

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

耦合剪力牆於彈性基礎上受側向載重之研究



Coupled Shear Walls on Elastic Foundation Subjected to Lateral
Loads

研究生：丁進順

指導教授：劉俊秀 教授

中華民國一百年七月


耦合剪力牆於彈性基礎上受側向載重之研究

Coupled Shear Walls on Elastic Foundation Subjected to Lateral Loads

研究生：丁進順
指導教授：劉俊秀

Student : Chin-Shun Ting
Advisor : Gin-Show Liou

國立交通大學
土木工程學系
碩士論文



A Thesis
Submitted to Institute of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in
Institute of Civil Engineering
June 2011
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇一一年七月

耦合剪力牆於彈性基礎上受側向載重之研究

研究生：丁進順

指導教授：劉俊秀 教授

國立交通大學土木工程學系

摘要

本研究主要分析在彈性基礎上的高樓結構中，加入耦合剪力牆後，當受側向外力時，求得剪力牆承受的軸力、側向變位、彎矩、剪力…等力學性質，並探討耦合剪力牆對側向變位之抑制效果，及當各項參數改變時其相對應之關係。

研究的方法是以繫樑的中心點為基準，建立變形的諧和條件式及力-位移的關係式，再求解聯立方程式，即可求得耦合剪力牆之解析解，再套入基本參數去做數值分析。

Coupled Shear Walls on Elastic Foundation Subjected to Lateral Loads

Student: Chin-Shun Ting

Advisor: Prof.Gin-Show Liou

Institute of Civil Engineering
College of Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

This study analyzed on the basis of high-rise in the elastic structure, coupled shear walls added later, when subject to lateral force, the obtained shear bear axial force, lateral deflection, bending moment, shear, etc. ... mechanical properties, and to explore the coupling of shear deformation on the lateral inhibition effect, and when the parameters change its corresponding relationship.

The method is based on research with the center of the beam as a benchmark, the establishment of conditional harmonic distortion and force - displacement relationship, in the solution of simultaneous equations, you can find the wall of the analytical solution, and then do numerical analysis .

誌 謝

當碩士論文寫到此頁，則代表我的碩士生涯要正式落幕了，二年的研究所時光看似漫長，實則如過眼雲煙轉瞬即逝。人生的美好不在於延續生命的永滅，而在於瞬間璀璨所散發出來的繽紛光芒，雖然二年時間匆匆而逝，但已在我的人生之中留下許多不可磨滅的奪目光采。首先最要感謝的人是劉俊秀老師，從學，整整二年寒暑從未間斷的辛勤教導，吾以為學如逆水行舟，而老師則像是裝在舟上的電動馬達，帶我一路勇往直前奮力不倦，不僅於課業上給予指導，更教曉我做人做事的態度，如今輕舟已過萬重山，老師對我的照顧及付出，點滴在心，無限感激！另外，要感謝口試委員黃炯憲教授、鄭復平教授所提供之寶貴意見。於交大土木結構組的研究團隊中，要感謝眾學長與學弟妹的幫助與鼓勵。特別感謝我的家人，如不是你們一直以來的包容及支持，我也不可能有今天的小小成就。最後，要感謝的人實在太多，如有被遺忘的朋友在此亦一併感謝，感謝大家於這二年來對我的照顧。有些人的碩士生涯過的如黑白像片般愁雲慘淡，但我的碩士生涯用資訊豐富的高光譜影像來描述亦不為過，在此也祝福所有還在學的朋友們都能夠在求學的路上綻放出各式各樣的光芒！

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
符號說明.....	VIII
第一章 緒論	1
1.1 前言.....	1
1.2 文獻回顧.....	3
1.3 研究動機與目的.....	4
第二章 Coupled Shear Walls 之解析模型	5
2.1 分析模式	5
2.2 解析解	8
· 受均佈力	14
· 受倒三角型分佈力	19
第三章 數值分析	23
3.1 數值假設模型.....	23
3.2 數值圖形.....	27

第四章 結論與建議	43
4.1 結論	43
4.2 建議	44
參考文獻	45



圖表目錄

圖 1 解析模型.....	5
圖 2 剪力牆自由體圖.....	6
圖 3 扭轉變形.....	8
圖 4 撓曲、剪力變形.....	9
圖 5 軸力變形.....	9
圖 6 基礎垂直、旋轉變形.....	10
圖 7 剪力牆受均佈側向載重示意圖.....	14
圖 8 剪力牆受倒三角形側向載重示意圖.....	19
圖 9 剪力牆與耦合剪力牆側向變位比較圖.....	27
圖 10 剪力牆軸力與 EI 之關係圖.....	28
圖 11 剪力牆側向變位與 EI 之關係圖.....	29
圖 12 剪力牆剪力流與 EI 之關係圖.....	30
圖 13 剪力牆彎矩與 EI 之關係圖.....	33
圖 14 剪力牆軸力與連樑 I_b 之關係圖.....	34
圖 15 剪力牆側向變位與連樑 I_b 之關係圖.....	35
圖 16 剪力牆剪力流與連樑 I_b 之關係圖.....	36
圖 17 剪力牆彎矩與連樑 I_b 之關係圖.....	32

圖 18 剪力牆軸力與土壤反力係數 k 之關係圖.....	38
圖 19 剪力牆側向變位與土壤反力係數 k 之關係圖.....	39
圖 20 剪力牆剪力流與土壤反力係數 k 之關係圖.....	40
圖 21 剪力牆彎矩與土壤反力係數 k 之關係圖.....	41



