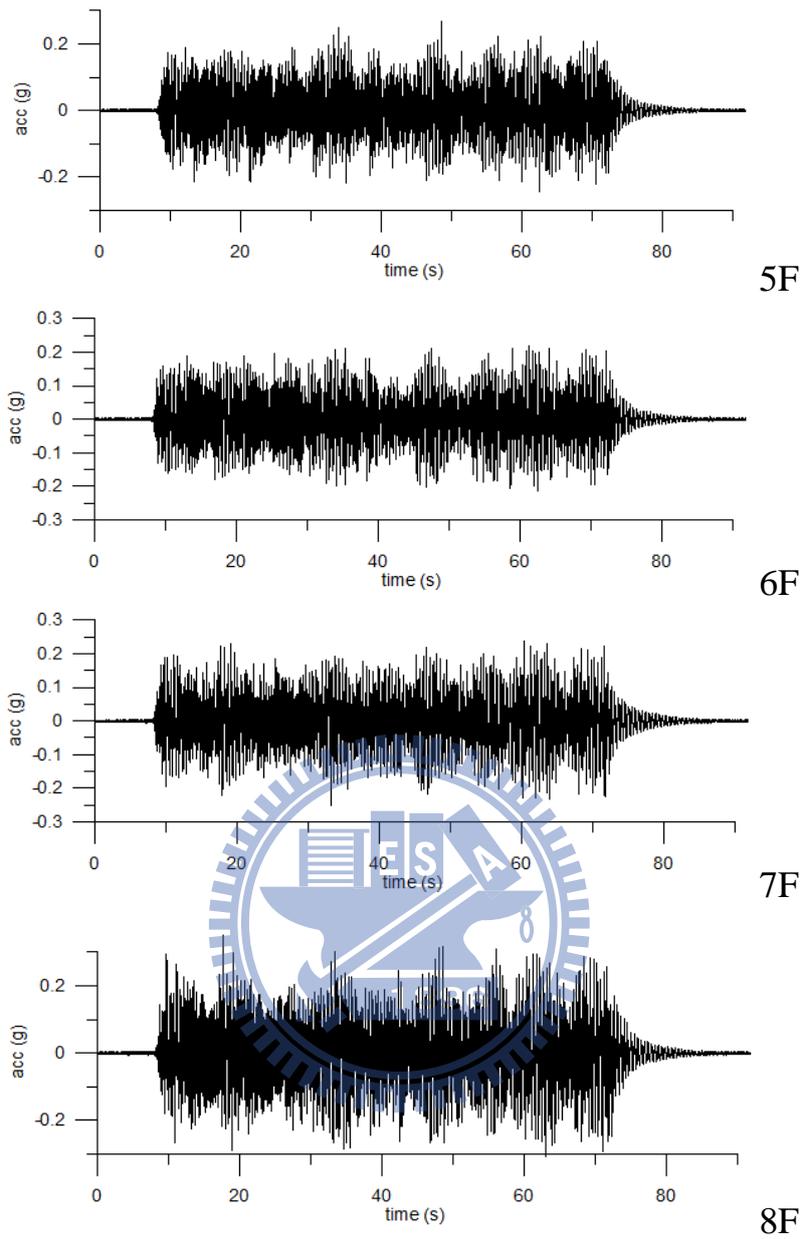


圖 4.10 未破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(2)

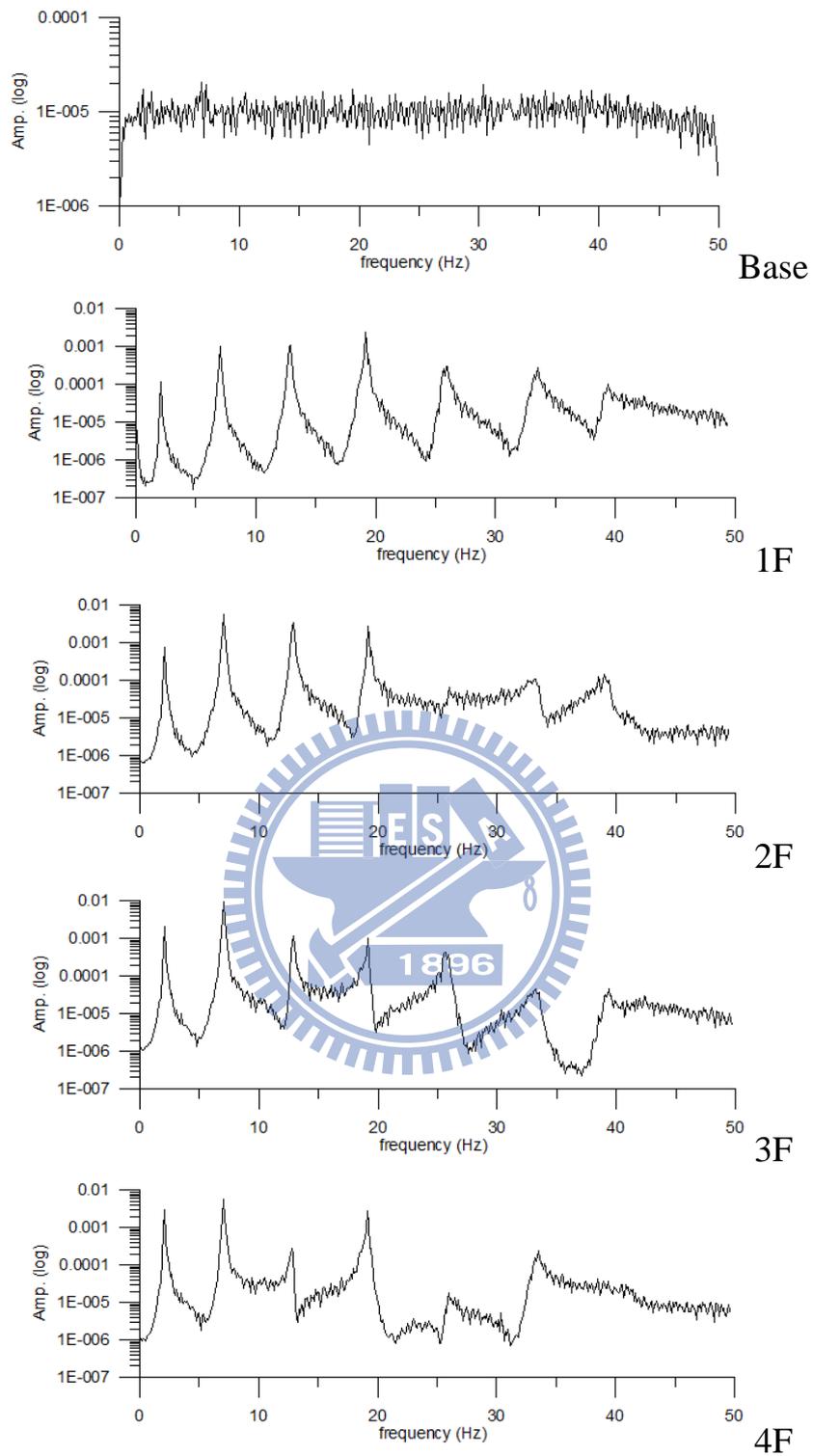


圖 4.11 未破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(1)

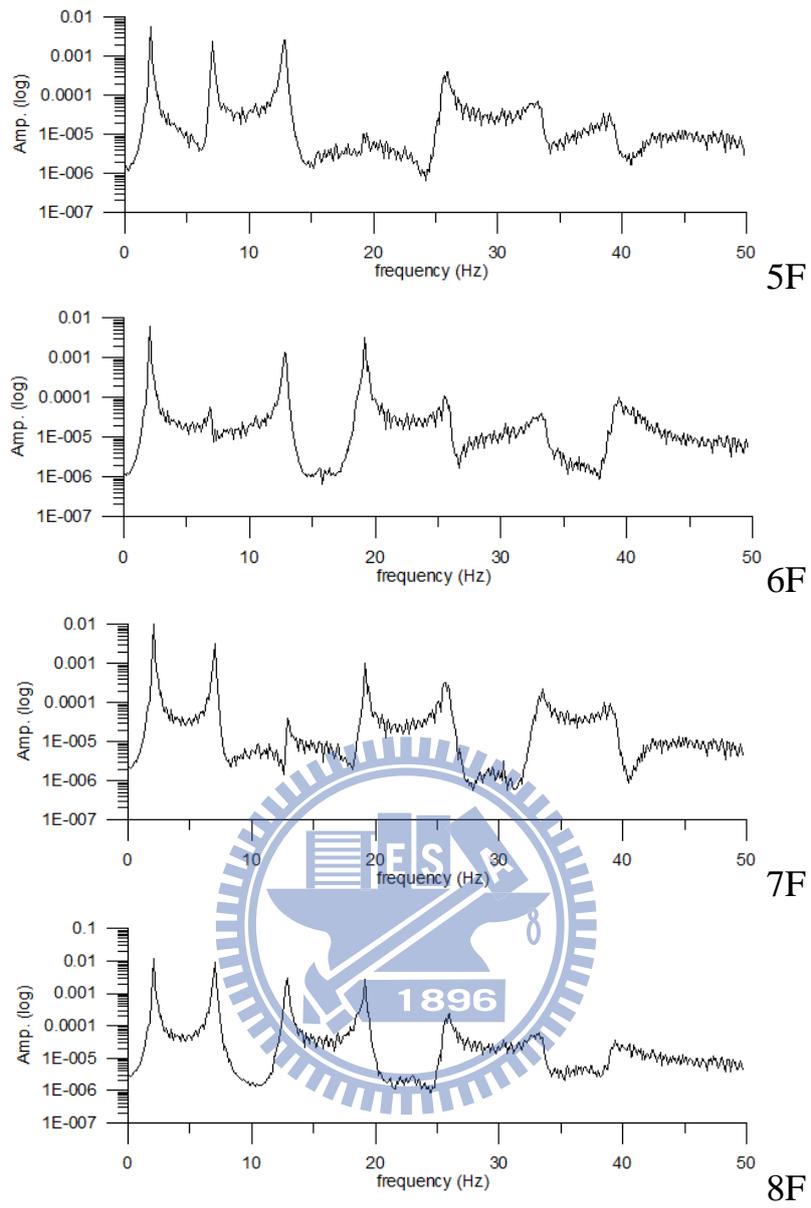


圖 4.12 未破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(2)

