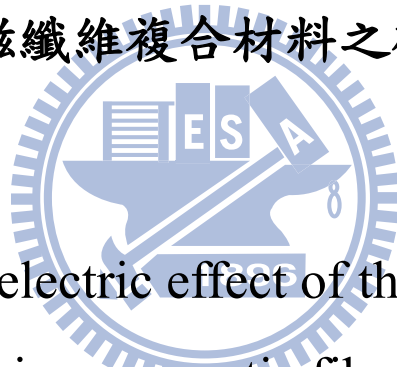


國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

三相壓電壓磁纖維複合材料之磁電耦合效應



Magnetolectric effect of three-phase
piezoelectric-piezomagnetic fibrous composites

研究生：彭晟祐

指導教授：郭心怡 博士

中華民國 101 年 1 月

三相壓電壓磁纖維複合材料之磁電耦合效應
**Magnetolectric effect of three-phase
piezoelectric-piezomagnetic fibrous composites**

研究生：彭晟祐

Student：Cheng-You Peng

指導教授：郭心怡

Advisor：Hsin-Yi Kuo



Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Civil Engineering

January 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 101 年 1 月

中文摘要

磁電耦合效應由於電場與磁場間之交互影響作用，使得磁電材料在致動器、感測器的發展上備受矚目。然而，單相多鐵性材料的磁電耦合效應太低，不足以應用於工程上，因此，發展出以多鐵性複合材料的方式來提升磁電耦合效應。

本研究以雙層法概念及微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式，配合有限元素法 (COMSOL Multiphysics) 建立之數值模型驗證下，預測三相壓電壓磁纖維複合材料之磁電耦合效應。過程中，藉由三種不同材料配置於核心、殼層及母材得到磁電效應最佳化配置。另外，由變動材料係數的方式，選擇適當的現有材料來提升磁電效應。由結果得知，在選擇適當材料配置前後磁電耦合效應皆有顯著之提升，且部分的提升配置由三相材料所控制。另外，本文嘗試以殼層置入一材料的方式，模擬非完美交界面之現象，並由選擇適當之界面相材料分析後，證實其可行。



關鍵字：磁電效應、多鐵性材料、壓電壓磁複合材料、Mori-Tanaka 模式、有限元素法、雙層法、非完美交界面

Abstract

Magnetolectric (ME) effects refer to the interaction between electric and magnetic fields, which makes ME materials appealing in actuators and sensors. However, the magnetolectric effect is weak in single phase multiferroic materials. Therefore, we resort to the core-shell-matrix three-phase multiferroic fibrous composites to enhance the magnetolectricity.

In this work, we propose a micromechanical model, the two-level recursive scheme in conjunction with Mori-Tanaka's method, to investigate the effective magnetolectric coupling of the composite. We compare this micromechanical solution with those predicted by finite element analysis (COMSOL Multiphysics), which provides the benchmark results for a periodic array of inclusions. Both the magnitudes and trends between them are in good agreement. Based on this micromechanical approach, we show that with a coating appropriate for the inhomogeneity, the effective magnetolectric coupling can be enhanced many-fold as compared to the noncoated counterpart. Further, we show that this three-phase core-shell-matrix model can be used to estimate the behavior of composites with imperfect interfaces.

Keyword : Magnetolectricity, Multiferroics, Piezoelectric-piezomagnetic composites, Mori-Tanaka Method, Finite Element Analysis, Two-level Recursive Scheme, Imperfect Interface.

致謝

從步入研究所的那一刻至今的這段過程，對自己來說許多平凡的事物都變得不平凡，對於過去同一件事情也有了不同的看法與思維方式。之前，常有人問「讀研究所是否值得」之類的問題，當時我不知道該如何回答，可是如今，我的答案是「肯定的」，而帶給我這個答案的首要感謝人物，是我的指導教授郭心怡老師，老師對於研究方面的嚴謹，使我認知到在研究過程中應有的態度與方法，以及在時間管理上謹記「沒有不夠用的時間，只有不足的想法」的觀念。另外，也要特別感謝碩一階段引領我的指導教授翁正強老師，在此，也敬祝老師身體健康，老師使我在步入研究所時，真正體會到專業的價值以及評斷問題時的方式與解決能力。這些除了在研究上有所幫助外，在學生往後的道路上也將會是一個指標。

在論文發表中特別感謝口試委員中央研究院 郭志禹老師與系上 陳誠直教授的指導，給予學生諸多寶貴的意見與鼓勵，也深刻體會到論文發表後的結束只是另一個開始，而學生會去學習自己所欠缺的事物，並帶著這些過程踏上未來挑戰的路。

在此，還要感謝 EB401 的幕後自勝、勇量、祐旻、舒含、毓翔，若少了你們這群打鬧又可靠的夥伴們，研究過程不會如此順遂。此外，還要特別感謝禪學社的振揚學長與社上夥伴的諸多照顧，以及劍道社教練陳泰成老師的教導與戰友們的鼓舞，那一晚的畢業趕出賽永遠銘記於心，謝謝你們(行坐禮)！當更加穩重時我一定會回去社上盡一份心力。另外，還有感謝國高中的朋友兼車友們，在人生旅途中真的不能沒有你們的鼓勵以及討論未來夢想的時刻。

最後，也是最感謝我的父母以及老姊在各個方面的支持與照顧，使我能夠順利獲得學習這件重要且珍貴的事物。另外，也謝謝不斷鼓勵著我的舅舅以及其他家人的幫助。如今，畢業後即將踏入另一個層次的學習及生涯階段，我會帶著所有人的幫助與鼓勵去迎接嶄新的將來，並為社會付出一份微薄的力量，在此，再說一聲「謝謝你們」！

目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
致謝.....	III
目錄.....	IV
圖目錄.....	VI
表目錄.....	X
符號表.....	XI
第一章 導論.....	1
1-1 研究背景與目的.....	1
1-2 多鐵性材料.....	3
1-2-1 鐵電性與鐵磁性.....	4
1-2-2 磁電效應.....	5
1-2-3 壓電材料.....	5
1-2-4 磁致伸縮材料.....	6
1-3 文獻回顧.....	7
1-3-1 多鐵性聚合物.....	7
1-3-2 雙相多鐵性複合材料.....	8
1-3-3 三相多鐵性複合材料.....	9
1-4 本文架構.....	10
第二章 理論架構.....	11
2-1 材料組成律與等效性質.....	11
2-1-1 材料組成律與統御方程式.....	11
2-1-2 複合材料等效性質.....	14
2-1-3 材料選擇.....	16
2-2 微觀力學模型.....	18
2-2-1 等效夾雜理論.....	18
2-2-2 廣義 Eshelby 張量.....	19
2-2-3 Dilute 模式.....	21
2-2-4 Mori-Tanaka 模式.....	22
2-3 有限元素法.....	25
2-3-1 體積代表元素.....	25
2-3-2 週期性邊界條件.....	26
2-3-3 等效性質之計算.....	27
2-3-4 壓電壓磁複合材料建模流程.....	29
2-3-5 有限元素之收斂性分析.....	31
第三章 三相壓電壓磁纖維複合材料.....	35

3-1 含殼層內含物之理論	36
3-1-1 直接 Mori-Tanaka 模式	36
3-1-2 雙層法	37
3-1-3 直接 Mori-Tanaka 模式與雙層法差異性	39
3-2 含殼層內含物之分析	43
3-2-1 壓電/壓磁/壓磁(BTO/TD/CFO).....	43
3-2-2 壓電/壓電/壓磁(BTO/PVDF/CFO).....	46
3-2-3 壓磁/壓磁/壓電(CFO/TD/BTO).....	51
3-2-4 壓磁/壓電/壓電(CFO/PVDF/BTO).....	54
3-2-5 結果與討論	59
3-3 磁電耦合效應之最佳化	60
3-3-1 壓電/壓磁/壓磁	60
3-3-2 壓電/壓電/壓磁	67
3-3-3 壓磁/壓磁/壓電	73
3-3-4 壓磁/壓電/壓電	79
3-3-5 結果與討論	85
3-4 結論	89
第四章 壓電壓磁複合材料非完美交界面分析.....	92
4-1 非完美交界面	92
4-2 模型建立	94
4-2-1 界面材料取 CFO 材料係數乘積	94
4-2-2 界面材料取 BTO 材料係數乘積	102
4-3 非完美交界面分析	110
4-4 結果與討論	113
第五章 結論及未來展望.....	114
5-1 結論	114
5-2 未來展望	116
參考文獻.....	117
附錄 A 磁電效應與材料係數間之關係.....	122
A-1 壓電/壓磁/壓磁	123
A-2 壓電/壓電/壓磁	131
A-3 壓磁/壓磁/壓電	139
A-4 壓磁/壓電/壓電	147

圖目錄

圖 1-1 多鐵性材料範疇	2
圖 1-2 纖維複合材料	2
圖 1-3 多鐵性材料物理場間相互關係	3
圖 1-4 遲滯迴圈	4
圖 1-5 多鐵性複合材料磁電效應示意圖	5
圖 1-6 壓電效應示意圖	6
圖 1-7 壓電壓磁複合結構型式	8
圖 2-1 3m、4mm 與 6mm 晶體對稱矩陣型式(應力控制)	16
圖 2-2 等效夾雜理論示意圖	18
圖 2-3 單位橢球示意圖	20
圖 2-4 Dilute 模式	21
圖 2-5 Mori-Tanaka 模式	23
圖 2-6 體積代表元素	25
圖 2-7 正方形與正六邊形體積代表元素之誤差性分析	26
圖 2-8 COMSOL Multiphysics 建模流程	30
圖 2-9 雙相複合材料網格示意圖	31
圖 2-10 有限元素收斂性分析(BTO/CFO 體積百分比取 0.5 之等效性質).....	33
圖 2-11 有限元素收斂性分析(BTO/CFO 體積百分比取 0.5 之磁電電壓係數)....	34
圖 3-1 三相纖維複合示意圖	35
圖 3-2 獨立內含物概念	36
圖 3-3 雙層法概念	38
圖 3-4 COMSOL Multiphysics 有限元素法模型	39
圖 3-5 磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係(BTO,CFO/TD、BTO/CFO/TD). 40	40
圖 3-6 雙層法、直接 Mori-Tanaka 模式磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係40	40
圖 3-7 直接 Mori-Tanaka 模式與雙層法等效性質與內含物體積比 f 之關係	42
圖 3-8 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/TD/CFO).....	43
圖 3-9 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/TD/CFO).....	44
圖 3-10 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/CFO, $\gamma=0.8$)	45
圖 3-11 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/PVDF/CFO)	46
圖 3-12 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/PVDF/CFO).....	47
圖 3-13 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/PVDF/CFO, $\gamma=0.8$)	48

圖 3-14	磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係(壓電/壓磁(壓電)/壓磁).....	49
圖 3-15	材料殼層體積影響示意圖(壓電/壓磁(壓電)/壓磁).....	50
圖 3-16	$\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/TD/BTO).....	51
圖 3-17	$\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/TD/BTO)	52
圖 3-18	等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO, $\gamma=0.8$)	53
圖 3-19	$\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/PVDF/BTO).....	54
圖 3-20	$\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/PVDF/BTO).....	55
圖 3-21	等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/PVDF/BTO, $\gamma=0.8$)	56
圖 3-22	磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係(壓磁/壓磁(壓電)/壓電).....	57
圖 3-23	材料殼層體積影響示意圖(壓磁/壓磁(壓電)/壓電).....	58
圖 3-24	$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓磁/壓磁).....	61
圖 3-25	$\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(LNO/CFO/TD)	62
圖 3-26	等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD, $\gamma=0.8$).....	63
圖 3-27	$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓磁/壓磁)	64
圖 3-28	$\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(PZT-5J/TD/CFO).....	65
圖 3-29	等效性質與內含物體積比 f 之關係(PZT-5J/TD/CFO, $\gamma=0.8$)	66
圖 3-30	$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓電/壓磁).....	67
圖 3-31	$\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(PVDF/LNO/TD)	68
圖 3-32	等效性質與內含物體積比 f 之關係(PVDF/LNO/TD, $\gamma=0.8$)	69
圖 3-33	$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓電/壓磁)	70
圖 3-34	$\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(LNO/PZT-5J/CFO).....	71
圖 3-35	等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/PZT-5J/CFO, $\gamma=0.8$).....	72
圖 3-36	$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓磁/壓電).....	73
圖 3-37	$\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/TD/PVDF)	74
圖 3-38	等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF, $\gamma=0.8$)	75
圖 3-39	$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓磁/壓電)	76
圖 3-40	$\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(TD/CFO/PZT-5J).....	77
圖 3-41	等效性質與內含物體積比 f 之關係(TD/CFO/PZT-5J, $\gamma=0.8$)	78
圖 3-42	$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓電/壓電).....	79
圖 3-43	$\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(TD/LNO/PVDF).....	80
圖 3-44	等效性質與內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF, $\gamma=0.8$).....	81

圖 3-45 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓電/壓電).....	82
圖 3-46 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/LNO/PZT-5J).....	83
圖 3-47 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/PZT-5J, $\gamma=0.8$).....	84
圖 4-1 非完美交界面於雙相複合材料之模擬.....	92
圖 4-2 相與相間之界面模擬為一獨立之薄層結構.....	93
圖 4-3 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 放大倍數, $\gamma=0.9$).....	95
圖 4-4 等效性質與體積比 f 之關係(BTO/CFO* 10^1 /CFO, $\gamma=0.9$).....	96
圖 4-5 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 放大倍數, $\gamma=0.99$).....	97
圖 4-6 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 縮小乘積, $\gamma=0.9$).....	99
圖 4-7 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO* 10^{-1} /CFO, $\gamma=0.9$).....	100
圖 4-8 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 縮小乘積, $\gamma=0.99$).....	101
圖 4-9 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 放大倍數, $\gamma=0.9$).....	103
圖 4-10 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/BTO* 10^1 /CFO, $\gamma=0.9$).....	104
圖 4-11 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 放大倍數, $\gamma=0.99$).....	105
圖 4-12 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 縮小乘積, $\gamma=0.9$).....	107
圖 4-13 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/BTO* 10^{-1} /CFO, $\gamma=0.9$).....	108
圖 4-14 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 縮小乘積, $\gamma=0.99$).....	109
圖 4-15 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 MAT1 放大倍數, $\gamma=0.99$)...	111
圖 4-16 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 MAT1 縮小乘積, $\gamma=0.99$)...	112
圖 A-1 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁).....	123
圖 A-2 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁).....	124
圖 A-3 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁).....	125
圖 A-4 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓磁/壓磁).....	126
圖 A-5 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁).....	127
圖 A-6 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁).....	128
圖 A-7 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁).....	129
圖 A-8 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓磁/壓磁).....	130
圖 A-9 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁).....	131
圖 A-10 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁).....	132
圖 A-11 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁).....	133
圖 A-12 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓電/壓磁).....	134

圖 A-13	不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)	135
圖 A-14	不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)	136
圖 A-15	不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)	137
圖 A-16	$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓電/壓磁)	138
圖 A-17	不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)	139
圖 A-18	不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)	140
圖 A-19	不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)	141
圖 A-20	$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓磁/壓電)	142
圖 A-21	不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)	143
圖 A-22	不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)	144
圖 A-23	不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)	145
圖 A-24	$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓磁/壓電)	146
圖 A-25	不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)	147
圖 A-26	不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)	148
圖 A-27	不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)	149
圖 A-28	$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓電/壓電)	150
圖 A-29	不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)	151
圖 A-30	不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)	152
圖 A-31	不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)	153
圖 A-32	$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓電/壓電)	154

表目錄

表 2-1 材料性質	17
表 2-2 不同網格元素個數與自由度數量	32
表 2-3 有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式間之誤差比較	32
表 3-1 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓磁/壓磁).....	60
表 3-2 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓磁/壓磁).....	62
表 3-3 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓磁/壓磁).....	64
表 3-4 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓磁/壓磁).....	65
表 3-5 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓電/壓磁).....	67
表 3-6 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓電/壓磁).....	68
表 3-7 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓電/壓磁).....	70
表 3-8 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓電/壓磁).....	71
表 3-9 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓磁/壓電).....	73
表 3-10 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓磁/壓電).....	74
表 3-11 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓磁/壓電).....	76
表 3-12 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓磁/壓電).....	77
表 3-13 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓電/壓電).....	79
表 3-14 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓電/壓電).....	80
表 3-15 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓電/壓電).....	82
表 3-16 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓電/壓電).....	83
表 3-17 不同配置下變動材料性質之磁電效應最佳化比較	85
表 3-18 最佳化前後 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 比較.....	87
表 3-19 最佳化後與雙相材料配置下之 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 比較.....	88
表 3-20 磁電效應最佳化相對係數關係(壓電/壓磁(壓電)/壓磁).....	90
表 3-21 磁電效應最佳化相對係數關係(壓磁/壓磁(壓電)/壓電).....	91
表 4-1 材料 1 之材料性質	110

符號表

A		應變集中因子
A	A^{dilute}	應變集中因子(Dilute 模式)
A	A^{MT}	應變集中因子(Mori-Tanaka 模式)
B	B_i	磁通量密度或稱磁感應
C	C_{ijkl}	彈性係數
D	D_i	電位移
E	E_l	電場
	G_{MJin}	Green's 函數
H	H_l	磁場
I		單位矩陣
L	L_{iJm}	材料性質
L	*	等效性質
L	L_0	母材材料性質
S	S_{ijkl}	Eshelby 張量(單一物理場)或廣義 Eshelby 張量(多重物理場)
Z	Z_{Mn}	廣義應變
Z	*	廣義特徵應變
Z	Z_{ij}^{pt}	內含物造成的廣義擾動應變
Z	Z^0	外加邊界條件引起的廣義應變
	$\langle \mathbf{Z} \rangle$	整體的平均廣義應變
	$\langle \mathbf{Z}_r \rangle$	第 r 相的平均廣義應變
	$\langle \mathbf{Z}_0 \rangle$	母材平均廣義應變
a		核心半徑
b		殼層半徑
d		體積代表元素半邊長
e	e_{ikl}	壓電係數

f		內含物體積比
f_m		母材體積比
\mathbf{q}	q_{ikl}	壓磁係數
u_i		位移
Σ	Σ_{ij}	廣義應力
Σ^0		外加邊界條件引起的廣義應力
Σ^{pt}		內含物造成的廣義擾動應力
Φ		廣義位移
$\psi_{,i}$		磁勢能
$\alpha_{E,ij}^*$		磁電電壓係數
γ		半徑比
ϵ	ϵ_{kl}	應變
ϵ^{pt}		內含物造成的擾動應變
ϵ^*		特徵應變
κ_{il}		介電常數
λ_{il}		磁電係數
μ_{il}		磁導率
σ	σ_{ij}	應力
$\varphi_{,i}$		電勢能



第一章 導論

1-1 研究背景與目的

近代材料發展中，隨著軍事以及航太需求的驅使下，使人們意識材料的多功能性以及自適應的重要性，因此有了智能結構或智能材料的概念，其定義為：「智能材料是模仿生命系統，能感知環境變化，並能即時地改變自身的一種或多種性能參數，以期適應變化後的環境之複合材料」[1]。在此背景驅使下，使得智能材料的應用前景受到高度的關注，成為一極需探討及研究的課題。

智能材料的應用範圍廣泛[2]，例如：光纖感測系統採用光與電之耦合，可應用於結構系統上的感測，有助於設計、施工、維護、減災等功效；壓電材料採用電場與機械場的耦合，此材料之特點在於反應快、作用力大以及頻率範圍廣，有助於致動器的發展，像是針式印表機以及將相機推進至數位時代的自動對焦技術以及高分辨 CCD(Charge Coupled Device)成像感測器皆屬於此範疇；磁致伸縮材料採磁與機械場的耦合，與壓電材料的特性相比之下，此材料對驅動的電力要求不高、位移量較好、反應速度較慢，應用在聲納探測技術、聲能轉換器、精密定位裝置等。

近來以多鐵性材料為主的智能材料受到高度的重視，實則肇因於多鐵性材料中，多重物理場間之相互耦合關係，舉凡壓電、壓磁、光電、光磁耦合以及本文亟欲探討之磁電耦合效應，皆屬相關之研究領域，參考圖 1-1。

由多鐵性材料來達到磁電效應有兩種途徑，分別為單相多鐵性材料與多鐵性複合材料兩類。然而，單相多鐵性材料在早期發展過程中面臨效應微弱及居禮溫度多在室溫下之實際應用瓶頸，因此，促成了磁電效應之研究方向，朝向以至少含一個壓電與磁致伸縮材料為主的多鐵性複合材料。

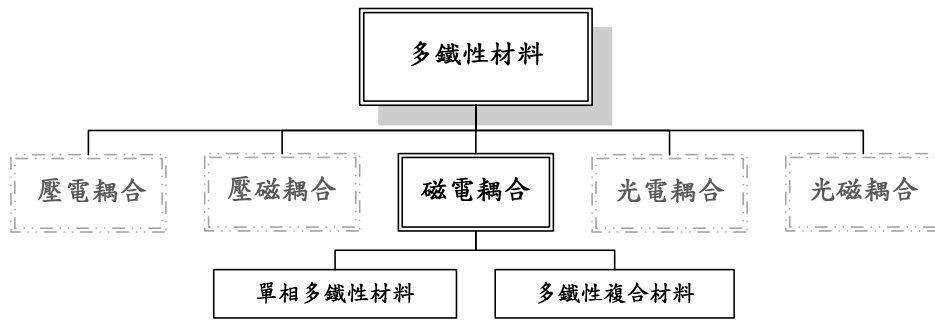


圖 1-1 多鐵性材料範疇

由於多鐵性複合材料，必須至少由一個壓電與磁致伸縮材料材料所構成的雙相材料來達到磁電效應，因此，本文的目的，主要是在雙相材料(圖 1-2a)中再置入一個材料使其成為三相材料，而內含物採纖維型式分析，並從不同的分析結果中觀察磁電效應之變化。過程中，著重於「磁電效應於最佳化過程中，配置三相材料之必要性之探討」以及「分析雙相材料界面中，假設界面相置入一個材料，進行非完美交界面分析之可行性(圖 1-2c)」兩個部分，藉由雙層法概念及微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式作為理論基礎，搭配 COMSOL Multiphysics 有限元素軟體建立的數值模型驗證，得到壓電壓磁複合材料之磁電耦合效應。

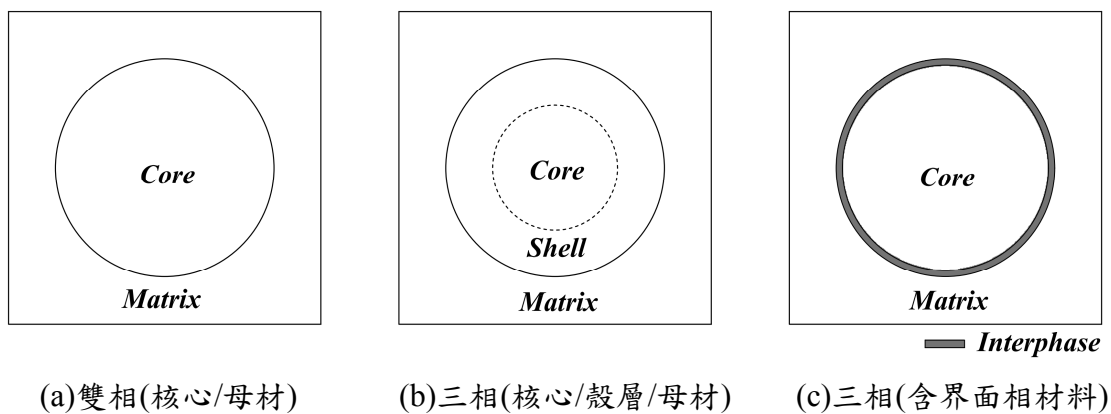


圖 1-2 纖維複合材料

1-2 多鐵性材料

多鐵性材料(Multiferroics)是指一種材料同時具有鐵電性(Ferroelectricity)、鐵磁性(Ferromagnetism)、鐵彈性(Ferroelasticity)等兩種或是兩種以上的鐵性質。其中，鐵電性材料具有自發性電極化(Spontaneous electric polarization)，且極化方向隨外加電場而改變；鐵磁性具有自發性磁化(Spontaneous magnetic polarization)，且磁化隨外加磁場而改變；鐵彈性材料具有自發應變(Spontaneous strain)，且應變可受到外加應力而改變。多鐵性關係可由圖 1-3 所示，藉由電場(E)、磁場(H)、應力(σ)的作用下，產生相應之極化(P)、磁化(M)、應變(ϵ)，且各物理場間存在著交互作用的關係，為設計上增添了許多自由度。再來藉由探討其極化、磁化程度、電子自旋(Spin)、電荷分佈以及晶格結構上的差異等影響，擴張了多鐵性材料的發展，例如：聲納偵測器(Sonar detectors)中將聲波轉換為電訊、制動器(Actuators)受到電子訊號引發動作以及記憶元件等。本文中著重於磁場與電場之間的磁電耦合效應(Magnetolectric couply effect)上。而有關於多鐵性材料之相關發展及回顧可參考[3-7]。

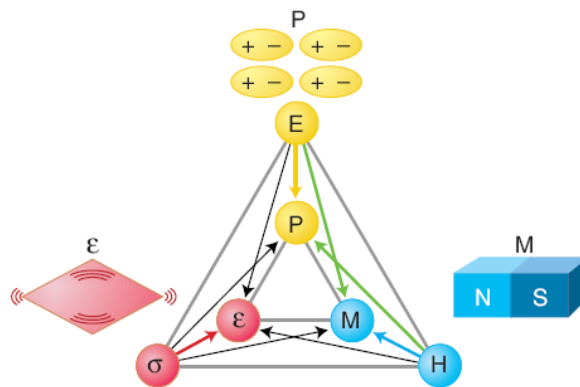


圖 1-3 多鐵性材料物理場間相互關係[8]

1-2-1 鐵電性與鐵磁性

當材料處於居禮溫度以下時，材料擁有自發性極化，且在此狀況下極化方向隨外加電場改變，此特性稱為鐵電性。以圖 1-4(a)所示鐵電性材料之電滯迴圈中電場與極化之間的關係，當施加電場於鐵電材料時，材料會產生電極化。將電場移除後材料產生殘餘極化(Remanent polarization)，殘餘極化又稱永久極化，在應用方面，記憶元件的發展則是運用此特性。目前常見的鐵電材料有鈦酸鋇(BaTiO_3)、鈷鈦酸鉛(PZT)等。

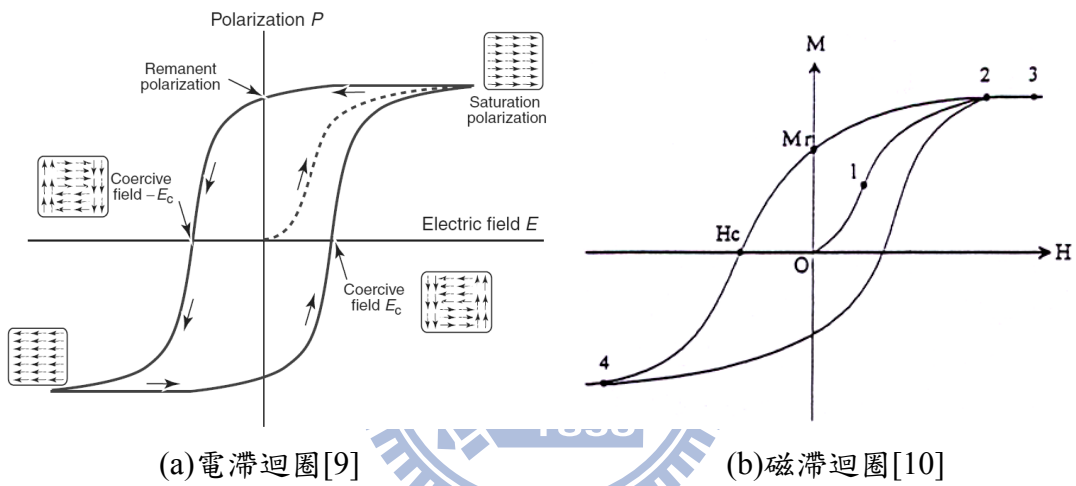


圖 1-4 遲滯迴圈

當材料處於居禮溫度以下時，材料之磁域重新組成，由原先受到熱擾動而造成磁矩凌亂之順磁性轉為來自自旋電子並且排列整齊的磁矩之鐵磁性質，且在此狀況下磁化方向隨外加磁場改變，此為造成磁化率很大的主因。鐵磁性物質，包括鐵、鈷、鎳及其化合物與合金等材料。鐵磁材料之磁場強度與磁化之關係由圖 1-4(b)所示：當外加磁場作用於鐵磁材料上時，磁矩受到一磁力矩作用，使得磁域中的磁矩開始旋轉至與外加磁場同一方向；當外加磁場降為零時，磁化值並未回到零，此稱之為殘餘磁化 M_r (Remanence)。當磁場繼續往反方向增加時，磁化會降為零，此時的磁場大小稱之為矯頑力 H_c (Coercive force)。

1-2-2 磁電效應

當施加電場產生感應磁化或磁極化(Magnetization)，或者外加一磁場產生電極化(Polarization)，而此種現象稱之磁電效應(Magnetoelectricity, ME)。造成此種特徵在於電域(Domain)與磁域可以共存於材料中。早於 1894 年時，Pierre Curie 就提出磁電效應存在之可能性，直至 1959 年由 Astrov[11]證實此現象，之後成功量測出磁電效應之材料陸續被提出[12-15]，但是由於單相多鐵性材料中鐵電與鐵磁性之共存有其限制使得量測到的效應並不顯著，再加上材料於量測到磁電效應所處之環境溫度(居禮溫度)低於室溫，造成材料的實際運用性不大，因此，單相多鐵性材料之研究也於 1970 年代末期逐漸消退。另一方面，磁電效應的發展朝向多鐵性複合材料(Multiferroic composites)研究。有別於單相多鐵性材料直接以電與磁之間的相互耦合來達到磁電效應，多鐵性複合材料的磁電效應來自於：「電場與磁場間藉由應變關係來達成耦合」，過程中由壓電相施加電場產生應變傳遞給磁致伸縮材料產生磁化，反之，施加磁場再以應變傳遞使壓電相產生電極化，以一種間接的方式來達到磁電耦合效應如圖 1-5。

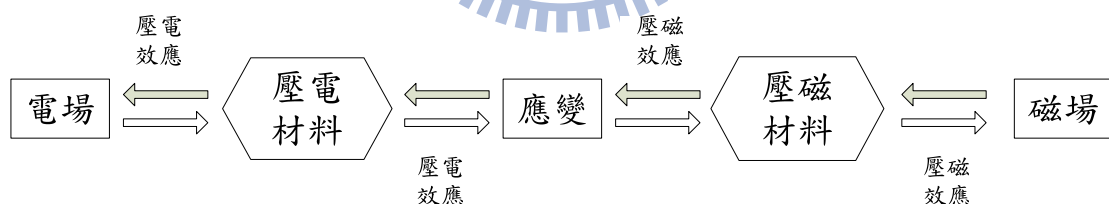


圖 1-5 多鐵性複合材料磁電效應示意圖

1-2-3 壓電材料

當任何材料受到電場作用時，皆會產生程度不一的體積變化造成應變。如當電場之強度與應變成正比時，此種現象稱為電致伸縮效應，當此行為逆轉時，由外加應力造成材料應變，藉以帶動電極化之產生，此種特性稱為正壓電效應，且具有可逆性稱為逆壓電效應，合稱壓電效應。壓電材料之耦合行為作用於應力、應變、電學量(電場 E 、電位移 D)以及極化強度之概念上，稱為機電耦合。通常

具有壓電效應之材料為晶體材料且須具備幾樣條件：原子之排列為非中心對稱；晶格內質點可帶正電荷與負電荷；必須為不導電或半導體。壓電效應之現象以圖 1-6 所示：(a)由鐵電行為產生自發性極化於正負電荷之間產生偶極矩；(b)中所示為正壓電效應，當材料受到外加應力 F 作用時，正負電荷對中偶極矩隨之縮短，為維持系統之平衡於兩極產生電位差輸出；(c)中當兩極施加電位差，正負電荷受到吸引與排斥造成偶極矩之伸長，同樣的為維持平衡，系統產生自發應變[2]。

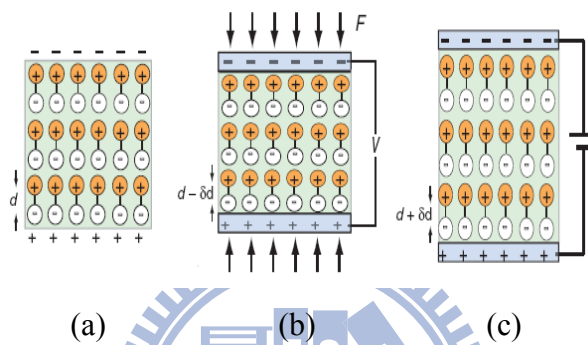


圖 1-6 壓電效應示意圖[9]

1-2-4 磁致伸縮材料

在磁場中材料的磁化狀態改變時，鐵磁和亞鐵磁材料引起尺寸或體積微小的變化，此種現象稱為磁致伸縮，可歸納為兩類[16]。

1. 線性磁致伸縮

當材料受磁化時，晶格結構的改變沿著磁化方向伸長或縮短的一維變化，稱為線性磁致伸縮。在磁化於此材料中未達飽和之狀態時，主要是磁體邊長產生線性變化磁致伸縮，所具有的特徵在於體積幾乎不變，只改變材料的外型。

2. 體積磁致伸縮

體積磁致伸縮意指：當磁體受到磁化時造成體積之膨脹或收縮的現象。此現象為磁體在經過線性階段過後，磁體中磁化達到飽和狀態下所產生。

由於一般體積磁致伸縮的變化很小，實際應用也不廣泛，一般所稱的磁致伸縮通常指線性的磁致伸縮效應或者稱為壓磁效應，後者在本文中泛稱。目前較常

使用的壓磁材料為鈷鐵氧 CoFe_2O_4 和稀土合金鈹鎳鐵(Terfenol-D)，在後續的分析中使用兩者作為壓磁材料的配置。

1-3 文獻回顧

多鐵性複合材料的概念，最早由 Tellegen[17]於 1948 年提出，直至 1970 年代初期，才首度由 Suchtelen 等[18-20]採用共晶之 BaTiO_3 與 CoFe_2O_4 以定向凝固(Unidirectional solidification)的方式製成，並且成功的量測到磁電訊號，證實多鐵性聚合物的可行性。另外，由於定向凝固的製備方式過於繁雜，使多鐵性聚合物的研究不易進行，在此種因素下燒結法(Sintering)的產生有助於解決當下的問題，並且廣泛的應用在不同材料的組成上[21-23]。另外，由 Ryu 等[24, 25]由顆粒狀複合材料的實驗中，提出燒結溫度以及母材與內含物之間的交界面積對於磁電效應之控制有一定程度的影響，為往後多鐵性聚合物的研究訂立了新的方向。

1-3-1 多鐵性聚合物

以上所採納的方式，成功的引領磁電材料邁入一個新的領域，但是，其磁電電壓係數的預估相較於理論值僅 1/40 到 1/60，與實際上的應用有段落差，因此由下列探討多鐵性聚合物不能實現良好的磁電電壓係數的可能因素有：兩相顆粒間的聯繫不能控制；鐵氧體的低電阻率導致樣品的電流損失進而降低鐵電體的介電性能，肇因於以上兩者，探討多鐵性聚合物各相之間的連結以及材料之選擇成為一個重要的議題：

1.製程方面：由 Islam [26]等人，使用控制凝結方向(Modified controlled precipitation route)的製備方式於 $\text{PZT-10NiFe}_{1.9}\text{Mn}_{0.1}\text{O}_4$ 配置下與前述之製程方式比較，其磁電電壓係數成功的提升約 50%。另外，由於相間材料之連結有著非完美交界之問題，使得近年來材料的製備方式進入薄膜製程的階段，此階段實現了奈米尺度下之複合材料之間的結合，並於 2004 年由 Zheng 等人[27]提出奈米結

構 $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ 複合材料；MacManus-Driscoll 等人[28]於 2008 年提出了由 LSMO/ZnO 與 $\text{BiFeO}_3(\text{BFO})/\text{Sm}_2\text{O}_3(\text{SmO})$ 之奈米複合薄膜。

2. 形狀方面：複合材料之間的鑲嵌(Embedded)方式隨著研究的發展日新月異，目前已發展之複合材料的結構型式：由顆粒 (Particle)、層狀(Laminate)以及纖維 (Fiber)組成之結構型式分別由圖 1-7(a)、(b)、(c)所示，其中由磁致伸縮相與壓電相構成之層狀複合結構，由於其結構的型式較為簡易並且可以克服前述之問題以及理論發展的成熟下，近年來引起高度的關注與研究[6]。

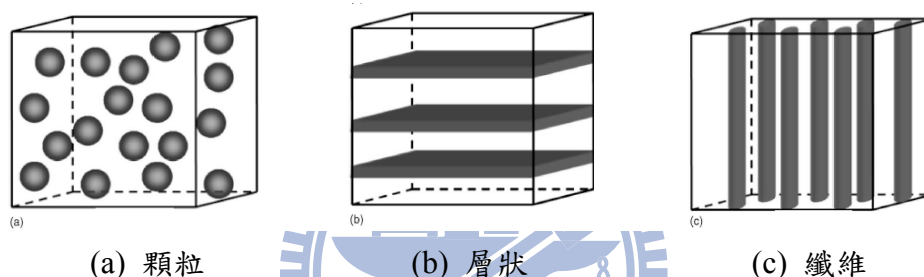


圖 1-7 壓電壓磁複合結構型式[7]

3. 材料方面：磁致伸縮材料 Terfenol-D 是近年來開發出的材料，由鐵(Fe)以及稀土金屬釷(Tb)、鎳(Dy)構成之合金，它具有良好的磁致伸縮性能(有效的將電磁能轉換為機械能)為當代重要的信息轉換材料。稀土材料發展背景由 Clark 於 1960 年代初期發現了低溫下單晶鎳的一個基面具有 1% 的磁致伸縮應變的現象開始，磁致伸縮材料的研究邁入一個新的紀元，其後由 Cullen[29]於 1969 年提出：「對過渡金屬元素能夠增加稀土元素在較高溫度下的磁有序」的假想使得能夠保持擁有良好磁致伸縮係數之磁致伸縮材料問世的可能，此之後稀土元素應用於磁致伸縮材料上合成的相關研究陸續被提出。

1-3-2 雙相多鐵性複合材料

由於多鐵性複合材料的組成至少由一個壓電相與壓磁相所構成，因此，雙相

複合材料的研究多朝向以不同的內含物形式以及選擇不同材料配置的方式做為理論與實驗的依據，而有下列之相關研究：Nan[30]利用格林函數(Green function technique)以及擾動理論(Perturbation theory)的方式求得 $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ 顆粒結構與柱狀結構之等效性質；Or[31]以 Terfenol-D/epoxy(一種環氧化合物)柱狀結構以及 PZT/epoxy 層狀結構，兩者再以層狀結構之方式複合量測磁電反應；Benveniste[32]令材料的極化方向與長軸向平行，提出圓柱纖維結構壓電壓磁雙相複合材料的等效性質理論；Li 和 Dunn[33]由微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式以及廣義 Eshelby 張量，藉以分析複合材料的等效性質；Ryu 等[34]以 PZT/Terfenol-D 層狀複合結構之實驗中，量測施加於不同方向之磁場與磁電效應之間的關係；Dong 等[35]以壓電、磁致伸縮之組成方程與運動方程之結合，預測 Terfenol-D/ $\text{Pb}(\text{Zr}_{1-x}\text{Ti}_x)\text{O}_3$ 層狀結構之縱向、橫向之磁電電壓係數，並於隔年提出實驗方式[36]加以驗證。