符號說明

A_1 , A_2 : 剪力牆 1、剪力牆 2 之面積

I_1 , I_2 : 剪力牆 1、剪力牆 2 之面積二次矩

I : 剪力牆總面積二次矩

l : 剪力牆 1 中心點至剪力牆 2 中心點的距離

b : 剪力牆中心點至邊緣的距離

h : 單一樓層高度

E : 混凝土的彈性模數

I_b : 繫樑的形狀因子

H : 總樓高

k_1 : 土壤的直線彈簧係數

k_2 : 土壤的扭轉彈簧係數

δ_v : 基底土壤的相對垂直位移

δ_θ : 基底土壤的扭轉位移

$N(z)$: 剪力牆額外承受之軸力

$M(z)$: 側向外力造成的總彎矩



第一章 緒論

1.1 前言

台灣地區位處環太平洋地震帶及亞熱帶地區，地震、颱風發生頻繁，因此結構物極易受到水平側力的危害，而在民國63年以前完全沒有耐震設計的相關規定，在民國63年時，內政部正式納入有關地震力的條文，雖然有將地震力的影響納入設計要求，但也僅只有地震力的大小要求，完全沒其它規定。到了民國71年大幅修改地震力的計算，增加了結構特性及地盤性質的影響。於民國78年局部修改台北盆地之地震力計算，更加入重要係數，以災害損失程度及救災等要求，而提高特殊建築物的耐震能力，直到民國86年營建署公佈了新版的建築技術規則建築構造篇第一章第五節「地震力」，並於民國86年7月公佈耐震設計規範及解說，將韌性設計要求納入設計規範，使國內建築物之耐震設計得到較精確的設計準則。九二一地震台灣中部地區蒙受嚴重損失，經過檢討後，將地震分區重新調整並提高設計地表加速度及設計地震力，民國94年將耐震設計從建築技術規則移出，單獨設置耐震設計規範，將地震分區改成以鄉鎮為單位的微分區，加入2500地震回歸期的強烈地震及近斷層區特性的考量，為降低地震力的影響，也增列隔震及減震的相關規定。

民國88年，台灣地區發生芮氏規模7.3的921大地震。根據國內學者及研究單位對於地震中受損建築物之調查，除了老舊房屋由於沒有耐震設計受損外，大部份受損建築物都是由於是住商混合的建築物，一樓為商店或辦公空間，缺乏牆壁隔間，樓上為住宅使用，充斥牆壁隔間，形成耐震設計所忌憚的軟弱層效應。而現行法規則鼓勵業主在建築物底層規劃所謂的「開放空間」來換取樓地板面積的優惠，因此設計出來的建築物極易出現軟弱層效應，豎向勁度不規則的情況。早期的建築法規中要求建築物必須地面設置騎樓，樓上與一樓間出現額外扭矩及短柱等效應而導致結構損壞。而損壞的原因除了施工品質不佳外，部分結構物未經結構計算，以及早期國內耐震設計規定並不完備等因素及設計地震力不足，也增加了結構物發生破壞的可能性。

近年來，由於建築材料的進步，超高建築與長跨度結構物盛行一時，而對於高樓結構而言，主要控制結構發展的因素反而由地震力改為風力，如何抑制高樓結構的側向變位更是主要課題，台北101大樓更是加裝了『調諧質量阻尼器』(Tuned Mass Damper, 簡稱TMD)用以抵抗風力造成之側向變位。

1.2 文獻回顧

在高樓結構物中，如何有效的抵抗側向力作用於建築物，如風力和地震荷載，並抑制結構頂端側位移是一個重要的課題，在工程師的分析研究中，可發現剪力牆結構體系對抵抗側向力具有很大的貢獻。

在設計剪力牆結構時，工程師最常用的分析方法，假設剪力牆結構是置於剛性基礎上，如此可以簡化數學上分析的難度，且一般來說是可行的，但要是遇到特殊的結構及土壤環境，為了求得更精確的分析結果，它可能須要去計算基礎的變形。在之前的文獻中，首先針對基礎部分由 Coull[1, 2]提出一個基本的假設：基礎有獨立扭轉及垂直的性質，然後用疊加的原理，用以推估一般案件加上旋轉和垂直基地的邊界條件。在隨後的研究中，Tso and Chan[3]則對同時會垂直和旋轉的基礎進行了研究，至目前為止，對於基礎彈塑性行為及土壤-結構相互作用的研究文獻仍很稀少，之後 Pekau[4]則採用基本連續法之理論來研究耦合剪力牆在撓曲基礎上的非線性行為。隨後 Jason and Choowu[5] 則提出一個離散力理論代替以前的平面牆線彈性理論[6]來分析剪力牆，再由 Jason and Nadjai[7]將理論由線彈性推廣到彈塑性，假設可塑性僅限於連接橫梁。本研究是以 Tall Building Structure[8] 一書中第十章之 coupled shear walls 之部分做延伸性之研究，參考 Coull, A. and Mukherjee[9]理論，假設基礎土壤為

彈性。分析剪力牆之軸力、剪力、彎矩、變位...等結論，並做後續之探討。

1.3 研究動機與目的

由文獻中，我們可以發現剪力牆可以有效地提高結構物抵抗側向載重的勁度，並有效減少側位移，本研究是由前人文獻中做延伸性的研究，主要是當加入耦合剪力牆於於高樓結構中，且將基礎土壤假設從剛性基礎改為彈性基礎，以連續法分析求解，使得到的結果也能更符合實際情況。



