

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

利用振動頻率判別橋墩基礎裸露之可行性研究

A Study on the Feasibility of Identifying the Exposure of a Bridge Pier  
Foundation by Using It's Natural Frequencies

研究生：張鈞誠

指導教授：黃炯憲 博士

中華民國一百零一年一月

# 利用振動頻率判別橋墩基礎裸露之可行性研究

## A Study on the Feasibility of Identifying the Exposure of a Bridge Pier Foundation by Using It's Natural Frequencies

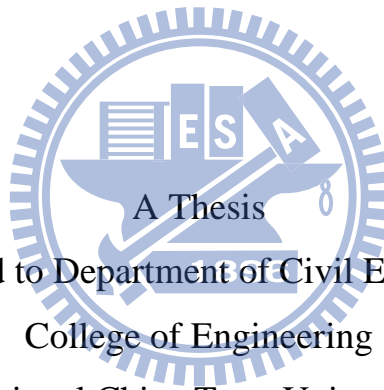
研究生：張鈞誠

Student : Chun-Cheng Chang

指導教授：黃炯憲

Adviser : Dr. Chiung-Shiann Huang

國立交通大學  
土木工程學系  
碩士論文



Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in  
Civil Engineering

January 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百零一年一月

# 利用振動頻率判別橋墩基礎裸露之可行性研究

研究生：張鈞誠

指導教授：黃炯憲 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

## 摘要

利用量測橋體之振動頻率判別橋墩基礎裸露或沖刷之想法常被提及；本研究之目的即為利用現地實驗及數值模擬探討該想法之可行性。利用廢棄之宜蘭牛鬥橋進行現地實驗，考慮一橋墩基礎裸露四米對橋梁振動頻率之影響。透過 ARV(Auto-Regressive Vector)模式及 ARX(Auto regressive model)模式，分別分析微動及自由振動量測反應，識別整個橋體及橋墩局部自然振動頻率。如所預期，基礎裸露對橋墩局部自然振動頻率有較明顯之影響，但對整體橋梁之自然振動頻率無明顯之影響。為進一步探討橋樑型式(單跨、兩跨及三跨連續)、土壤性質及裸露程度對該局部自然振動頻率之影響，本研究利用 SAP2000 進行模擬分析。

# **A Study on the Feasibility of Identifying the Exposure of a Bridge Pier Foundation by Using It's Natural Frequencies**

Student:Chun-Cheng Chang

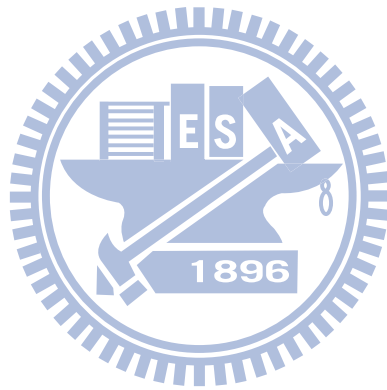
Adviser: Dr. Chiung-Shiann Huang

Department of Civil Engineering  
National Chiao Tung University

## **Abstract**

It is a common approach to identify the exposure of a bridge pier foundation via the measured vibration frequencies. The main purpose of the work is to investigate the feasibility of this approach in a real application through situ tests and numerical simulations. The situ tests including ambient vibrations tests and impulse tests are carried out at Nioudou Bridge in Ilan County. An excavation up to four-meter deep is performed around a pier foundation of the bridge to study the effect of the scour depth around a pier foundation on the vibration frequencies of the bridge. The ARV(Auto-Regressive Vector) and ARX (Auto-Regressive with Exogenous Input) models are employed to process the measured velocity responses from ambient vibration tests and impulse tests, respectively, and to estimate the dynamic characteristics of the bridge. It is found that the exposure of a pier foundation can yield a significant decrease in vibration frequencies of local modes, but not for the global modes of the bridge. Finite element analyses are further carried out using SAP2000 to investigate the effects of the scour depth

around a pier foundation on vibration frequencies of two-span continuous and three-span continuous bridges with different soil properties.



# 誌謝

本文承蒙恩師 黃炯憲教授在研究期間悉心指導與不厭其煩的校正，方得以順利完成。黃老師對學術之嚴謹與執著的精神令人欽佩，這兩年多來於老師的身教、言教之中，讓學生受惠無窮。

論文口試期間承蒙 鄭復平教授、劉俊秀教授、林昌佑教授及 陳振華教授對於本論文的指教，讓我能改善不足之處，使論文更加趨於完整，謹此致謝。

論文研究及撰寫期間，特別感謝威智學長、連杰學長、仲偉學長、加地學長、明儒學長及勇奇學長給予我相當多的指導與協助。另外，感謝靖俞學長、政甯學長、志偉學長、宛臻學姊、熾糧學姊、凱平學長及穎泰學長在我研究所生活中的幫忙與照顧。同窗好友中原、博然、維莘、江祥、進順、宣妤、連峰、柏林、綸桓、孟軒、思伶及學弟妹承哲、旭進、裕鈞、芳琳一起在生活和研究中學習成長、相互激勵與幫助。另外，也特別感謝高雄大學的同窗好友鴻諺及弘斌，在我做實驗與研究時給予我的幫助。

最後感謝我的家人，有你們的支持與鼓勵，才能讓我順利完成我的碩士學位，以及感激我所遇見的每個人所對我的幫助。最後謹將我的論文獻給所有愛我的人和我愛的人。

# 目錄

摘要 .....	i
Abstract.....	ii
致謝 .....	iv
目錄 .....	v
表目錄 .....	vii
圖目錄 .....	ix
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 研究目的及方法 .....	1
1.3 文獻回顧 .....	2
1.4 論文內容 .....	5
第二章 橋梁現地動態試驗 .....	6
2.1 測試橋體介紹 .....	6
2.2 環境微動試驗 .....	7
2.3 自由振動試驗 .....	9
第三章 分析方法 .....	13
3.1 ARV 系統識別方法步驟流程 .....	13
3.2 ARX 系統識別方法步驟流程 .....	17
第四章 試驗分析結果與比較 .....	21
4.1 微動試驗分析結果與動態特性比較 .....	21
4.2 自由衰減試驗分析結果 .....	25
4.3 衝擊試驗分析結果與動態特性比較 .....	27

第五章 有限元素模型 .....	31
5.1 牛鬥橋有限元素模型建立 .....	31
5.2 有限元素模型修正及分析 .....	37
5.3 基礎裸露對於橋梁單元之自然振動頻率的影響 .....	39
第六章 結論與建議 .....	41
6.1 結論 .....	41
6.2 建議 .....	42
參考文獻 .....	43





# 表目錄

表 2.1 各項試驗連續 AC 磨耗層及止震塊之情況 .....	47
表 2.2 微振感應子 (VES-15D1) 規格 .....	47
表 2.3 微動試驗 (一) 測站位置及量測方向 .....	48
表 2.4 微動試驗 (二) 測站位置及量測方位 .....	49
表 2.5 壓電式之傾角計 (NB3) 規格 .....	50
表 2.6 自由衰減試驗測站位置及量測方位 .....	50
表 2.7 衝擊試驗測站之測點、數目、量測方位 .....	51
表 4.1 微動試驗動態特性分析結果 .....	52
表 4.2 衝擊試驗傅氏譜第一高峯值頻率表 .....	53
表 4.3 衝擊試驗動態特性分析結果 .....	54
表 5.1 橡膠於不同硬度時之設計剪力彈性模數 .....	54
表 5.2 N=325 各項彈簧常數 .....	55
表 5.3 N=50 各項彈簧常數 .....	56
表 5.4 N=20 各項彈簧常數 .....	57
表 5.5 N=80 各項彈簧常數 .....	58
表 5.6 N=100 各項彈簧常數 .....	59
表 5.7 N=150 各項彈簧常數 .....	60
表 5.8 N=200 各項彈簧常數 .....	61
表 5.9 N=250 各項彈簧常數 .....	62
表 5.10 未修正模型與微動試驗動態特性之差異表 .....	63
表 5.11 修正模型與微動試驗動態特性之差異表 .....	64

表 5.12 修正模型動態特性分析結果.....	65
表 5.13 案例一分析結果.....	66
表 5.14 案例二分析結果.....	67
表 5.15 案例三分析結果.....	68
表 5.16 案例四分析結果.....	69



# 圖目錄

圖 2.1 橋梁全跨側視圖(公尺).....	70
圖 2.2 橋梁 RC 橋墩斷面圖(cm).....	71
圖 2.3 沉箱基礎斷面(cm).....	72
圖 2.4 預力 I 型大梁側視圖(m).....	72
圖 2.5 預力 I 型大梁斷面(A-A 斷面、B-B 斷面、C-C 斷面).....	73
圖 2.6 橋面板連續 AC 磨耗層切割狀態.....	73
圖 2.7 橋面板連續 AC 磨耗層未切割狀態.....	74
圖 2.8 SPC-51A.....	74
圖 2.9 攜帶型集錄系統.....	75
圖 2.10 微振感應子 (VES-15D1).....	75
圖 2.11 微動試驗 (一) 測站位置.....	76
圖 2.12 微動試驗 (二) 未裸露現地照片.....	76
圖 2.13 微動試驗 (二) 測站位置.....	77
圖 2.14 微動試驗 (二) 裸露四米現地照片.....	77
圖 2.15 壓電式之傾角計 (NB3).....	78
圖 2.16 自由衰減試驗未裸露現地照片.....	78
圖 2.17 自由衰減試驗裸露四米現地照片.....	79
圖 2.18 自由衰減試驗測站位置.....	79
圖 2.19 自由振動試驗裝置示意圖.....	80
圖 2.20 實驗室-鋼棒抗拉試驗.....	81
圖 2.21 鋼棒抗拉試驗結果(力量-伸長量圖).....	81

圖 2.22 衝擊試驗裝置示意圖 .....	81
圖 2.23 衝擊試驗未裸露現地照片 .....	82
圖 2.24 衝擊試驗裸露四米現地照片 .....	82
圖 2.25 衝擊試驗測站位置 .....	83
圖 3.1 ARV 系統識別流程圖 .....	84
圖 3.2 ARX 系統識別流程圖 .....	85
圖 3.3 Meyer 小波函數( $\Psi(t)$ ).....	86
圖 3.4 $\hat{\Psi}(\omega)$ 之各頻率分量 .....	86
圖 4.1 基礎未裸露 Y 向時間歷時圖(a)、(b)、(c) .....	89
圖 4.2 基礎未裸露 Z 向時間歷時圖(a)、(b)、(c).....	92
圖 4.3 基礎裸露四米 Y 向時間歷時圖(a)第一段；(b)第二段；(c)第三段 .95	
圖 4.4 基礎裸露四米 Z 向時間歷時圖(a)第一段；(b)第二段；(c)第三段 .98	
圖 4.5 基礎未裸露 X 向時間歷時圖.....	99
圖 4.6 基礎裸露四米 X 向時間歷時圖.....	100
圖 4.7 基礎未裸露 X 向傅氏譜.....	101
圖 4.8 基礎裸露四米 X 向傅氏譜.....	101
圖 4.9 基礎未裸露 Y 向傅氏譜.....	102
圖 4.10 基礎裸露四米 Y 向傅氏譜.....	103
圖 4.11 基礎未裸露 Z 向傅氏譜.....	104
圖 4.12 基礎裸露四米 Z 向傅氏譜.....	105
圖 4.13 X 向微動試驗(二)基礎未裸露之振態形狀 .....	106
圖 4.14 X 向微動試驗(三)基礎裸露四米之振態形狀 .....	106
圖 4.15 Y 向微動試驗(一)基礎未裸露之振態形狀 .....	107

圖 4.16 Y 向微動試驗(一)基礎裸露四米之振態形狀.....	108
圖 4.17 Z 向微動試驗(一)基礎未裸露之振態形狀.....	109
圖 4.18 Z 向微動試驗(一)基礎裸露四米之振態形狀.....	109
圖 4.19 自由衰減試驗橋面版(速度)反應歷時圖.....	110
圖 4.20 自由衰減試驗橋柱(加速度)反應歷時圖.....	111
圖 4.21 自由衰減試驗橋柱(角度)反應歷時圖.....	112
圖 4.22 自由衰減試驗橋面版(速度)傅氏譜.....	113
圖 4.23 自由衰減試驗橋柱(加速度)傅氏譜.....	113
圖 4.24 自由衰減試驗橋柱(角度)傅氏譜.....	114
圖 4.25 微動試驗(二)橋面板(速度)傅氏譜.....	114
圖 4.26 自由衰減試驗基礎未裸露及裸露四米之橋柱 X 向頻率模態圖...	115
圖 4.27 衝擊試驗基礎未裸露之橋柱反應歷時圖.....	117
圖 4.28 第一筆衝擊試驗基礎未裸露之橋柱 X 向反應歷時圖.....	118
圖 4.29 第二筆衝擊試驗基礎未裸露之橋柱 X 向反應歷時圖.....	119
圖 4.30 第一筆衝擊試驗基礎裸露四米之橋柱 X 向反應歷時圖.....	120
圖 4.31 第二筆衝擊試驗基礎裸露四米之橋柱 X 向反應歷時圖.....	121
圖 4.32 第一筆及第二筆衝擊試驗基礎未裸露之橋柱 X 向傅氏譜.....	122
圖 4.33 第一筆及第二筆衝擊試驗基礎裸露四米之橋柱 X 向傅氏譜.....	123
圖 4.34 衝擊試驗基礎未裸露及裸露四米之橋柱 X 向頻率模態圖.....	124
圖 5.1 牛鬥橋模型圖.....	125
圖 5.2I 型大梁 FEM 圖.....	126
圖 5.3 橋面板 FEM 圖.....	126
圖 5.4 橫隔板 FEM 圖.....	127
圖 5.5 角鋼伸縮縫斷面圖.....	127

圖 5.6 帽梁、橋柱及沉箱基礎 FEM 圖.....	128
圖 5.7 上部結構與下部結構接續方式示意圖.....	128
圖 5.8 合成橡膠支承墊示意圖.....	129
圖 5.9 支承墊模擬位置.....	129
圖 5.10 橡膠支承墊尺寸圖(cm).....	130
圖 5.11 等值土壤彈簧示意圖.....	130
圖 5.12 SAP2000 土壤彈簧示意圖.....	131
圖 5.13 地質性質圖.....	131
圖 5.14 沉箱底面彈簧節點示意圖.....	132
圖 5.15 X 向 SAP2000 基礎未裸露與裸露四米之振態形狀.....	133
圖 5.16 Z 向 SAP2000 基礎未裸露與裸露四米之振態形狀.....	133
圖 5.17 Y 向 SAP2000 基礎未裸露與裸露四米之振態形狀.....	134
圖 5.18 SAP2000 基礎未裸露及裸露四米之橋柱 X 向頻率模態圖.....	135
圖 5.19 兩跨連續單元.....	136
圖 5.20 三跨連續單元.....	136
圖 5.21 案例一 橋梁模型圖.....	137
圖 5.22 案例二 橋梁模型圖.....	137
圖 5.23 案例三 橋梁模型圖.....	137
圖 5.24 案例四 橋梁模型圖.....	138
圖 5.25 案例一 橋梁子結構頻率改變量.....	139
圖 5.26 案例二 兩跨連續單元頻率改變量.....	139
圖 5.27 案例三 三跨連續單元頻率改變量(單柱裸露).....	140
圖 5.28 案例四 三跨連續單元頻率改變量(雙柱裸露).....	140

# 第一章 緒論

## 1.1 前言

由於台灣位於地殼運動活躍的地區，造成台灣高山林立以及台灣南北向長、東西向短的地形，使得台灣河川密布且具有水急路短的特色，加上颱風及豪雨等氣候的關係，嚴重的橋梁基礎裸露沖刷的問題，是台灣跨河橋最常面臨的安全性問題。而基礎裸露的問題，在於基礎覆土深度的降低，導致橋梁承載強度的下降，此時橋梁所受到的承載超過基礎承載強度時，會造成橋梁的損壞或倒塌。有鑒於此，若是能藉由監測方式，隨時了解位於水中橋墩基礎裸露深度，將可估算其對橋梁的影響，避免災害發生，對於提高橋梁安全性有極大的幫助。在各種相關監測中，利用量測橋梁之動態反應估算橋梁頻率，估計橋墩基礎裸露深度是一常被提及之作法。

## 1.2 研究目的及方法

本研究旨在利用結構基本動態試驗，了解橋墩基礎裸露對於橋梁動態特性的影響，及利用有限元素分析軟體(SAP2000)，考慮土壤與結構互制關係下，設計不同的橋梁結構模型，分析在不同的土壤 N 值中，對於基礎裸露所造成橋梁單元的自然振動頻率影響。

為了瞭解橋墩基礎裸露對於橋梁動態特性的影響，吾人以三種現地試驗項目，分別為微動試驗、自由衰減試驗及衝擊試驗，對位於宜蘭牛鬥橋進行試驗，再利用系統識別分析方法，分析現地量測資料，以識別出橋梁真實動態特性(自然振動頻率及模態等)。利用 ARV 系統識別方法，分析微動量測反應，識別橋梁整體動態特性；自由衰減試驗及衝擊試驗是利用 ARX

系統識別分析方法識別橋墩動態特性。並在這三種試驗項目中，考慮橋柱基礎裸露零米與四米之兩種不同深度，藉此識別兩種基礎裸露深度的改變，以了解基礎裸露對於橋梁及橋墩動態特性的影響。搭配現地量測資料及橋梁設計圖建立有限元素軟體之 SAP2000 模型，並進一步改變不同的橋梁結構模型，分析在不同的土壤 N 值中，對於基礎裸露所造成橋梁單元的自然振動頻率影響。

### 1.3 文獻回顧

李維峰等人 [1] 與張嘉峰和梅興泰 [2] 主要是探討橋梁墩柱在沖刷裸露後振動頻率的變化關係。利用微動量測的方式，將速度計設置在橋墩柱及樁帽上，分別在聖帕颱風前後進行微振動及車行前後的振動量測，預期能夠在颱風前後，得出每個橋墩振動頻率與沖刷深度的關係。將資料經由希爾伯特黃轉換與快速傅利葉轉換求取其頻譜反應的變化，發現頻率與沖刷的關係並不明顯，雖然關係並不明顯，但從微振動量測所分析的結果，可以看出短柱(4m)響應比長柱(11m)響應頻率能量大，且頻率均高於長柱(短柱最大能量頻率發生在 2.63~3.32Hz；長柱最大能量頻率發生在 2.88~3.5Hz)。陳建雲 [3] 以量測 10 座現地橋梁進行分析，其分析結果與有限元素軟體所建立模型近似，車行方向頻率相差為 2.3%~3.7%，水流方向頻率相差為 3.4%~7.7%，初步以模型探討，發現沖刷深度及土壤性質對於橋梁自然振動頻率是有所影響。許澤善 [4] 利用有限元素軟體建立樁基礎 3D 模型，建立河床未沖刷以及沖刷 16.5 公尺之模型改變，其模態分析結果顯示，對於同一模態而言，主梁、格梁及橋面版之組合體之振動幅度隨河床沖刷深度之增加而增加，而頻率則是隨之減少。王鴻諺 [5] 是以微動試驗和帽梁衝擊試驗配合模擬橋梁沖刷進行現地試驗。藉由開挖橋墩基礎 1.5 公



尺及 3 公尺作為橋樑沖刷模擬，並將速度計放置於橋墩上進行施測，探討橋墩頻率變化的情形。發現在微動試驗中，橋墩 X 向(車行方向)的頻率在未沖刷(0m)時為 12.73 Hz，再以開挖 3 公尺後回填再作施測，其量測回淤時 X 向頻率為 12.52 Hz，與未沖刷時相差 1.5%。在帽梁衝擊試驗中，以相同開挖深度進行回填，並在未沖刷及沖刷 3 公尺深度時，以衝槌敲擊 X 向後進行施測，其橋墩 X 向未沖刷時頻率為 12.66 Hz，回淤時頻率為 12.40 Hz，未沖刷與回淤時兩者相差 2.1%。發現回淤的頻率均低於沖刷時的頻率，無法回到未沖刷前的頻率。賴姿妤 [6]則是以單柱橋梁樁基礎沖刷裸露之振動台實驗。在基礎未裸露時，第一模態為 2.038Hz，裸露深度為 3 倍樁直徑時，第一模態為 1.560Hz，裸露深度為 6 倍樁直徑時，第一模態為 0.977Hz。發現基礎裸露深度的增加，對於單柱樁的頻率是會隨之減少。從另一實驗中，相同基礎未裸露狀態下，將柱底設為固定端時，頻率為 3.236Hz，而考慮土壤狀態時，頻率為 2.040Hz。可知土壤與結構的互制效應，會有不同的頻率反應。柯永彥等人 [7]與[8]則是以實際發生基礎裸露的公路橋梁進行現地振動量測，並建立橋梁單元有限元素模型進行數值分析，以探討橋墩基礎裸露所造成橋梁上部結構振動特性之變化。將速度計固定於各橋墩位置對應之橋面板旁，進行橋梁現地微振動及車行振動，綜合橋梁現地量測與數值分析之結果，在輕微裸露(2~3m)之 P2 橋墩具有顯著的頻率 2.1Hz，而嚴重裸露(5.5m~7m)之 P3 橋墩則是 1.7Hz，確實可以從橋墩頂部之振動反應特性反映橋墩基礎裸露的程度，然實際上橋梁結構為較複雜之結構體，故想合理判讀振動量測所得資料，須先對真實結構進行數值模型，以了解橋梁振動行為特性，才能使後續對振動量測資料進行合理判讀。姚錦寶等人 [9]則是以重捶敲擊橋梁，測點擺設於橋墩(柱高 7.85m)頂部、向下 1.75 公尺處及向下 3.5 公尺處，分析結果發現在基礎裸露時，裸露深度越深(1m、2m、

3m)，橋墩第一模態自然振動頻率(6.59Hz、6.35Hz、6.23Hz)下降的越多，而橋墩的振幅比會越小，且橋墩振動會由彎曲振動族逐漸轉向橫擺振動。王仲宇等人 [10]則是探討河床沖刷造成之基礎裸露對橋梁振動頻率特性之影響。量測因車流載重引致的橋樑振動的現地實驗，並將資料進行頻譜分析，識別橋梁的自然振動頻率與模態振形。由識別結果發現在沖刷深度改變 1~3m 時，可觀察到橋梁車行方向頻率由 5.77Hz 變化到 5.23Hz，水流方向頻率由 5.77Hz 變化到 5.22Hz，垂直方向頻率由 5.11Hz 改變到 4.92Hz。張達德等人 [11]利用間斷性準則(intermittency criterion)可有效地將使用者不需要的隨機震動訊號給萃取出來，萃取過後的主要訊號會更加近似橋墩系統真實的震動訊號，再利用 HHT(Hilbert-Huang transform)頻譜圖及邊際頻譜圖(Marginal spectrum)進行分析討論。其分析結果再樁基礎在橋墩未沖刷時，HHT 頻譜圖呈現 1~4Hz 的區間震盪而頻譜能量較集中於 2~3Hz 之間，而當樁基礎因沖刷產生 1.5 公尺裸露時，HHT 頻譜圖瞬時頻率會下降至 1.7Hz，且頻譜圖形已無震盪的區間，配合此現象則可判讀橋墩是否受到沖刷產生裸露。Feng 等人 [12]進行一系列的模擬，利用有限元素軟體，假設不同的沖刷深度，產生大量的頻率數據，再藉由基因演算法尋找沖刷深度與頻率的關係公式。Lee 等人 [13]則是利用 Back-Propagation Neural Network (BPN)，以有效的數據反覆進行神經網路的訓練，所訓練後之神經網路是可以用來預測橋梁的沖刷深度。

## 1.4 論文內容

本論文共分五章，內容說明如下：

第一章 緒論。闡述本論文之研究動機及目的；前人之研究方式及成果；論文之架構。

第二章 橋梁現地動態試驗。主要內容為介紹所試驗之橋梁各項試驗過程及方法。

第三章 分析方法。說明 ARV 及 ARX 系統識別方法的步驟流程。

第四章 試驗分析結果與比較。說明試驗結果；橋柱基礎裸露對於橋梁及橋墩之動態特性的影響。

第五章 有限元素模型。說明以有限元素軟體(SAP2000)所建立之牛鬥橋模型；藉由修改模型探討各種土壤 N 值下，基礎裸露對於橋梁單元之自然振動頻率的影響。

第六章 將本研究總結；並提出研究建議及經驗作為未來相關試驗之參考。

## 第二章 橋梁現地動態試驗

透過各種現地試驗是得知既有結構特性最直接的方式。本章節將介紹牛鬥橋現地試驗，含微動試驗、自由衰減試驗，衝擊試驗之過程及試驗原理，其中微動試驗共有量測三組數據，分別為微動試驗(一)、(二)及(三)。所測得之資料透過系統識別方法得到橋梁動態特性。

### 2.1 測試橋體介紹

本文所考慮之牛鬥橋，位於宜蘭縣大同鄉，橫跨蘭陽溪，是來往羅東與棲蘭明池及太平山等地的重要橋梁；為七跨之預力混凝土 I 型梁橋，全長約 256.2 公尺，每跨大梁跨徑約 36.6 公尺(參看圖 2.1)，橋梁淨寬約 5 公尺，總寬約 5.7 公尺，橋面板厚度約 0.20 公尺。橋墩型式為 RC 橋墩(參看圖 2.2)，帽梁斷面為實心矩形變斷面；橋柱高度為 9.3 公尺，為直徑 1.8 公尺之圓形斷面；橋墩基礎為沉箱(參看圖 2.3)，其高度 12 公尺，為直徑 4 公尺至 4.2 公尺之圓形變斷面。大梁數為二根，主梁為預力 I 型變斷面(參看圖 2.4)，此變斷面為 A-AI 型斷面，由大梁兩端點延伸 1.00 公尺後，以線性變化延伸 2 公尺至 B-BI 型斷面(參看圖 2.5)，中間為 30.5 公尺均為 B-BI 型斷面。A-A 斷面上：I 型梁深 2.1 公尺，上翼版寬度 1.1 公尺，上翼版厚度 0.15 公尺，下翼版寬度 0.65 公尺，下翼版厚度 0.25 公尺，腹版厚度 0.65 公尺。在 B-B 斷面上：I 型梁深 2.1 公尺，上翼版寬度 1.1 公尺，上翼版厚度 0.15 公尺，下翼版寬度 0.65 公尺，下翼版厚度 0.25 公尺，腹版厚度 0.20 公尺；在大梁起始距離 6.45、12.35、18.3、24.25、30.15、33.55 公尺處，各設置 0.2 公尺厚度之橫隔梁。每跨橋面板以 AC 磨耗層相連；各項結構混凝土材料強度分

別如下：橋面板及橫隔梁的混凝土強度為  $240 \text{ kg/cm}^2$ ；大梁、沉箱基礎及橋墩柱的混凝土強度為  $350 \text{ kg/cm}^2$ 。

橋柱及橋跨標號方式，從泰雅二路端開始標記至泰雅一路端結束，分別為第一橋柱(P1)至第六橋柱(P6)，第一橋跨(Span1)至第七橋跨(Span7) (參考圖 2.1)。另外，橋面板連續 AC 磨耗層也以相同方式標記，第一 AC 磨耗層至第六 AC 磨耗層。

### 2.1.1 各項試驗的橋體差異

每次試驗的河道狀態並無明顯差異，都是流經第四橋柱、第五橋柱及第六橋柱之間。在橋面板連續 AC 磨耗層的部分，共有切割及未切割兩種狀態，其中切割狀態是指橋面板連續 AC 磨耗層被打除掉，而未切割狀態則是橋面板連續 AC 磨耗層並未打除掉，切割及未切割狀態可參考圖 2.6、圖 2.7。即使在切割狀態下，橋面板依然有鋼筋相連。各項試驗中連續 AC 磨耗層之情況如下，在微動試驗(一)中第一至第六 AC 磨耗層皆是未切割狀態；在微動試驗(二)及自由振動試驗中第一至第四 AC 磨耗層為已切割狀態；在微動試驗(三)及衝擊試驗中第一至第五 AC 磨耗層為已切割狀態，其橋面板 AC 磨耗層之情況整理於表 2.1 中。在試驗中會依照各試驗的設計，進行第一橋柱(P1) 的基礎開挖，主要以兩種覆土高度作為基礎裸露深度的改變，分別為基礎未裸露及裸露四米。基礎未裸露是指經由整地後將覆土整平至沉箱頂部；另外，基礎裸露四米為開挖覆土至沉箱頂部向下四米。

## 2.2 環境微動試驗

微動試驗(Ambient vibration test)為最常使用之現地動態量測方法，旨在量測橋梁受到環境外力如風力、地表擾動等反應，因此並不需要準備產生

擾動的裝備，即可量測到結構動態反應，進而識別該橋梁之動態特性。因環境振動所輸入能量小，故量測到的振幅亦很小；一般人為因素如車流、機具施工等所造成之反應，視為微動反應之雜訊，故需量測長時間反應，而於不同時間量測多筆反應，以降低此等雜訊對識別結果特性之影響。

由於微動試驗共有量測三組數據，分別為微動試驗(一)、(二)及(三)，在微動試驗(一)中對基礎未裸露及裸露四米進行量測；在微動試驗(二)中只作基礎未裸露的量測；在微動試驗(三)中則是作基礎裸露四米的量測。另外，三次微動數據量測中均是利用日本東京測振所生產之 SPC-51A 電腦集錄系統(圖 2.8)，與可擴充為 16 頻道之攜帶型集錄系統(圖 2.9)，以及配合微振感應子 (VES-15D1) (圖 2.10)，微振感應子為速度計，其規格如表 2.2 所示，在微動試驗中直接量測結構的速度反應。系統設定的最大量測範圍為  $\pm 1\text{kine}$ 。

### 2.2.1 微動試驗 (一)

此次試驗係由國家地震工程研究中心人員執行，使用九個速度型感應子進行量測。以靠近泰雅二路為起始點(參看圖 2.1)，每隔 9.15 公尺設一個測站，在墩柱正上方橋面板處不設置測站，共二十一個擺設測站的位置(參看圖 2.11)。由於受到感應子數目的限制，共分成三段來施測。每段量測三個橋跨，第一段為第一橋跨至第三橋跨，第二段為第三橋跨至第五橋跨，第三段為第五橋跨至第七橋跨，在每段之間皆有一個重複的橋跨，共有三個重複的測站，藉以作為連結模態振形之用。將一組攜帶式集錄系統放置在每段量測的中點，並將速度型感應子分佈於橋面板中心線上的測站位置，進行第一橋柱基礎未裸露及裸露四米之量測。分別量測 Z 向(垂直向)及 Y 向(橫向或水流方向)，而每個方向量測兩筆微動數據，所量測的測站位置如

圖 2.11 所示，並量測方向整理於表 2.3 中。另外，量測時間皆為 1.25 分鐘，取樣頻率為 200Hz，取樣點共 15000 點。

### 2.2.2 微動試驗（二）

本次試驗使用二十九個速度型感應子進行量測。以靠近泰雅二路為起始點，每隔 18.3 公尺設一個測站，共十四個擺設測站的位置。由於本試驗所量測的測點多達二十九個感應子，而攜帶式集錄系統每組最多只有十六個量測頻道，故本試驗利用兩組攜帶式集錄系統進行同時量測，每組量測系統中會有一個重複的測站，共有三個重複的測點，藉以作為連結模態變形之用。將兩組攜帶式集錄系統分別置於第二橋柱與第六橋柱的橋面板上，並將速度型感應子分佈於橋面板中心線的測站位置，進行第一橋柱基礎未裸露的量測(圖 2.12)。每個測站的測點皆有不同量測方向，並量測兩筆微動數據。量測的測站如圖 2.13 所示，每段每個測站之測點、數目、量測方位整理至表 2.4。另外，量測時間皆為 5 分鐘，取樣頻率為 200Hz，取樣點共 60000 點。

### 2.2.3 微動試驗（三）

本次試驗測站、測點方向、量測時間、取樣頻率及取樣點與微動試驗（二）相同。唯一的差異是在第一橋柱基礎裸露四米(圖 2.14)。

## 2.3 自由振動試驗

自由振動試驗(Free vibration test)為利用裝置使結構系統產生初始位移或速度，然後使結構體產生自由衰減的過程。為了使結構產生自由振動，

通常是利用實驗裝置產生突然之加荷載與卸荷載等兩種方式來達到此目的。

在本研究之自由振動試驗中分別施作兩種不同加載模式進行試驗，第一種以給予初始位移的方式，稱為自由衰減試驗。第二種是以突然加載荷重的方式，稱為衝擊試驗。在兩種自由振動試驗中，皆進行第一橋柱基礎未裸露及裸露四米之量測。另外，在自由衰減試驗中所用的儀器共有兩套，第一套儀器與微動試驗者相同，只是在量測橋柱的感應子之設定上有所不同，不同處在於設定成直接量測結構的加速度反應，而系統的最大量測範圍為 $\pm 2000\text{gal}$ 。第二套為量測角度的儀器，是利用壓電式的傾角計（NB3）（圖 2.15）量測角度，搭配一般家用電腦及通用攜帶型集錄系統，其規格如表 2.5 所示。此系統的最大量測範圍為 $\pm 10$  度。而衝擊試驗所用的量測儀器與微動試驗相同，而設定與自由衰減試驗相同。

### 2.3.1 自由衰減試驗

本次試驗使用八個感應子及四個壓電式傾角計進行自由衰減量測。在橋面板共設置四個測站，分別在距離 36.6 公尺、54.9 公尺、128.1 公尺及 201.3 公尺。橋柱共設置四個測站，其中三個測站是由橋墩沉箱頂部往上每間隔 4.5 公尺設置一個測站，而第四個測站設置在帽梁側邊上。將兩套集錄系統放置於第一橋柱正上方的橋面板上，並將傾角計及速度計放置於橋柱側邊的測站上。並進行第一橋柱基礎未裸露及裸露四米之量測（圖 2.16、17）。兩種基礎狀況下各量測一筆資料。橋面板之速度計所量測者為在 X 向振動之速度變化，橋墩之速度計所量測者為在 X 向振動之加速度變化，傾角計所量測者為橋墩在 X 向變形之斜率變化。而每個狀態下量測一筆資料，所



量測的測站位置如圖 2.18 所示並量測方向整理於表 2.6 中。另外，量時間皆為 5 分鐘，取樣頻率為 200Hz，取樣點共 60000 點。

試驗的流程如下，在橋柱帽梁 X 向施加一個預先估計之靜力，使橋柱產生初始位移，再瞬間將靜力移除，藉此讓橋體產生自由振動。依照試驗流程，所配置的試驗裝置如圖 2.19 所示；首先，第一及第二橋柱的帽梁處各鑽透一個直徑 30mm 的孔洞，在兩橋柱之間以螺桿相連並穿過孔洞，再將穿過第一橋柱帽梁的螺桿固定於外側孔洞，藉此能讓所施加的靜力作用於橋柱帽梁上。距離內側孔洞 1.5 公尺處的螺桿替換為鋼棒(替換螺桿長度為 1 公尺)，在橋面板下方每隔 1.5 公尺架設金屬掛勾來支撐螺桿的重量，所替換之鋼棒，是藉由鋼棒的斷裂來達成移除靜力的目的。最後在第二橋柱帽梁的外側孔洞設置油壓千斤頂，此裝置是要用於試驗時施予拉荷載於螺桿上。

於試驗前，要先確定所選用的鋼棒是否符合試驗的需求，因為在試驗中，鋼棒需要符合兩個條件，其一是由於試驗的假設是在受油壓千斤頂施予拉荷載時鋼棒最先產生斷裂，已達成瞬間移除靜力目的；其二是鋼棒必須在油壓千斤頂所能施加之最大拉荷載內發生斷裂。故在試驗前先在實驗室進行以直徑 20mm 鋼棒的抗拉試驗(圖 2.20)，以了解鋼棒受力後的伸長量與力量之關係，並將其繪製力量-伸長量圖(圖 2.21)，由圖中可以知道鋼棒在受拉力 200KN 時達到降伏點，而持續施加拉力至 250KN 時會產生斷裂。螺桿與鋼棒的材料相同且直徑為 30mm，

試驗的過程，是以油壓千斤頂施加荷載於螺桿，並緩慢的持續增加荷載至 180KN 時停止，讓鋼棒受力後應力保持在降伏之前，並在此時開始錄製資料，等待約莫 1 分鐘後，直接以油壓千斤頂所能施予之最大荷載輸出，

使鋼棒瞬間斷裂。藉由此方式給予第一橋柱位移，再以鋼棒受力斷裂後，使橋柱產生自由振動。

### 2.3.2 衝擊試驗

此次試驗使用八個感應子進行自由衰減量測。測站與自由衰減試驗橋柱位置相同，共在橋柱設置四個測站。將 SPC-51A 集錄系統放置於第一橋柱正上方的橋面板上，並將速度計放置於橋柱側邊的測站上，再以液壓挖土機(hydraulic excavator)向 X 方向(車行方向)敲擊第一橋柱(圖 2.22)，而液壓挖土機敲擊的位置在沉箱頂部往上約 3/4 橋柱高度處(6.2 公尺)，藉由此試驗設計施予第一橋柱一個瞬間的加荷載，在加載的過程中產生一個初始的速度，達到自由振動衰減的目的，並在第一橋柱基礎未裸露及裸露四米模擬狀態下各施作六次敲擊(圖 2.23、24)，分別量測橋柱 X 向(車行方向)及 Y 向(水流方向)的加速度變化，而每個基礎裸露狀態下量測六筆敲擊資料，所量測的測站位置如圖 2.25 所示及測點方向整理至表 2.7 中。另外，量時間皆為 1.5 分鐘，取樣頻率為 200Hz，取樣點共 18000 點。

## 第三章 分析方法

本章將介紹兩種結構動態特性識別方法的步驟流程。3.1 節為 ARV(Auto-Regressive Vector)系統識別方法步驟流程(Huang [14])；3.2 節則為 ARX(Auto regressive model)系統識別方法步驟流程(Huang 和 Su [15])。

### 3.1 ARV 系統識別方法步驟流程

ARV(Auto-Regressive Vector)系統識別方法，常用於微動試驗的結構動態特性識別方法。由於輸入系統之環境外力無法完全掌握或準確量測之情況下，假設結構物受到環境外力所引致的振動皆屬於隨機振動，並視該外力為白噪過程(white noise process)。此微動訊號反應可利用 ARV 模型來描述，由所架構的 ARV 模型，進一步識別結構動態特性。另外，圖 3.1 為此節之 ARV 系統識別流程圖。

#### 3.1.1 ARV 步驟流程

##### (1) 收集微動量測反應

如前所述，結構系統之微動反應，可視為一白噪輸入之隨機反應；該反應可用 ARV 模型來描述。ARV 模式之數學表示為

$$\{\mathbf{y}\}_t = \sum_{i=1}^n [\Phi_i] \{\mathbf{y}\}_{t-i} + \{\mathbf{A}\}_t \quad (3.1)$$

其中

$\{\mathbf{y}\}_{t-i}$  為一組觀測點於  $(t-i)$  時間所量得之速度或位移反應向量；

$\{\mathbf{A}\}_t$  為一組白噪過程，於  $t$  時刻之輸入向量； $[\Phi_i]$  為 AR 部份之係數矩陣。

(2) 計算相關函數矩陣

將式(3.1)兩端各乘  $\{\mathbf{y}\}_{t-k}^T$ ，再取平均值，得

$$\mathbf{R}(-k) = \sum_{i=1}^n [\Phi_i] \mathbf{R}(i-k) \quad (3.2)$$

其中  $R(k) = E[\{\mathbf{y}\}_t \{\mathbf{y}\}_{t-k}^T]$ ，為相關函數矩陣。其中  $E[\ ]$  代表取其平均值運算。在推導式(3.2)中，吾人利用式(3.3)與式(3.4)的假設，及當  $k \neq 0$  時  $E[\{\mathbf{y}\}_t \{\mathbf{A}\}_{t-k}^T] = 0$ 。

$$E[\{\mathbf{A}\}_t] = \{0\} \quad (3.3)$$

$$E[\{\mathbf{A}\}_{t-i} \{\mathbf{A}\}_{t-j}^T] = \delta_{ij} [\mathbf{W}] \quad (3.4)$$

其中  $\delta_{ij}$  為 Kronecher 符號。 $[\mathbf{W}]$  為  $\{\mathbf{A}\}_t$  之方差矩陣(variance matrix)。令  $\{\mathbf{A}\}_t = (a_1, a_2, \dots, a_l)_t^T$ ，則當  $i \neq j$  時， $a_{sti}$  與  $a_{tji}$  為不相關；但於  $i = j$  時，可能相關。利用  $\mathbf{R}(0) = \mathbf{R}^T(0)$  及  $\mathbf{R}(-k) = \mathbf{R}^T(k)$ ，將式(3.2)表示成

$$\mathbf{R}^T(k) = \sum_{i=1}^n [\Phi_i] \mathbf{R}(i-k) \quad (3.5)$$

$$[\hat{\mathbf{R}}] = [\tilde{\mathbf{R}}][\tilde{\Phi}] \quad (3.6)$$

其中

$$[\hat{\mathbf{R}}] = [\mathbf{R}^T(k_i+1) \quad \mathbf{R}^T(k_i+2) \quad \dots \quad \mathbf{R}^T(k_i+m)]^T$$

$$[\tilde{\mathbf{R}}] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(k_i) & \mathbf{R}(k_{i-1}) & \mathbf{R}(k_{i-2}) & \dots & \mathbf{R}(k_{i+1-m}) \\ \mathbf{R}(k_{i+1}) & \mathbf{R}(k_{i+2}) & \mathbf{R}(k_{i-1}) & \dots & \mathbf{R}(k_{i+2-n}) \\ \vdots & & & & \\ \mathbf{R}(k_{i+m-1}) & \mathbf{R}(k_{i+m-2}) & \dots & \dots & \mathbf{R}(k_{i+m-n}) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[\tilde{\Phi}] = [[\Phi_1] \quad [\Phi_2] \quad \dots \quad [\Phi_3]]^T$$

式(3.7)之相關函數矩陣，由量測值直接估算之。其估算公式為

$$\bar{\mathbf{R}}(k) = \frac{1}{\bar{n} - k} \sum_{t=1}^{\bar{n}-k} \{\mathbf{y}\}_t \{\mathbf{y}\}_{t-k}^T \circ$$

(3) 決定 $[\Phi]$ 係數矩陣

利用最小平方差法，求(3.6)中之係數矩陣 $[\Phi]$ ，可得

$$[\tilde{\Phi}] = \left( [\tilde{\mathbf{R}}]^T [\tilde{\mathbf{R}}] \right)^{-1} [\tilde{\mathbf{R}}] [\hat{\mathbf{R}}] \quad (3.8)$$

(4) 由 $[\Phi]$ 係數矩陣建立 $[G]$ 傳遞矩陣

將所建立之 ARV 模式(式(3.1))去除白噪項之 AR 部分，即代表自由衰減振動反應(式(3.9))。

$$\{\mathbf{y}\}_t = \sum_{i=1}^n [\Phi_i] \{\mathbf{y}\}_{t-i} \quad (3.9)$$

依式(3.9)可得式(3.10)

$$\{\mathbf{Y}\}_t = [G] \{\mathbf{Y}\}_{t-1} \quad (3.10)$$

其中

$$\{\mathbf{Y}\}_t = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{y}\}_{t-n+1} \\ \{\mathbf{y}\}_{t-n+2} \\ \vdots \\ \{\mathbf{y}\}_t \end{Bmatrix}_{2N \times 1}$$

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \\ [\Phi_n] & [\Phi_{n-1}] & & & & [\Phi_1] \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (3.11)$$

上式代表 $\{\mathbf{Y}\}_t$ 於相鄰兩時刻之關係。因此， $[G]$ 可稱為一傳遞矩陣 (Transfer Matrix)。

(5) 求解 $[G]$ 之特徵值與特徵向量

(6) 由特徵值及特徵向量計算結構系統動態特性

求得 $[G]$ 之特徵值，可直接計算結構系統之自然振動頻率及模態阻尼比。令 $[G]$ 之第 $k$ 特徵值為 $a_k + ib_k$ ，代入所推得之關係式(3.12)

$$e^{\lambda_k \Delta t} = a_k + ib_k \quad (3.12)$$

令 $\lambda_k = \alpha_k + i\beta_k$ ，代入上式得

$$\alpha_k = \frac{1}{2\Delta t} \ln(a_k^2 + b_k^2) \quad (3.13a)$$

$$\beta_k = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1} \left( \frac{b_k}{\alpha_k} \right) \quad (3.13b)$$

$\beta_k$ 為所謂之含阻尼自然振動頻率。擬自然振動頻率則定義為

$$\tilde{\beta}_k = \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2} \quad (3.14)$$

而模態阻尼比為

$$\xi_k = -\alpha_k / \tilde{\beta}_k \quad (3.15)$$

另外，特徵值所對應之特徵向量最下 $N_m$ 列，為所量測自由度之模態。

(7) 是否穩定解

穩定即為求得結構系統動態特性(步驟(7))。反之，非穩定則重返步驟(1)調整 ARV 階數，重新估算 ARV 模型之係數矩陣。

(8) 求得結構系統動態特性

## 3.2 ARX 系統識別方法步驟流程

ARX(Auto regressive model)系統識別方法，為常用於衝擊試驗及自由衰減試驗的結構動態特性識別方法。由衝擊及自由衰減試驗所得到的量測反應，基本上為結構系統自由衰減振動反應。該反應可用 ARX 模型來描述，並在小波域中架構所量測系統之小波 ARX 模型，再利用小波轉換的特性，對反應或是輸入力進行適當的濾波，並反算求得小波 ARX 模型之參數，進一步識別結構動態特性。圖 3.2 即為 ARX 系統識別流程圖。

### 3.2.1 ARX 步驟流程

#### (1) 收集自由振動量測反應

如前所述，結構系統之衝擊及自由衰減反應，為結構系統自由衰減振動反應；該反應可用 ARX 模型來描述。

ARX 模式之數學表示為

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=1}^I \Phi_i \mathbf{y}(t-i\Delta t) + \sum_{j=0}^J \Theta_j \mathbf{f}(t-j\Delta t) \quad (3.16)$$

其中

$\mathbf{y}(t)$  為量測動力反應歷時向量（其可為位移、速度、或加速度；以下假設該向量亦有  $n$  個分量）； $\mathbf{f}(t)$  為系統外力向量歷時， $\Phi_i$  與  $\Theta_j$  為待定係數矩陣， $\Delta t$  為量測反應之取樣時間間隔。 $(I, J)$  為 ARX 模型之階數。