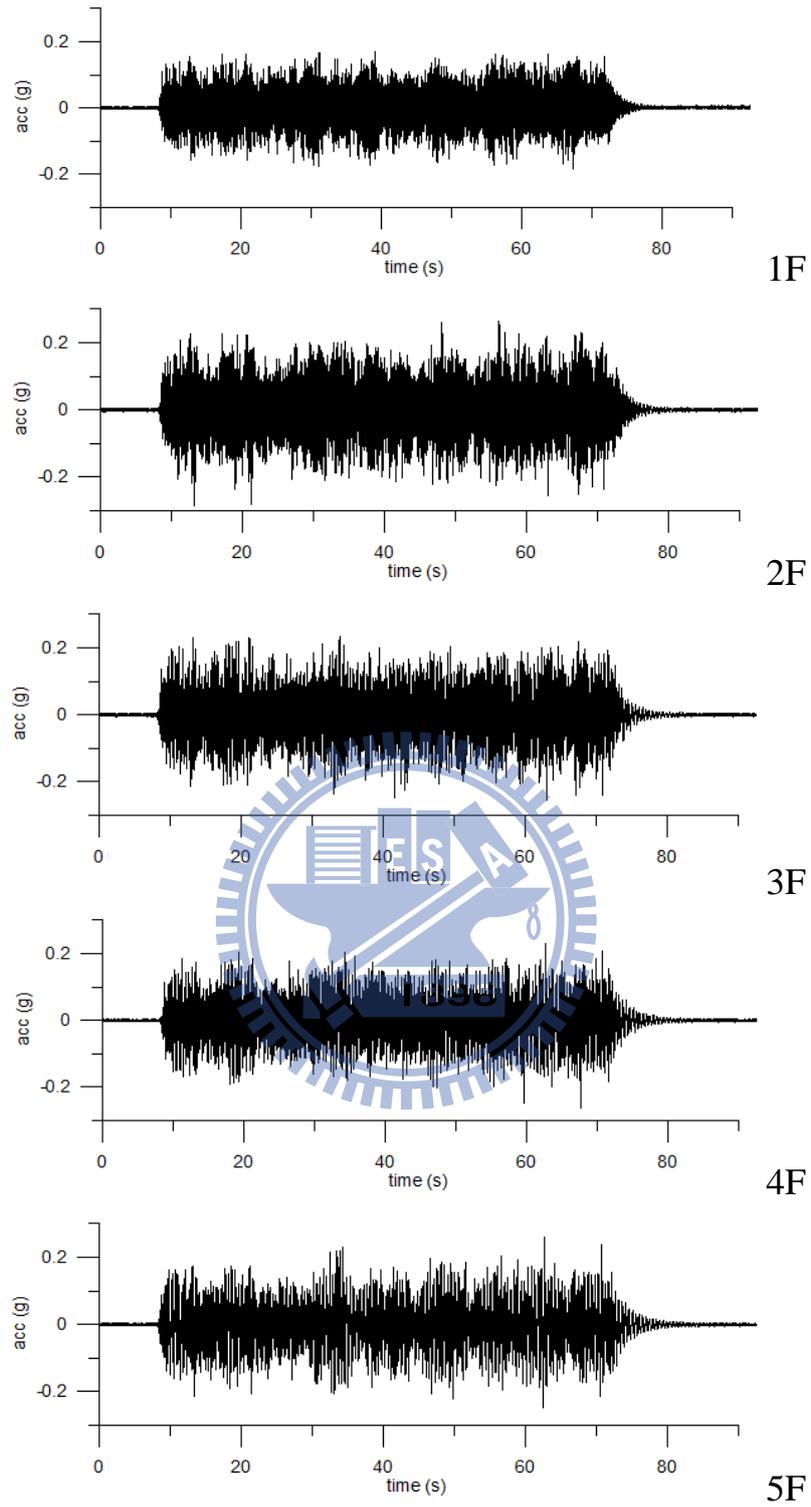


圖 4.13 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 32.6%)

(1)

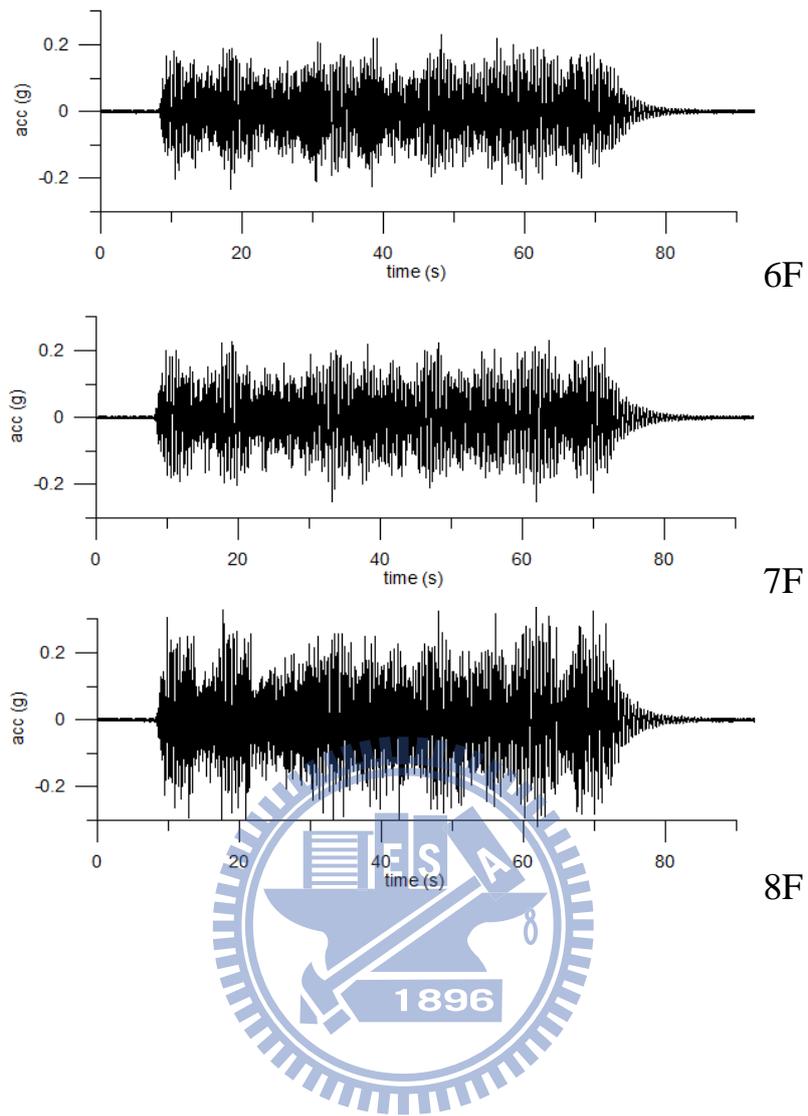


圖 4.14 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 32.6%)

(2)

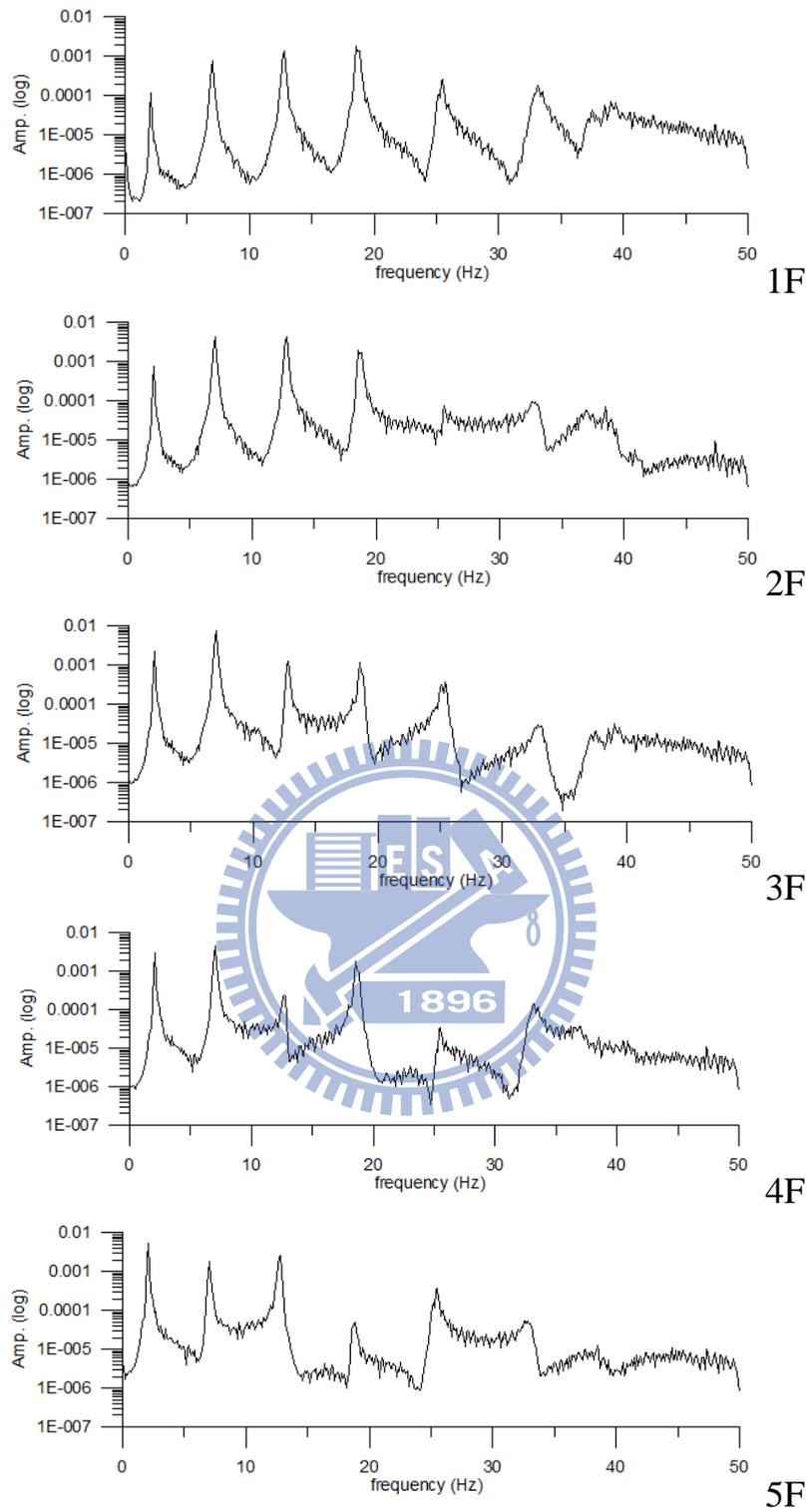


圖 4.15 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 32.6%) (1)