第二章 Coupled Shear Walls 之解析模型

2.1 分析模式

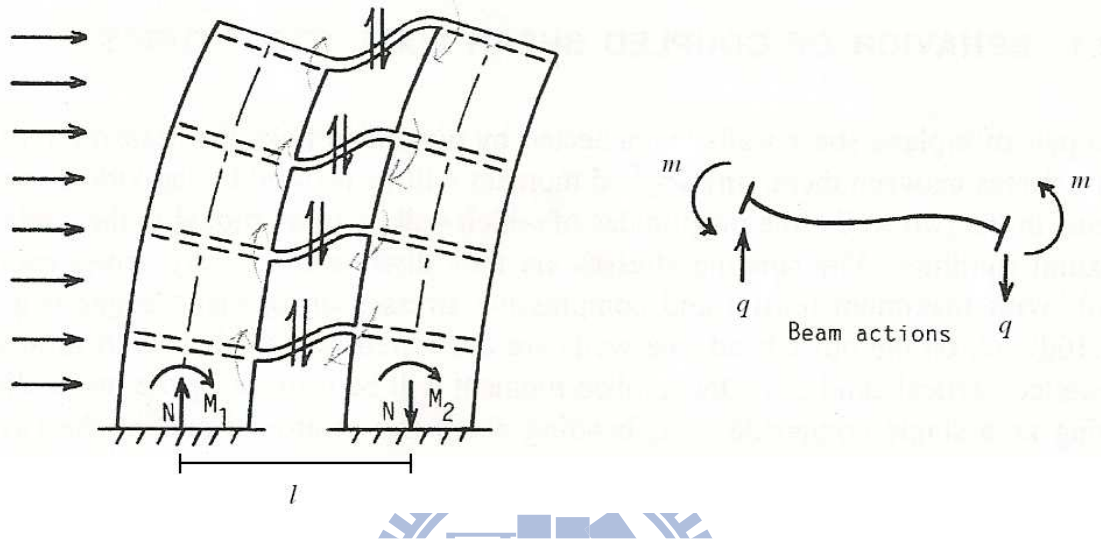


圖 1. Behavior of coupled shear walls

當耦合剪力牆承受側向外力作用時，將對繫樑造成彎曲及垂直變位，對樑端造成彎矩及剪力，當樑的剪力傳遞到剪力牆時，就會使得剪力牆承受軸力，在迎風面承受張力，背風面承受壓力，形成一對力偶，由靜平衡可知，外力造成的 M ，將分別由剪力牆彎矩 M_1 、 M_2 及力偶形成的彎矩 Nl 抵抗，如下式：

$$M = M_1 + M_2 + Nl$$

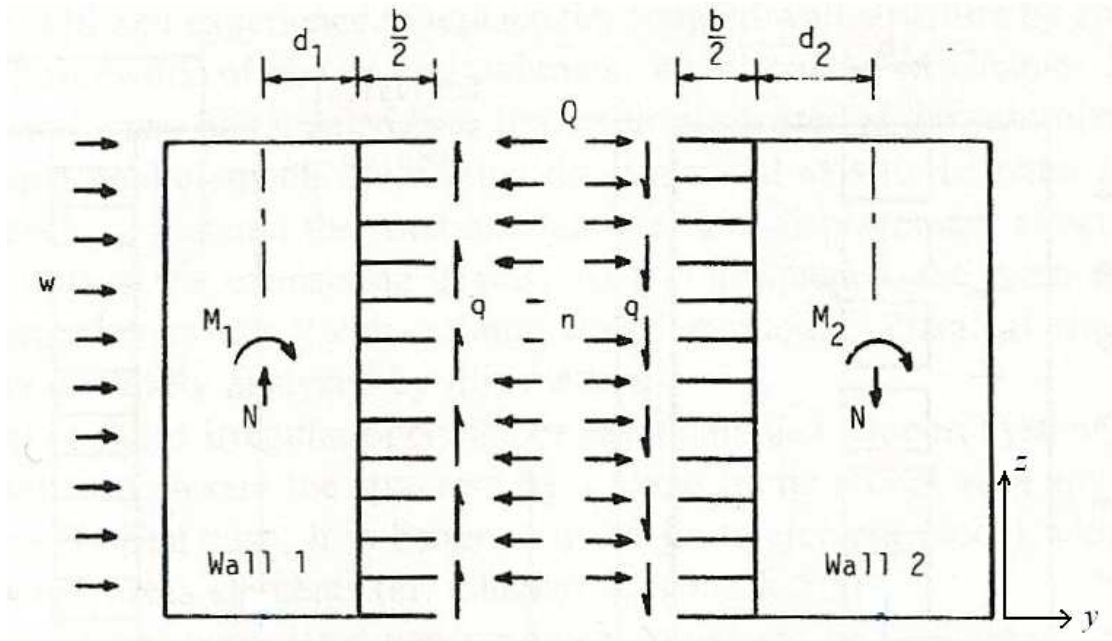


圖 2. 剪力牆自由體圖

沿繫樑中心點切自由體(圖 2)，並假設繫樑中離散的剪力、軸力、彎矩可被轉換成連續的函數 n 、 q 、 m ，因此我們可得知剪力牆之軸力是由繫樑之剪力由上向下逐漸累積得到，如下式

$$N = \int_z^H q dz \quad \Rightarrow \quad q = -\frac{dN}{dz}$$

基本假設：

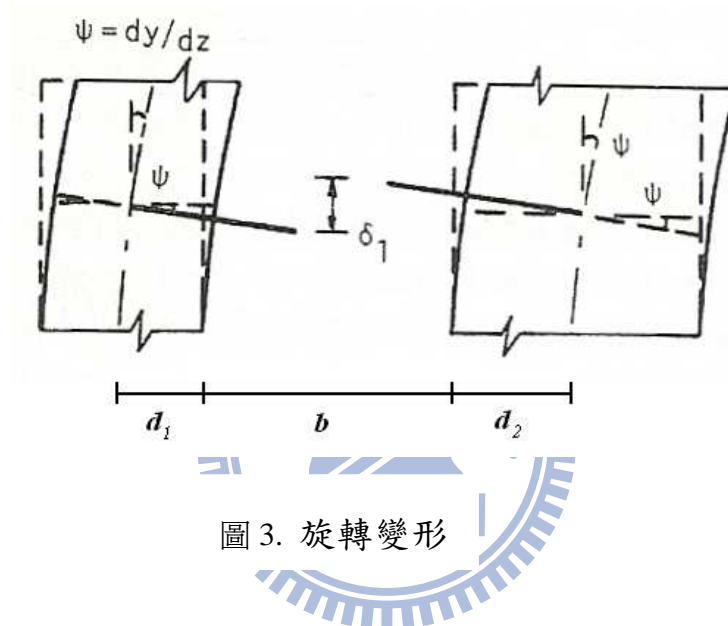
1. 剪力牆與繫樑的性質不變，且每層樓樓高不變
2. 所有的結構斷面變形前後仍維持平面
3. 繫樑的撓曲剛度 EI_b 須被轉為等效剛度 EI_b/h
4. 繫樑中離散的剪力、軸力、彎矩可被轉換成連續的函數 n 、 q 、 m
5. 剪力牆在相同高度上的撓曲變形是一致的，使剪力牆承受之彎矩大小將隨著撓曲剛度 EI 大小而分配
6. 每層樓之樓板假設為剛性樓版
7. 假設繫樑於軸向是剛性的，繫樑不會伸長縮短