1-3-3 三相多鐵性複合材料

三相複合材料必然以雙相材料的發展為依據，藉以克服或補償雙相材料不足的部分，以 Terfenol-D 為例，此材料雖然擁有良好的磁致伸縮係數、較高之居禮溫度以及較高的抗破壞強度等優點。然而也有許多缺點，如材料的脆性、產生應變需要較大的磁場(低磁導率的影響)以及在高頻使用範圍中渦電流的產生等，因此，在壓電壓磁複合材料中的磁致伸縮相中，期望可以保有 Terfenol-D 之良好磁致伸縮係數的優點既可以克服低磁導率缺點，因此，增加材料多樣性以彌補各相間材料性質缺陷之不足的三相複合材料相關研究陸續被提出：Dong 等[37]提出三相 $\text{MnZnFe}_2\text{O}_4/\text{Terfenol-D}/\text{PZT}$ 複合材料，其中 $\text{MnZnFe}_2\text{O}_4$ 為一高磁導材料；Lee 等[38]提出 $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{elastic}$ 三相複合材料之理論分析及有限元素數值分析，係因為 BaTiO_3 與 CoFe_2O_4 皆屬於陶瓷材料，故將陶瓷材料嵌入彈性母材中。以此為概念的實驗由 Gupta 等人於 2009[39]提出將 $\text{BaTiO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4$ 顆粒內含物置入母材為 PVDF 的複合結構型式，而當施加一微小磁場時，則有一良好的

磁電效應產生，且在複合材料製備過程之低溫環境下，相與相之間不會產生化學反應或者原子重新排列的問題；Tsang 等[40]提出 Terfenol-D/PZT/LiC₁O₄-PEO 的顆粒狀複合型式之實驗及分析；近年來，Kuo 於 2011 年[41]發表利用雷利法 (Rayleigh's formalism) 求解 BaTiO₃/Terfenol-D/ CoFe₂O₄ 之等效性質以及磁電耦合效應，同一年 Kuo 與 Pan[42]發表 BaTiO₃/Terfenol-D/CoFe₂O₄ 三種材料於不同體積比與內含物不同半徑比的情況下對於磁電效應之影響。

1-4 本文架構

本文內容分為五個章節及文後之附錄，文中探討之主題圍繞於三相纖維狀複合材料之磁電耦合效應之層面上，詳細之章節內容依序如下：

- 第一章：研究背景、目的以及文獻回顧。
- 第二章：以微觀力學模型預測複合材料的等效性質、材料性質簡介以及驗證理論之有限元素法設定流程。
- 第三章：以置換不同壓電磁材料於核心、殼層及母材的方式，分析對磁電效應的影響，並藉由附錄 A 變動材料性質的方式得到磁電效應最佳化之關係。
- 第四章：以雙相材料置入一界面相材料，探討非完美交界面之磁電效應。
- 第五章：歸納前述章節之結論及未來展望。

第二章 理論架構

本章節介紹求解壓電壓磁複合材料等效性質之微觀力學模型以及有限元素法，並從等效性質中探討磁電耦合效應。文中，2-1 節介紹壓電壓磁複合材料的材料組成律、等效性質方程式以及材料性質，說明壓電壓磁複合材料中為求得等效性質之相關條件；2-2 節介紹預測複合材料等效性質行為之微觀力學模型理論；2-3 節介紹有限元素法模擬複合材料行為之邊界條件設定、建模流程以及收斂性分析。

2-1 材料組成律與等效性質

2-1-1 材料組成律與統御方程式

對於壓電與壓磁材料而言，其材料之行為特徵分別在於施加電場、磁場下之彈性耦合現象。而對於壓電、壓磁材料進一步之相關定義及材料組成律，分別在美國國家標準協會(ANSI)與國際電機電子工程師學會(IEEE)共同之標準 ANSI/IEEE Std 176-1987[43]以及 IEEE Std 319-1990[44]中皆有詳細之規範。

壓電材料組成律：

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{lij}E_l, \\ D_i &= e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \kappa_{il}E_l,\end{aligned}\tag{2.1}$$

其中 σ_{ij} 與 ε_{kl} 分別為應力(Stress)和應變(Strain); D_i 與 E_l 分別為電位移(Electric displacement)和電場(Electric field); C_{ijkl} 為彈性係數(Elastic stiffness)、 e_{ikl} 為壓電係數(Piezoelectric coefficient)、 κ_{il} 為介電常數(Dielectric permittivity)。

壓磁材料組成律：

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - q_{lij}H_l, \\ B_i &= q_{ikl}\varepsilon_{kl} + \mu_{il}H_l,\end{aligned}\tag{2.2}$$

其中 B_i 、 H_l 、 q_{ikl} 以及 μ_{il} ，分別為磁通量密度(Magnetic flux density)或稱磁感應

(Magnetic induction)、磁場(Magnetic field)、壓磁係數(Piezomagnetic coefficient)以及磁導律(Magnetic permeability)。

由於分析是在一個線性力學基礎之假設下，對於同時含有壓電、壓磁複合材料而言，材料組成律為：

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{lij}E_l - q_{lij}H_l, \\ D_i &= e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \kappa_{il}E_l + \lambda_{il}H_l, \\ B_i &= q_{ikl}\varepsilon_{kl} + \lambda_{il}E_l + \mu_{il}H_l.\end{aligned}\quad (2.3)$$

除了上述之相關係數外，對於一個含有壓電、壓磁之複合材料，由於壓電相與壓磁相之共存而產生所謂之耦合現象，而此現象則稱之為磁電效應，此效應即為發展壓電壓磁複合材料之重要指標，在組成率中以 λ_{ij} 磁電係數(Magnetoelectric coefficient)表示。

另外應變、電場和磁場又可表示為：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \\ E_i &= -\varphi_{,i}, \\ H_i &= -\psi_{,i}.\end{aligned}\quad (2.4)$$

其中 u_i 為位移(Displacement)， φ_i 為電勢能(Electric potential)， ψ_i 為磁勢能(Magnetic potential)。

為了方便描述複合材料的行為，將(2.3)式以廣義應力應變形式表達如下[45]：

$$\Sigma_{iJ} = L_{iJmN} Z_{mN} \quad i, n \leq 3, \quad J, M \leq 5, \quad (2.5)$$

其中 Σ_{iJ} 為廣義應力， Z_{mN} 為廣義應變， L_{iJmN} 為材料性質：

$$\Sigma_{iJ} = \begin{cases} \sigma_{ij}, & J \leq 3, \\ D_i, & J = 4, \\ B_i, & J = 5, \end{cases} \quad Z_{mN} = \begin{cases} \varepsilon_{mn}, & M = 1,2,3, \\ -E_n, & M = 4, \\ -H_n, & M = 5, \end{cases} \quad (2.6)$$

$$L_{iJMn} = \begin{cases} C_{ijmn}, & J, M \leq 3, \\ e_{nij}, & J \leq 3, \quad M = 4, \\ q_{nij}, & J \leq 3, \quad M = 5, \\ e_{imn}, & J = 4, \quad M \leq 3, \\ -\kappa_{in}, & J = 4, \quad M = 4, \\ -\lambda_{in}, & J = 4, \quad M = 5, \\ q_{imn}, & J = 5, \quad M \leq 3, \\ -\mu_{in} & J = 5, \quad M = 5. \end{cases} \quad (2.7)$$

張量的表示可以由 Voigt Notation 下標轉換形式表達為一 12×12 矩陣[45]。

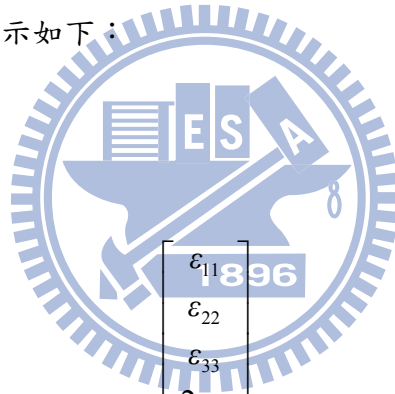
$$\begin{aligned} 11 \rightarrow 1, \quad 22 \rightarrow 2, \quad 33 \rightarrow 3, \quad 23 \rightarrow 4, \quad 31 \rightarrow 5, \quad 12 \rightarrow 6, \\ 41 \rightarrow 7, \quad 42 \rightarrow 8, \quad 43 \rightarrow 9, \quad 51 \rightarrow 10, \quad 52 \rightarrow 11, \quad 53 \rightarrow 12. \end{aligned}$$

由上述可以將(2.5)式的符號表達為向量及矩陣形式：廣義應力 Σ 、廣義應變 Z 以及材料性質 L ，表示如下：

$$\Sigma = LZ, \quad (2.8)$$

其中：

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \\ -E_1 \\ -E_2 \\ -E_3 \\ -H_1 \\ -H_2 \\ -H_3 \end{bmatrix},$$



$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} & e_{11} & e_{21} & e_{31} & q_{11} & q_{21} & q_{31} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} & e_{12} & e_{22} & e_{32} & q_{12} & q_{22} & q_{32} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} & e_{13} & e_{23} & e_{33} & q_{13} & q_{23} & q_{33} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} & e_{14} & e_{24} & e_{34} & q_{14} & q_{24} & q_{34} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} & e_{15} & e_{25} & e_{35} & q_{15} & q_{25} & q_{35} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} & e_{16} & e_{26} & e_{36} & q_{16} & q_{26} & q_{36} \\ e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} & -\kappa_{11} & -\kappa_{12} & -\kappa_{13} & -\lambda_{11} & -\lambda_{21} & -\lambda_{31} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} & -\kappa_{21} & -\kappa_{22} & -\kappa_{23} & -\lambda_{12} & -\lambda_{22} & -\lambda_{32} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} & -\kappa_{31} & -\kappa_{32} & -\kappa_{33} & -\lambda_{13} & -\lambda_{23} & -\lambda_{33} \\ q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} & -\lambda_{11} & -\lambda_{12} & -\lambda_{13} & -\mu_{11} & -\mu_{12} & -\mu_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} & -\lambda_{21} & -\lambda_{22} & -\lambda_{23} & -\mu_{21} & -\mu_{22} & -\mu_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & q_{36} & -\lambda_{31} & -\lambda_{32} & -\lambda_{33} & -\mu_{31} & -\mu_{32} & -\mu_{33} \end{bmatrix}.$$

另外當系統在未施加外力(力、電場、磁場)作用下須滿足如下之平衡方程式：

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0, \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.9)$$

邊界假設為完美交界面下，其連續條件須滿足如下：

$$[[\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{n}]] = 0, \quad [[\mathbf{Z} \cdot \mathbf{t}]] = 0. \quad (2.10)$$

其中 ∇ 、 \mathbf{n} 、 \mathbf{t} 分別代表梯度、界面上單位法向量、界面上單位切線方向， $[[\bullet]]$ 表示兩相交界面上之差值， \bullet 表示物理量。

2-1-2 複合材料等效性質

複合材料的等效性質 \mathbf{L}^* (Effective modulus) 為連結平均廣義應力以及廣義應變之間的物理量表示為：

$$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle = \mathbf{L}^* \langle \mathbf{Z} \rangle, \quad (2.11)$$

其中 $\langle \bullet \rangle = \frac{1}{V} \int_V \bullet dV$, 表示體積平均，另外等效性質可表示為：

$$\mathbf{L}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^* & (\mathbf{e}^*)^t & (\mathbf{q}^*)^t \\ \mathbf{e}^* & -\boldsymbol{\kappa}^* & -\boldsymbol{\lambda}^* \\ \mathbf{q}^* & -\boldsymbol{\lambda}^* & \boldsymbol{\mu}^* \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

對於含有 N 個內含物的複合材料，其等效性質之推導過程如下：

首先由關係式得知廣義應變關係：

$$\langle \mathbf{Z}_r \rangle = \mathbf{A}_r \langle \mathbf{Z} \rangle. \quad (2.13)$$

其中 $\langle \mathbf{Z}_r \rangle$ 為第 r 相的平均廣義應變、 $\langle \mathbf{Z} \rangle$ 為整體的平均廣義應變以及連結此兩者之間的 \mathbf{A}_r 稱為應變集中因子(Strain concentration factor)由(2-2 節)微觀力學模型求得。

由平均應變定理[46]：

$$\langle \mathbf{Z} \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle, \quad (2.14)$$

將(2.13)代入(2.14)：

$$\sum_{r=0}^N f_r \mathbf{A}_r = \mathbf{I}, \quad (2.15)$$

其中 \mathbf{I} 為一 12×12 的單位矩陣、 f 為內含物的體積比、下標 0 代表母材、 N 代表內含物的總數。

再由平均應力定理[46]並將(2.13)式代入：

$$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \langle \boldsymbol{\Sigma}_r \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \mathbf{L}_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle = \left[\sum_{r=0}^N f_r \mathbf{L}_r \mathbf{A}_r \right] \langle \mathbf{Z} \rangle. \quad (2.16)$$

並與(2.11)式比較，可得知中括號內即為等效性質，進一步由(2.15)式與(2.16)式歸納整理，可得到 N 相複合材料的等效性質如下：

$$\mathbf{L}^* = \sum_{r=0}^N f_r \mathbf{L}_r \mathbf{A}_r = \mathbf{L}_0 + \sum_{r=1}^N f_r (\mathbf{L}_r - \mathbf{L}_0) \mathbf{A}_r. \quad (2.17)$$

另外，本文中採用 $\alpha_{E,ij}^*$ (V/cmOe)磁電電壓係數(Magnetoelectric voltage coefficient)作為比較耦合效應的依據，其定義為：「當外加每單位(Oe)磁場時，在每單位(cm)厚度的樣品上所產生的電位差(V)」。此參數於實際量測時以電壓的形式測得，而在等效性質中，磁電電壓係數由等效磁電係數與等效介電常數的關係得來，其表示式如下：

$$\alpha_{E,ij}^* = \frac{\lambda_{ij}^*}{\kappa_{ij}^*}. \quad (2.18)$$

2-1-3 材料選擇

本文所使用的壓電材料有：BaTiO₃、LiNbO₃、P(VDF-TrFE)、PZT-5J；壓磁材料有：CoFe₂O₄、Terfenol-D，其中，BaTiO₃(BTO)、CoFe₂O₄(CFO)以及鋇鈦酸鉛(PZT-5J)皆為陶瓷材料，其晶體結構為 6mm 的對稱性；P(VDF-TrFE)為聚合物材料，以下簡稱 PVDF，晶體結構同樣為 6mm 對稱性；LiNbO₃(LNO)為一單晶材料，晶體結構為 3m 對稱性；Terfenol-D(TD)為一稀土金屬合金，其晶體結構為 4mm 對稱性。以上述及之材料性質參考表 2-1。對於晶體結構對稱性參考國際電機電子工程師學會 IEEE[43]之標準如圖 2-1 所示，其中，左上方 6×6 代表的彈性係數矩陣 **C**，對於壓電材料，左下方 3×6 和右上方 6×3 矩陣分別代表壓電係數矩陣 **e** 及其轉置 **e^t**、右下角 3×3 矩陣表示為介電常數矩陣 **κ**；對於壓磁材料，左下方 3×6 和右上方 6×3 矩陣分別代表壓磁係數矩陣 **q** 及其轉置 **q^t**、右下角 3×3 矩陣代表磁導率矩陣 **μ**。

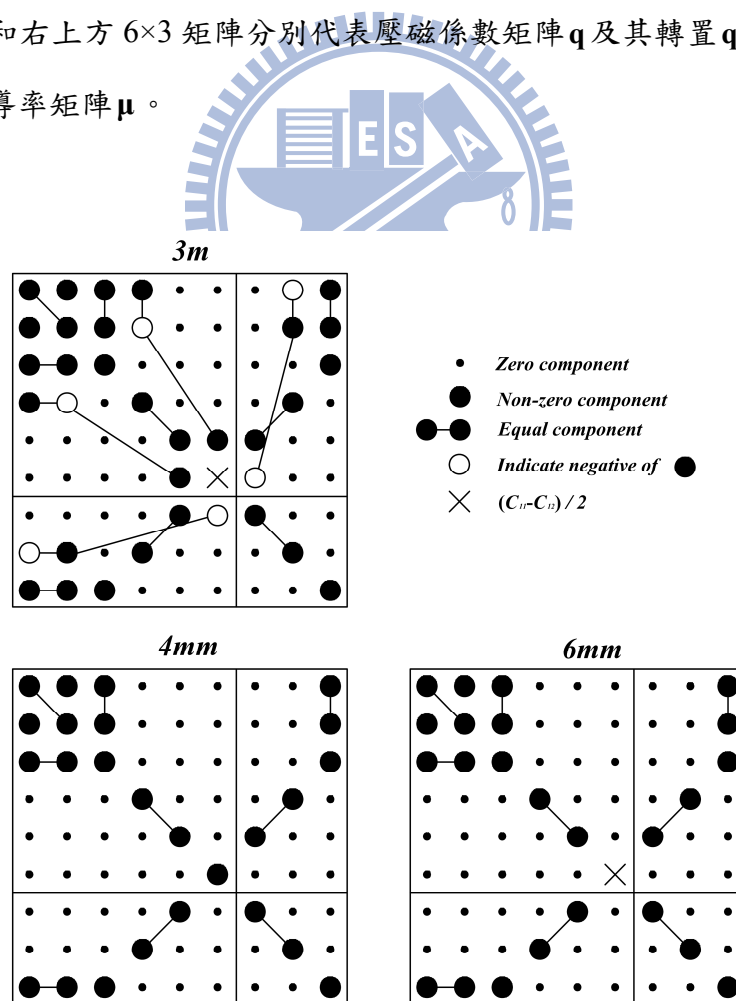


圖 2-1 3m、4mm 與 6mm 晶體對稱矩陣型式(應力控制)[43]

表 2-1 材料性質

	BTO	LNO	PVDF	PZT-5J	CFO	TD
	[47]	[47]	[48]	[47]	[49]	[48]
C_{11} (GPa)	150.37	203	4.84	82.3	286	82
C_{12} (GPa)	65.63	52.9	2.72	34.1	173	40
C_{13} (GPa)	65.94	74.9	2.22	30.2	170.3	40
C_{33} (GPa)	145.52	243	4.63	59.8	269.5	82
C_{44} (GPa)	43.86	59.9	0.526	21.3	45.3	38
C_{66} (GPa)	42.37	74.9	1.06	24.1	56.5	21
C_{14} (GPa)	0	8.99	0	0	0	0
C_{56} (GPa)	0	8.985	0	0	0	0
κ_{11} (nC ² /N m ²)	9.87	0.39	0.07 ^{*1}	14.53	0.08	0.053 ^{*1}
κ_{33} (nC ² /N m ²)	11.08	0.26	0.07	10.12	0.093	0.053
μ_{11} (μNs ² /C ²)	5 _[49]	5 _[49]	1.26	1.26 _[48]	590	6.283
μ_{33} (μNs ² /C ²)	10 _[49]	10 _[49]	1.26	1.26 _[48]	157	6.283
e_{31} (C/m ²)	-4.32	0.19	0.0043	-10.45	0	0
e_{33} (C/m ²)	17.36	1.31	-0.11	16.58	0	0
e_{15} (C/m ²)	11.4	3.7	-0.015	14.26	0	0
e_{21} (C/m ²)	0	-2.538	0	0	0	0
e_{16} (C/m ²)	0	-2.534	0	0	0	0
q_{31} (N/Am)	0	0	0	0	580.3	-60.9 _[50]
q_{33} (N/Am)	0	0	0	0	699.7	156.8
q_{15} (N/Am)	0	0	0	0	550	108.3
備註：	*1. $\kappa_{11} = \kappa_{33}$					

2-2 微觀力學模型

在複合材料中為了求得等效性質，關鍵在於(2.13)式中應變集中因子 A_r ，因此，隨著研究的發展，相繼出現不同的微觀力學模型來處理工程中對於不同環境下(內含物形狀、體積百分比等)的應變集中因子，藉以取得合理的等效性質。目前，較常使用的模型有 Dilute 模式、Mori-Tanaka 模式[51]、自洽法(Self-consistent method)[52]以及雙內含物(Double-inclusion model)[53]模式等等。

文中以 Mori-Tanaka 模式來預測複合材料的等效性質，在於 Mori-Tanaka 模式考慮了內含物與內含物之間的交互作用，可以模擬母材內沒有內含物的情況下至完全充滿內含物的等效性質，適用範圍較廣泛。本節中先行介紹等效夾雜理論以及 Eshelby 張量，再由此兩項基礎理論逐步推導至 Dilute 模式及 Mori-Tanaka 模式。

2-2-1 等效夾雜理論 (Equivalent Inclusion Method)

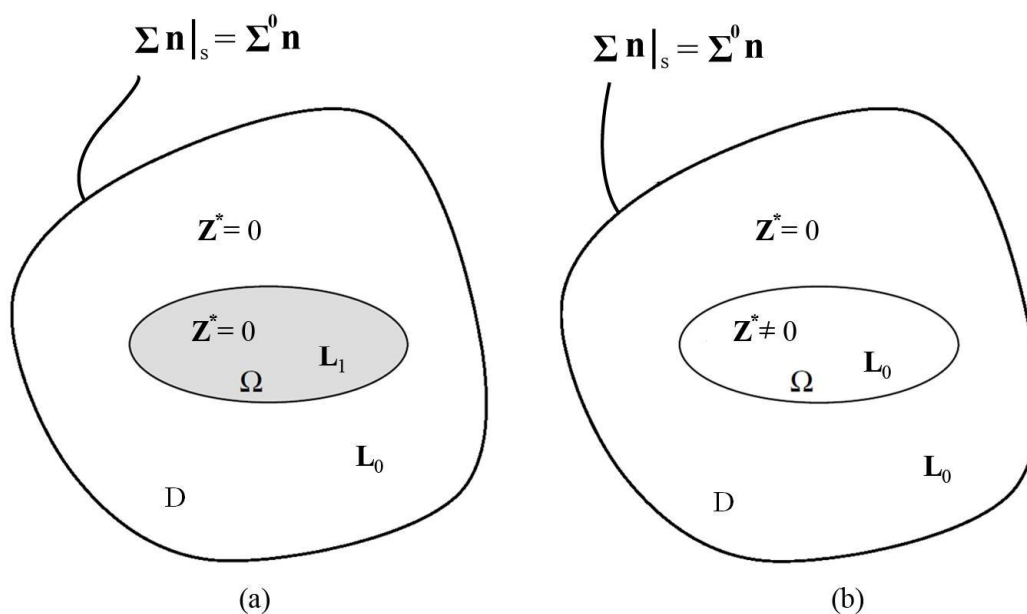


圖 2-2 等效夾雜理論示意圖[46]

圖 2-2(a)所示為一母材 D ，材料性質為 L_0 ，置入一內含物 Ω ，材料性質為

L_1 ，此形式為一非均質狀態，其中，母材與內含物之廣義特徵應變皆為 0；圖 2-2(b) 所示母材 D 其材料性質為 L_0 ，置入內含物 Ω 其材料性質為 L_0 ，此形式為均質狀態，且內含物外加一廣義特徵應變(Eigenstrains) Z^* ，母材廣義特徵應變為 0，此兩種形式皆受到相同的邊界條件：

$$\Sigma \mathbf{n} |_{\Omega} = \Sigma^0 \mathbf{n}. \quad (2.19)$$

由於異質物或廣義特徵應變的存在，使廣義總應力成為 $\Sigma^0 + \Sigma^{pt}$ ；廣義總應變為 $Z^0 + Z^{pt}$ ，其中 Σ^0 與 Z^0 是由外加邊界條件引起的廣義應力與應變，而 Σ^{pt} 與 Z^{pt} 是由於內含物的存在而造成的廣義擾動(Perturbation)應力與應變。

在遵守廣義虎克定律的情況下， Ω 內之總廣義應力為：

$$\Sigma = \Sigma^0 + \Sigma^{pt} = L_1 (Z^0 + Z^{pt}), \quad (\text{圖 2-2a}) \quad (2.20)$$

$$\Sigma = \Sigma^0 + \Sigma^{pt} = L_0 (Z^0 + Z^{pt} - Z^*), \quad (\text{圖 2-2b}) \quad (2.21)$$

依據等效夾雜理論，當調整廣義特徵應變 Z^* ，使得內含物 Ω 內廣義應力 (2.20) 式與 (2.21) 式相等，即可得到一關係式：

$$\boxed{L_1 (Z^0 + Z^{pt}) = L_0 (Z^0 + Z^{pt} - Z^*)} \quad (2.22)$$

2-2-2 廣義 Eshelby 張量

Eshelby 張量為用來連接因內含物造成的擾動應變 ϵ^{pt} 與特徵應變 ϵ^* 之間的關係：

$$\epsilon_{ij}^{pt} = S_{ijkl} \epsilon_{kl}^*. \quad (2.23)$$

特徵應變屬於非彈性應變如：溫度應變、相轉換應變、初始應變、塑性應變等等， S_{ijkl} 為 Eshelby 張量為四階張量型式，其與母材的材料性質與內含物之形狀有所關聯。Eshelby 張量最早由 Eshelby [54] 於 1957 年提出等向性(Isotropic)材料的解，其後對於不同物理場之 Eshelby 張量的研究陸續提出。

由於 Eshelby 張量初期之發展，僅用於處理單一場變數下之力學行為，因此

面對壓電壓磁複合材料之多個場變數處理上，採用 Li 與 Dunn[55]由數值積分得到含橢圓內含物之廣義 Eshelby 張量做為依據：

$$\boxed{Z_{ij}^{pt} = S_{ijkl} Z_{kl}^*} \quad (2.24)$$

其中：

$$S_{MnAb} = \frac{1}{8\pi} L_{iJAb} \begin{cases} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [G_{mJin}(\mathbf{z}) + G_{nJin}(\mathbf{z})] d\theta d\xi_3, & M = 1,2,3, \\ 2 \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} G_{4Jin}(\mathbf{z}) d\theta d\xi_3, & M = 4, \\ 2 \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} G_{5Jin}(\mathbf{z}) d\theta d\xi_3, & M = 5. \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\xi_1 = \sqrt{1 - \xi_3^2} \cos \theta ; \quad \xi_2 = \sqrt{1 - \xi_3^2} \sin \theta ;$$

Green's 函數 $G_{MJin} = z_i z_n K_{MJ}^{-1}(\mathbf{z})$;

K_{MJ}^{-1} 取 $K_{JR} = z_i z_n L_{iJRn}$ 的反矩陣。

$z_i = \xi_i / r_i$; r_i 為橢球內含物之長短軸，如圖 2-3 所示：

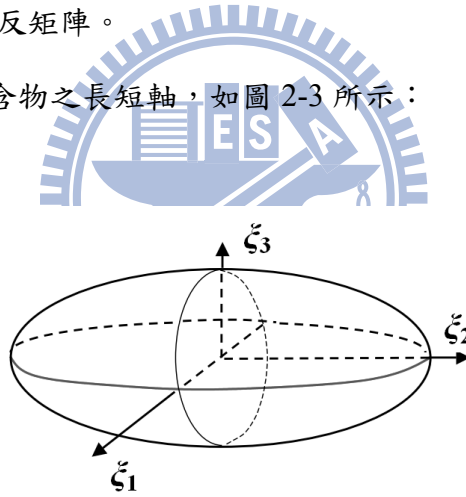


圖 2-3 單位橢球示意圖[46]

利用高斯積分法(Gauss quadrature method)求出廣義 Eshelby 張量[56]：

$$S_{MnAb} = \frac{1}{8\pi} L_{iJAb} \begin{cases} \sum_{p=1}^U \sum_{q=1}^V [G_{mJin}(\mathbf{z}^{pq}) + G_{nJin}(\mathbf{z}^{pq})] W^{pq}, & M = 1,2,3, \\ 2 \sum_{p=1}^U \sum_{q=1}^V G_{4Jin}(\mathbf{z}^{pq}) W^{pq}, & M = 4, \\ 2 \sum_{p=1}^U \sum_{q=1}^V G_{5Jin}(\mathbf{z}^{pq}) W^{pq}, & M = 5. \end{cases} \quad (2.26)$$

其中上標 p 與 q 為高斯積分點(Abscissas)，(2.25)式對 ξ_3 積分時使用高斯積分點

ξ_3^p 及權重 W_ξ^p ；對 θ 積分時使用高斯積分點 θ^q 及權重 W_θ^q ，高斯積分點之數量 U 和 V 參考文獻[56]分別取 16 與 64。

2-2-3 Dilute 模式

Dilute 模式於等效性質計算上，排除內含物彼此間之影響，藉由內含物與母材間之擾動情況作為計算複合材料等效性質之依據，由此可見，Dilute 模式適用於內含物體積百分比越小時，內含物彼此間所造成的影響越低，所預測之行為相對較為準確。其推導方法主要利用等效夾雜理論。

由於忽略內含物彼此間之影響下，Dilute 模式下所考量之內含物體積佔有率須處於很小之狀態下，且零星散布於母材中，也因此，母材內之廣義應力分布情形，即為外加邊界條件下之廣義應力。

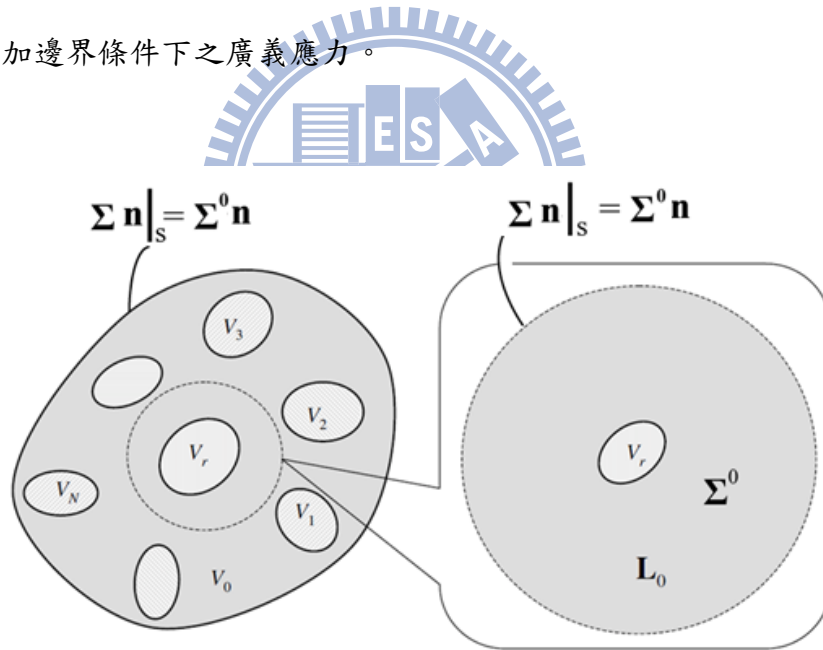


圖 2-4 Dilute 模式[46]

在邊界條件為 $\Sigma \mathbf{n} |_s = \Sigma^0 \mathbf{n}$ 的假設下，由等效夾雜理論：

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt}) = \mathbf{L}_0(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt} - \mathbf{Z}^*), \quad (2.27)$$

再由廣義 Eshelby 張量的關係：

$$\mathbf{Z}^{pt} = \mathbf{S}\mathbf{Z}^*, \quad (2.28)$$

將(2.28)式代入(2.27)式得：

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{S}\mathbf{Z}^*) = \mathbf{L}_0(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{S}\mathbf{Z}^* - \mathbf{Z}^*), \quad (2.29)$$

將(2.29)式整理移項後得：

$$\mathbf{Z}^* = -[\mathbf{S} + (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)^{-1}\mathbf{L}_0]^{-1}\mathbf{Z}^0, \quad (2.30)$$

內含物的總應變為：

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{\text{pt}} = \mathbf{Z}^0 - \mathbf{S}[\mathbf{S} + (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)^{-1}\mathbf{L}_0]^{-1}\mathbf{Z}^0 \\ &= [\mathbf{I} + \mathbf{S}\mathbf{L}_0^{-1}(\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)]^{-1}\mathbf{Z}^0 \end{aligned}, \quad (2.31)$$

由平均應變定理 $\langle \mathbf{Z} \rangle = \mathbf{Z}^0$ 以及內含物應變 $\mathbf{Z} = \langle \mathbf{Z}_r \rangle$ (r 為內含物)，並由(2.31)式與

(2.13)式相比較後得到：

$$\boxed{\mathbf{A}^{\text{dilute}} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}\mathbf{L}_0^{-1}(\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)]^{-1}}. \quad (2.32)$$

其中 \mathbf{I} 為單位矩陣， $\mathbf{A}^{\text{dilute}}$ 為 Dilute 模式下求得之應變集中因子。

2-2-4 Mori-Tanaka 模式

相較於 Dilute 模式，Mori 與 Tanaka 所提出用以計算等效性質行為的微觀力學模型，將內含物彼此間之交互作用加入考量，因此當內含物之體積百分比變動之時，不會受到如 Dilute 模式中對內含物之限制，因此 Mori-Tanaka 模式適用的範圍也較廣。

由於考量內含物間之交互作用，Mori-Tanaka 模式下之母材及各內含物，當受到外加邊界條件之作用下，所得相應之個別廣義應力，且為了應用於整體行為之分析上取平均值作為代表，因此，此行為之特徵在於內含物受到一平均廣義應力之作用，而非直接由外加邊界條件下施加之廣義應力。

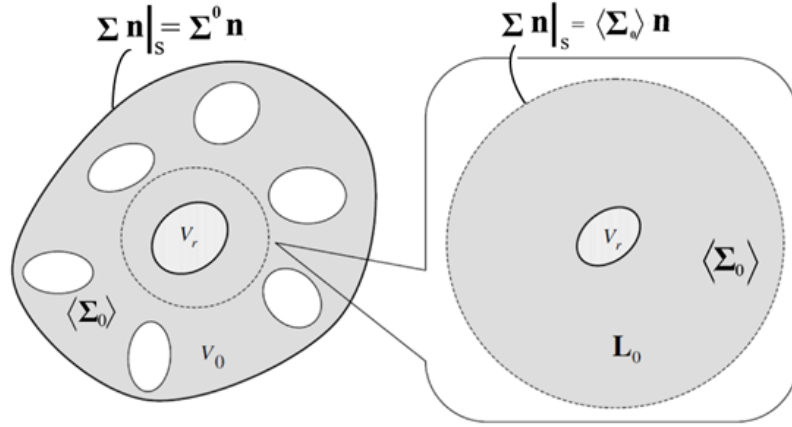


圖 2-5 Mori-Tanaka 模式[46]

同樣在邊界條件為 $\Sigma \mathbf{n}|_s = \Sigma^0 \mathbf{n}$ 的假設下，有別於圖 2-4 中內含物受到的廣義應力，Mori-Tanaka 模式中由於考量內含物彼此間之交互作用，因此內含物受到的為一整體的平均廣義應力，因此內含物的廣義總應力為：

$$\Sigma = \langle \Sigma_0 \rangle + \Sigma^{\text{pt}} = \mathbf{L}_1 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{\text{pt}}), \quad (2.33)$$

$$\Sigma = \langle \Sigma_0 \rangle + \Sigma^{\text{pt}} = \mathbf{L}_0 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{\text{pt}} - \mathbf{Z}^*), \quad (2.34)$$

由等效夾雜理論：

$$\mathbf{L}_1 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{\text{pt}}) = \mathbf{L}_0 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{\text{pt}} - \mathbf{Z}^*), \quad (2.35)$$

再由廣義 Eshelby 張量的關係 $\mathbf{Z}^{\text{pt}} = \mathbf{S} \mathbf{Z}^*$ ，代入(2.35)式中移項整理：

$$\mathbf{Z}^* = -[\mathbf{S} + (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)^{-1} \mathbf{L}_0]^{-1} \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.36)$$

由總應變關係式 $\mathbf{Z} = \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{\text{pt}} = \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{S} \mathbf{Z}^*$ 將(2.36)式代入並比較(2.13)式與(2.32)

式：

$$\mathbf{Z} = \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{\text{pt}} = \mathbf{A}^{\text{dilute}} \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.37)$$

再由平均定理：

$$\mathbf{Z}^0 = \langle \mathbf{Z} \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle = f_0 \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \sum_{r=1}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle = \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{\text{dilute}} \right] \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.38)$$

$$\langle \mathbf{Z}_0 \rangle = \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{dilute} \right]^{-1} \mathbf{Z}^0, \quad (2.39)$$

將(2.39)式代入(2.37)式中得：

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}^{dilute} \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{dilute} \right]^{-1} \mathbf{Z}^0 = \mathbf{A}^{MT} \mathbf{Z}^0, \quad (2.40)$$

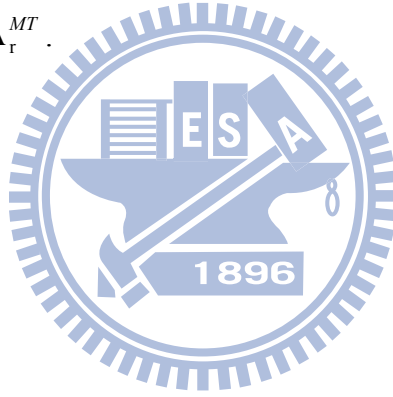
其中：

$$\mathbf{A}^{MT} = \mathbf{A}^{dilute} \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{dilute} \right]^{-1}. \quad (2.41)$$

其中 \mathbf{A}^{MT} 為 Mori-Tanaka 模式下求得之應變集中因子。

對於 N 相複合材料於 Mori-Tanaka 模式下其等效性質表示為：

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_0 + \sum_{r=1}^N f_r (\mathbf{L}_r - \mathbf{L}_0) \mathbf{A}_r^{MT}. \quad (2.42)$$



2-3 有限元素法

2-3-1 體積代表元素

體積代表元素(Representative Volume Element, RVE)定義為「材料組成中最能代表整體組成之最小單位元素」。另外，在有限元素法中，於體積代表元素上設定週期性邊界條件來達到無限域之設定，以求得複合材料之等效性質。