(2) 將  $\mathbf{y}(t)$  先以傅立葉轉換求得結構系統概略的自然振動頻率。

(3) 由(2)所得概略自然振動頻率，決定欲識別自然振動頻率範圍，選取適當之小波函數及其伸縮因子參數  $a$ 。

參考 Chui [16]所定義之小波轉換。令  $L^2(R)$  表示平方可積之函數空間，屬於  $L^2(R)$  空間之任一函數  $f(t)$ ，均可做小波轉換：

$$W_f(a,b) = \langle f, \Psi_{(a,b)} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3.17)$$

其逆轉換為

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a,b) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (3.18)$$

其中

$$C_\psi = \int_R \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \quad (3.19)$$

$\Psi(t)$  為母小波函數 (mother wavelet) 如圖 3.3 所示； $\Psi_{(a,b)}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  為  $\Psi(t)$  經伸縮和平移所得之基底函數； $a$  與  $b$  分別為伸縮因子與平移因子； $\hat{\Psi}(\omega)$  與  $\bar{\Psi}(t)$  分別為  $\Psi(t)$  之傅立葉轉換及共軛函數。其中  $\hat{\Psi}(\omega)$  之各頻率分量如圖 3.4 所示。

本研究所選擇之小波函數為 Meyer 小波函數。此小波函數具有頻率轉換函數之數學表示式，且具有很類似帶通濾波器之特性。配合此小波函數之”主要頻率保留區間”，此頻率保留區間必須包含步驟(2)所求結構系統概略自然振動頻率，由此即可決定出適當之  $a$  值。Meyer 小波函數的主要頻率保留區間定義為  $\left[\frac{0.5348}{a}, \frac{0.9311}{a}\right]$ 。

#### (4) 建立小波 ARX 模式

式(3.16)中  $\Phi_i$  與  $\Theta_j$  係數矩陣為未知，故須由運算求解  $\Phi_i$  與  $\Theta_j$  係數矩陣。可將式(3.16)作小波轉換，得

$$(\bar{W}_y)(a,b) = \sum_{i=1}^I \Phi_i (\bar{W}_y)(a,b-i\Delta t) + \sum_{j=0}^J \Theta_j (\bar{W}_f)(a,b-j\Delta t) \quad (3.17)$$



$b$  為資料長度。代入步驟(3)所決定之  $a$  值進行濾波，建立一個只具有  $a$  值主要頻率保留區間之 ARX 模式。

(5) 決定  $\Phi_i$  與  $\Theta_j$  係數矩陣

為簡化表示式， $(\bar{W}_y)(a, b - i\Delta t)$  與  $(\bar{W}_f)(a, b - j\Delta t)$  分別記為  $y_{\bar{w}}(a, \bar{b} - i)$  與  $f_{\bar{w}}(a, \bar{b} - j)$ 。取特定之  $a$  與不同之  $\bar{b}$  建構式(3.17)，可整理得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{(0)} \end{bmatrix} = [\mathbf{C}] \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

其中

$$\begin{aligned} [\mathbf{Y}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}^{(1)}]^T & [\mathbf{Y}^{(2)}]^T & \cdots & [\mathbf{Y}^{(I)}]^T \end{bmatrix}^T \\ [\mathbf{F}] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{F}^{(0)}]^T & [\mathbf{F}^{(1)}]^T & \cdots & [\mathbf{F}^{(J)}]^T \end{bmatrix}^T \\ [\mathbf{Y}^{(i)}] &= [y_{\bar{w}}(a, \max - i) \quad y_{\bar{w}}(a, \max - i + 1) \quad \cdots \quad y_{\bar{w}}(a, \max - i + M)] \\ [\mathbf{C}] &= [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \cdots \quad \Phi_I \quad \Theta_0 \quad \Theta_1 \quad \cdots \quad \Theta_J] \end{aligned}$$

$$\max = \max(I, J)$$

$$[\mathbf{F}^{(i)}] \text{ 之定義類似 } [\mathbf{Y}^{(i)}] \text{。}$$

若欲分析較廣頻率區域內之量測反應，可同時取數個  $a$  值，則  $\mathbf{Y}$  矩陣可改寫為：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_1, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_1, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_1, \max-i+M) \\ \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_2, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_2, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_2, \max-i+M) \\ \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_3, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_3, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_3, \max-i+M) \cdots \\ \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_N, \max-i) & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_N, \max-i+1) & \cdots & \mathbf{y}_{\bar{w}}(a_N, \max-i+M) \end{bmatrix}$$

而  $[\mathbf{F}^{(i)}]$  之定義亦類似  $[\mathbf{Y}^{(i)}]$ ；式(3.18)中  $[\mathbf{C}]$  之最小二乘方解為

$$[\mathbf{C}] = [\mathbf{Y}^{(0)}] \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}] \\ [\mathbf{F}] \end{bmatrix}^+, \quad (3.19)$$

其中“+”代表廣義逆矩陣。

(6) 由  $\Phi_i$  係數矩陣建立  $[\mathbf{G}]$  傳遞矩陣(如同 ARV 步驟(4)式(3.11))

(7) 求解  $[\mathbf{G}]$  之特徵值與特徵向量

(8) 由特徵值及特徵向量計算結構系統動態特性(參考 ARV 步驟(5))

(9) 是否有穩定解

穩定解即為求得結構系統動態特性(步驟(9))。反之，非穩定解則重

返步驟(4)調整 ARX 階數(I,J)，重新估算 ARX 模型之係數矩陣。

(10) 求得結構系統動態特性

## 第四章 試驗分析結果與比較

利用第二章所介紹的現地試驗方法，取得所測橋梁的實驗數據，配合第三章的系統識別方法，識別基礎裸露對於牛鬥橋動態特性的改變，其中包括自然振動頻率及模態。微動試驗是用來識別整體橋梁之動態特性，衝擊及自由衰減試驗則是識別橋墩動態特性。依所識別的結果探討基礎裸露對整體橋梁及橋墩動態特性之影響。

### 4.1 微動試驗分析結果與動態特性比較

於本節中，先將微動試驗（一）、（二）、（三）的時間歷時反應作比較，再利用傅立葉轉換所得的傅氏譜，估算各模態大約的自然振動頻率所在；再以 ARV 模式準確的識別各模態的自然振動頻率及振態形狀，求得牛鬥橋基礎裸露變化對整體橋梁動態特性之影響。

#### 4.1.1 微動試驗之時間歷時

微動試驗(一)、(二)、(三)在試驗上都是屬於相同之方法，其差異在量測點數、時間、方向及量測環境上有所不同。微動試驗(一)資料為國家地震工程研究中心所提供，共分成三段在施測，其中第一段所量測的反應值大於第二及第三段，是因為在量測第一段微動資料時尚有其他實驗的布置及施測，故造成第一段微動資料在某些時間點量測反應值大於第二及第三段的現象；微動試驗(二)及(三)是在下間歇性小雨及機具施工狀態下進行，該些外界干擾均會造成微動反應數據含有過多之雜訊，甚至明顯偏離微動反應為白噪輸入所造成之輸入假設，增加吾人識別橋體動態特性之困難度。

微動試驗(一)、(二)、(三)的取樣頻率皆為 200Hz，分別紀錄為 5 分鐘、5 分鐘及 1.25 分鐘的時間歷時反應，將微動試驗(一)、(二)及(三)的時間歷時圖做比較，發現(二)及(三)的量測訊號中，出現固定反應的量測訊號相較於動量測試驗(一)來的多，故將微動試驗(一)的資料作為 Y 向及 Z 向的分析資料，由於在微動試驗(一)中並未有 X 向的量測，故將以微動試驗(二)、(三)作為 X 向的分析資料。由於微動試驗(一)測點過多，僅將每段的 Y 向及 Z 向各取兩點繪製時間歷時圖，第一橋柱基礎未裸露時的 Y、Z 向時間歷時如圖 4.1 及圖 4.2 所示，第一橋柱基礎裸露四米時的 Y、Z 向時間歷時如圖 4.3 及圖 4.4 所示；另外，第一橋柱基礎未裸露及裸露四米時之 X 向時間歷時如圖 4.5 及 4.6 所示。

將 X、Y 及 Z 向的時間歷時反應取對應於頻率解析度為 0.1Hz 之歷時長度 10 秒進行傅立葉轉換至頻率域，可得 X、Y 及 Z 向傅氏譜(參看圖 4.7~4.12)。由傅氏譜中各尖峰值所對應的頻率，可初步判定牛鬥橋近似的自然振動頻率為何。

#### 4.1.2 微動試驗系統識別分析結果

利用第三章的 ARV 分析方法識別整體橋梁頻率模態，其過程藉由調整 ARV 模式之階數準確地識別，隨著階數提高所得到的解也越多，但是其中所包含的虛擬模態也隨著增加，在識別上困難度也會提高。故吾人在識別模態時，藉由以階數提高的方式得到較多的解，從此結果中，取出重複且穩定識別出的相同振態及頻率者。由於現地實驗的關係，在現地試驗時必須分段進行量測，導致振態形狀需進一步整合。在各分段振形整合之前，必須先將相同頻率之各段資料進行正規化，並配合相位差判別相位角正負號關係，由此方式決定各段振態的正負及分量大小關係，再以各段重疊點

作為銜接的依據，藉此繪製各頻率下的橋梁之振態形狀。在此定義所識別之模態，依頻率由小到大排序，依序為第一模態、第二模態至第  $i$  模態。搭配模態的方向，表示成  $X(i)$ 、 $Y(i)$  及  $Z(i)$ 。

識別基礎未裸露 X 向自然頻率及模態，共識別二個模態，其頻率分別為 3.38Hz、3.68Hz，其分別利用 ARV 階數大於 27 及 35 所得。以相同的方式識別基礎裸露四米 X 向，共識別二個模態，其頻率分別為 3.36Hz、3.68Hz，其分別利用 ARV 階數大於 15 及 32 所得。

識別基礎未裸露 Y 向自然頻率及模態時，共識別五個模態，其頻率分別為 1.10Hz、1.17Hz、1.44Hz、1.91Hz 及 3.01Hz，其分別利用 ARV 階數大於 7、5、23、19 及 29 所得。以相同的方式識別基礎裸露四米 Y 向，可以識別五個模態，其頻率分別為 1.10Hz、1.16Hz、1.43Hz、1.90Hz 及 3.01Hz，其分別利用 ARV 階數大於 10、6、23、32 及 19 所得。

識別基礎未裸露及裸露四米之 Z 向自然頻率及模態，基礎裸露改變前後都只識別了一個模態(5Hz 以下)，其頻率分別為 3.42Hz 及 3.40Hz，其分別利用 ARV 階數大於 7 及 6 所得。

識別之 X、Y 及 Z 向振態形狀，分別以表示於圖 4.13~4.18。振幅正負號改變次數，Y 向第一模態至第五模態，分別為零次、一次、兩次、三次及五次。Z 向第一模態為六次，所通過之交點分別在橋墩位置處，這與橋墩垂直向振幅應為零之假設相符合。另外，X 向因測點數目過少，無法完整表達橋梁於 X 向之模態振形，故不討論其交點次數。

### 4.1.3 動態特性之比較

於本小節中，將比較基礎未裸露與裸露四米，所識別之整體橋梁動態特性的差異，以了解在基礎裸露之改變對整體橋梁自然振動頻率及振態形狀之影響。

在此先介紹兩模態相似度指標 MAC (modal assurance criterion) 值，其指標 Allemang 和 Brown [17]，其定義為：

$$MAC(\psi_{ii}, \psi_{it}) = \frac{|\{\psi_{ii}\}^T \{\psi_{it}\}|^2}{\{\psi_{ii}\}^T \{\psi_{ii}\} \{\psi_{it}\}^T \{\psi_{it}\}} \quad (4.1)$$

其中  $\{\psi_{ii}\}$  與  $\{\psi_{it}\}$  分別為欲比較組別之第  $i$  模態。由以上之定義式可看出，當兩模態完全一致時， $MAC=1$ 。但當兩模態正交時，則  $MAC$  值為零。

由分析結果在 X、Y 及 Z 向所識別的自然振動頻率，其中最大的改變量只有 0.02Hz，故在基礎裸露改變上，自然振動頻率並未有太大的差異影響。探討振態形狀在基礎裸露改變上是否有明顯的差異存在，以取  $MAC$  指標作為在基礎裸露之改變前後是否有明顯的影響。將所識別未裸露及裸露四米的各方向之振態形狀計算  $MAC$  指標，在 X 向未裸露及裸露四米的振態形狀點數不一致，故只取相同點做  $MAC$  指標的計算，兩個頻率模態之  $MAC$  值依序為 0.94、0.96；在 Y 向五個模態之  $MAC$  值依序為 0.99、0.96、0.98、0.97、0.99；Z 向模態  $MAC$  值為 0.96。在兩個振態形狀完全一致時， $MAC$  指標會等於 1，故從此結果得知在基礎未裸露及裸露四米中，在振態形狀的改變上並未有明顯的改變。對於自然振動頻率及振態形狀的比較可以知道，單柱的基礎裸露變化對於整體橋梁自然振動頻率及振態形狀影響

不大，藉由此結果可以推測，在牛鬥橋的第一橋柱基礎裸露四米，對於全橋柱基礎未裸露的勁度改變甚小，故在動態特性的改變不明顯。其結果整理至表 4.1。

## 4.2 自由衰減試驗分析結果

本章節中，先對自由衰減試驗與微動試驗的時間歷時反應進行區分及篩選所需要的資料段，將篩選的資料以傅立葉轉換至頻率域中，求得橋梁近似的自然振動頻率。由於自由衰減試驗主要是想以自由振動的方式來激發橋柱產生非整體橋梁的局部頻率，此頻率稱為橋墩自然振動頻率。故吾人以微動試驗(二)及自由衰減試驗檢核橋柱上所量測的頻率是否為橋梁局部頻率。再利用第三章所介紹之 ARX(Auto regressive model)分析方法準確的識別橋墩自然振動頻率及振態形狀。另外，自由衰減試驗在基礎裸露四米時量測失敗，故只對基礎未裸露進行識別分析。

### 4.2.1 自由衰減試驗之時間歷時

在自由衰減試驗中是以給予一個初始的位移，再移除初始位移的方式，使結構體產生一個自由衰減的過程。而本試驗將給予橋柱一個初始的位移後，再移除此位移，藉由此過程使結構體產生自由振動的反應。這一段的反應即為吾人所要的資料反應區間；相較於微動試驗所量測的資料有較大的振幅反應，故將以此反應特性作為衰減與微動資料反應的區隔，在窗選時間歷時，以卸載位移時發生點為起點，以大於 5 倍微動量測訊號反應作為窗選的終點，由此規則窗選橋面板資料長度為 4 秒(800 點)及橋柱資料長度為 1.5 秒(300 點)作為衰減反應資料，並繪製反應歷時圖(圖 4.19~4.21)。

橋面板及橋柱資料取樣頻率為 200Hz，分別以為 4 秒及 1.5 秒之反應數據進行傅立葉轉換。圖 4.22、圖 4.23、圖 4.24 為橋面板及橋柱之傅氏譜。

#### 4.2.2 橋梁局部頻率

由微動試驗(二)及自由衰減二個試驗在橋面板 X 向的傅氏譜與自由衰減橋柱 X 向的傅氏譜進行比對，由傅氏譜所估算的頻率來判別是否為橋梁的局部頻率。在橋柱的加速度的傅氏譜(圖 4.23)中，第一高峰值所反應的頻率在 9.3Hz；在橋柱之角度的傅氏譜(圖 4.24)中也有相同的頻率反應，由此在自由衰減試驗中橋柱所量測的 X 向之第一個近似頻率為 9.3Hz。在比對微動試驗(二)傅氏譜(圖 4.25)所估算的 X 向之整體頻率，並未在 9~10Hz 之間發現有近似的頻率存在。另外，自由衰減試驗橋面板 X 向的傅氏譜(圖 4.22)中，在 9~10Hz 之間並未有明顯的近似頻率存在，在橋柱所估算的 9.3Hz 並未出現在微動試驗及自由衰減試驗之橋面板處，因此，此頻率 9.3Hz 為自由衰減試驗中所產生的橋梁局部頻率。

#### 4.2.3 自由衰減試驗系統識別分析結果

架構所量測系統之 ARX 模型，求得 ARX 模型參數後進一步識別系統模態，利用 Meyer 小波進行識別，Meyer 小波函數有一”主要頻率保留區間”，其範圍為 $[\frac{0.5348}{a}, \frac{0.5348}{a}]$ 。藉由不同 a 值來識別不同範圍之自然振動頻率。於識別過程中，吾人需要調整 ARX 模式之階數來得到準確的識別結果。在 a 值所對應之主要頻率保留區間中，若隨著階數的提高，所識别的自然振動頻率穩定重複的出現，則吾人可認定該頻率即為結構系統之自然振動頻率。



由傅氏譜圖可大約判斷橋墩的近似自然振動頻率，若考慮識別高於 5Hz 之模態，可分別取  $a$  值為 0.085、0.78，其所對應之”主要頻率保留區間”分別為 [6.292, 10.954]、[6.856, 11.937]。以  $a=0.085$  識別由加速度計所量測的基礎未裸露 X 向自然頻率及模態，取  $I \geq 2$  即可識別出第一振態及頻率為 9.75Hz；以  $a=0.78$  識別由角度計所量測的基礎未裸露 X 向自然頻率及模態，取  $I \geq 2$  則可識別出第一振態及頻率為 9.68Hz。其識別頻率及模態形狀如(圖 4.26)所示。

### 4.3 衝擊試驗分析結果與動態特性比較

本章節中，首先對衝擊與微動試驗的時間歷時反應進行區分及篩選，將篩選的衝擊資料以傅立葉轉換至於頻率域中，估算橋墩近似的自然振動頻率。與自由衰減試驗相同，以衝擊資料段所轉換的傅氏譜與微動試驗(二)橋面板的傅氏譜(圖 4.25)作是否為橋梁局部頻率的檢核。再以 ARX(Auto regressive model)分析方法準確的識別橋墩自然振動頻率及振態形狀，最後，以分析結果比較基礎裸露的改變對於橋墩動態特性之影響

#### 4.3.1 衝擊試驗之時間歷時

衝擊與自由衰減試驗的不同處在於是以液壓挖土機作為外力輸入至結構體中，但是目的與自由衰減試驗相同，都是讓結構體產生一段自由振動的反應，而衝擊試驗所要擷取的衝擊資料方式與自由衰減試驗相同。在衝擊試驗中吾人擷取 1.5 秒的作為衝擊資料。另外，取一筆反應歷時圖(圖 4.27)說明加速度反應值及選用 X 向衝擊資料作分析的原因。由圖 4.27 中 X 向感應子的最大加速度值範圍為帽梁測點 500~400gal、柱頂 400~300gal、橋柱中點 1000~700gal、柱底 350~250gal 之間；Y 向感應子的最大加速度值範圍

為帽梁測點 50~50gal、柱頂 40~30gal、柱中 80~80gal、柱底 40~30gal 之間。從 X 向及 Y 向的最大加速度值反應皆在橋柱的中點測點上，而橋柱頂及帽梁處的測點加速度值略小於橋柱中點，在加速度值反應上，兩處位置相差不大，而柱底的測點在加速度值為最小；此外 X 向各個測點的反應皆大於 Y 向在相同處位置的測點。液壓挖土機敲擊的方向為 X 向，而敲擊位置約在橋柱 3/4 的高度處，較為接近橋柱中點的測點，所量測的結果與實際試驗敲擊的位置及敲擊的方向符合。由於衝擊試驗，主要是以液壓挖土機敲擊 X 向來激發自由衰減反應，故在 Y 向並未有足夠的能量來激發此現象，由反應歷時圖中可以很明顯地看到 Y 向與 X 向的加速度值相差極多，另外，由 X 及 Y 向的反應圖來看，X 向為自由衰減的呈現的量測訊號圖形，而 Y 向則是介於微動及衝擊之間的訊號圖形，故在 Y 向的反應並未符合試驗之需求，因此在只選用 X 向衝擊資料作系統識別分析。

由於衝擊資料所包含的資料點數為 300 點，取樣頻率為 200Hz，所以在傅立葉轉換時頻率解析度最高為 0.666Hz 之歷時長度 1.5 秒，這表示傅氏譜上每點頻率間隔為 0.666Hz，吾人將兩筆資料顛倒串聯的方式連接來增加解析度，使每點頻率間隔提高為 0.333Hz。在此相接的方式下 X 向會有 15 種不同的組合，所以取其中六筆相接的資料作傅立葉轉換，並利用傅氏譜初步判定橋墩近似的自然振動頻率。由於傅氏譜只是在估算初步的頻率結果，所以將基礎未裸露及裸露四米各繪製其中兩筆 X 向反應歷時圖(圖 4.28~4.31)及傅氏譜(圖 4.32~4.33)作為表示，並將這六筆傅氏譜中的第一高峯值頻率整理至表 4.2 中。

### 4.3.2 橋梁局部頻率

與自由衰減試驗相同，要先了解衝擊試驗所量測的橋墩頻率是否為橋梁局部頻率。藉由傅氏譜圖 4.25、圖 4.32 及 4.33 比對，由圖 4.32 及 4.33 可以判斷第一高峯值所反應的頻率在 10Hz，在比對微動試驗(二)傅氏譜(圖 4.25)所估算的 X 向之整體頻率，並未在 9~10Hz 之間發現有近似的頻率存在，因此，頻率 10Hz 為衝擊試驗中所量測到的橋墩自然振動頻率。

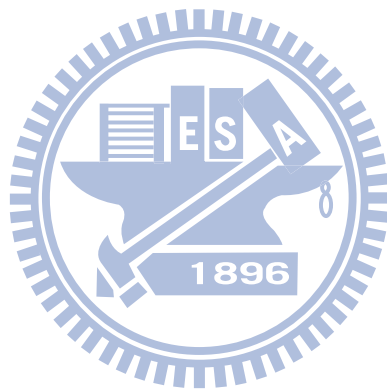
### 4.3.3 衝擊試驗系統識別分析結果

同 4.2.3 節中之 ARX 分析步驟，以傅氏譜判斷大約的橋墩近似自然振動頻率，分別取 a 值為 0.08、0.1，其所對應之”主要頻率保留區間”分別為 [6.685, 11.639]、[5.348, 9.311]。以 a=0.08 識別基礎未裸露 X 向自然頻率及模態，取  $I \geq 2$  即可識別出第一振態及頻率為 10.04Hz；以 a=0.1 識別基礎裸露四米 X 向自然頻率及模態，取  $I \geq 3$  則可識別出第一振態及頻率為 8.98Hz。將 ARX 分析的基礎未裸露及裸露四米識別出的六筆動態特性，以其中一筆作為分析結果；識別基礎未裸露及裸露四米 X 向振態形狀(圖 4.34)。

### 4.3.4 動態特性之比較

將基礎未裸露與裸露四米的衝擊試驗所識別的動態特性的差異，以了解在基礎裸露之改變對橋墩頻率及振態形狀之影響。在 X 向基礎未裸露之橋墩第一模態頻率為 10.04Hz 與裸露四米之頻率為 8.98Hz，頻率相差值為 1.06 Hz，改變量 10.5%，基礎裸露之改變對於橋墩頻率影響顯著。將兩組不同基礎裸露深度的橋墩振態形狀，計算其 MAC 指標，所得結果為 0.99，

在基礎裸露變化前後之橋墩的振態形狀差異不明顯。模態 MAC 值及頻率結果整理至表 4.3 中。



## 第五章 有限元素模型

本章節依牛鬥橋設計圖，利用 SAP2000 有限元素軟體建立模型；利用設計圖所提供之尺寸及材料參數等資訊，配合國內所訂定的橋梁規範，及相關研究論文所提供的公式，計算所要模擬的元件參數。另外，利用第四章微動試驗所分析的動態結構特性進行模型修正。最後，利用修改後的模型，探討基礎裸露對於橋梁單元之自然振動頻率的影響。

### 5.1 牛鬥橋有限元素模型建立

本小節將介紹以 SAP2000 建構橋梁模型，及詳述橋梁各個結構構件之模擬方式。上部結構分別有大梁、橋面板、橋面板連續構件、護欄、橫隔梁；下部結構則含有橋台、帽梁、橋柱及沉箱基礎；並模擬連接上下結構之支承。另外，以土壤彈簧模擬土壤與橋梁的互制關係。

本研究利用 SAP2000 所建立之模型，共使用了 435 個板元素(橋面板 392 個、橫隔梁 43 個)，442 個梁元素(大梁 196 個、墩柱 150 個、沉箱底部 96 個)，共 1046 個節點，總自由度為 6276。(如圖 5.1 所示)。

#### 5.1.1 上部結構模擬

##### A. 大梁構件：

依設計圖設定大梁幾何形狀，以梁元素模擬 I 型大梁(圖 5.2)，混凝土設計強度為  $350 \text{ kgf/cm}^2$  及彈性模數為  $310000 \text{ kgf/cm}^2$ 。每跨橋有兩根大梁，每根大梁切割成 14 段。值得一提的是，SAP2000 作分析時會將每一梁元素自動再切割成 4 等分進行分析。

##### B. 橋面板、橫隔梁及護欄構件：

依設計圖設定橋面板及橫隔梁幾何形狀，以板元素模擬橋面板及橫隔梁(圖 5.3、圖 5.4)，混凝土設計強度為  $210 \text{ kgf/cm}^2$  及彈性模數為  $217370 \text{ kgf/cm}^2$  (依經驗公式  $15000\sqrt{f'c}$  計算)。每跨橋面板 X 向切割成 14 段，Y 向切割成 4 段；橫隔梁則是不切割。但是在分析時，每一板元素會自動切割成六塊進行分析。另外，橋面板質量設定為原本的 1.2 倍，其中所增加的 20% 為護欄的質量，係因在建模時一般不會去模擬護欄構件，但是必需考慮護欄質量之影響。

#### C. 橋面板連續構件：

實際橋樑結構物中，兩跨間有鋼筋相連接，並在兩跨橋縫間放置橡膠墊，並鋪設 5 公分之 AC 磨耗層，使兩跨橋面板 AC 磨耗層連續(圖 5.5)，故所模擬之橋面板連續構件，包含鋼筋、橡膠墊及 AC 磨耗層。以板元素模擬橋面板連續構件，在 SAP2000 中，依設計圖所設計每跨連續 AC 磨耗層之位置處，以板元素連接單元將兩橋面板相連接。材料強度並未有標準公式估算之，而本研究以橋面板彈性模數的 0.05 倍作為模擬橋面板連續 AC 磨耗層材料的強度。由於所建立之模型是以地震中心所量測之微動量測資料作檢核，故模型以全橋皆有橋面板連續構件建立模型。

### 5.1.2 下部結構模擬

#### A. 橋台、帽梁、橋柱及沉箱基礎構件：

依設計圖設定帽梁、橋柱及沉箱基礎幾何形狀，三構件皆以梁元素模擬(圖 5.6)，混凝土設計強度為  $350 \text{ kgf/cm}^2$  及彈性模數為  $310000 \text{ kgf/cm}^2$ ，彼此以剛接接續為一體構件。帽梁切割成 2 段；配合土壤彈

簧擺設位置，橋柱及沉箱基礎每隔 1 公尺切割 1 段(橋柱最頂端之該段為 0.8 公尺)。另外，橋台的部分則是設定成鉸支承。此外，對於上部結構與下部結構接續方式表示於圖 5.7 中。

### 5.1.3 鋼板合成橡膠支承墊元素模擬

鋼板合成橡膠支承墊構件：

鋼板合成橡膠支承墊 (Steel-reinforced Elastomeric Bearing, 亦稱 Rubber Bearing; RB)。依設計圖所設計之 RB(圖 5.8)構件，位於 I 型大梁與帽梁之間(圖 5.9)。RB 構件具有低水平勁度及能承受垂直勁度之載重。故在 SAP2000 中，就此特性而言，以磨擦隔震器(Friction Isolator)連接單元作為模擬 RB 構件。此連接單元具有剪切變形上與摩擦塑性耦合之行為。可以模擬兩種力學行為，分別是軸向上的縫(Gap)行為模擬，及水平向的滑動行為模擬(彎矩具有線性有效剛度，具有沿剪切方向滑移前後之有效剛度行為)，以此連接模擬 RB 構件在接觸面上的摩擦行為，及軸向上的縫行為。此單元之設定參考官方使用手冊[18]，而設定所需要輸入的勁度及摩擦係數，參考張國鎮等人 [19]及規範[20]推估得之。

橡膠支承墊(圖 5.10)垂直及水平勁度公式如下；

A. 支承墊水平及垂直勁度公式；

$$k_v = \frac{E_c \times A}{T} \quad (5.3)$$

$$k_h = \frac{G \times A}{T} \quad (5.4)$$

其中

彈性模數： $E_c = 3G(1 + 2\bar{k}S^2)$

形狀因子： $S = \frac{a \times b}{(a+b) \times t}$

橡膠支承墊寬度： $2a$

橡膠支承墊長度： $2b$

橡膠層厚度： $t$

橡膠支承墊受壓面積： $A = 2a * 2b$

橡膠層總厚度： $T$

上述公式所需之參數，依規範[20]所推估之參數

剪力模數 $G$ 取  $14.1 \text{ kg/cm}^2$  (本試驗之橡膠硬度為  $60 \pm 5$ ，參考表 5.1)

橡膠體積模數 $\bar{k}$ 取 0.6

B. 支承墊水平及垂直勁度計算結果；

支承墊水平勁度；


$$k_v = 7690 \text{ kg/cm}$$

支承墊垂直勁度：

$$k_h = 5171532 \text{ kg/cm}$$

其中，本論文並未對現地橋梁之真實橡膠支承墊進行材料試驗，故剪力、橡膠體積模數及動靜摩擦係數(動摩擦係數=0.2 靜摩擦係數=0.15)是以規範[20]所推估得之。

#### 5.1.4 土壤彈簧元素模擬

本研究中結構-土壤互制之行為，簡單以土壤彈簧連接於沉箱處(圖 5.11)。依彈性基礎有限梁理論分析，將沉箱以彈性梁模擬(參考圖 5.12)，地層假設為完全彈塑性體，沉箱周圍接觸之土壤視為支承彈簧，藉以模擬其地層應



力-應變行為，將沉箱受力後所得的地層反力、變位及斷面反力分析其行為，估算其等值土壤彈簧。依沉箱斷面尺寸、土壤 N 值可估算該等值土壤彈簧。

規範[21]所推估之各項彈簧係數公式如下；

A. 基礎底面垂直彈簧係數( $kgf/cm^3$ )：

$$K_V = k_{V0} \left( \frac{B_V}{30} \right)^{-\frac{3}{4}} \quad (5.7)$$

其中

底面積之等值寬度： $B_V = 2R$

沉箱半徑： $R$

單位面積之水平彈簧係數： $k_{V0}$

$$k_{V0} = \frac{1}{30} \alpha E_0 \quad (5.8)$$

地盤反應推估係數： $\alpha = 1$

彈性模數： $E_0 = 25N$

現地標準貫入試驗(Standard Penetration Test)： $N$

B. 基礎底面水平剪力彈簧係數( $kgf/cm^3$ )：

$$K_S = 0.3K_V \quad (5.9)$$

C. 基礎正面水平彈簧係數( $kgf/cm^3$ )：

$$K_H = \alpha_k k_{H0} \left( \frac{B_H}{30} \right)^{-\frac{3}{4}} \quad (5.10)$$

其中

正面之等值基礎寬度： $B_H = B_e (\leq \sqrt{B_e \times L_e})$

正面有效基礎寬度： $B_e = 0.8 \times 2R$

單位面積之水平彈簧係數： $k_{H0}$

$$k_{H0} = \frac{1}{30} \alpha E_0 \quad (5.11)$$

地層為彈塑性體之修正係數： $\alpha_k=1$

D. 基礎正面垂直剪力彈簧係數( $kgf/cm^3$ )：

$$K_{SVB} = 0.3K_H \quad (5.12)$$

E. 基礎側面水平剪力彈簧係數( $kgf/cm^3$ )：

$$K_{SHD} = 0.6\alpha_k k_{H0} \left(\frac{D_H}{30}\right)^{-\frac{3}{4}} \quad (5.13)$$

其中

側面之等值基礎寬度： $D_H = D_e (\leq \sqrt{D_e \times L_e})$

側面有效基礎寬度： $D_e = 0.8 \times 2R$

F. 基礎側面垂直剪力彈簧係數係數( $kgf/cm^3$ )：

$$K_{SVD} = 0.3K_{SHD} \quad (5.14)$$

G. 各項等值土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )：

$$\text{等值土壤彈簧常數} = \text{彈簧係數} \times \text{面積}(A) \quad (5.15)$$

其中

每段沉箱基礎彈簧向等值面積： $A = B_V \times L_p$

每段沉箱基礎高度： $L_p$

由上述公式，估算等值土壤彈簧常數步驟如下：

- (1) 依設計圖之尺寸估算有效深度、正面及側面有效基礎寬度，再計算正面、側面及底面積等值寬度。
- (2) 依照現地標準貫入試驗(Standard Penetration Test(SPT))求得 N 值，並計算出彈性模數。

- (3) 決定地盤反應推估係數及彈塑性體之修正係數。
- (4) 將步驟(1)~(3)代入式(5.8)及式(5.11)，計算單位面積之垂直及水平彈簧係數。
- (5) 由單位面積之垂直及水平彈簧係數，估算各項彈簧係數。
- (6) 利用式(5.15)，估算各項等值土壤彈簧常數。

在 5.3 節會探討土壤 N 值對於橋梁基礎裸露之影響，故本節將會取八種土壤 N 值作計算(N=325、20、50、80、100、150、200、250)，其中 N=325 為現地標準貫入試驗(圖 5.13)求得之平均 N 值；N=50 為規範規定之最大值；N=20、80、100、150、200、250 為比較值。在實驗中會有基礎未裸露及裸露四米之狀態，故沉箱基礎深度會有兩種(L=1200 cm、800 cm)，沉箱基礎切 12 段，每段 100 公分(參看圖 5.12)；沉箱基礎底面切 8 段，每段 50 公分(圖 5.14)。計算結果如表 5.2~5.9 所示。

## 5.2 有限元素模型修正及分析

現地量測的微動試驗，可獲得橋梁結構動態特性包含自然頻率及模態等結構動態特性。由於土木施工設計與實際施作完成後會有所差異且品質不易掌控，故無法確定設計與實際結構體有一致之結構特性。藉由所建立完成的 SAP2000 牛鬥橋模型進行模態分析，得其自然頻率及模態；與微動及自由振動量測分析結果進行比對修正，使得所建立的牛鬥橋模型與真實橋梁之動態特性相近。再將此模型作為本論文有限元素模型之用。

將模型進行模態分析，其對應微動試驗之整體頻率 X、Y、Z 向的頻率如下，基礎未裸露之 X 向分別為 3.35Hz、3.58Hz；Y 向分別為 1.04Hz、1.13Hz、1.38Hz、1.84Hz 及 3.04Hz；Z 向為 3.35 Hz，橋墩 X 向第一模態頻率為 8.98Hz，基礎裸露四米之 X 向分別為 3.35Hz、3.58Hz；Y 向分別為 1.03Hz、1.13Hz、

1.38Hz、1.84Hz 及 3.04Hz；Z 向為 3.35 Hz，橋墩 X 向第一模態頻率為 7.75Hz。整體橋梁頻率量測者與分析者誤差 2% 以內的，在基礎未裸露中，有 X 向第一模態及 Y 向第五模態，在基礎裸露四米中，有 X 向第一模態、Y 向第五模態及 Z 向第一模態。相對頻率誤差最大的為 Y 向第一模態頻率，相差 6.00%(0.066Hz)。橋墩 X 向第一模態頻率，相對頻率誤差為 -12.95% 及 -13.70%。模態 MAC 值絕大部分都在 0.90 以上，只有在基礎未裸露之整體 X 向第一模態差異較大(0.60)。比較未修正模型與微動試驗之動態特性差異，其分析結果整理於表 5.10 中。

### 5.2.1 有限元素模型修正

吾人藉由微動及自由振動量測分析所得之結構動態特性，分別對所建立的有限元素模型修正。依據微動試驗所得整體橋梁頻率，分別修改橋柱、鋼板合成橡膠支承墊及連續 AC 磨耗層之有限元素模擬。利用試誤法及參考橋梁現況，將橋柱的斷面及彈性模數修改為原本的 1.2 倍，將鋼板合成橡膠支承墊 Y 向彈簧勁度，修正為原本的 1.3 倍；連續 AC 磨耗層的彈性模數改成橋面板彈性模數的 0.0138 倍(原本假設 0.05 倍)。依據衝擊試驗所得橋墩自然振動頻率，將鋼板合成橡膠支承墊 X 向彈簧勁度，修正為原本的 2 倍。

比較修正模型與微動及衝擊試驗之動態特性差異，其分析結果整理於表 5.11 中。在基礎未裸露及裸露四米之 X、Y 及 Z 向，整體橋梁頻率量測者與分析者誤差在 2% 以內。模態振形絕大部分也相當一致，只有整體 X 向第一模態有較大的差異(MAC=0.55)。因此，修正後的有限元素分析模型更接近真實結構特性。

## 5.2.2 模擬牛鬥橋基礎裸露改變對動態特性的影響

分析修正模型在基礎未裸露及裸露四米之動態特性。基礎未裸露之 X 向分別為 3.41Hz、3.69Hz；Y 向分別為 1.12Hz、1.19Hz、1.46Hz、1.88Hz 及 2.99Hz；Z 向為 3.41 Hz，橋墩 X 向第一模態頻率為 10.14Hz，基礎裸露四米之 X 向分別為 3.41Hz、3.69Hz；Y 向分別為 1.12Hz、1.18Hz、1.45Hz、1.87Hz 及 2.99Hz；Z 向為 3.41 Hz，橋墩 X 向第一模態頻率為 9.00Hz。X、Y 及 Z 向的整體橋梁頻率相差在 1% 以內，橋墩 X 向第一模態頻率改變量為 11.24%(1.14Hz)，模態 MAC 皆在 0.98 以上。由此結果可以推測，基礎裸露的改變並不能反應在整體橋梁頻率及模態上，但是對於橋墩頻率改變量是有顯著的影響。其分析結果整理於表 5.12，模態振形繪製於圖 5.15~圖 5.18。

## 5.3 基礎裸露對於橋梁單元之自然振動頻率的影響

影響橋梁結構頻率的因素很多，例如結構設計、材料參數及土壤強度等因素，本小節利用改變模型的方式，探討三種不同形式之橋梁單元，在八種土壤 N 值中，對於基礎裸露之改變，造成橋梁單元第一模態自然振動頻率的影響。三種橋梁單元分別是，單跨單元(原牛鬥橋結構形式)、兩跨連續單元及三跨連續單元(參考圖 5.19~5.20)；八種土壤 N 值，分別為 20、50、80、100、150、200、250 及 325；基礎裸露深度為未裸露及裸露四米。

共探討四個案例(參考圖 5.21~5.24)；

案例一：單跨單元，單柱基礎裸露。

案例二：兩跨連續單元，單柱基礎裸露。

案例三：三跨連續單元，單柱基礎裸露。

案例四：三跨連續單元，雙柱基礎裸露。

### 5.3.1 案例比較

分析結果繪製圖 5.25~圖 5.28(X 軸為 N 值、Y 軸為頻率改變量)，並整理於表 5.13~表 5.16。

由圖 5.25~5.28 可以知道，N 值對頻率改變量成反比且為非線性，且可以發現在相同基礎裸露深度下，土壤 N 值越小，對頻率改變量影響越大。另外，從圖中的趨勢來看，當 N 值越大時，改變量趨勢會逐漸的平緩，由此現象可以知道，當 N 值大於某值以後，頻率改變量會為一個定值，此值發生在土壤 N 值所推估之土壤彈簧，相對於所建立之結構系統為固定端束制時。三種橋梁單元的相對勁度，由大至小排列，分別為三跨連續單元、兩跨連續單元及單跨單元。相對勁度與分析結果可以發現，當土壤彈簧為固定端時，勁度越大的橋梁單元，其頻率改變量越小。將裸露雙柱(案例四)與單柱(案例四)作比較，可以知道雙柱頻率改變量都較單柱頻率改變量大，此結果與理論相符。

## 第六章 結論與建議

### 6.1 結論

本研究對牛鬥橋進行各項現地試驗(微動試驗、自由衰減試驗、衝擊試驗)，探討基礎裸露對於橋梁動態特性的影響。並利用其識別結果修正依設計圖說所建立之有限元模型；進一步探討 N 值改變對於橋柱基礎裸露之橋梁單元頻率的影響，此研究中可發現以下結論：

1. 由微動試驗識別結果可知，基礎未裸露及裸露四米對於整體橋梁自然振動頻率影響很小，造成 X(1)、X(2)、Y(1)~Y(5)及 Z(1)的模態頻率改變量在 1% 以下；其模態相似度 MAC 值都在 0.94 以上，故在基礎裸露改變前後模態的差異並不明顯。
2. 由衝擊試驗識別結果可知，基礎裸露變化前後，橋墩自然振動頻率改變量為 10.5%，其模態 MAC 值為 0.99。故在基礎裸露的變化上，橋墩自然振動頻率改變相較於整體橋梁頻率改變來的顯著。
3. 以有限元素模擬單跨、雙跨及三跨連續橋梁單元，在各種土壤 N 值下，對於基礎未裸露及裸露四米之橋梁單元頻率改變量之關係。可得如下之結論：

- (1) 土壤 N 值與橋梁單元由於裸露所致頻率改變量呈非線性。
- (2) 土壤 N 值越小，橋梁單元由於裸露所致頻率改變量越大。
- (3) 當土壤 N 值很大時，橋梁單元由於裸露所致頻率改變量會趨向一個定值。此時由土壤 N 值計算之土壤彈簧常數，相對於整體結構為近似固定端束制。

(4) 在相同橋梁單元及橋墩裸露深度情況下，裸露的橋墩柱數目越多，其橋梁單元由於裸露所致頻率改變量越大。

4. 由上述 1~3 點可知，利用現地試驗了解真實橋樑結構特性及土壤 N 值後，建立有限元素模型，再搭配上所量測之橋梁單元頻率，即可以進一步判別橋墩基礎裸露的深度。

## 6.2 建議

1. 於微動試驗時，可以增加全橋柱基礎裸露及多種開挖深度的試驗差異，可進一步的了解基礎裸露對於橋梁動態特性的影響。
2. 規劃試驗以進一步了解雙跨及三跨連續橋梁單元之動態特性，藉此修正有限元素模型使其能夠更接近真實橋梁反應之行為。
3. 自由衰減試驗在實際執行上較為困難，應以予改善，以增加在橋梁檢測上的實用性。
4. 由於設計圖中並未明顯標示每橋跨鉸支端位置，而從現地觀察中也無法判斷，使得所模擬之模型產生誤差，其誤差對於分析結果之影響，可於日後進行相關影響之討論。
5. 建議日後對於橋面板連續構件之有限元素模擬方式，可以更進一步地進行實驗探討，使其更接近真實橋梁反應行為。
6. 長跨度橋梁增多，有鑑於橋梁安全，建議日後改用無線式感應子進行施測，以利於長跨度橋梁的全橋梁測。
7. 本研究用土壤彈簧簡單考慮土壤與結構互制關係，並未考慮水流沖刷對真實結構影響，故未來可以將水流沖刷的影響也納入討論，由數值模擬試看是否可由橋梁動態反應識別所需頻率。



## 參考文獻

- [1] 李維峰、張嘉峰、梅興泰，「以振動量測檢驗橋基沖刷」，營建知訊，vol. 304，第 54-65 頁，2008。
- [2] 張嘉峰、梅興泰，「以振動頻率檢測橋基沖刷」，營建知訊，vol. 315，第 50-55 頁，2009。
- [3] 陳建雲，「橋梁與土壤互制分析應用於橋梁沖刷之研究」，國立中央大學碩士學位論文，2011。
- [4] 許澤善，「河床沖刷對曲線型橋梁 3D 動態行為之影響」，逢甲大學碩士學位論文，2005。
- [5] 王鴻諺，「橋梁沖刷現地模擬與動力試驗」，國立高雄大學碩士學位論文，2011。
- [6] 賴姿妤，「樁基礎沖刷橋梁模型之振動台試驗研究」，國立臺灣大學碩士學位論文，2011。
- [7] 柯永彥、張為光、陳正興，「結構基礎損傷評估技術發展(I)」，國家地震工程研究中心研究報告：NCREE-10-004，2009。

- [8] 柯永彥、張為光、陳正興，「橋墩基礎裸露對橋梁結構振動反應之影響」，中國土木水利工程學刊，vol. 23, NO.1，第 103-110 頁，2011。
- [9] 姚錦寶、夏禾、戰家旺，「鐵路橋樑基礎受沖刷對橋墩自振特性的影響分析」，中國鐵道科學，vol. 31(1)，第 44-48 頁，2010。
- [10] 王仲宇、陳銘鴻、王顥霖、黃進國、蔡欣局、劉正偉、黎萬正、陳嘉佑、林嘉欣，「交通部台灣區國道 1 號中山高速公路大安溪橋、大甲溪橋及烏溪橋動力特性及沖刷監測系統規劃期末報告」，國立中央大學工學院橋樑工程研究中心，2005。
- [11] 張達德、陳柏麟、黃鋼、何暖軒、聞玉珮，「沖刷橋墩基礎的 HHT 振動頻率特性分析與判讀研究」，Rock and Soil Mechanics，vol. 31(7)，第 2241-2246 頁，2010。
- [12] Feng, C. W. and Ju, S. H. and Huang, H. Y. and Chang, P. S., "Using Genetic Algorithms To Estimate The Scour Depth Around The Bridge Pier," *in Proceedings of the 28th ISARC*, pp. 514-519 , 2011.
- [13] Lee, T. L. and Jeng, D. S. and Zhang, G. H. and Hong, J. H., "Neural Network Modeling For Estimation Of Scour Depth Around Bridge Piers," *Journal of Hydrodynamics*, 19(3), pp. 378-386 , 2007.