分析方法：

取繫樑中心點的相對位移，用連續法分析求解，建立諧和方程式與力-位移的關係式，求解聯立方程組，即可得剪力牆額外承受之軸力函數 $N(z)$ 與彎矩函數 $M(z)$ ，然後再分別對剪力牆的剛度 EI 、繫樑 I_b 及土壤垂直反力係數 k_1 、土壤旋轉反力係數 k_2 值做相對討論。

2.2 解析解

當我們取繫樑中點之相對變位，以軸線右端相對於左端的相對變位，向上者為正、向下者為負。而針對繫樑中點之相對變位又可區分為旋轉變形、撓曲及剪力變形、軸力變形，基礎變形四部分，如下：



(1) 以剪力牆中線為中性軸，則繫樑中心點之相對變位如下：

$$\delta_1 = \left(\frac{b}{2} + d_1\right) \frac{dy}{dz} + \left(\frac{b}{2} + d_2\right) \frac{dy}{dz} = l \frac{dy}{dz}$$

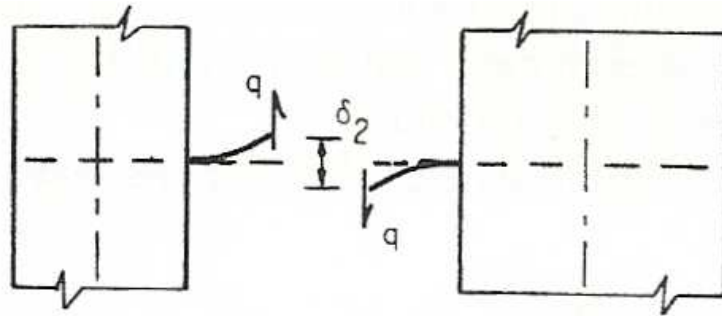


圖 4. 撓曲、剪力變形

(2) 在 q 作用下，由共軛樑法求得：

$$\delta_2 = -2 \frac{qdz}{3(EI_b/h)dz} \left(\frac{b}{2}\right)^3 = -\frac{qb^3h}{12EI_b} = \frac{b^3h}{12EI_b} \frac{dN}{dz}$$

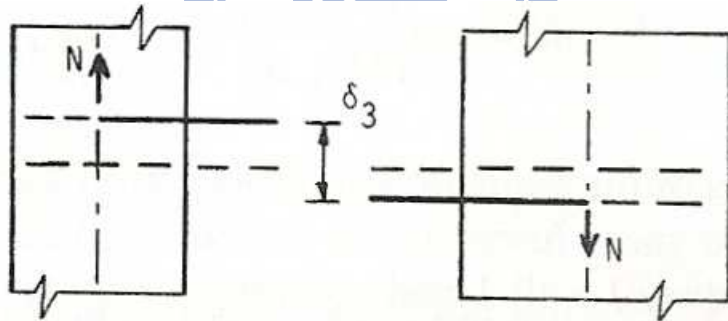
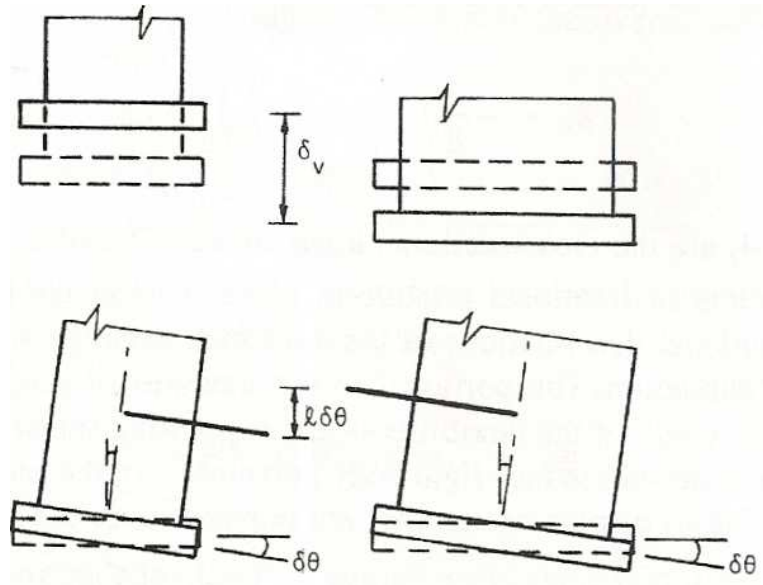


圖 5. 軸力變形

(3) N 作用下

$$\delta_3 = -\frac{l}{E} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}\right) \int_0^z N dz$$



(4) 基礎變形部分又區分為垂直、旋轉兩部分，相對變位如下：



$$\delta_A = -\delta_v + l\delta_\theta = \delta_b$$

圖 6. 基礎垂直、旋轉變形

我們可知繫樑中點之相對變位等於零(連續條件)，故可將上述四部分

結合成樑中點之相對變位諧和條件式，如下式：

$$l \frac{dy}{dz} + \frac{b^3 h}{12EI_b} \frac{dN}{dz} - \frac{1}{E} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^z N dz - \delta_v + l\delta_\theta = 0$$

再由材料力學及數學之理論，可知

$$\text{曲率 } \kappa = \frac{d^2 y}{dz^2}$$

及

$$\text{曲率 } \kappa = \frac{M}{EI}$$

由圖 2. 之自由體圖，可建立力-位移之關係式，如下：



Wall 1 :

$$EI_1 \frac{d^2 y}{dz^2} = M_1 = M - \left(\frac{b}{2} + d_1 \right) \int_z^H q dz - M_a$$

Wall 2 :

$$EI_2 \frac{d^2 y}{dz^2} = M_2 = -\left(\frac{b}{2} + d_2 \right) \int_z^H q dz + M_a$$

(M_a 為繫樑軸力對剪力牆底端中點之彎矩)

結合成：

$$E(I_1 + I_2) \frac{d^2 y}{dz^2} = M - l \int_z^H q dz = M - lN$$

$$\begin{cases} l \frac{dy}{dz} + \frac{b^3 h}{12EI_b} \frac{dN}{dz} - \frac{1}{E} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^z N dz - \delta_v + l \delta_\theta = 0 \dots\dots\dots (1) \\ E(I_1 + I_2) \frac{d^2 y}{dz^2} = M - l \int_z^H q dz = M - l N \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