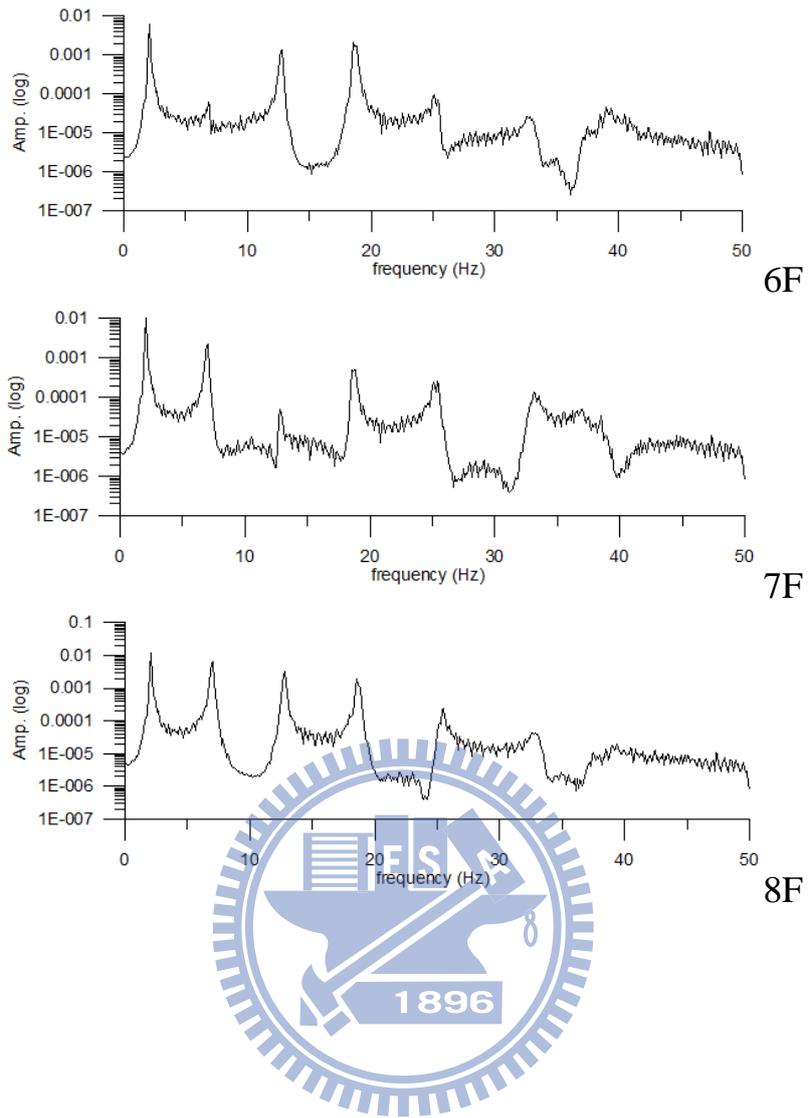


圖 4.16 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 32.6%) (2)

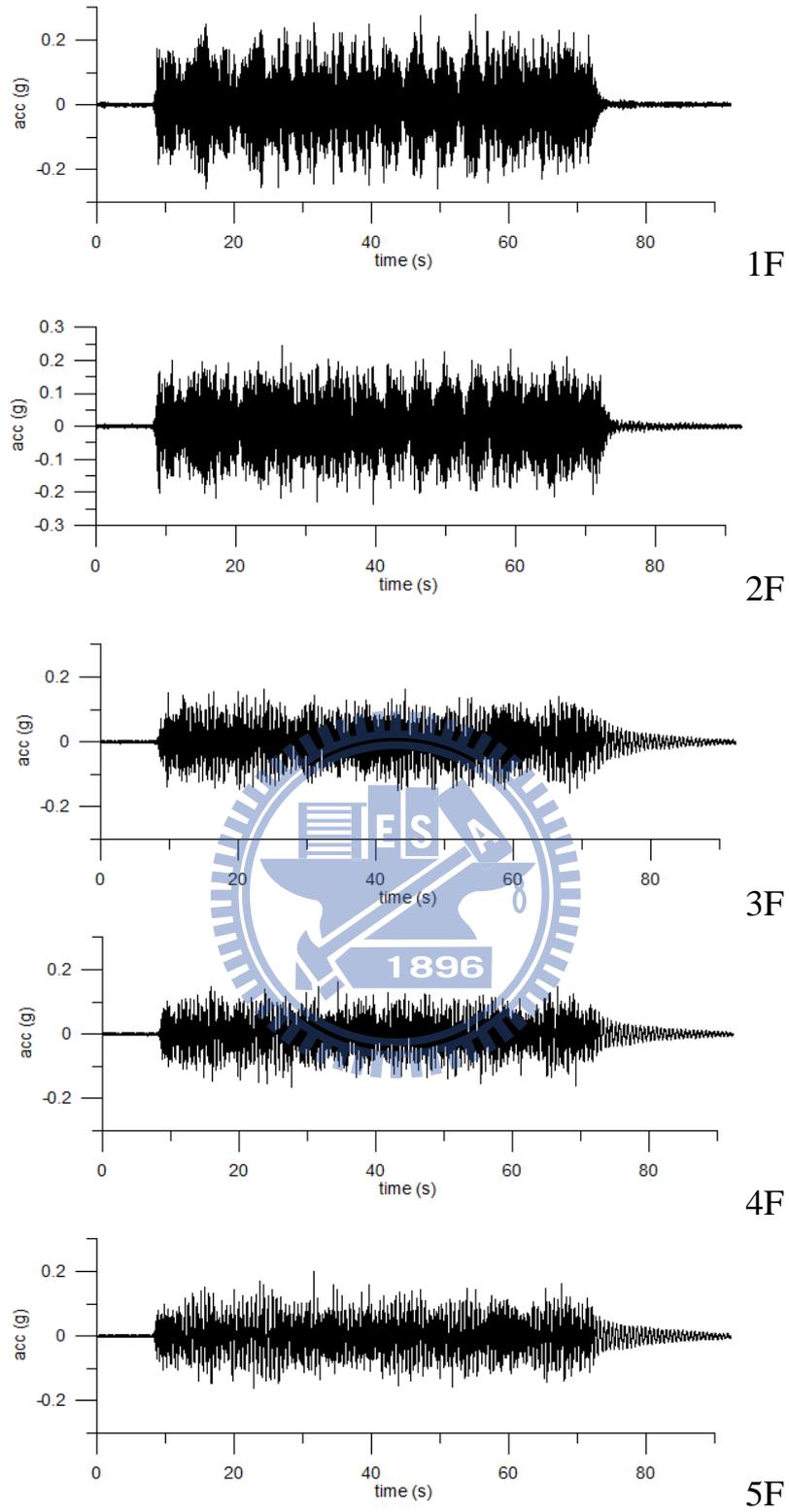


圖 4.17 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 96.4%)

(1)

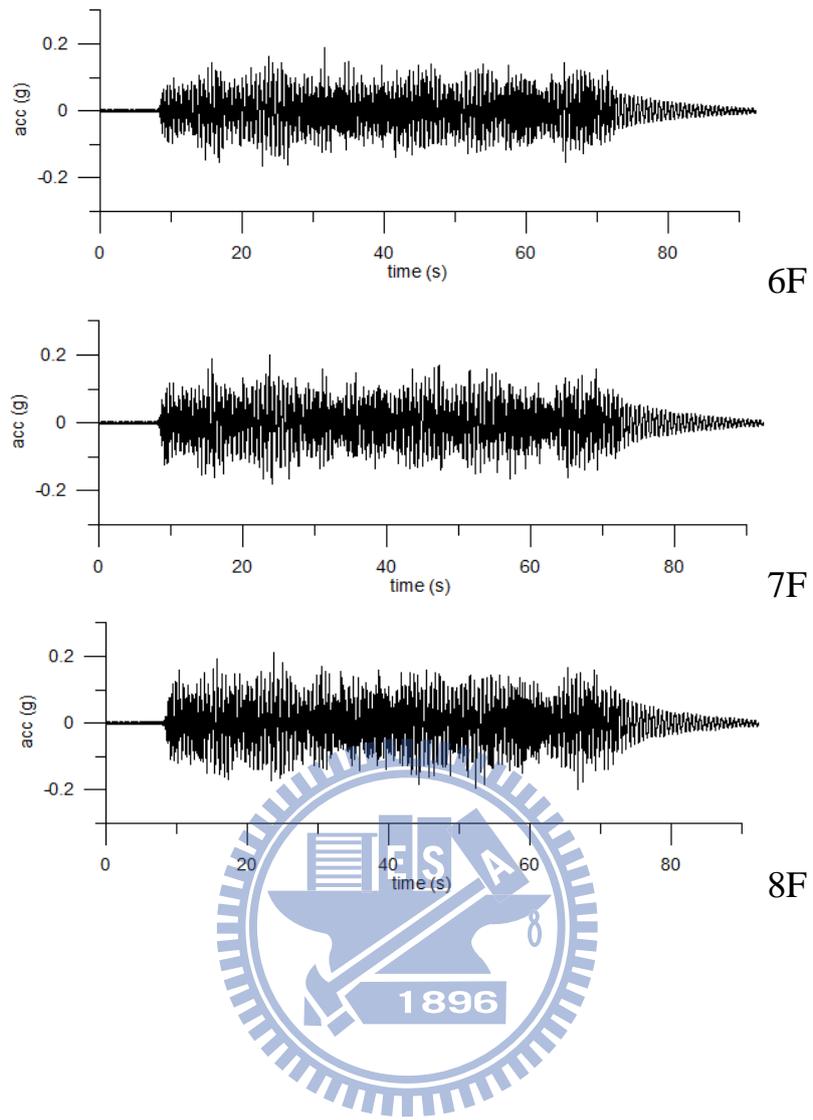


圖 4.18 破壞八層樓鋼構各樓層之加速度歷時反應圖(三樓剛度折減 96.4%)