- [14] Huang, C. S., "Structural Identification From Ambient Vibration Measurement Using The Multivariate Ar Model," *Journal of Sound and Vibration*, 241, pp. 337-359 , 2001.
- [15] Huang, C. S. and Su, W. C., "Identification Of Modal Parameters Of A Time Invariant Linear System By Continuous Wavelet Transformation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(4), pp. 1642-1664 , 2007.
- [16] Chui, C. K., "An Introduction to Wavelets," *Academic Press, Inc.*, 1992.
- [17] Allemang, R. J. and Brown, D. L., "A Correlation Coefficient For Modal Vector Analysis," in *Proceedings of The First International Modal Analysis Conference*, 1982.
- [18] 北京金土木軟件技術有限公司等編，「SAP2000 中文版使用指南」，人民交通出版社，2006。
- [19] 張國鎮、陳威逸、劉光晏，「含功能性支承縮尺橋梁之試驗與分析」，國科會計畫編號：NSC95-2625-Z002-029，2007。
- [20] 交通技術標準規範公路類公路工程部，「公路橋梁設計規範」，2009。

[21] 內政部，「建築物基礎構造設計規範」，2001。

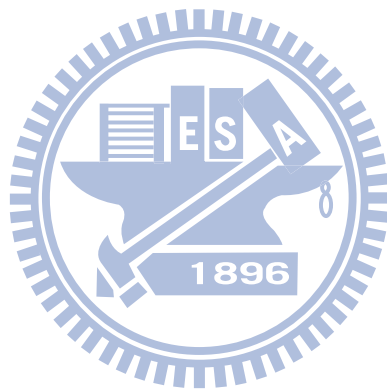


表 2.1 各項試驗連續 AC 磨耗層及止震塊之情況

	連續 AC 磨耗層切除情況					
	P1	P2	P3	P4	P5	P6
微動試驗 (一)	未切割	未切割	未切割	未切割	未切割	未切割
微動試驗 (二)	切割	切割	切割	切割	未切割	未切割
微動試驗 (三)	切割	切割	切割	切割	切割	未切割
自由衰減試驗	切割	切割	切割	切割	未切割	未切割
衝擊試驗	切割	切割	切割	切割	切割	未切割

表 2.2 微振感應子 (VES-15D1) 規格

Model	VSE-15D1
Frequency range	0.1~100Hz
Max. measuring range	±0.1m/s , ±2000gal
Output	(Low): 100V/m/s. (High): 1000V/m/s
	Acc : 10V/2000gal
Max. Output voltage	±10V
Power requirements	±15VDC
Current consumption	Approximately 15mA

表 2.3 微動試驗（一）測站位置及量測方向

第一段	第二段	第三段
橋面版位置(公尺)	橋面版位置(公尺)	橋面版位置(公尺)
9.15	82.35	155.55
18.3	91.5	164.7
27.45	100.65	173.85
45.75	118.95	192.15
54.9	128.1	201.3
64.05	137.25	210.45
82.35	155.55	228.75
91.5	164.7	237.9
100.65	173.85	247.05
每個測站都量測 Y,Z 方向		

表 2.4 微動試驗（二）測站位置及量測方位

橋面版位置(公尺)	測量方向
18.3 m	Y,Z
36.6 m	Y
36.6 m(帽梁)	X,Y,Z
54.9 m	X,Y,Z
73.2 m	Y
91.5 m	Y,Z
109.8 m	Y
128.1 m	X,Y,Z
128.1 m	X,Y,Z
146.4 m	Y
164.7 m	Y,Z
183.0 m	Y
201.3 m	X,Y,Z
219.6 m	Y
237.9 m	Y,Z

表 2.5 壓電式之傾角計 (NB3) 規格

Model	NB3
Dimensions	see dimension drawing
Measuring range	±10 degrees
Display range	±20 degrees
Resolution	<0,001 degrees
Linearity deviation	<0,2% of measuring range
Transverse sensitivity	negligible
Settling time	0,3 seconds (shorter times optional)
Supply voltage $U_b$ (regulated)	5 Volt
Current drawn at $U_b=5V$	approx. 1mA
Output impedance	10kΩ

表 2.6 自由衰減試驗測站位置及量測方位

速度計(速度)	速度計(加速度)	傾角計(角度)
量測方向(X)	量測方向(X)	量測方向(X)
橋面版位置(公尺)	橋柱位置(公尺)	橋柱位置(公尺)
36.6m	側邊 10.80 m	側邊 10.80 m
54.9 m	頂部 9.00 m	頂部 9.00 m
128.1 m	中點 4.50 m	中點 4.50 m
201.3 m	底部 0.00 m	底部 0.00 m



表 2.7 衝擊試驗測站之測點、數目、量測方位

速度計(加速度)	速度計(加速度)
量測方向(X)	量測方向(Y)
橋柱位置(公尺)	橋柱位置(公尺)
側邊 10.80 m	側邊 10.80 m
頂部 9.00 m	頂部 9.00 m
中點 4.50 m	中點 4.50 m
底部 0.00 m	底部 0.00 m

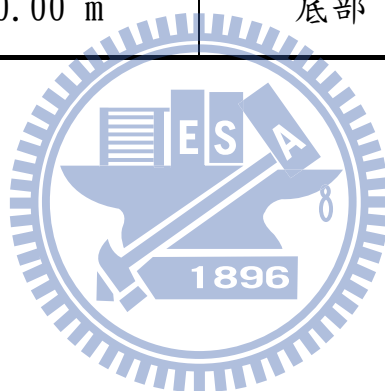


表 4.1 微動試驗動態特性分析結果

整體橋梁自然振動頻率(Hz)								
	X(1)	X(2)	Y(1)	Y(2)	Y(3)	Y(4)	Y(5)	Z(1)
階數	27	35	7	5	23	19	29	7
基礎未裸露	3.38	3.68	1.10	1.17	1.44	1.91	3.01	3.42
階數	15	32	10	6	23	32	19	6
基礎裸露四米	3.36	3.68	1.10	1.16	1.43	1.90	3.01	3.40
頻率改變量	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.69%	0.53%	0.00%	0.00%
模態 MAC								
MAC	0.94	0.96	0.99	0.96	0.98	0.97	0.99	0.96

表 4.2 衝擊試驗傅氏譜第一高峯值頻率表

FFT(X 向)第一高峯值頻率(Hz)						
	第一筆	第二筆	第三筆	第四筆	第五筆	第六筆
0m-帽梁	10	10	10	10	10	10
0m-柱頂	10	10	10	10	10	10
0m-柱中	10	10	10	10	10	10
0m-柱底	10	10	10	10	10	10
4m-帽梁	9	9	9	9	9	9.3
4m-柱頂	9	9	9	9	9	9.3
4m-柱中	9	9	9	9	9	9.3
4m-柱底	9	9	9	9	9	9.3

表 4.3 衝擊試驗動態特性分析結果

橋梁子結構 X 向第一模態頻率(Hz)	
0m	10.04 Hz
4m	8.98 Hz
差異值	1.06 Hz
頻率改變量	10.5 %
模態 MAC	
0m、4m MAC	0.99

表 5.1 橡膠於不同硬度時之設計剪力彈性模數

硬度(shore)	45~50	50~60	60~70
於 23 度時之剪力彈性模數	6.7~9.1	9.1~14.1	14.1~21.1
$G$ (kgf / cm <sup>2</sup> )			

表 5.2 N=325 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	91.77	1835442	27.53	550632	55.06	1101265	16.52	330379
100~1100	100~700	40000		3670883		1101265		2202530		660759
1200	800	20000		1835442		550632		1101265		330379
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離		0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm		
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )		79791	77229	68959	52163	13080		
$K_S$	23.29	水平彈簧勁度		1858246	1798580	1605981	1214820	304619		
$K_V$	77.63	垂直彈簧勁度		6194154	5995266	5353268	4049399	1015397		

表 5.3 N=50 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	14.12	282376	4.24	84713	8.47	169425	2.54	50828
100~1100	100~700	40000		564751		169425		338851		101655
1200	800	20000		282376		84713		169425		50828
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	3.58	水平彈簧常數	285884	276705	247074	186895	46864			
$K_V$	11.94	垂直彈簧常數	952947	922349	823580	622985	156215			

表 5.4 N=20 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	5.65	112950	1.69	33885	3.39	67770	1.02	20331
100~1100	100~700	40000		225901		67770		135540		40662
1200	800	20000		112950		33885		67770		20331
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	1.43	水平彈簧常數	114354	110682	98830	74758	18746			
$K_V$	4.78	垂直彈簧常數	381179	368939	329432	249194	62486			

表 5.5 N=80 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	22.59	451801	6.78	135540	13.55	271081	4.07	81324
100~1100	100~700	40000		903602		271081		542161		162648
1200	800	20000		451801		135540		271081		81324
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	5.73	水平彈簧常數	457414	442727	395318	299033	74983			
$K_V$	19.11	垂直彈簧常數	1524715	1475758	1317728	996775	249944			



表 5.6 N=100 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	28.24	564751	8.47	169425	16.94	338851	5.08	101655
100~1100	100~700	40000		1129503		338851		677702		203310
1200	800	20000		564751		169425		338851		101655
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	7.17	水平彈簧常數	571768	553409	494148	373791	93729			
$K_V$	23.89	垂直彈簧常數	1905893	1844697	1647159	1245969	312430			

表 5.7 N=150 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	42.36	847127	12.71	254138	25.41	508276	7.62	152483
100~1100	100~700	40000		1694254		508276		1016552		304966
1200	800	20000		847127		254138		508276		152483
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	10.75	水平彈簧常數	857652	830114	741222	560686	140593			
$K_V$	35.83	垂直彈簧常數	2858840	2767046	2470739	1868954	468645			

表 5.8 N=200 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	56.48	1129503	16.94	338851	33.89	677702	10.17	203310
100~1100	100~700	40000		2259005		677702		1355403		406621
1200	800	20000		1129503		338851		677702		203310
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	14.33	水平彈簧常數	1143536	1106818	988296	747581	187458			
$K_V$	47.77	垂直彈簧常數	3811787	3689395	3294319	2491938	624860			

表 5.9 N=250 各項彈簧常數

L=1200	L=800	面積	$K_H$	彈簧常數	$K_{SVB}$	彈簧常數	$K_{SHD}$	彈簧常數	$K_{SVD}$	彈簧常數
高程(cm)	高程(cm)	$cm^2$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$	$kgf/cm^3$	$kgf/cm$
0	0	20000	70.59	1411878	21.18	423563	42.36	847127	12.71	254138
100~1100	100~700	40000		2823756		847127		1694254		508276
1200	800	20000		1411878		423563		847127		254138
沉箱底面土壤彈簧常數( $kgf/cm$ )										
		距離圓心距離	0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	200 cm			
	$kgf/cm^3$	底面積( $cm^2$ )	79791	77229	68959	52163	13080			
$K_S$	17.91	水平彈簧常數	1429420	1383523	1235370	934477	234322			
$K_V$	59.72	垂直彈簧常數	4764733	4611743	4117899	3114923	78107			

表 5.10 未修正模型與微動試驗動態特性之差異表

整體橋梁自然振動頻率(Hz)								
	X(1)	X(2)	Y(1)	Y(2)	Y(3)	Y(4)	Y(5)	Z(1)
微動試驗	3.38	3.68	1.10	1.17	1.44	1.91	3.01	3.42
SAP2000	3.35	3.58	1.04	1.13	1.38	1.84	3.04	3.35
相對頻率誤差 (基礎未裸露)	0.89%	2.72%	5.91%	3.16%	4.17%	3.66%	-1.00%	2.05%
微動試驗	3.36	3.68	1.10	1.16	1.43	1.9	3.01	3.40
SAP2000	3.35	3.58	1.03	1.13	1.38	1.84	3.04	3.35
相對頻率誤差 (基礎裸露四米)	0.30%	2.72%	6.00%	2.67%	3.64%	3.16%	-1.00%	1.47%
模態 MAC								
MAC(未裸露)	0.60	0.92	0.96	0.92	0.97	0.90	0.82	0.91
MAC(裸露)	0.85	0.91	0.95	0.89	0.95	0.94	0.81	0.94
橋梁子結構 X 向第一模態頻率(Hz)								
基礎未裸露	衝擊試驗	10.04	SAP2000	8.98	相對頻率誤差		-12.95%	
基礎裸露	衝擊試驗	8.98	SAP2000	7.75	相對頻率誤差		-13.70%	

表 5.11 修正模型與微動試驗動態特性之差異表

整體橋梁自然振動頻率(Hz)								
	X(1)	X(2)	Y(1)	Y(2)	Y(3)	Y(4)	Y(5)	Z(1)
微動試驗	3.38	3.68	1.10	1.17	1.44	1.91	3.01	3.42
SAP2000	3.41	3.69	1.12	1.19	1.46	1.88	2.99	3.41
相對頻率誤差 (基礎未裸露)	-0.89%	-0.27%	-1.82%	-1.71%	-1.39%	1.57%	0.66%	0.29%
微動試驗	3.36	3.68	1.10	1.16	1.43	1.90	3.01	3.40
SAP2000	3.41	3.69	1.12	1.18	1.45	1.87	2.99	3.41
相對頻率誤差 (基礎裸露四米)	-1.49%	-0.27%	-1.82%	-1.72%	-1.40%	1.58%	0.66%	0.29%
模態 MAC								
MAC(未裸露)	0.55	0.92	0.97	0.94	0.98	0.89	0.82	0.92
MAC(裸露)	0.81	0.90	0.95	0.90	0.96	0.94	0.81	0.95
橋梁子結構 X 向第一模態頻率(Hz)								
基礎未裸露	衝擊試驗	10.04	SAP2000	10.14	相對頻率誤差		-1.00%	
基礎裸露四米	衝擊試驗	8.98	SAP2000	9.00	相對頻率誤差		-0.22%	

表 5.12 修正模型動態特性分析結果

整體橋梁自然振動頻率(Hz)								
	X-No.1	X-No.2	Y-No.1	Y-No.2	Y-No.3	Y-No.4	Y-No.5	Z-NO.1
基礎未裸露	3.41	3.69	1.12	1.19	1.46	1.88	2.99	3.41
基礎裸露四米	3.41	3.69	1.12	1.18	1.45	1.87	2.99	3.41
頻率改變量	0.00%	0.00%	0.00%	0.84%	0.68%	0.53%	0.00%	0.00%
模態 MAC								
MAC	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.99	0.99	0.99
橋梁子結構 X 向第一模態頻率(Hz)								
基礎未裸露	10.14		頻率改變量			11.24%		
基礎裸露四米	9.00							

表 5.13 案例一分析結果

單跨單元 X 向第一模態自然振動頻率(Hz)			
土壤 N 值	未裸露	裸露	改變量
325	10.14	9.00	11.24%
250	10.11	8.93	11.67%
200	9.94	8.46	14.89%
150	9.89	8.05	18.60%
100	9.74	7.79	20.02%
80	9.60	7.47	22.19%
50	9.12	6.86	24.78%
20	8.11	5.86	27.79%



表 5.14 案例二分析結果

兩跨連續單元 X 向第一模態自然振動頻率(Hz)			
土壤 N 值	未裸露	裸露	改變量
325	14.32	13.64	4.72%
250	14.30	13.60	4.91%
200	14.29	13.56	5.14%
150	14.28	13.48	5.58%
100	14.24	13.29	6.70%
80	14.22	13.15	7.52%
50	14.16	12.74	10.03%
20	13.89	11.95	13.99%

表 5.15 案例三分析結果

三跨連續單元 X 向第一模態自然振動頻率(Hz)			
土壤 N 值	未裸露	裸露	改變量
325	19.03	18.83	1.02%
250	19.01	18.79	1.20%
200	19.00	18.60	2.08%
150	18.97	18.25	3.83%
100	18.92	17.38	8.13%
80	18.77	16.80	10.52%
50	18.69	15.67	16.16%
20	18.39	15.00	18.41%

表 5.16 案例四分析結果

三跨連續單元 X 向第一模態自然振動頻率(Hz)			
土壤 N 值	未裸露	裸露	改變量
325	19.03	18.56	2.45%
250	19.01	18.42	3.12%
200	19.00	18.09	4.77%
150	18.97	17.54	7.54%
100	18.92	16.47	12.94%
80	18.77	15.82	15.72%
50	18.69	13.94	25.41%
20	18.39	11.61	36.87%

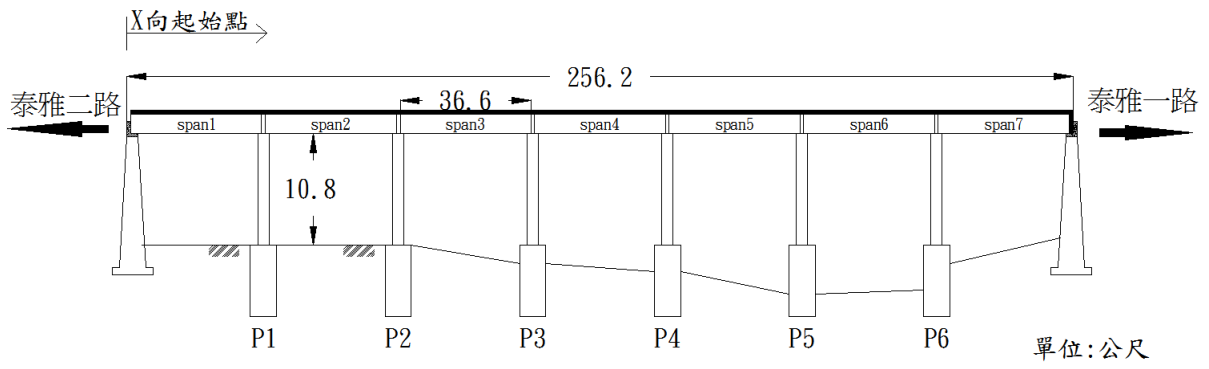


圖 2.1 橋梁全跨側視圖(公尺)



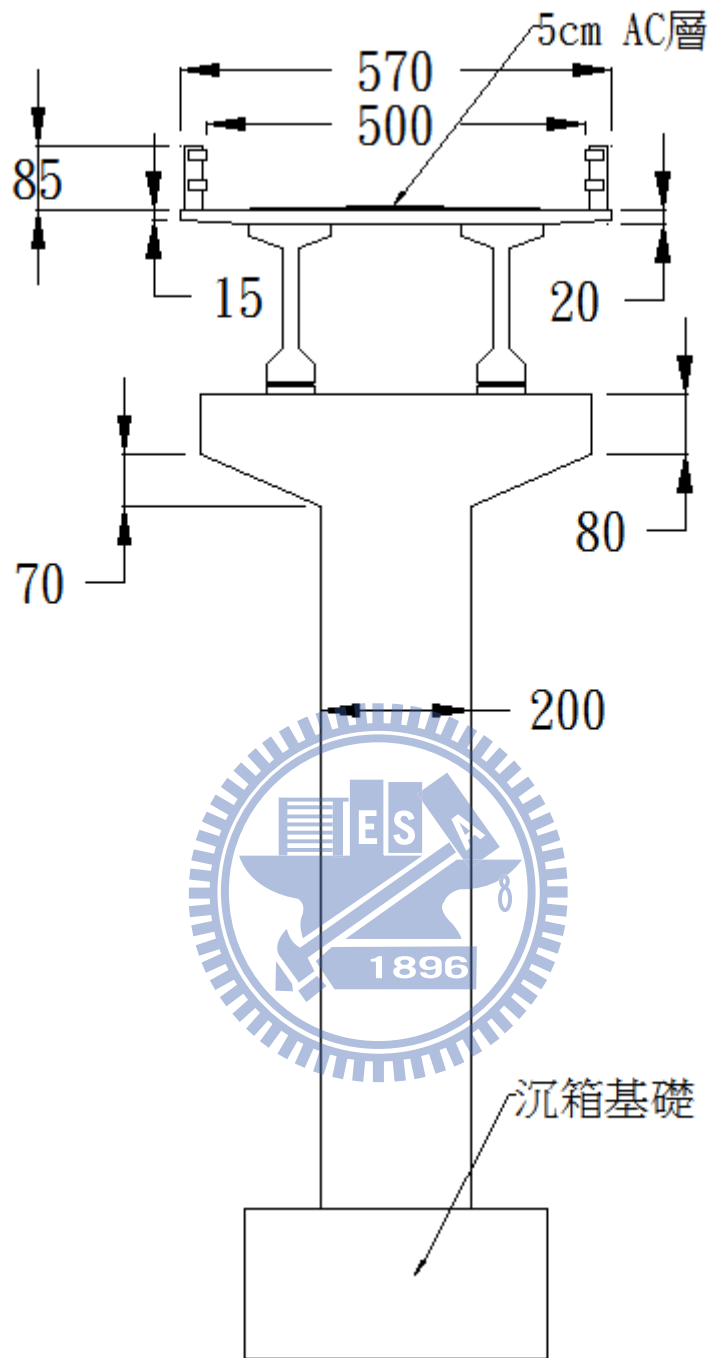


圖 2.2 橋梁 RC 橋墩斷面圖(cm)

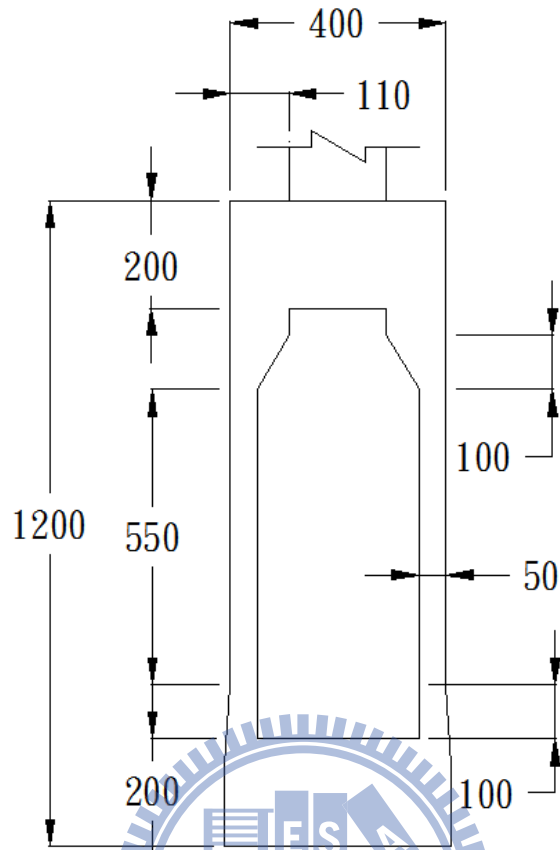


圖 2.3 沉箱基礎斷面(cm)

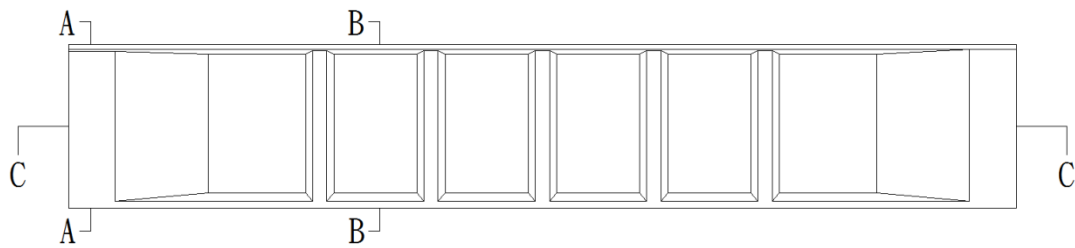


圖 2.4 預力 I 型大梁側視圖(m)

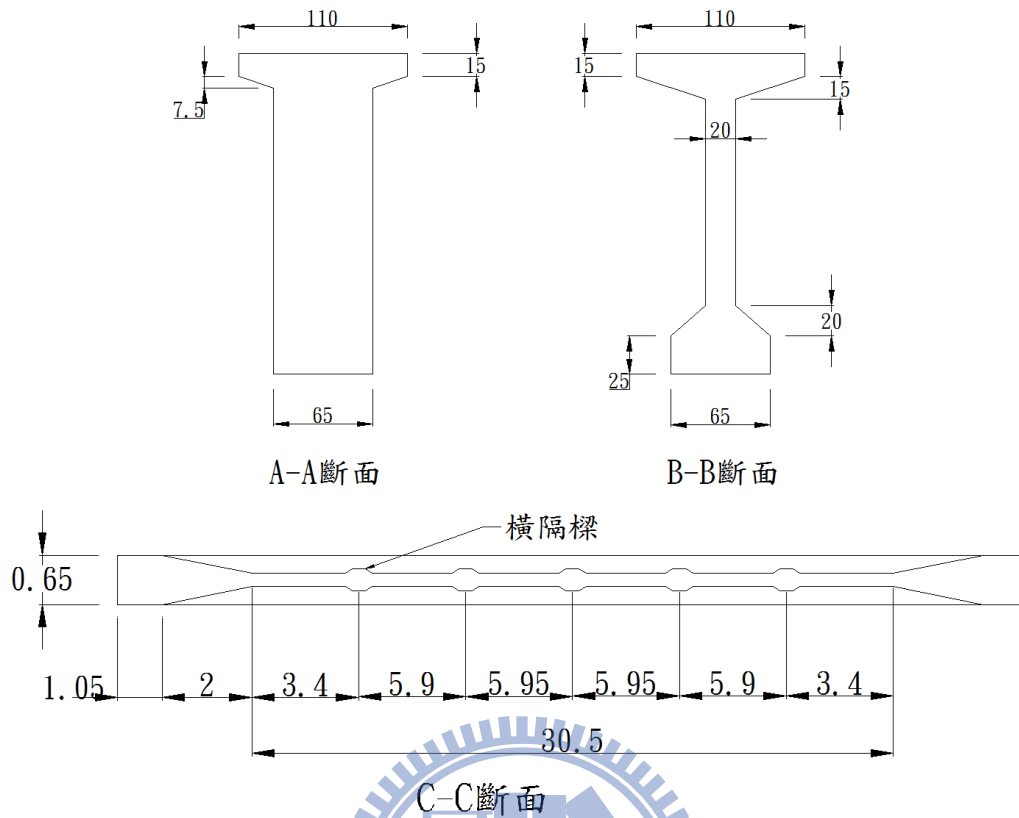


圖 2.5 預力 I 型大梁斷面(A-A 斷面、B-B 斷面、C-C 斷面)



圖 2.6 橋面板連續 AC 磨耗層切割狀態



圖 2.7 橋面板連續 AC 磨耗層未切割狀態



圖 2.8 SPC-51A





圖 2.9 攜帶型集錄系統



圖 2.10 微振感應子 (VES-15D1)

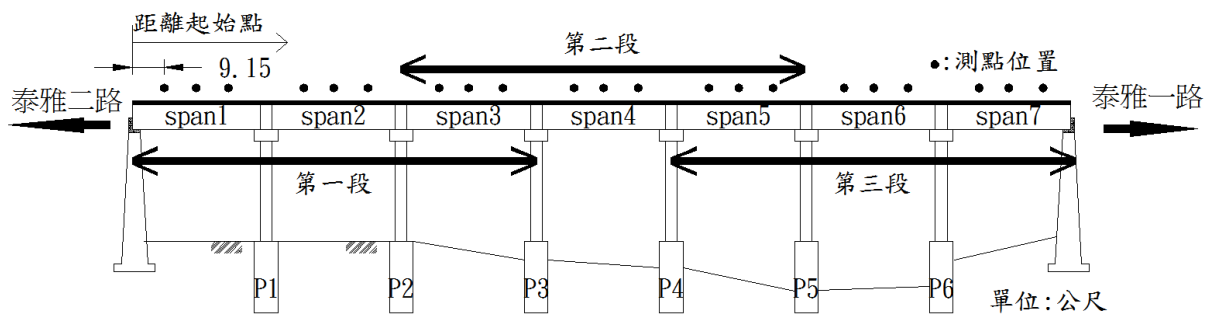


圖 2.11 微動試驗 (一) 測站位置



圖 2.12 微動試驗 (二) 未裸露現地照片

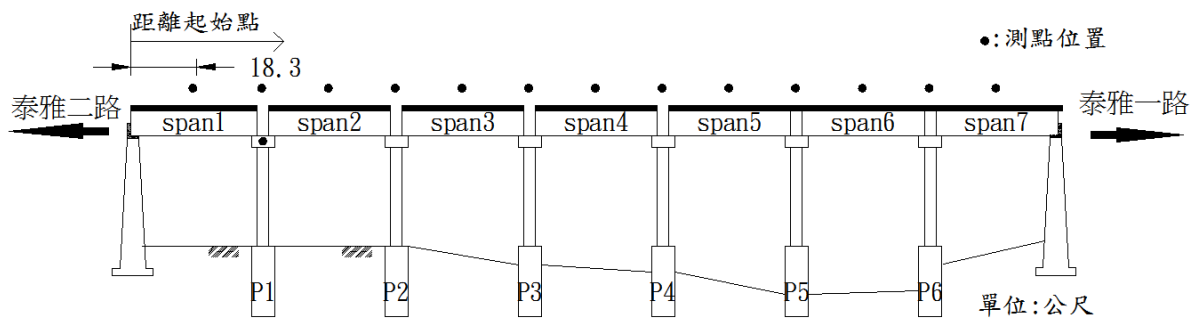


圖 2.13 微動試驗 (二) 測站位置



圖 2.14 微動試驗 (二) 裸露四米現地照片



圖 2.15 壓電式之傾角計 (NB3)



圖 2.16 自由衰減試驗未裸露現地照片



圖 2.17 自由衰減試驗裸露四米現地照片

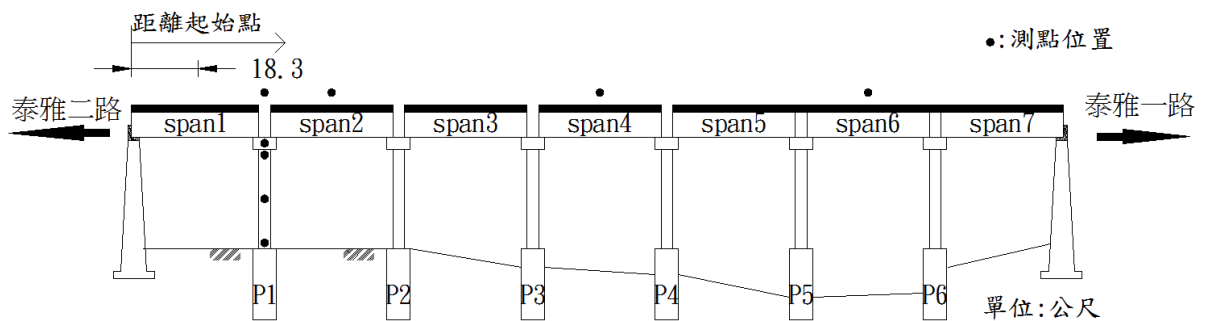


圖 2.18 自由衰減試驗測站位置

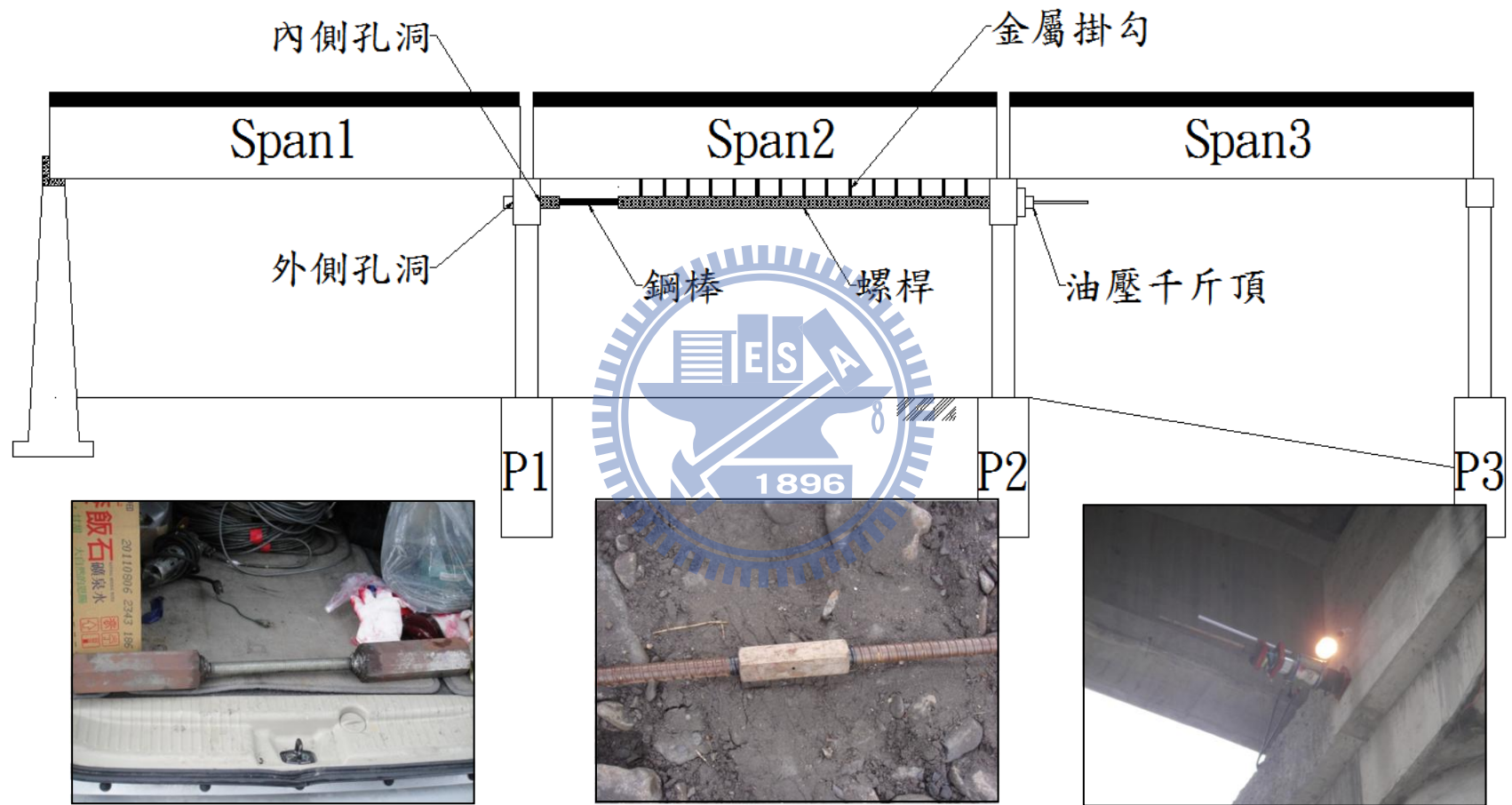


圖 2.19 自由振動試驗裝置示意圖



圖 2.20 實驗室-鋼棒抗拉試驗

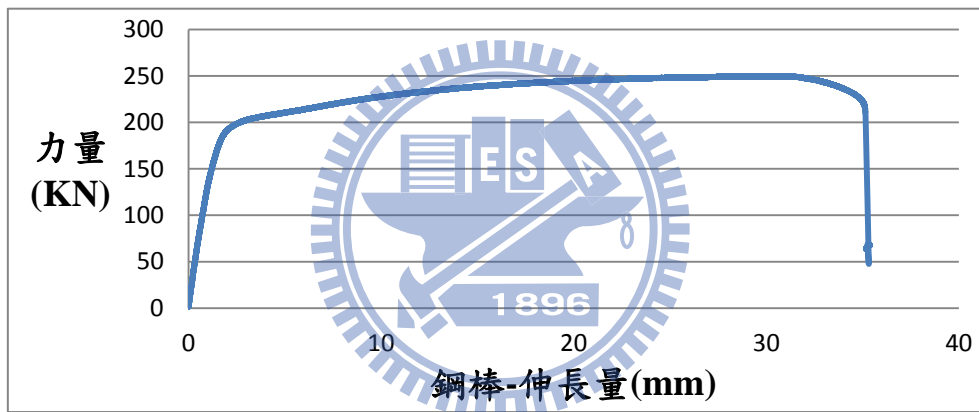


圖 2.21 鋼棒抗拉試驗結果(力量-伸長量圖)

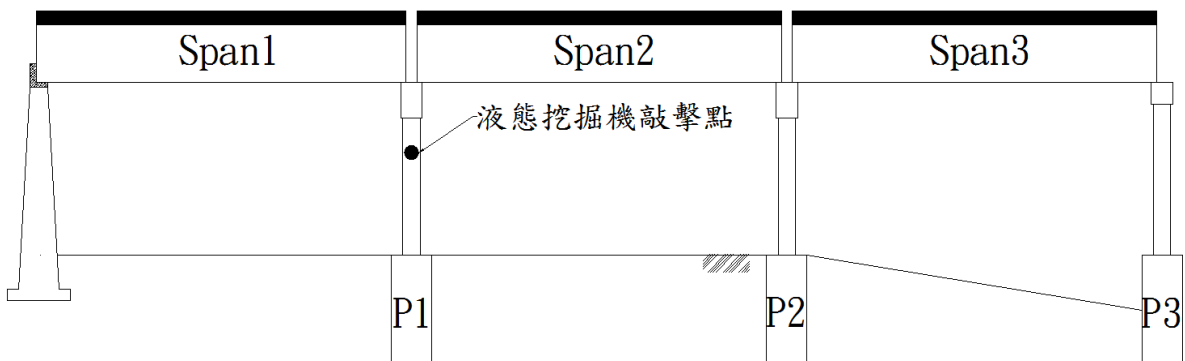


圖 2.22 衝擊試驗裝置示意圖



圖 2.23 衝擊試驗未裸露現地照片



圖 2.24 衝擊試驗裸露四米現地照片



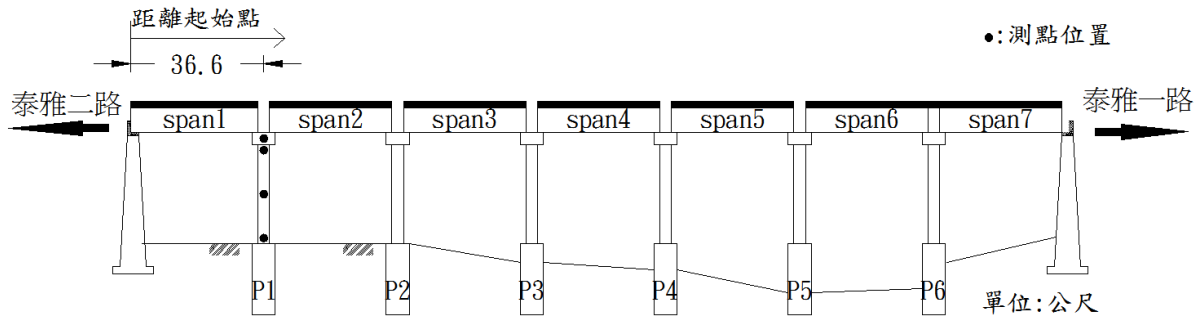
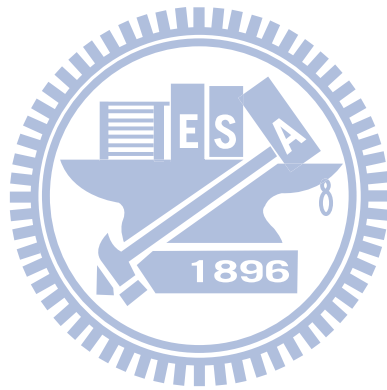


圖 2.25 衝擊試驗測站位置



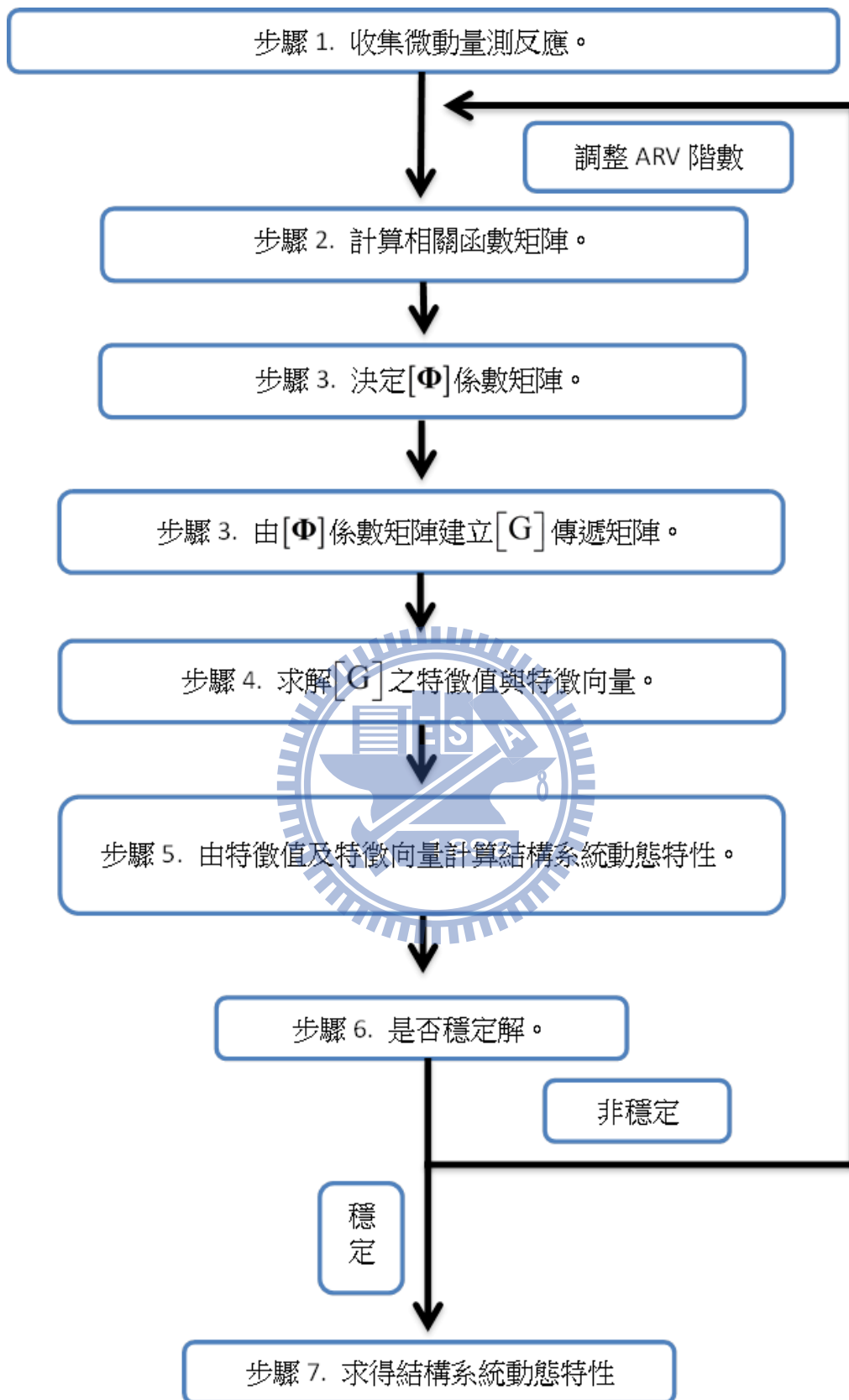


圖 3.1 ARV 系統識別流程圖

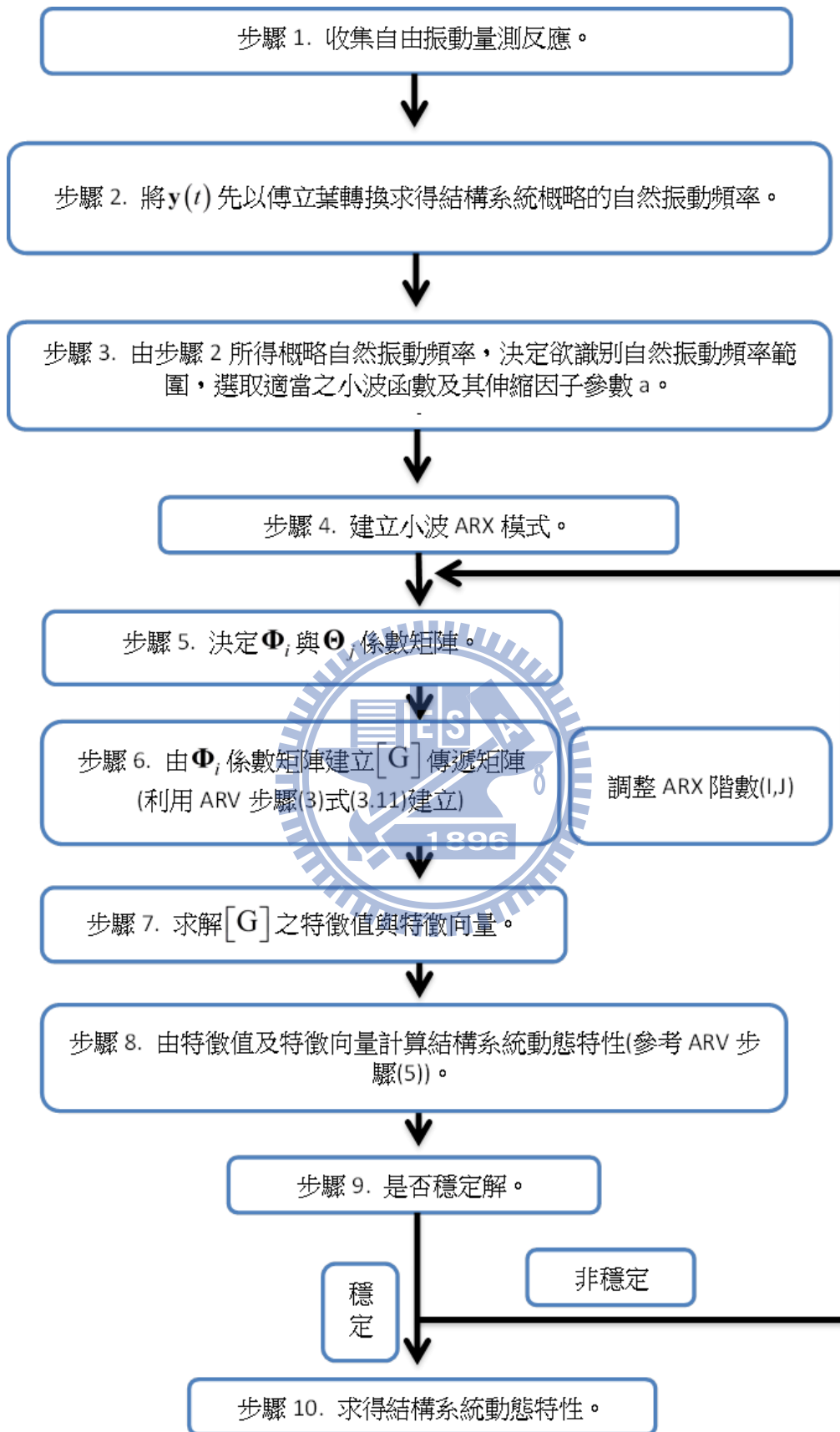


圖 3.2 ARX 系統識別流程圖

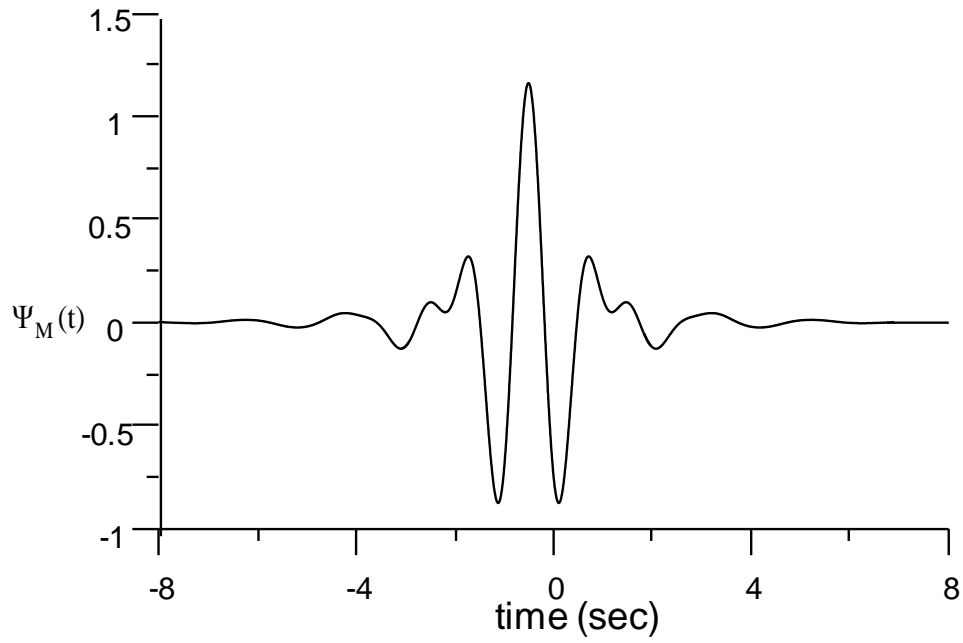


圖 3.3 Meyer 小波函數( $\Psi(t)$ )