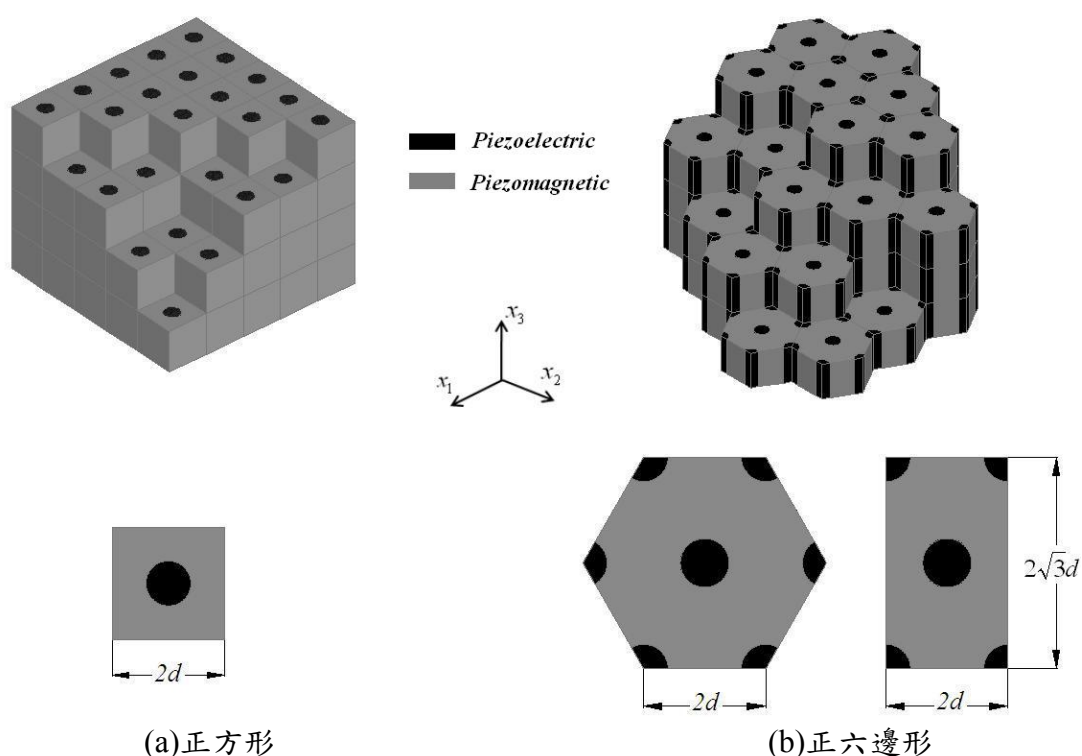
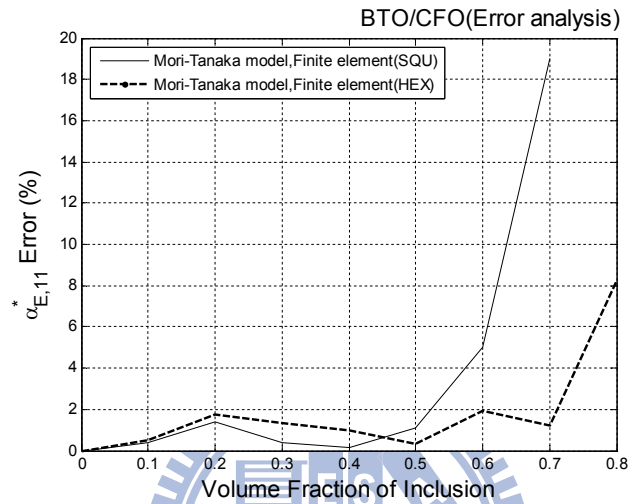


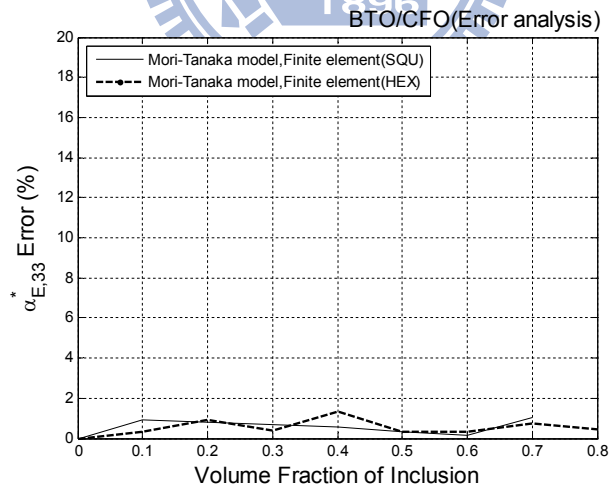
圖 2-6 體積代表元素

本文中採用兩種體積代表元素，分別為正方形及正六邊形體積代表元素(圖 2-6)，內含物形式採纖維狀，其半徑由於受到體積代表元素邊長之限制，對於正方形及正六邊形之纖維狀內含物體積比上限分別為 $\frac{\pi}{4} \approx 0.7854$ 及 $\frac{\pi}{2\sqrt{3}} \approx 0.9069$ 。由上述兩者之比較，正六邊形體積代表元素較能預測較廣之體積比範圍。另外正六邊形由正三角形組成，說明內含物之圓心與相鄰圓心間之距離相等，相較於正方形，其圓心只有在水平和垂直方向的距離相等，因此，在分析上正六邊形較符合橫向等向性的特性，但是由於正六邊形體積代表元素之建模流程以及求解時間

皆比正方形體積代表元素來的繁複，因此，本文建立兩種體積代表元素並且求得相應之等效性質與 Mori-Tanaka 模式相互印證(圖 2-7)，證實正六邊形體積代表元素可以如預期般得到較為接近實際 Mori-Tanaka 模式的解，而正方形體積代表元素可做為一個比較性參考。



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 誤差性分析



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 誤差性分析

圖 2-7 正方形與正六邊形體積代表元素之誤差性分析

2-3-2 週期性邊界條件(Periodic Boundary Condition)

為了達到無限域的假設，於體積代表元素上設定週期性邊界條件，且在各

個元素之位移(Displacement)、電勢能(Electric potential)及磁勢能(Magnetic potential)上必須維持連續，以符合週期性[57]：

$$\Phi(d, x_2, x_3) = \Phi(-d, x_2, x_3) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right\rangle 2d, \quad (2.43)$$

$$\Phi(x_1, d, x_3) = \Phi(x_1, -d, x_3) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right\rangle 2d, \quad (2.44)$$

$$\Phi(x_1, x_2, d) = \Phi(x_1, x_2, -d) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right\rangle 2d, \quad (2.45)$$

其中 Φ 稱為廣義位移，可表示為 u, v, w, φ, ψ ，其中 u, v, w 分別為 x_1 、 x_2 、 x_3 方向的位移； φ 為電勢能， ψ 為磁勢能， d 代表體積代表元素之半邊長，對於正六邊形體積代表元素表示如下：

$$\Phi(d, x_2, x_3) = \Phi(-d, x_2, x_3) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right\rangle 2d, \quad (2.46)$$

$$\Phi(x_1, \sqrt{3}d, x_3) = \Phi(x_1, -\sqrt{3}d, x_3) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right\rangle 2\sqrt{3}d, \quad (2.47)$$

$$\Phi(x_1, x_2, d) = \Phi(x_1, x_2, -d) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right\rangle 2d. \quad (2.48)$$

2-3-3 等效性質之計算

為了求得複合材料之等效性質，需藉以施加廣義應變來求得，施加方式如下：

首先施加 $\langle \varepsilon_{11} \rangle = 1$ 並且令其餘廣義應變為零：

$$\begin{bmatrix} \langle \sigma_{11} \rangle \\ \langle \sigma_{22} \rangle \\ \langle \sigma_{33} \rangle \\ \langle \sigma_{23} \rangle \\ \langle \sigma_{31} \rangle \\ \langle \sigma_{12} \rangle \\ \langle D_1 \rangle \\ \langle D_2 \rangle \\ \langle D_3 \rangle \\ \langle B_1 \rangle \\ \langle B_2 \rangle \\ \langle B_3 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^* & \mathbf{e}^{*T} & \mathbf{q}^{*T} \\ \mathbf{e}^* & -\boldsymbol{\eta}^* & -\boldsymbol{\lambda}^{*T} \\ \mathbf{q}^* & -\boldsymbol{\lambda}^* & -\boldsymbol{\mu}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_{11} \rangle \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^1 = \mathbf{L}^* \langle \mathbf{Z} \rangle^1, \quad (2.49)$$

如此可以得到由 $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ 造成的廣義應力，依上述方法個別施加如下之廣義應變：

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle = 1, \langle \varepsilon_{22} \rangle = 1, \langle \varepsilon_{33} \rangle = 1, \langle \varepsilon_{23} \rangle = 0.5, \langle \varepsilon_{13} \rangle = 0.5, \langle \varepsilon_{12} \rangle = 0.5, \langle E_1 \rangle = -1,$$

$$\langle E_2 \rangle = -1, \langle E_3 \rangle = -1, \langle H_1 \rangle = -1, \langle H_2 \rangle = -1, \langle H_3 \rangle = -1,$$

即可得到：

$$\left[\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^1 \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^2 \dots \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^{12} \right] = \mathbf{L}^* \left[\langle \mathbf{Z} \rangle^1 \langle \mathbf{Z} \rangle^2 \dots \langle \mathbf{Z} \rangle^{12} \right], \quad (2.50)$$

其中：

$$\left[\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^1 \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^2 \dots \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^{12} \right] = \begin{bmatrix} \langle \sigma_{11} \rangle & \langle \sigma_{11} \rangle \\ \langle \sigma_{22} \rangle & \langle \sigma_{22} \rangle \\ \langle \sigma_{33} \rangle & \langle \sigma_{33} \rangle \\ \langle \sigma_{23} \rangle & \langle \sigma_{23} \rangle \\ \langle \sigma_{13} \rangle & \langle \sigma_{13} \rangle \\ \langle \sigma_{12} \rangle & \langle \sigma_{12} \rangle \\ \langle D_1 \rangle & \langle D_1 \rangle \\ \langle D_2 \rangle & \langle D_2 \rangle \\ \langle D_3 \rangle & \langle D_3 \rangle \\ \langle E_1 \rangle & \langle E_1 \rangle \\ \langle E_2 \rangle & \langle E_2 \rangle \\ \langle E_3 \rangle & \langle E_3 \rangle \end{bmatrix}^{12 \times 12},$$

$$[\langle \mathbf{Z} \rangle^1 \langle \mathbf{Z} \rangle^2 \dots \langle \mathbf{Z} \rangle^{12}] = \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_{11} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \langle \varepsilon_{22} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle \varepsilon_{33} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\langle \varepsilon_{23} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\langle \varepsilon_{13} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\langle \varepsilon_{12} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\langle E_1 \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\langle E_2 \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\langle E_3 \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\langle H_1 \rangle & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\langle H_2 \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\langle H_3 \rangle & 0 \end{bmatrix}$$

移項過後即得等效性質：

$$\mathbf{L}^* = [\langle \mathbf{Z} \rangle^1 \langle \mathbf{Z} \rangle^2 \dots \langle \mathbf{Z} \rangle^{12}]^{-1} [\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^1 \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^2 \dots \langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle^{12}]. \quad (2.51)$$

2-3-4 壓電壓磁複合材料建模流程

本文選用 COMSOL Multiphysics[58]有限元素軟體進行分析，選用此軟體的目的在於其含有處理電相與磁相之相關模組，便於處理壓電壓磁複合材料中電與磁間之場變數關係以及系統化之材料資料庫。另外，此軟體的另一個特色在於其與 Matlab 程式之間可以互相搭配使用，對於 COMSOL Multiphysics 程式內完成之建模流程，可轉換成 Matlab 程式，有利於建模之模組化、自動化，降低人為造成錯誤的風險，提高工作效率，而本文以此軟體建模之流程參考圖 2-8。



圖 2-8 COMSOL Multiphysics 建模流程

2-3-5 有限元素之收斂性分析

有限元素在處理上，其結果之精確度與網格處理間的關係密不可分，當網格選擇較細時，對精確度的提升將有所助益，也相對於付出更多的運算成本及時間，因此，為利於後續之網格選擇上，本節將進行不同程度的網格處理下之等效材料性質分析，並與 Mori-Tanaka 模式之預測結果作誤差比較，觀察其收斂行為。

採用之相關設定：內含物為 BaTiO_3 母材為 CoFe_2O_4 以及體積百分比取 0.5 時之雙相複合材料結果，以正六邊形體積代表元素進行分析，如圖 2-9 所示；文中分析的網格採用 COMSOL Multiphysics 有限元素軟體中內建之三角形網格處理，分為：較粗化(Coarser)、粗化(Coarse)、正常(Normal)、細化(Fine)以及較細化(Finer)五種形式以 Lagrange's 二次式處理。

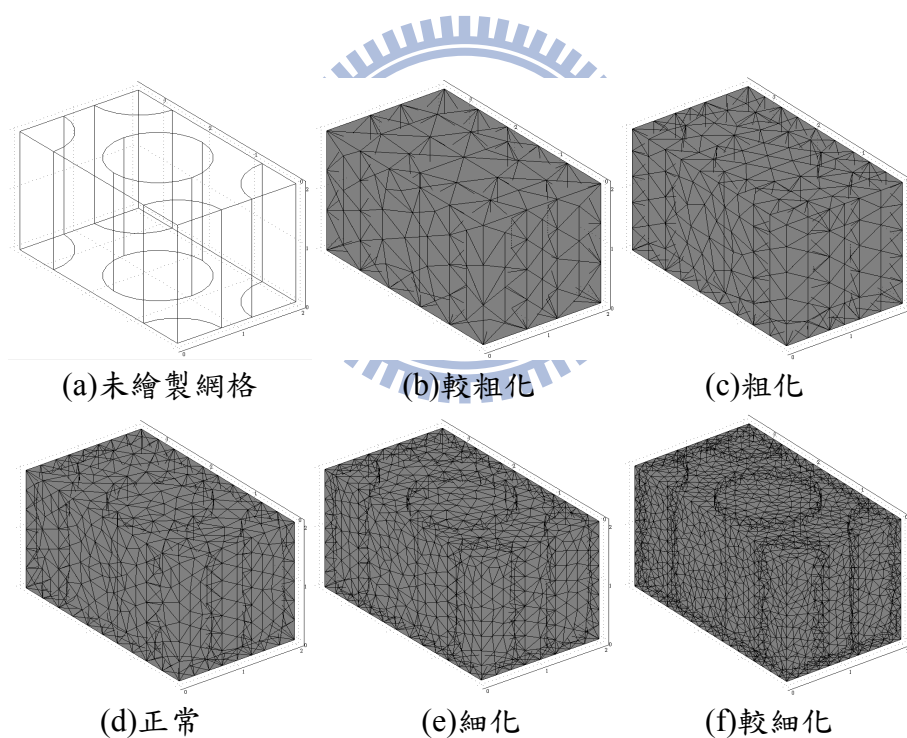


圖 2-9 雙相複合材料網格示意圖

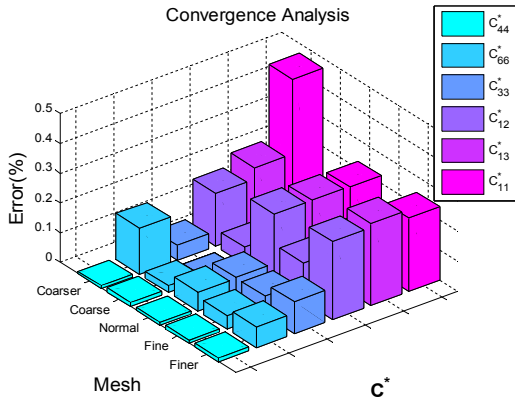
由元素個數及自由度數顯示出網格切割情形，如表 2-2。另外，依元素切割情形將獨立的等效材料性質與理論間之誤差列於表 2-3 中(為便於判讀誤差結果，將表中之數據繪製成立方圖，如圖 2-10 及圖 2-11)。

表 2-2 不同網格元素個數與自由度數量

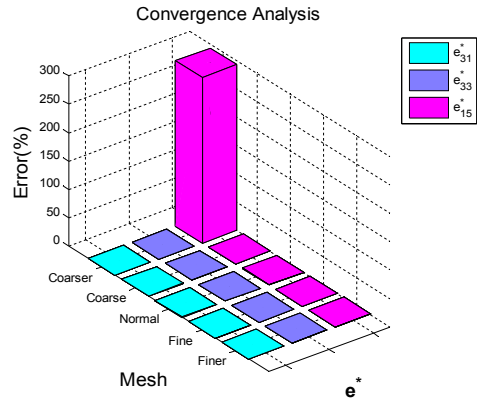
	較粗化	粗化	正常	細化	較細化
網格元素	1116	1953	5657	11359	33927
自由度數量	9185	16260	43770	85180	245600

表 2-3 有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式間之誤差比較

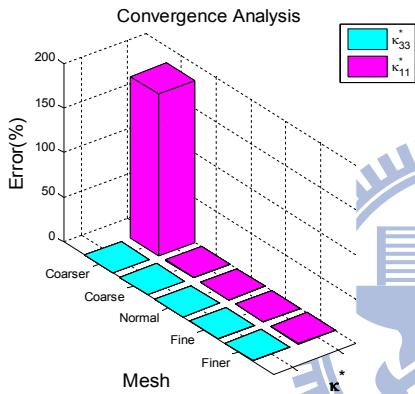
網格 誤差	較粗化(%)	粗化(%)	正常(%)	細化(%)	較細化(%)
C_{11}^*	0.47	0.07	0.23	0.13	0.25
C_{12}^*	0.18	0.06	0.23	0.13	0.26
C_{13}^*	0.22	0.06	0.23	0.15	0.28
C_{33}^*	0.05	0.01	0.07	0.06	0.11
C_{44}^*	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
C_{66}^*	0.15	0.02	0.06	0.05	0.07
e_{31}^*	0.67	0.19	0.21	0.13	0.22
e_{33}^*	0.1	0.07	0.03	0.03	0.04
e_{15}^*	292.23	0.31	0.12	0.21	0.13
q_{31}^*	0.57	0.03	0.25	0.14	0.29
q_{33}^*	0.07	0.07	0.09	0.08	0.15
q_{15}^*	0.23	0.12	0.19	0.16	0.24
κ_{11}^*	181.18	0.21	0.07	0.16	0.09
κ_{33}^*	0.05	0.01	0.08	0.08	0.08
λ_{11}^*	117.03	1.64	0.25	0.17	0.25
λ_{33}^*	1.07	0.18	0.25	0.14	0.24
μ_{11}^*	0.40	0.12	0.20	0.16	0.24
μ_{33}^*	0.02	0.07	0.01	0.01	0.01
$\alpha_{E,11}^*$	22.81	1.85	0.32	0.33	0.16
$\alpha_{E,33}^*$	1.12	0.18	0.33	0.22	0.33



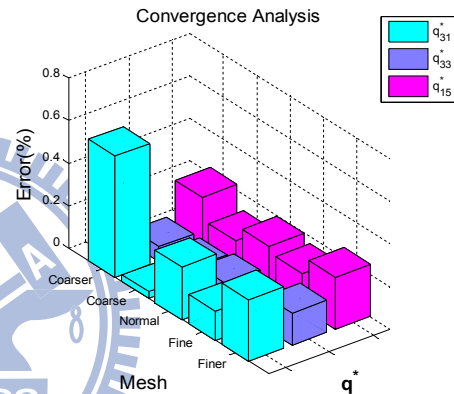
(a) C^* 誤差與網格間之關係



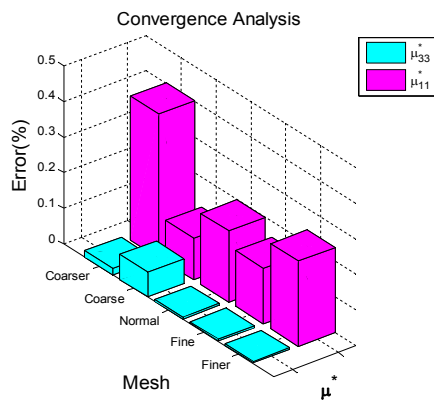
(b) e^* 誤差與網格間之關係



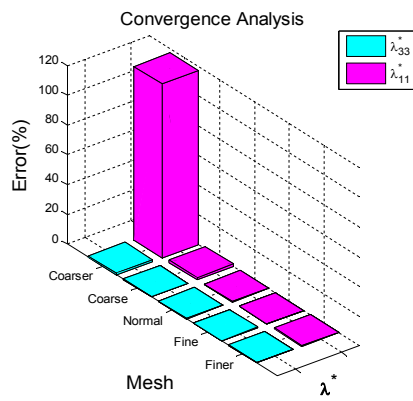
(c) κ^* 誤差與網格間之關係



(d) q^* 誤差與網格間之關係



(e) μ^* 誤差與網格間之關係



(f) λ^* 誤差與網格間之關係

圖 2-10 有限元素收斂性分析(BTO/CFO 體積百分比取 0.5 之等效性質)

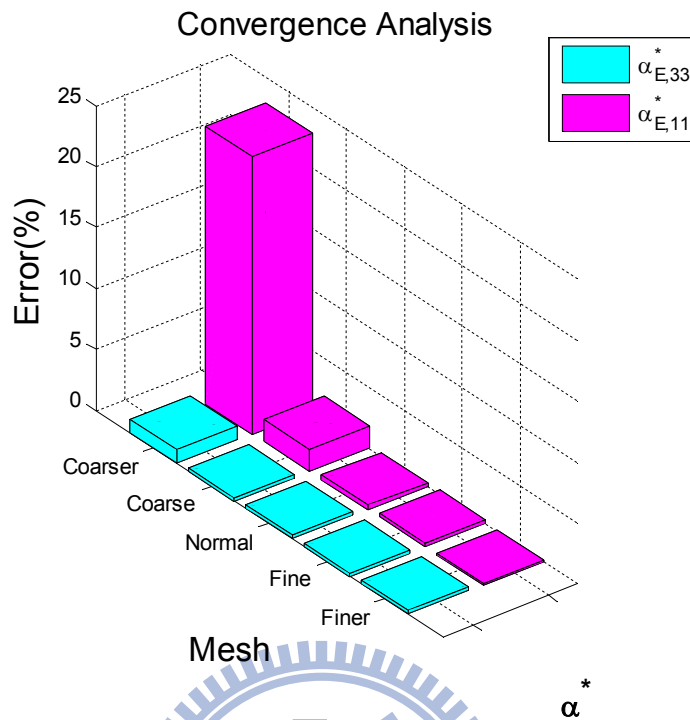


圖 2-11 有限元素收斂性分析(BTO/CFO 體積百分比取 0.5 之磁電電壓係數)

由分析結果中觀察到，當有限元素網格選擇較粗化時，在等效性質中的壓電係數、介電常數、磁電係數以及磁電電壓係數的數據方面皆有發散之情形，而其餘網格選擇之誤差皆控制在約 1% 的良好範圍左右，說明網格處理應當避免使用過粗之網格。值得一提的是，當網格選擇越細時，由結果中證實，誤差結果並沒有因此而減少，因此，對於不同體積百分比與半徑比的網格選擇上，沒有必要選擇較細之網格來減少誤差。

第三章 三相壓電壓磁纖維複合材料

三相壓電壓磁複合材料由三種材料所組成，在選擇材料與配置方面皆比雙相複合材料來得多元，且有了更多樣化的方式來提升磁電耦合效應。本章藉由理論分析及有限元素法，預測三相壓電壓磁纖維複合材料之等效性質，並由磁電電壓係數(Magnetolectric effect Voltage Coefficient, ME) $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 來探討磁電效應(Magnetolectric effect)。其中， $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 分別表示在 x_1 與 x_3 方向施加磁場時，在同方向上量測到的電場。另外，若磁電電壓係數呈現負值，則表示產生的電場與施加的磁場方向相反。

本文考慮母材(Matrix)內置入一圓柱纖維形式之內含物，且圓柱由一殼層(Shell)以及鑲嵌其中之核心(Core)所構成，如圖 3-1，文中表示為核心/殼層/母材。

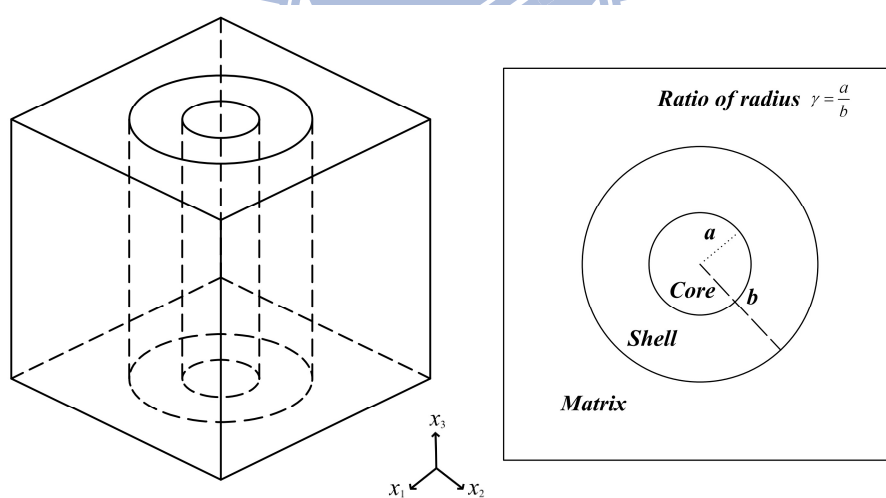


圖 3-1 三相纖維複合示意圖

本章節分析著重於兩部分：“置換殼層結構之材料屬性對磁電效應之影響”及“磁電效應之最佳化”。章節安排上，先於 3-1 節介紹含殼層內含物之相關理論；3-2 節則考慮將 BTO/殼層/CFO 及 CFO/殼層/BTO 兩種配置下，殼層結構分別置換為壓電、壓磁材料時，觀察對磁電效應之影響；3-3 節，藉由附錄 A 所提

供之變動材料性質，進行磁電效應最佳化分析。最後為結果及討論。

3-1 含殼層內含物(Core-shell inclusion)之理論

三相複合材料的發展已有一段歷程，而對於殼層之複合結構最早始於 1956 年由 Kerner[59]提出的彈性及熱彈性理論複合材料。另外，在理論方面有直接 Mori-Tanaka 模式[51]、延伸 Mori-Tanaka 模式(Extension of the Mori-Tanaka)[60]、廣義自洽法(Generalized Self-consistent method)[61, 62]、延伸的雙內含物模式(Extension of Double-inclusion)[53]等等。

文中，以直接 Mori-Tanaka 模式與 Friebel 等[63]提出之雙層法理論，預測含殼層內含物之複合材料等效性質，並藉由有限元素分析結果比較，選擇適合用於含殼層結構之分析方式。

3-1-1 直接 Mori-Tanaka 模式

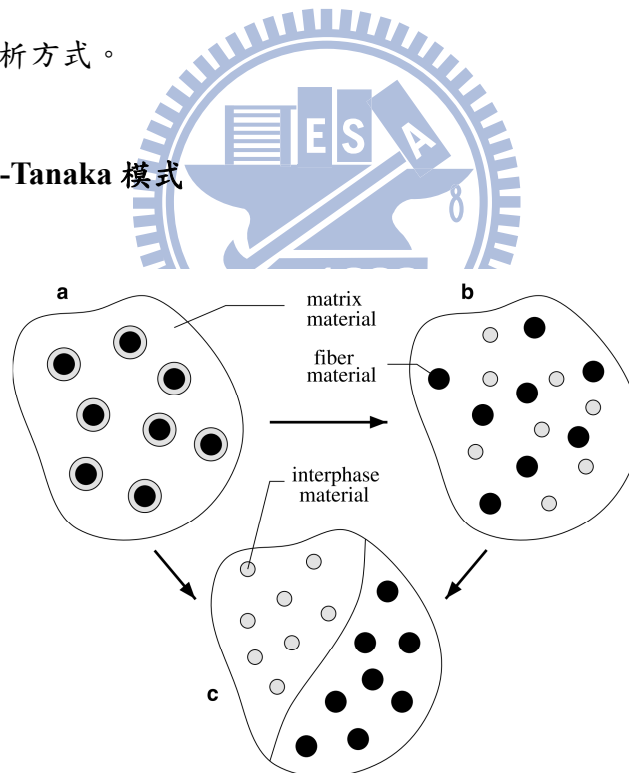


圖 3-2 獨立內含物概念[63]

本節是利用直接 Mori-Tanaka 模式可預測多種內含物之等效性質特性，將本文所探討的殼層內含物獨立為一個別的内含物形式(圖 3-2)進行分析，並藉由第二章之(2.42)式，將 N 代入 2(表示兩種獨立內含物)並展開得到(3.1)式，即得到三

相材料中含兩相獨立內含物之等效性質表達式。

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_m + f_c(\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_m)\mathbf{A}_c^{MT} + f_s(\mathbf{L}_s - \mathbf{L}_m)\mathbf{A}_s^{MT}, \quad (3.1)$$

其中半徑比 $\gamma = a/b$ 、內含物體積比 $f = f_s + f_c$ 、核心體積比 $f_c = \gamma^2 f$ 以及殼層體積比 $f_s = [1 - \gamma^2]f$ 。而下標 c、s 以及 m 分別代表核心(Core)、殼層(Shell) 以及母材(Matrix)。

$$\mathbf{A}_c^{MT} = \mathbf{A}_s^{dilute} \left(f_m \mathbf{I} + f_c \mathbf{A}_c^{dilute} + f_s \mathbf{A}_s^{dilute} \right), \quad (3.2)$$

$$\mathbf{A}_s^{MT} = \mathbf{A}_s^{dilute} \left(f_m \mathbf{I} + f_c \mathbf{A}_c^{dilute} + f_s \mathbf{A}_s^{dilute} \right), \quad (3.3)$$

$$\mathbf{A}_c^{dilute} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{S}_c \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_m) \right]^{-1}, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{A}_s^{dilute} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{S}_s \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_s - \mathbf{L}_m) \right]^{-1}. \quad (3.5)$$

其中母材體積比 $f_m = 1 - f$ ， \mathbf{S}_c 、 \mathbf{S}_s 分別表示利用核心、殼層之幾何形狀及母材材料係數 \mathbf{L}_m 求得之廣義 Eshelby 張量。

3-1-2 雙層法(Two-level recursive scheme)

雙層法用以處理含有殼層之幾何結構。其原理在於先將核心與殼層當作一個雙相複合材料進行等效性質分析，稱為深層(Deepest level)。接著再以深層求得之等效性質與母材材料性質重複執行上述步驟，最後求解出高層(Highest level)之等效性質，參考圖 3-3。其中，採取的等效性質分析使用 Mori-Tanaka 模式預測。

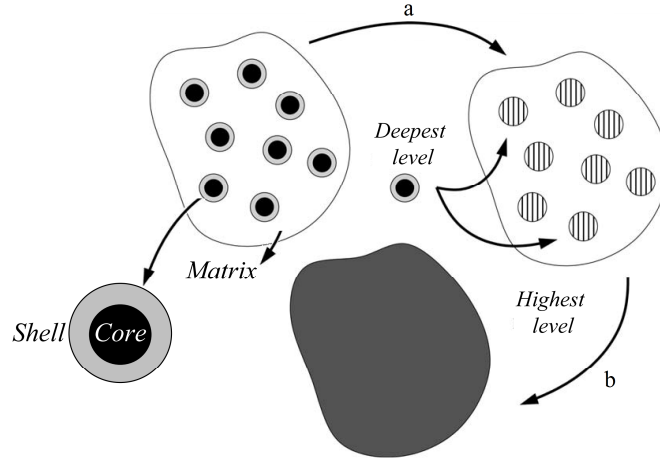


圖 3-3 雙層法概念([63]重新繪製)

由圖 3-3a 過程得到：

\mathbf{L}_{sc}^* 為 Mori-Tanaka 模式下處理核與殼層之等效性質。

$$\mathbf{L}_{sc}^* = \mathbf{L}_s + \frac{f_c}{f_c + f_s} (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_s) \mathbf{A}_c^{MT}, \quad (3.6)$$

其中

$$\mathbf{A}_c^{MT} = \mathbf{A}_c^{dilute} \left[\left(1 - \frac{f_c}{f_c + f_s} \right) \mathbf{I} + \frac{f_c}{f_c + f_s} \mathbf{A}_c^{dilute} \right]^{-1}, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{A}_c^{dilute} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_c \mathbf{L}_s^{-1} (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_s)]^{-1}, \quad (3.8)$$

其中 \mathbf{S}_c 為利用核之幾何形狀以及殼層材料係數 \mathbf{L}_s 求得之廣義 Eshelby 張量。

接下來由深層與母材間再進行一次 Mori-Tanaka 模式的分析，求得三相複合材料等效性質 \mathbf{L}^* 如圖 3-3b。

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_m + f (\mathbf{L}_{sc}^* - \mathbf{L}_m) \mathbf{A}_{sc}^{MT}, \quad (3.9)$$

其中

$$\mathbf{A}_{sc}^{MT} = \mathbf{A}_{sc}^{dilute} [f_m \mathbf{I} + (f) \mathbf{A}_{sc}^{dilute}]^{-1}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{A}_{sc}^{dilute} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_{sc} \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_{sc}^* - \mathbf{L}_m)]^{-1}. \quad (3.11)$$

其中 \mathbf{S}_{sc} 為利用內含物幾何形狀以及母材材料係數 \mathbf{L}_m 求得之廣義 Eshelby 張量。

3-1-3 直接 Mori-Tanaka 模式與雙層法差異性

本節將模擬直接 Mori-Tanaka 模式與雙層法兩者之等效性質，並從中探討磁電效應之行為，藉由比較結果，選擇適合用於含殼層結構之理論。在 COMSOL Multiphysics 建立有限元素模型方面，分別以兩種獨立內含物的型式(圖 3-4(a)) 與含殼層內含物(圖 3-4(b、c))的型式，驗證直接 Mori-Tanaka 模式與雙層法的正確性。在分析過程中，以核心為 BTO、殼層 CFO、母材 TD 之配置下，比較半徑比 $\gamma = 0.8$ 的磁電效應，相關結果分別顯示於圖 3-5(a)及(b)。其中，圖中虛線部分代表直接 Mori-Tanaka 模式，實線部分代表為雙層法分析；正方形(Square)的部分代表以 COMSOL Multiphysics 建立之正方型體積代表元素之有限元素分析(參考 2-3-1 體積代表元素)；六角星形(Hexagonal)的部分代表以 COMSOL Multiphysics 建立之正六邊形體積代表元素之有限元素分析。

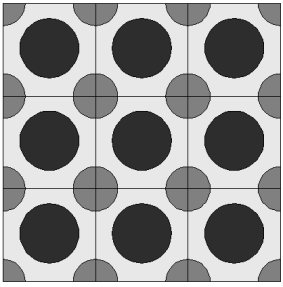
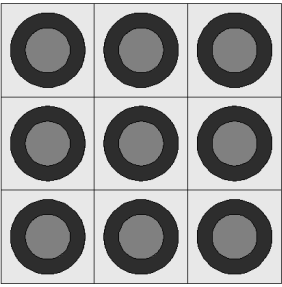
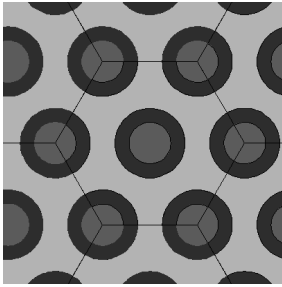
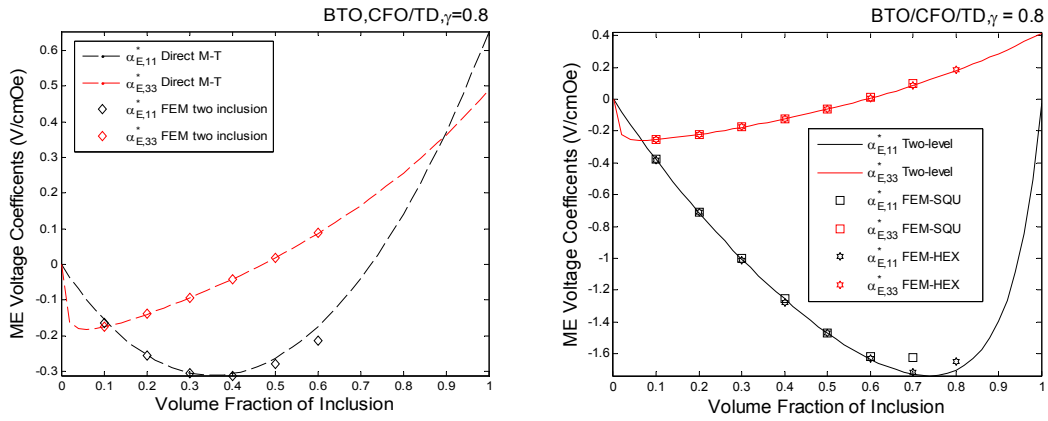
COMSOL Multiphysics 有限元素法建構模型(RVE)		
含兩種獨立內含物	含殼層內含物	
	正方形(SQU)	正六邊形(HEX)
		
(a)	(b)	(c)

圖 3-4 COMSOL Multiphysics 有限元素法模型



(a) 直接 Mori-Tanaka 模式 (b) 雙層法

圖 3-5 磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係(BTO,CFO/TD、BTO/CFO/TD)

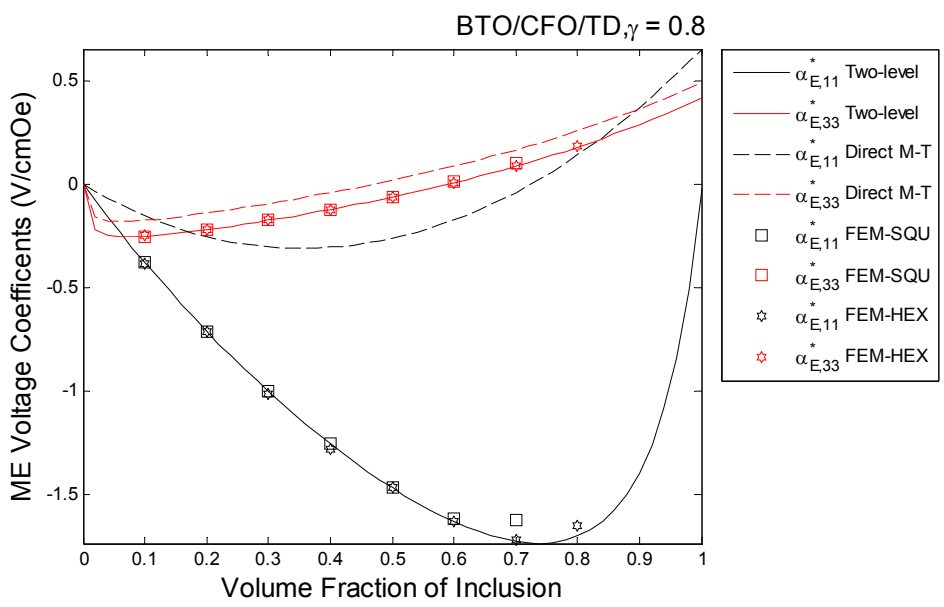
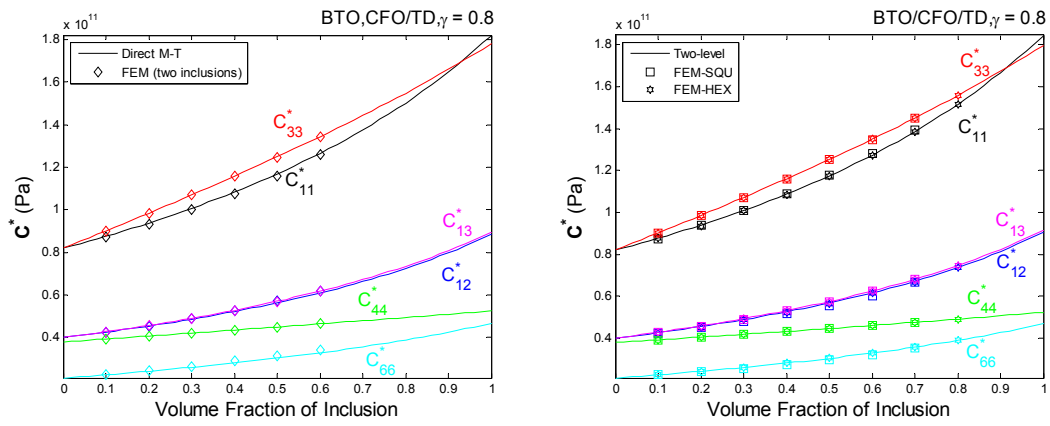