將式(1)、(2)聯立，求解微分方程組

首先將式(1)對z微分一次消除常數項，得式(3)

$$l \frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{b^3 h}{12EI_b} \frac{d^2 N}{dz^2} - \frac{1}{E} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) N = 0 \dots\dots\dots (3)$$

由式(3)可得：

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = - \frac{b^3 h}{12EI_b l} \frac{d^2 N}{dz^2} + \frac{AN}{A_1 A_2 El}$$



之後代入式(2)，整理後形成一個N(z)的常微分方程，如下：

$$- \frac{b^3 h l}{12I_b l^2} \frac{d^2 N}{dz^2} + \left[1 + \frac{AI}{A_1 A_2 l^2} \right] N = \frac{M}{l}$$

上式中

$$\alpha^2 = \frac{12I_b l^2}{b^3 h l}$$

$$K^2 = 1 + \frac{AI}{A_1 A_2 l^2}$$

And

$$I = I_1 + I_2$$

$$A = A_1 + A_2$$

故可得第一個控制方程式，如下：

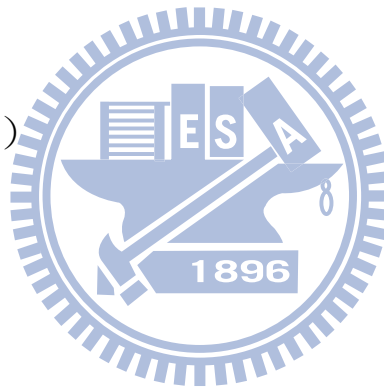
$$\frac{d^2 N}{dz^2} - (K\alpha)^2 N = -\frac{\alpha^2}{l} M$$

另一部分：

聯立求解式(2)與式(3)

由式(2)可知：

$$N = \frac{M}{l} - \frac{EI}{l} \frac{d^2 y}{dz^2}$$



微分二次

$$\frac{d^2 N}{dz^2} = \frac{1}{l} \frac{d^2 M}{dz^2} - \frac{EI}{l} \frac{d^4 y}{dz^4}$$

將上式代入式(3)，可得 $y(z)$ 之第二個控制方程式，如下：

$$\frac{d^4 y}{dz^4} - (K\alpha)^2 \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{d^2 M}{dz^2} - (K\alpha)^2 \frac{K^2 - 1}{K^2} M \right)$$

· 受均佈側向載重時

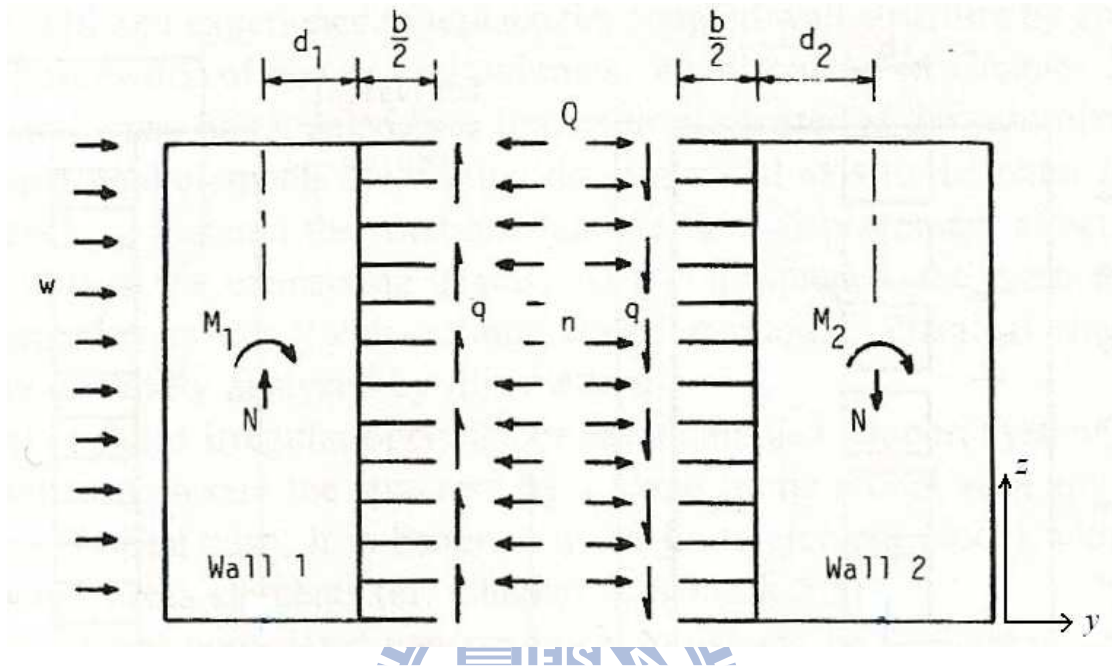


圖 7 剪力牆受均佈側向載重示意圖

如上圖所示，側向載重造成的彎矩函數如下：

$$M(z) = \frac{\omega(H - z)^2}{2}$$

以”未定係數法”求解第一個控制方程式

$$\frac{d^2 N}{dz^2} - (K\alpha)^2 N = -\frac{\alpha^2}{l} M$$

可得剪力牆軸力函數：

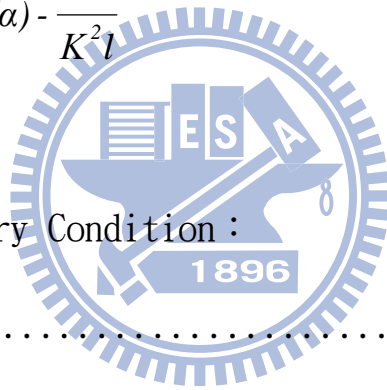
$$N(z) = C_1 \cosh(K\alpha z) + C_2 \sinh(K\alpha z) + \frac{\omega}{2K^2 l} z^2 - \frac{H\omega}{K^2 l} z + \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 l} + \frac{H^2 \omega}{2K^2 l}$$