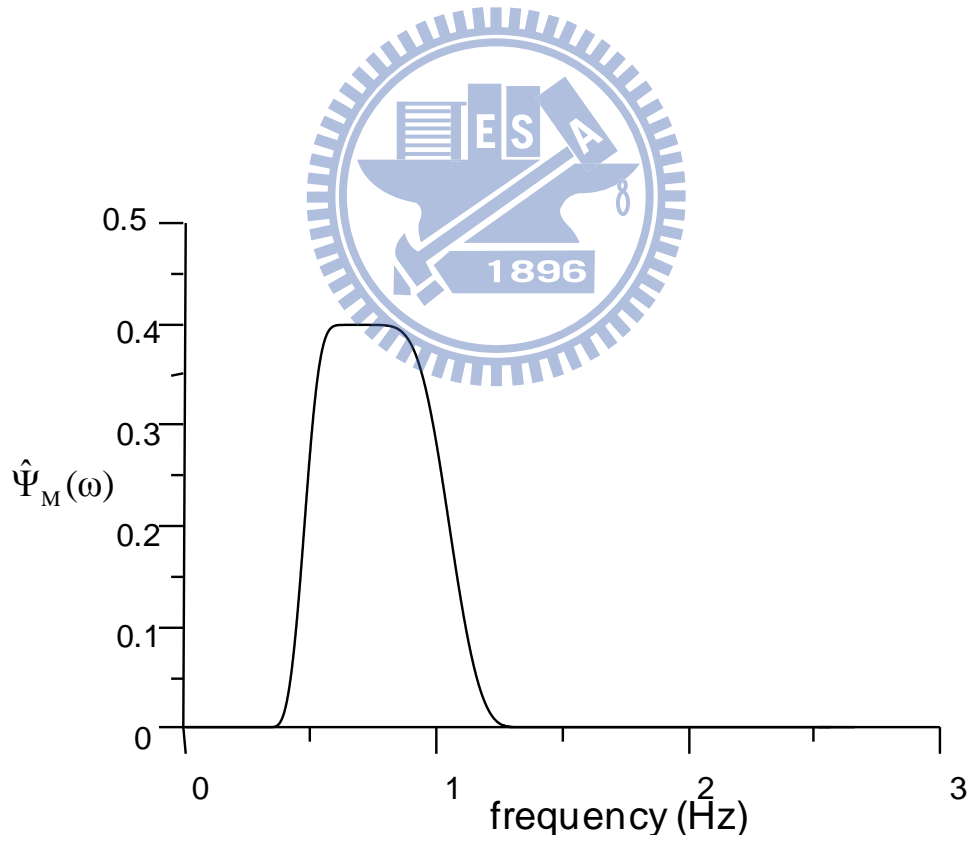
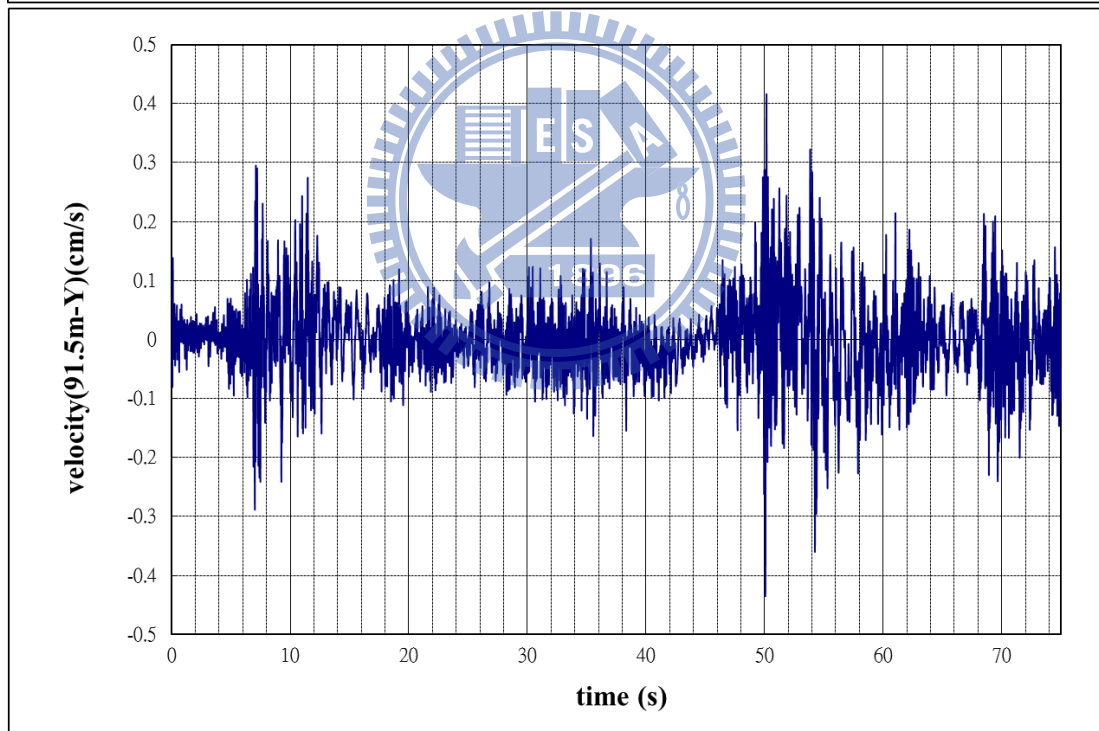
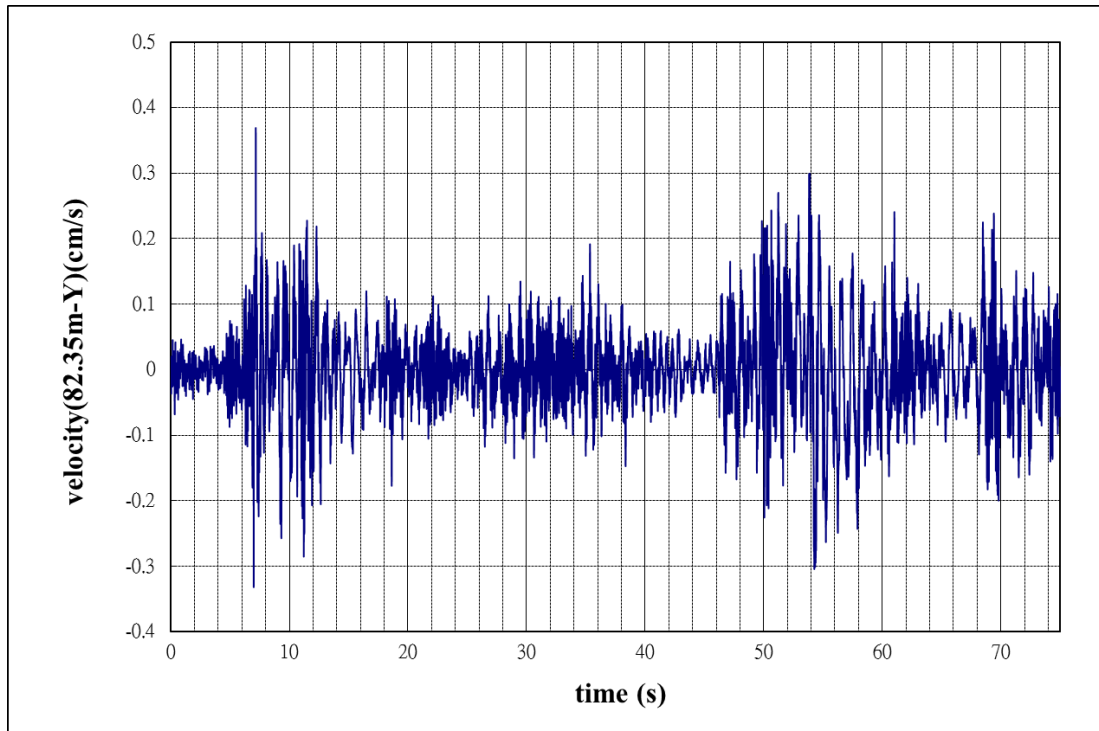
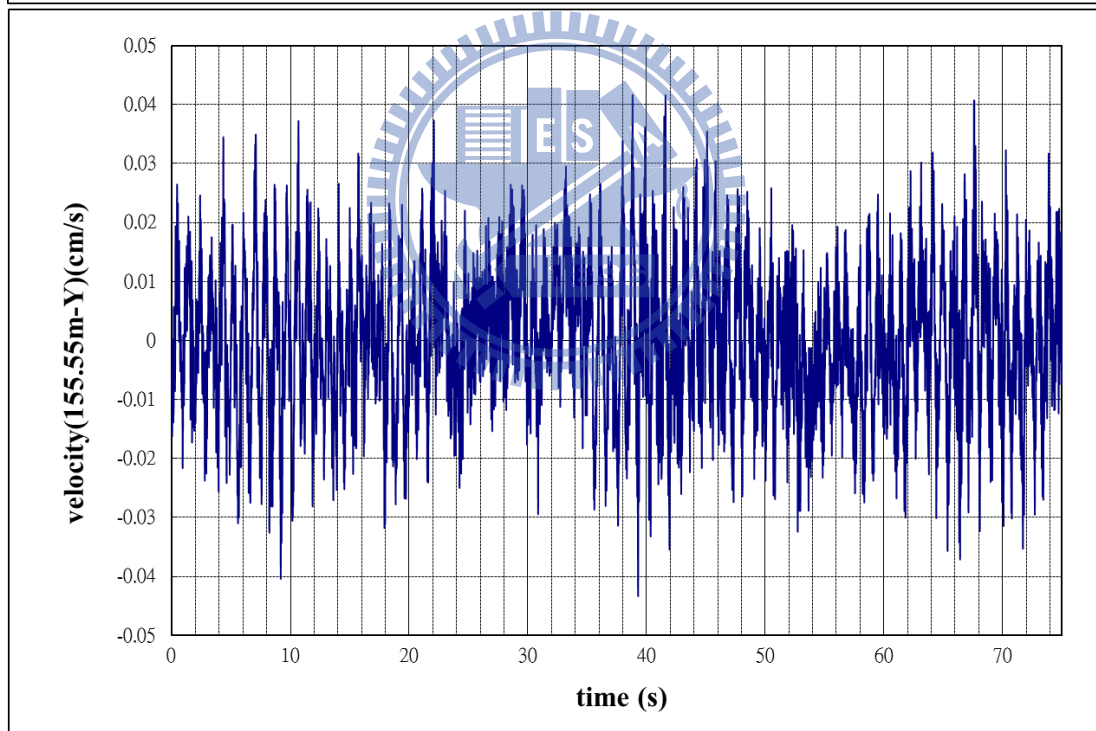
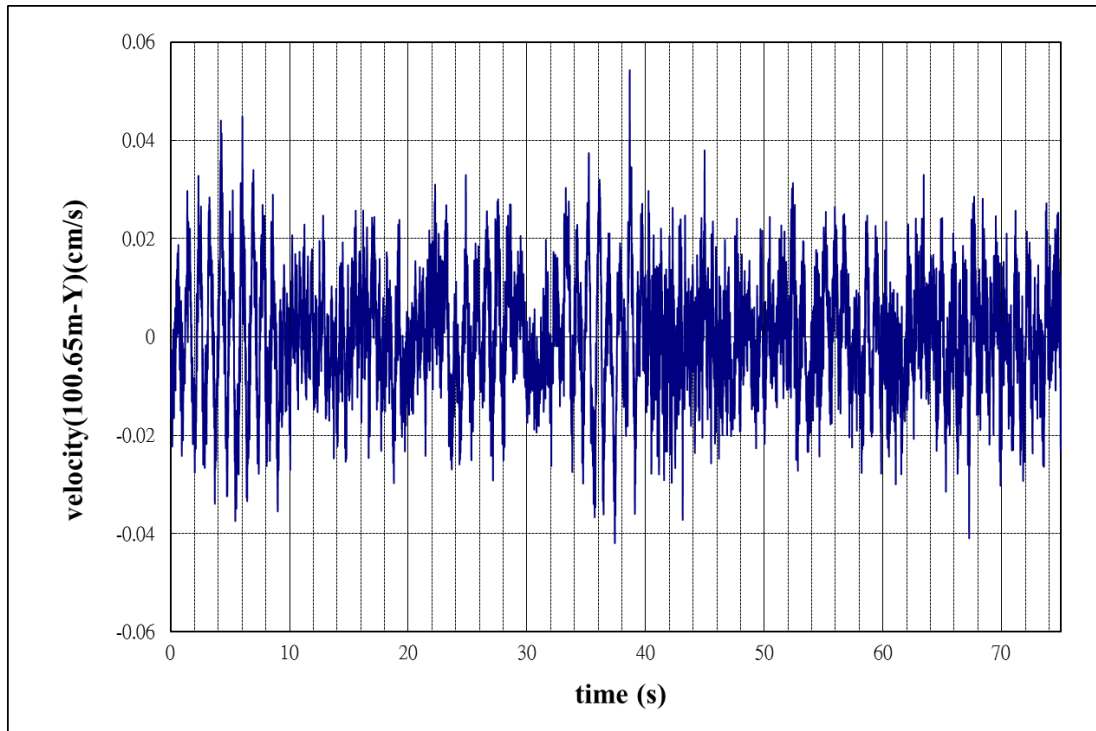


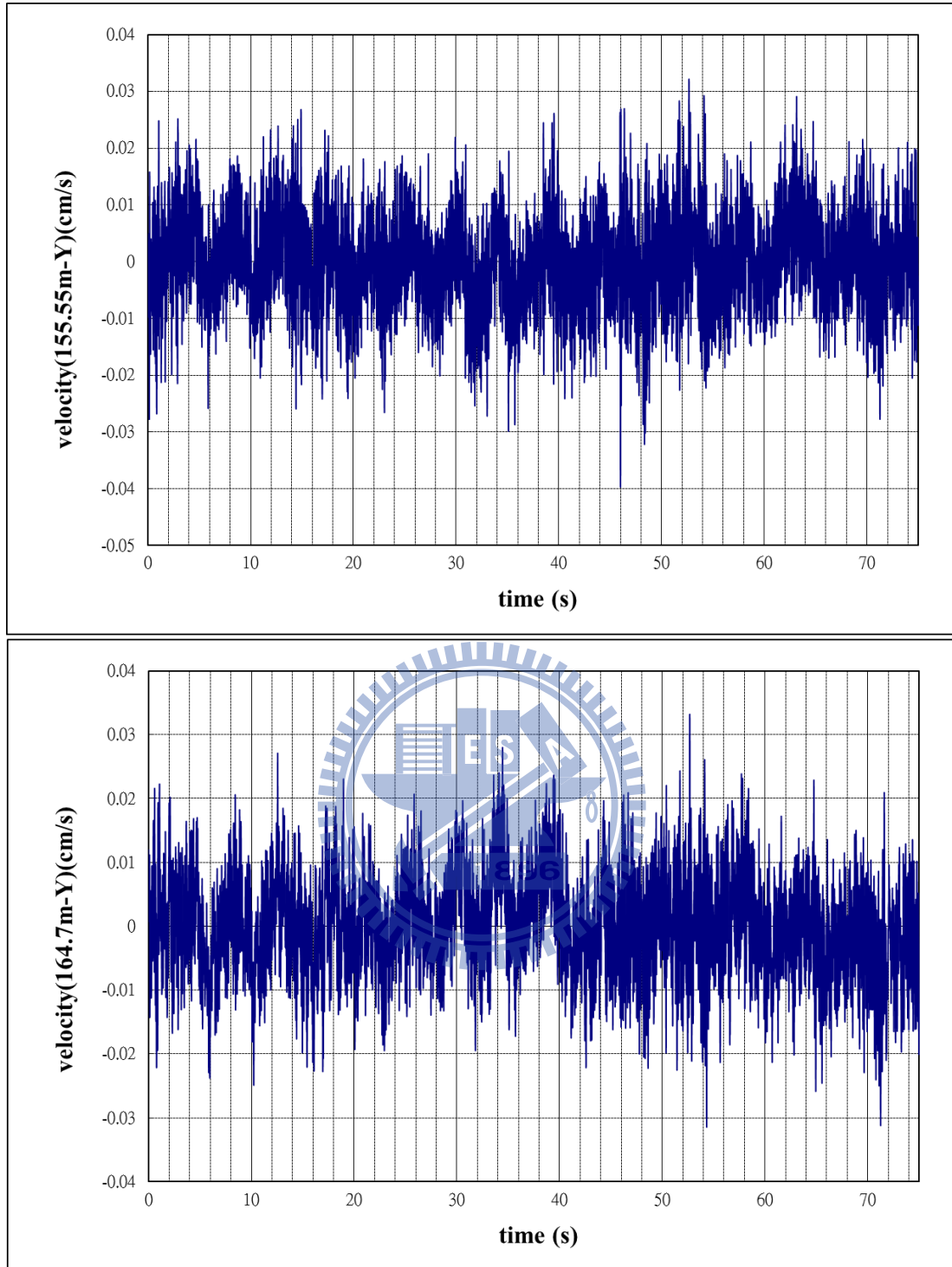
圖 3.4  $\hat{\Psi}(\omega)$  之各頻率分量



第一段(a)

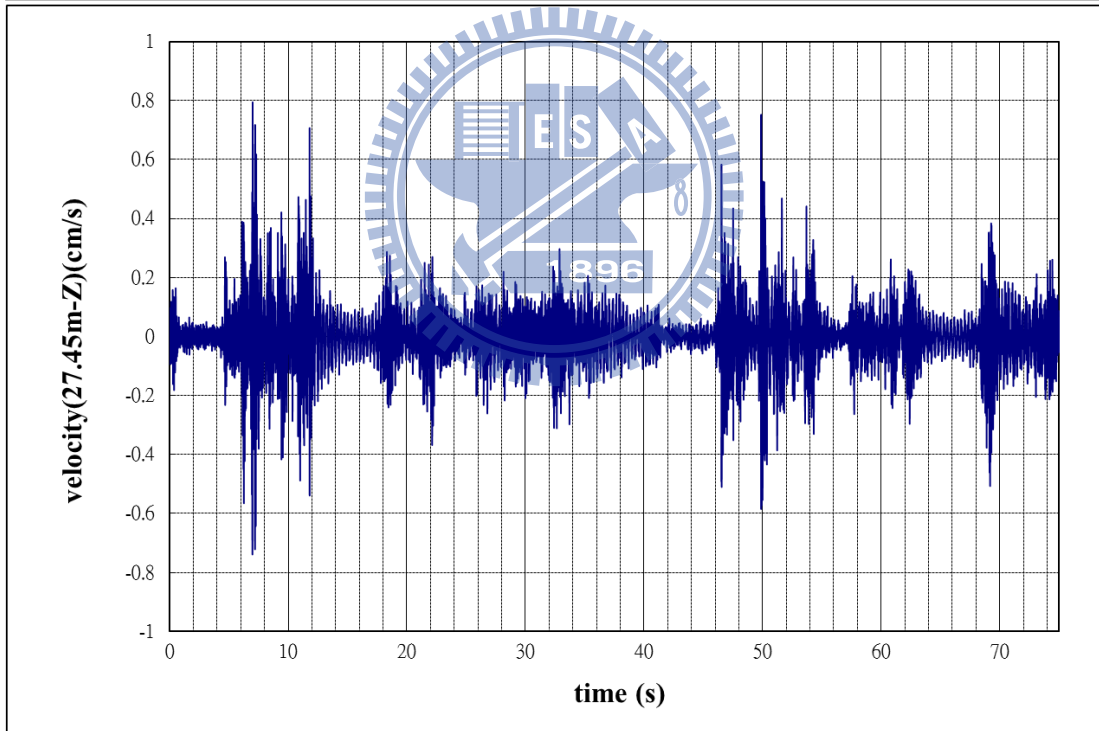
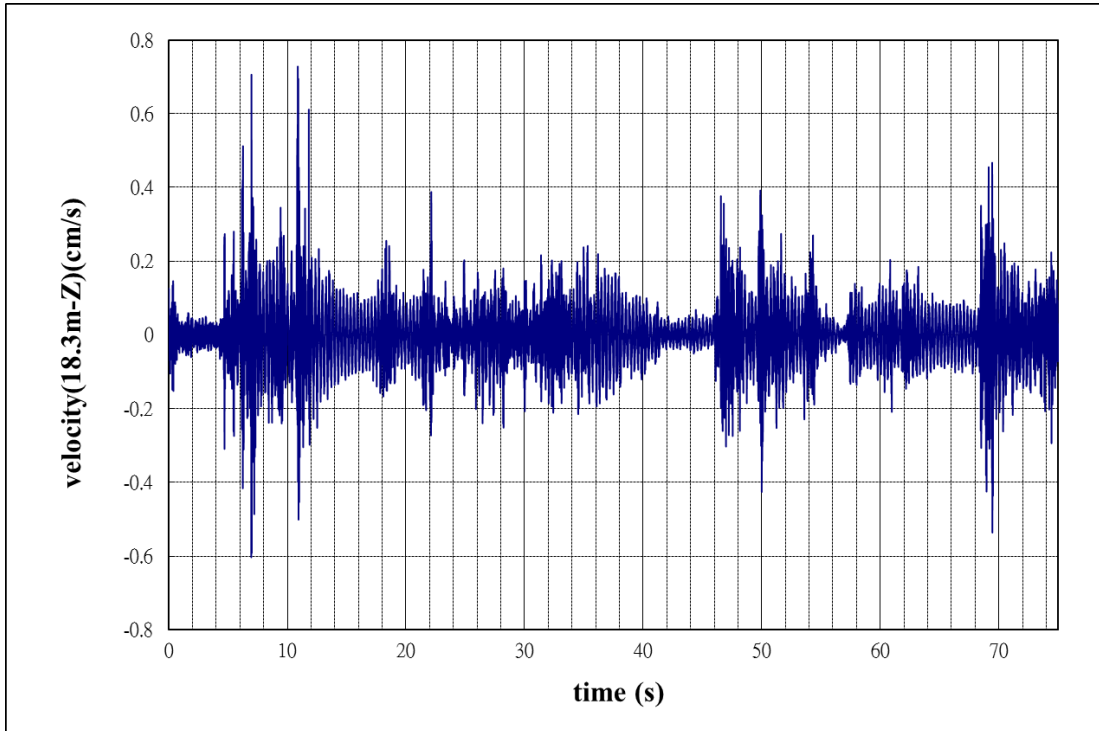


第二段(b)(續上頁)



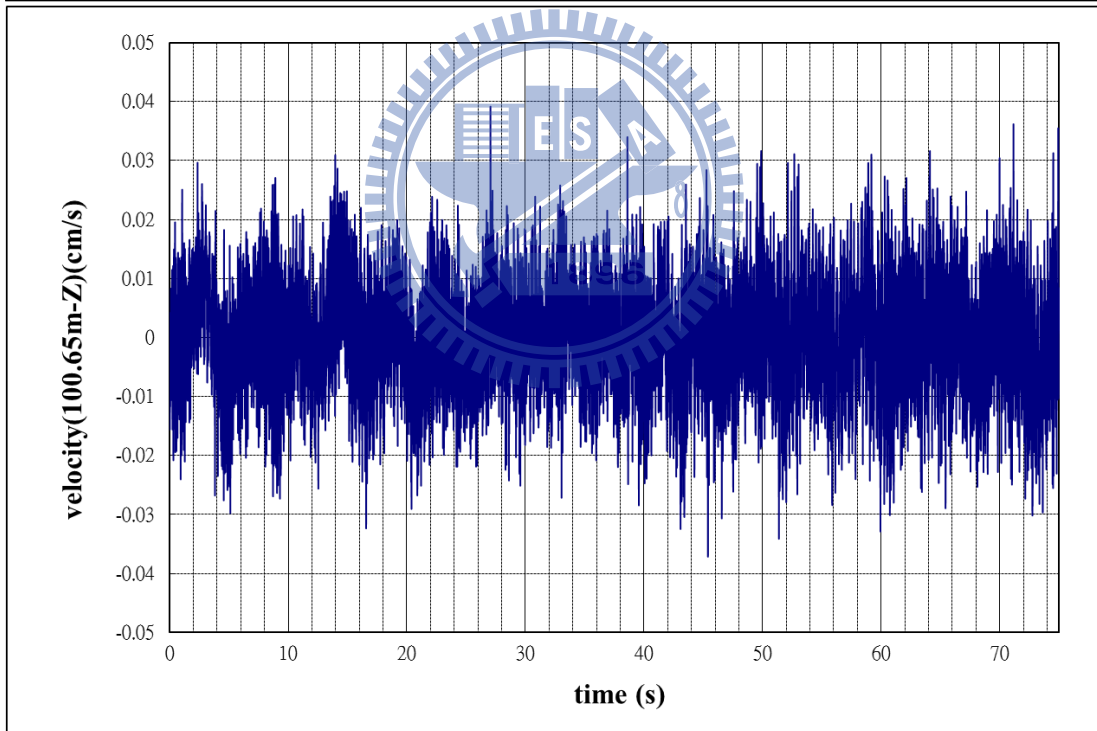
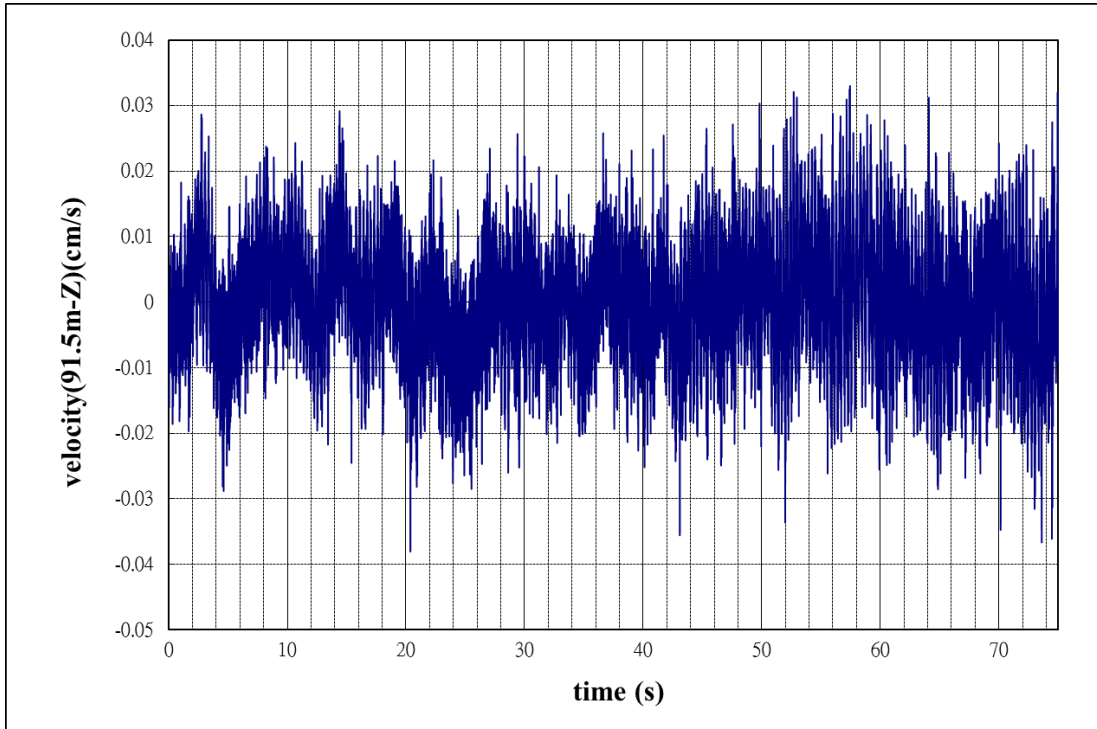
第三段(c) (續上頁)

圖 4.1 基礎未裸露 Y 向時間歷時圖(a)、(b)、(c)

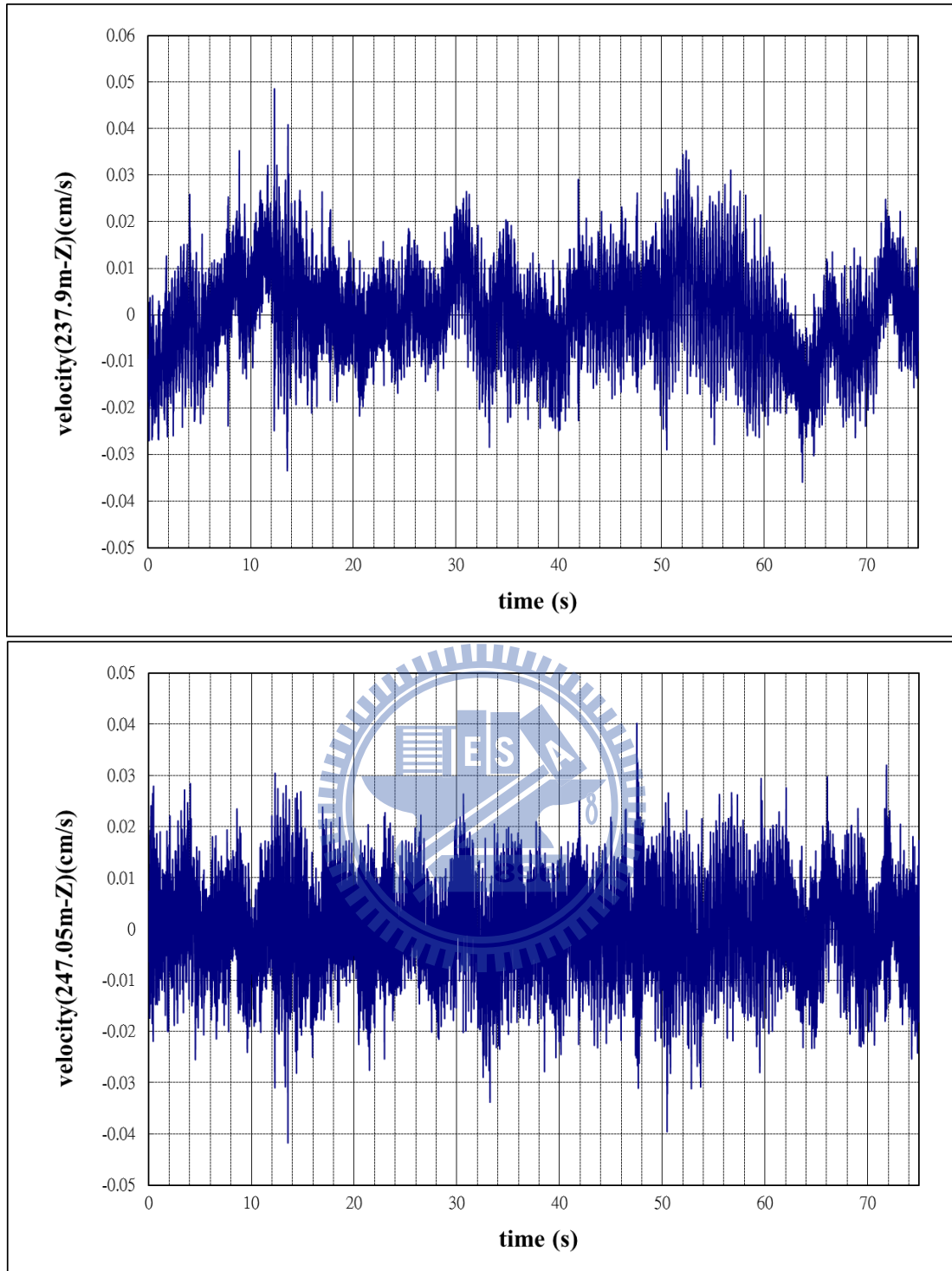


第一段(a)



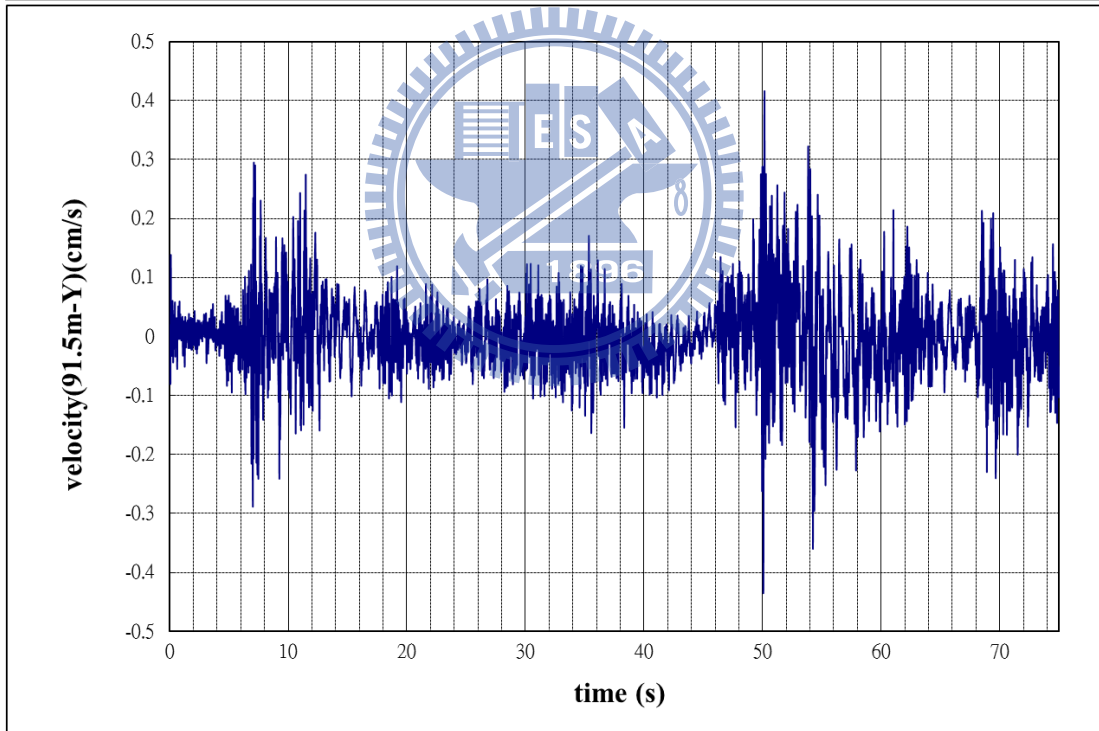
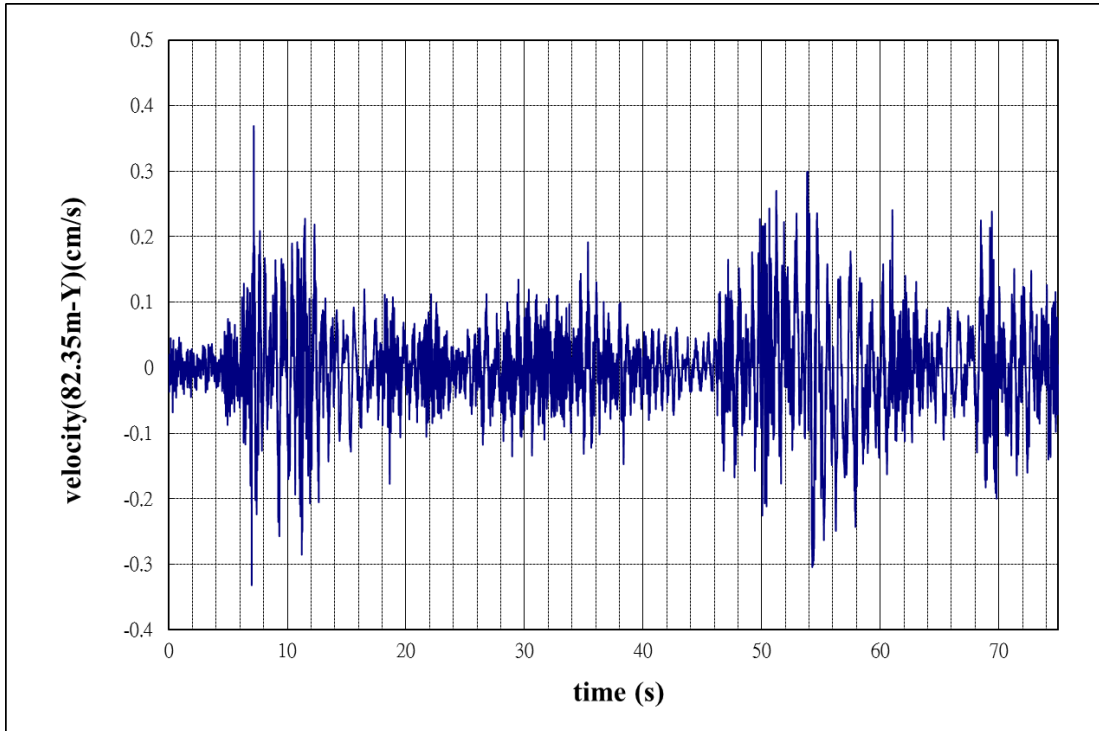


第二段(b) (續上頁)

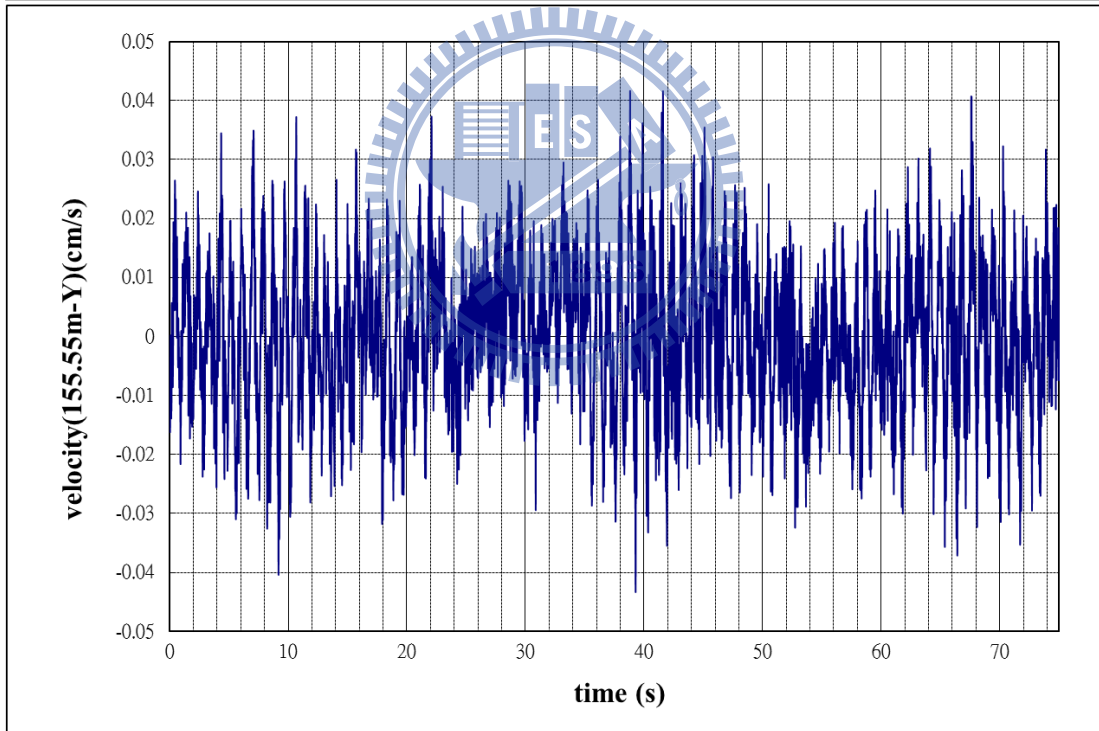
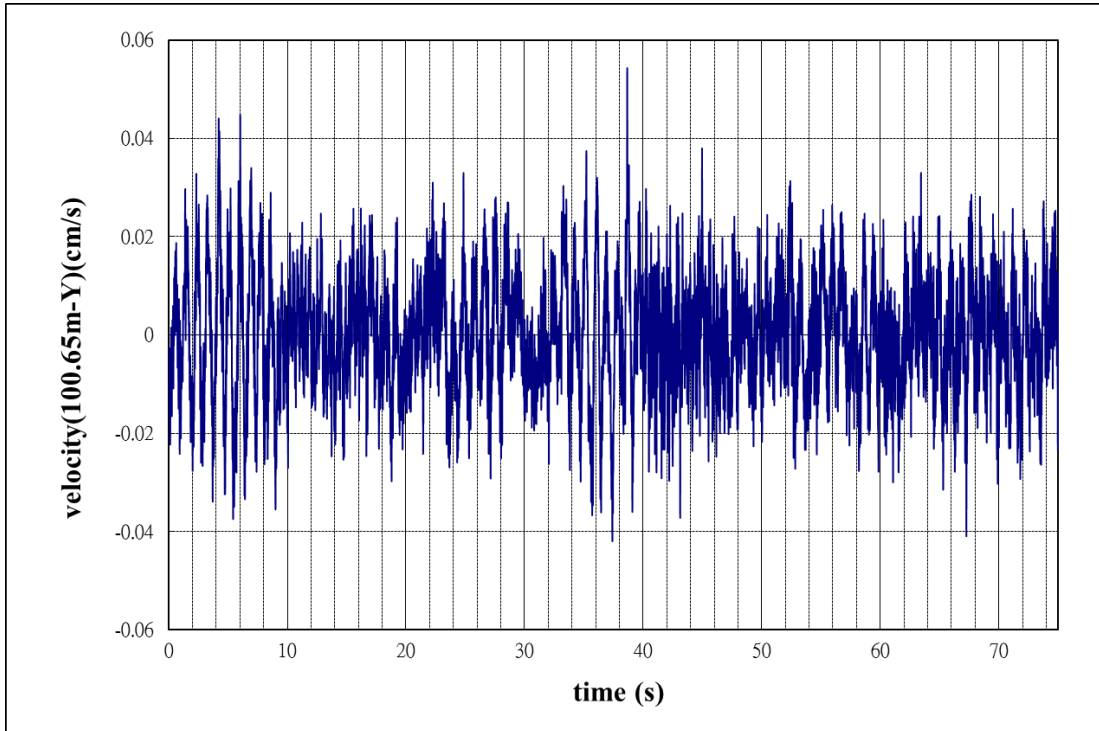


第三段(c) (續上頁)

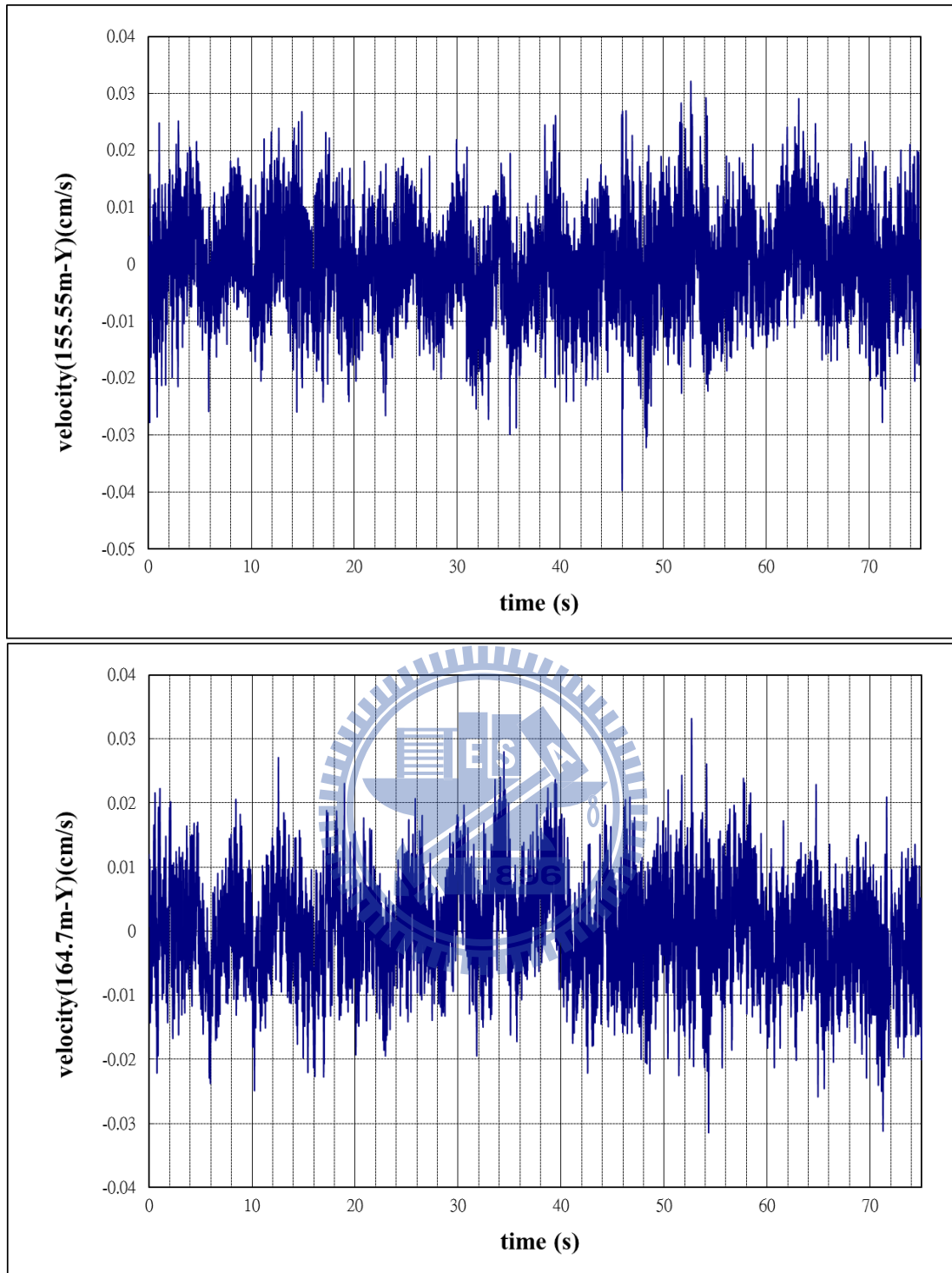
圖 4.2 基礎未裸露 Z 向時間歷時圖(a)、(b)、(c)