(2)

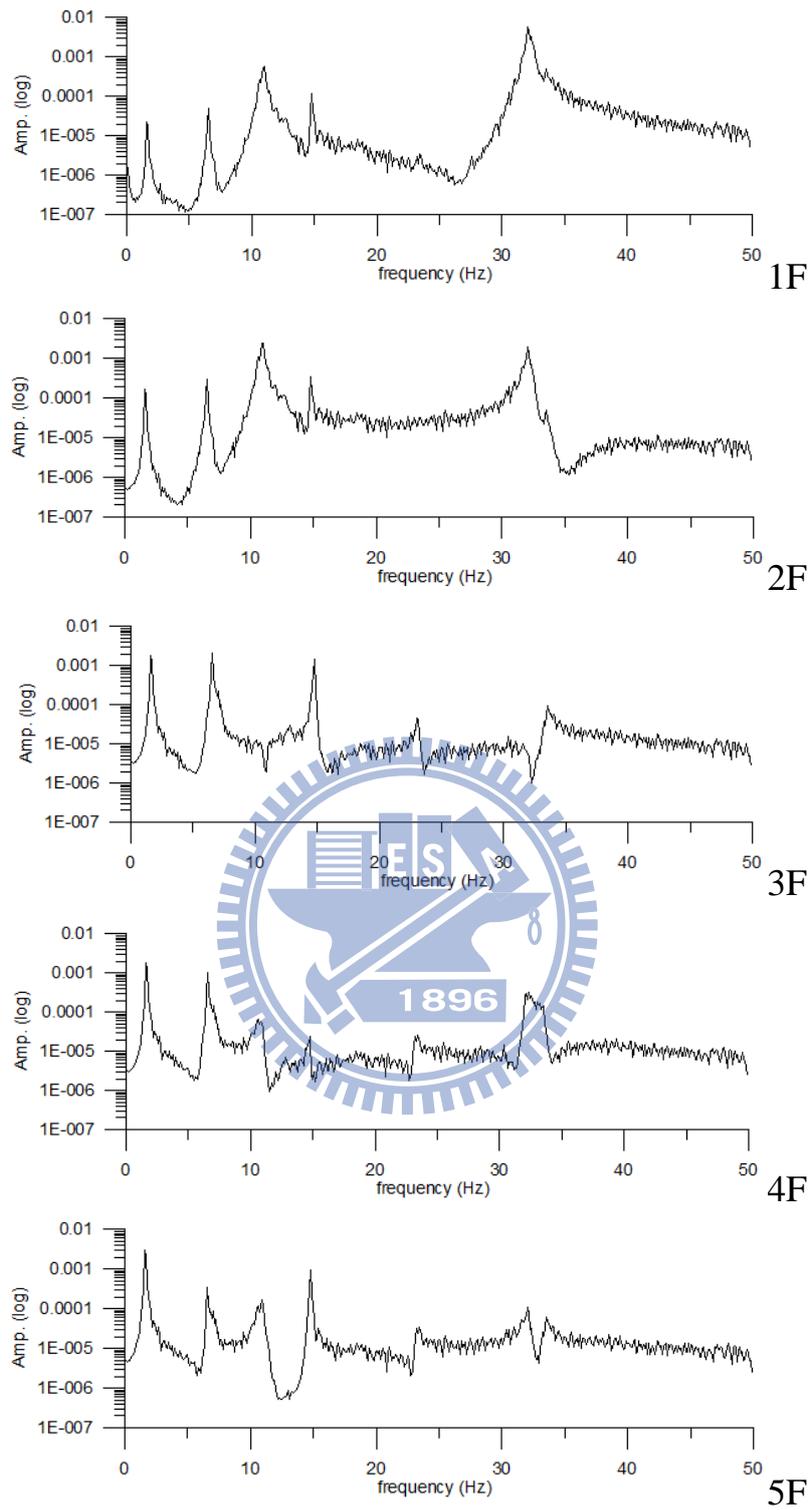


圖 4.19 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 96.4%) (1)

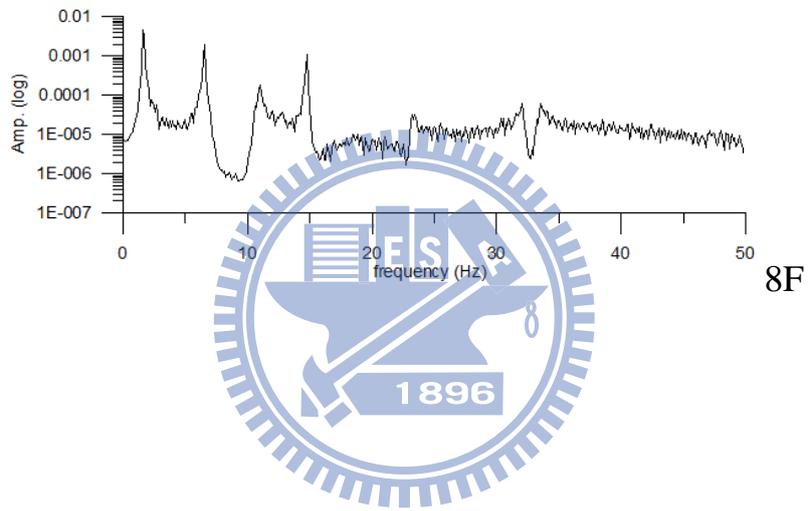
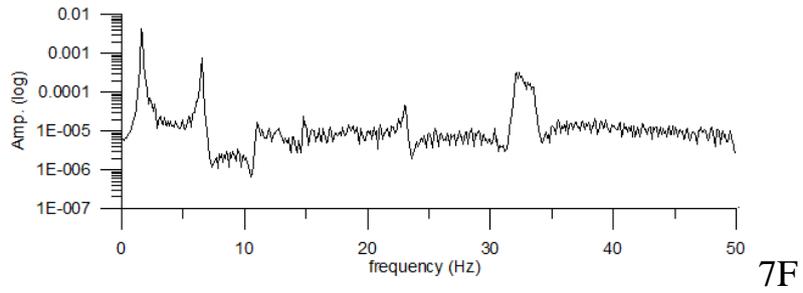
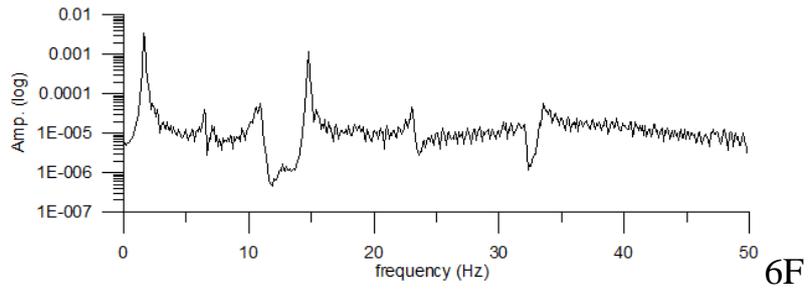


圖 4. 20 破壞八層樓鋼構各樓層之頻譜圖(三樓剛度折減 96.4%) (2)