對 $N(z)$ 微分一次，可得

$$\frac{dN}{dz} = C_1 (K\alpha) \sinh(K\alpha z) + C_2 (K\alpha) \cosh(K\alpha z) + \frac{\omega}{K^2 l} z - \frac{H\omega}{K^2 l}$$

and

$$\text{At } z = 0, \quad \frac{dN}{dz} = C_2 (K\alpha) - \frac{H\omega}{K^2 l}$$



配合下列四個 Boundary Condition：

$$\text{At } z = H, \quad N = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{At } z = 0, \quad \frac{b^3 h}{12EI_b} \frac{dN}{dz} - \delta_v + 2l\delta_\theta = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\delta_v}{2} = \frac{N(0)}{k_1} \dots\dots\dots (6)$$

$$\delta_\theta = \frac{M_1}{k_2} \quad \left(\text{其中 } M_1 = \frac{M - lN}{2} \right) \dots\dots\dots (7)$$

將上式(6)、(7)代入式(5)，整理可得

$$\frac{b^3 h}{12EI_b} [C_2(K\alpha) - \frac{H\omega}{K^2 l}] - \delta_v + 2l\delta_\theta = 0$$

所以

$$C_2 = \frac{12EI_b}{Kab^3 h} \delta_v - \frac{24EI_b l}{Kab^3 h} \delta_\theta + \frac{H\omega}{K^3 al}$$

其中

$$\delta_v = \frac{2}{k_1} C_1 + \frac{2\omega}{K^4 \alpha^2 l k_1} + \frac{H^2 \omega}{K^2 l k_1}$$

and

$$\delta_\theta = \frac{(K^2 - 1)H^2 \omega}{4K^2 k_2} - \frac{l}{2k_2} C_1 - \frac{\omega}{2K^4 \alpha^2 k_2}$$

又由式(4)可知：

$$C_1 = -C_2 \tanh(K\alpha H) - \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 l \cosh(K\alpha H)}$$

將上述結果整理後可形成一個只含 C_1 之方程式，故可求得係數 C_1 、

C_2 。

因此，我們可得到剪力牆軸力函數：

$$N(z) = C_1 \cosh(K\alpha z) + C_2 \sinh(K\alpha z) + \frac{\omega}{2K^2 l} z^2 - \frac{H\omega}{K^2 l} z + \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 l} + \frac{H^2 \omega}{2K^2 l}$$

其中

$$C_1 = \left[\left(-\frac{24EI_b \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 h k_1} - \frac{12EI_b H^2 \omega}{K^3 \alpha b^3 h k_1} + \frac{6(K^2 - 1)EI_b l H^2 \omega}{K^3 \alpha b^3 h k_2} - \frac{12EI_b l \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 h k_2} - \frac{H\omega}{K^3 \alpha l} \right) \right. \\ \left. \tanh(K\alpha H) - \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 l \cosh(K\alpha H)} \right] / F_1$$

$$F_1 = 1 + \frac{24EI_b}{Kab^3 h k_1} \tanh(K\alpha H) + \frac{12EI_b l^2}{Kab^3 h k_2} \tanh(K\alpha H)$$

$$C_2 = \frac{24EI_b}{Kab^3 h k_1} C_1 + \frac{24EI_b \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 h k_1} + \frac{12EI_b H^2 \omega}{K^3 \alpha b^3 h k_1} - \frac{6(K^2 - 1)EI_b l H^2 \omega}{Kab^3 h k_2} + \frac{12EI_b l^2}{Kab^3 h k_2} C_1 \\ + \frac{12EI_b l \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 h k_2} + \frac{H\omega}{K^3 \alpha l}$$

土壤垂直變形：

$$\frac{\delta_v}{2} = \frac{C_1}{k_1} + \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 l k_1} + \frac{H^2 \omega}{2K^2 l k_1}$$

土壤旋轉變形：

$$\delta_\theta = \frac{(K^2 - 1)H^2 \omega}{4K^2 k_2} - \frac{l}{2k_2} C_1 - \frac{\omega}{2K^4 \alpha^2 k_2}$$

再以”未定係數法”求解第二個控制方程式

$$\frac{d^4 y}{dz^4} - (K\alpha)^2 \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{d^2 M}{dz^2} - (K\alpha)^2 \frac{K^2 - 1}{K^2} M \right)$$

同理，可得剪力牆變形曲線函數：

$$y(t) = C_3 + C_4 z + C_5 \cosh(K\alpha z) + C_6 \sinh(K\alpha z) + \frac{(K^2 - 1)\omega}{24K^2 EI} z^4 - \frac{(K^2 - 1)H\omega}{6K^2 EI} z^3 - \frac{\omega}{2K^4 \alpha^2 EI} z^2 + \frac{(K^2 - 1)H^2 \omega}{4K^2 EI} z^2$$

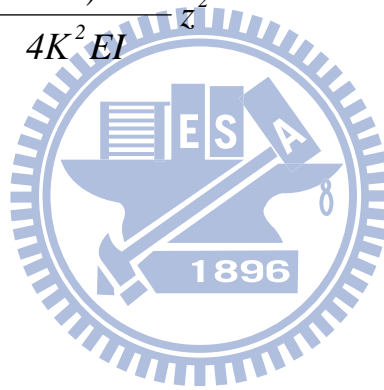
其中

$$C_3 = -C_5$$

$$C_4 = \frac{H\omega}{K^4 \alpha^2 EI}$$

$$C_5 = -C_6 \tanh(K\alpha H) + \frac{\omega}{K^6 \alpha^4 EI \cosh(K\alpha H)}$$