(a)

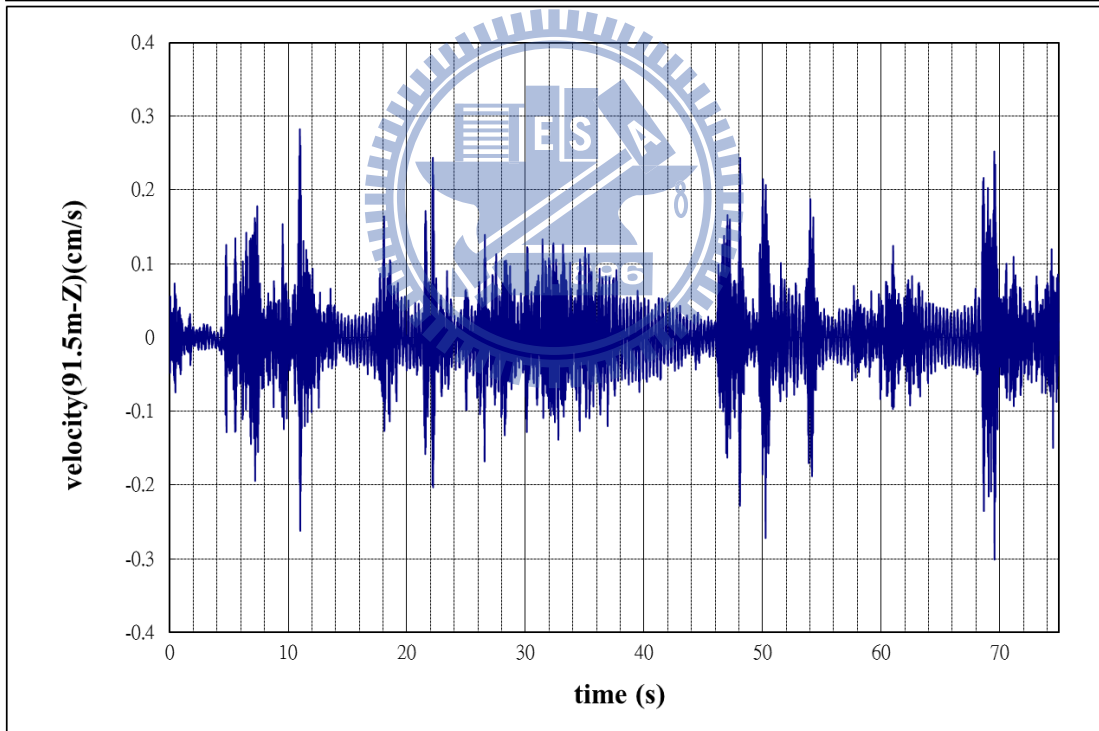
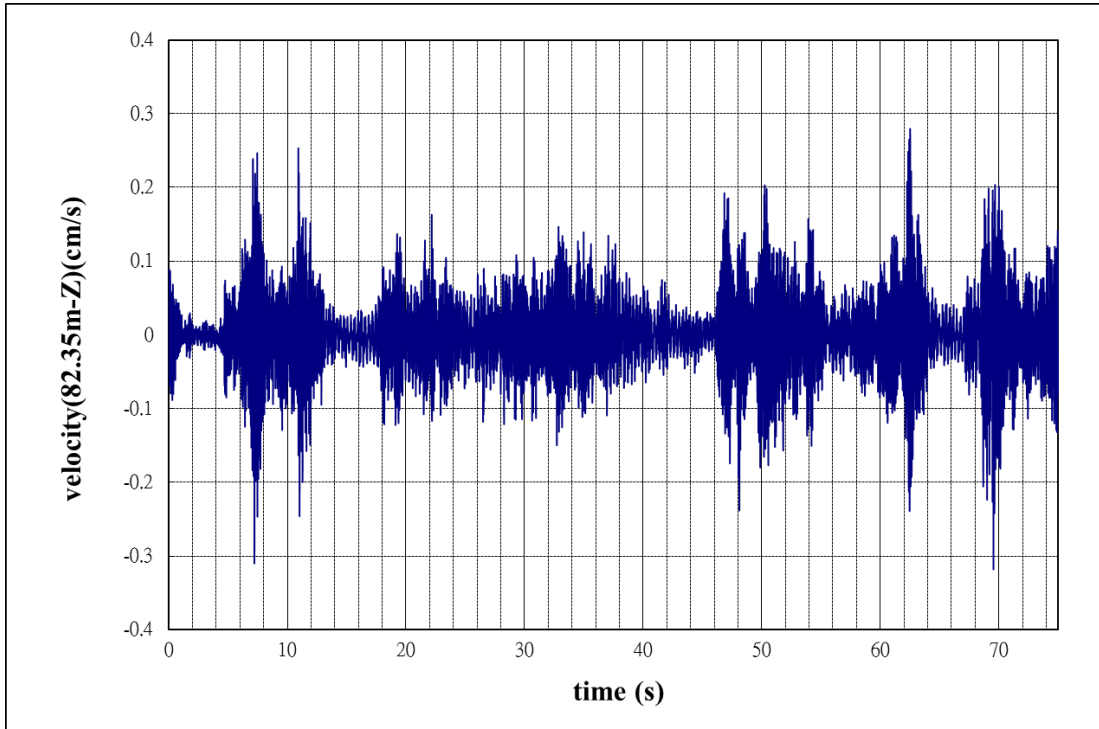


(b) (續上頁)

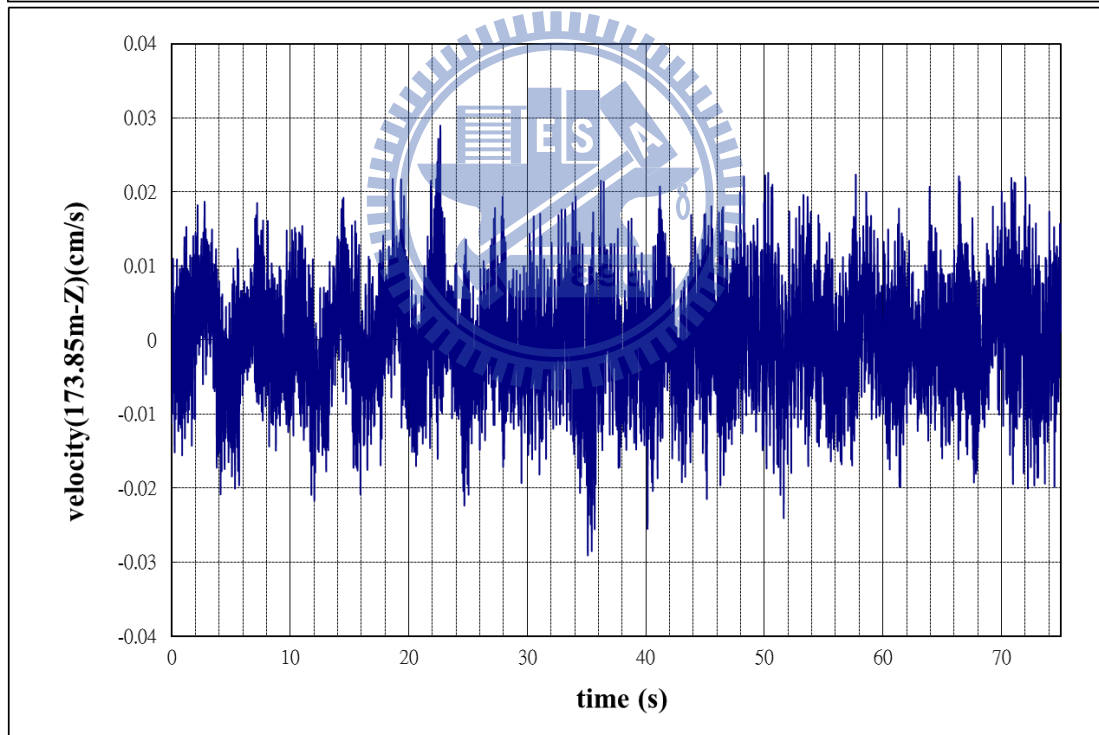
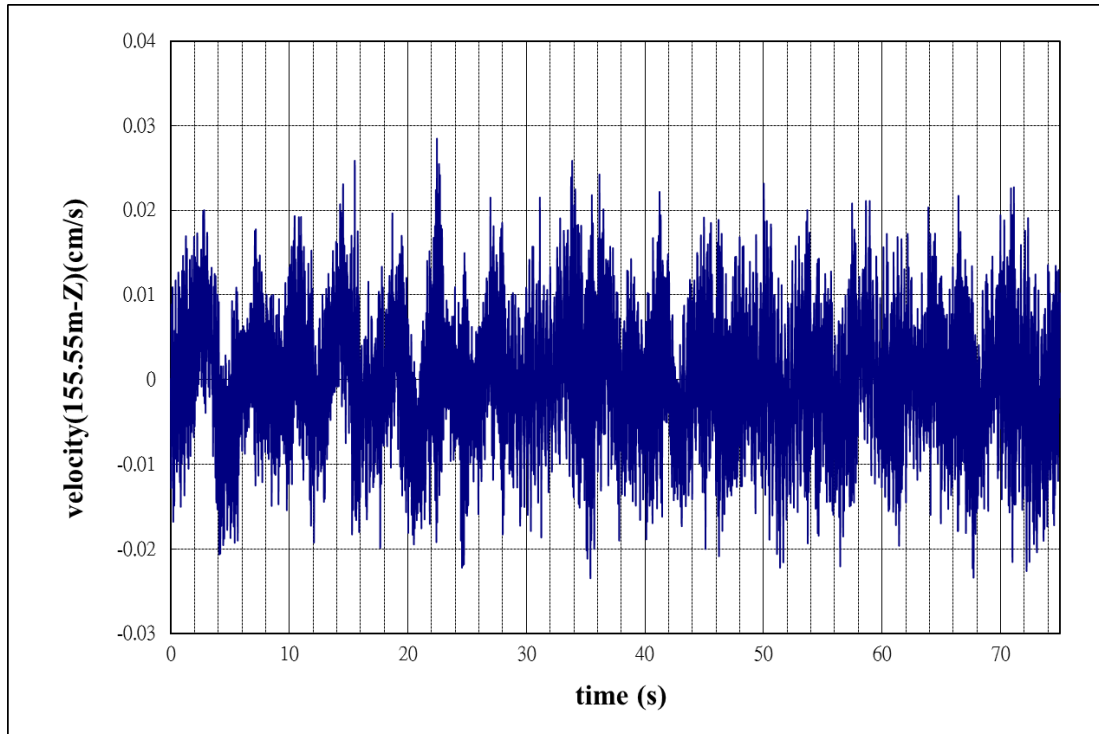


(c) (續上頁)

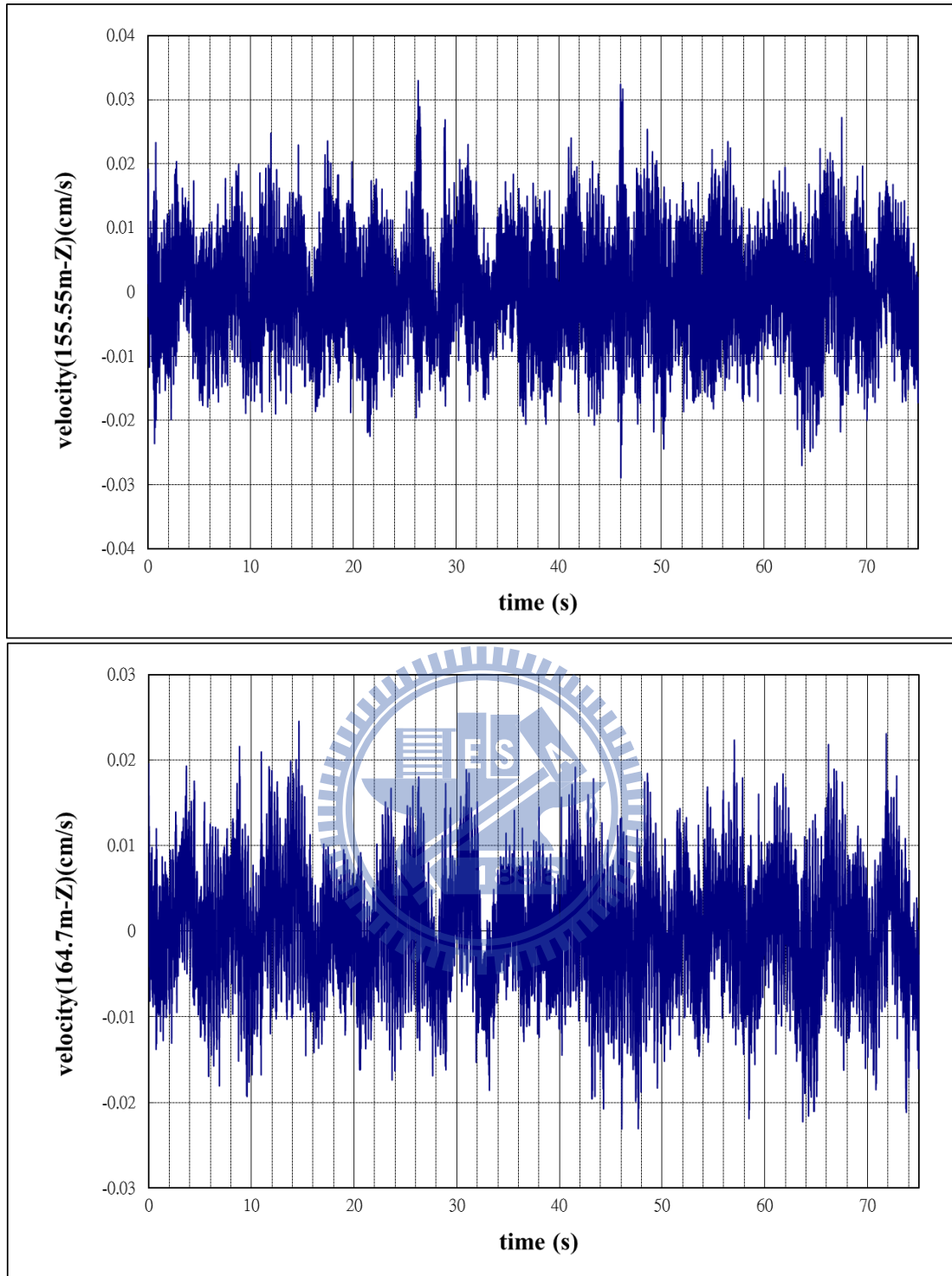
圖 4.3 基礎裸露四米 Y 向時間歷時圖(a)第一段；(b)第二段；(c)第三段



(a)



(b) (續上頁)



(c) (續上頁)