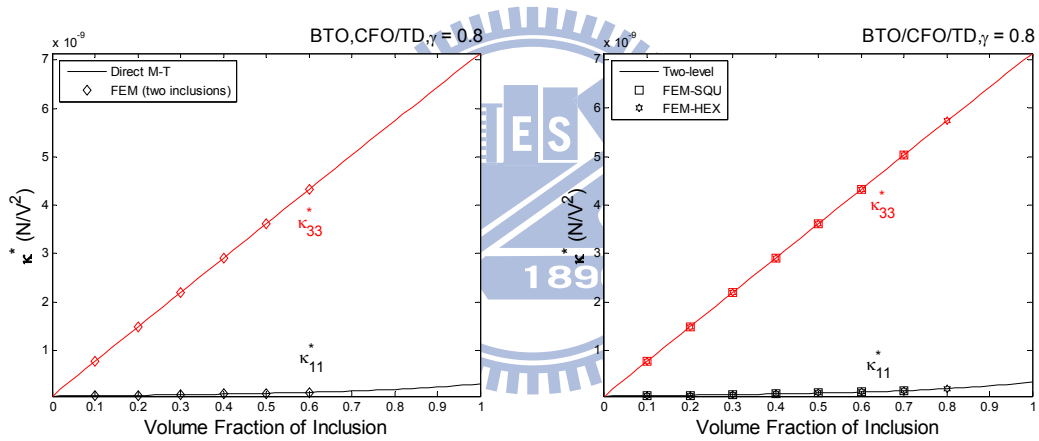
圖 3-6 雙層法、直接 Mori-Tanaka 模式磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係

由圖 3-6 顯示，雙層法與直接 Mori-Tanaka 模式於磁電電壓係數之比較上有顯著的差異性，且由有限元素法模擬含殼層複合材料結果，說明雙層法較適合處理含殼層結構，並且印證此法不僅可以運用於彈性分析中，亦可用於磁電效應之預測上，因此，後續分析採雙層法為主。圖 3-7 為等效性質預測結果。

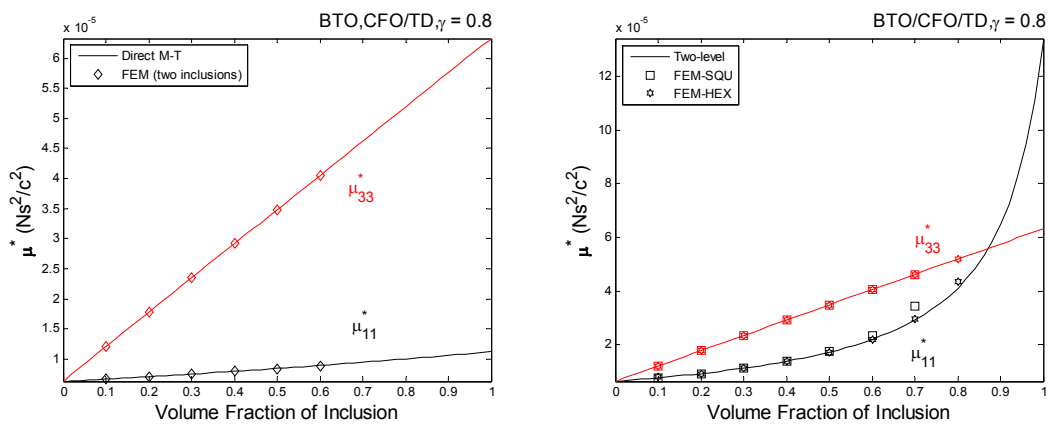
材料配置：左為直接 Mori-Tanaka 模式 (BTO,CFO/TD)；右為雙層法 (BTO/CFO/TD)。



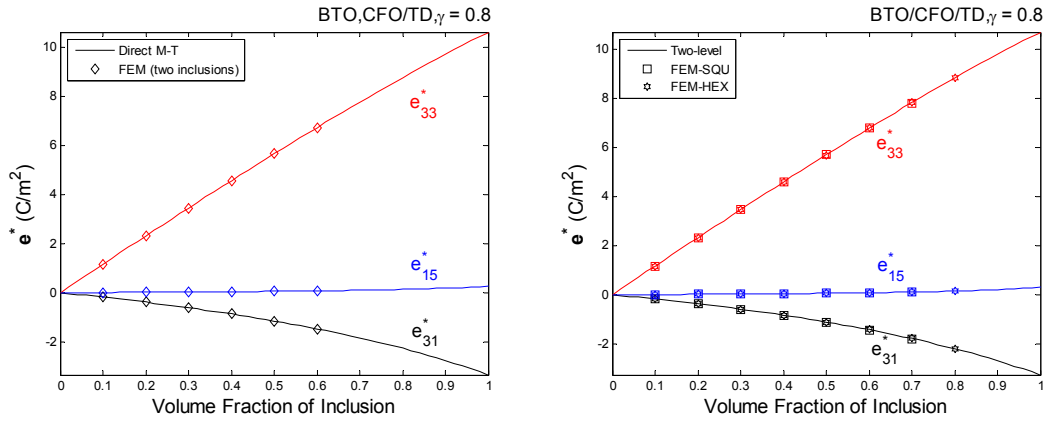
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



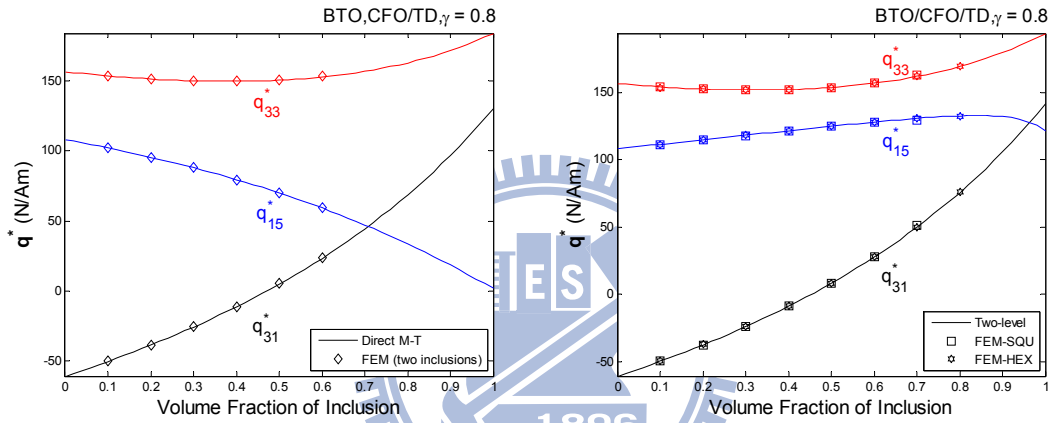
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



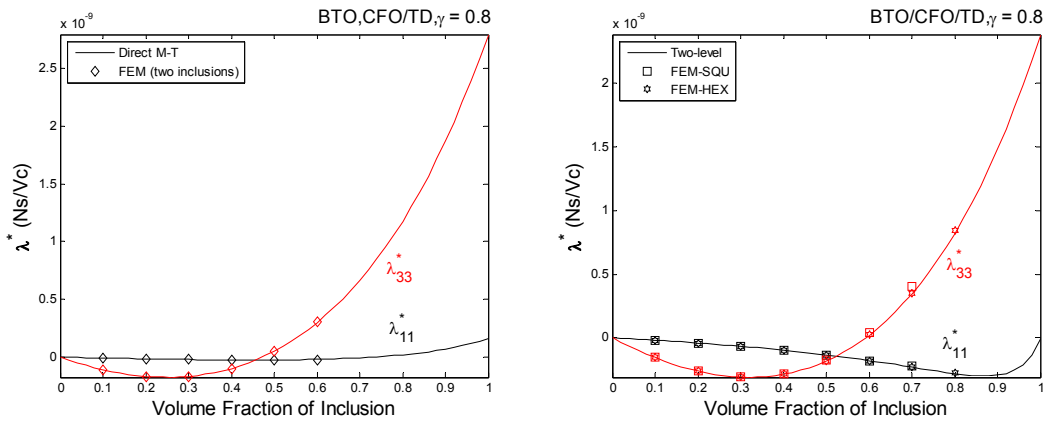
(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-7 直接 Mori-Tanaka 模式與雙層法等效性質與內含物體積比 f 之關係

3-2 含殼層內含物之分析

本節探討在 BTO/殼層/CFO 及 CFO/殼層/BTO 兩種配置下，殼層之材料屬性(壓電或壓磁)、內含物體積百分比 f (Volume fraction of inclusion) 以及半徑比 γ (Ratio of radius)，對磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響。

3-2-1 壓電/壓磁/壓磁(BTO/TD/CFO)

(1) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

壓電/壓磁/壓磁配置下磁電效應 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係如圖 3-8 所示：

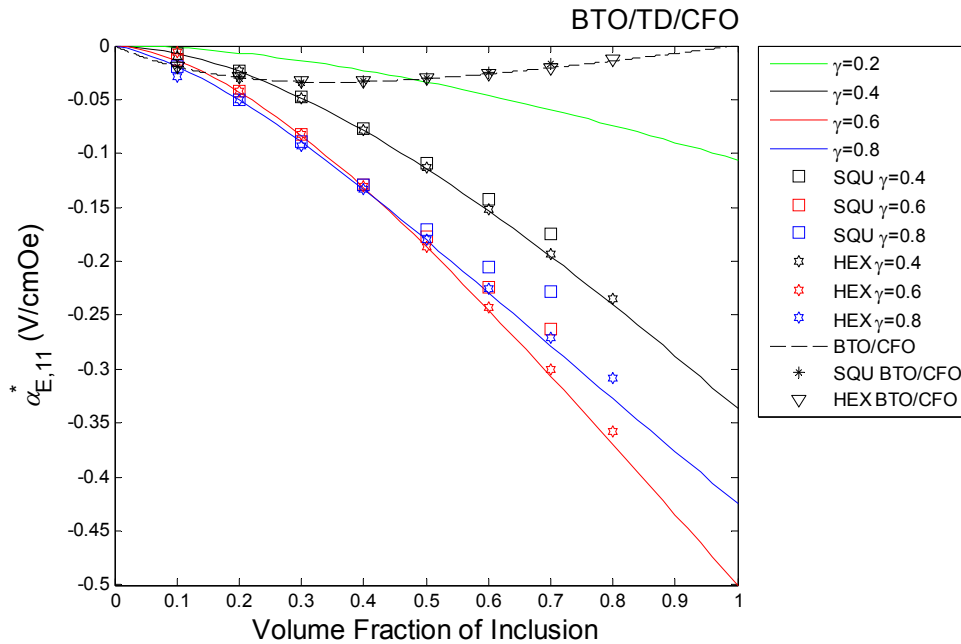


圖 3-8 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/TD/CFO)

由結果顯示： $\alpha_{E,11}^*$ 大致上隨體積比、半徑比增加而提升，僅於半徑比為 0.8 時呈下降趨勢。另外，當體積比為 1，半徑比為 0.7 時有 $\alpha_{E,11}^*$ 最大值 -0.5 (V/cmOe)，而由體積比為 1 這點可以得知，對於提升 $\alpha_{E,11}^*$ 而言，雙相材料 BTO/TD 的配置已較三相 BTO/TD/CFO 之配置下效果來得好。另一方面，由圖面上內含

物體積比越大時 $\alpha_{E,11}^*$ 有增加的趨勢觀點來看，CFO抑制了 $\alpha_{E,11}^*$ 的發展，說明以CFO作為壓電/壓磁/壓磁中之母材配置不太適當。

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

壓電/壓磁/壓磁配置下磁電效應 $\alpha_{E,33}^*$ 之關係如圖 3-9 所示：

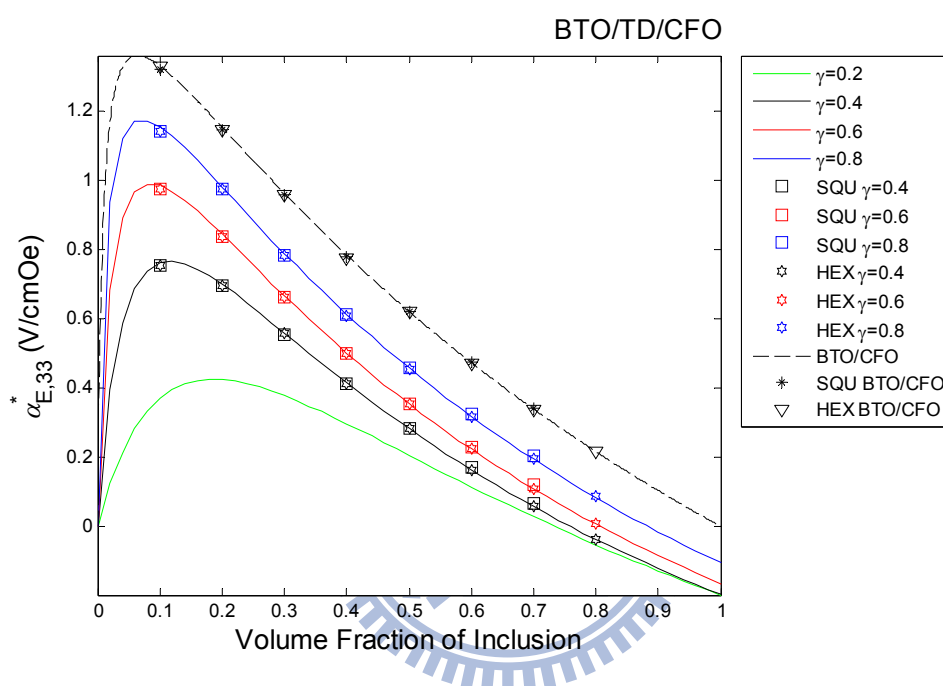
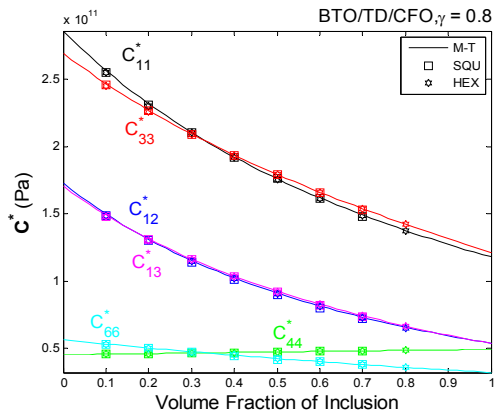
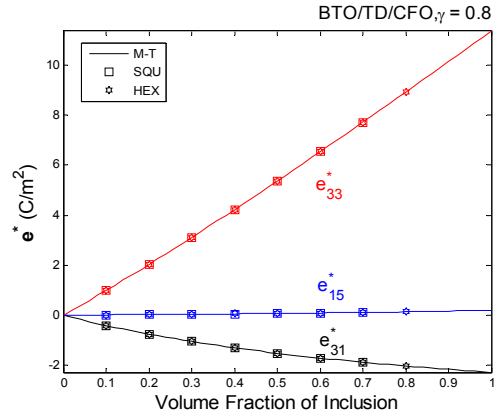


圖 3-9 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/TD/CFO)

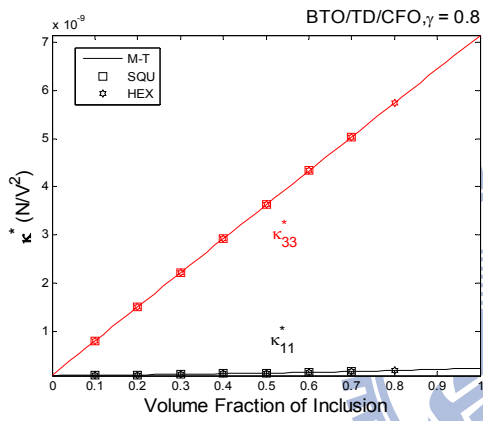
由結果顯示： $\alpha_{E,33}^*$ 大致上隨體積比、半徑比增加而提升，並於體積比為 0.06、半徑比為 1 時有最大值 1.4(V/cmOe)，而由半徑比為 1 表示為雙相 BTO/CFO 的配置。另外，當半徑比增加(BTO 逐漸取代 TD)， $\alpha_{E,33}^*$ 亦隨之增加，說明著 TD 會抑制 $\alpha_{E,33}^*$ 而不適合配置於殼層之位置。圖 3-10 為 BTO/TD/CFO 等效性質預測結果。



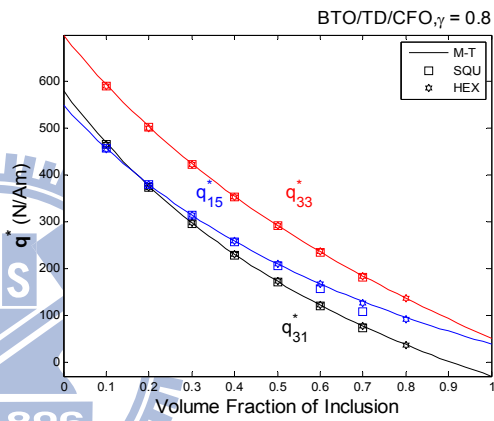
(a) C^*



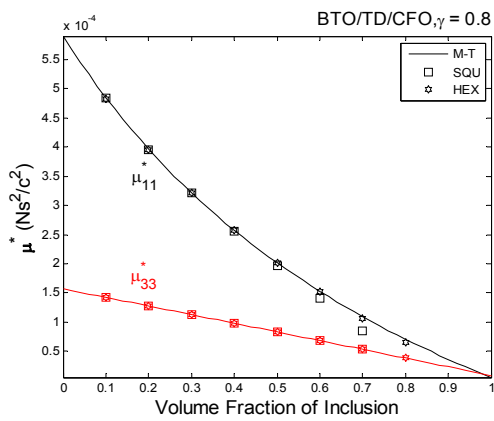
(b) e^*



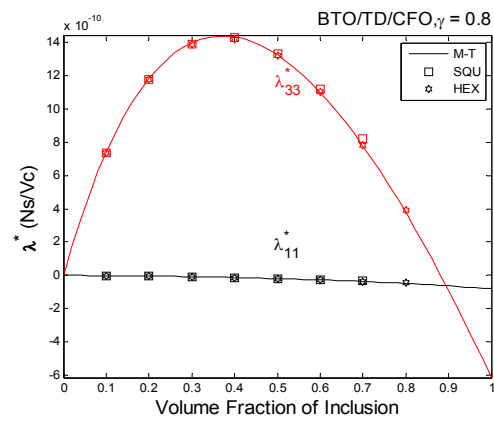
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-10 等效性質與內含物體積比 f 之關係 (BTO/TD/CFO, $\gamma=0.8$)

3-2-2 壓電/壓電/壓磁(BTO/PVDF/CFO)

(1)磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

$\alpha_{E,11}^*$ 與體積百分比、半徑比關係如圖 3-11 所示：

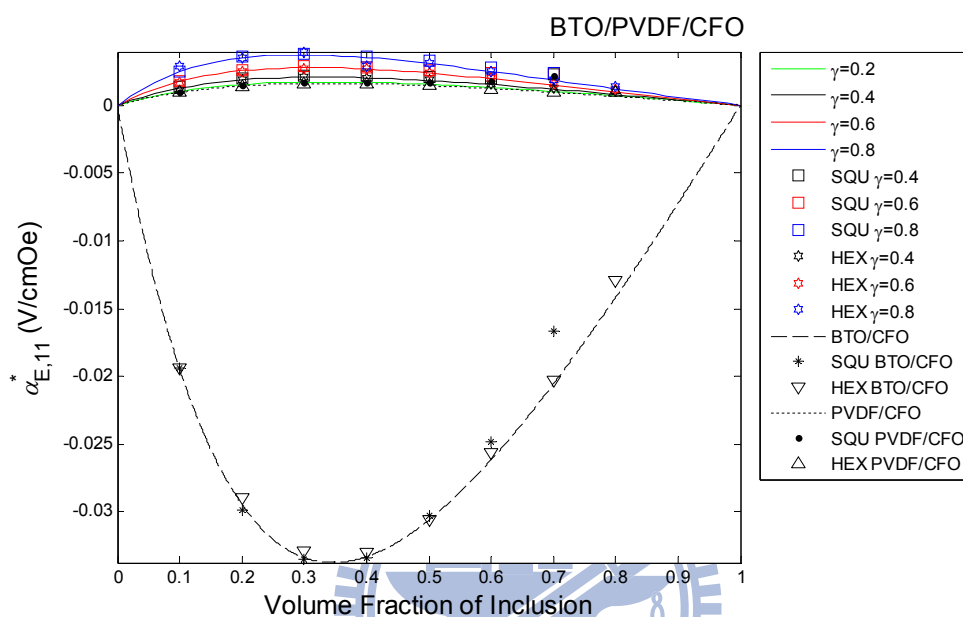


圖 3-11 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/PVDF/CFO)

由結果顯示：當體積比朝向 0.2 至 0.4 之間發展以及隨半徑比的提升下， $\alpha_{E,11}^*$ 有相對幅度的成長，並於體積比為 0.34、半徑比為 1 時有最大值-0.034(V/cmOe) 的呈現。而由半徑比為 1 得知其為雙相材料 BTO/CFO 的配置。另外，由 PVDF 完全被 BTO 取代的過程來看，顯而易見地， $\alpha_{E,11}^*$ 之值由正轉為負值，關於這一點可以從 BTO 與 PVDF 材料性質中壓電係數之正負異向性觀察出。值得一提的是：不論內含物包含兩種壓電相或是單一壓電相時 $\alpha_{E,11}^*$ 最大值之趨勢大約都落於 0.3 至 0.4 之間。

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

$\alpha_{E,33}^*$ 之關係如圖 3-12 所示：

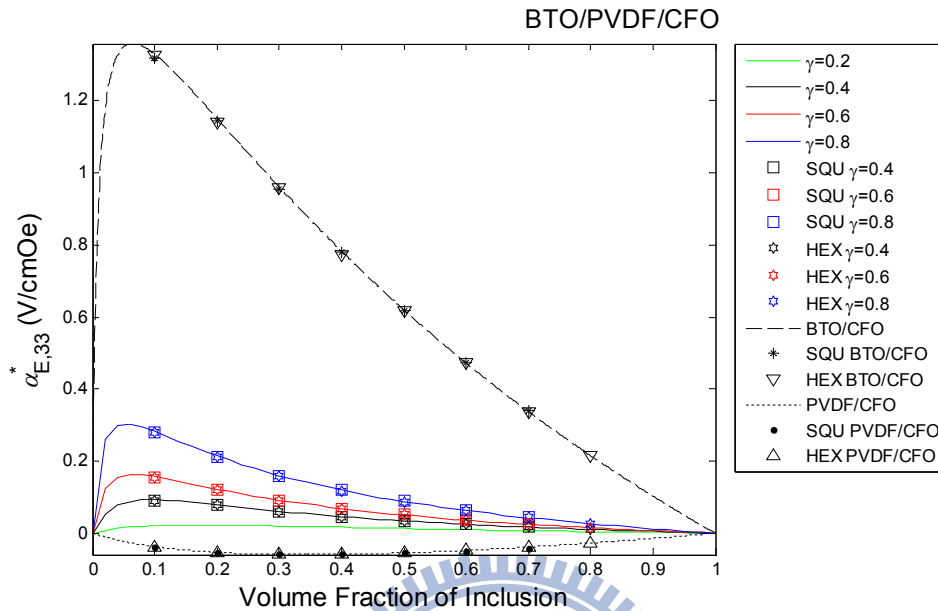
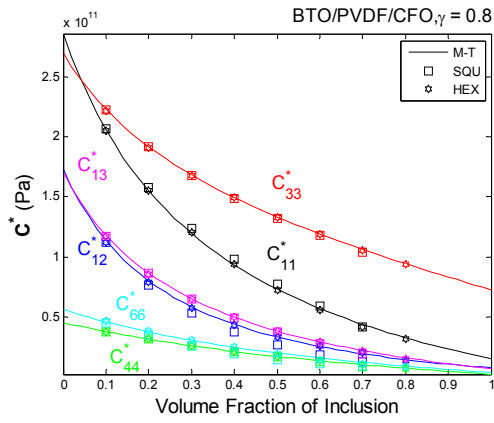
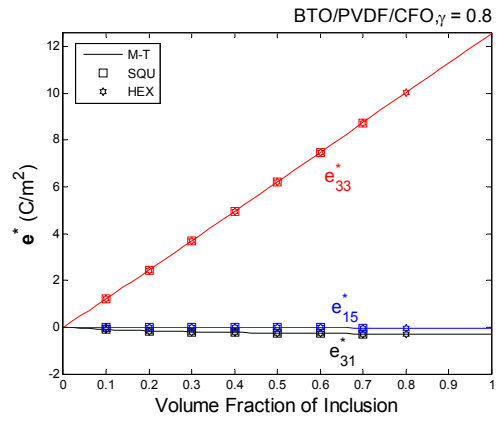


圖 3-12 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(BTO/PVDF/CFO)

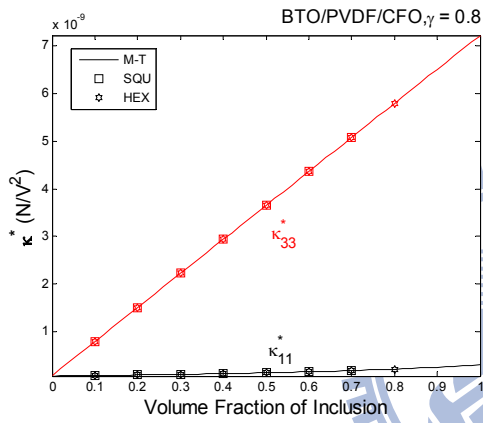
由結果顯示：當體積比朝向 0.05 發展以及隨半徑比的提升下， $\alpha_{E,33}^*$ 有相對幅度的成長，並於體積比為 0.06 以及半徑比為 1 時，有最大值 1.2V/cmOe 呈現，而半徑比為 1 代表雙相 BTO/CFO 配置之結果。另外，隨著半徑比增加(BTO 逐漸取代 PVDF) $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 亦隨之增加，說明 PVDF 不適合配置於殼層。圖 3-13 為 BTO/PVDF/CFO 等效性質預測結果。



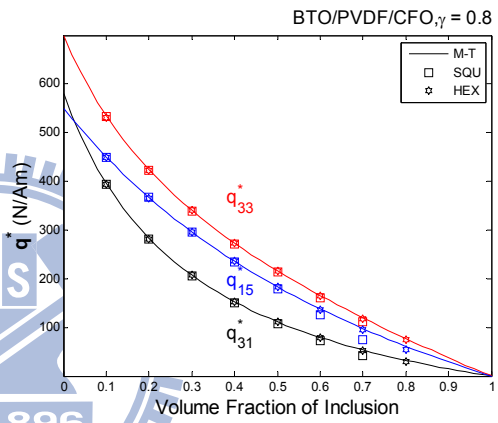
(a) C^*



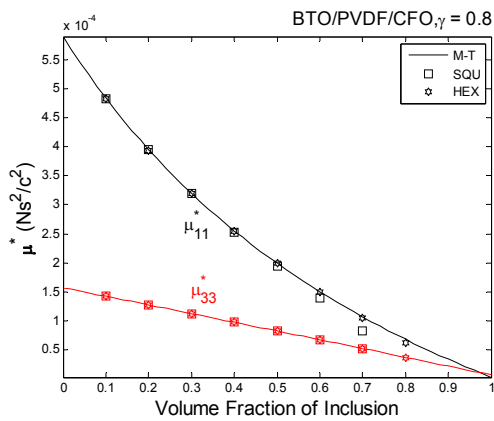
(b) e^*



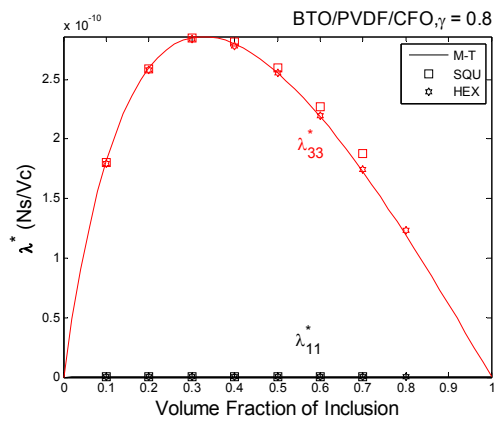
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-13 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/PVDF/CFO, $\gamma=0.8$)

(3) 殼層為壓電或壓磁材料之比較

圖 3-14 為在 BTO/殼層/CFO 配置下，殼層置入壓電或壓磁相對磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 及 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響，皆取半徑比為 0.8 之結果討論。

1. $\alpha_{E,11}^*$ 方面：當 TD 置換為 PVDF 時，顯示置換後磁電效應 $\alpha_{E,11}^*$ 呈下降之趨勢。
2. $\alpha_{E,33}^*$ 方面：當置換 TD 為 PVDF 後 $\alpha_{E,33}^*$ 大致上亦存在下降之趨勢，惟在約 0.9 至 1 之間時結果略有不同。

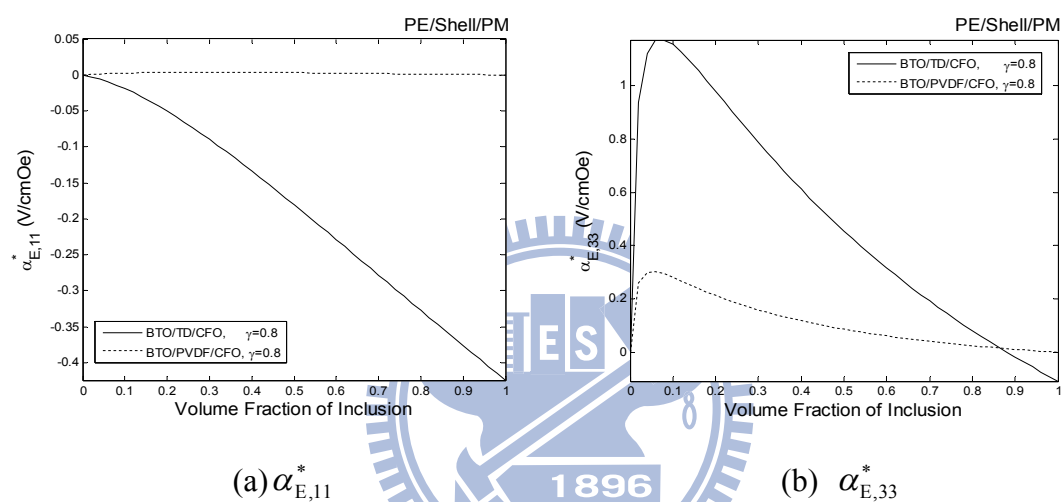


圖 3-14 磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係(壓電/壓磁(壓電)/壓磁)

進一步分析及驗證：當取體積比取固定時，將兩者所呈現之 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 作一比較，並由圖 3-15 所示：

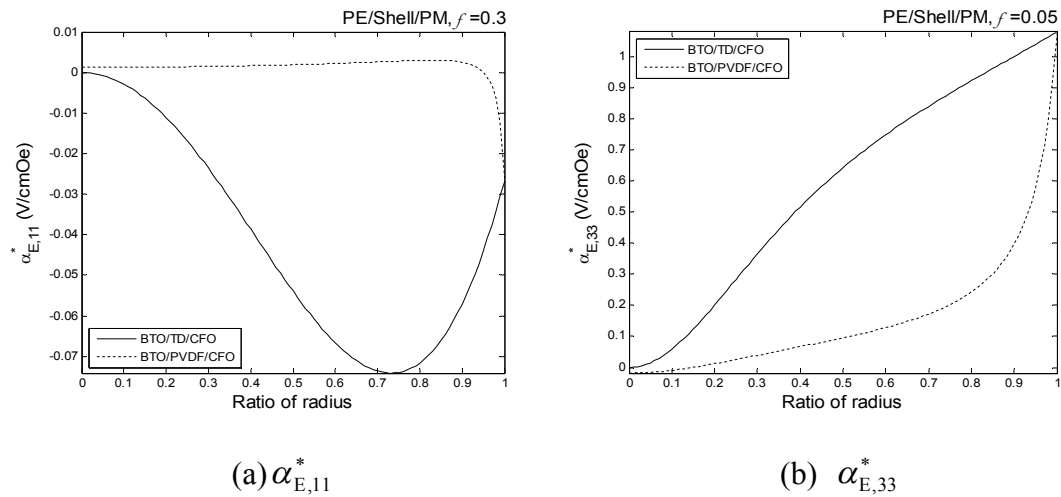


圖 3-15 材料殼層體積影響示意圖(壓電/壓磁(壓電)/壓磁)

其中，右上標 BTO/TD(PVDF)/CFO, $f=0.3$ 及 0.05 分別表示著內含物體積佔有率固定為 30% 及 5% 兩者之值皆是取 BTO/PVDF/CFO $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 最大值位置；x 軸方向為殼層與核心間之半徑比，而 y 軸於圖(a)、(b)中分別表示 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 之值；圖中兩線分別代表 TD 與 PVDF 在殼層中以同體積下做比較。

最後，由圖 3-15(a)得知殼層放置 TD 會得到較好之 $\alpha_{E,11}^*$ ，而在 $\alpha_{E,33}^*$ 方面由圖 3-15(b)可以得知，不論殼層放置壓電或壓磁材料，最大值結果皆由雙相材料所控制(最大值結果皆發生於半徑比為 1 殼層完全被核心所取代)，顯示對於 $\alpha_{E,33}^*$ 而言殼層的配置是不必要的。

3-2-3 壓磁/壓磁/壓電(CFO/TD/BTO)

(1)磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

壓磁/壓磁/壓電配置下磁電效應 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係如圖 3-16 所示

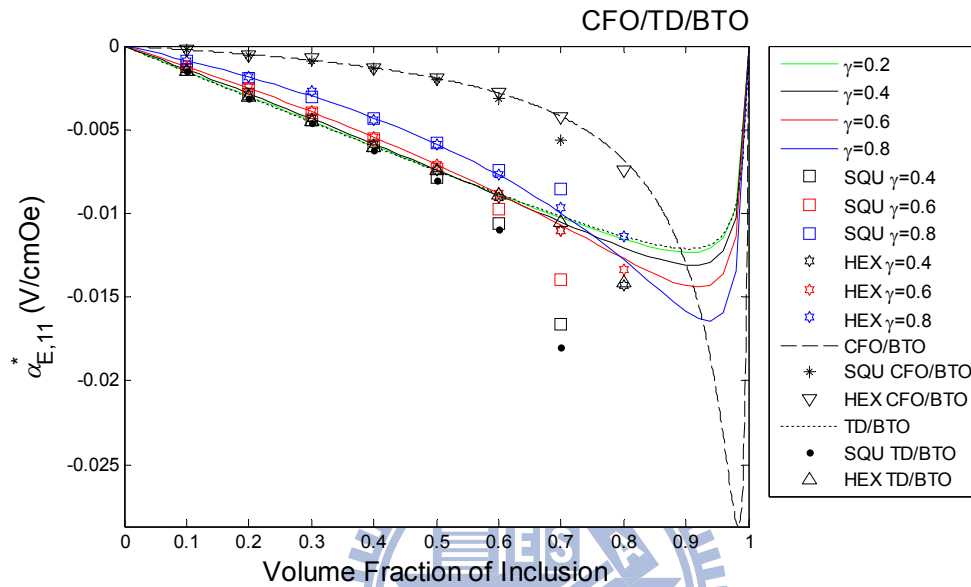


圖 3-16 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/TD/BTO)

由結果顯示：當體積比朝向 0.95 發展以及隨半徑比的提升下， $\alpha_{E,11}^*$ 有相對幅度的成長，並於體積比為 0.98、半徑比為 1 時有最大值-0.028(V/cmOe)的呈現。而由半徑比為 1 這點來看，對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之提升而言，雙相材料 CFO/BTO 的配置比三相 CFO/TD/BTO 之配置下之效果為佳。

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

壓磁/壓磁/壓電配置下磁電效應 $\alpha_{E,33}^*$ 之關係如圖 3-17 所示：

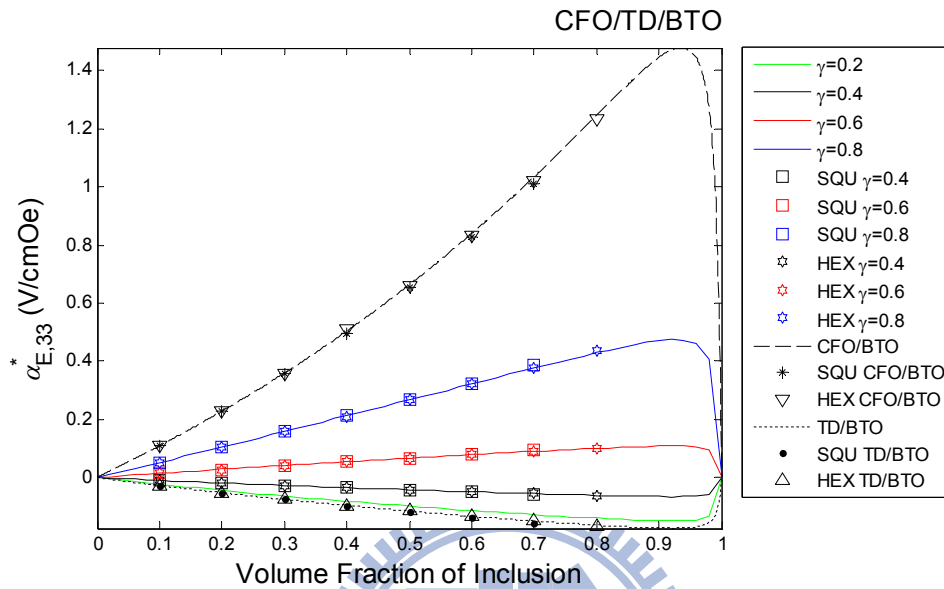
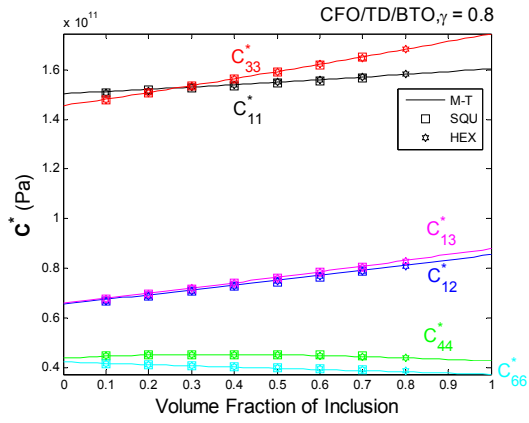
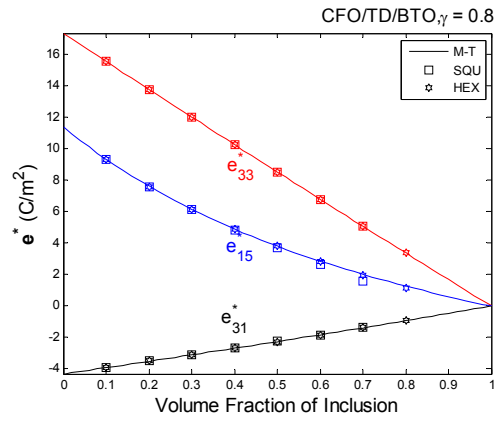


圖 3-17 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/TD/BTO)