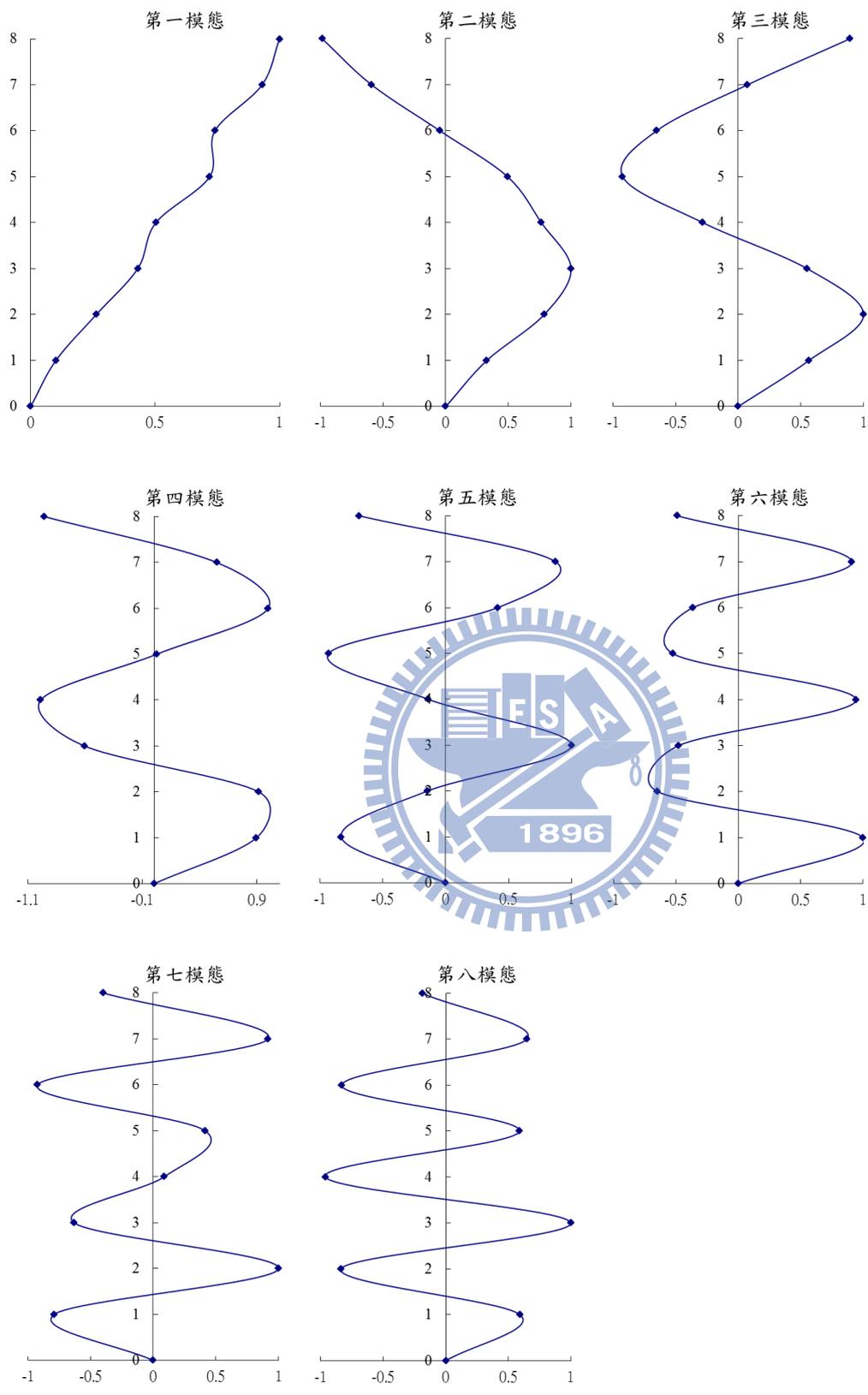


圖 4.21 未破壞識別之各模態振形圖

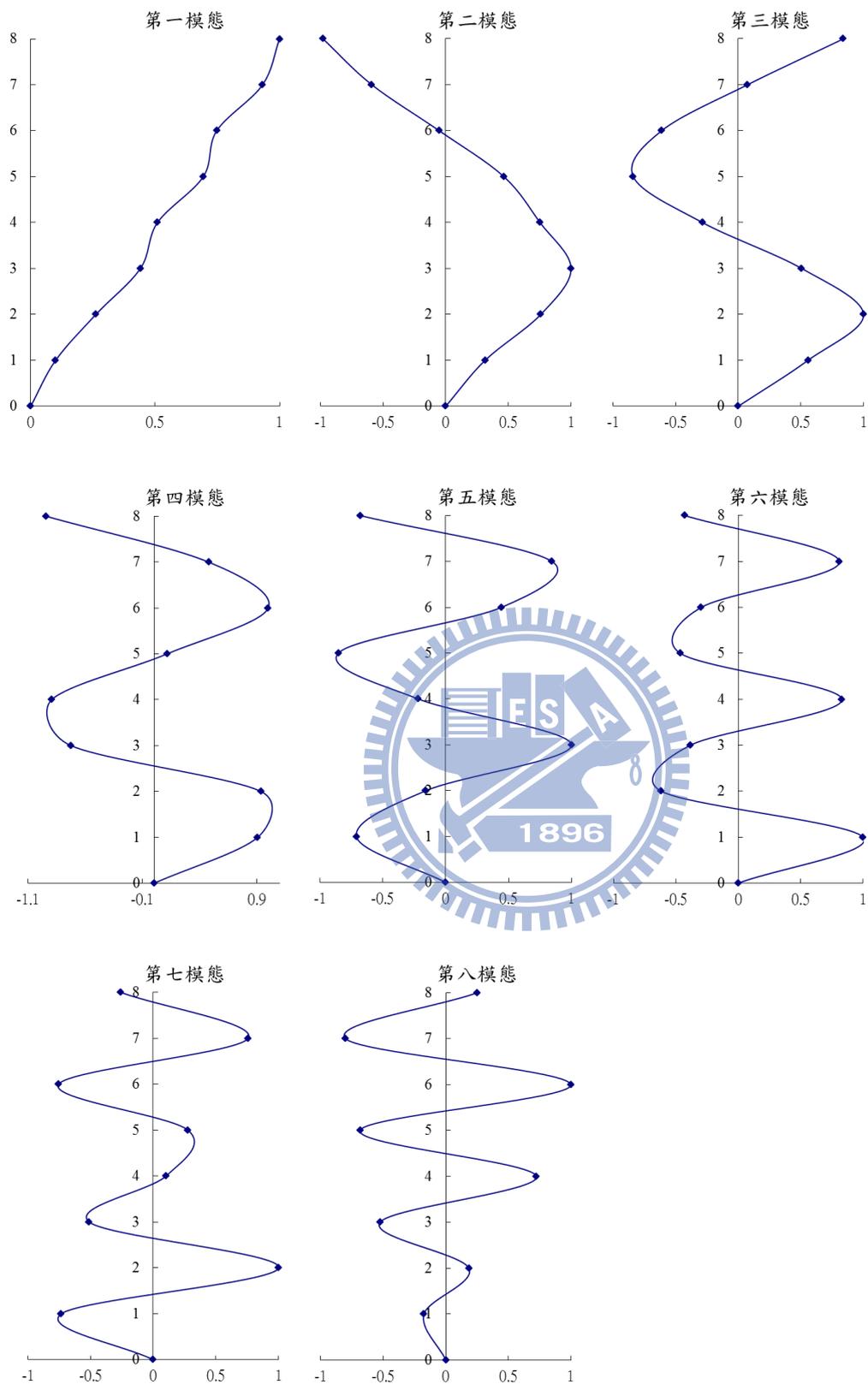


圖 4.22 破壞識別之各模態振形圖(三樓剛度折減 32.6%)

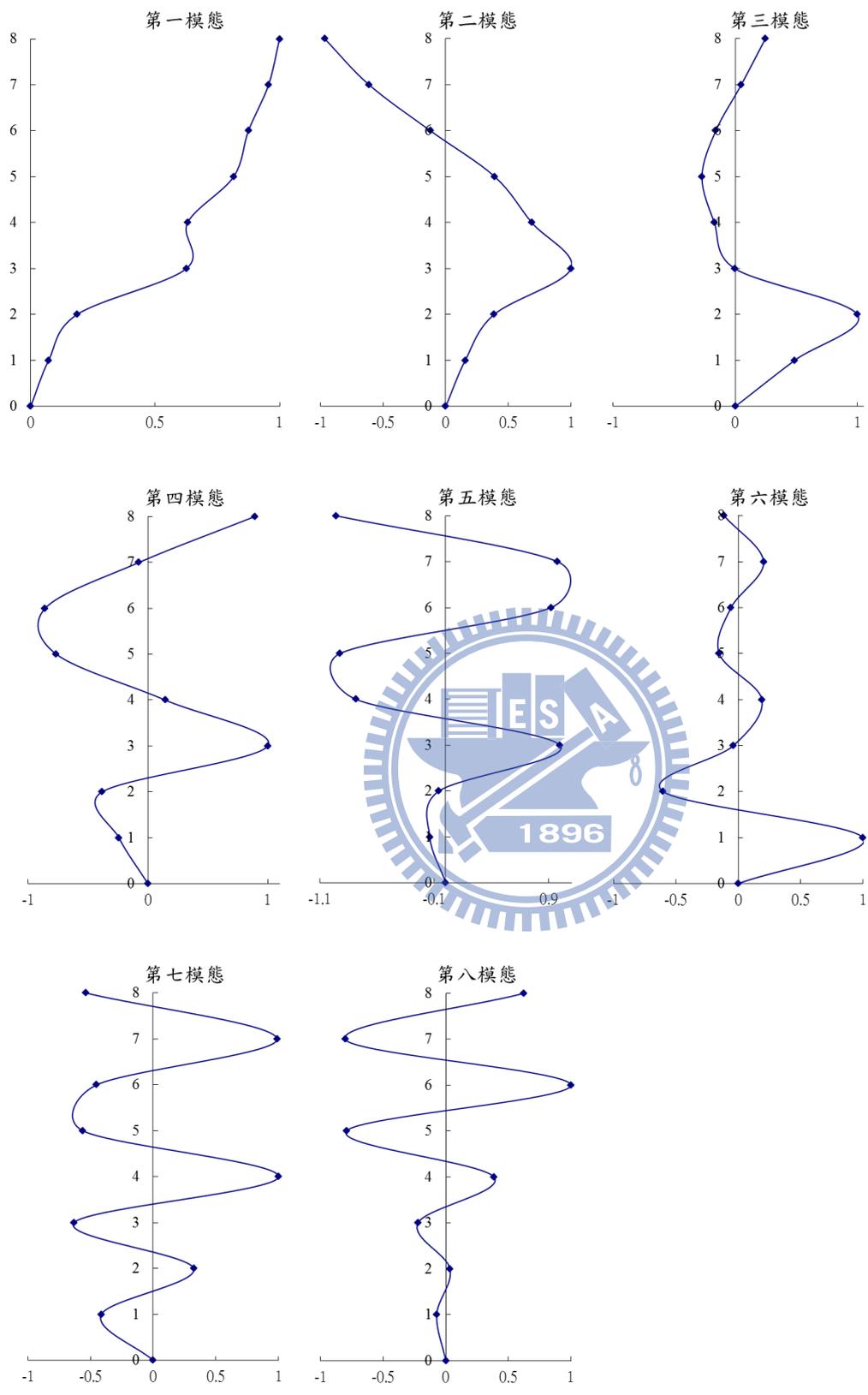
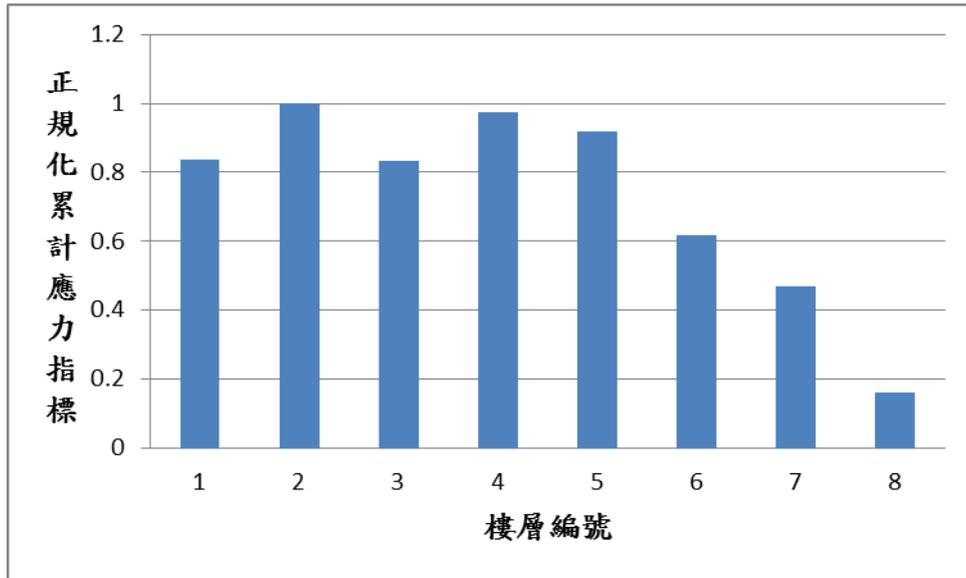
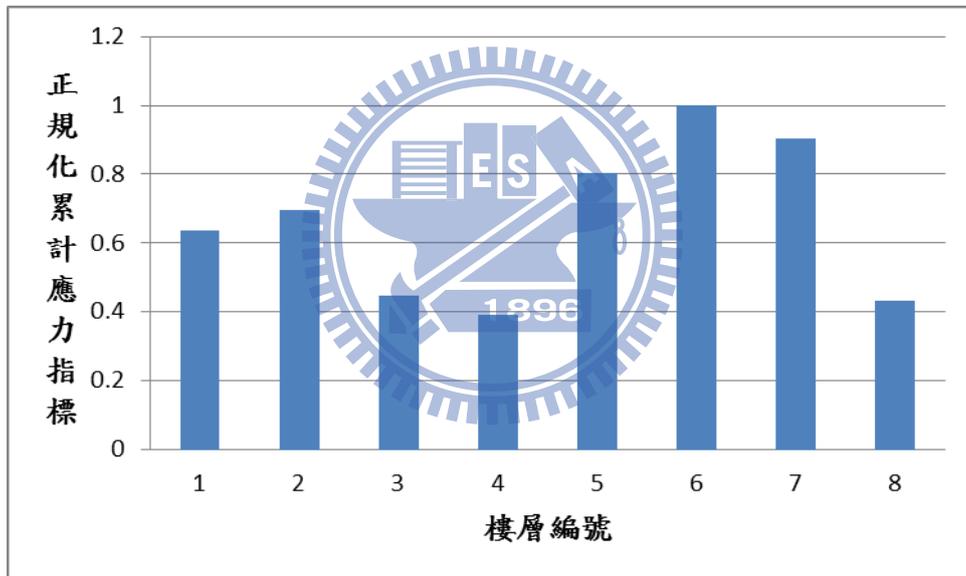