圖 4.4 基礎裸露四米 Z 向時間歷時圖(a)第一段；(b)第二段；(c)第三段



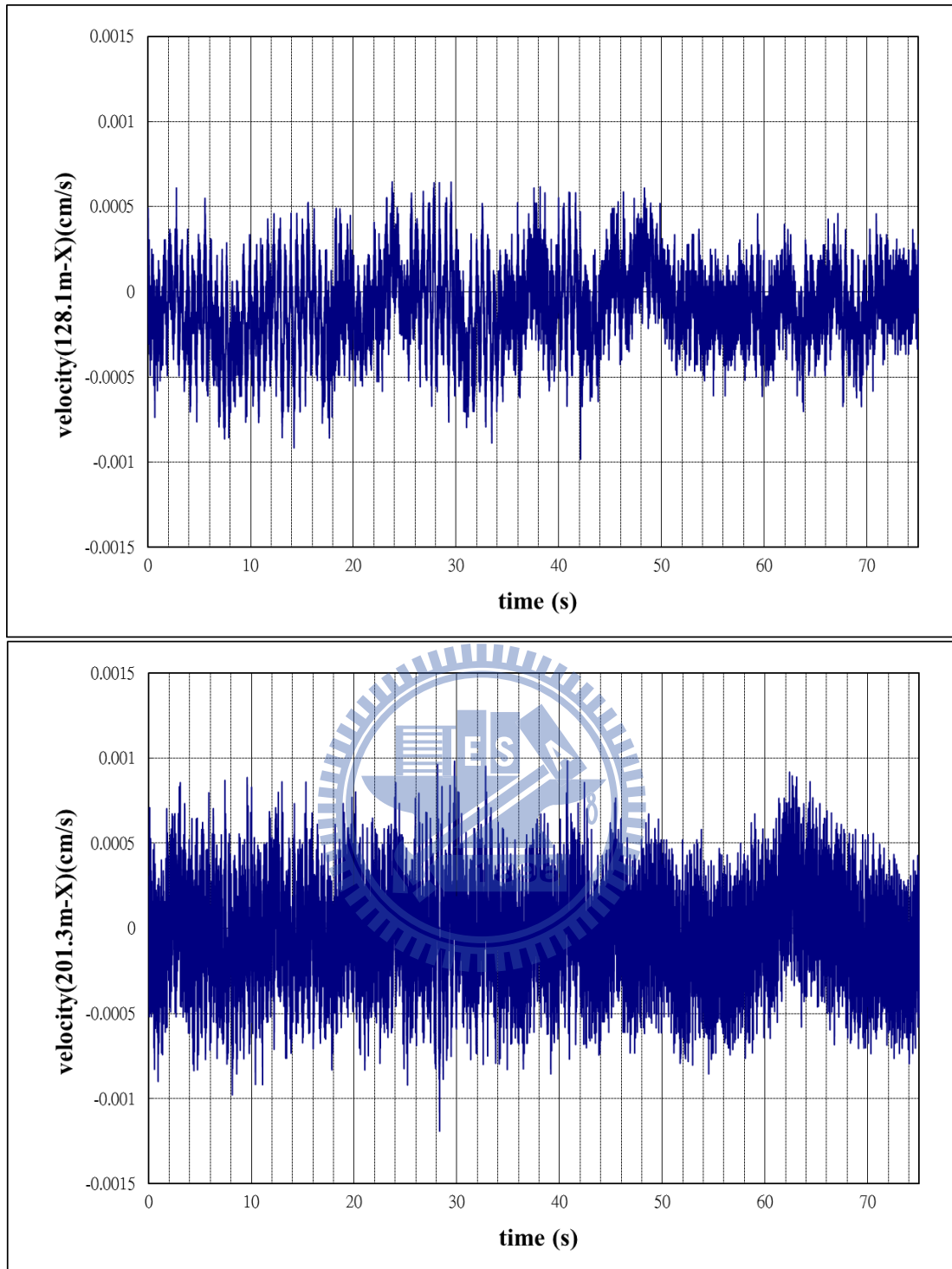


圖 4.5 基礎未裸露 X 向時間歷時圖

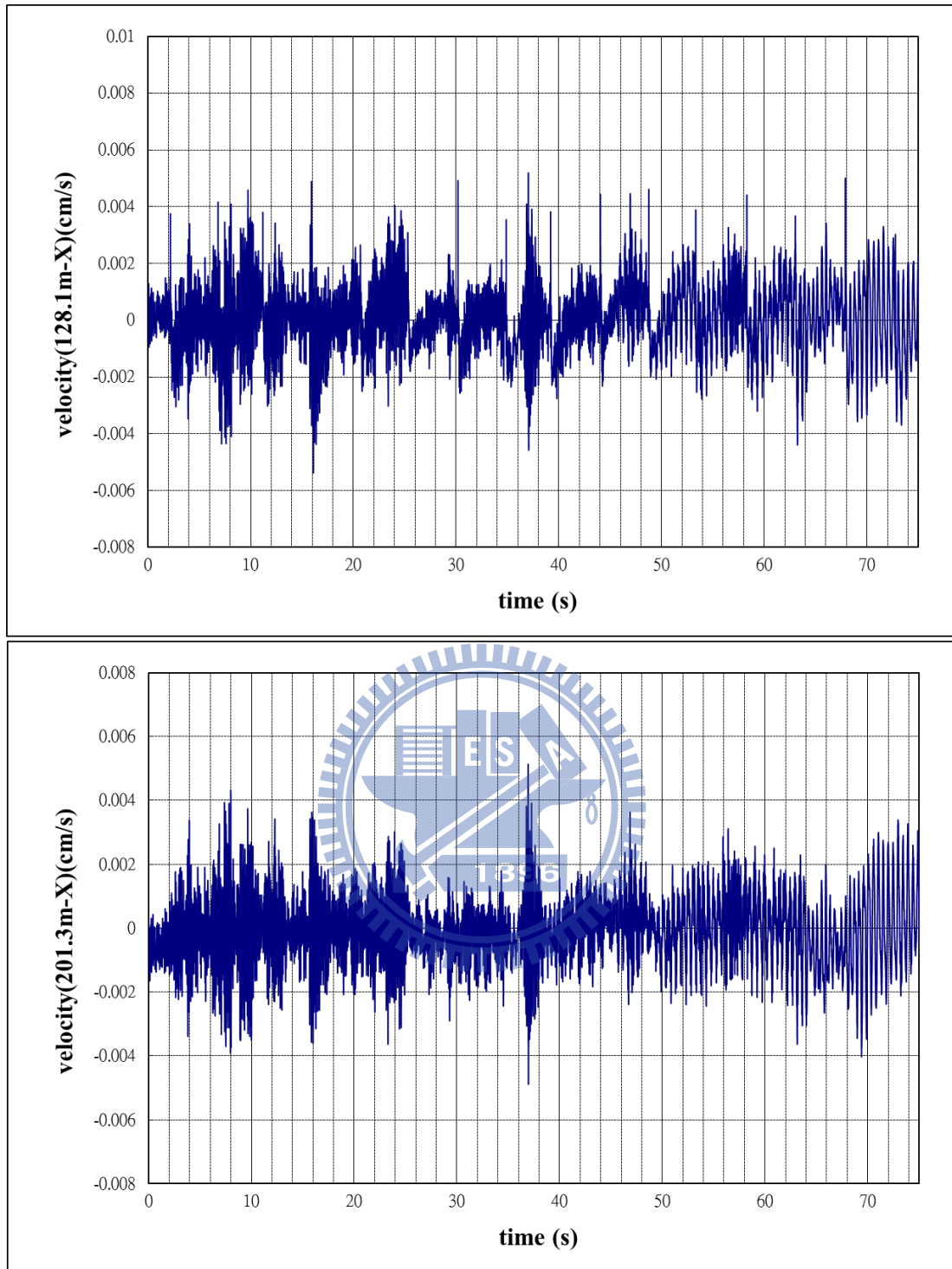


圖 4.6 基礎裸露四米 X 向時間歷時圖

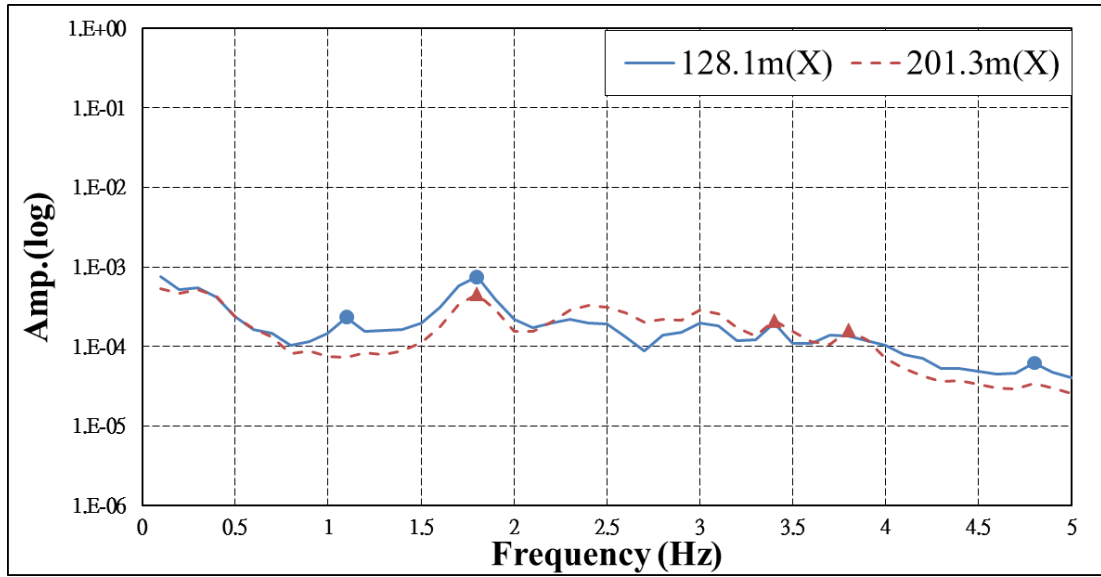


圖 4.7 基礎未裸露 X 向傅氏譜

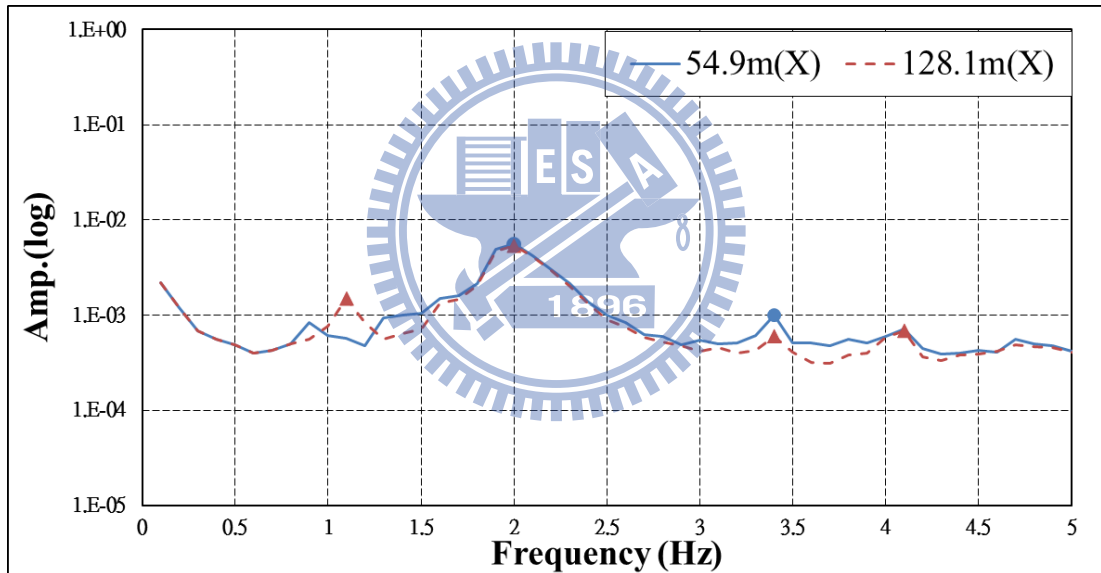


圖 4.8 基礎裸露四米 X 向傅氏譜

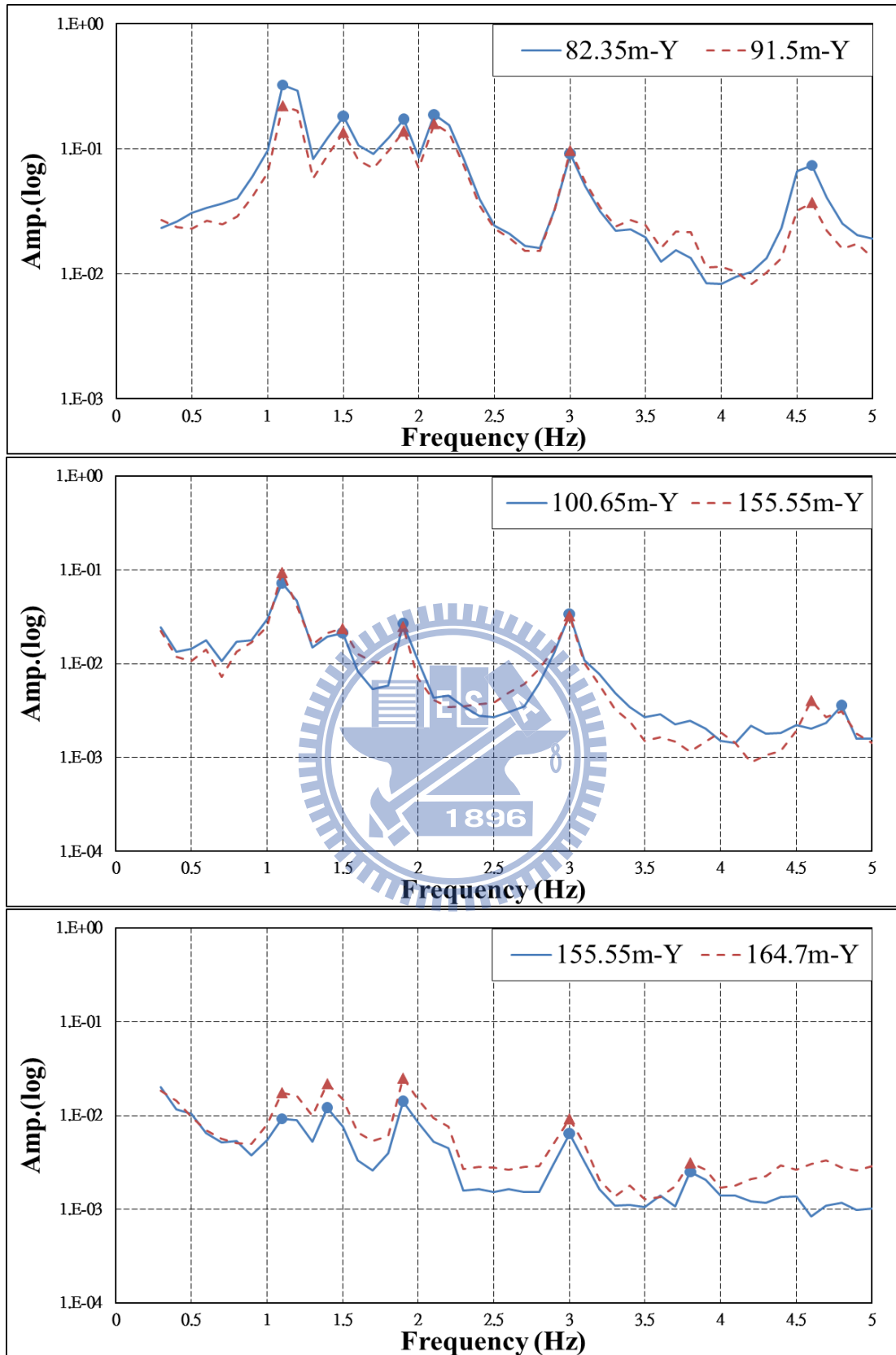


圖 4.9 基礎未裸露 Y 向傅氏譜

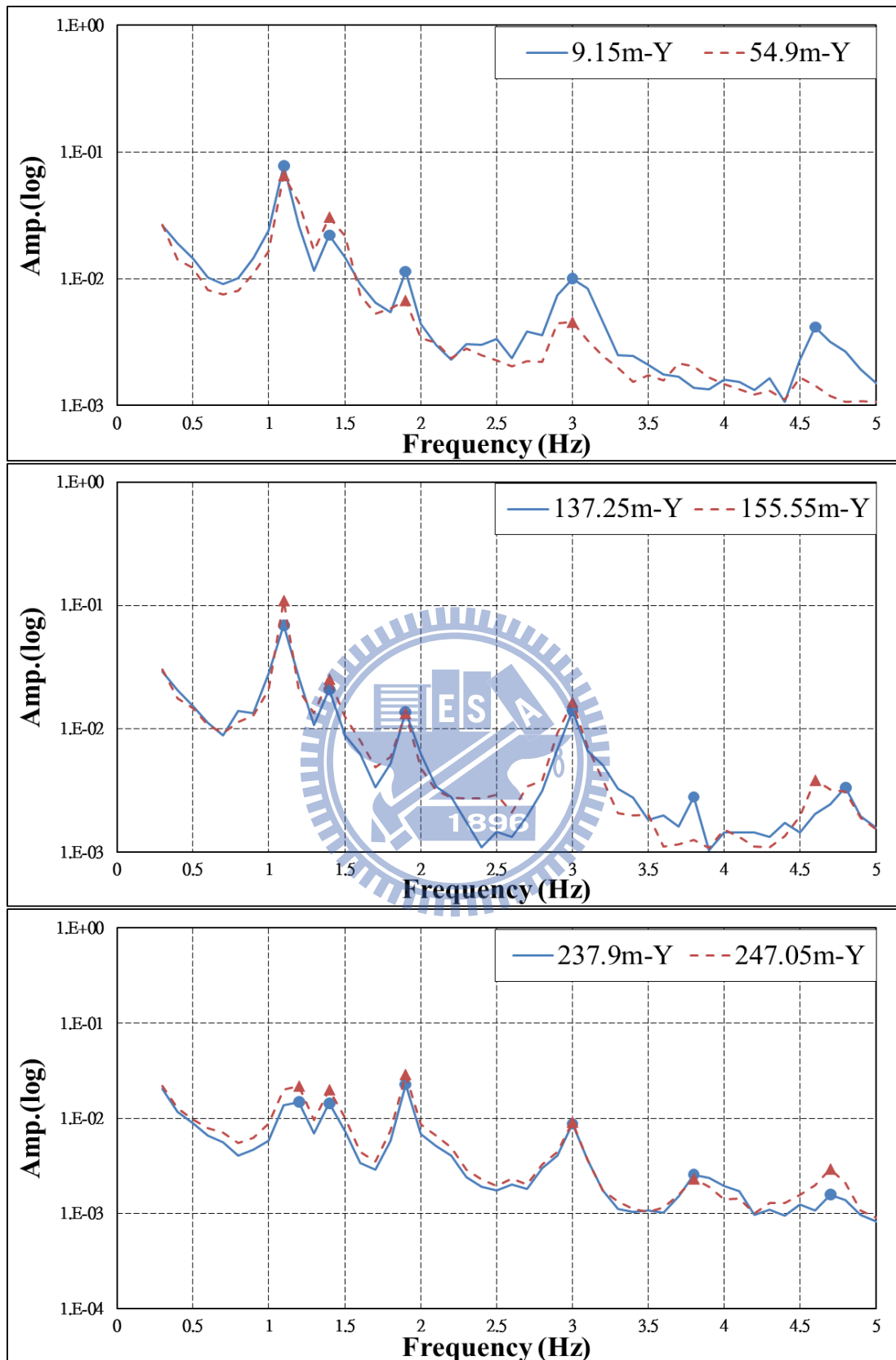


圖 4.10 基礎裸露四米 Y 向傅氏譜

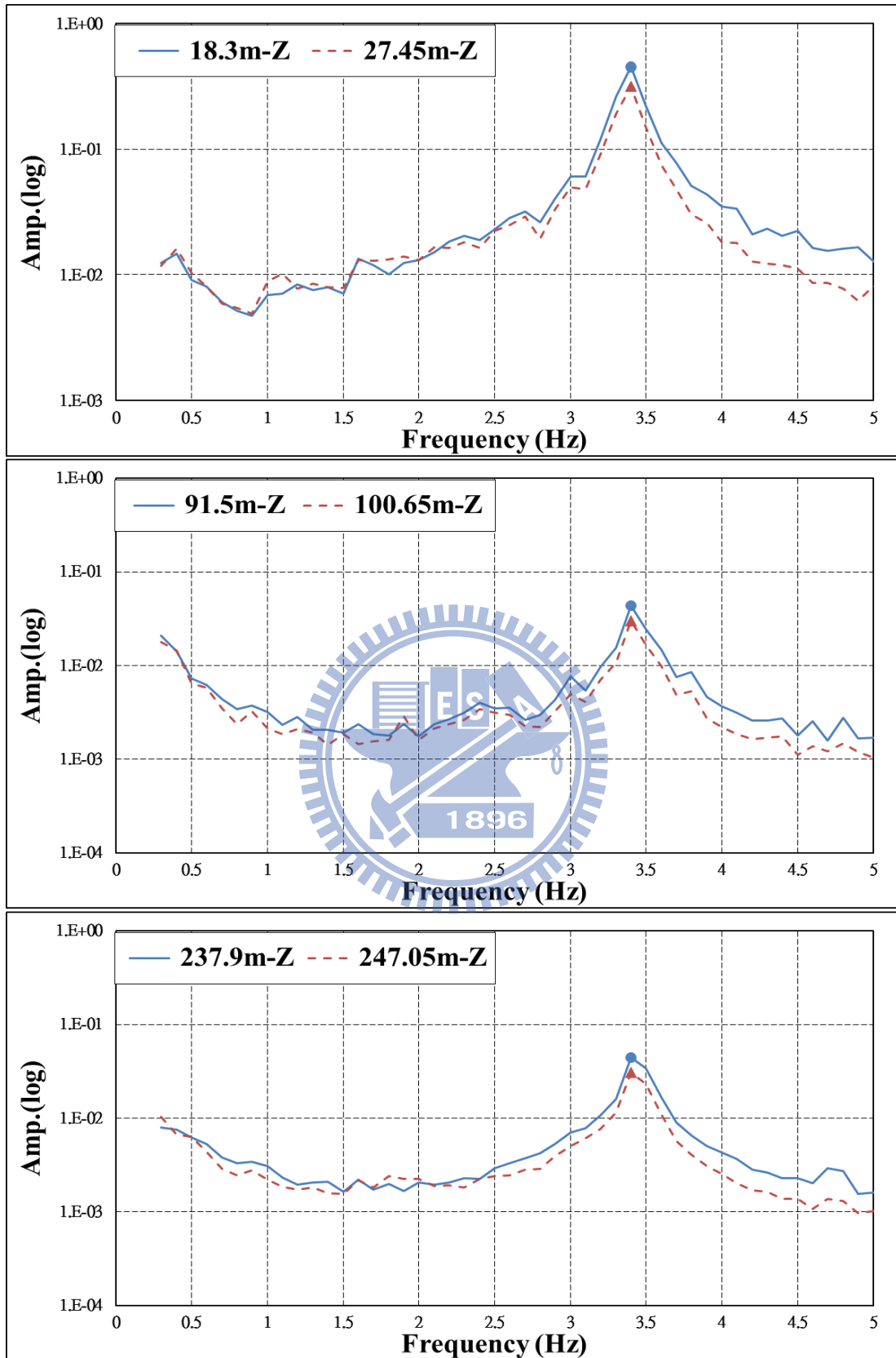


圖 4.11 基礎未裸露 Z 向傅氏譜

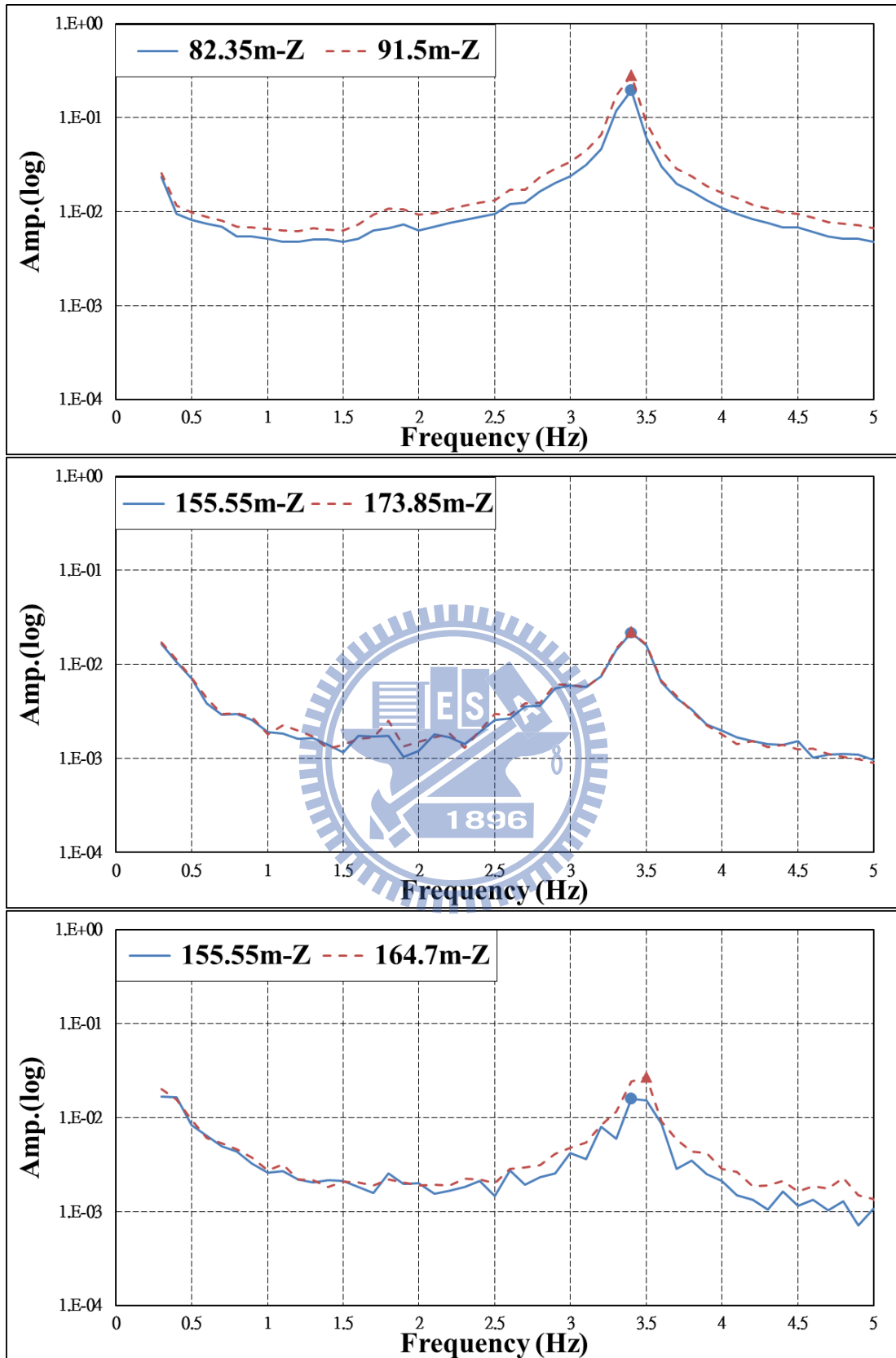


圖 4.12 基礎裸露四米 Z 向傅氏譜

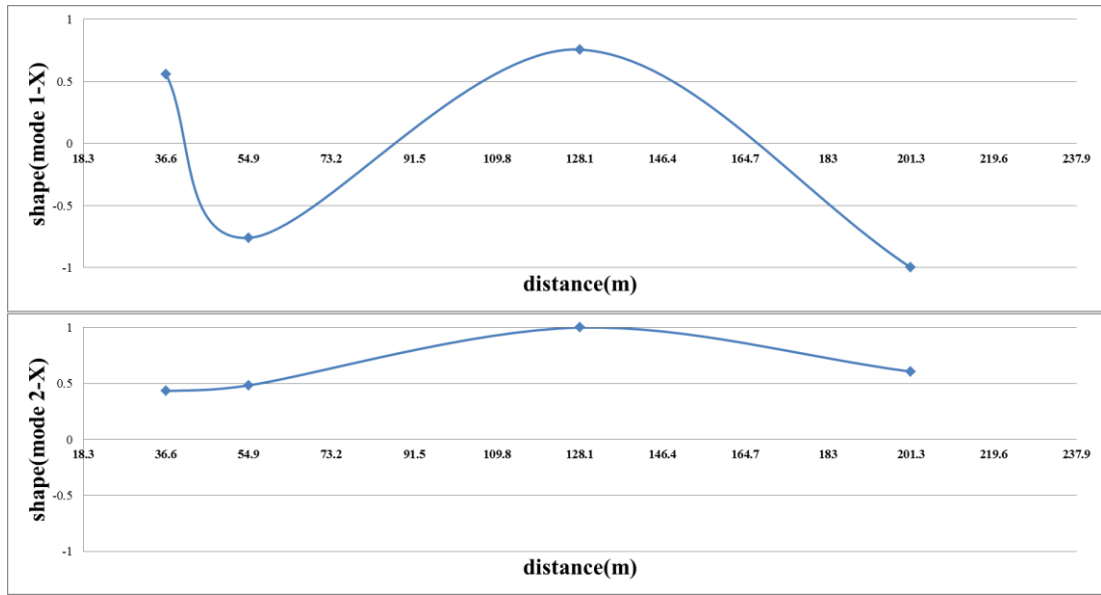


圖 4.13 X 向微動試驗(二)基礎未裸露之振態形狀

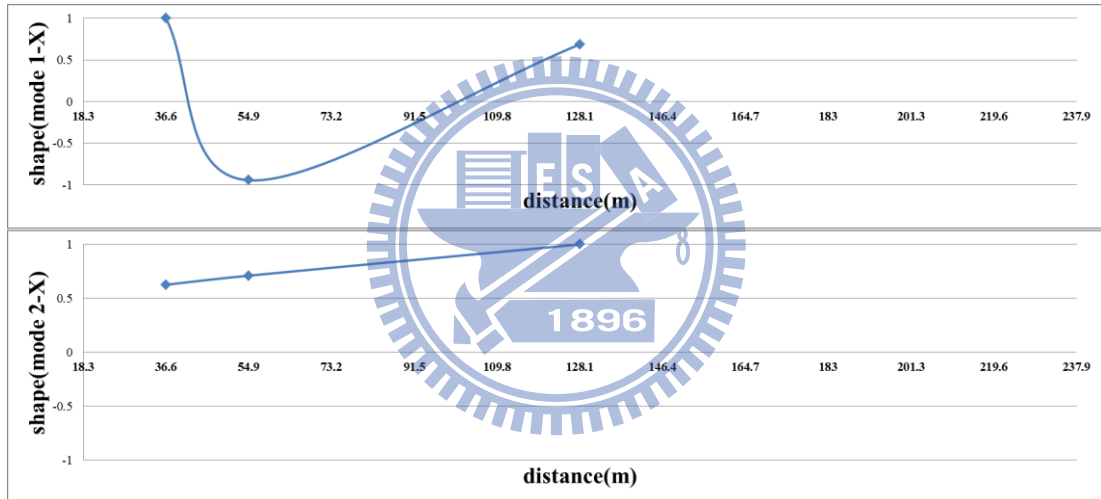


圖 4.14 X 向微動試驗(三)基礎裸露四米之振態形狀



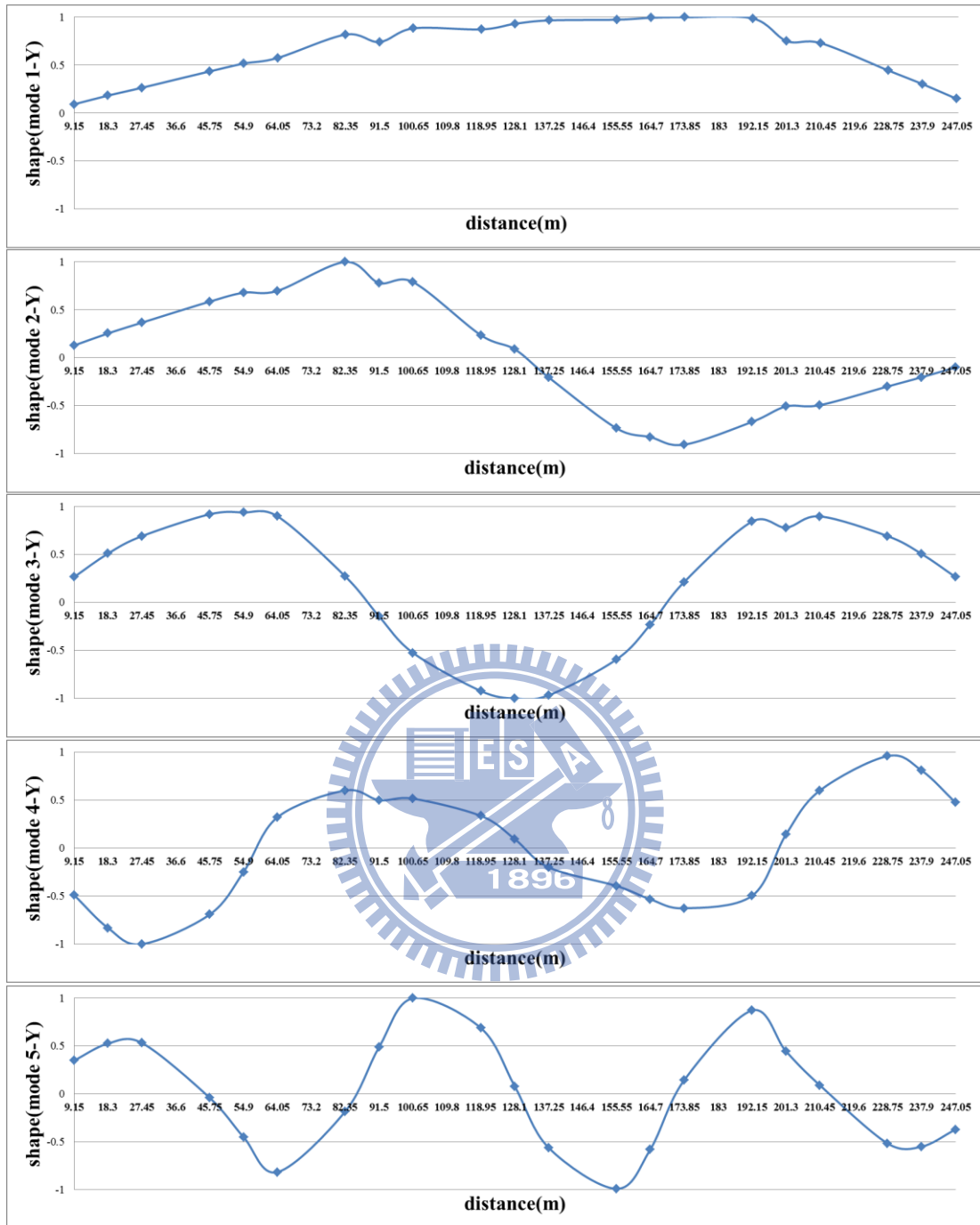


圖 4.15 Y 向微動試驗(一)基礎未裸露之振態形狀

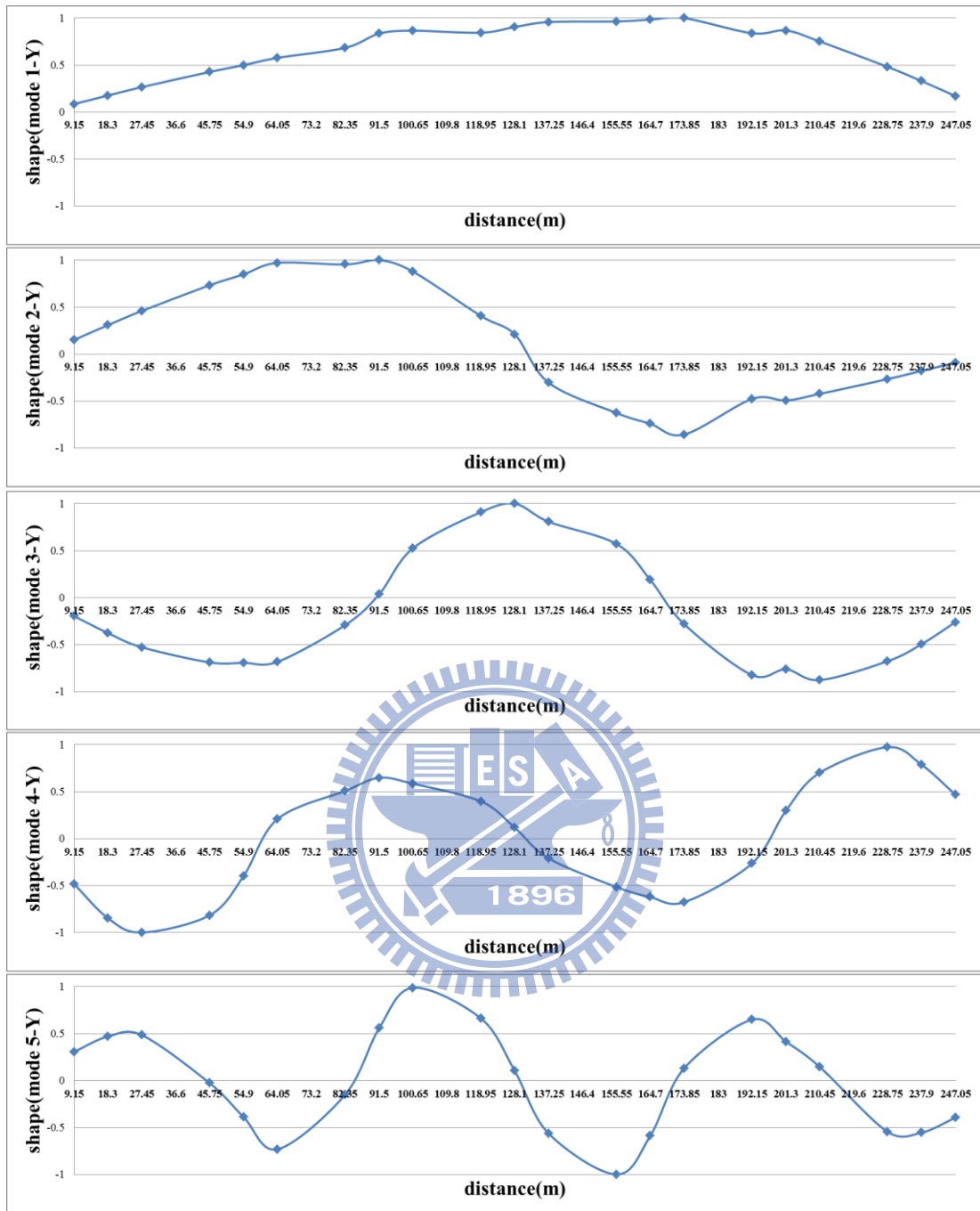


圖 4.16 Y 向微動試驗(一)基礎裸露四米之振態形狀

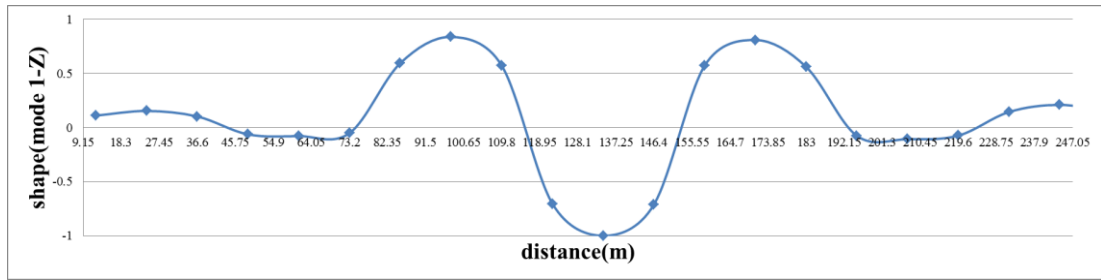


圖 4.17 Z 向微動試驗(一)基礎未裸露之振態形狀

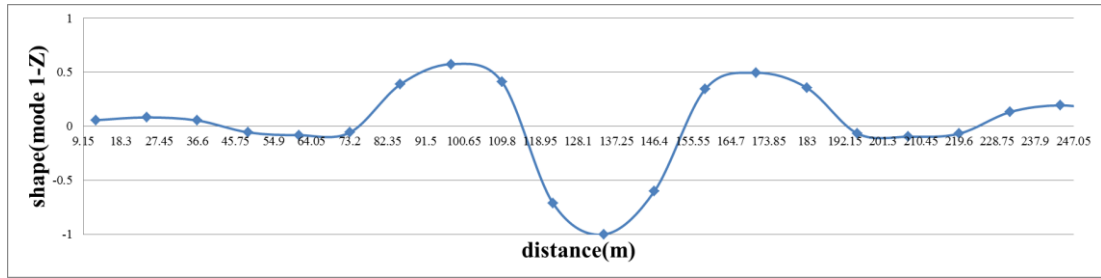
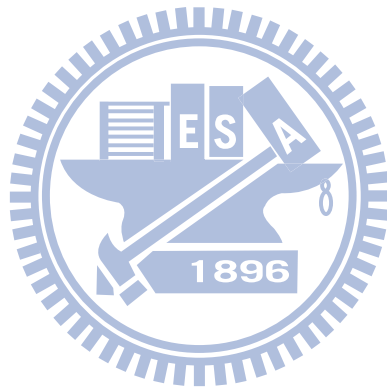


圖 4.18 Z 向微動試驗(一)基礎裸露四米之振態形狀



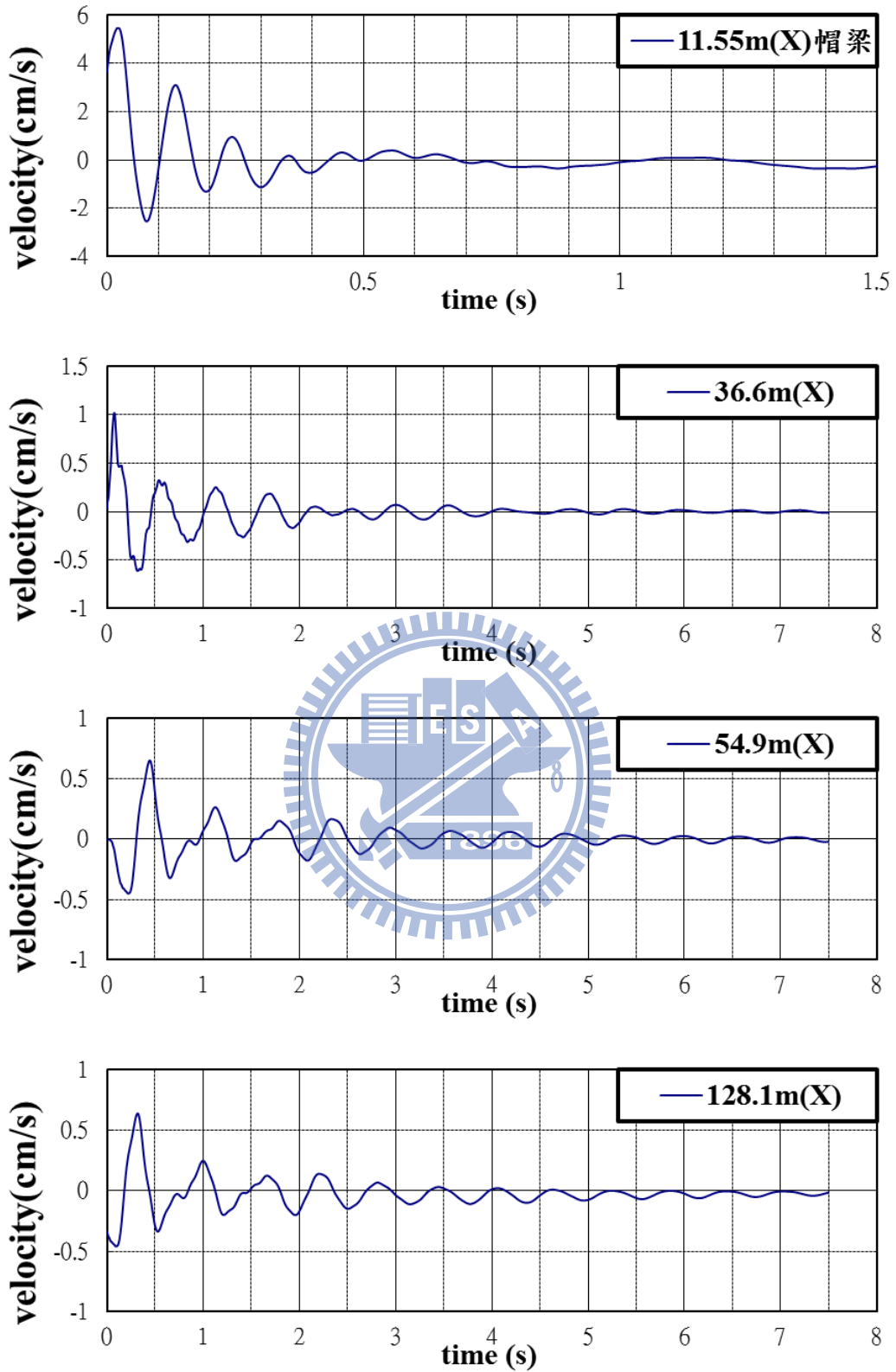


圖 4.19 自由衰減試驗橋面版(速度)反應歷時圖

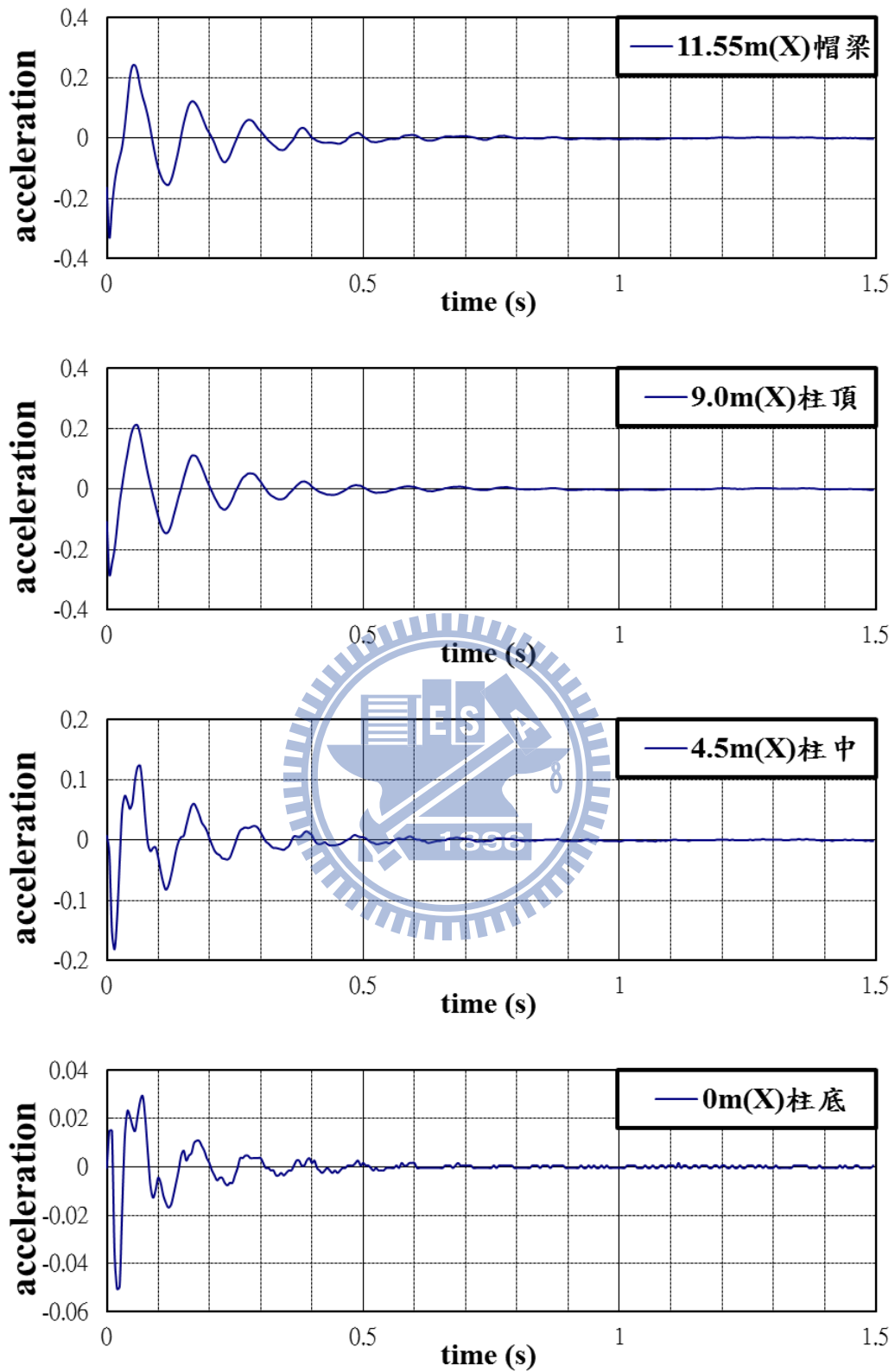


圖 4.20 自由衰減試驗橋柱(加速度)反應歷時圖

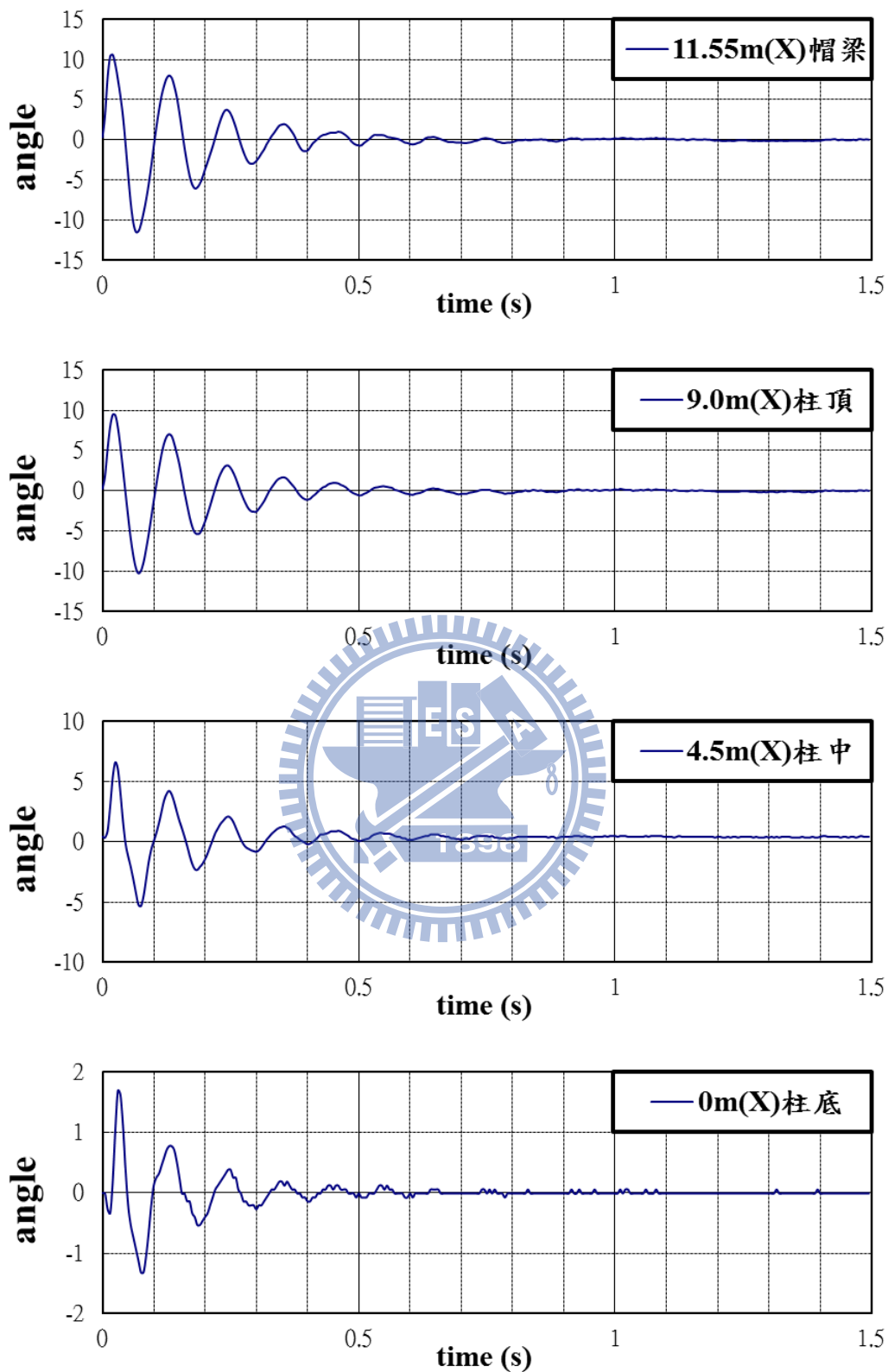


圖 4.21 自由衰減試驗橋柱(角度)反應歷時圖

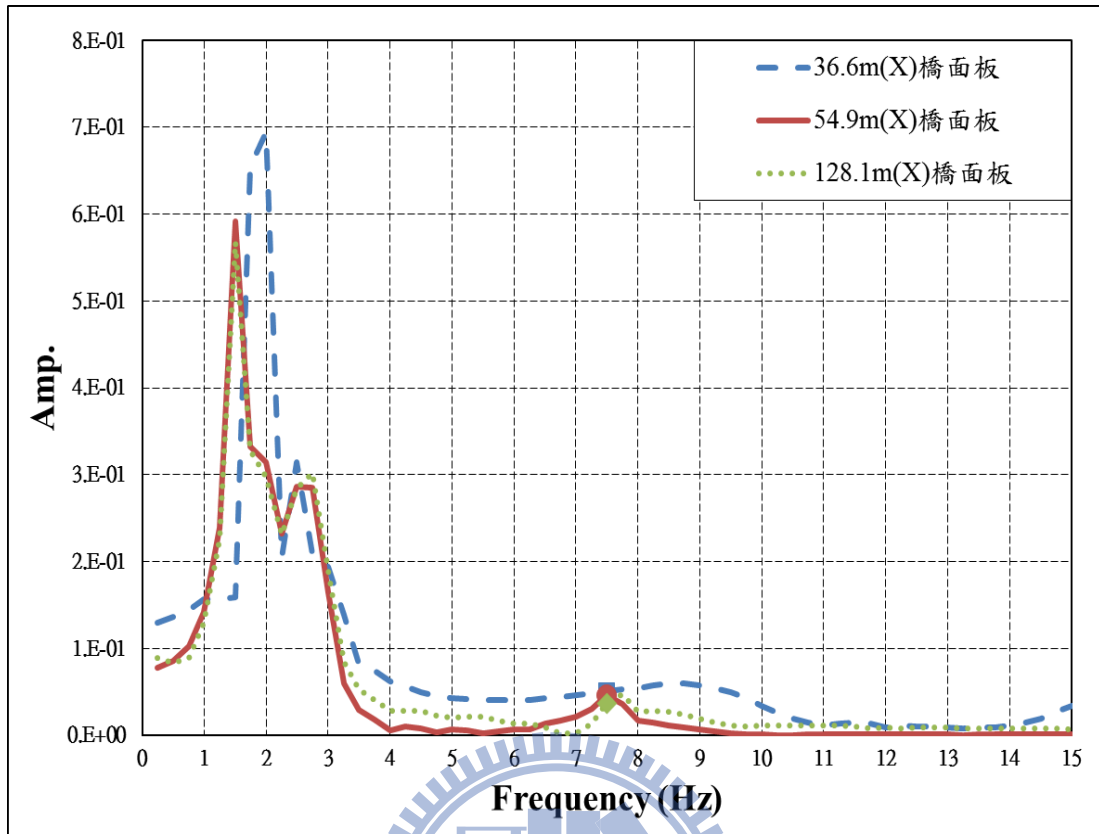


圖 4.22 自由衰減試驗橋面版(速度)傅氏譜

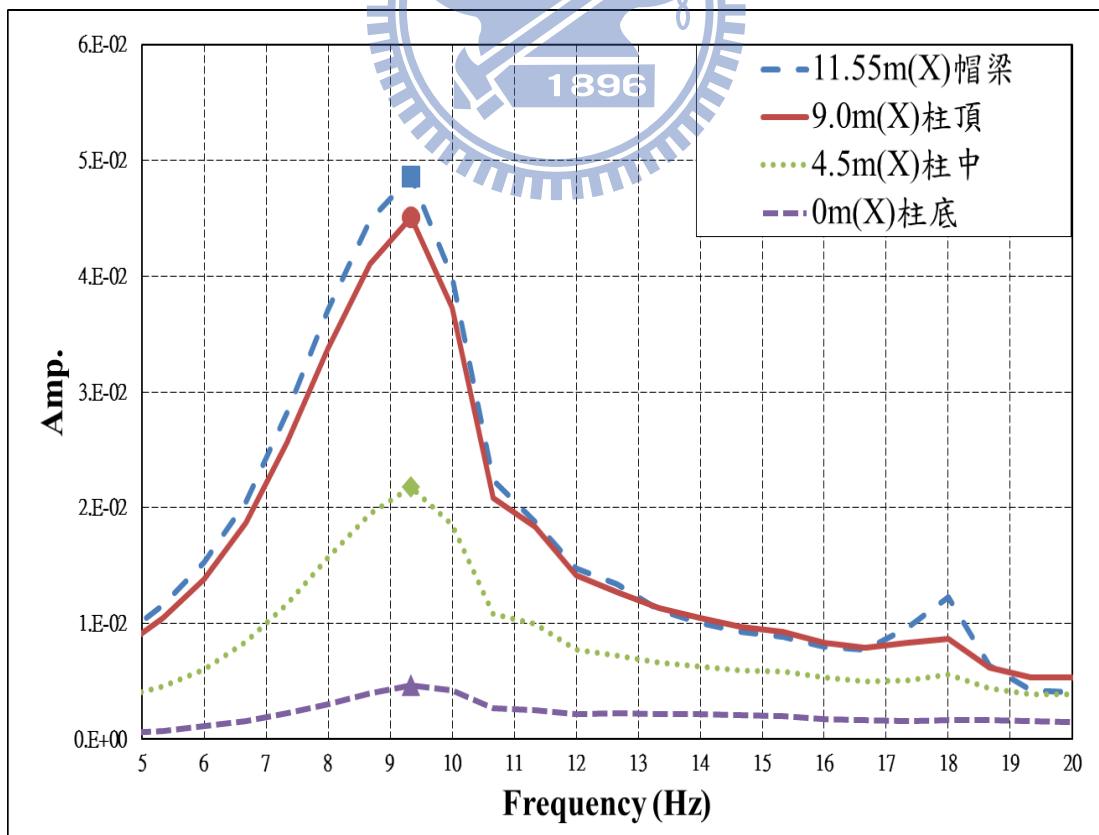


圖 4.23 自由衰減試驗橋柱(加速度)傅氏譜

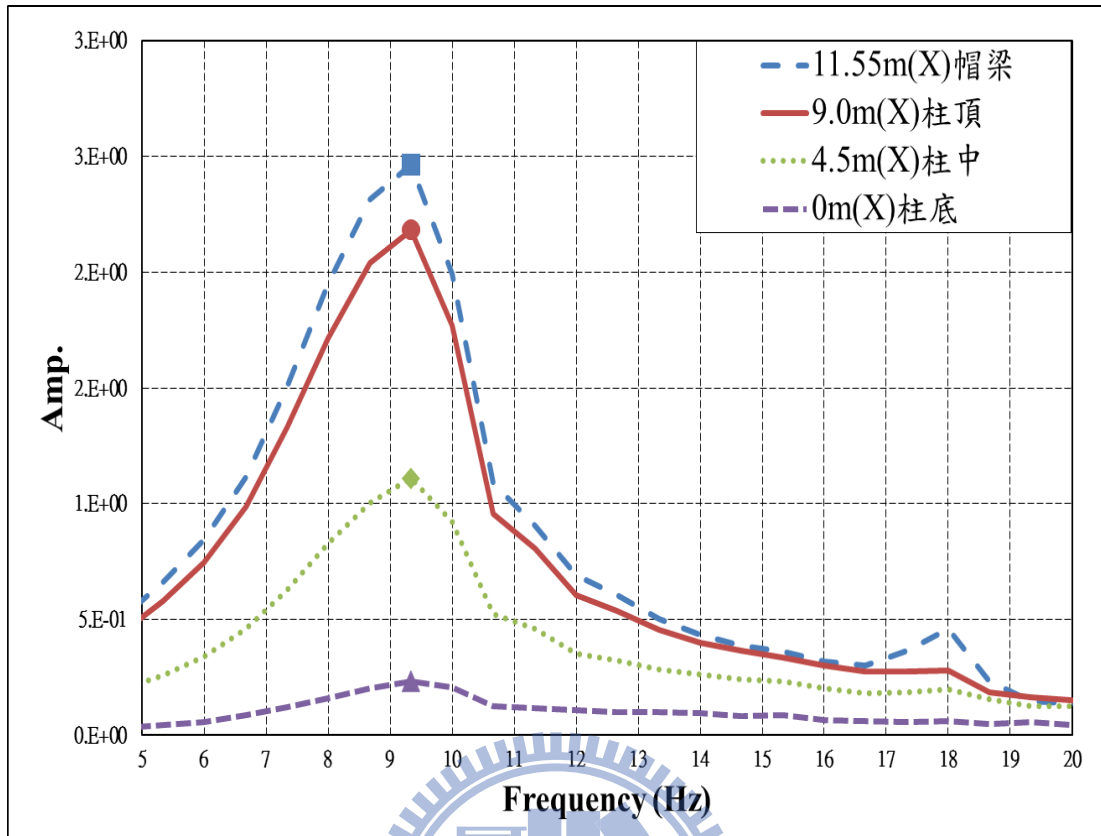


圖 4.24 自由衰減試驗橋柱(角度)傅氏譜

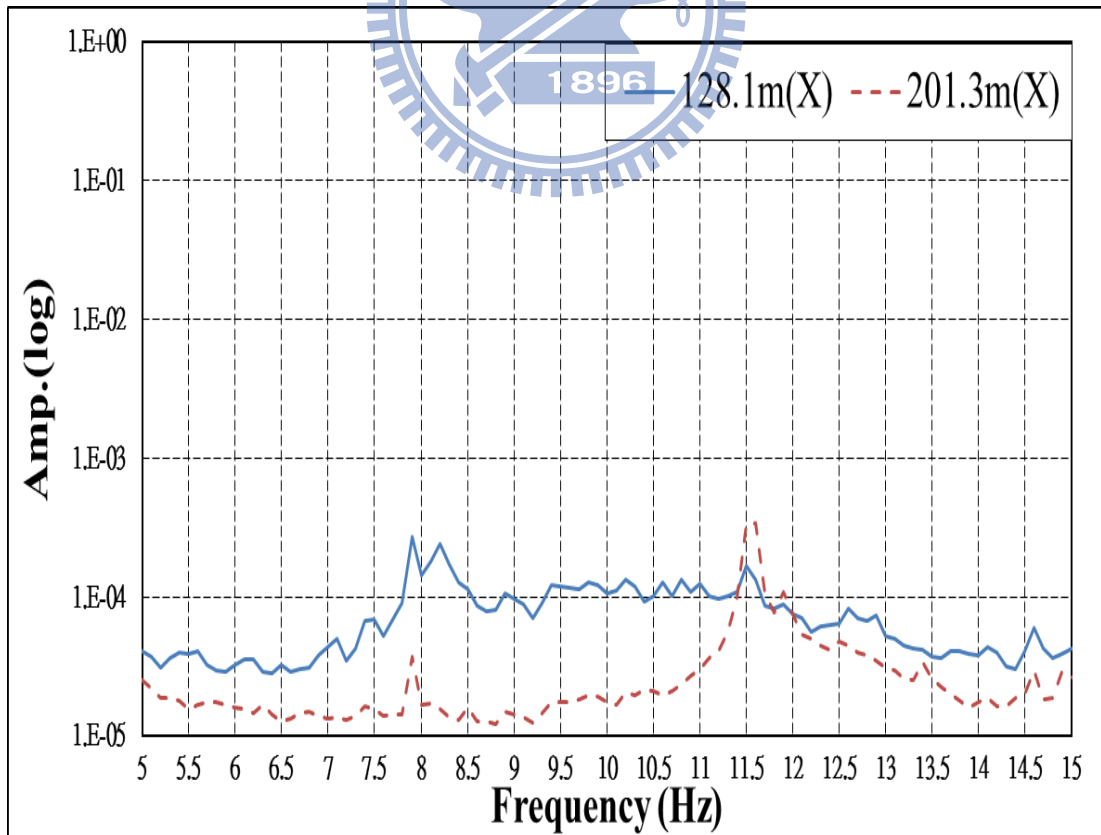
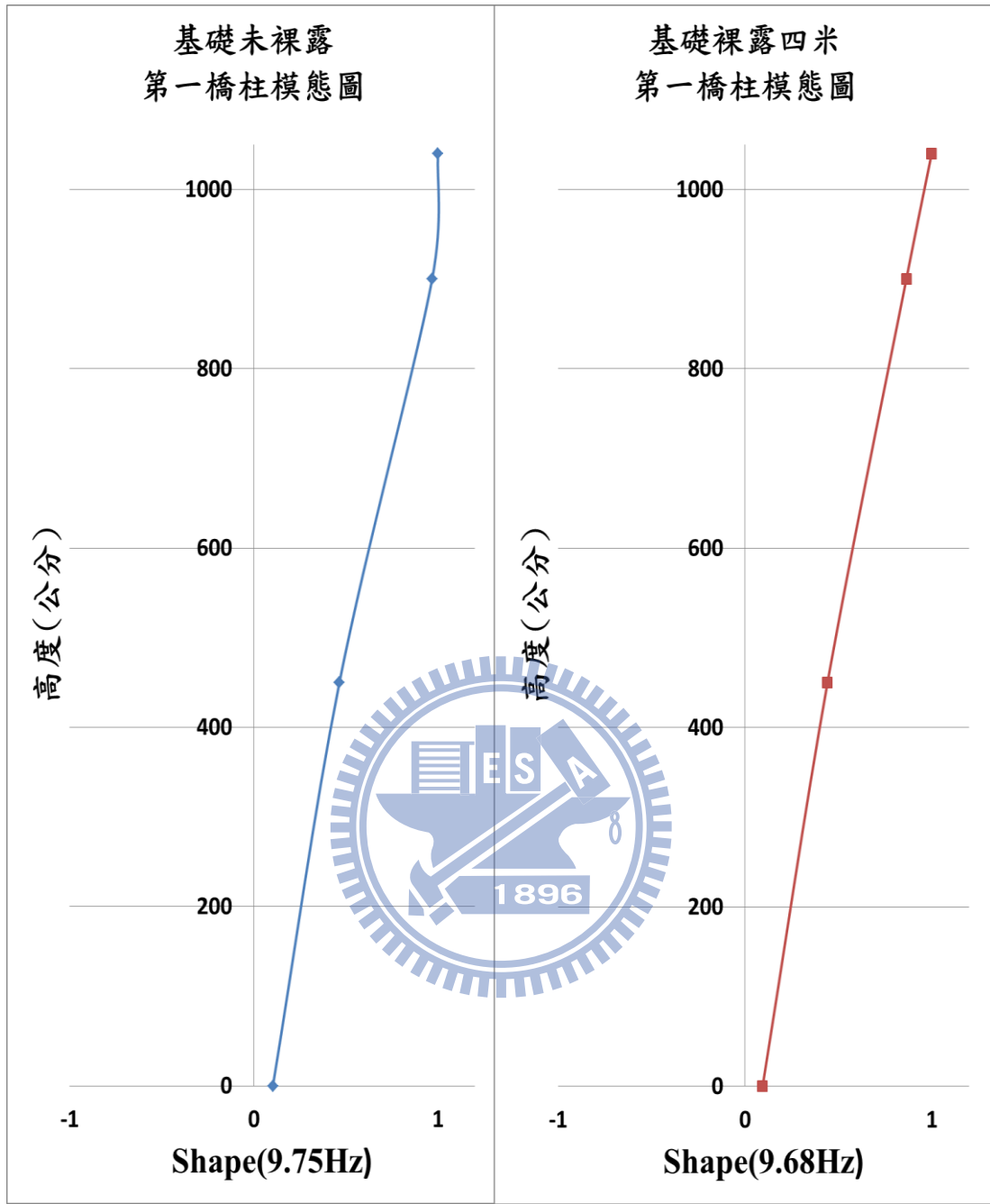


圖 4.25 微動試驗(二)橋面板(速度)傅氏譜

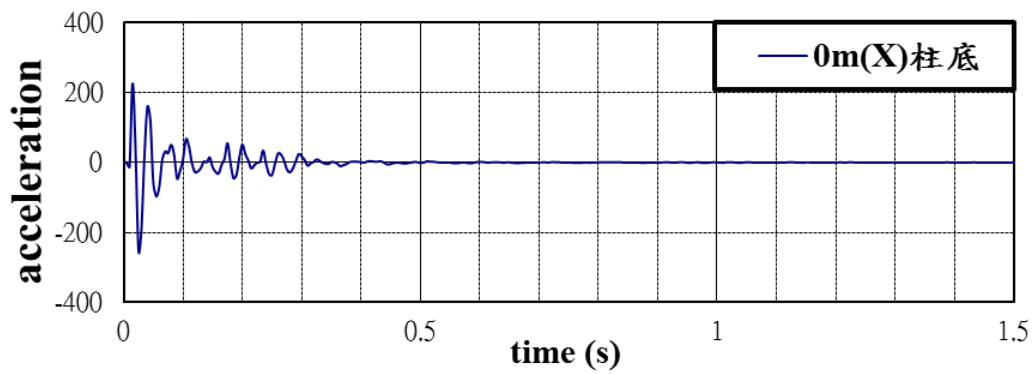
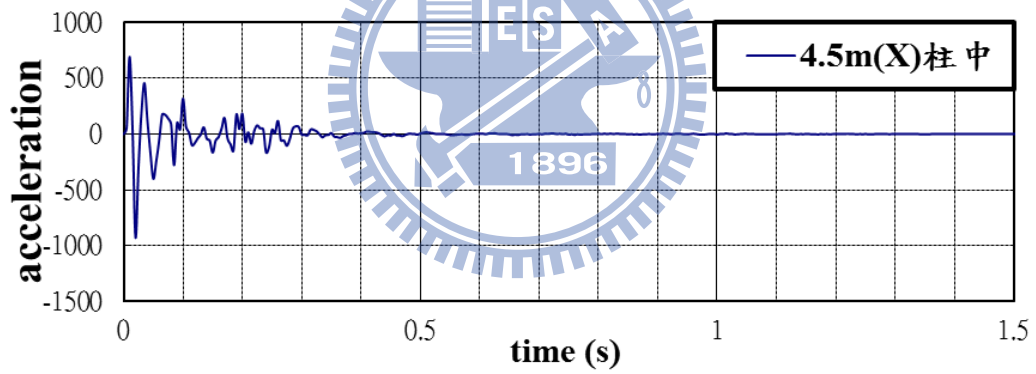
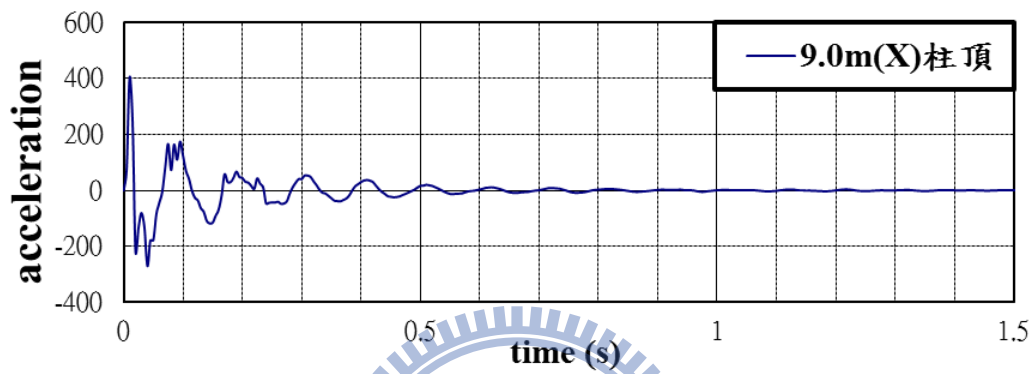
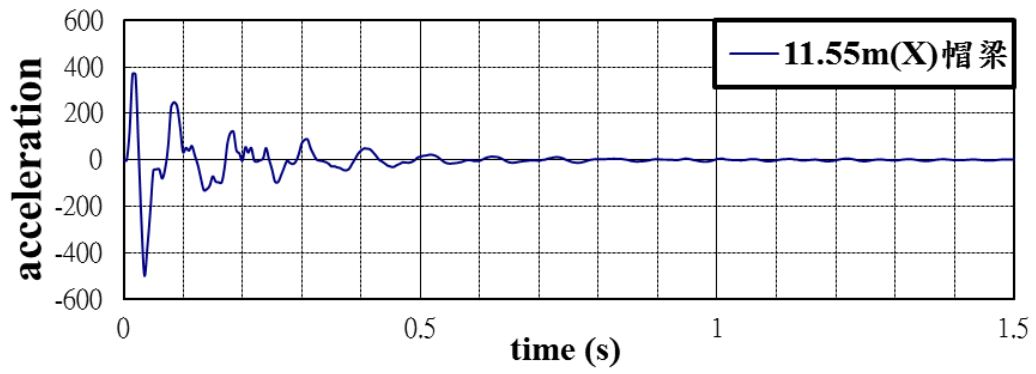




(a)

(b)

圖 4.26 自由衰減試驗基礎未裸露及裸露四米之橋柱 X 向頻率模態圖



(接下頁)