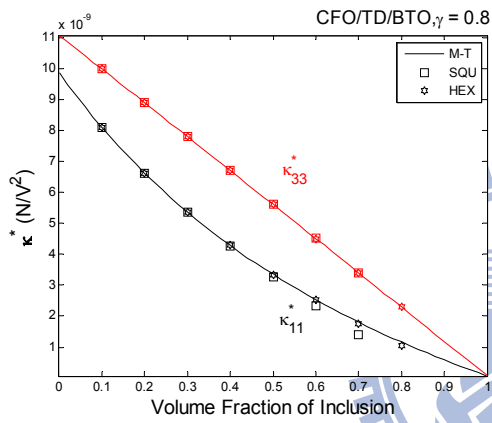
由結果顯示：當體積比朝向 0.95 發展以及隨半徑比的提升下， $\alpha_{E,33}^*$ 有相對幅度的成長，並於體積比為 0.94、半徑比為 1 時有最大值 1.48(V/cmOe)的呈現。而由半徑比為 1 可以得知：雙相 CFO/BTO 的配置已較三相 CFO/TD/BTO 之配置下之效果為佳。另一方面，由半徑比提升(CFO 逐漸取代 TD) $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 亦隨之提升的趨勢來看，以 TD 作為壓磁/壓磁/壓電中之殼層配置不太適當。圖 3-18 為 CFO/TD/BTO 等效性質預測結果。



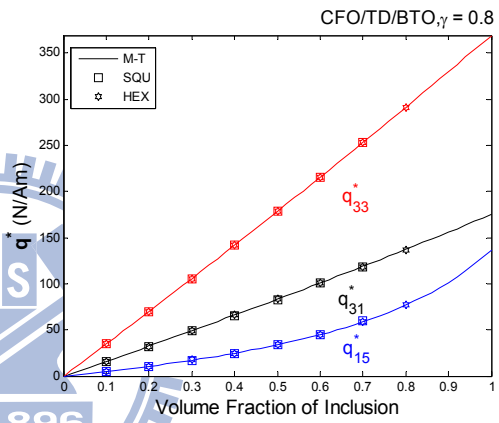
(a) C^*



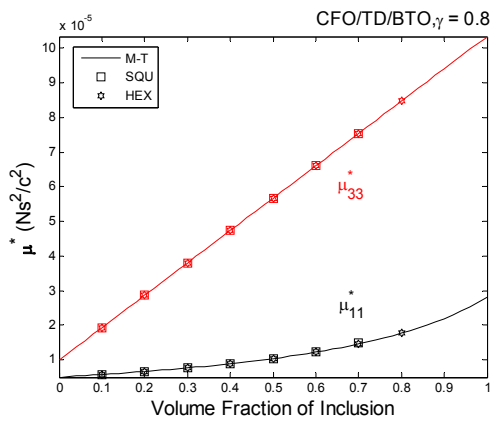
(b) e^*



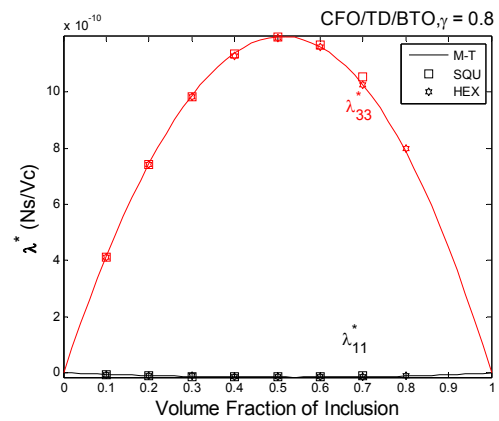
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-18 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO, $\gamma=0.8$)

3-2-4 壓磁/壓電/壓電(CFO/PVDF/BTO)

(1)磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

對於壓磁/壓電/壓電之材料配置下磁電效應 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係如圖 3-19 所示：

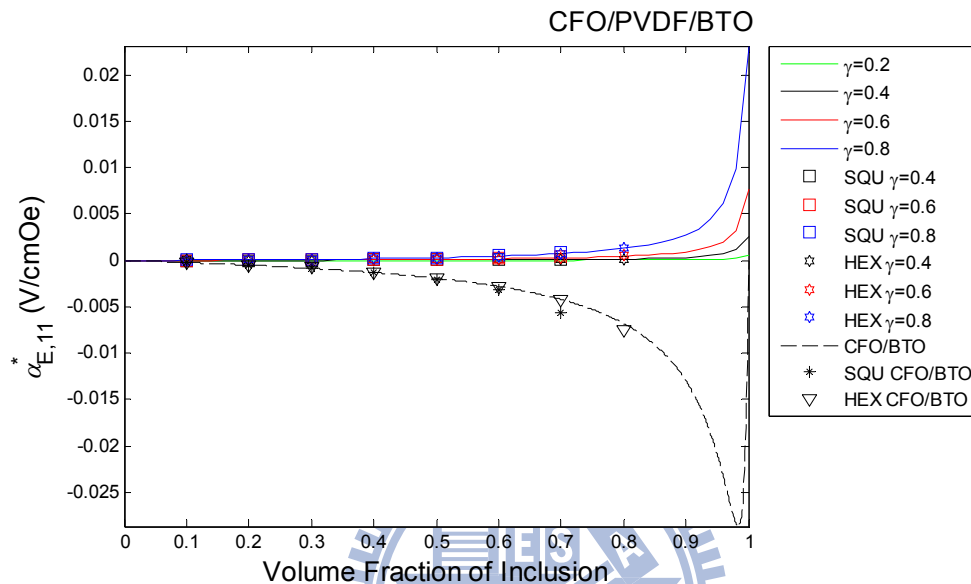


圖 3-19 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/PVDF/BTO)

由結果顯示： $\alpha_{E,11}^*$ 大致上隨體積比、半徑比增加而提升，並於體積比為 1、半徑比為 0.9 時有最大值 0.052(V/cmOe)的呈現。而由體積比為 1 可以得知，對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之提升而言雙相材料 CFO/PDVF 的配置已較三相 CFO/PVDF/BTO 之配置下之效果來的好。另一方面，由體積比提升(內含物逐漸取代母材) $\alpha_{E,11}^*$ 亦隨之提升的趨勢顯示出 BTO 的存在抑制了 $\alpha_{E,11}^*$ 的發展，代表以 BTO 作為壓磁/壓電/壓電中之母材配置不太適當。

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

壓磁/壓電/壓電配置下磁電效應 $\alpha_{E,33}^*$ 之關係如圖 3-20 所示：

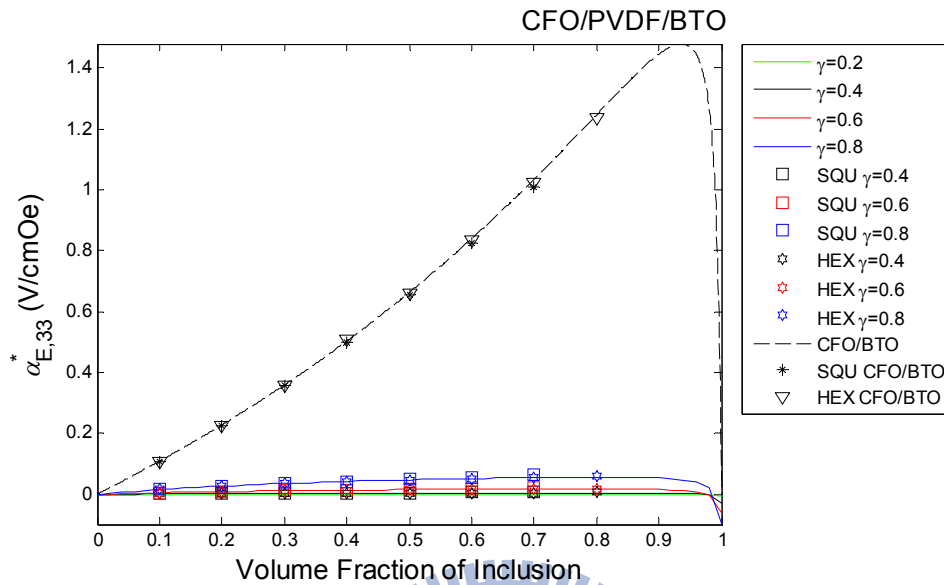
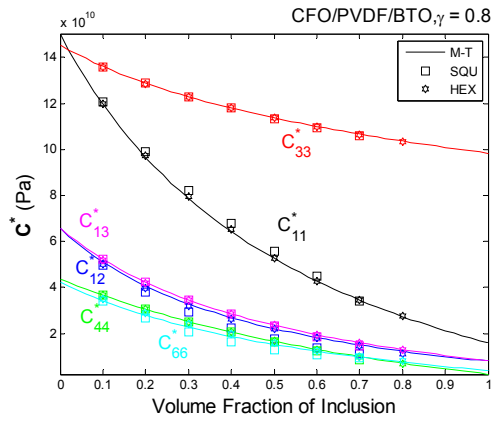
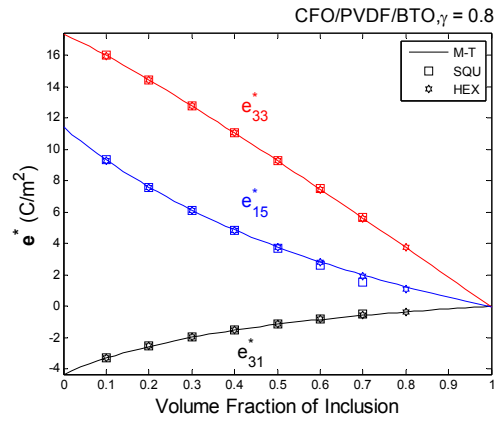


圖 3-20 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/PVDF/BTO)

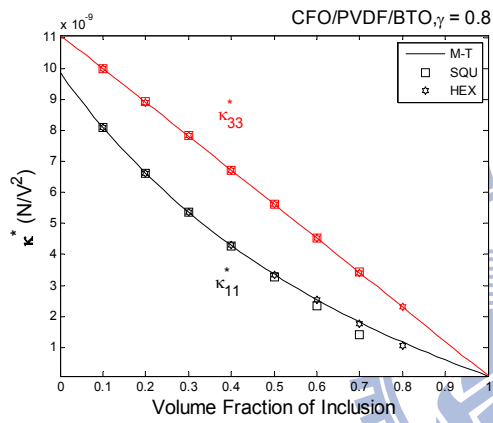
由結果顯示：當體積比朝向 0.98 發展以及隨半徑比的提升下， $\alpha_{E,33}^*$ 有相對幅度的成長，並於體積比為 0.94、半徑比為 1 時有最大值 1.48(V/cmOe)的呈現。而由半徑比為 1 可以得知，對於 $\alpha_{E,33}^*$ 之提升而言，雙相材料 CFO/BTO 的配置已較三相 CFO/PVDF/BTO 之配置下效果為佳。另一方面，由半徑比提升(CFO 逐漸取代 PVDF) $\alpha_{E,33}^*$ 隨之提升的跡象顯示出 PVDF 的存在抑制了 $\alpha_{E,33}^*$ 的發展，說明以 PVDF 作為壓磁/壓磁/壓電中之殼層配置不太適當。圖 3-21 為 CFO/PVDF/BTO 等效性質預測結果。



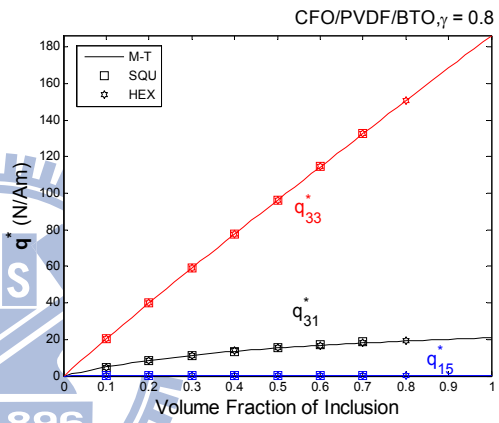
(a) C^*



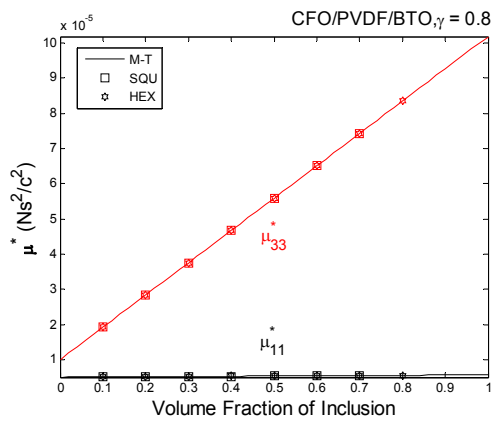
(b) e^*



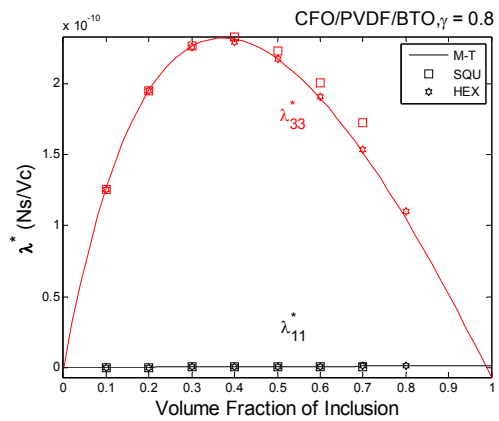
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-21 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/PVDF/BTO, $\gamma=0.8$)

(3)殼層為壓電或壓磁材料之比較

圖 3-22 為在 CFO/殼層/BTO 配置下，殼層置入壓電、壓磁相對磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 及 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響，皆取半徑比為 0.8 之結果討論之。

1. $\alpha_{E,11}^*$ 方面：當 TD 置換為 PVDF 時，顯示置換後 $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比約 0.9 前，由 TD 所達到之 $\alpha_{E,11}^*$ (絕對值) 比 PVDF 呈現出之 $\alpha_{E,11}^*$ 來得好，過此一階段後則有呈現相反之趨勢。
2. $\alpha_{E,33}^*$ 方面：同樣的，當置換 TD 為 PVDF 後，由圖面顯示 $\alpha_{E,33}^*$ 呈下降之趨勢。

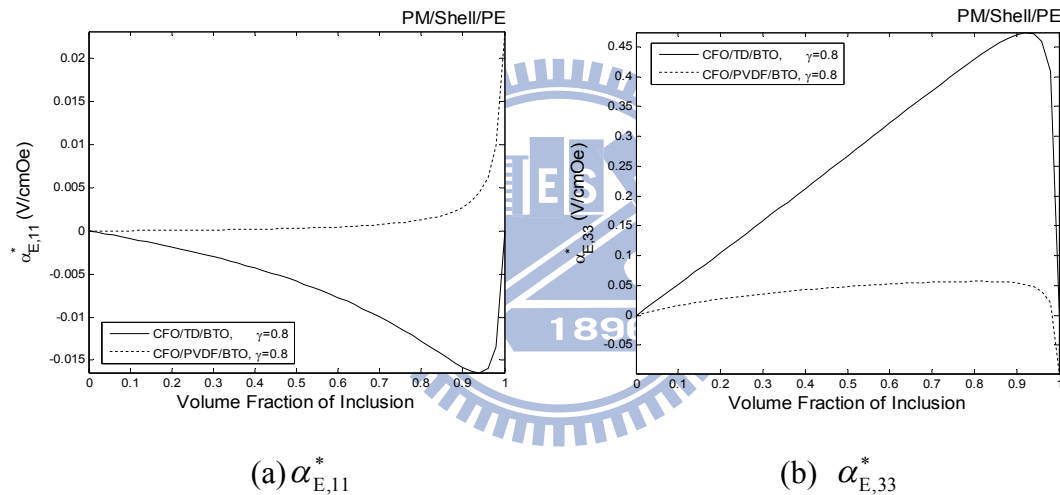


圖 3-22 磁電電壓係數與內含物體積比 f 之關係(壓磁/壓磁(壓電)/壓電)

進一步分析及驗證：當 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 取體積比為 0.95(選擇之依據採 CFO/TD/BTO 中任一半徑比所呈現最大值之大約位置)時，將兩者所呈現之 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 作一比較，由圖 3-23 所示：

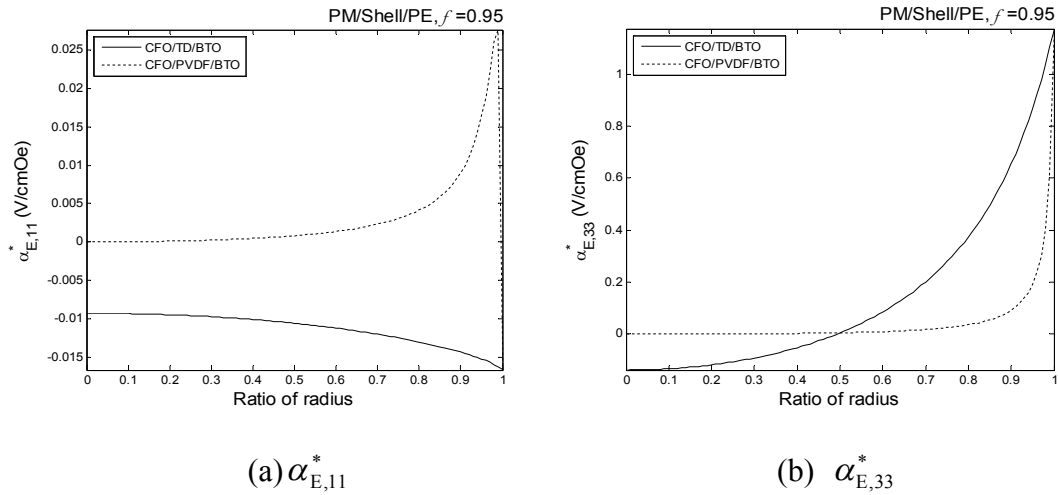


圖 3-23 材料殼層體積影響示意圖(壓磁/壓磁(壓電)/壓電)

其中，右上標顯示 $f=0.95$ 表示內含物體積佔有率固定為 95%，x 軸方向為殼層與核心之半徑比，y 軸於圖(a)、(b)中表示 $\alpha_{E,11}^*$ 及 $\alpha_{E,33}^*$ 之值，而圖中兩線分別代表 TD 與 PVDF 在殼層中以相同體積之比較。

最後，由圖 3-23(a)得知殼層放置 PVDF 會得到較好之 $\alpha_{E,11}^*$ ，而在 $\alpha_{E,33}^*$ 方面由圖 3-23(b)可以得知，不論殼層放置壓電或壓磁材料，最大值結果皆由雙相材料所控制(最大值結果皆發生於半徑比為 1)，顯示對於 $\alpha_{E,33}^*$ 而言殼層的配置是不必要的。

3-2-5 結果與討論

1. 壓電/殼層/壓磁配置下，殼層採用壓磁相 TD，對於 $\alpha_{E,11}^*$ 有較顯著之提升，而較佳之 $\alpha_{E,33}^*$ 提昇由雙相材料所控制。
2. 壓磁/殼層/壓電配置下，殼層採用壓電相 PVDF，對於 $\alpha_{E,11}^*$ 有較顯著之提升，而較佳之 $\alpha_{E,33}^*$ 提昇由雙相材料所控制。

由四個案例顯示出：磁電效應 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 之最大值結果皆發生於雙相材料之配置下。而對於材料配置之目的，著實為便於殼層材料之分析比較而擬定，而非從：「為求得最佳之磁電效應為目的」，進行三相材料之配置，但是，也肇因於此種設定下，仍然能夠於分析過程及結果中歸納出幾項不利於材料配置之現象：

- i. 壓電/壓磁/壓磁：CFO 位於母材之位置時不利於 $\alpha_{E,11}^*$ 之提升；TD 位於殼層不利於 $\alpha_{E,33}^*$ 之提升。
- ii. 壓電/壓電/壓磁：PVDF 位於殼層之位置時皆不利於 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 之提升。
- iii. 壓磁/壓磁/壓電：TD 位於殼層之位置時皆不利於 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 之提升。
- iv. 壓磁/壓電/壓電：BTO 位於母材之位置時不利於 $\alpha_{E,11}^*$ 之提升；PVDF 位於殼層不利於 $\alpha_{E,33}^*$ 之提升。

3-3 磁電耦合效應之最佳化

由 3-2 節可以得知材料的配置對磁電效應有著莫大之影響，因此，本節以變動材料性質的方式，分析可以有效提升磁電效應的材料配置。分析過程參考附錄 A，並在固定體積比($f=0.5$)及半徑比($\gamma=0.8$)下，藉由變動材料性質，歸納出不同配置下磁電效應最佳化時之材料變動參數。

驗證程序所提供之磁電效應最佳化之材料性質，將作為選擇實際材料的參考。本文所考量的材料有壓電相：BaTiO₃(BTO)、LiNbO₃(LNO)、P(VDF-TrFE)、PZT-5J 以及壓磁材料：CoFe₂O₄(CFO)、Terfenol-D(TD)

3-3-1 壓電/壓磁/壓磁

(1) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-1：

表 3-1 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓磁/壓磁)

PE	PM	PM
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 0.1$	$\kappa_{r,Shell} = 1$	$\kappa_{r,Matrix} = 0.1$
$\mu_{r,Core} = 10$	$\mu_{r,Shell} = 10$	$\mu_{r,Matrix} = 0.1$
$e_{r,Core} = 3.5$	$q_{r,Shell} = 1$	$q_{r,Matrix} = 8$

由歸納之表中，可以明顯地觀察出位於殼層與母材之壓磁材料，在提升 $\alpha_{E,11}^*$ 方面需求之介電常數與磁導率截然不同，因此說明增設殼層對提升 $\alpha_{E,11}^*$ 之重要性。另外，由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,11}^*$ 分析，如圖 3-24 所示：

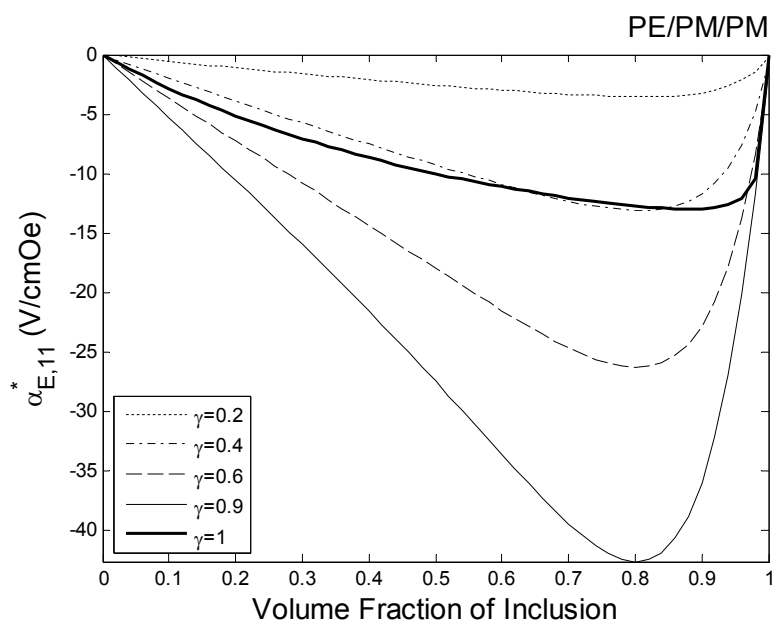


圖 3-24 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 3-24 之分析結果顯示： $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.8、半徑比為 0.9 時，其最大值為 -42.68V/cmOe，為一三相材料配置之結果，比未變動前 BTO/CFO 雙相配置最大值 -0.034 高出約 1225 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以彈性係數以及磁導率較 CoFe_2O_4 低的 Terfenol-D 作為選擇，以磁導率較高之 CoFe_2O_4 做為殼層，以介電常數 κ 較低的 LiNbO_3 作為核心配置(表 3-2)。

表 3-2 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓磁/壓磁)

材料屬性	壓電	壓磁	壓磁
原先材料	BTO	TD	CFO
置換材料	LNO	CFO	TD

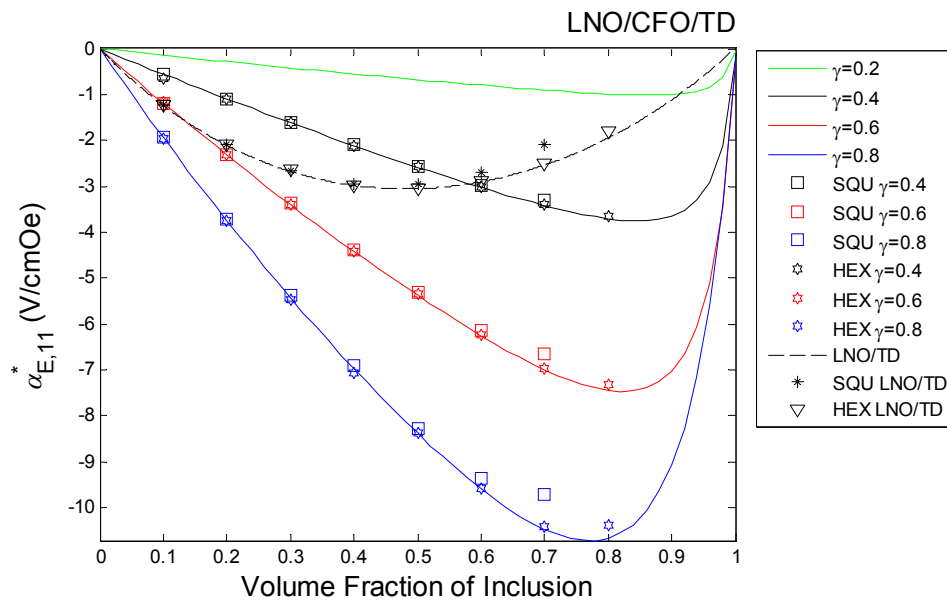
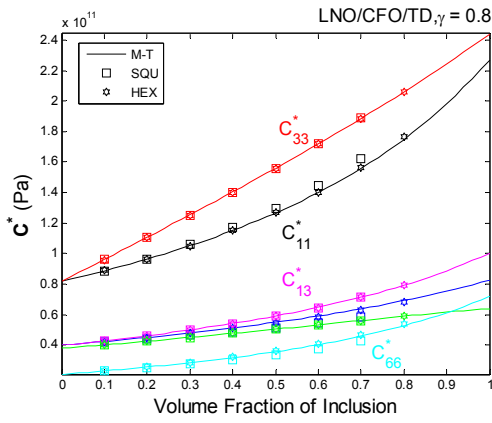
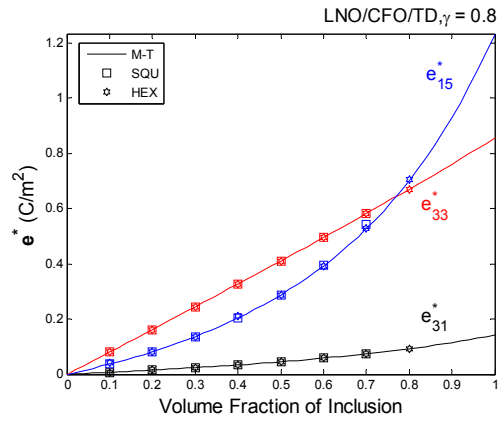


圖 3-25 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(LNO/CFO/TD)

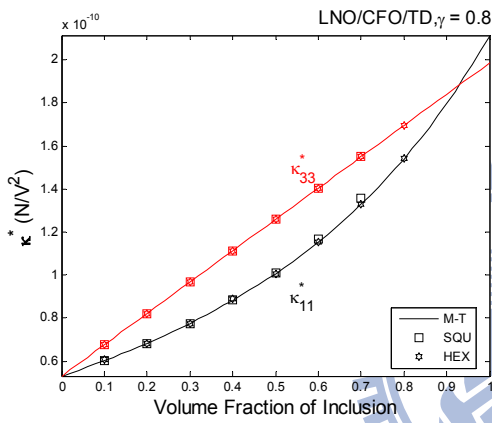
$\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.78、半徑比為 0.8 時，其最大值為 -10.72V/cmOe 與未置換前之 -0.5V/cmOe 相差約 21.4 倍，與 LNO/TD 之最大值 -3.06V/cmOe 相差約 3.5 倍。圖 3-26 為 LNO/CFO/TD 等效性質預測結果。



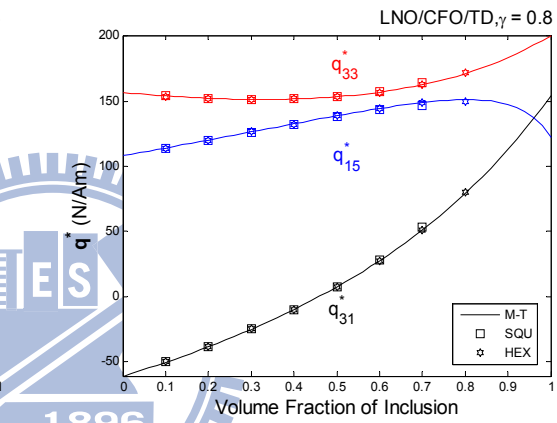
(a) C^*



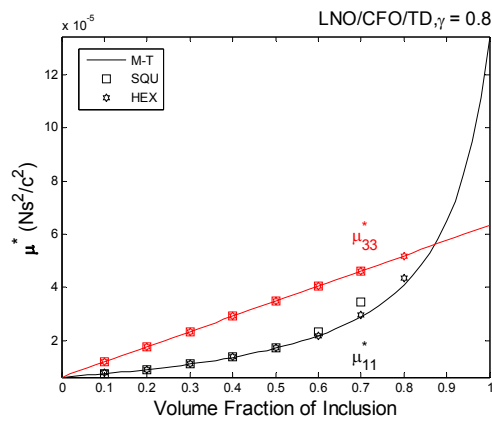
(b) e^*



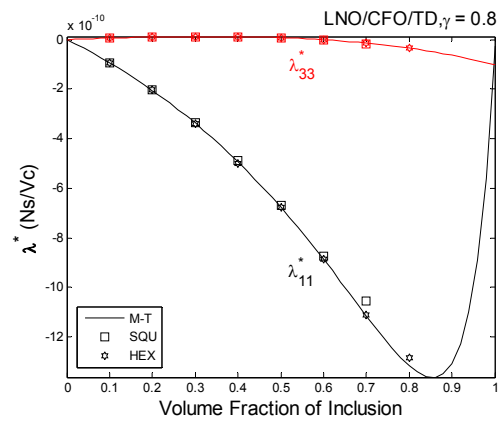
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-26 等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD, $\gamma=0.8$)

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-3：

表 3-3 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓磁/壓磁)

PE	PM	PM
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 0.1$	$\kappa_{r,Shell} = 0.1$	$\kappa_{r,Matrix} = 0.1$
$\mu_{r,Core} = 1$	$\mu_{r,Shell} = 1$	$\mu_{r,Matrix} = 1$
$e_{r,Core} = 8$	$q_{r,Shell} = 8$	$q_{r,Matrix} = 8$

由結果顯示：位於殼層及母材之壓磁材料，在材料性質變動趨勢上，呈現一致之現象(表 3-3 標記範圍)，說明多增設一殼層之非必要性。另外，由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,33}^*$ 分析，如圖 3-27 所示：

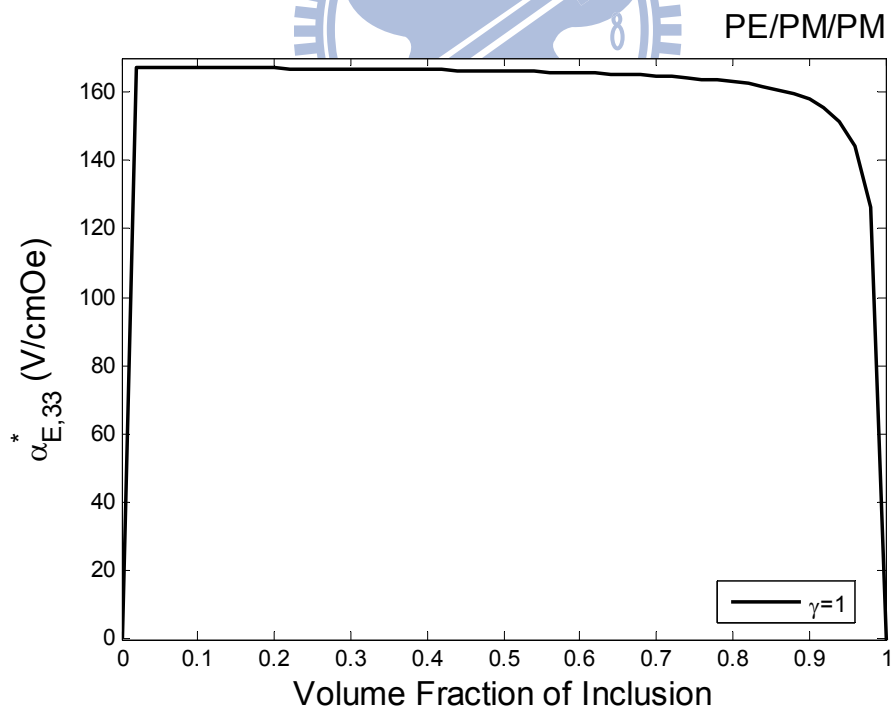


圖 3-27 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓磁/壓磁)

圖 3-27 之分析結果顯示： $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.06、半徑比為 1 時，其最大值

為 167.1V/cmOe，為一雙相材料配置之結果，比未變動前 BTO/CFO 雙相配置最大值 1.36 高出約 123 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：核心選擇以彈性係數 C 較 $BaTiO_3$ 低以及壓電係數 e 較高的 PZT-5J(Lead Zirconate Titanate)作為選擇，再來配置兩個壓磁材料，由於在分析結果中，母材及殼層之彈性係數 C 皆為越低越好、壓磁係數皆為越高越好，以及磁導率皆無影響的狀況下，母材配置以壓電係數 q 較高的 $CoFe_2O_4$ ，以及殼層之彈性係數較 $CoFe_2O_4$ 為低的 Terfenol-D 作為配置(表 3-4)。

表 3-4 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓磁/壓磁)

材料屬性	壓電	壓磁	壓磁
原先材料	BTO	TD	CFO
置換材料	PZT-5J	TD	CFO

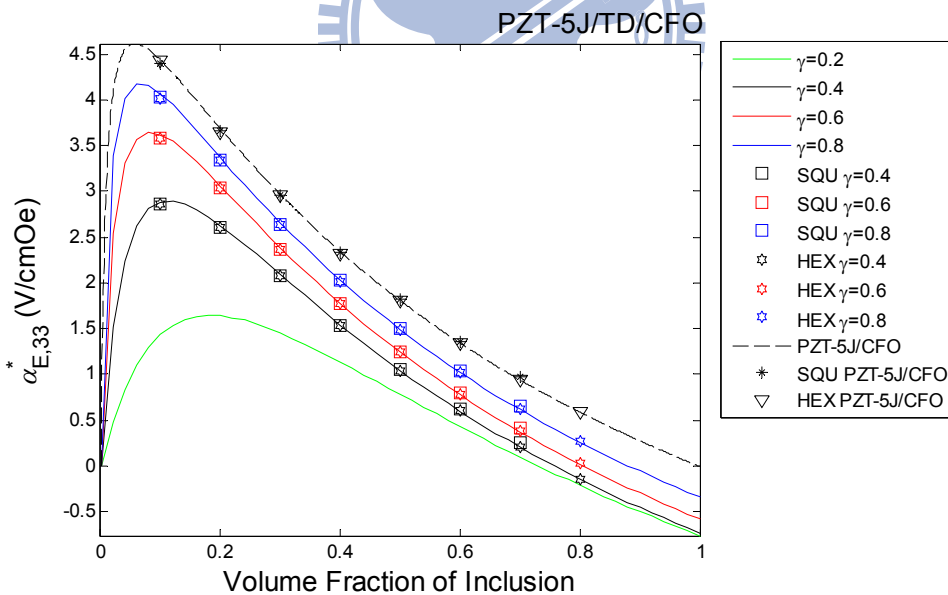
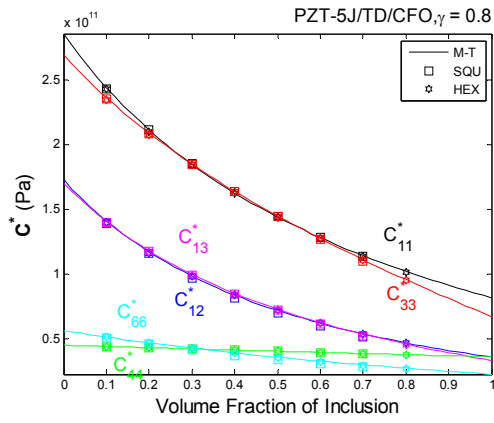
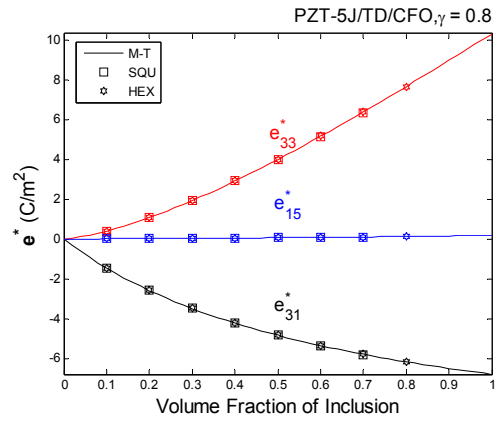


圖 3-28 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(PZT-5J/TD/CFO)

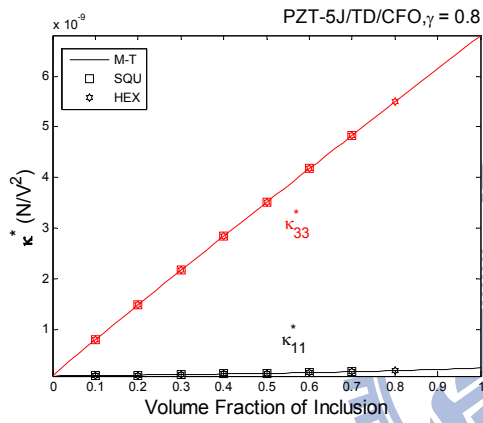
由圖 3-28 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.06、半徑比為時 1，其最大值为 4.61V/cmOe 與未置換前之 1.4V/cmOe 相差約 3.3 倍，由雙相材料 PZT-5J/CFO 所控制。圖 3-29 為 PZT-5J/TD/CFO 等效性質預測結果。



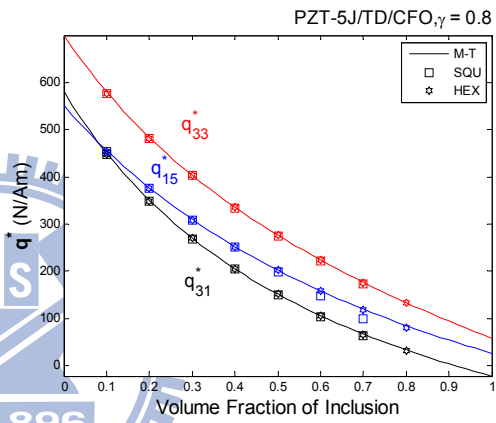
(a) C^*



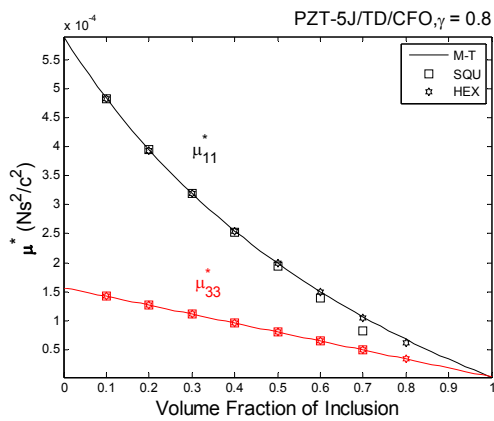
(b) e^*



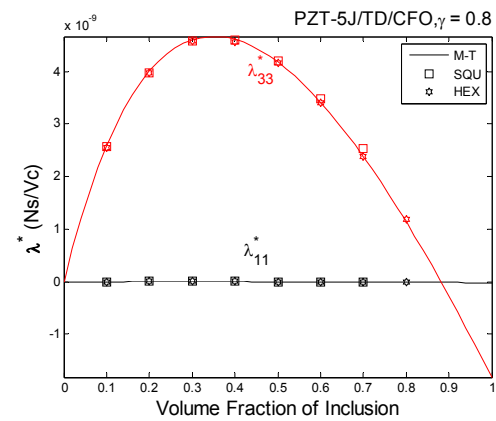
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-29 等效性質與內含物體積比 f 之關係 (PZT-5J/TD/CFO, $\gamma=0.8$)