圖 4.23 破壞識別之各模態振形圖(三樓剛度折減 96.4%)



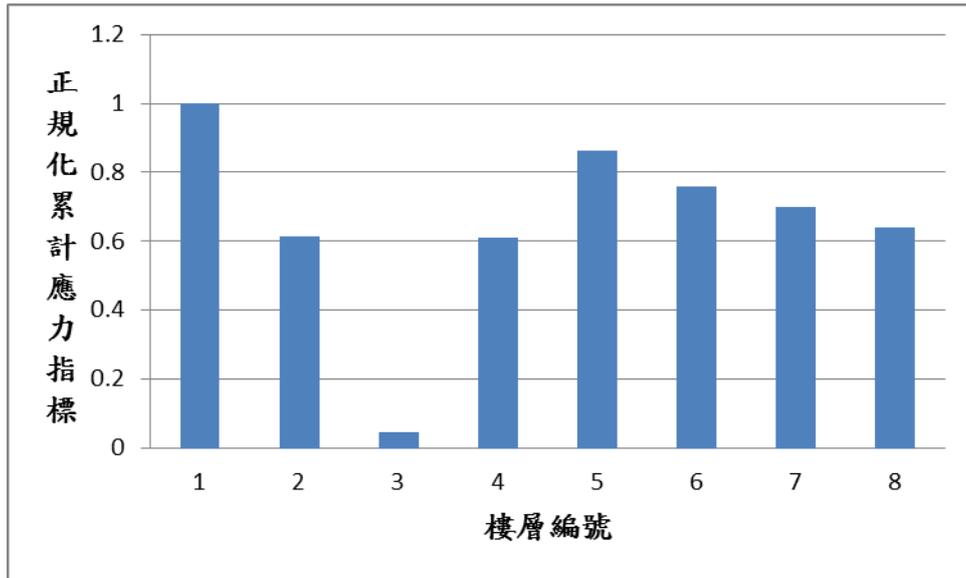
(a)



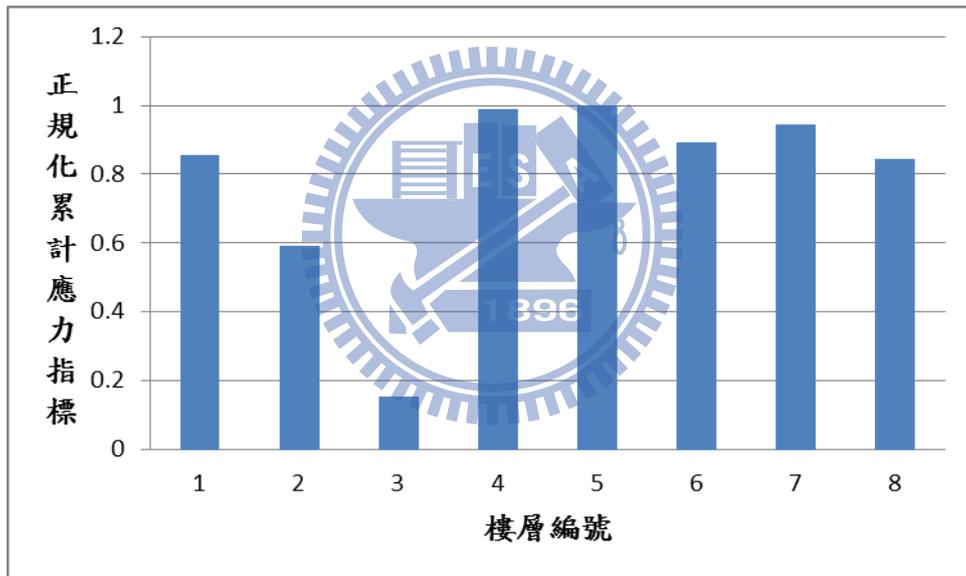
(b)

圖 4.24 八層樓鋼構之分析結果(三樓剛度折減 32.6%)

(a)全部八個模態 (b)前兩個模態



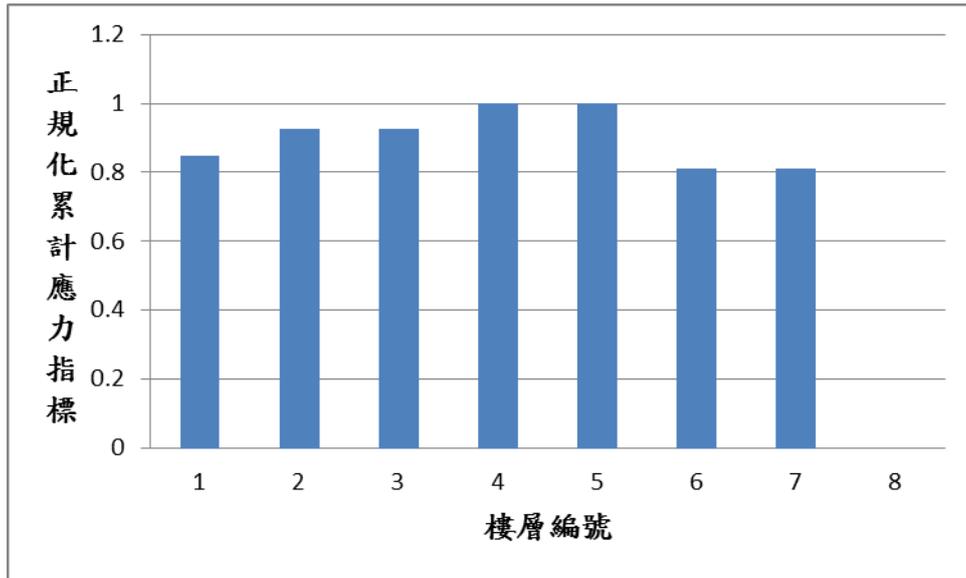
(a)



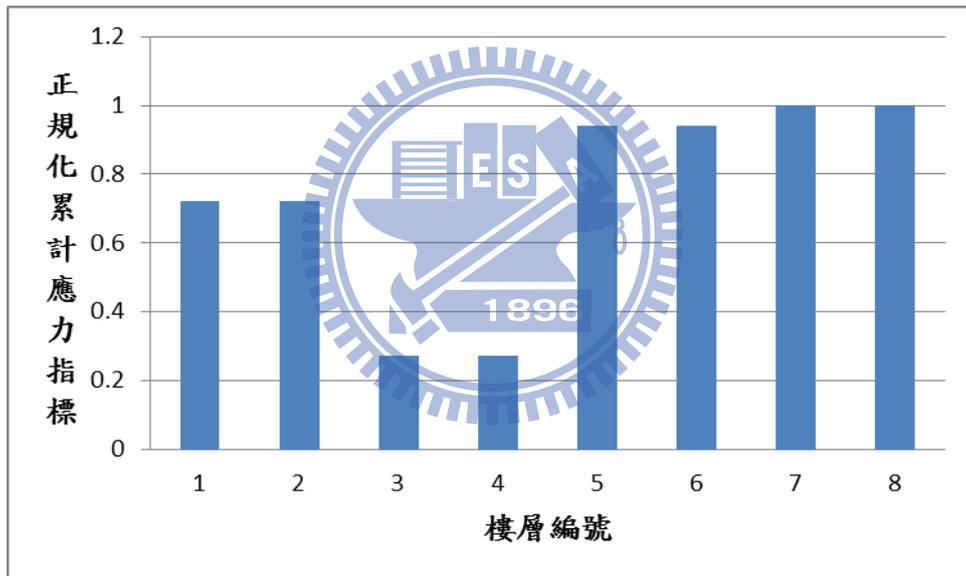
(b)