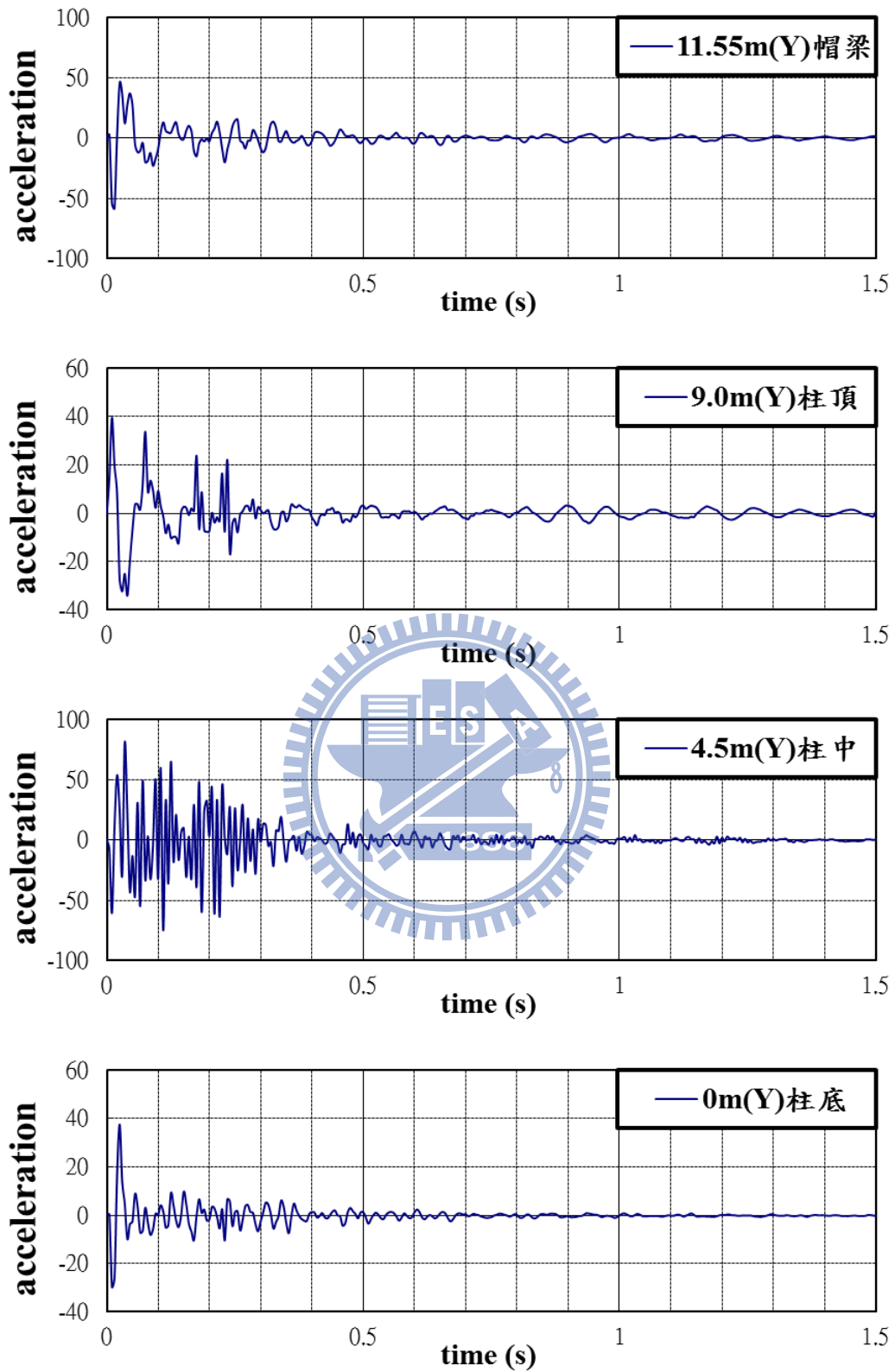


圖 4.27 衝擊試驗基礎未裸露之橋柱反應歷時圖

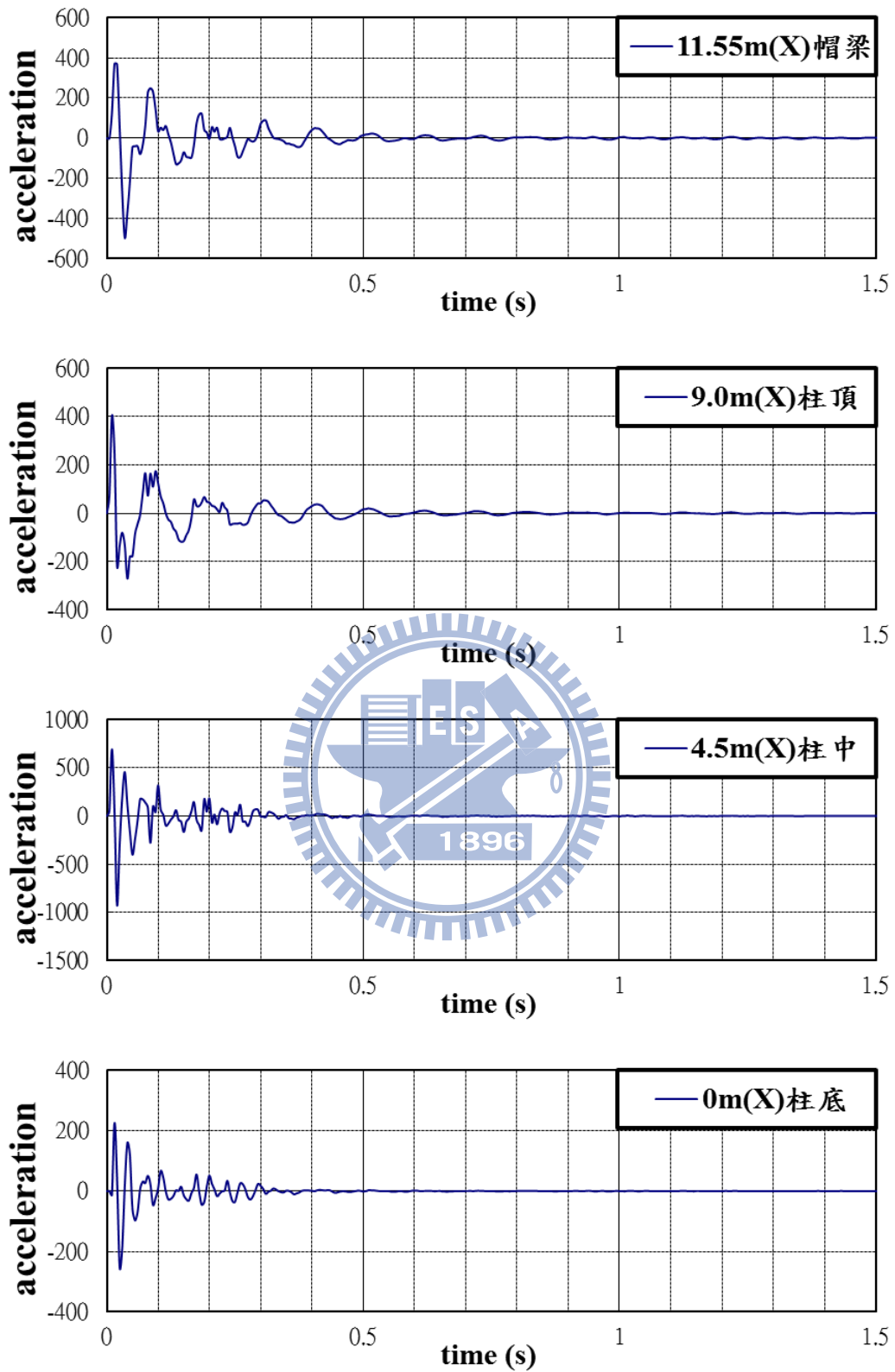


圖 4.28 第一筆衝擊試驗基礎未裸露之橋柱 X 向反應歷時圖

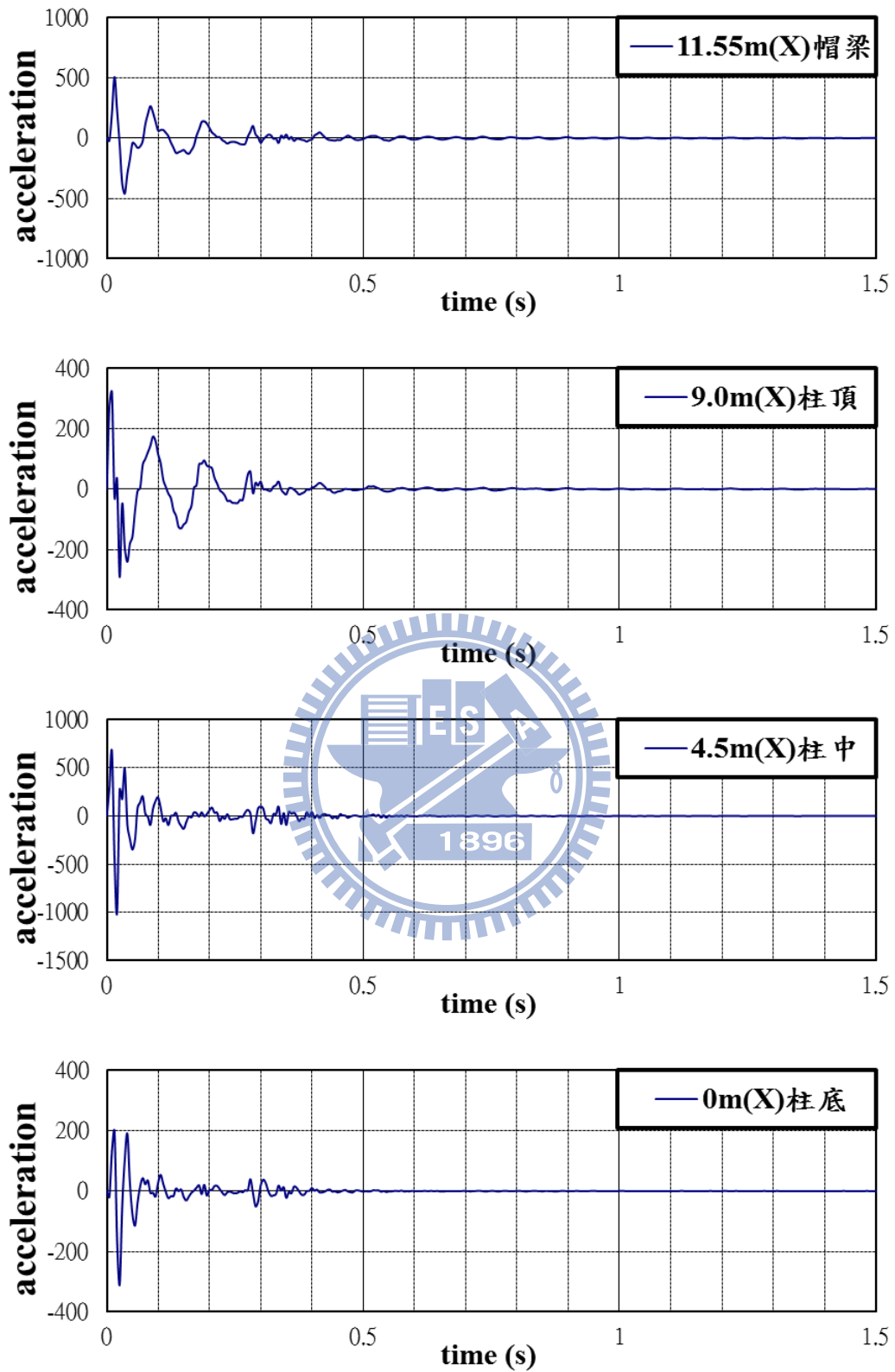


圖 4.29 第二筆衝擊試驗基礎未裸露之橋柱 X 向反應歷時圖

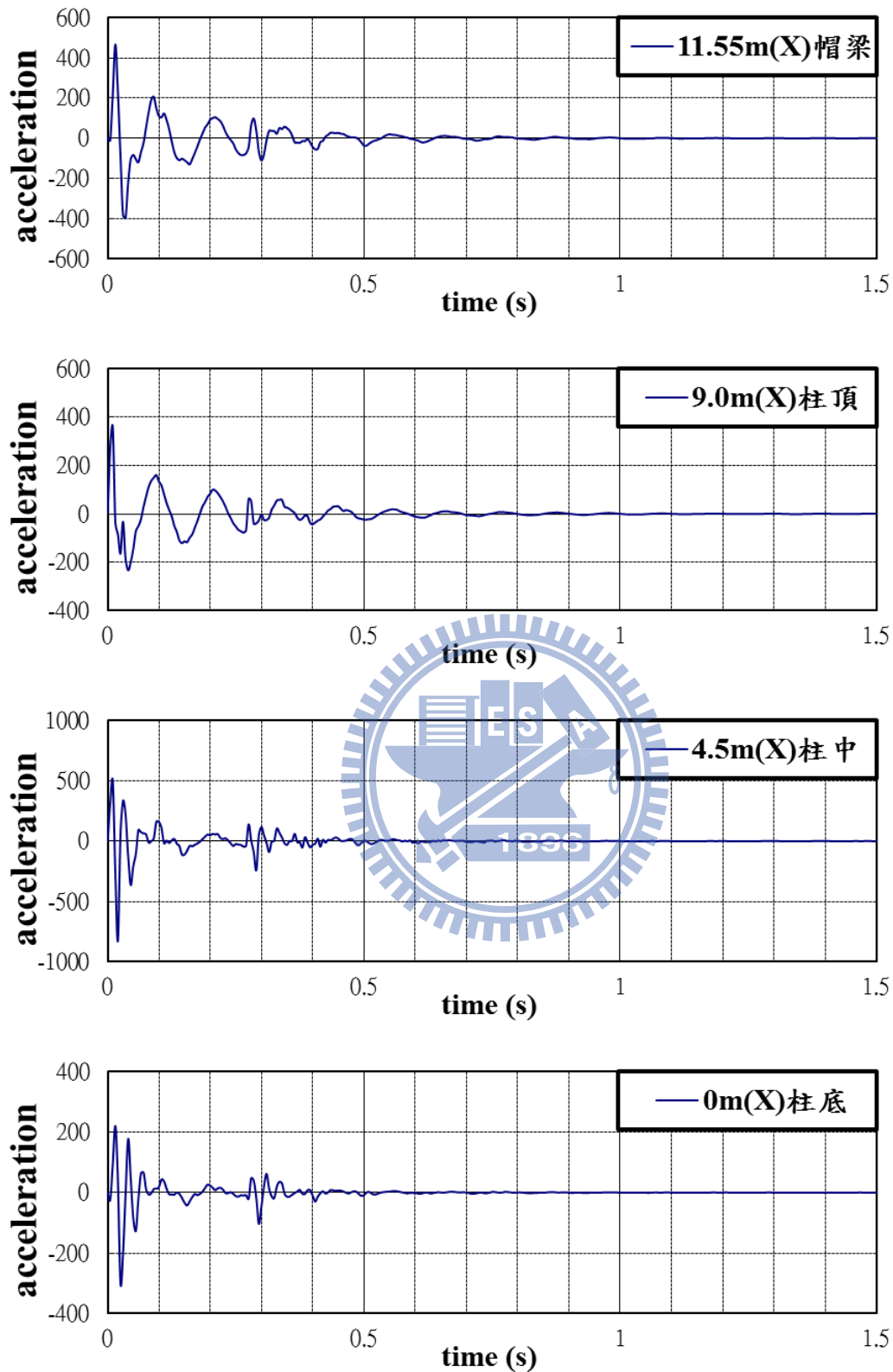


圖 4.30 第一筆衝擊試驗基礎裸露四米之橋柱 X 向反應歷時圖

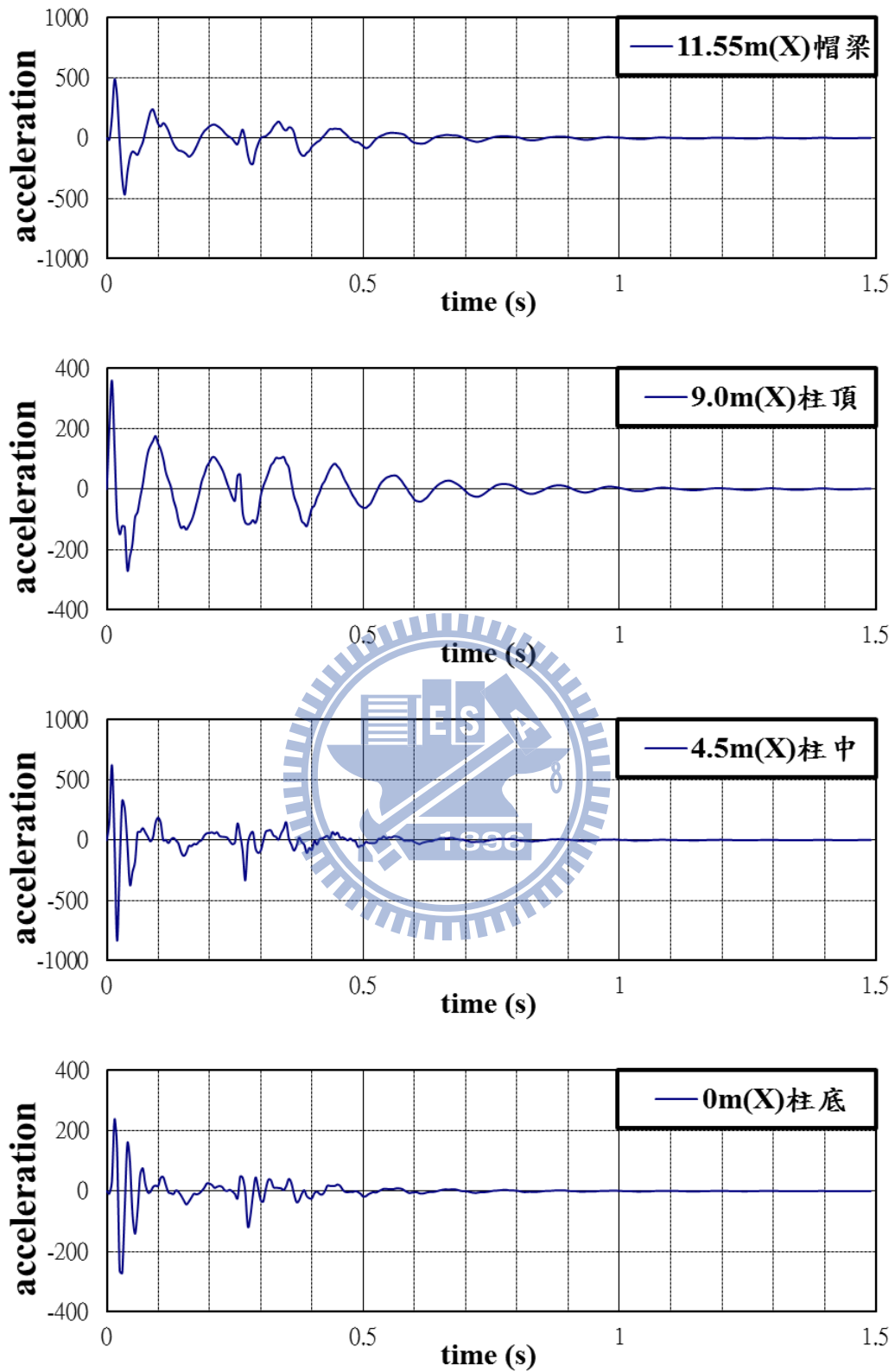


圖 4.31 第二筆衝擊試驗基礎裸露四米之橋柱 X 向反應歷時圖

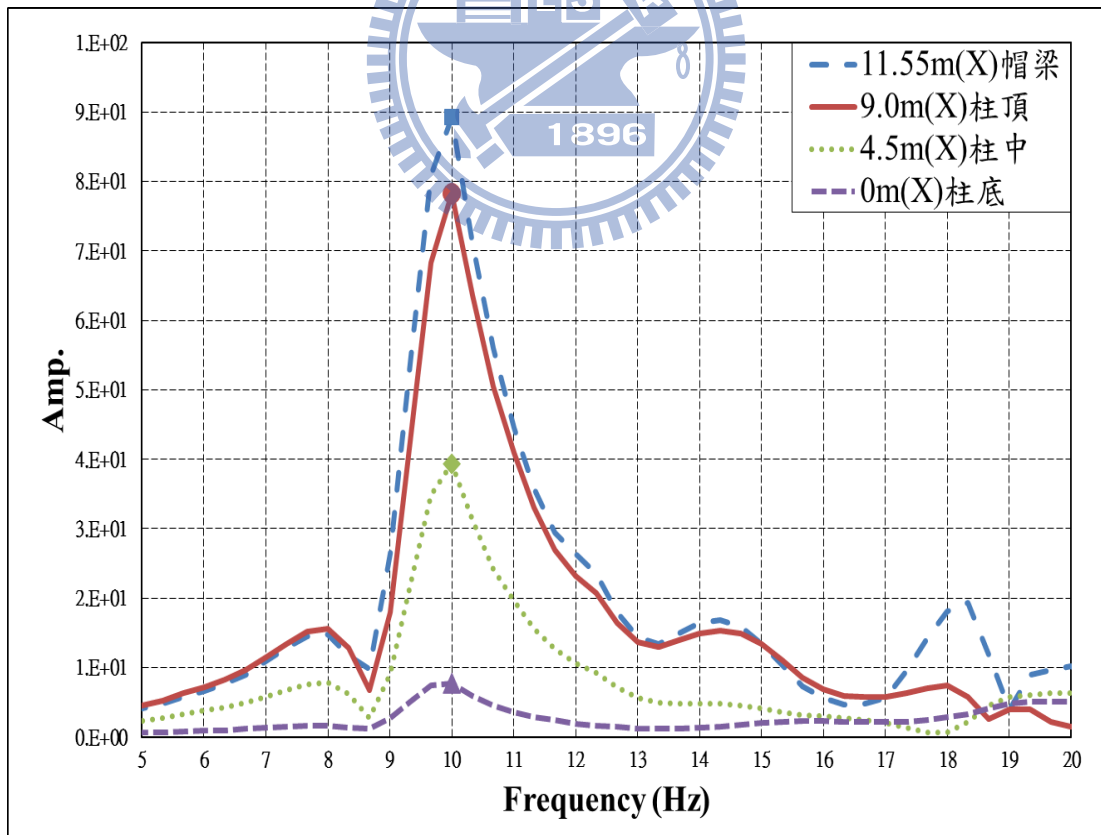
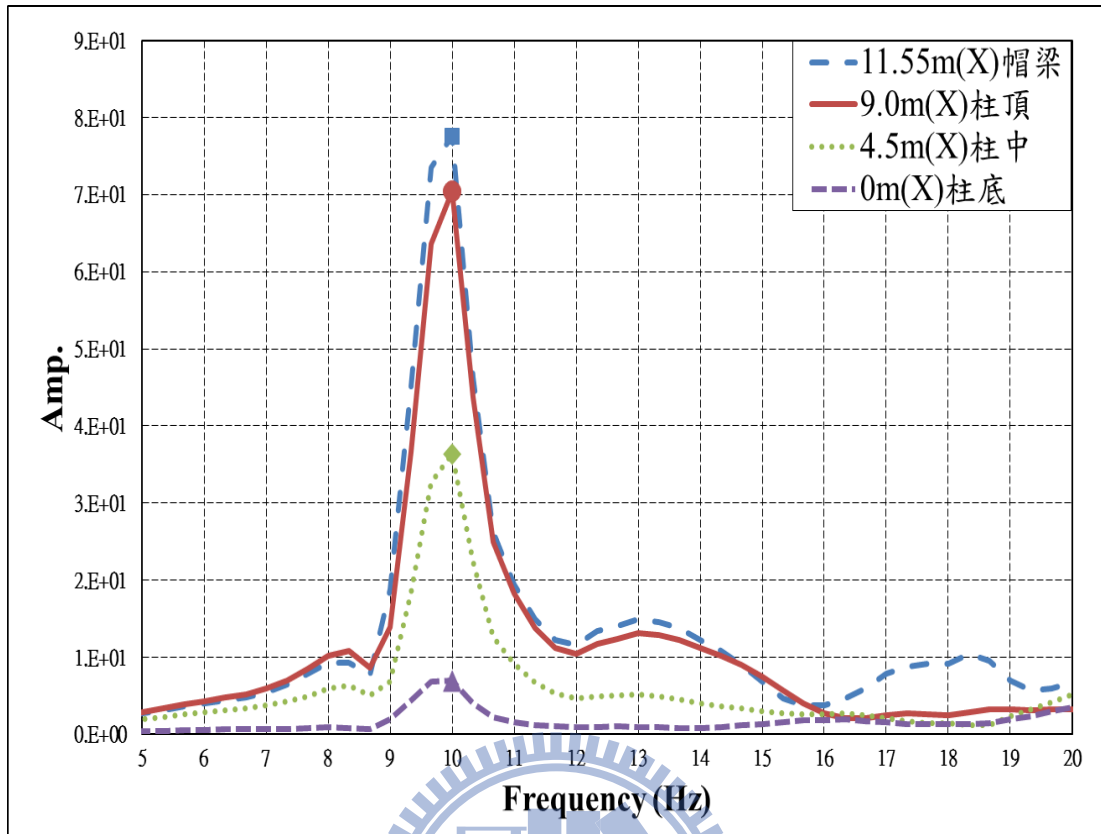


圖 4.32 第一筆及第二筆衝擊試驗基礎未裸露之橋柱 X 向傅氏譜



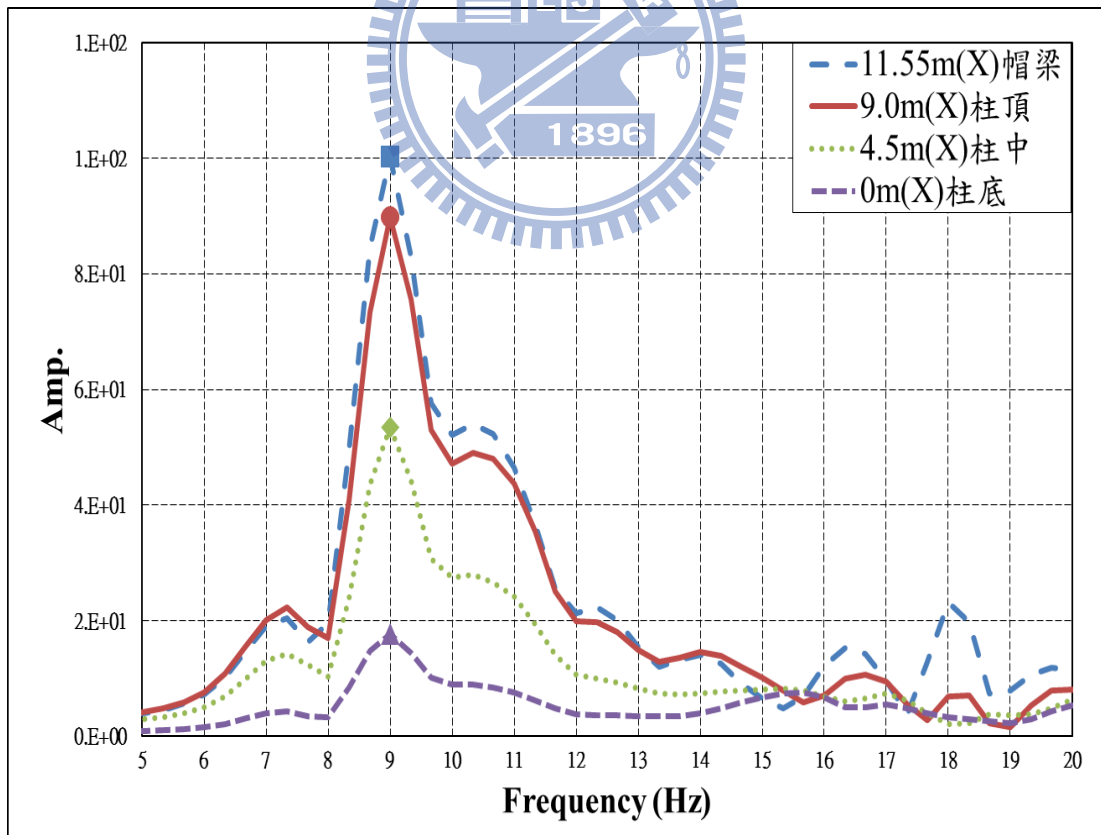
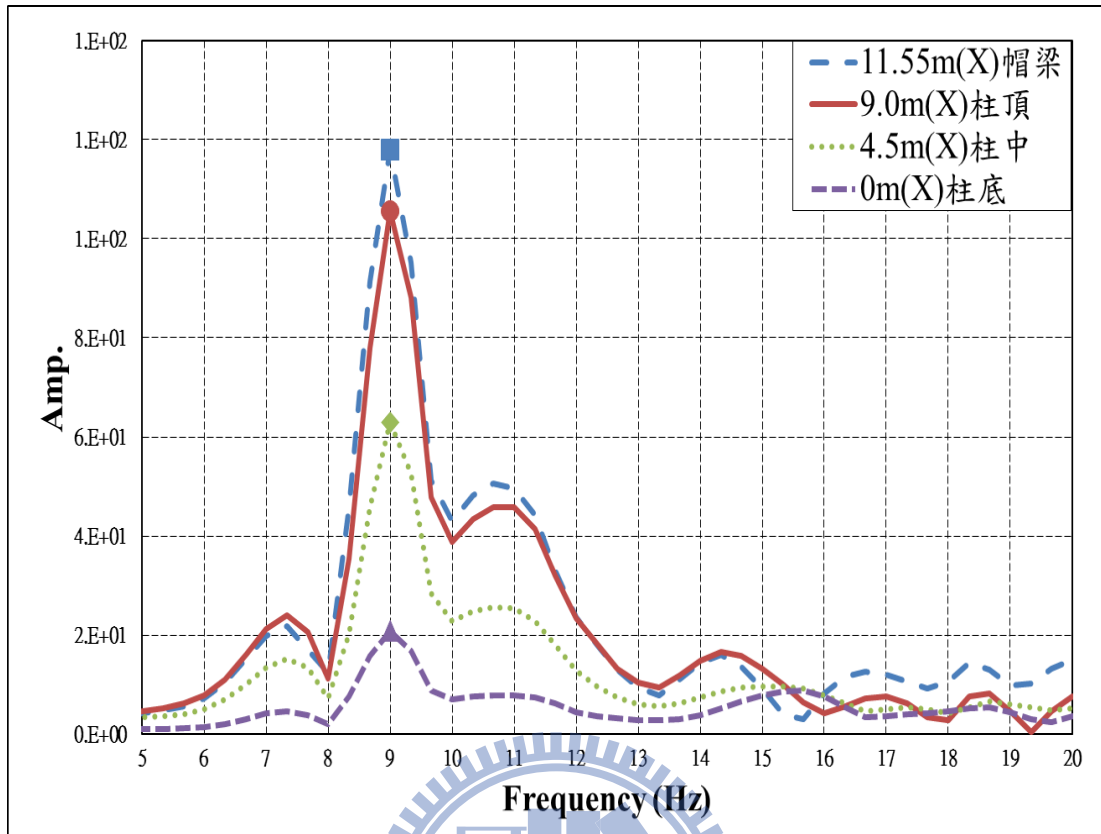
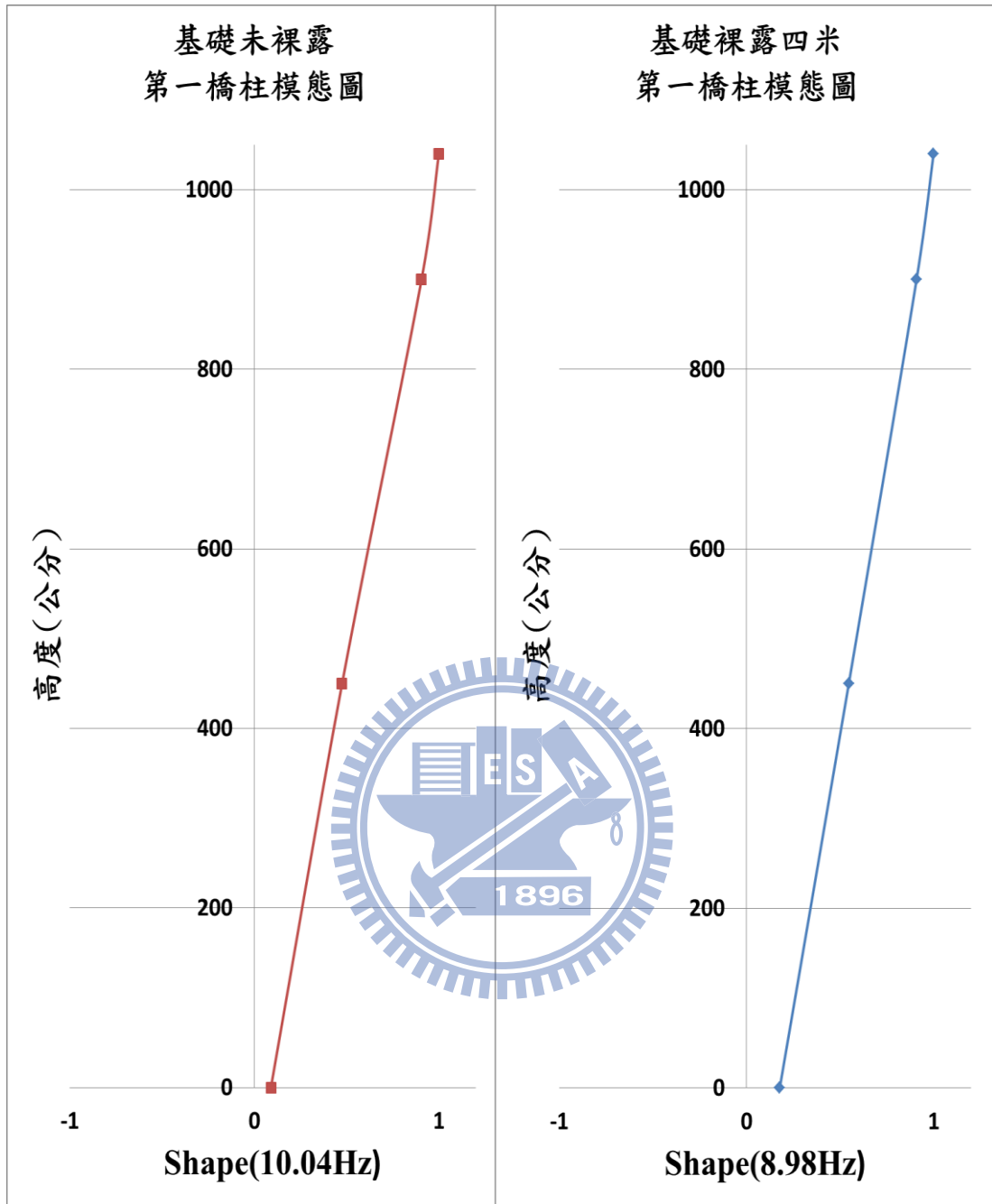


圖 4.33 第一筆及第二筆衝擊試驗基礎裸露四米之橋柱 X 向傅氏譜



(a)

(b)

圖 4.34 衝擊試驗基礎未裸露及裸露四米之橋柱 X 向頻率模態圖

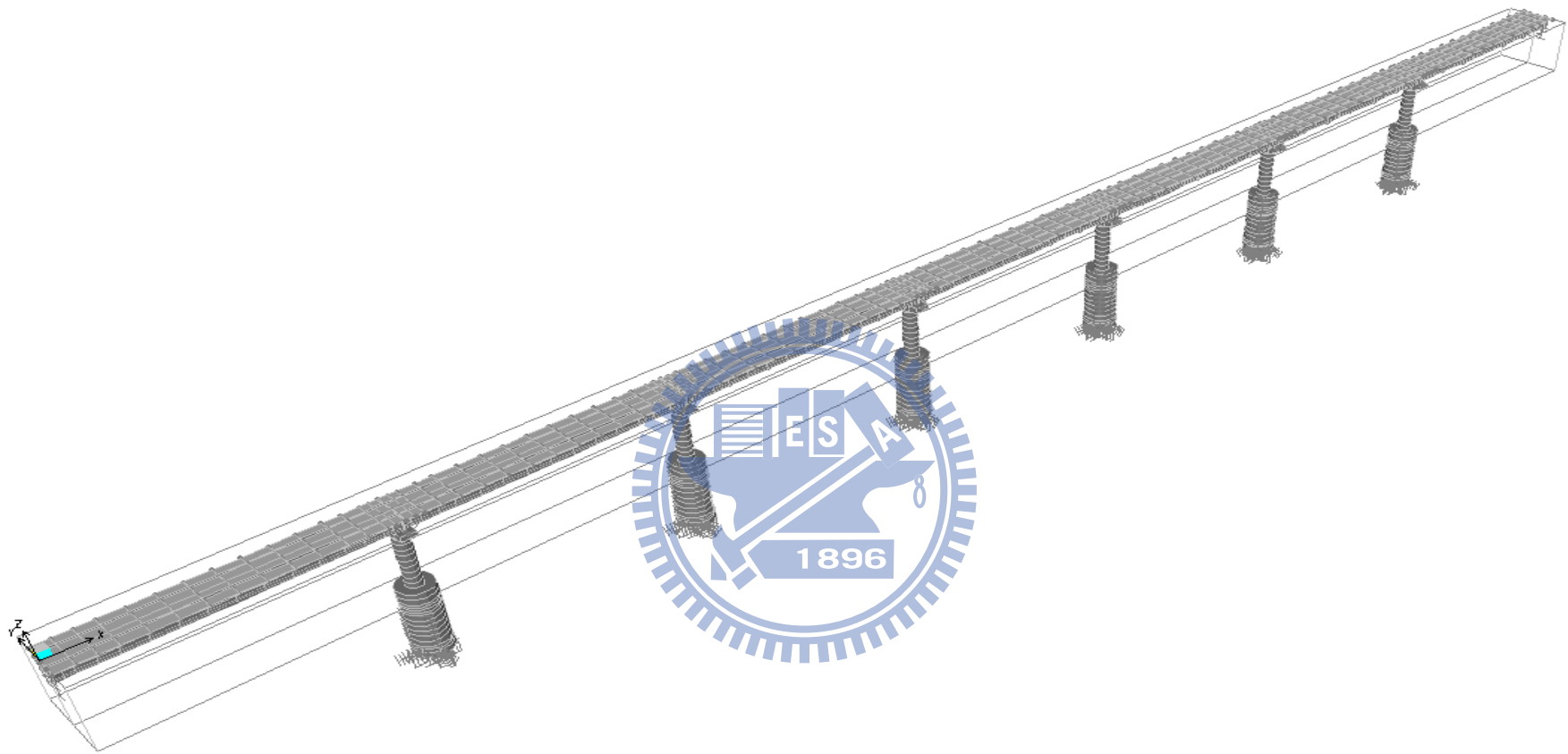


圖 5.1 牛鬥橋模型圖

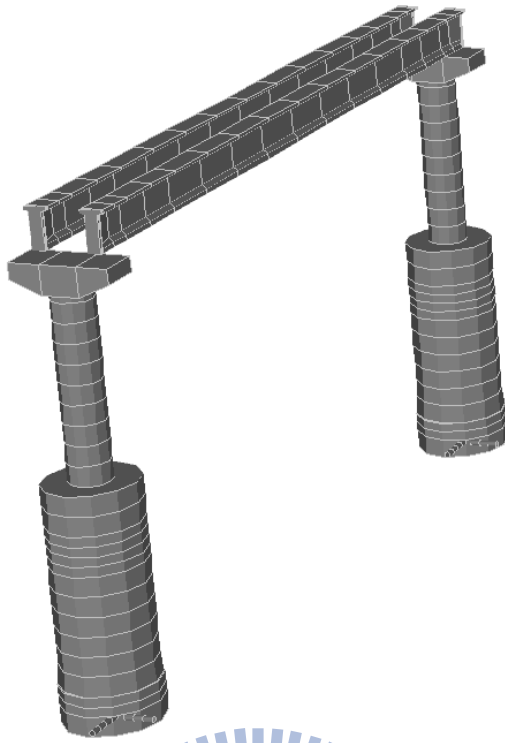


圖 5.21 型大梁 FEM 圖

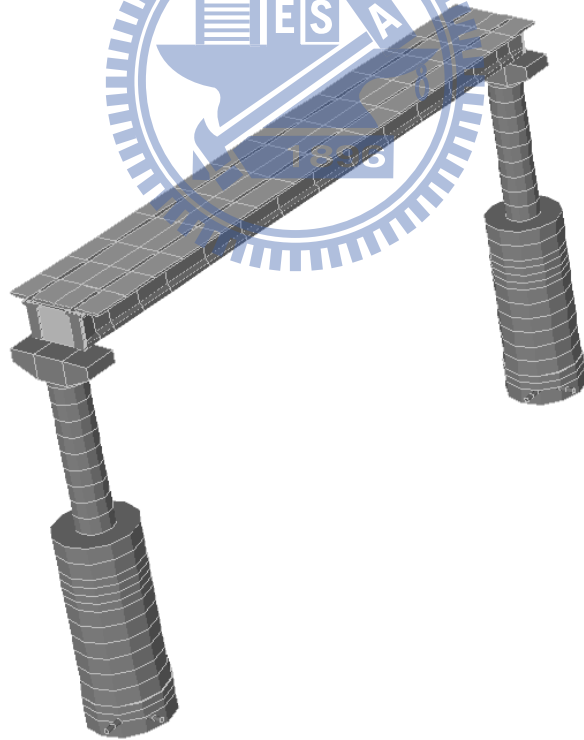


圖 5.3 橋面板 FEM 圖

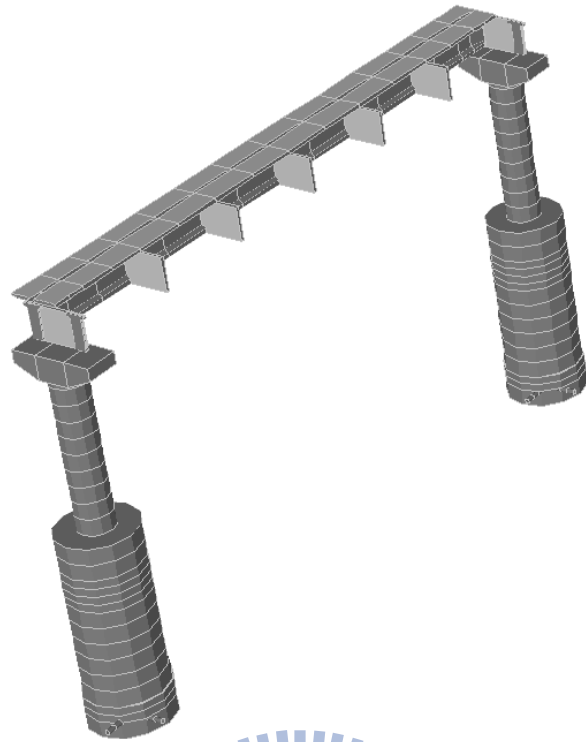


圖 5.4 橫隔板 FEM 圖

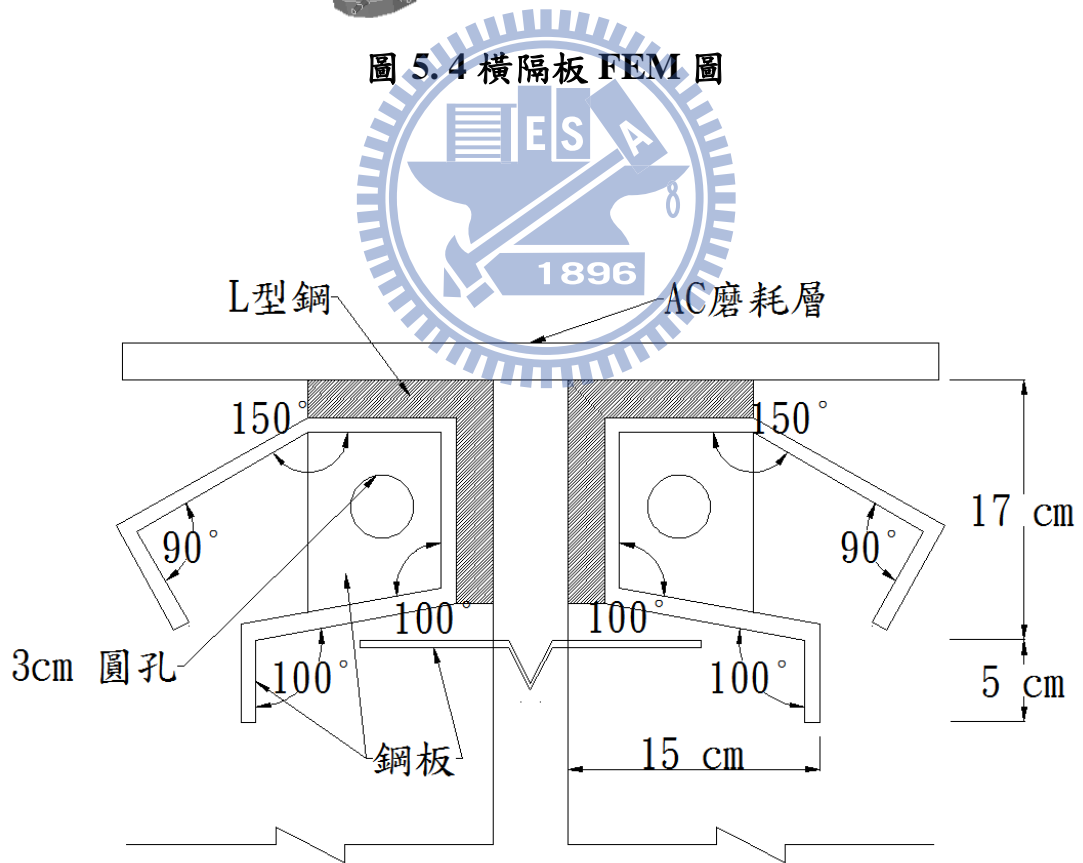


圖 5.5 角鋼伸縮縫斷面圖

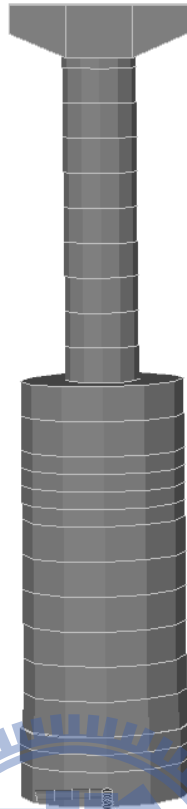


圖 5.6 帽梁、橋柱及沉箱基礎 FEM 圖

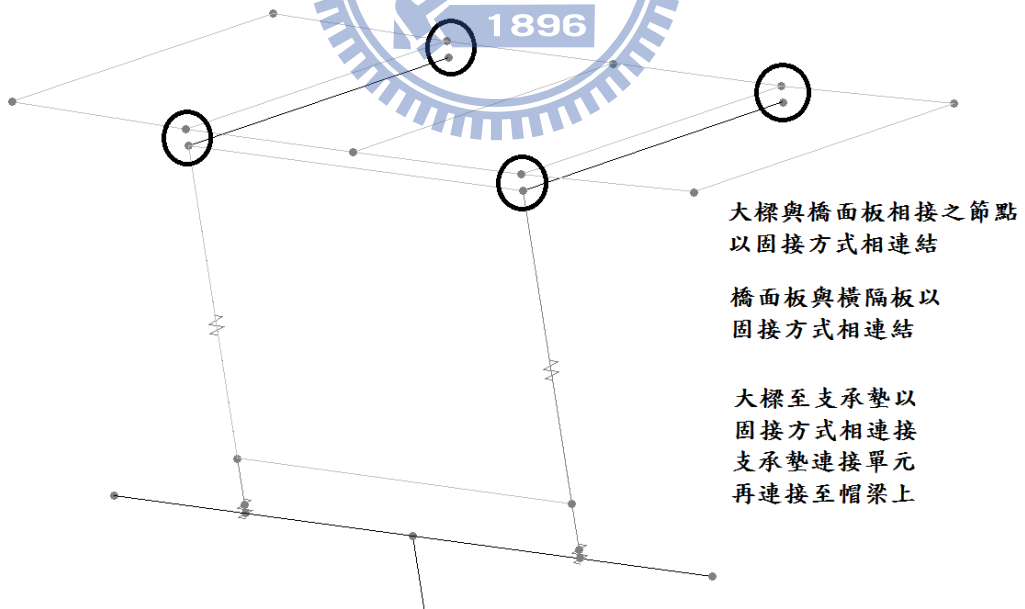


圖 5.7 上部結構與下部結構接續方式示意圖

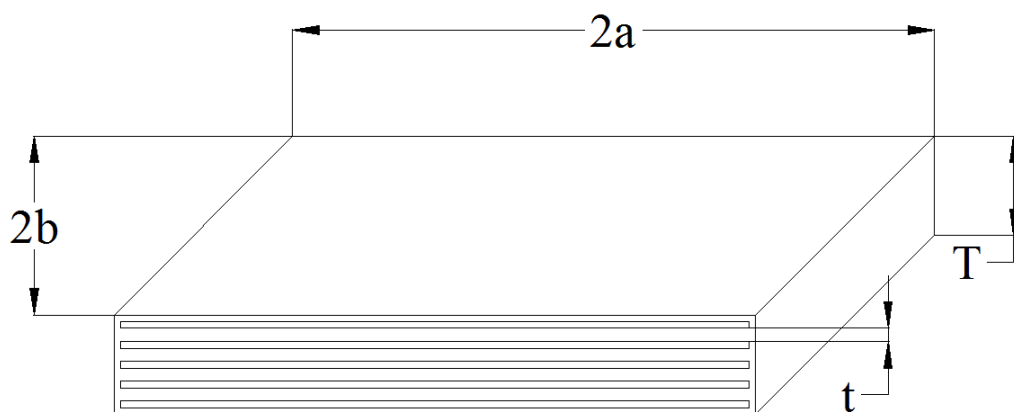


圖 5.8 合成橡膠支承墊示意圖

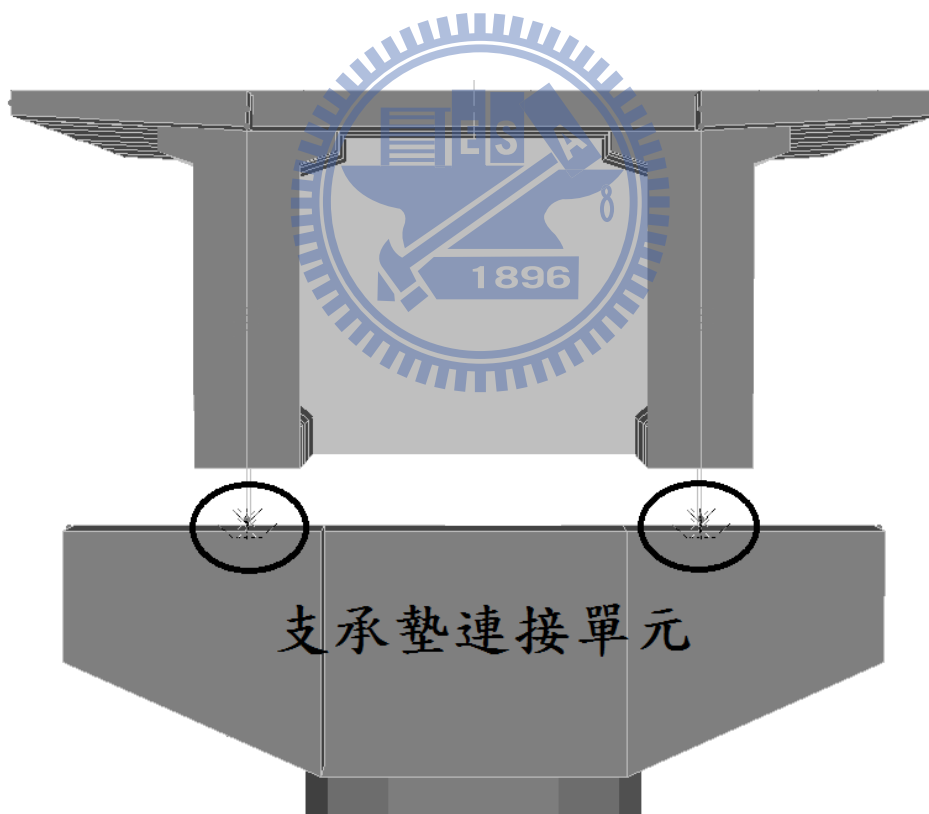


圖 5.9 支承墊模擬位置

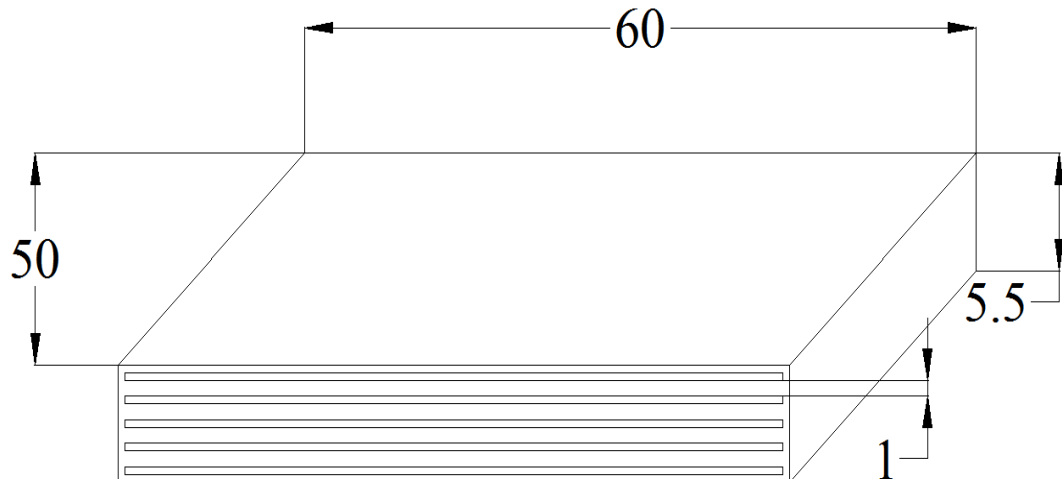


圖 5.10 橡膠支承墊尺寸圖(cm)