3-3-2 壓電/壓電/壓磁

(1) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-5：

表 3-5 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓電/壓磁)

PE	PE	PM
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 0.1$	$\kappa_{r,Shell} = 0.1$	$\kappa_{r,Matrix} = 1$
$\mu_{r,Core} = 10$	$\mu_{r,Shell} = 10$	$\mu_{r,Matrix} = 0.1$
$e_{r,Core} = 3.5$	$e_{r,Shell} = 3.5$	$q_{r,Matrix} = 8$

由歸納之結果顯示出，位於核心、殼層之壓電材料，在材料性質變動趨勢上，呈現一致之現象(表 3-5 標記範圍)，而這項結果也意涵著：多增設另一壓電材料於殼層之非必要性。因此， $\alpha_{E,11}^*$ 之最佳化由雙相材料所控制。另外，由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,11}^*$ 分析，如圖 3-30 所示：

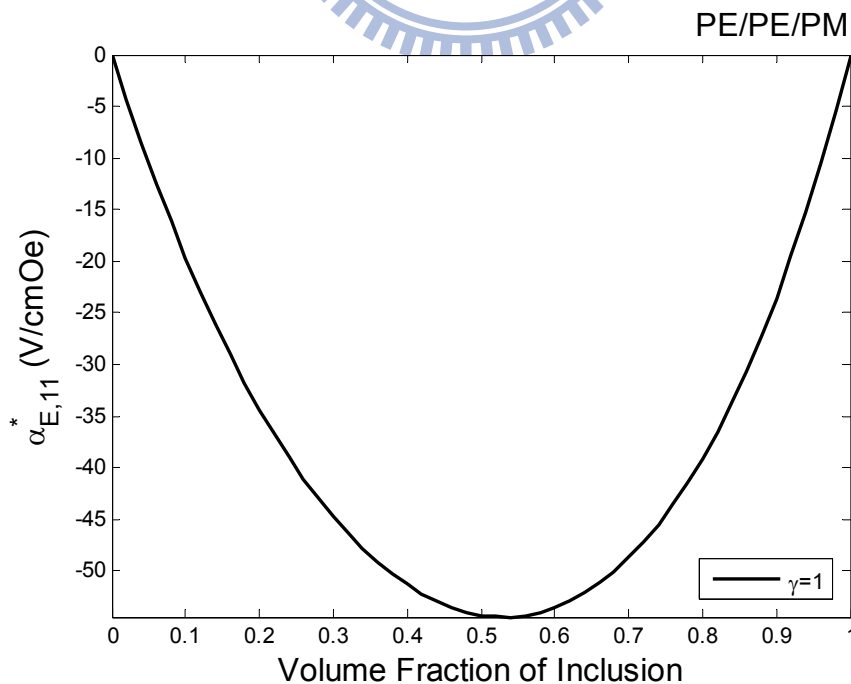


圖 3-30 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓電/壓磁)

由圖 3-30 之分析結果顯示： $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.54、半徑比為 1 時，其最大
 值為-54.45V/cmOe，為一雙相材料配置之結果，且比未變動前 BTO/CFO 雙相配
 置最大值-0.034 高出約 1600 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以彈性係數 C 為低的
 Terfenol-D 作為配置，殼層、核心分別以以介電常數 κ 較 BaTiO₃ 為低的 LiNbO₃
 及 P(VDF-TrFE)作為配置(表 3-6)。

表 3-6 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓電/壓磁)

材料屬性	壓電	壓電	壓磁
原先材料	BTO	PVDF	CFO
置換材料	PVDF	LNO	TD

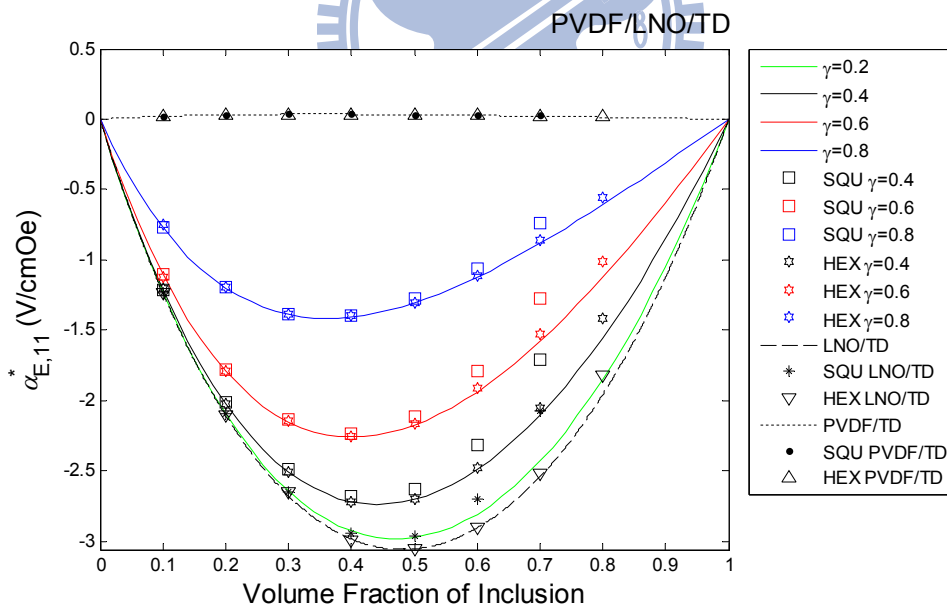
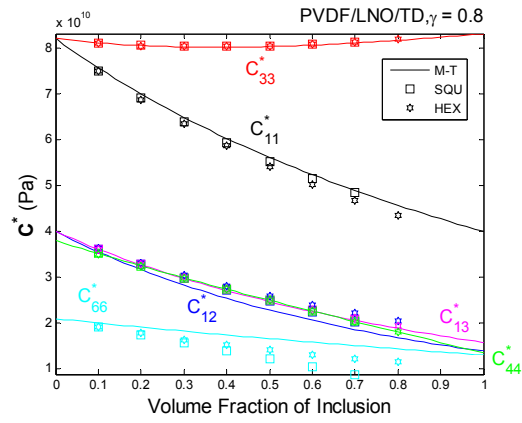
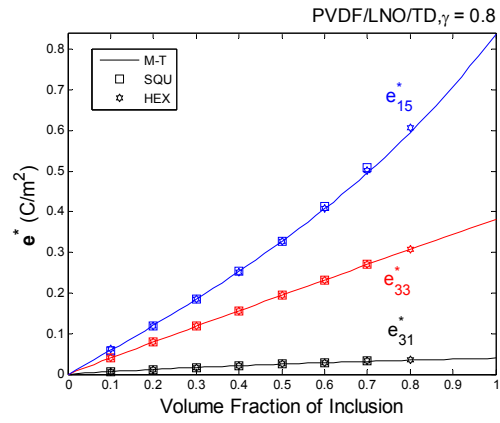


圖 3-31 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(PVDF/LNO/TD)

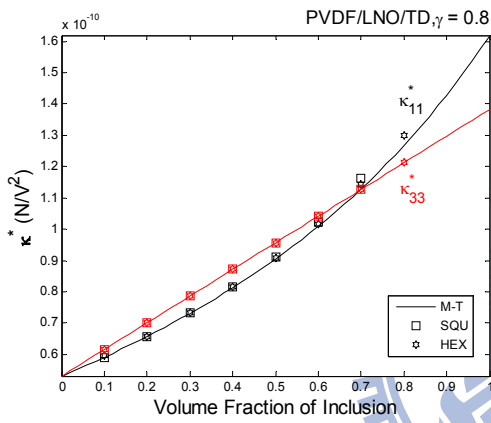
由圖 3-31 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.48、半徑比為 0 時，其
 最大值為-3.06V/cmOe，與未置換前之-0.034V/cmOe 相差約 90 倍，由雙相材料
 LNO/TD 所控制。圖 3-32 為 PVDF/LNO/TD 等效性質預測結果。



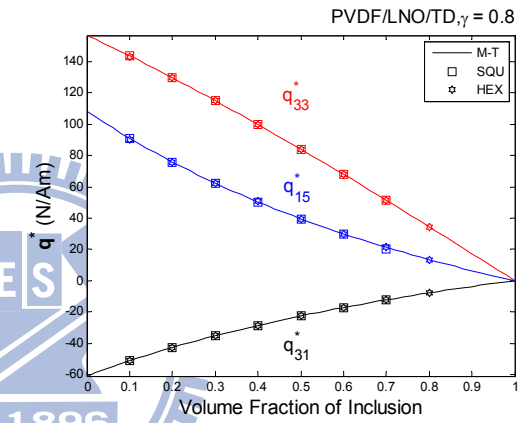
(a) C^*



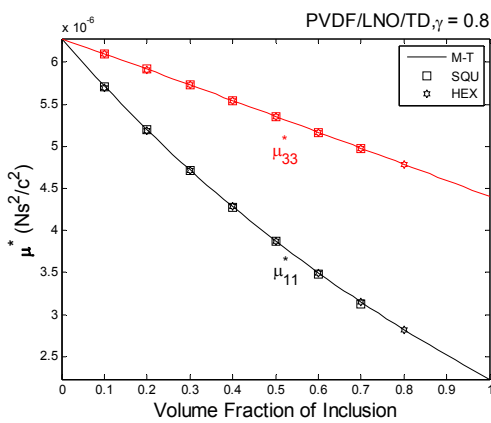
(b) e^*



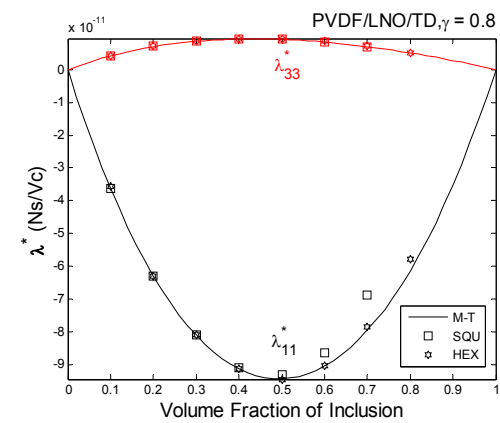
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-32 等效性質與內含物體積比 f 之關係 (PVDF/LNO/TD, $\gamma=0.8$)

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-7：

表 3-7 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓電/壓電/壓磁)

PE	PE	PM
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 0.1$	$\kappa_{r,Shell} = 0.1$	$\kappa_{r,Matrix} = 0.1$
$\mu_{r,Core} = 1$	$\mu_{r,Shell} = 1$	$\mu_{r,Matrix} = 1$
$e_{r,Core} = 8$	$e_{r,Shell} = 8$	$q_{r,Matrix} = 8$

由歸納之結果顯示：位於核心、殼層之壓電材料，在材料性質變動趨勢上，呈現一致之現象(表 3-7 標記範圍)，說明著內含物中多增設一項壓電材料於殼層之非必要性。另外，由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,33}^*$ 分析，如圖 3-33 所示：

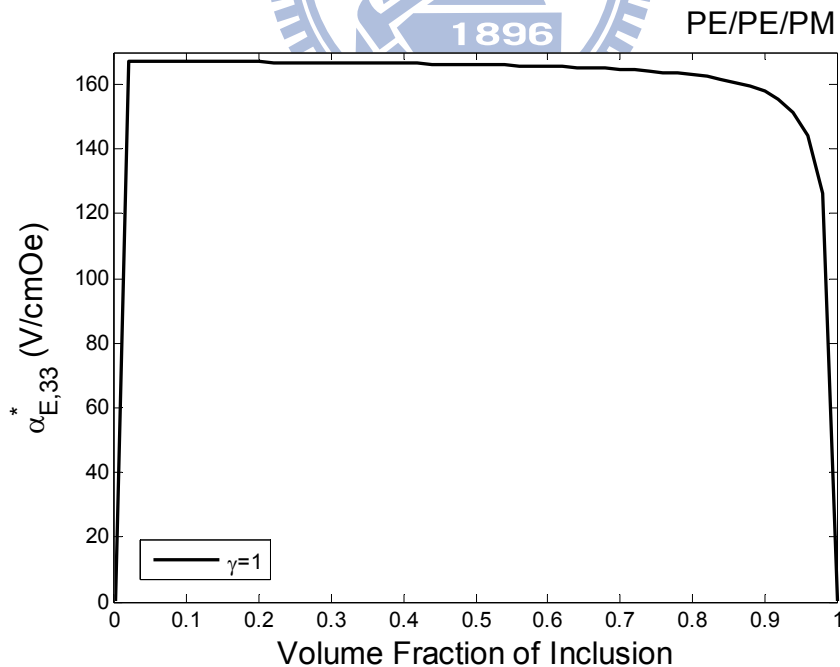


圖 3-33 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓電/壓電/壓磁)

由圖 3-33 之分析結果顯示： $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.06、半徑比為 1 時，其最大
 值為 167.1V/cmOe，為一雙相材料配置之結果，且比未變動前 BTO/CFO 雙相配
 置最大值 1.36 高出約 123 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以壓磁係數 q 較高的
 CoFe₂O₄ 作為選擇，殼層以壓電係數 e 較 BaTiO₃ 為高以及彈性係數 C 為低的
 PZT-5J(Lead Zirconate Titanate)作為配置，核心以介電常數 κ 為低的 LiNbO₃ 做為
 選擇(表 3-8)。

表 3-8 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓電/壓電/壓磁)

材料屬性	壓電	壓電	壓磁
原先材料	BTO	PVDF	CFO
置換材料	LNO	PZT-5J	CFO

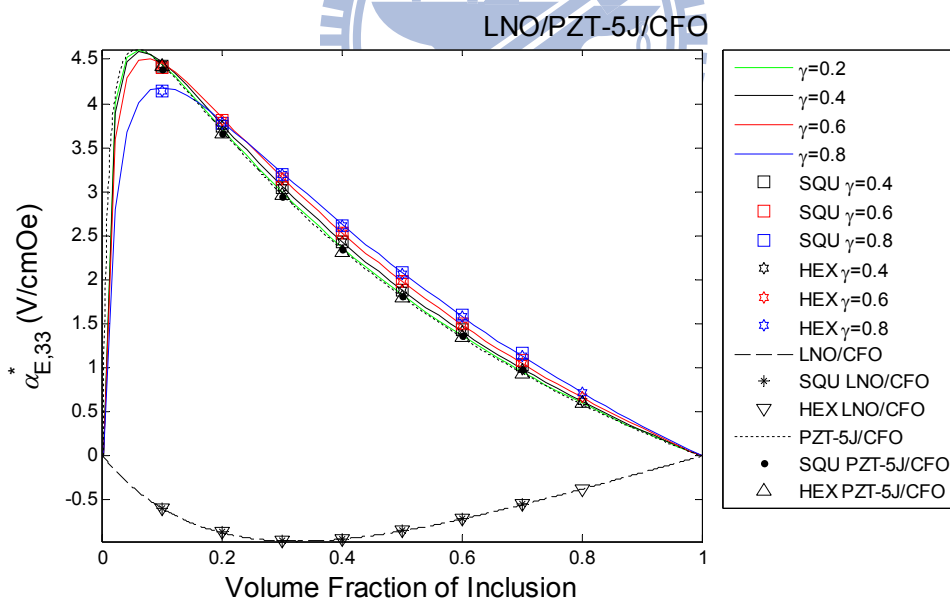
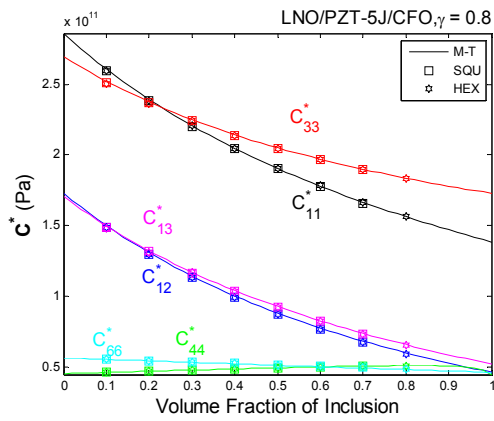
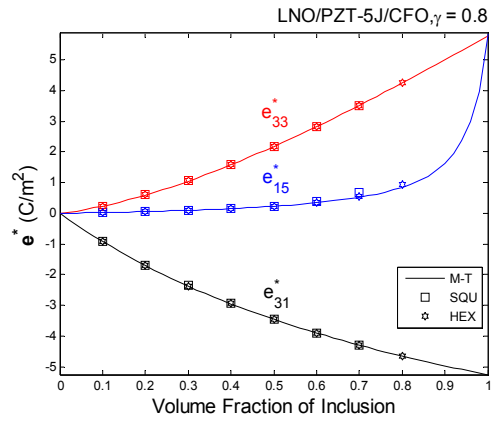


圖 3-34 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(LNO/PZT-5J/CFO)

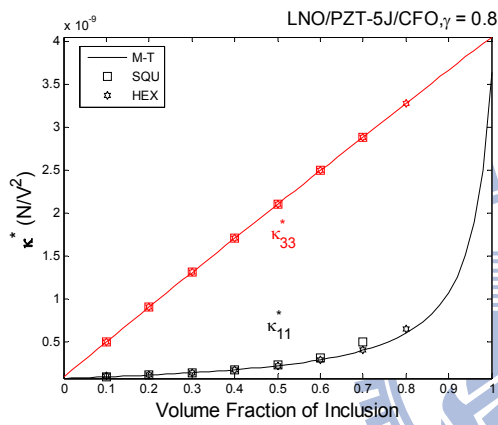
由圖 3-34 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.06、半徑比為 0 時，其
 最大值为 4.61V/cmO 與未置換前之 1.2V/cmOe 相差約 3.8 倍，由雙相材料
 PZT-5J/CFO 所控制。圖 3-35 為 LNO/PZT-5J/CFO 等效性質預測結果。



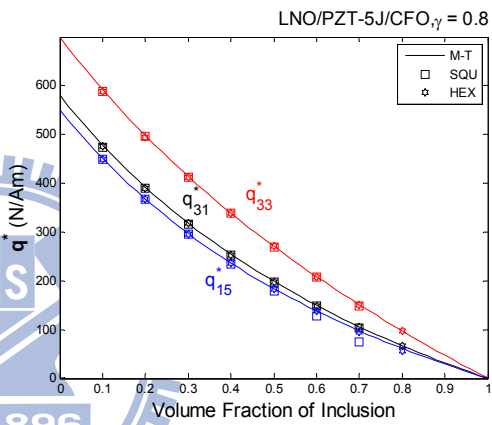
(a) C^*



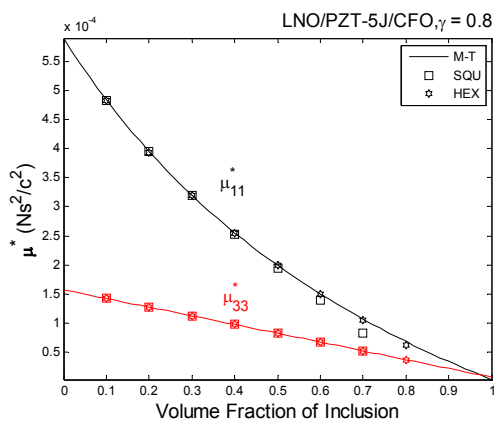
(b) e^*



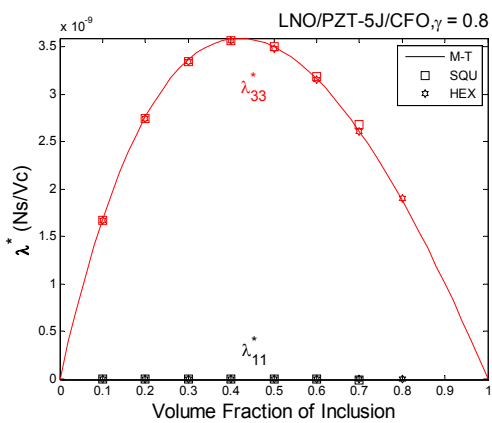
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-35 等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/PZT-5J/CFO, $\gamma=0.8$)

3-3-3 壓磁/壓磁/壓電

(1) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-9 如下：

表 3-9 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓磁/壓電)

PM	PM	PE
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 10$	$\kappa_{r,Shell} = 10$	$\kappa_{r,Matrix} = 0.1$
$\mu_{r,Core} = 0.1$	$\mu_{r,Shell} = 0.1$	$\mu_{r,Matrix} = 10$
$q_{r,Core} = 8$	$q_{r,Shell} = 8$	$e_{r,Matrix} = 3.5$

由歸納之結果顯示出，位於核心、殼層之壓磁材料，皆朝向同一種變動材料特性(表 3-9 標記部分)，可以說明：以壓磁材料作為內含物時，多增設不同種類之壓磁材料於殼層之非必要性。因此，在此配置情形下，以雙相材料之配置較能夠得到 $\alpha_{E,11}^*$ 之最佳化。另外，由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,11}^*$ 分析，如圖 3-36 所示：

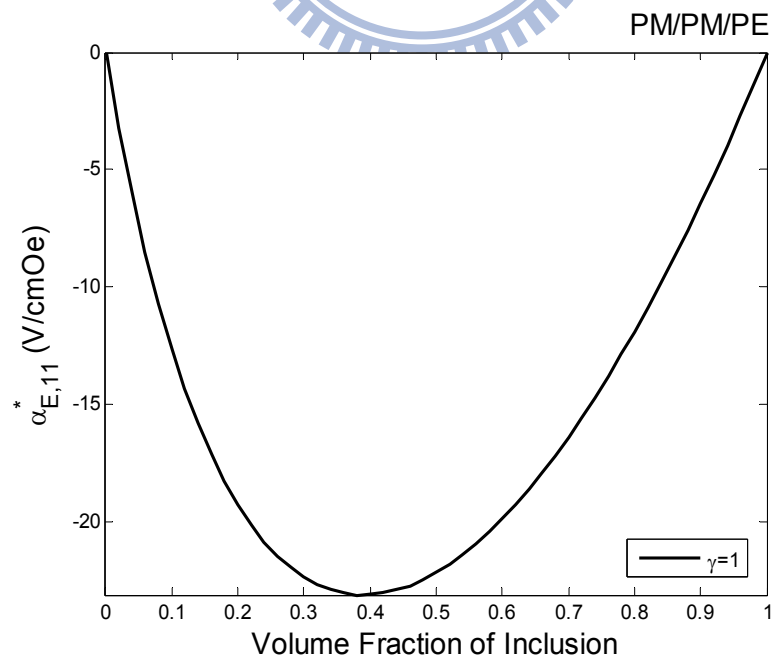


圖 3-36 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 3-36 之分析結果顯示： $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.38、半徑比為 1 時，其最大
 值為-23.10V/cmOe，為一雙相材料配置之結果，且比未變動前 CFO/BTO 雙相配
 置最大值-0.03 高出約 770 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以彈性係數 C 以及介
 電係數 κ 都較 $BaTiO_3$ 低的 $P(VDF-TrFE)$ 作為選擇，再來為兩個壓磁材料的配置，
 以磁導率 μ 較低的 Terfenol-D 作為殼層、核選擇 $CoFe_2O_4$ (表 3-10)。

表 3-10 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓磁/壓電)

材料屬性	壓磁	壓磁	壓電
原先材料	CFO	TD	BTO
置換材料	CFO	TD	PVDF

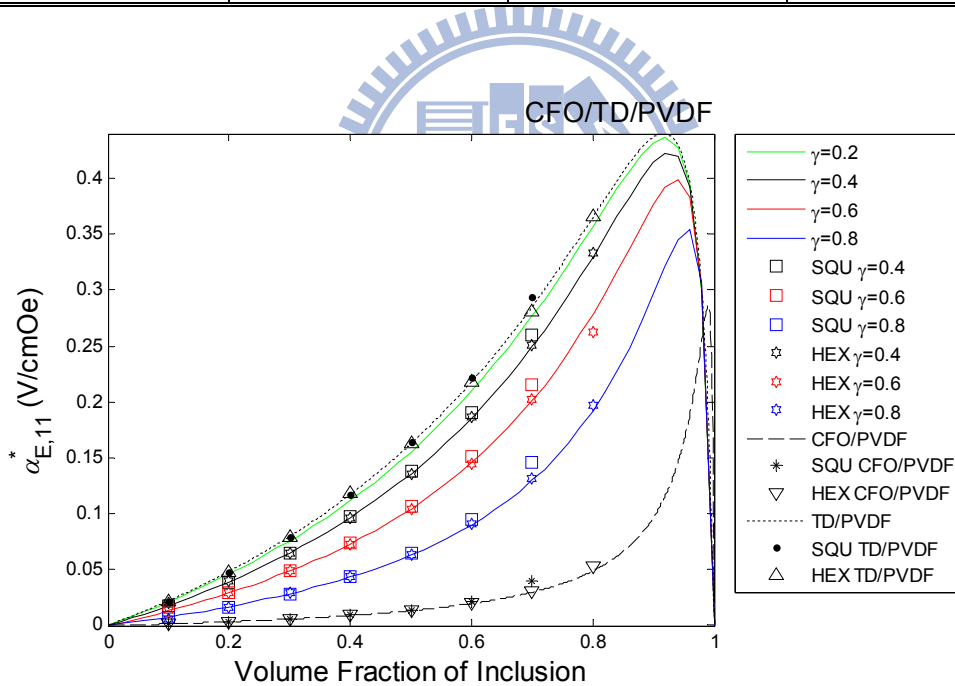


圖 3-37 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/TD/PVDF)

由圖 3-37 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.92、半徑比為 0 時，其
 最大值为 0.44V/cmOe 與未置換前之-0.028V/cmOe 絕對值相差約 15.7 倍，由雙
 相材料 TD/PVDF 所控制。圖 3-38 為 CFO/TD/PVDF 等效性質預測結果。

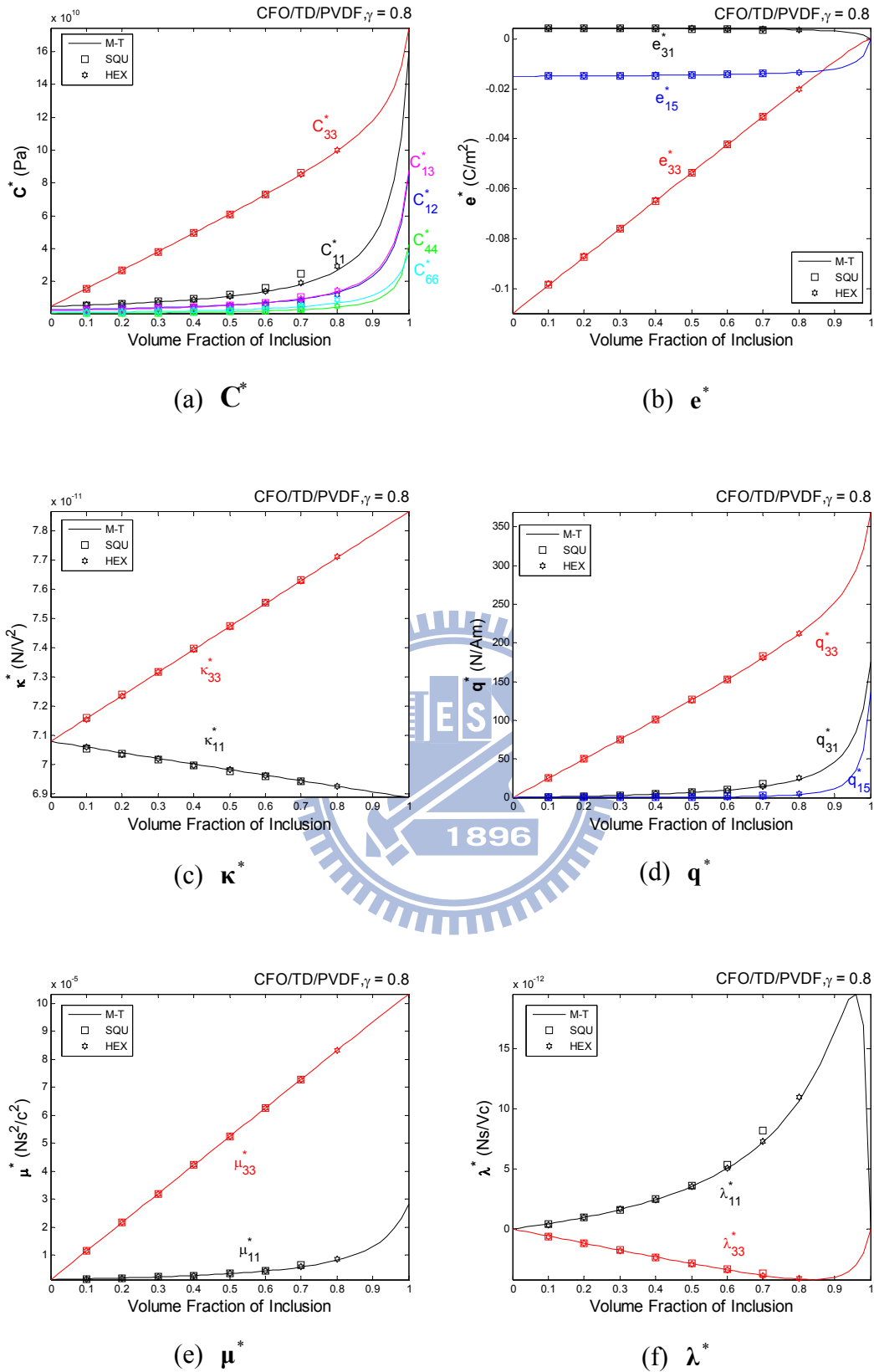


圖 3-38 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF, $\gamma=0.8$)

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-11：

表 3-11 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓磁/壓電)

PM	PM	PE
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 0.1$	$\kappa_{r,Shell} = 0.1$	$\kappa_{r,Matrix} = 0.1$
$\mu_{r,Core} = 1$	$\mu_{r,Shell} = 1$	$\mu_{r,Matrix} = 1$
$q_{r,Core} = 8$	$q_{r,Shell} = 8$	$e_{r,Matrix} = 8$

由表 3-11 之歸納結果顯示：核心、殼層在材料性質變動趨勢上，呈現一致之現象(表 3-11 標記範圍)，說明著增設一殼層之非必要性。

由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,33}^*$ 分析，如圖 3-39 所示：

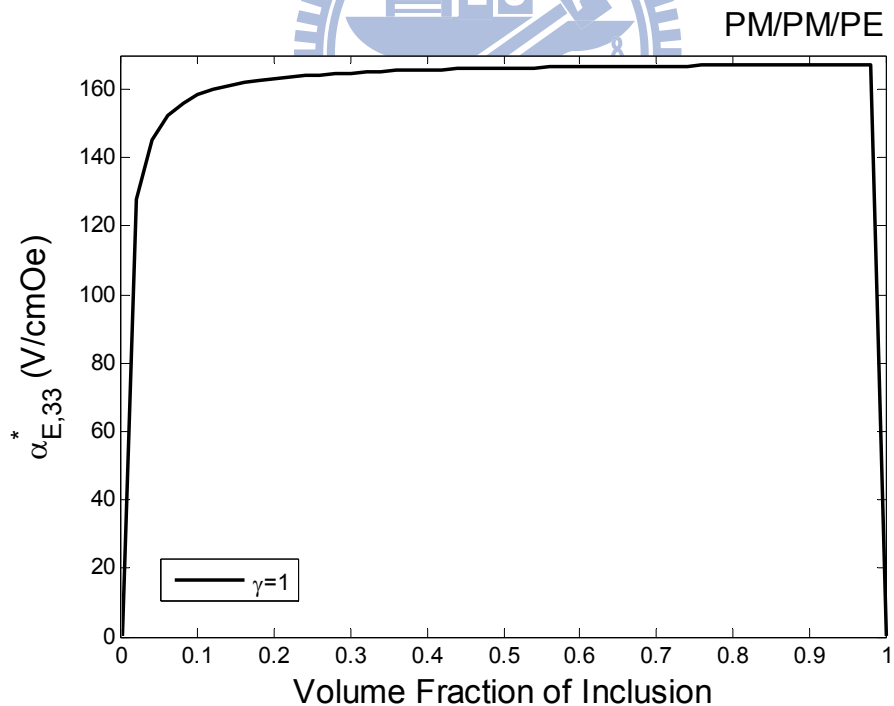


圖 3-39 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 3-39 之分析結果顯示： $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.94、半徑比為 1 時，其最大

值為 167.2V/cmOe，為一雙相材料配置之結果，且比未變動前 CFO/BTO 雙相配置最大值 1.48 高出約 113 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以彈性係數 C 較 $BaTiO_3$ 低以及壓電係數 e 較高的 PZT-5J(Lead Zirconate Titanate)作為選擇，再來為兩個壓磁材料的配置，以壓電係數 q 較高的 $CoFe_2O_4$ 作為殼層、核選擇 Terfenol-D(表 3-12)。

表 3-12 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓磁/壓電)

材料屬性	壓磁	壓磁	壓電
原先材料	CFO	TD	BTO
置換材料	TD	CFO	PZT-5J

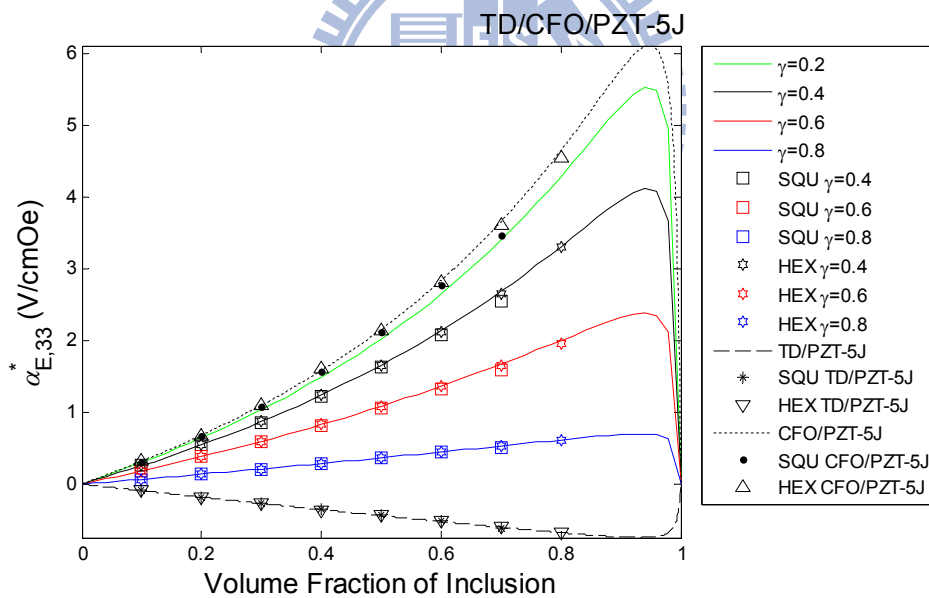
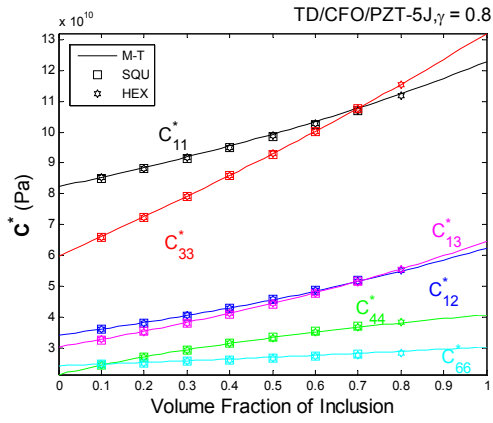
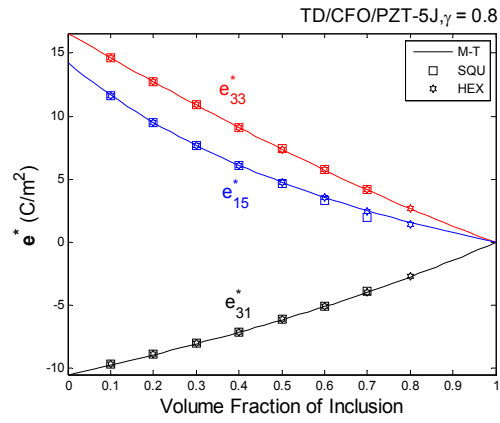


圖 3-40 $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(TD/CFO/PZT-5J)

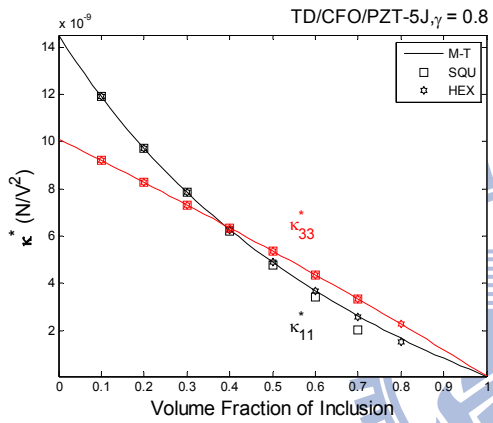
由圖 3-40 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.94、半徑比為 0 時，其最大值为 6.09V/cmOe 與未置換前之 1.48V/cmOe 相差約 4.1 倍，由雙相材料 CFO/PZT-5J 所控制。圖 3-41 為 TD/CFO/PZT-5J 等效性質預測結果。



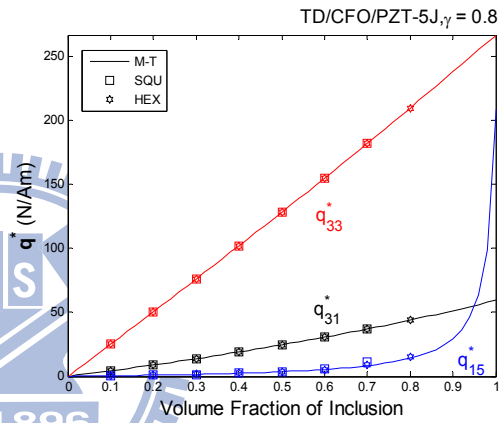
(a) C^*



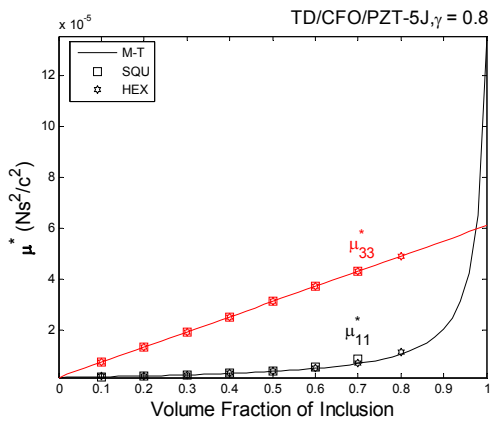
(b) e^*



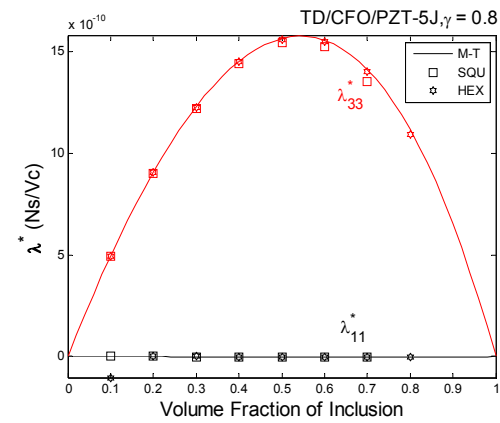
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-41 等效性質與內含物體積比 f 之關係 (TD/CFO/PZT-5J, $\gamma=0.8$)