圖 4.25 八層樓鋼構之分析結果(三樓剛度折減 96.4%)

(a)全部八個模態 (b)前兩個模態



(a)



(b)

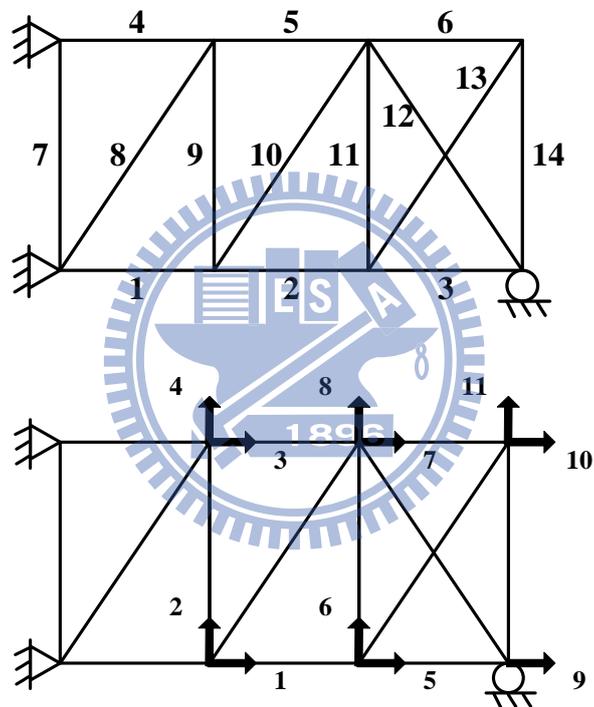
圖 4.26 八層樓鋼構不完全量測之分析結果

(a) 案例一(量測 1、3、5、7 樓) (b) 案例二(量測 2、4、6、8 樓)

附錄

1. 二維桁架之計算流程

本節以 3.3.1 無雜訊之小型二維桁架為例，以全部十一個模態進行分析，詳述本研究桁架結構之分析流程。其結構各桿件及節點自由度編號如下圖所示：



以節點集中質量法建構質量矩陣，其為一對角矩陣，如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 4.03 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 4.03 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 3.27 \end{bmatrix}_{11 \times 11} \quad (KN \cdot s^2 / m)$$

由破壞前之結構識別得頻率及模態， Λ 為 ω_j^2 所組成之對角矩陣，如下：

$$\Lambda_u = \begin{bmatrix} 18.49^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 24.61^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 99.25^2 \end{bmatrix}_{1 \times 11}$$

$$\Phi_u = \begin{bmatrix} -0.29 & 1.00 & -0.04 & 0.73 & -0.59 & 0.91 & 0.10 & 0.87 & -0.74 & 0.18 & 0.16 \\ 0.38 & 0.28 & 0.41 & 0.10 & 0.64 & 0.22 & 0.82 & 0.14 & 0.76 & 1.00 & -0.01 \\ \vdots & & & & & & & & & & \vdots \\ -0.73 & -0.10 & -0.21 & 0.01 & 1.00 & 0.16 & 0.31 & -0.01 & -0.59 & -0.32 & -0.21 \end{bmatrix}_{1 \times 11}^T$$

破壞後結構之頻率及模態：

$$\Lambda_d = \begin{bmatrix} 18.48^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 24.60^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 99.11^2 \end{bmatrix}_{1 \times 11}$$

$$\Phi_d = \begin{bmatrix} -0.30 & 1.00 & -0.04 & 0.73 & -0.59 & 0.92 & 0.10 & 0.88 & -0.75 & 0.18 & 0.16 \\ 0.38 & 0.26 & 0.41 & 0.09 & 0.64 & 0.22 & 0.82 & 0.14 & 0.75 & 1.00 & -0.01 \\ \vdots & & & & & & & & & & \vdots \\ -0.72 & -0.09 & -0.20 & 0.00 & 1.00 & 0.17 & 0.29 & -0.02 & -0.59 & -0.32 & -0.21 \end{bmatrix}_{1 \times 11}^T$$

依式(2.16)建構破壞前、後之柔度矩陣，如下：

$$\mathbf{F}_u = \begin{bmatrix} 207.94 & -100.76 & 37.10 & -72.96 & 195.62 & -60.96 & 61.84 & -51.64 & 187.42 & 65.98 & 9.30 \\ & 647.04 & -3.90 & 411.48 & -151.15 & 280.58 & 96.88 & 318.55 & -184.66 & 113.77 & 38.00 \\ & & 177.04 & -45.60 & 55.65 & 13.86 & 140.00 & -0.12 & 67.99 & 133.81 & -13.98 \\ & & & 493.57 & -109.45 & 174.64 & 27.36 & 202.15 & -133.71 & 39.59 & 27.52 \\ & & & & 409.77 & -169.00 & 92.76 & -155.01 & 397.48 & 98.98 & 13.96 \\ & & & & & 583.95 & 74.80 & 373.97 & -215.25 & 136.59 & 138.96 \\ & & & & & & 310.89 & 51.50 & 113.32 & 300.56 & -23.30 \\ & & & & & & & 451.87 & -223.73 & 86.15 & 77.92 \\ & & & & & & & & 603.71 & 109.55 & -8.52 \\ & & & & & & & & & 510.80 & -50.43 \\ & & & & & & & & & & 287.87 \end{bmatrix} \times 10^8 (m / KN)$$

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} 208.34 & -99.07 & 36.45 & -71.74 & 196.21 & -62.53 & 60.75 & -53.37 & 188.14 & 64.82 & 9.16 \\ & 654.00 & -6.49 & 416.54 & -148.60 & 274.01 & 92.55 & 311.36 & -181.53 & 109.14 & 37.35 \\ & & 177.96 & -47.48 & 54.68 & 16.24 & 141.53 & 2.51 & 66.80 & 135.42 & -13.74 \\ & & & 497.25 & -107.61 & 169.90 & 24.24 & 196.94 & -131.46 & 36.25 & 27.05 \\ & & & & 410.62 & -171.34 & 91.14 & -157.60 & 398.52 & 97.24 & 13.74 \\ & & & & & 589.94 & 78.75 & 380.59 & -218.11 & 140.78 & 139.57 \\ & & & & & & 313.41 & 55.87 & 111.33 & 303.23 & -22.89 \\ & & & & & & & 459.18 & -226.89 & 90.79 & 78.58 \\ & & & & & & & & 604.98 & 107.43 & -8.79 \\ & & & & & & & & & 513.61 & -50.00 \\ & & & & & & & & & & 287.93 \end{bmatrix} \times 10^8 (m / KN)$$

柔度之差異矩陣 \mathbf{F}_Δ ，如下：

$$\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{F}_d - \mathbf{F}_u = \begin{bmatrix} 39.76 & 169.20 & -64.35 & 122.00 & 58.58 & -157.79 & -108.16 & -173.60 & 71.43 & -115.94 & -14.66 \\ & 696.31 & -259.52 & 506.52 & 255.36 & -657.58 & -432.51 & -719.63 & 312.54 & -463.19 & -65.09 \\ & & 92.58 & -187.97 & -96.96 & 238.41 & 152.91 & 262.95 & -118.50 & 161.90 & 24.70 \\ & & & 368.46 & 183.94 & -474.64 & -312.50 & -520.19 & 225.19 & -333.96 & -47.48 \\ & & & & 85.79 & -234.64 & -162.53 & -258.96 & 104.59 & -173.72 & -21.92 \\ & & & & & 598.41 & 395.32 & 661.93 & -286.44 & 418.81 & 60.44 \\ & & & & & & 252.56 & 436.99 & -198.44 & 266.80 & 41.03 \\ & & & & & & & 730.21 & -316.26 & 464.39 & 66.34 \\ & & & & & & & & 127.55 & -211.94 & -26.93 \\ & & & & & & & & & 280.78 & 43.81 \\ & & & & & & & & & & 6.25 \end{bmatrix} \times 10^{10} (m / KN)$$

將 \mathbf{F}_Δ 進行奇異值分解，如下：

$$\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} -0.11 & -0.22 & \dots \\ -0.46 & -0.21 & \\ 0.17 & -0.20 & \\ \vdots & \vdots & \\ 0.04 & 0.08 & \dots \end{bmatrix}_{1 \times 11} \begin{bmatrix} 3.34E-07 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 4.33E-09 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 5.64E-15 \end{bmatrix}_{1 \times 11} \begin{bmatrix} -0.11 & 0.22 & \dots & -0.44 \\ -0.46 & 0.21 & & 0.12 \\ 0.17 & 0.20 & & 0.33 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0.04 & -0.08 & \dots & 0.09 \end{bmatrix}_{1 \times 11}^T$$

計算 *svn* 指標，

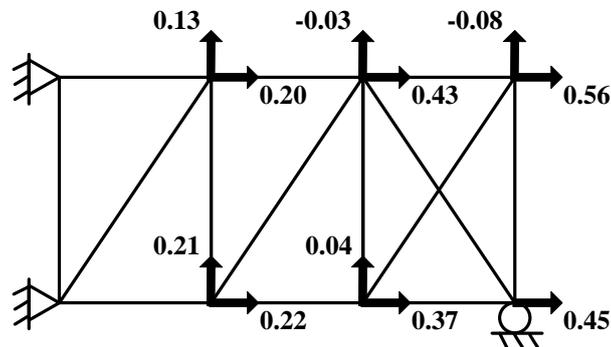
$$svn_i = \sqrt{\frac{s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2}{\max(s_i \|\mathbf{V}_i\|_\infty^2)}} \\ = [1 \quad 0.136629 \quad 0.104565 \quad \dots \quad 0.000176]_{1 \times 11}$$

並篩選出小於 0.2 之值，在此共有 10 個值。

篩選之值所對應 \mathbf{V} 矩陣之向量即為破壞定位向量，在此共有 10 組向量 (其分別對應於 \mathbf{V} 矩陣之第 2~11 組向量)，如下：