$$C_6 = \frac{\delta_\theta - C_4}{K\alpha}$$



· 受倒三角形側向載重時

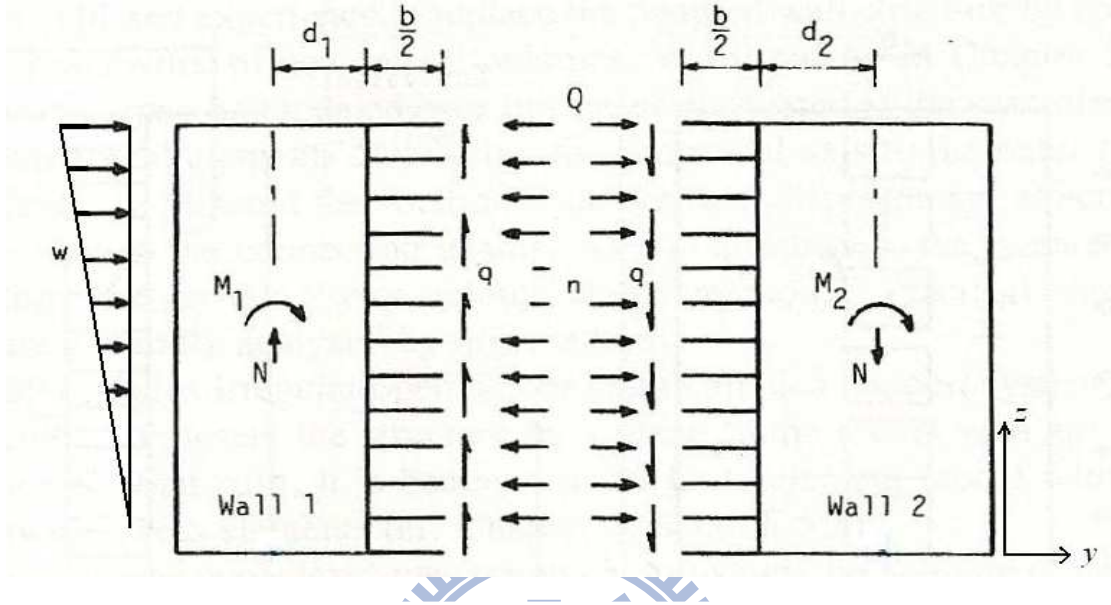


圖 8 剪力牆受倒三角形側向載重示意圖

如上圖所示，倒三角形側向載重造成的彎矩函數如下：

$$M(z) = -\frac{\omega}{6H} z^3 + \omega z^2 - \frac{3H\omega}{2} z + \frac{2H^2\omega}{3}$$

以”未定係數法”求解下述之微分方程式

$$\frac{d^2 N}{dz^2} - (K\alpha)^2 N = -\frac{\alpha^2}{l} M$$

配合下列四個 Boundary Condition :

$$\text{At } z = H, \quad N = 0$$

$$\text{At } z = 0, \quad \frac{b^3 h}{12EI_b} \frac{dN}{dz} - \delta_v + 2l\delta_\theta = 0$$

$$\delta_v = \frac{2N(0)}{k_1}$$

$$\delta_\theta = \frac{M_1}{k_2} \quad (\text{其中 } M_1 = \frac{M - lN}{2})$$

同理，可得剪力牆軸力函數：

$$N = C_1 \cosh(K\alpha z) + C_2 \sinh(K\alpha z) - \frac{\omega}{6K^2 H l} z^3 + \frac{\omega}{K^2 l} z^2 - \frac{3H\omega}{2K^2 l} z - \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 H l} z + \frac{2H^2 \omega}{3K^2 l} + \frac{2\omega}{K^4 \alpha^2 l}$$

其中

$$C_1 = \left[\left(-\frac{16EI_b H^2 \omega}{K^3 \alpha b^3 h l k_1} - \frac{48EI_b \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 h l k_1} + \frac{8(K^2 - 1)EI_b l H^2 \omega}{K^3 \alpha b^3 h k_2} - \frac{24EI_b l \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 h k_2} - \frac{3H\omega}{2K^3 \alpha l} - \frac{\omega}{K^5 \alpha^3 H l} \right) \tanh(K\alpha H) - \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 l \cosh(K\alpha H)} \right] / F_1$$

$$F_1 = 1 + \frac{24EI_b}{Kab^3 h k_1} \tanh(K\alpha H) + \frac{12EI_b l^2}{Kab^3 h k_2} \tanh(K\alpha H)$$

$$C_2 = \frac{24EI_b}{Kab^3hk_1} C_1 + \frac{16EI_b H^2 \omega}{K^3 ab^3 hlk_1} + \frac{48EI_b \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 hlk_1} - \frac{8(K^2 - 1)EI_b lH^2 \omega}{K^3 ab^3 hk_2}$$

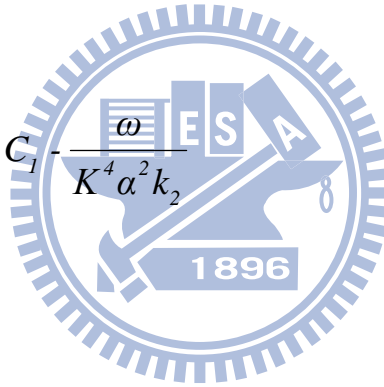
$$+ \frac{12EI_b l^2}{Kab^3 hk_2} C_1 + \frac{24EI_b l \omega}{K^5 \alpha^3 b^3 hk_2} + \frac{3H\omega}{2K^3 \alpha l} + \frac{\omega}{K^5 \alpha^3 Hl}$$

土壤垂直變形：

$$\frac{\delta_v}{2} = \frac{C_1}{k_1} + \frac{2H^2 \omega}{3K^2 lk_1} + \frac{2\omega}{K^4 \alpha^2 lk_1}$$

土壤旋轉變形：

$$\delta_\theta = \frac{(K^2 - 1)H^2 \omega}{3K^2 k_2} - \frac{l}{2k_2} C_1 - \frac{\omega}{K^4 \alpha^2 k_2}$$



同理，求解第二個控制方程式

$$\frac{d^4 y}{dz^4} - (K\alpha)^2 \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{d^2 M}{dz^2} - (K\alpha)^2 \frac{K^2 - 1}{K^2} M \right)$$