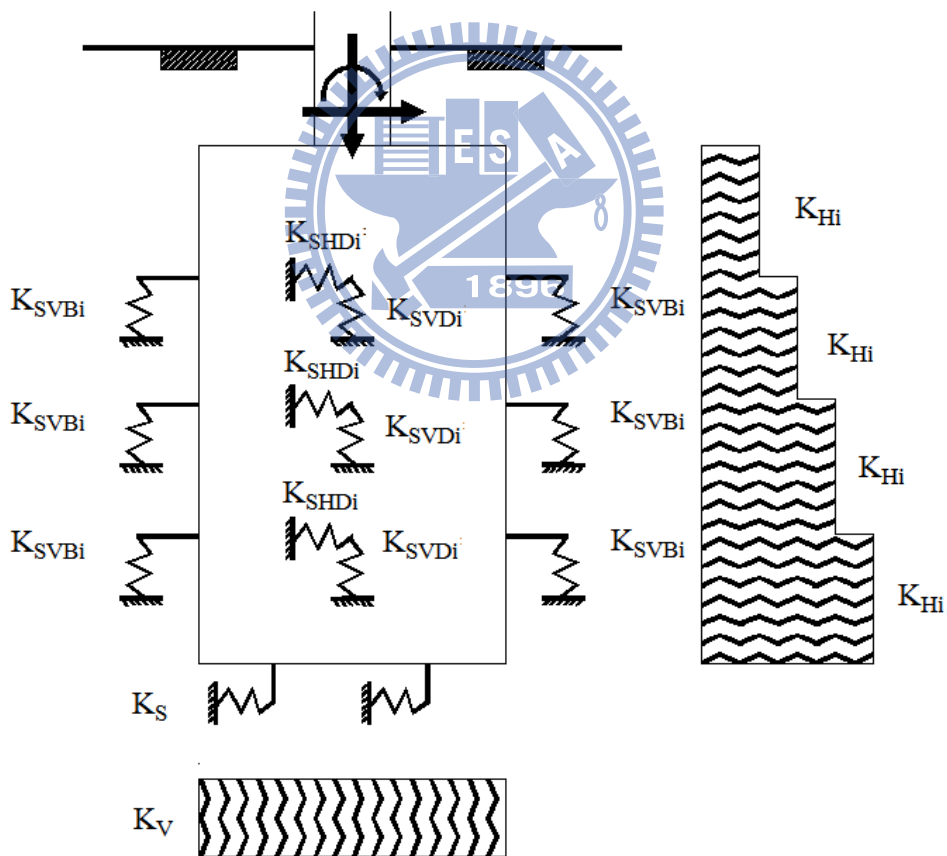


圖 5.11 等值土壤彈簧示意圖



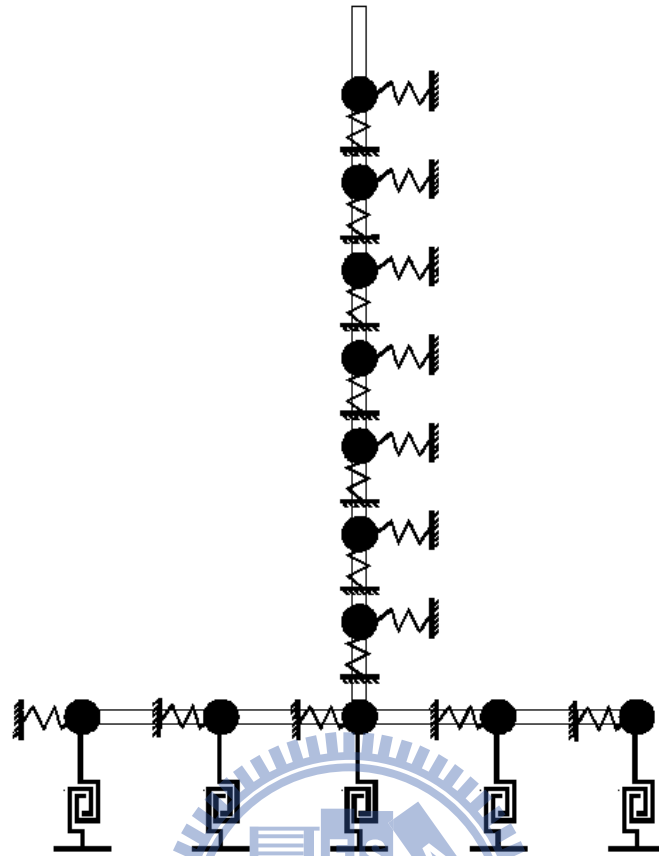


圖 5.12SAP2000 土壤彈簧示意圖

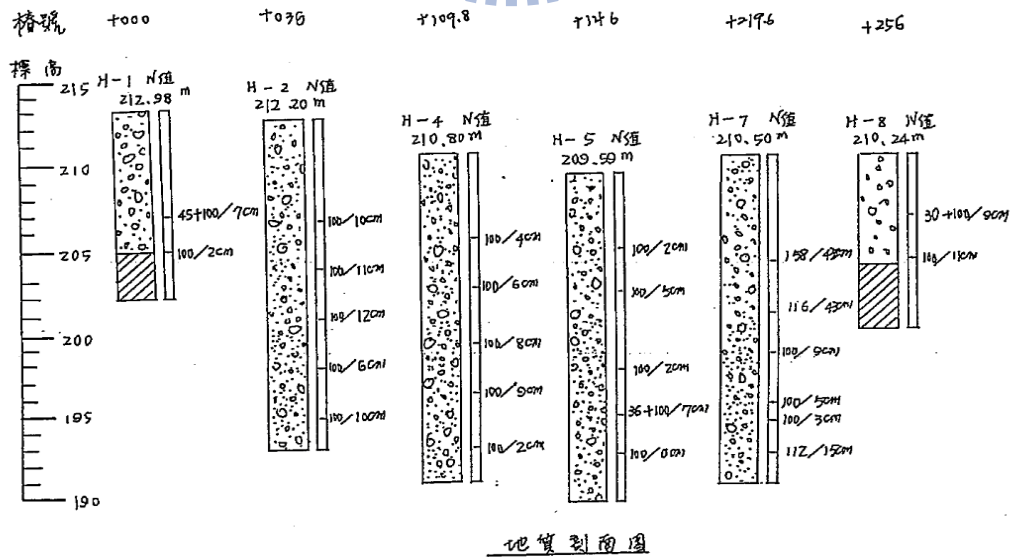


圖 5.13 地質性質圖

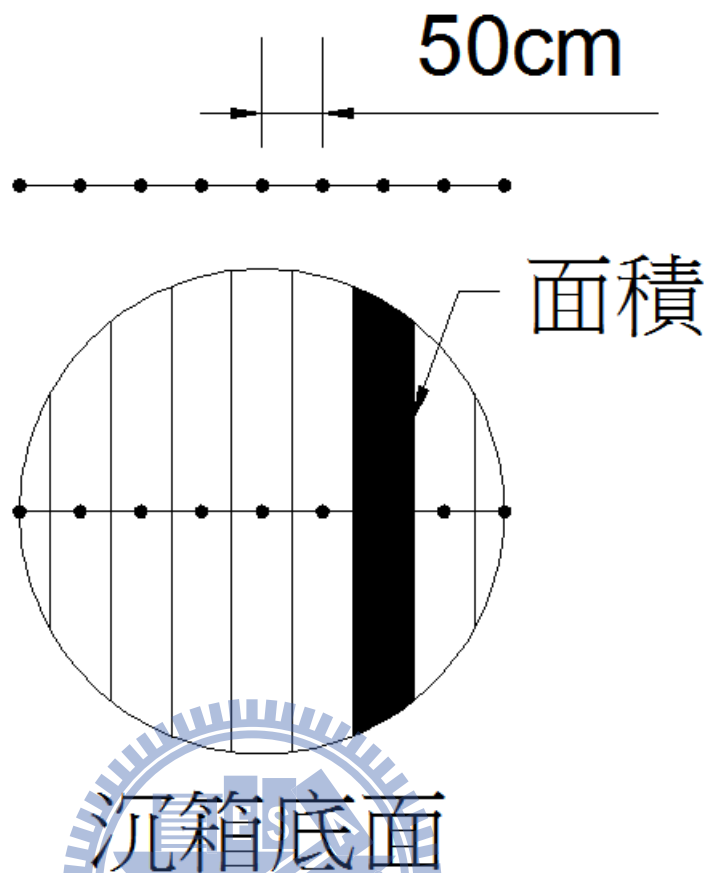


圖 5.14 沉箱底面彈簧節點示意圖

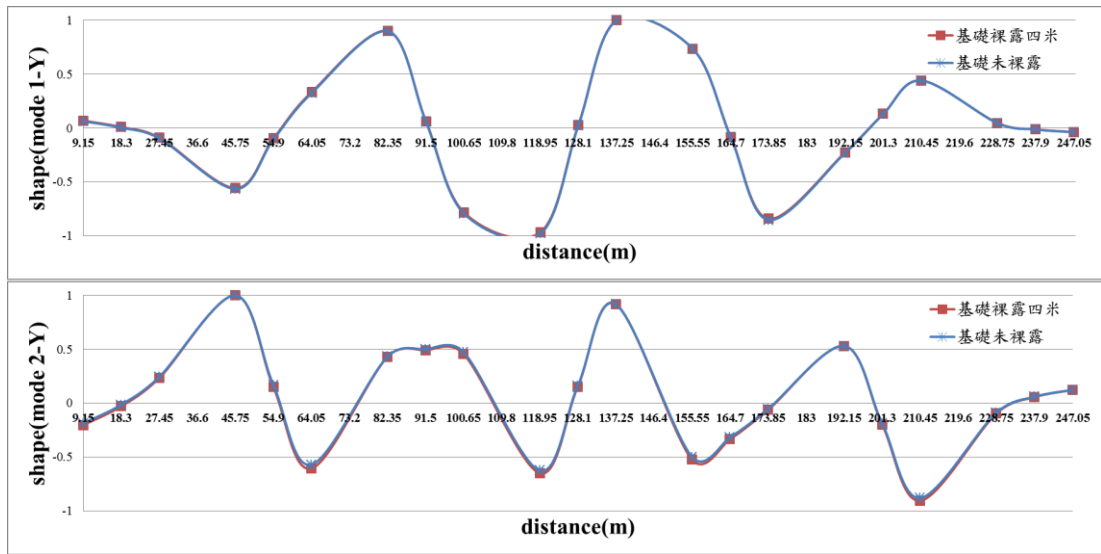


圖 5.15 X 向 SAP2000 基礎未裸露與裸露四米之振態形狀

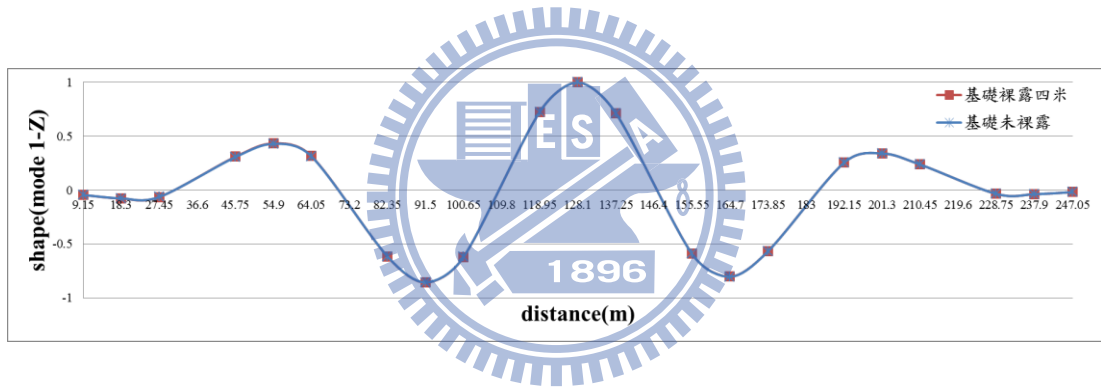


圖 5.16 Z 向 SAP2000 基礎未裸露與裸露四米之振態形狀

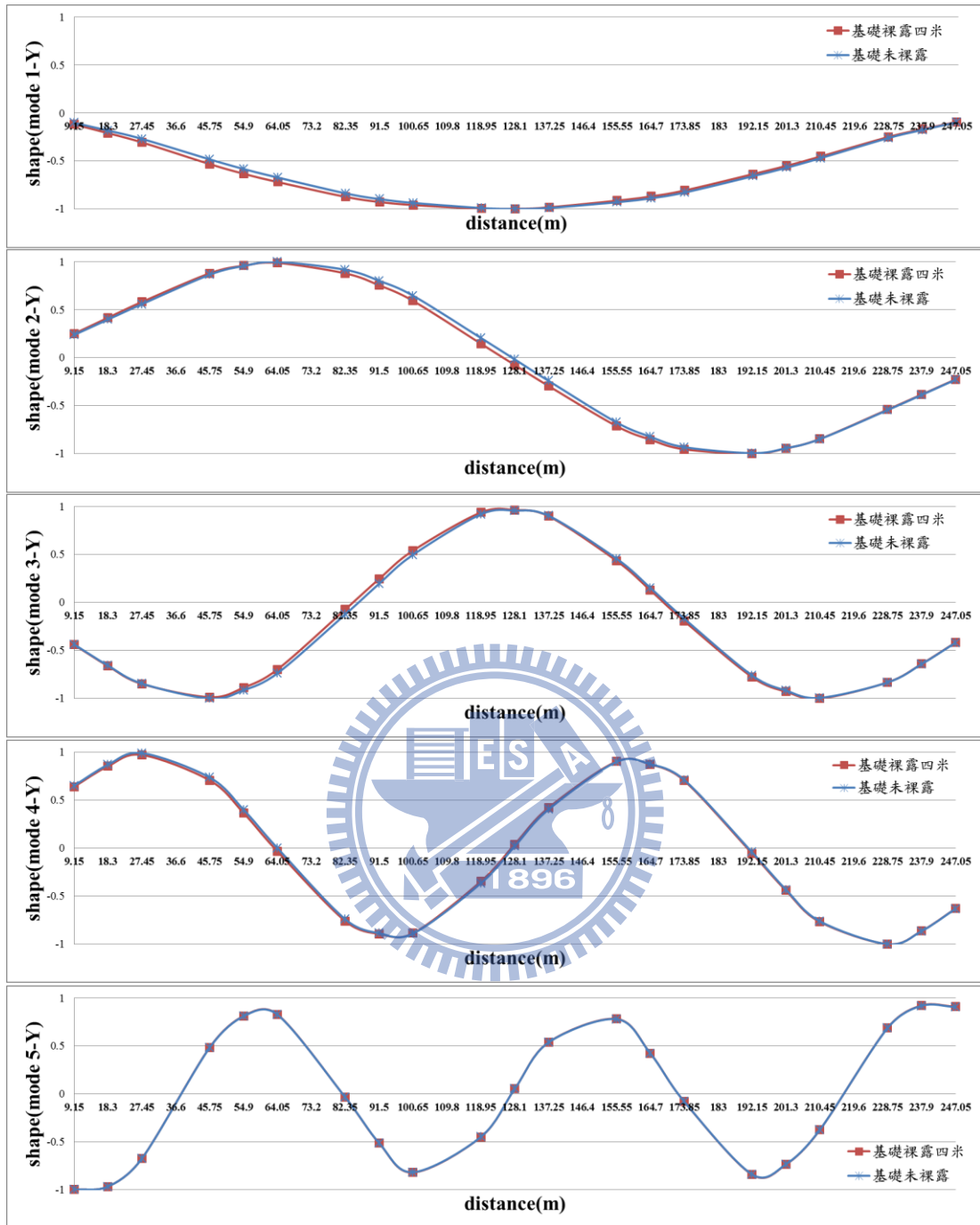
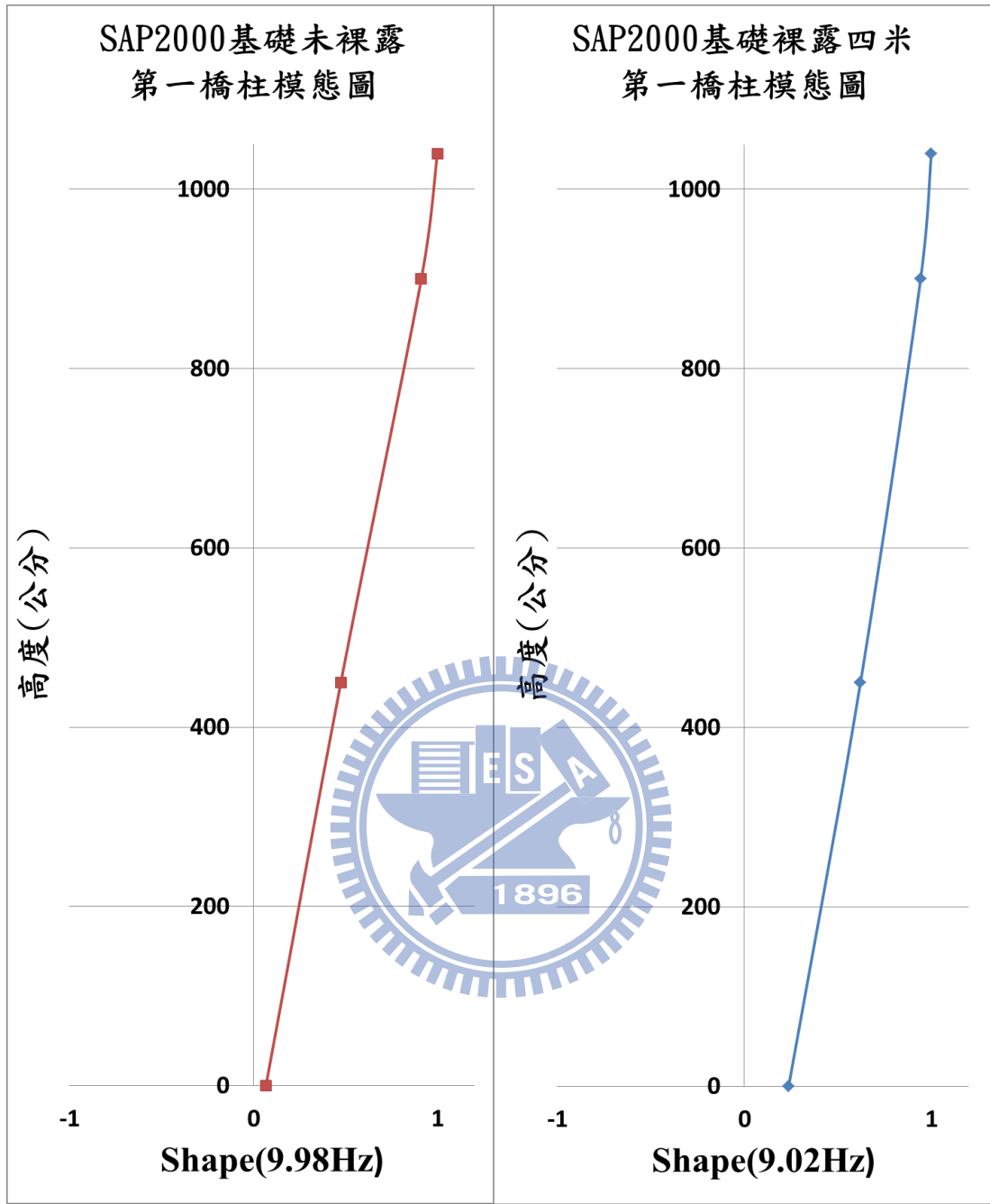


圖 5.17 Y 向 SAP2000 基礎未裸露與裸露四米之振態形狀



(a)

(b)

圖 5.18 SAP2000 基礎未裸露及裸露四米之橋柱 X 向頻率模態圖

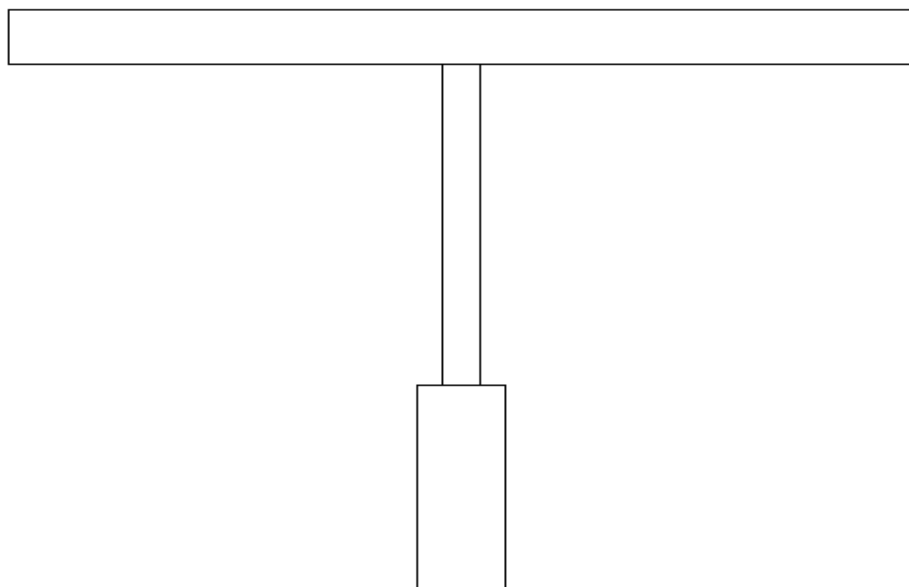


圖 5.19 兩跨連續單元

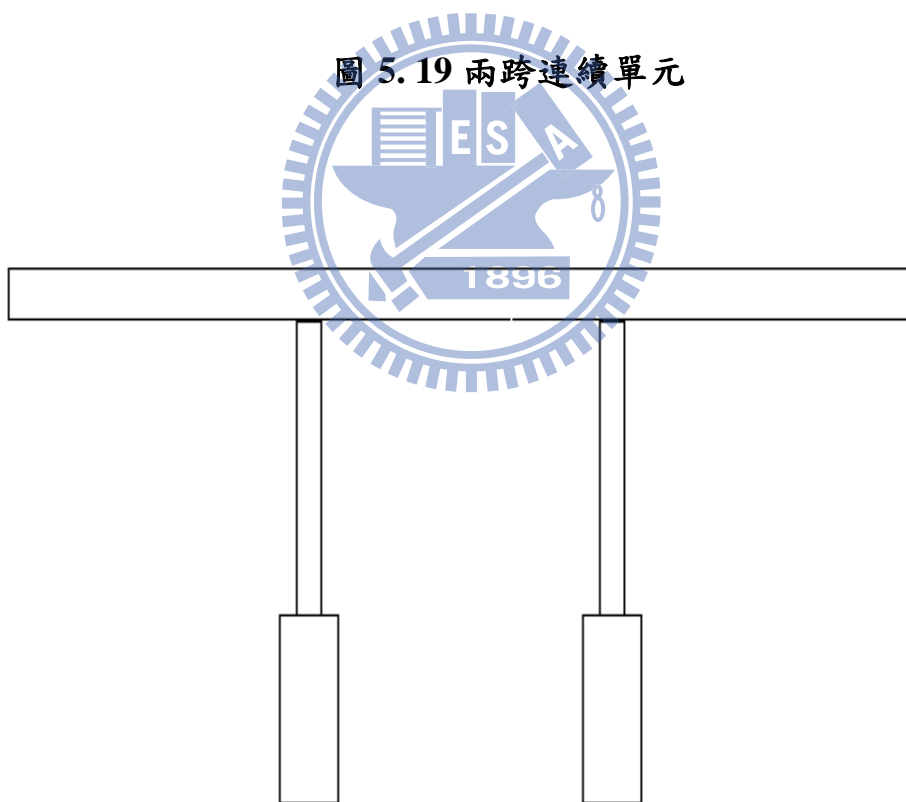


圖 5.20 三跨連續單元

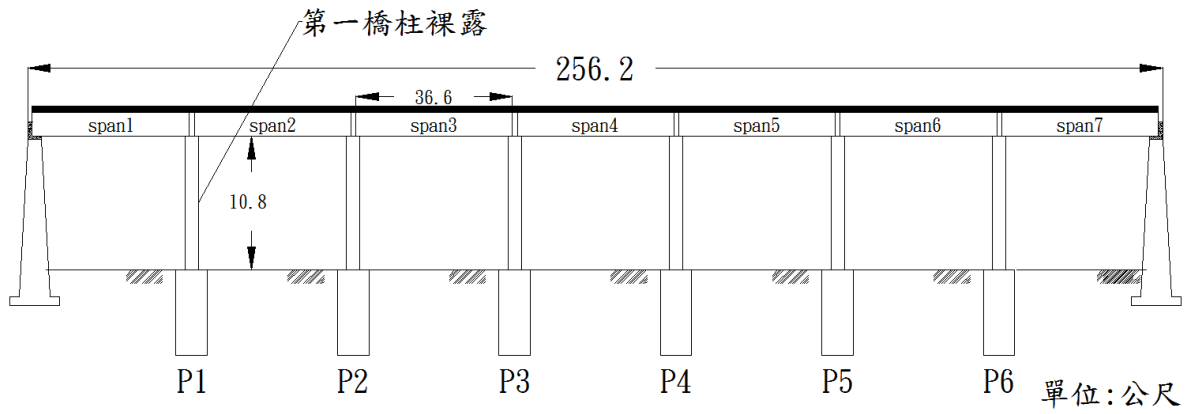


圖 5.21 案例一 橋梁模型圖

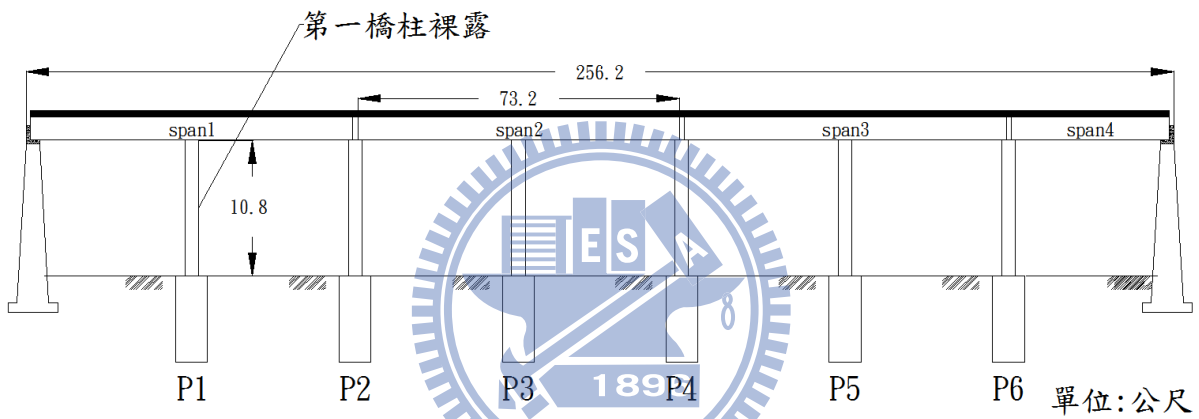


圖 5.22 案例二 橋梁模型圖

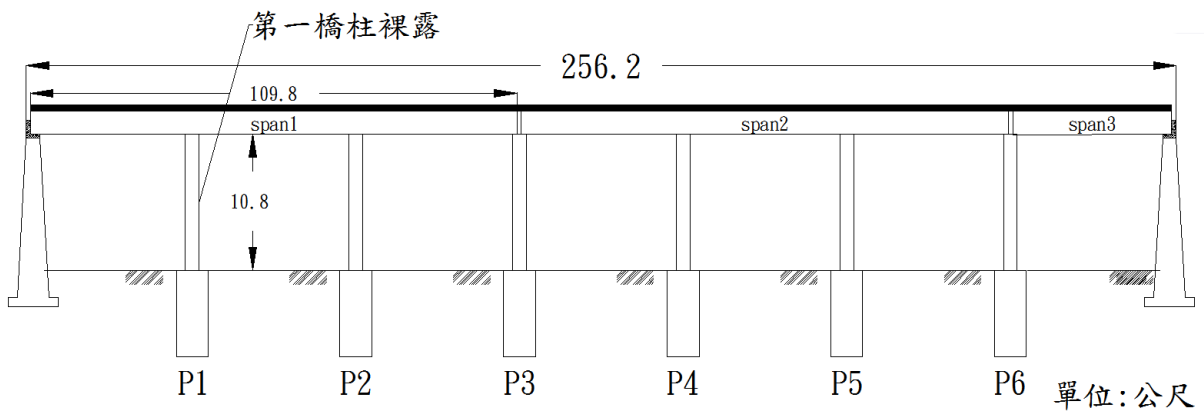


圖 5.23 案例三 橋梁模型圖

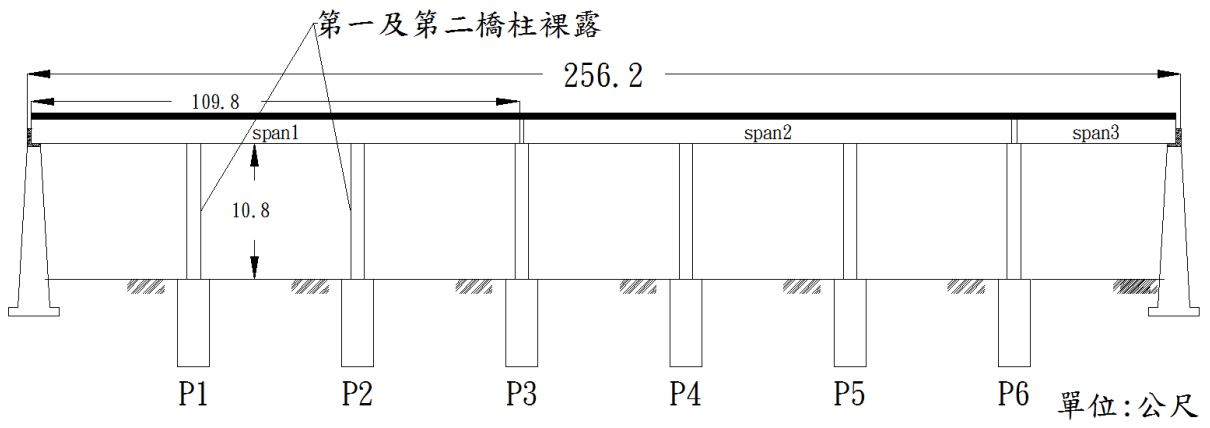
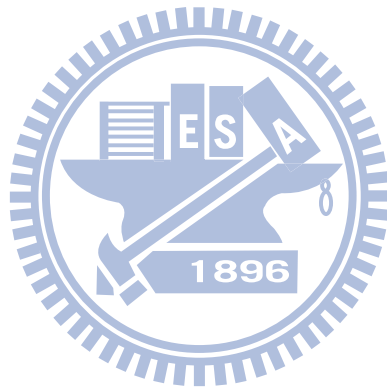


圖 5.24 案例四 橋梁模型圖





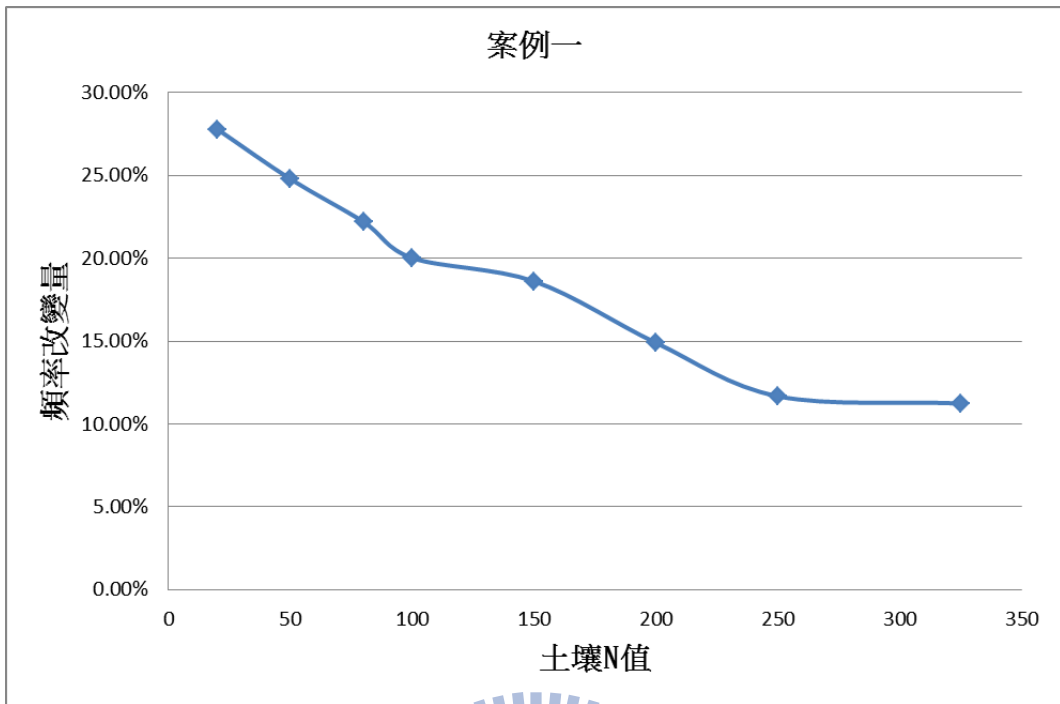


圖 5.25 案例一 橋梁子結構頻率改變量

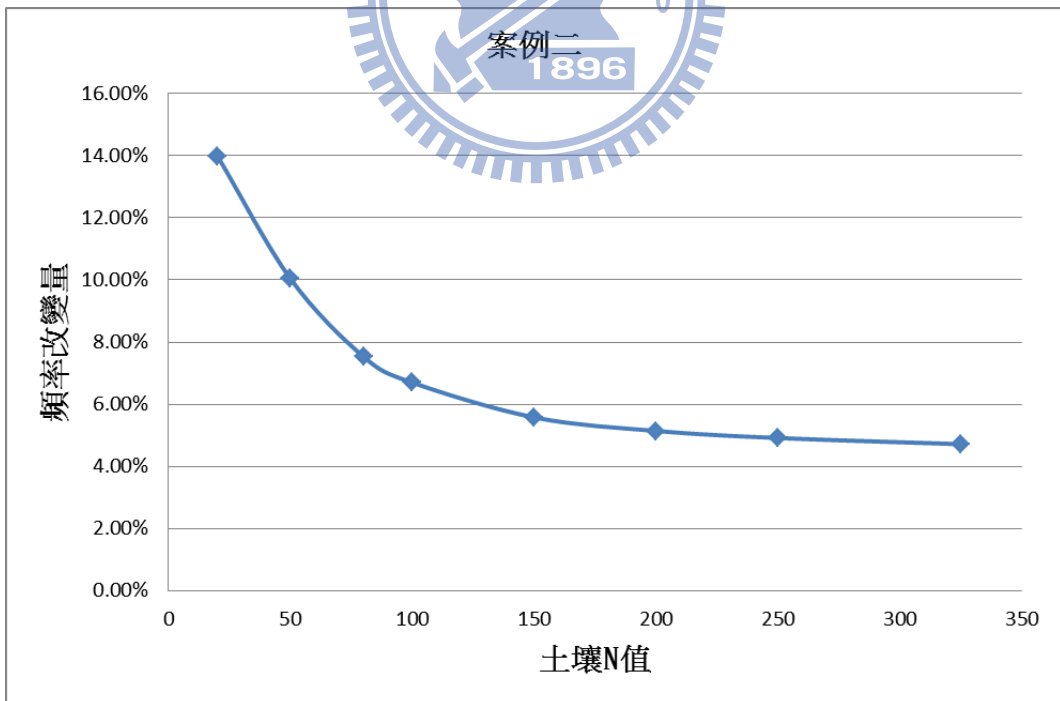


圖 5.26 案例二 兩跨連續單元頻率改變量

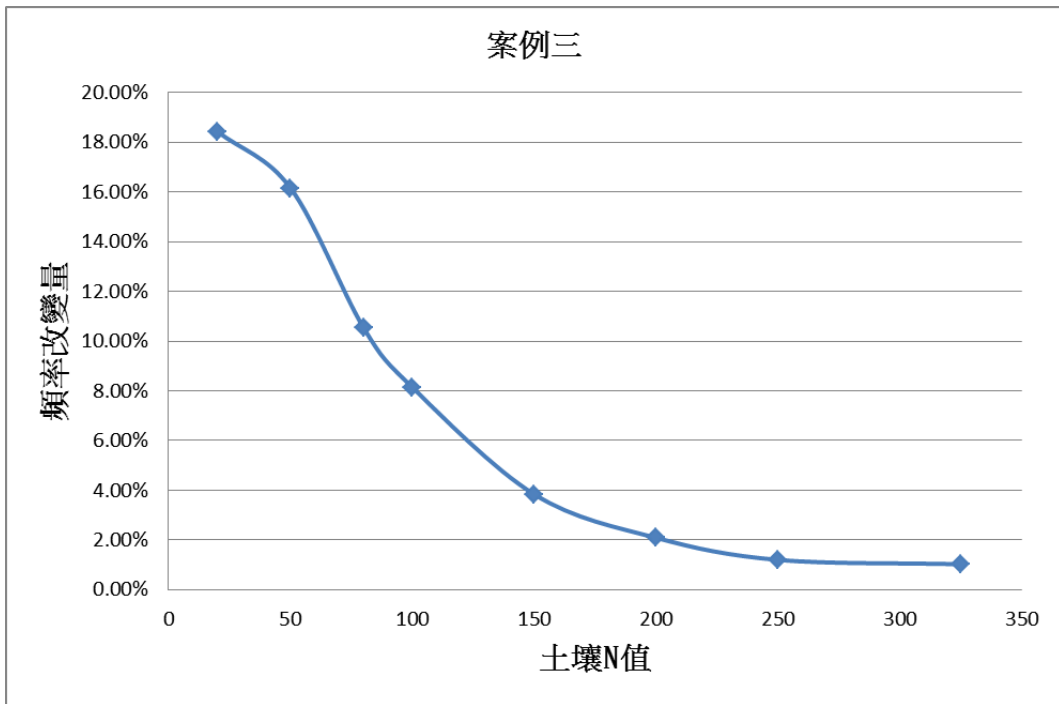


圖 5.27 案例三 三跨連續單元頻率改變量(單柱裸露)

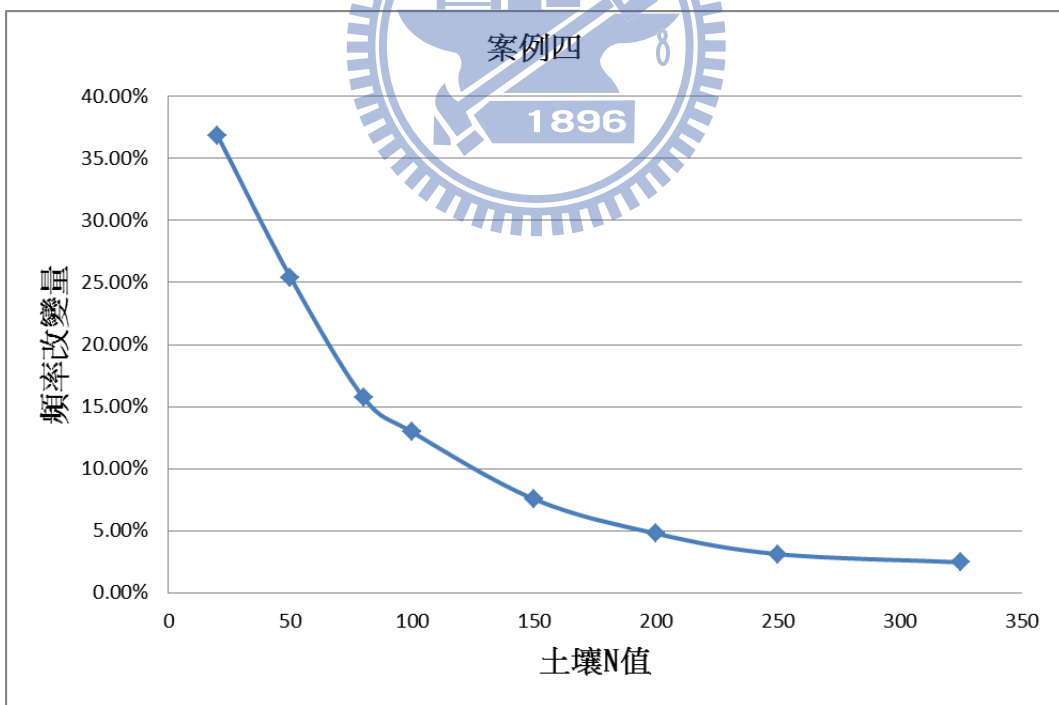


圖 5.28 案例四 三跨連續單元頻率改變量(雙柱裸露)