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} 0.22 & -0.01 & \dots & -0.44 \\ 0.21 & 0.69 & & 0.12 \\ 0.20 & -0.04 & & 0.33 \\ 0.13 & 0.28 & & -0.14 \\ 0.37 & -0.25 & & -0.08 \\ 0.04 & 0.46 & & -0.10 \\ 0.43 & -0.04 & & -0.63 \\ -0.03 & 0.14 & & 0.12 \\ 0.45 & -0.35 & & 0.31 \\ 0.56 & 0.15 & & 0.37 \\ -0.08 & 0.05 & \dots & 0.09 \end{bmatrix}_{1 \times 10}$$

以此向量做為靜力荷載，於對應之量測自由度，加載於未破壞結構進行內力(桿件軸力)分析，如下圖所示(以第一組荷載向量為例)。



其各桿件內力 \mathbf{P} 為：

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -1.035 & 1.013 & \dots & 0.233 \\ -0.815 & 1.006 & & -0.206 \\ -0.409 & 0.566 & & -0.243 \\ -0.969 & 0.175 & & -0.092 \\ -0.995 & -0.516 & & 0.251 \\ -0.526 & -0.343 & & -0.318 \\ 0 & 0 & & 0 \\ -0.415 & -1.164 & & 0.031 \\ 0.213 & 0.69 & & 0.118 \\ -0.0007 & -0.0044 & & -0.0001 \\ 0.093 & 0.177 & & -0.025 \\ -0.063 & 0.343 & & -0.086 \\ -0.07 & -0.383 & & -0.115 \\ 0.132 & -0.334 & \dots & -0.017 \end{bmatrix} (KN)$$

由各桿件內力計算正規化累計應力指標，如下：

$$\bar{\sigma}_j = \frac{\sigma_j}{\max(\sigma_j)}$$

其中，

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^n \text{abs}\left(\frac{\sigma_{ij}}{\max(\sigma_{ij})}\right)$$



即是將各桿件內力正規化後加總，並再做一次正規化。結果如下：

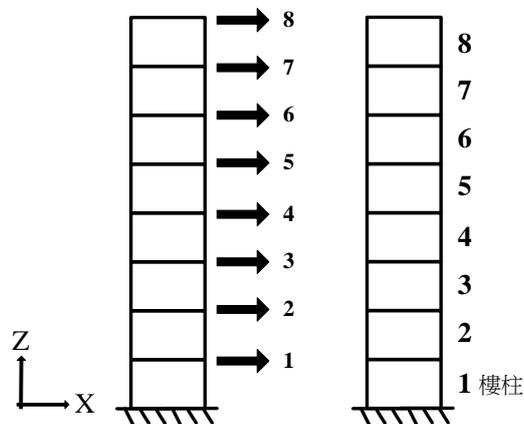
$$\bar{\sigma}_j = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.909 \\ 0.8357 \\ 0.797 \\ 0.8357 \\ 0.9355 \\ 0 \\ 0.8135 \\ 0.7593 \\ 0.0013 \\ 0.5567 \\ 0.5817 \\ 0.6721 \\ 0.7799 \end{bmatrix}$$

此正規化累計應力指標分別對應 14 根桿件，可看出桿件 7 為零桿，桿件 10 為破壞位置。



2. 八層樓鋼構之計算流程

本節以 4.3 節三樓折減 96.4% 之八層樓鋼構為例，使用全部八個模態以剪力構架形式進行分析，並詳述其流程。結構各桿件及節點自由度編號如下圖所示：



以節點集中質量法建構質量矩陣，其為一對角矩陣，如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 74.66 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 69.14 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 63.62 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \quad (\text{kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m})$$

由破壞前之結構識別得頻率及模態， Λ 為 ω_j^2 所組成之對角矩陣，如下：

$$\Lambda_u = \begin{bmatrix} 2.10^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 6.98^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 41.52^2 \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

$$\Phi_u = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.26 & 0.43 & 0.50 & 0.72 & 0.74 & 0.93 & 1.00 \\ 0.33 & 0.79 & 1.00 & 0.76 & 0.49 & -0.05 & -0.59 & -0.99 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0.68 & -0.92 & 1.00 & -0.86 & 0.58 & -0.73 & 0.56 & -0.24 \end{bmatrix}_{8 \times 8}^T$$

破壞後結構之頻率及模態：

$$\Lambda_d = \begin{bmatrix} 1.66^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 6.49^2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 41.12^2 \end{bmatrix}_{8 \times 8}$$

$$\Phi_d = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.19 & 0.63 & 0.63 & 0.82 & 0.88 & 0.96 & 1.00 \\ 0.15 & 0.38 & 1.00 & 0.69 & 0.39 & -0.12 & -0.61 & -0.97 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ -0.07 & 0.03 & -0.22 & 0.39 & -0.79 & 1.00 & -0.80 & 0.63 \end{bmatrix}_{8 \times 8}^T$$

依式(2.16)建構破壞前、後之柔度矩陣，如下：

$$\mathbf{F}_u = \begin{bmatrix} 1.11 & 1.57 & 1.77 & 1.71 & 2.01 & 1.83 & 2.05 & 2.07 \\ & 3.48 & 4.21 & 4.07 & 4.77 & 4.31 & 4.82 & 4.85 \\ & & 6.77 & 6.97 & 8.34 & 7.57 & 8.51 & 8.60 \\ & & & 8.38 & 10.37 & 9.46 & 10.69 & 10.83 \\ & & & & 14.83 & 14.08 & 16.08 & 16.39 \\ & sym. & & & & 14.77 & 17.25 & 17.74 \\ & & & & & & 21.68 & 22.89 \\ & & & & & & & 25.79 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \times 10^6 (\text{m} / \text{kgf})$$

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} 1.11 & 1.62 & 1.80 & 1.79 & 2.00 & 1.86 & 2.07 & 2.07 \\ & 3.75 & 4.53 & 4.46 & 4.98 & 4.62 & 5.13 & 5.13 \\ & & 15.70 & 15.68 & 17.42 & 15.95 & 17.51 & 17.29 \\ & & & 17.06 & 19.42 & 17.78 & 19.57 & 19.31 \\ & & & & 24.26 & 22.77 & 25.63 & 25.50 \\ & & sym. & & & 22.51 & 25.67 & 25.45 \\ & & & & & & 31.37 & 31.80 \\ & & & & & & & 33.68 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \times 10^6 (m/kgf)$$

柔度之差異矩陣 \mathbf{F}_Δ ，如下：

$$\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{F}_d - \mathbf{F}_u$$

$$= \begin{bmatrix} 1.59 & 41.60 & 33.00 & 80.40 & -12.07 & 34.77 & 19.58 & 3.21 \\ & 274.79 & 321.04 & 392.55 & 214.85 & 313.23 & 310.57 & 275.28 \\ & & 8935.93 & 8710.95 & 9083.52 & 8380.49 & 8994.02 & 8688.31 \\ & & & 8681.47 & 9049.64 & 8328.66 & 8879.18 & 8477.90 \\ & & & & 9431.87 & 8693.29 & 9552.66 & 9107.25 \\ & & sym. & & & 7740.62 & 8421.84 & 8915.38 \\ & & & & & & 9686.92 & 8915.38 \\ & & & & & & & 7893.51 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \times 10^9 (m/kgf)$$

將 \mathbf{F}_Δ 進行奇異值分解，如下：

$$\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & \dots \\ -0.01 & -0.02 & \\ -0.41 & -0.30 & \\ \vdots & \vdots & \\ -0.40 & 0.72 & \dots \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{bmatrix} 5.25\text{E}-05 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 7.00\text{E}-07 & & \vdots \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 3.72\text{E}-09 \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & \dots \\ 0.01 & -0.02 & \\ 0.41 & -0.30 & \\ \vdots & \vdots & \\ 0.40 & 0.72 & \dots \end{bmatrix}_{8 \times 8}^T$$

計算 svn 指標，

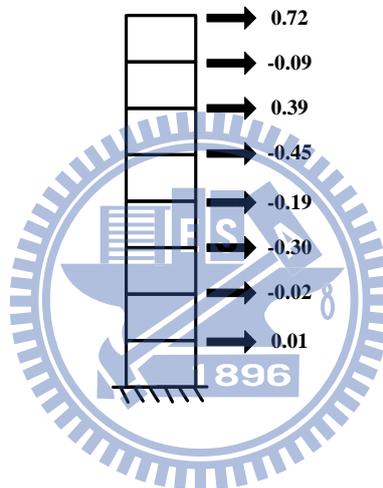
$$svn_i = [1 \quad 0.193873 \quad 0.152357 \quad \dots \quad 0.017103]_{1 \times 8}$$

並篩選出小於 0.2 之值，在此共有 7 個值。

篩選之值所對應 \mathbf{V} 矩陣之向量即為破壞定位向量，在此共有 7 組向量，如下：

$$\mathbf{L}_i = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.11 & \dots \\ -0.02 & -0.31 & \\ -0.30 & -0.28 & \\ -0.19 & -0.38 & \\ -0.45 & 0.19 & \\ 0.39 & -0.41 & \\ -0.09 & 0.65 & \\ 0.72 & 0.19 & \dots \end{bmatrix}_{8 \times 7}$$

以此向量做為靜力荷載，於對應之量測自由度，加載於未破壞結構進行內力(樓層柱剪力)分析，如下圖所示(以第一組荷載向量為例)。



其各樓層內力 \mathbf{P} 為：

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -0.12 & 0.44 & \dots \\ -0.12 & 0.36 & \\ -0.12 & 0.04 & \\ -0.4 & -0.28 & \\ -0.6 & -0.64 & \\ -1.04 & -0.44 & \\ -0.64 & -0.84 & \\ -0.72 & -0.16 & \dots \end{bmatrix} \text{ (kgf)}$$

由各樓層內力計算正規化累計應力指標，結果如下：

$$\bar{\sigma}_j = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.62 \\ 0.05 \\ 0.61 \\ 0.86 \\ 0.76 \\ 0.7 \\ 0.64 \end{bmatrix}$$

此正規化累計應力指標分別對應 8 個樓層，可看出樓層 3 為破壞位置。