3-3-4 壓磁/壓電/壓電

(1) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

$\alpha_{E,11}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-13：

表 3-13 $\alpha_{E,11}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓電/壓電)

PM	PE	PE
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 10$	$\kappa_{r,Shell} = 10$	$\kappa_{r,Matrix} = 0.1$
$\mu_{r,Core} = 0.1$	$\mu_{r,Shell} = 10$	$\mu_{r,Matrix} = 10$
$q_{r,Core} = 8$	$e_{r,Shell} = 8$	$e_{r,Matrix} = 8$

由表 3-13 之歸納結果顯示出，位於殼層與母材之壓電材料在提升 $\alpha_{E,11}^*$ 方面需求之介電常數之特性有所不同，說明著增設殼層對提升 $\alpha_{E,11}^*$ 之重要性。

由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,11}^*$ 分析，如圖 3-42 所示：

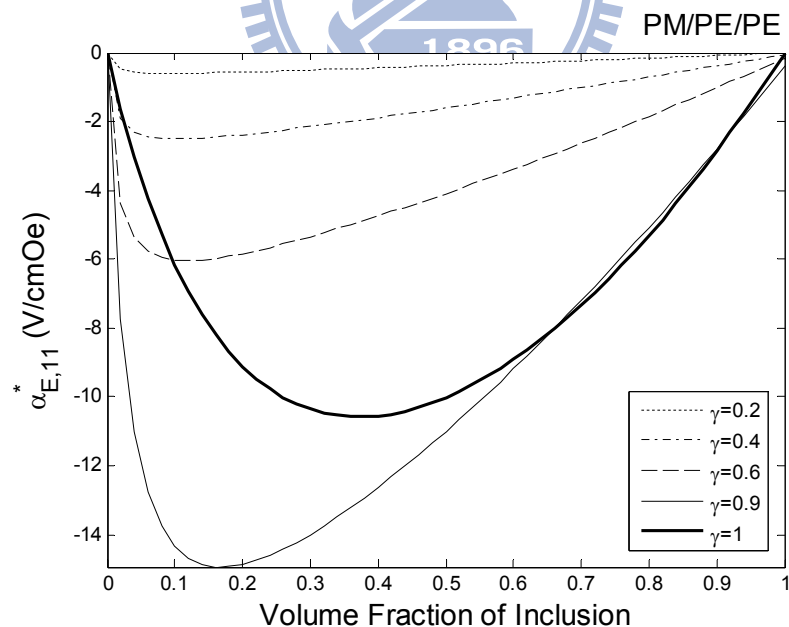


圖 3-42 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓電/壓電)

由圖 3-42 之分析結果顯示： $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.16、半徑比為 0.9 時，其最

大值為-14.94V/cmOe，為一三相材料配置之結果，且比未變動前 CFO/BTO 雙相配置最大值-0.03 高出約 500 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以彈性係數 C 以及介電常數 κ 較 BaTiO₃ 為低的 P(VDF-TrFE)作為選擇，再來殼層以壓電係數 e 為低的 LiNbO₃ 做為選擇，核心以彈性係數 C 以及磁導率 μ 較 CoFe₂O₄ 為低的 Terfenol-D 配置(表 3-14)。

表 3-14 $\alpha_{E,11}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓電/壓電)

材料屬性	壓磁	壓電	壓電
原先材料	CFO	PVDF	BTO
置換材料	TD	LNO	PVDF

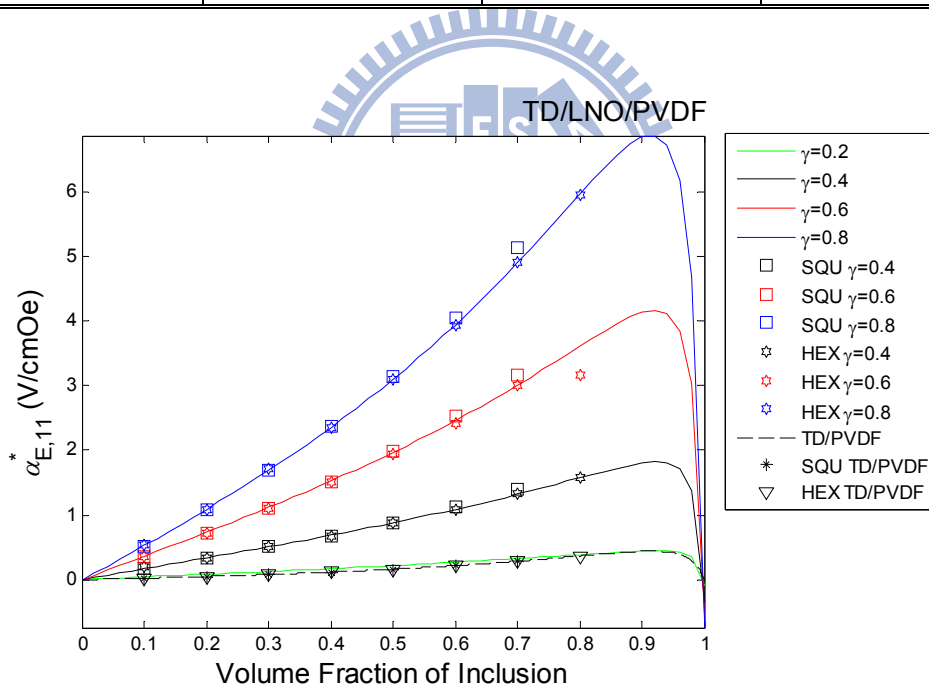


圖 3-43 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比、半徑比之關係(TD/LNO/PVDF)

由圖 3-43 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,11}^*$ 在體積比為 0.92、半徑比為 0.8 時，其最大值為 6.87V/cmOe 與未置換前之 0.052V/cmOe 相差約 132 倍，與 TD/PVDF 雙相材料之最大值 0.44V/cmOe 相差約 15.6 倍，因此，壓磁/壓電/壓電之最大值由三相材料所控制。圖 3-44 為 TD/LNO/PVDF 等效性質預測結果。

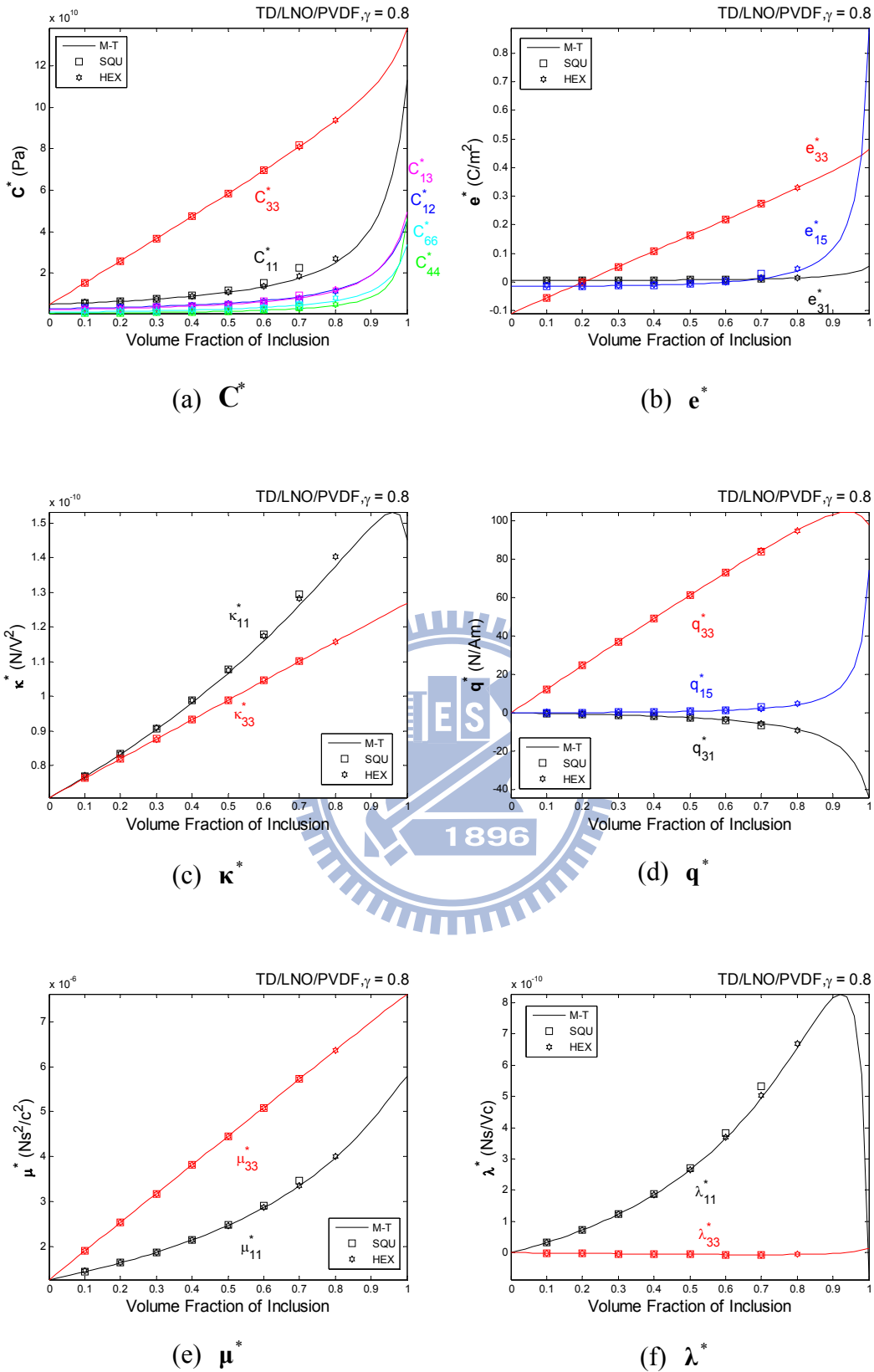


圖 3-44 等效性質與內含物體積比 f 之關係 (TD/LNO/PVDF, $\gamma = 0.8$)

(2)磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

$\alpha_{E,33}^*$ 最佳化之變動參數設置，參考表 3-15 如下：

表 3-15 $\alpha_{E,33}^*$ 材料性質最佳化參數(壓磁/壓電/壓電)

PM	PE	PE
$C_{r,Core} = 0.025$	$C_{r,Shell} = 0.025$	$C_{r,Matrix} = 0.025$
$\kappa_{r,Core} = 0.1$	$\kappa_{r,Shell} = 0.1$	$\kappa_{r,Matrix} = 1$
$\mu_{r,Core} = 1$	$\mu_{r,Shell} = 1$	$\mu_{r,Matrix} = 1$
$q_{r,Core} = 8$	$e_{r,Shell} = 8$	$e_{r,Matrix} = 8$

由表 3-15 之歸納結果顯示：殼層與母材之壓電材料在材料性質變動趨勢上，呈現一致之現象(表 3-15 標記範圍)，說明著多增設一不同種類之壓電材料於殼層之非必要性。另外，由表中結果進行不同體積比、半徑比對 $\alpha_{E,33}^*$ 分析，如圖 3-45 所示：

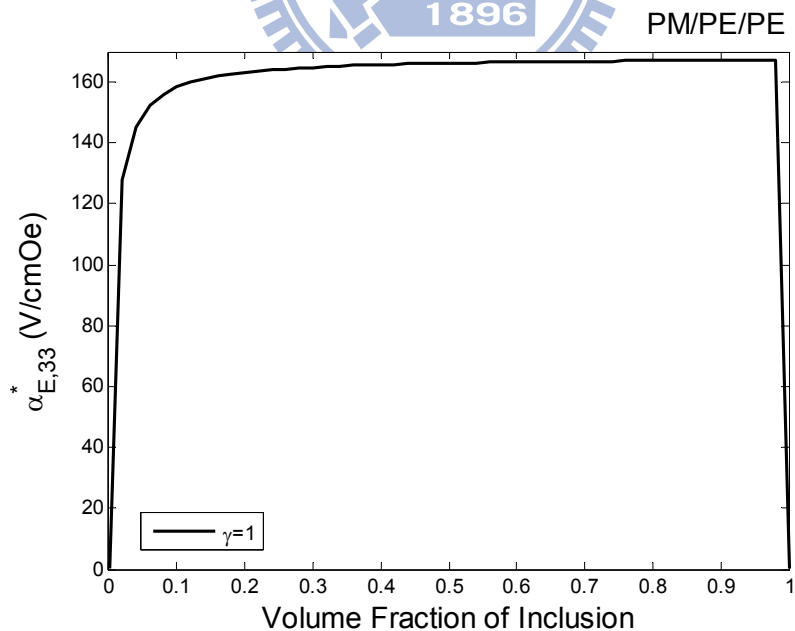


圖 3-45 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(壓磁/壓電/壓電)

由圖 3-45 之分析結果顯示： $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.94、半徑比為 1 時，其最大
 值為 167.2V/cmOe，為一雙相材料配置之結果，且比未變動前 CFO/BTO 雙相配
 置最大值 1.48 高出約 500 倍，證實最佳化之可行性。

藉由上述之分析及驗證，在實際材料之配置上：母材以彈性係數 C 較 BaTiO₃
 為低以及壓電係數 e 較高的 PZT-5J(Lead Zirconate Titanate)作為選擇，再來殼層
 以介電常數 κ 為低的 LiNbO₃ 做為選擇，核心以壓磁係數 q 為高的 CoFe₂O₄ 做為
 配置(表 3-16)。

表 3-16 $\alpha_{E,33}^*$ 實際材料之最佳化(壓磁/壓電/壓電)

材料屬性	壓磁	壓電	壓電
原先材料	CFO	PVDF	BTO
置換材料	CFO	LNO	PZT-5J

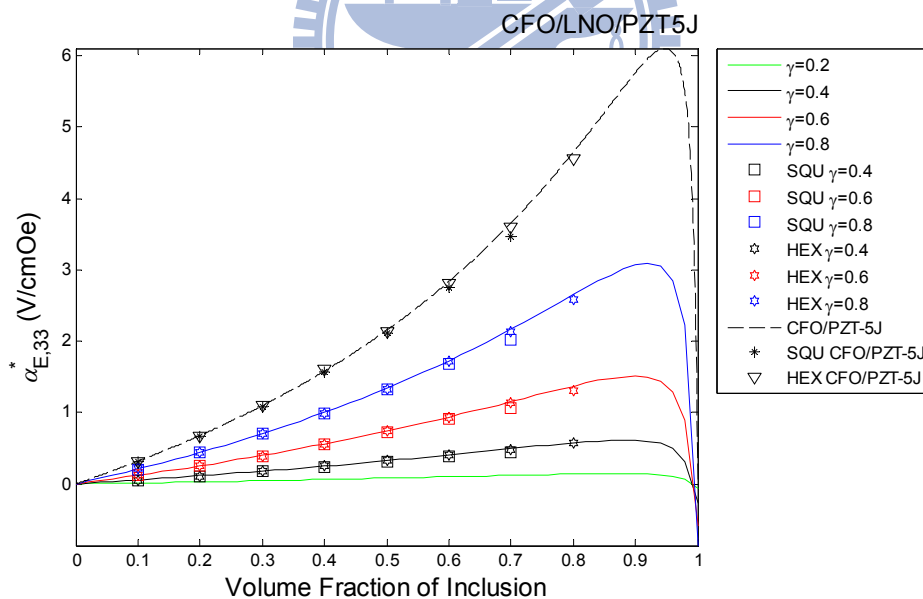
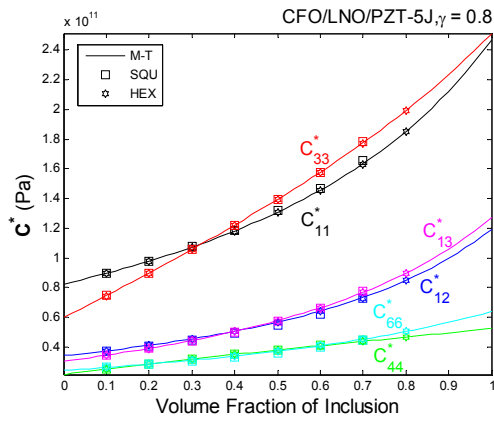
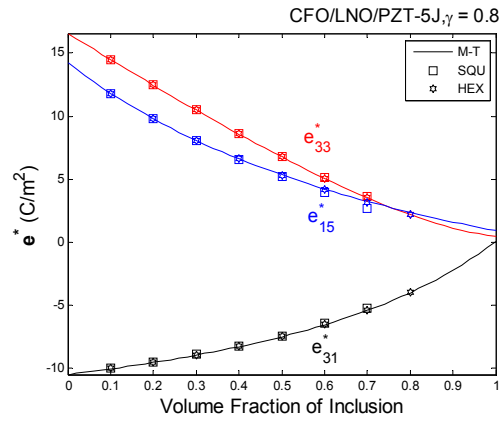


圖 3-46 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化與內含物體積比、半徑比之關係(CFO/LNO/PZT-5J)

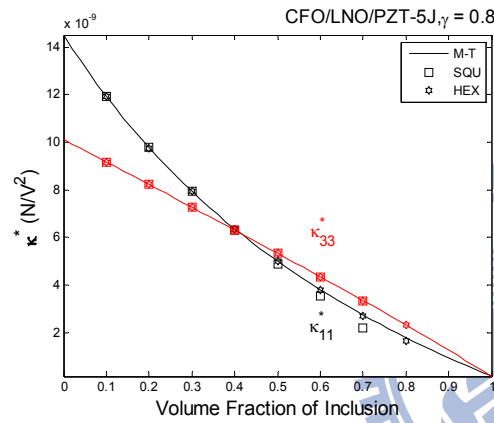
由圖 3-46 顯示：經由置換材料後 $\alpha_{E,33}^*$ 在體積比為 0.94、半徑比為 1 時，其
 最大值為 6.09V/cmOe 與未置換前之 1.48V/cmOe 相差約 4.1 倍，由雙相材料
 CFO/PZT-5J 所控制。圖 3-47 為 CFO/LNO/PZT-5J 等效性質預測結果。



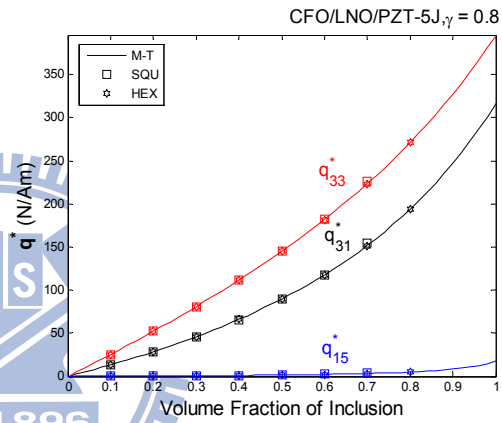
(a) C^*



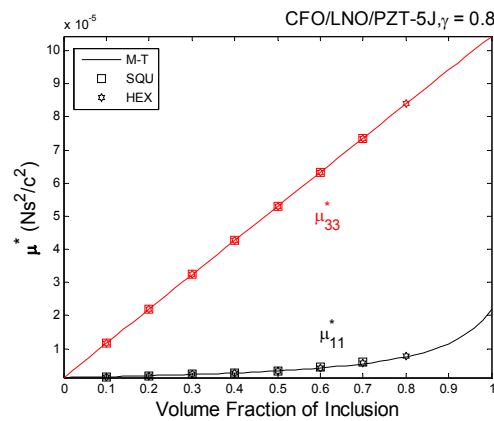
(b) e^*



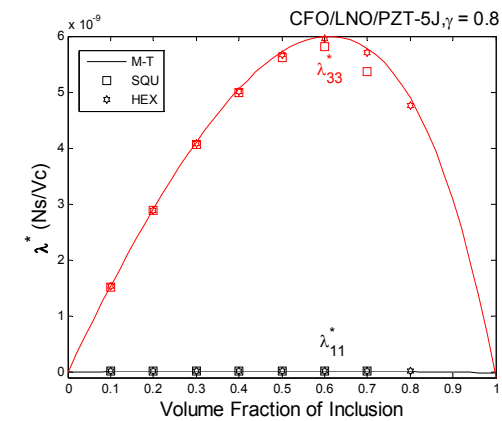
(c) κ^*



(d) q^*



(e) μ^*



(f) λ^*

圖 3-47 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/PZT-5J, $\gamma=0.8$)

3-3-5 結果與討論

由上述四個案例之分析，將 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之最大值及其發生位置，以及最佳化之材料屬性(雙相或三相)結果作一彙整，以表 3-17 形式表示：

表 3-17 不同配置下變動材料性質之磁電效應最佳化比較

ME	材料配置	ME 最大值(V/cmOe)	材料屬性	體積比	半徑比
$\alpha_{E,11}^*$	PE/PM/PM	-42.68	三相	0.8	0.9
	PE/PE/PM	-54.45	兩相	0.54	1
	PM/PM/PE	-23.10	兩相	0.38	1
	PM/PE/PE	-14.94	三相	0.16	0.9
$\alpha_{E,33}^*$	PE/PM/PM	167.10	兩相	0.06	1
	PE/PE/PM	167.10	兩相	0.06	1
	PM/PM/PE	167.20	兩相	0.94	1
	PM/PE/PE	167.20	兩相	0.94	1
備註	1.磁電效應(Magnetoelectricity,ME) 2.未變動前 BTO/CFO $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 最大值分別為-0.034 及 1.36(V/cmOe)。 3.未變動前 CFO/BTO $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 最大值分別為-0.03 及 1.48(V/cmOe)。				

綜合表 3-17 與本節觀察結果，依序歸納如下：

1. 壓電/壓磁/壓磁配置下，在殼層增設另一種壓磁材料有助於彌補母材部份性質之不足，藉以提升 $\alpha_{E,11}^*$ 。
2. 壓磁/壓電/壓電配置下，在殼層增設另一種壓電材料有助於彌補母材部份性質之不足，藉以提升 $\alpha_{E,11}^*$ 。
3. 由 1、2 點可得之：若欲得三相材料 $\alpha_{E,11}^*$ 最大值，則母材與殼層之配置由同一種屬性(壓電或壓磁)之不同材料相互搭配。
4. 對於壓電/壓電/壓磁、壓磁/壓磁/壓電兩種配置在提升 $\alpha_{E,11}^*$ 方面，核心與殼層配置同屬性(壓電或壓磁)材料時，不需再額外配置性質不同的材料。

5. 對於四種配置下之結果 $\alpha_{E,33}^*$ 之最佳化皆由雙相材料控制。
6. 變動材料參數方面值得注意的地方：
 - i. 壓磁材料中的介電常數對磁電電壓係數之影響能力遠小於壓電材料中的介電常數所提供之。
 - ii. 部分壓電係數在約 BTO 壓電係數 3.5 倍時有 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 最大值呈現。
 - iii. 任一配置下，磁導率對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響可不列入考慮。

由 3-2、3-3 節之磁電效應分析中，對於實際材料最佳化前後之 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 之變化，以及最佳化後與雙相材料配置下之 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 比較結果，分別由表 3-18 與表 3-19 呈現：

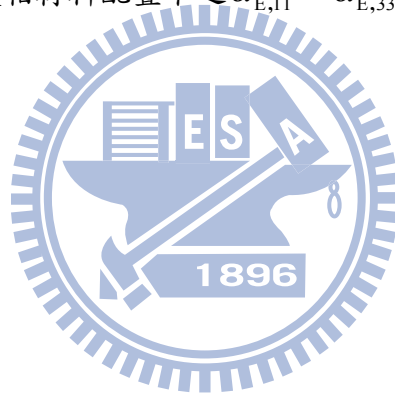


表 3-18 最佳化前後 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 比較

ME	材料配置	材料種類	f	γ	屬性	ME 最大值	倍數
$\alpha_{E,11}^*$	PE/PM/PM	BTO/TD/CFO	1	0.7	兩相	-0.50	21.4
		LNO/CFO/TD	0.78	0.8	三相	-10.72	
	PE/PE/PM	BTO/PVDF/CFO	0.34	1	兩相	-0.03	90
		PVDF/LNO/TD	0.48	0	兩相	-3.06	
	PM/PM/PE	CFO/TD/BTO	0.98	1	兩相	-0.03	15.7
		CFO/TD/PVDF	0.92	0	兩相	0.44	
PM/PE/PE	CFO/PVDF/BTO	1	0.9	兩相	0.05	132	
	TD/LNO/PVDF	0.92	0.8	三相	6.87		
$\alpha_{E,33}^*$	PE/PM/PM	BTO/TD/CFO	0.06	1	兩相	1.40	3.3
		PZT-5J/TD/CFO	0.06	1	兩相	4.61	
	PE/PE/PM	BTO/PVDF/CFO	0.06	1	兩相	1.40	3.3
		LNO/PZT-5J/CFO	0.06	0	兩相	4.61	
	PM/PM/PE	CFO/TD/BTO	0.94	1	兩相	1.50	4.1
		TD/CFO/PZT-5J	0.94	0	兩相	6.09	
PM/PE/PE	CFO/PVDF/BTO	0.94	1	兩相	1.50	4.1	
	CFO/LNO/PZT-5J	0.94	1	兩相	6.09		
備註	1.磁電效應(Magnetolectricity,ME)；單位：(V/cmOe)。 2.本表所取之內含物體積百分比 f 及半徑比 γ 為磁電效應最大值位置。 3.倍數數值取絕對值表示。						

由表 3-18 中，對於最佳化配置後之結果顯示， $\alpha_{E,11}^*$ 之最大值係由三相材料之 LNO/CFO/TD 配置下所提供； $\alpha_{E,33}^*$ 之最大值之則由兩相材料之 CFO/PZT-5J 配置下所提供。

表 3-19 最佳化後與雙相材料配置下之 $\alpha_{E,11}^*$ 、 $\alpha_{E,33}^*$ 比較

ME	材料配置	材料種類	f	γ	屬性	ME 最大值	倍數
$\alpha_{E,11}^*$	PE/PM/PM	LNO/TD	0.48	---	兩相	-3.06	3.5
		LNO/CFO/TD	0.78	0.8	三相	-10.72	
	PE/PE/PM	LNO/TD	0.48	---	兩相	-3.06	1
		PVDF/LNO/TD	0.48	0	兩相	-3.06	
	PM/PM/PE	TD/PVDF	0.92	---	兩相	0.44	1
		CFO/TD/PVDF	0.92	0	兩相	0.44	
PM/PE/PE	TD/PVDF	0.92	---	兩相	0.44	15.6	
	TD/LNO/PVDF	0.92	0.8	三相	6.87		
$\alpha_{E,33}^*$	PE/PM/PM	PZT-5J/CFO	0.06	---	兩相	4.61	1
		PZT-5J/TD/CFO	0.06	1	兩相	4.61	
	PE/PE/PM	PZT-5J/CFO	0.06	---	兩相	4.61	1
		LNO/PZT-5J/CFO	0.06	0	兩相	4.61	
	PM/PM/PE	CFO/PZT-5J	0.94	---	兩相	6.09	1
		TD/CFO/PZT-5J	0.94	0	兩相	6.09	
	PM/PE/PE	CFO/PZT-5J	0.94	---	兩相	6.09	1
		CFO/LNO/PZT-5J	0.94	1	兩相	6.09	

備註

- 1.磁電效應(Magnetolectricity,ME)；單位：(V/cmOe)。
- 2.本表所取之內含物體積百分比 f 及半徑比 γ 為磁電效應最大值位置。
- 3.倍數數值取絕對值表示。

由表 3-19 之三相材料與雙相材料之比較結果顯示出：在 LNO/CFO/TD 與 TD/LNO/PVDF 之配置下，所造成的 $\alpha_{E,11}^*$ 皆高於雙相材料配置下之 $\alpha_{E,11}^*$ ，說明著以三相纖維狀複合材料提升 $\alpha_{E,11}^*$ 之可行性。

3-4 結論

由前述之最佳化分析中：壓電/壓磁/壓磁經由最佳化得到 LNO/CFO/TD 之 $\alpha_{E,11}^*$ 值為-10.72(V/cmOe)比未最佳化前 BTO/TD/CFO 配置之-0.5(V/cmOe)高出約 21 倍、比雙相材料 LNO/TD 之-3.06(V/cmOe)高出約 3.5 倍；壓磁/壓電/壓電經由最佳化得到 TD/LNO/PVDF 之 $\alpha_{E,11}^*$ 值為 6.87 (V/cmOe)比未最佳化前 CFO/PVDF/BTO 配置之 0.05 (V/cmOe)高出約 132 倍、比雙相材料 TD/PVDF 之 0.44 (V/cmOe)高出約 15.6 倍。

以下將前述各節之結果及分析要點依序歸納如下：

- i. 當母材與殼層同為壓電或壓磁材料時，磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 之最大值由三相材料所控制。
- ii. 核心與殼層同為壓電或壓磁材料時，磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 之最大值由兩相材料所控制。
- iii. 在任何配置下時 $\alpha_{E,33}^*$ 之最大值結果皆由雙相材料所控制，說明增加一殼層狀結構用於提升 $\alpha_{E,33}^*$ 是沒有助益的。
- iv. 由分析之過程中觀察到 $\alpha_{E,33}^*$ 之最大值發生位置皆發生在體積比 0.06 及 0.94，此點將有利於往後之 $\alpha_{E,33}^*$ 於材料分析過程中，排除體積比、半徑比之影響，將分析之過程簡化並可將重點著眼於材料之開發及分析上。
- v. 在有限元素與理論間之誤差性分析中，說明建模之正確性以及以正六邊形體積代表元素模擬橫向等向性材料之正確性。
- vi. 由附錄 A 之結果及 3-3 節之驗證程序修正下，提出不同配置於提升磁電效應之相對係數關係，並以表 3-20 及表 3-21 之方式呈現：

表 3-20 磁電效應最佳化相對係數關係(壓電/壓磁(壓電)/壓磁)

材料係數與磁電耦合係數之關係												
壓電/壓磁/壓磁						壓電/壓電/壓磁						
$\alpha_{E,11}^*$			$\alpha_{E,33}^*$			$\alpha_{E,11}^*$			$\alpha_{E,33}^*$			
壓電	壓磁	壓磁	壓電	壓磁	壓磁	壓電	壓電	壓磁	壓電	壓電	壓磁	
C	低	低	低	低	低	低	低	低	低	低	低	
e	2~6	---	---	高	---	---	3~5	3~5	---	高	高	---
q	---	低	高	---	高	高	---	---	高	---	---	高
κ	低	無	低	低	低	低	低	低	無	低	低	低
μ	高	高	低	無	無	無	高	高	低	無	無	無
配置	LNO/CFO/TD			PZT-5J/TD/CFO			P(VDF-TrFE)/LNO/TD			LNO/PZT-5J/CFO		
備註	表中壓磁、壓電相係數之降低提升皆分別相對於 CoFe_2O_4 以及 BaTiO_3 。											

表 3-21 磁電效應最佳化相對係數關係(壓磁/壓磁(壓電)/壓電)

材料係數與磁電耦合係數之關係												
壓磁/壓磁/壓電						壓磁/壓電/壓電						
$\alpha_{E,11}^*$			$\alpha_{E,33}^*$			$\alpha_{E,11}^*$			$\alpha_{E,33}^*$			
壓磁	壓磁	壓電	壓磁	壓磁	壓電	壓磁	壓電	壓電	壓磁	壓電	壓電	
C	低	低	低	低	低	低	低	低	低	低	低	
e	---	---	3~4	---	---	高	---	低	---	高	高	
q	高	高	---	高	高	---	---	---	高	---	---	
κ	無	無	低	無	無	低	無	高	低	無	低	
μ	低	低	高	無	無	無	低	高	高	無	無	
配置	CFO/TD/P(VDF-TrFE)			TD/CFO/PZT-5J			TD/LNO/P(VDF-TrFE)			CFO/LNO/PZT-5J		
備註	表中壓磁、壓電相係數之降低提升皆分別相對於 CoFe_2O_4 以及 BaTiO_3 。											

第四章 壓電壓磁複合材料非完美交界面分析

前述章節描述磁電效應皆是假設界面為完美的狀態(Perfect interface)，然而，在真實材料之界面中存在的缺陷問題將直接導致實際與理論結果上的落差，因此，在本章節藉由雙相壓電壓磁複合材料(BTO/CFO)模擬非完美交界面(Imperfect interface)分析對磁電效應之影響。模擬方式採內含物與母材間置入一界面相材料(相當於半徑比取微小狀況下之三相殼層結構，參考圖 4-1)，而材料性質取已知之 BTO 及 CFO 作為基材，依序乘上一增加之倍數，使界面相趨於一極端值材料，藉以模擬壓電壓磁複合材料於非完美交界面中，廣義應力、位移、電勢能及磁勢能之不連續狀態。

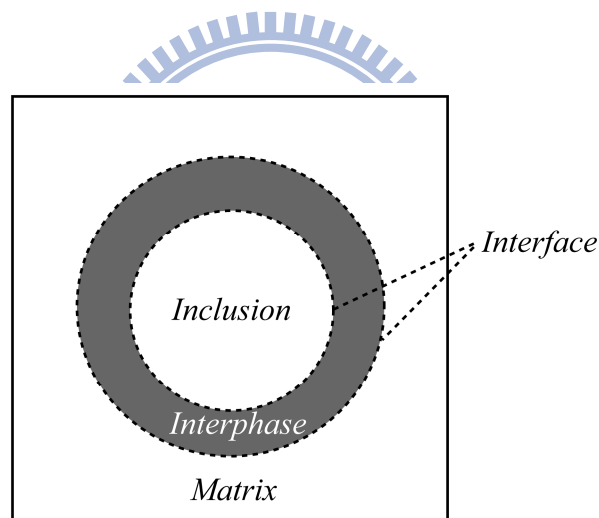


圖 4-1 非完美交界面於雙相複合材料之模擬([16]重新繪製)

4-1 非完美交界面

在彈性力學中，討論複合材料的界面功用最主要是在傳遞相與相間之微體力(Traction)與位移，因此，若是微體力與位移在界面上可以完全傳遞，則稱為完美交界面，反之，則稱為非完美交界面，後者之主要探討原因在於實際之界面狀態或多或少存在著程度不一之界面缺陷，將導致微體力與位移不連續現象，此現象會造成分析與實際結果有所出入，因此，界面科學(Surface science)的研究成為複

合材料重要的發展議題之一。

界面之研究於早期，受限於界面之詳細情形難以去確認[64]，致使大部分複合材料之發展皆朝向完美界面之假設，直至 1990 年代起，由相關學者所展開之研究，逐漸帶起了非完美交界面之探討。Bovik[65]於 1994 年提出將相與相間之交界面模擬為一獨立之薄層結構，以建立數學模型分析，另外，以 Bovik 研究作為背景，Benveniste[66]於 2006 年提出三維曲面中置入一薄層(圖 4-2)之非等向性材料之研究，並藉由泰勒展開式得到結果；Wang 等[67]於 2007 年提出多鐵性纖維狀複合材料於非完美交界面下之磁電效應分析，藉由複變理論探討界面間之廣義應力連續，廣義位移不連續現象，並於 2009 年[68]提出廣義應力不連續，廣義位移連續的非完美交界面的模擬；由 Gao[69]於 1995 年提出一含圓形內含物之非完美交界面的結果。過程將交界面設定為一彈性薄層，藉由 Airy 應力函數導出界面非完美之 Eshelby 張量。另一方面，由 Hashin[70]於 2002 年提出有關纖維複合材料以薄殼層結構作為界面相的非完美交界面分析，而界面相條件採用整體剛度的由小到大進行分析。

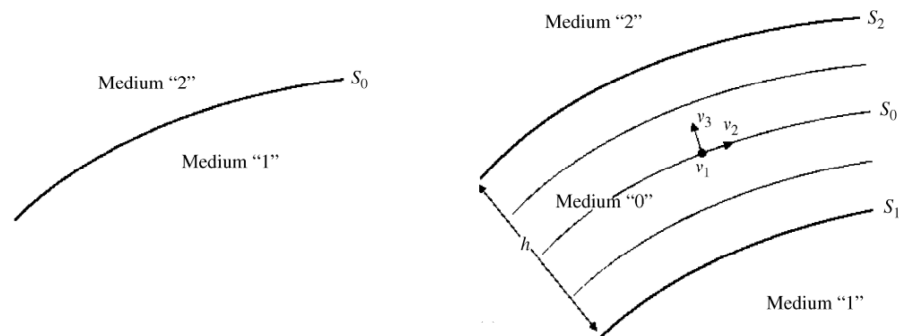


圖 4-2 相與相間之界面模擬為一獨立之薄層結構[66]

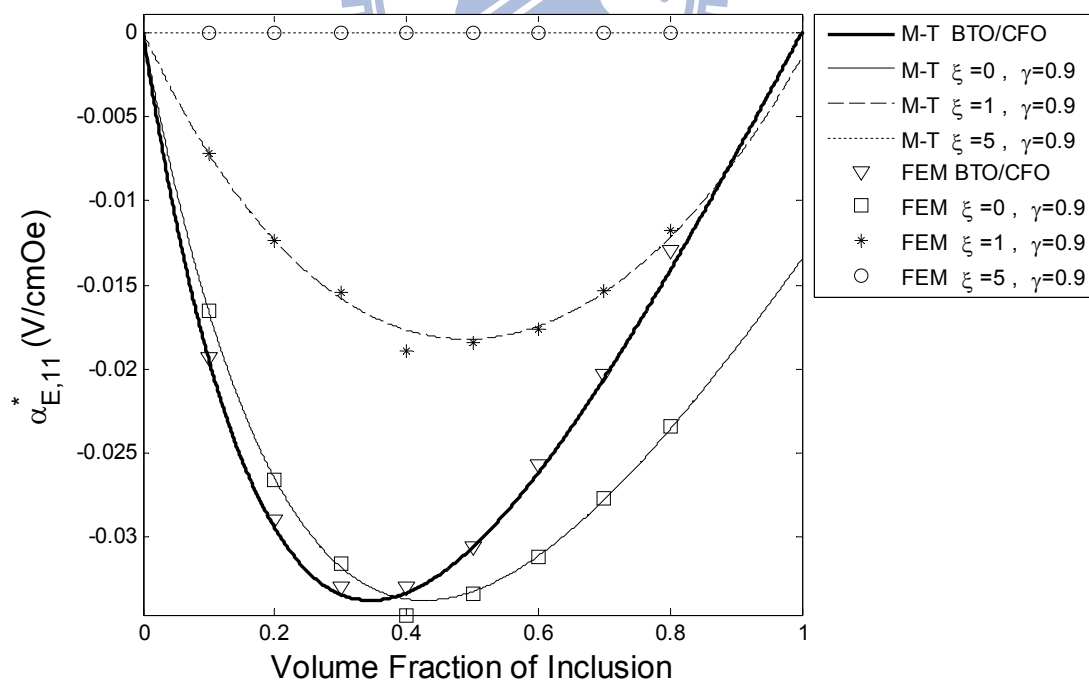
4-2 模型建立

本節以雙層法為基礎，模擬非完美交界面等效性質預測，並以 COMSOL Multiphysics 建構有限元素模型驗證其正確性。分析採完美界面假設下之雙相 BTO/CFO 之等效性質預測，而非完美交界面則採用雙層法分析，首先，半徑比取 0.9 與有限元素法進行驗證(由於 COMSOL Multiphysics 在薄殼層結構的網格處理上較為不利，因此選擇半徑比 0.9)，再來取較為接近實際界面的半徑比 0.99 進行分析。