可得剪力牆變形曲線函數：

$$y(z) = C_3 + C_4 z + C_5 \cosh(K\alpha z) + C_6 \sinh(K\alpha z) - \frac{(K^2 - 1)\omega}{120K^2 EI} z^5 + \frac{(K^2 - 1)\omega}{12K^2 EI} z^4$$

$$- \frac{(K^2 - 1)H\omega}{4K^2 EI} z^3 - \frac{(K^2 - 1)\omega}{6K^4 \alpha^2 EI} z^3 - \frac{\omega}{K^2 \alpha^2 EI} z^2 + \frac{(K^2 - 1)H^2 \omega}{3K^2 EI} z^2$$

$$+ \frac{(K^2 - 1)\omega}{K^4 \alpha^2 EI} z^2$$

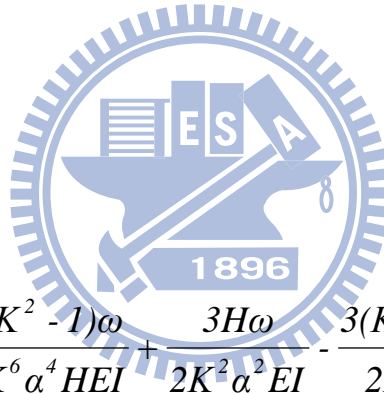
其中

$$C_3 = -C_5$$

$$C_4 = \frac{\omega}{K^4 \alpha^4 EI} - \frac{(K^2 - 1)\omega}{K^6 \alpha^4 EI} + \frac{3H\omega}{2K^2 \alpha^2 EI} - \frac{3(K^2 - 1)H\omega}{2K^4 \alpha^2 EI}$$

$$C_5 = -C_6 \tanh(K\alpha H) + \frac{\omega}{K^4 \alpha^4 EI \cosh(K\alpha H)} - \frac{(K^2 - 1)\omega}{K^6 \alpha^4 EI \cosh(K\alpha H)}$$

$$C_6 = \frac{\delta_\theta - C_4}{K\alpha}$$



第三章 數值分析

3.1 數值假設模型

本節主要是分析在彈性基礎上之耦合剪力牆，在不同之條件情況下，受側向載重後之力學反應結果。

將由第二章解析而得之剪力牆軸力函數 $N(z)$ 與變形函數 $y(z)$ 之結果，以總高 100 M 25 層的耦合剪力牆結構，承受倒三角形之側向載重時，套入實際的參數，使用 matlab 程式軟體去繪圖分析看結果有何不同，並加以討論之。

基礎材料參數：

混凝土強度 $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$

剪力牆長度 $2d = 500 \text{ cm}$

剪力牆厚度 $t = 20 \text{ cm}$

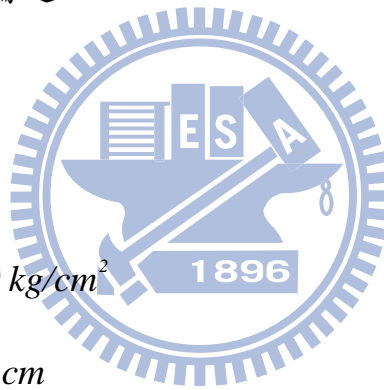
樓高 $H = 10000 \text{ cm}$

每層樓高 $eh = 400 \text{ cm}$

連樑長度 $b = 300 \text{ cm}$

土壤反力常數 $k_1, k_2 = 10000 \text{ kg/cm}^2$ (相對基準)

繫樑 $I_b = 3645000 \text{ cm}^4$ (相對基準)



之後我們主要針對四個部分進行討論，如下：

- (1) 套用材料基本參數，假設剪力牆是座落於剛體上且受倒三角形分佈力時，並以 60cm×90cm 的繫樑做連接，其他條件皆相同，相互比較耦合剪力牆與一般剪力牆受側向載重時之側向變位之抑制能力。
- (2) 當逐漸增加剪力牆之 EI 值時之反應。
- (3) 當把繫樑之 I_b 逐漸縮小，使剪力牆之耦合效應逐漸喪失時之反應。
- (4) 當把土壤之垂直及旋轉反力係數同時放大時，使土壤逐漸趨向剛體時之反應。



數據結果：

- 1、 由圖.9 可知於高樓結構中加入耦合剪力牆結構時，相較於一般剪力牆，於側向變位有明顯的抑制，說明耦合剪力牆用來抵抗側向載重確有更好的效果。
- 2、 調整剪力牆之撓曲剛度 EI 值逐漸放大時，可以得到幾個結論：
 - (1) 由圖.10 可知，當我們把剪力牆之撓曲剛度 EI 放大時，剪力牆本身對於撓曲的抵抗能力變強，使得因耦合作用而造成之軸力反而減小。

- (2) 由圖.11 可知當剪力牆 EI 之越大時，撓曲勁度越大抵抗側向載重能力越好，故位移越來越小且會逐漸收斂至一定值。
- (3) 由圖.13 圖形可知，尚無法找到很明顯之規則，只發現變形曲線之反曲點有下降的趨勢。

3、 減小繫梁的斷面模數 I_b ，逐漸縮小使之趨近於零時，即代表著剪力牆耦合作用逐漸降低，最終無耦合效果，可以得到幾個結論：

- (1) 由圖.14 之軸力圖可知，當我們把繫樑之 I_b 逐漸減小至零時，則剪力牆間耦合作用逐漸喪失，剪力牆之軸力也逐漸趨於零，剪力牆力學行為反而趨向懸臂樑一樣。
- (2) 由圖.15 之變形函數圖可發現其變形曲線與一般懸臂樑變形曲線有所出入，經分析研究後，確定是基礎土壤之反力係數給定太小，反而因基礎沉陷及旋轉變型過大，使結構物發生傾倒之狀況。
- (3) 當剪力牆間之繫樑 I_b 逐漸縮小，其行為越來越趨向懸臂樑，由圖.17 之剪力牆的彎矩圖也可互為映證。

4、 當我們同時放大土壤反力係數 k_1 、 k_2 時，代表基礎土壤越來越硬，最終趨向剛體時，可以得到幾個結論：

(1) 本部分主要再討論，當我們將土壤反力係數 k_1 、 k_2 值逐漸加大使土壤假設為剛性時，其結果會有怎樣之變化，如預料土壤之變形量會慢慢減小至零（表三）。

(2) 由圖.19 可發現當我們將土壤 k 值逐漸放大時，對於剪力牆之變形曲線影響不大。

(3) 由圖.18 及圖.21 可發現剪力牆之彎矩於靠近基礎地部位將隨著土壤反力係數的加大而增加，我們可以理解為其基地的邊界條件由不可承受彎矩之hinge 轉變成可承受彎矩之固端，所以基底部分的彎矩才會又增加的趨勢，而由此可也可反推基底軸力會逐漸縮小也是合理的。