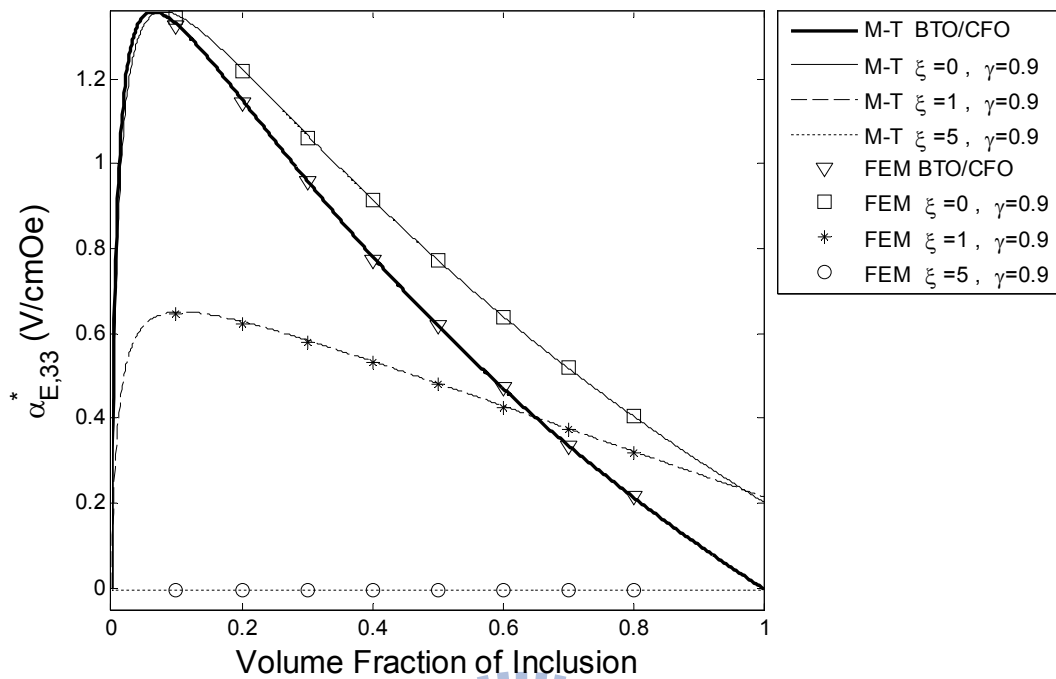
4-2-1 界面材料取 CFO 材料係數乘積

(1)材料係數同時放大

將 CFO 材料性質乘上放大倍數置入界面相分析，並與完美交界面假設相互比較得到以下結果。



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

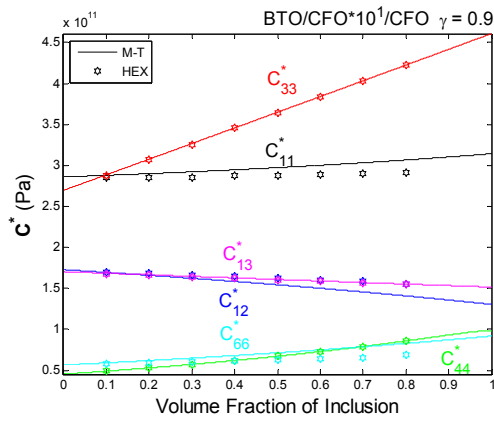
圖 4-3 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 放大倍數, $\gamma=0.9$)

其中, ξ 代表以 10 為底的倍數乘積(式 4-1)。

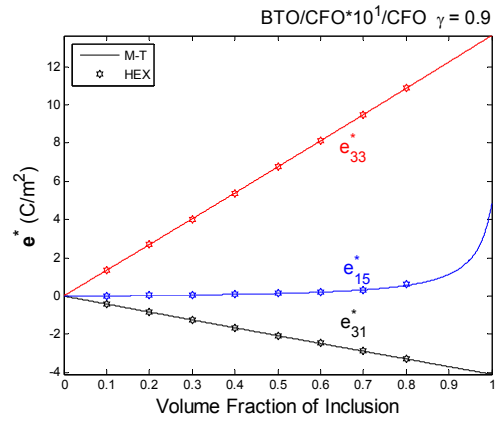
$$\xi = \log_{10}(L_{\text{Interphase}}(L_{\text{CFO}})^{-1}) \quad (4-1)$$

其中, $L_{\text{Interphase}}$ 、 L_{CFO} 分別代表界面相的材料性質及 CFO 的材料性質, 以矩陣型式表示。

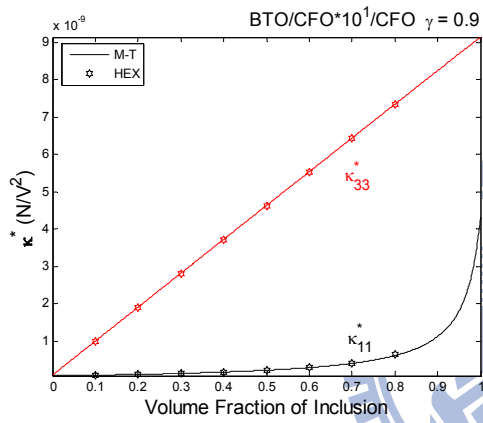
由圖 4-3 可以得知 $\xi=0$ 時, 磁電電壓係數皆與雙相(完美界面假設)配置下有些許落差, 尤其在體積比為 1 時甚為明顯(相當於 BTO/CFO 體積比 0.81), 可以直接反應出半徑比無法取至微小時所造成的誤差。另外, 當倍數乘積增加時磁電電壓係數皆有明顯之下降趨勢, 且下降幅度收斂至零為止。圖 4-4 為等效性質 BTO/CFO*10¹/CFO ($\gamma=0.9$)之預測結果。



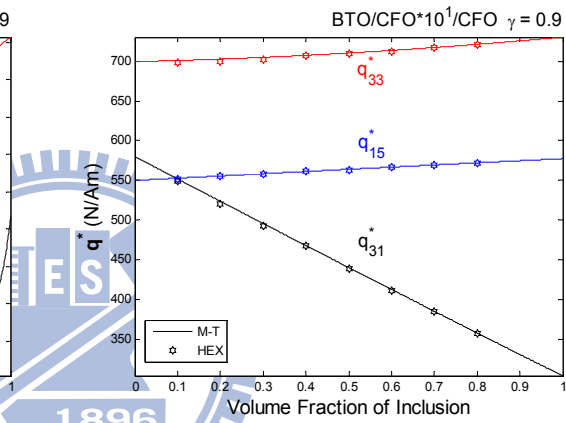
(a) C^*



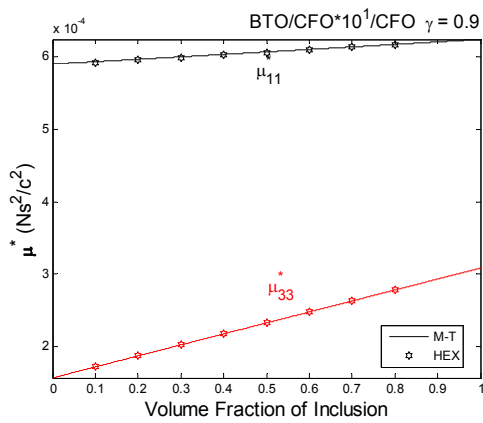
(b) e^*



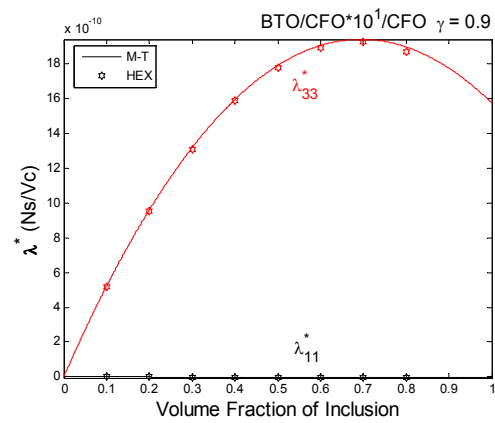
(c) κ^*



(d) q^*



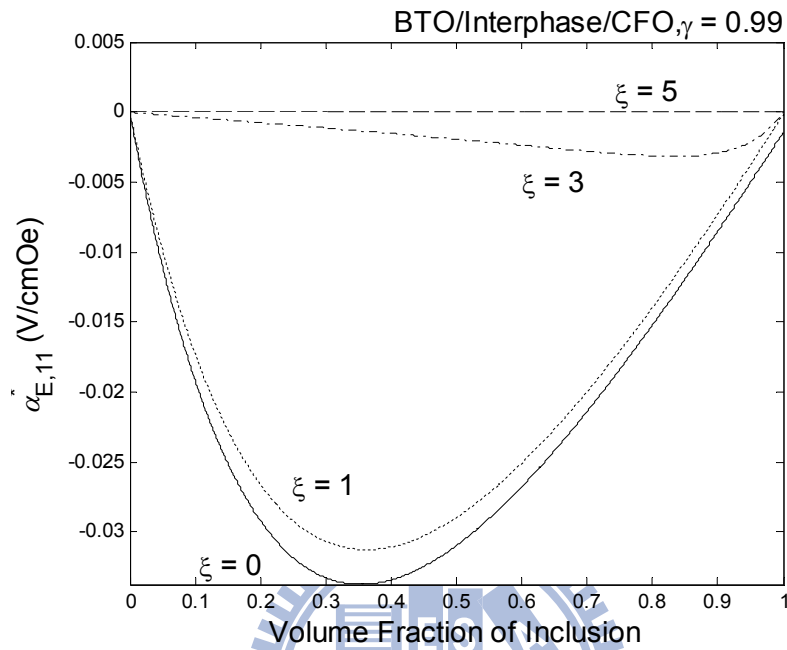
(e) μ^*



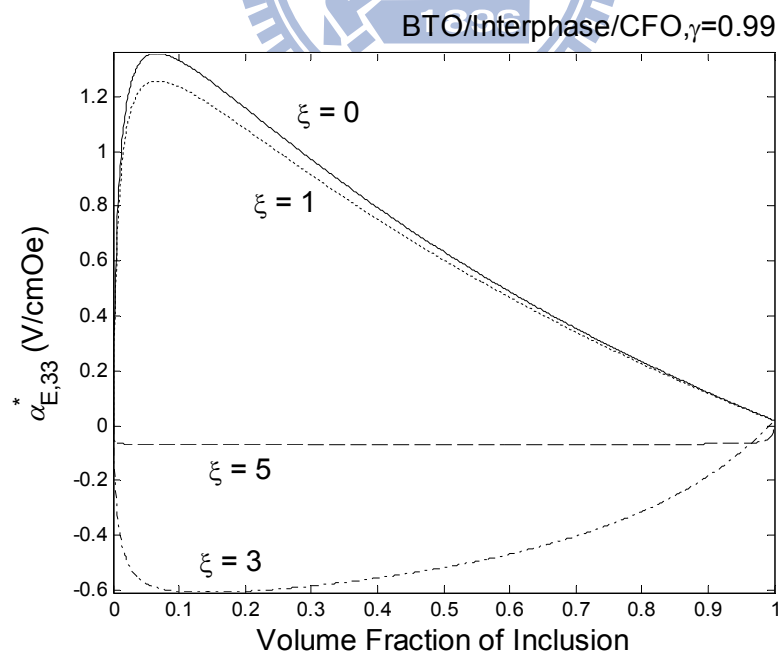
(f) λ^*

圖 4-4 等效性質與體積比 f 之關係(BTO/CFO*10¹/CFO, $\gamma=0.9$)

由上述之驗證程序，証實雙層法用於處理 CFO 正倍數乘積薄層結構之可行性，接著將半徑比調整為 0.99 觀察磁電效應之變化，分析結果參考圖 4-5：



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



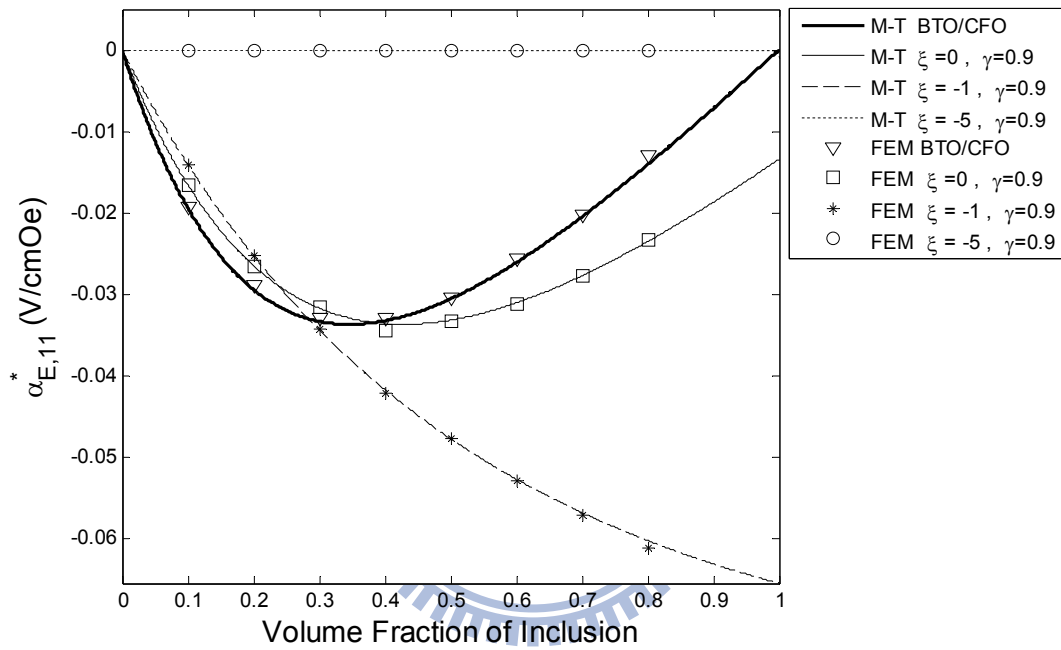
(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-5 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 放大倍數, $\gamma=0.99$)

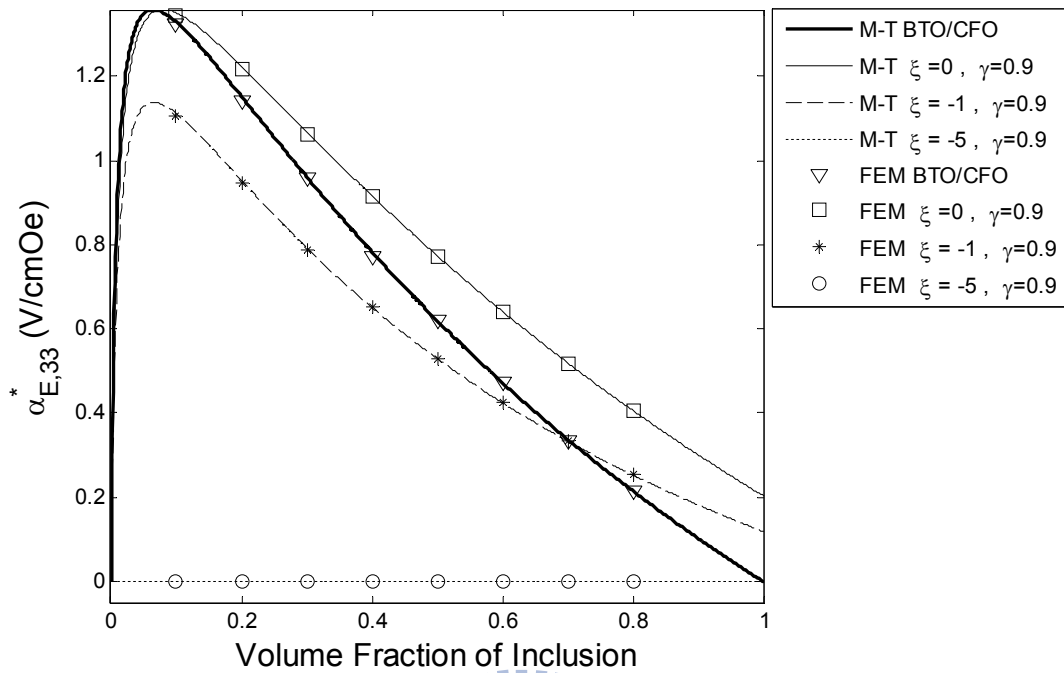
由分析結果顯示出：當界面相取 $\text{CFO} \times 10^0$ 時，曲線近乎重疊於完美假設下之狀態，說明著半徑比越大越接近實際界面之模擬。

(2)材料係數同時縮小

將 CFO 材料性質同時縮小置入界面相分析，並與完美交界面假設相互比較得到以下結果。



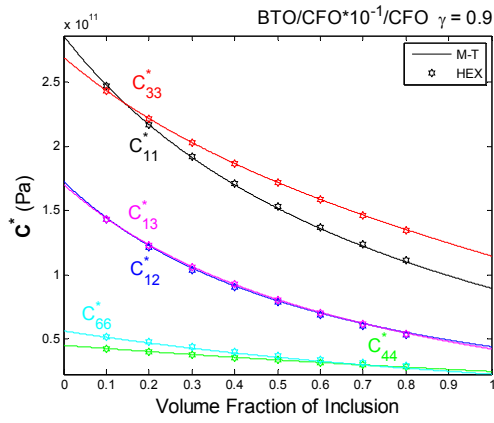
(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



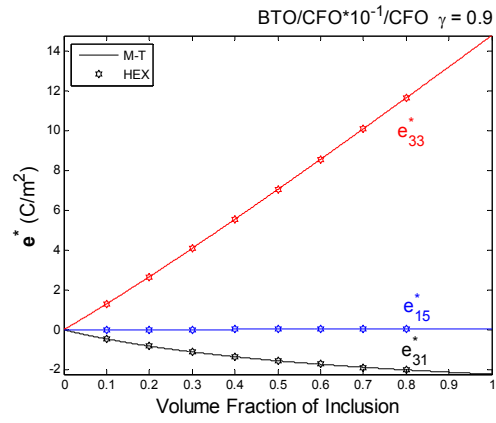
(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-6 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 縮小乘積, $\gamma=0.9$)

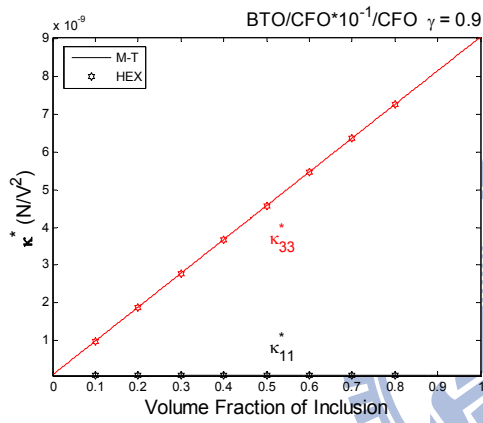
由圖 4-6 可以得知 $\xi=0$ 時，其磁電電壓係數與雙相配置(完美界面假設)差異性在體積比為 1 時甚大，同樣由於半徑比無法取至微小所造成。另外，當負倍數乘積增加時磁電電壓係數皆有明顯之下降。圖 4-7 為等效性質 BTO/CFO*10⁻¹/CFO ($\gamma=0.9$)之預測結果。



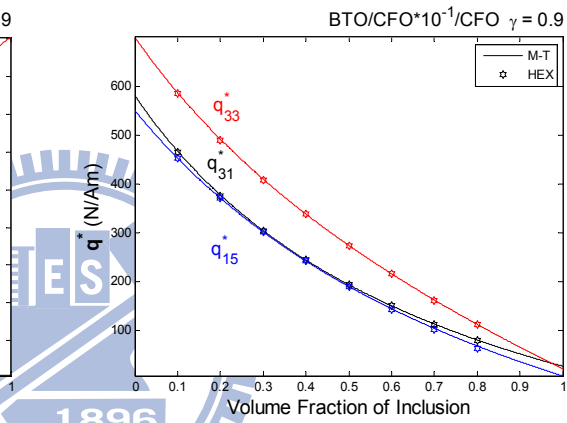
(a) C^*



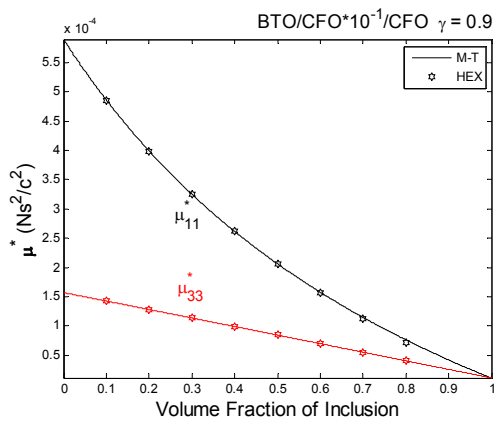
(b) e^*



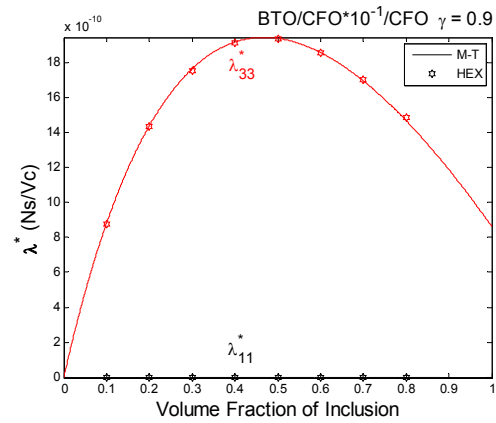
(c) κ^*



(d) q^*



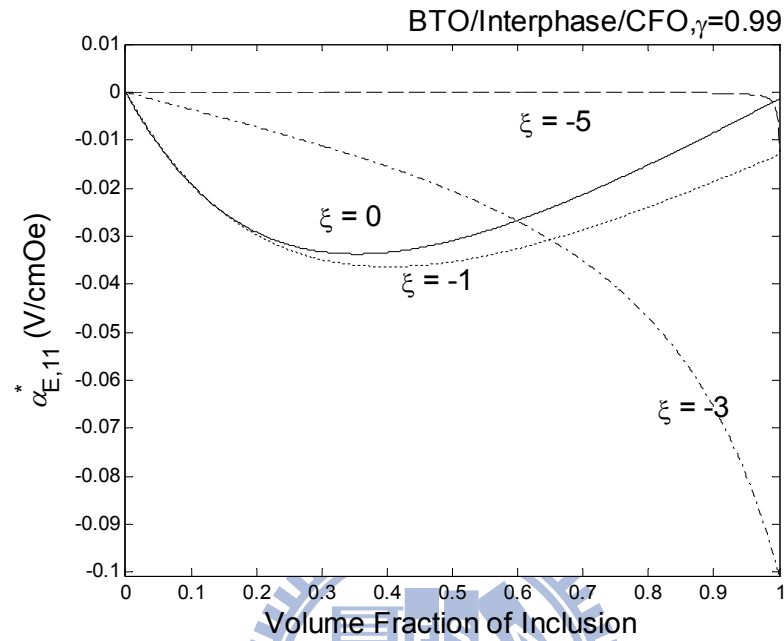
(e) μ^*



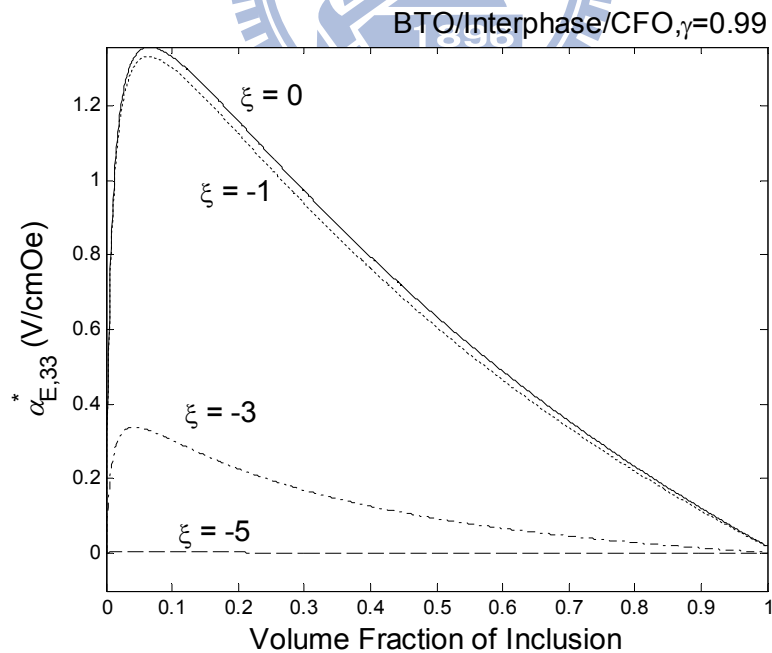
(f) λ^*

圖 4-7 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO*10⁻¹/CFO, $\gamma=0.9$)

由上述之驗證程序，証實雙層法用於處理 CFO 負倍數乘積薄層結構之正確性，接著將半徑比調整為 0.99 觀察磁電效應之變化，分析結果參考圖 4-8：



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

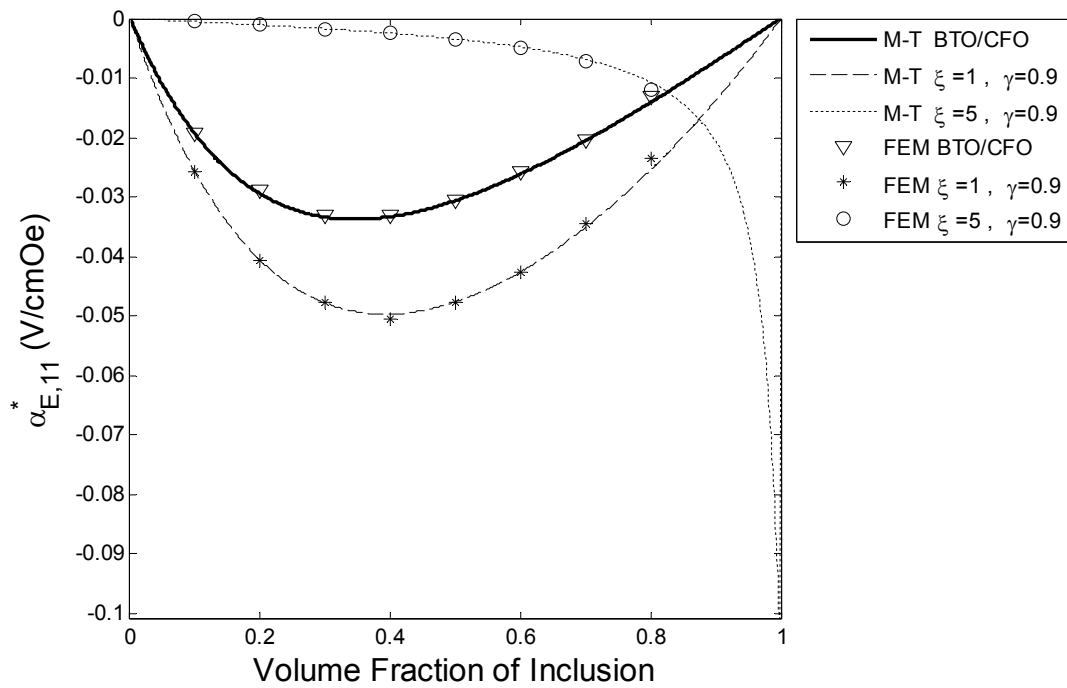
圖 4-8 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 CFO 縮小乘積, $\gamma=0.99$)

由分析結果顯示出：當 $\xi=0$ 時，曲線近乎重疊於完美假設下之狀態，說明著半徑比越大越接近實際界面之模擬，對於倍數乘積上之磁電電壓係數之趨勢，大致上與半徑比為 0.9 時之趨勢相同。

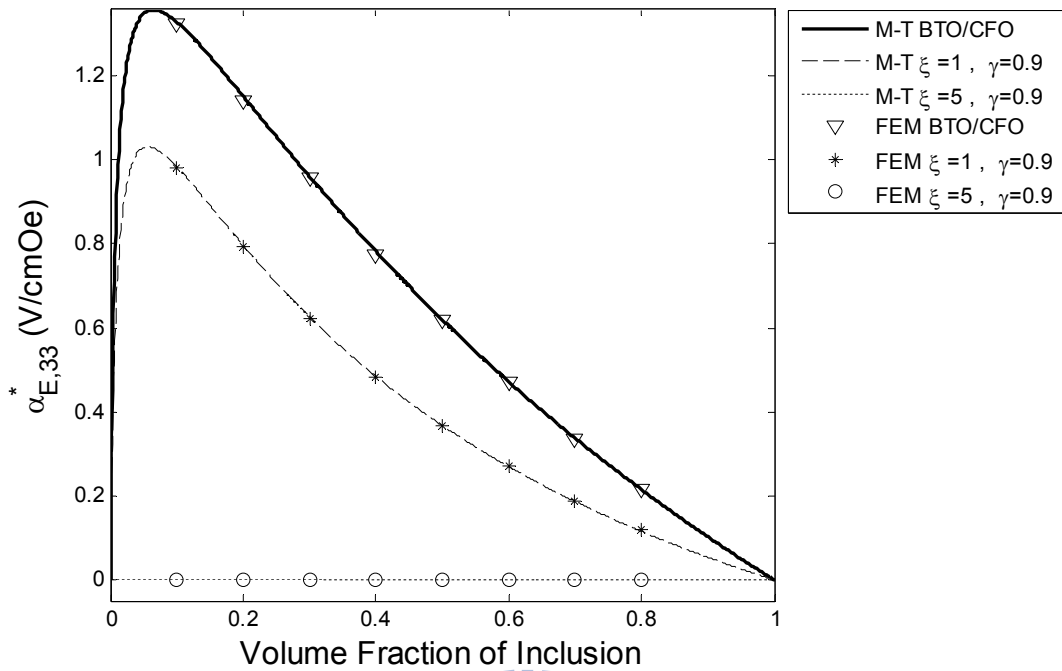
4-2-2 界面材料取 BTO 材料係數乘積

(1) 材料係數同時放大

將 BTO 材料性質乘上放大倍數置入界面相分析，並與完美交界面假設相互比較得到以下結果。



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

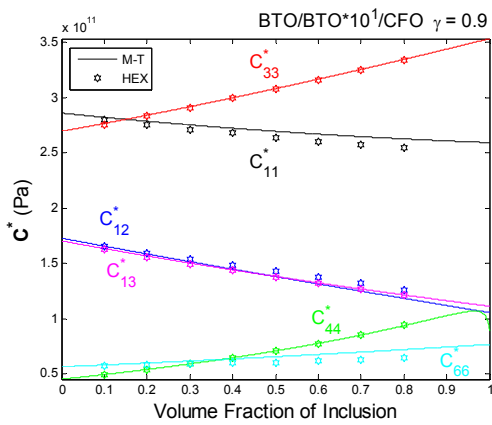
圖 4-9 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 放大倍數, $\gamma=0.9$)

其中, ξ 代表以 10 為底的倍數乘積(式 4-2)。

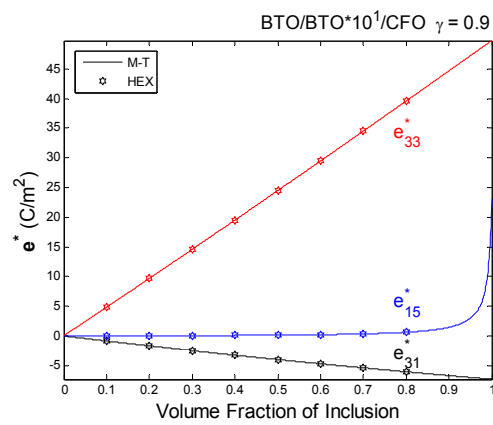
$$\xi = \log_{10} (L_{\text{Interphase}} (L_{\text{BTO}})^{-1}) \quad (4-2)$$

其中, $L_{\text{interphase}}$ 、 L_{BTO} 分別代表界面相的材料性質及 BTO 的材料性質, 以矩陣型式表示。

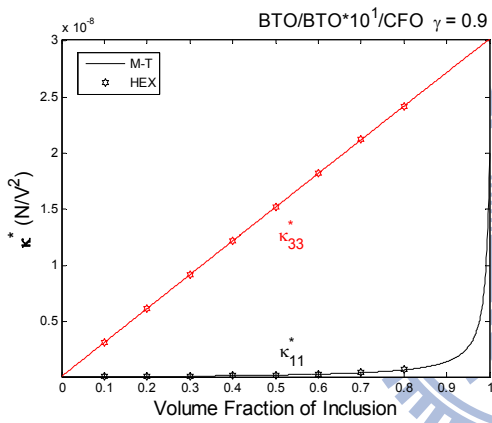
由圖 4-9 可以得知界面相為 BTO 時, 當倍數乘積增加時, $\alpha_{E,11}^*$ 之值不減反增, 說明著以 BTO 作為模擬界面材料之不適當性, $\alpha_{E,33}^*$ 之現象則較符合非完美交界之模擬。圖 4-10 為等效性質 BTO/BTO* 10^1 /CFO ($\gamma=0.9$) 之預測結果。



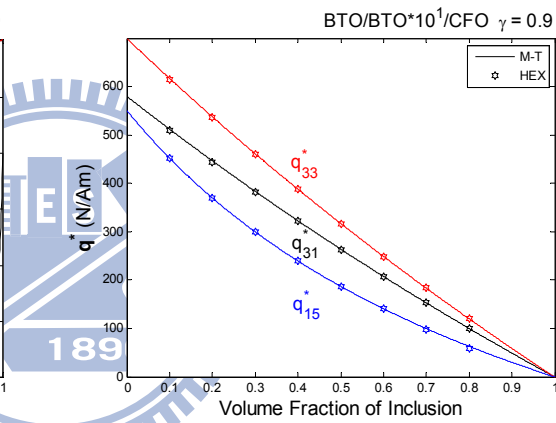
(a) C^*



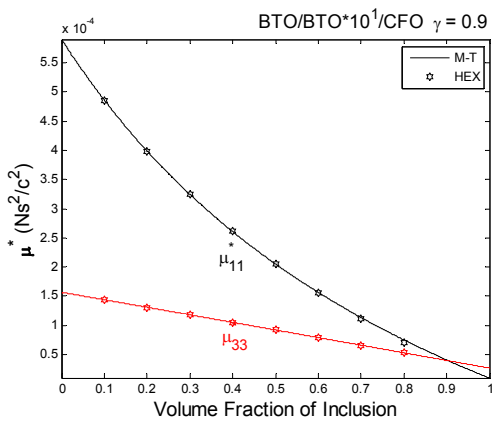
(b) e^*



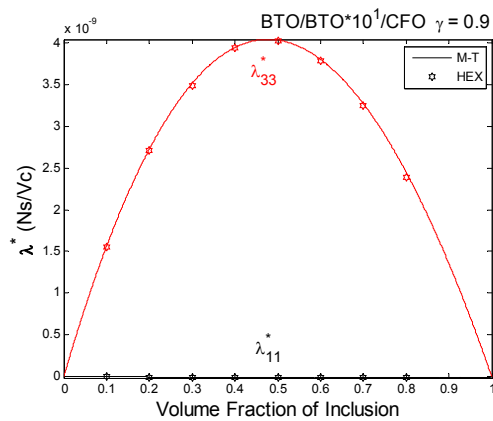
(c) κ^*



(d) q^*



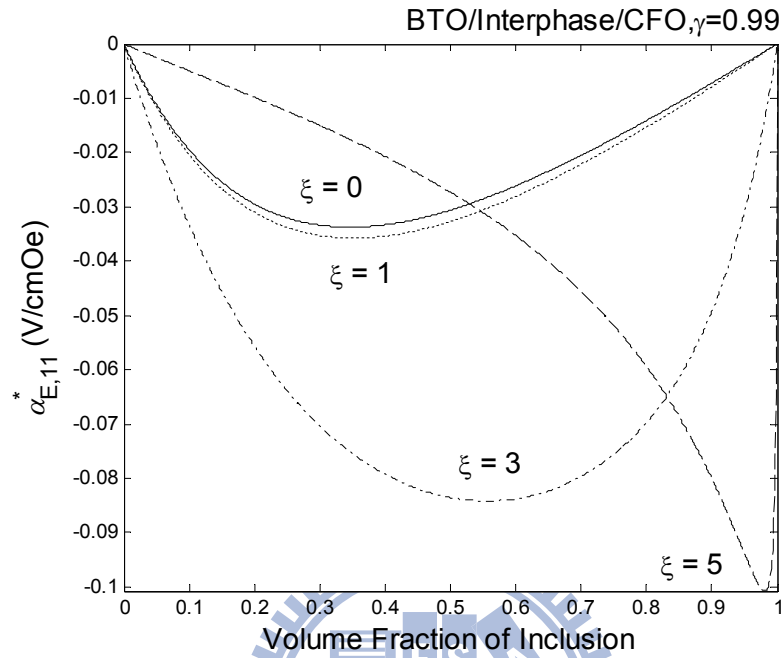
(e) μ^*



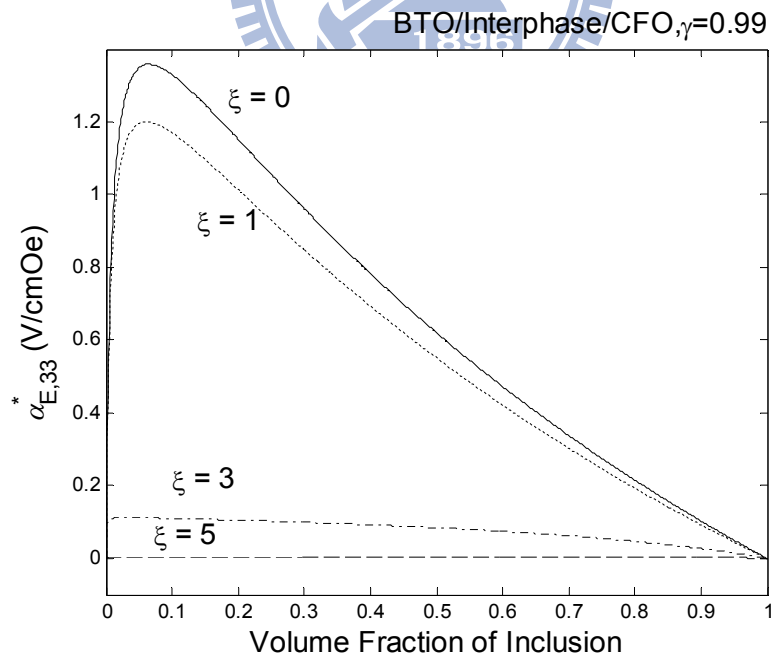
(f) λ^*

圖 4-10 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/BTO*10¹/CFO, $\gamma=0.9$)

由上述之驗證程序，証實雙層法用於處理 BTO 正倍數乘積薄層結構之正確性，接著將半徑比調整為 0.99 觀察磁電效應之變化，分析結果參考圖 4-11：



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



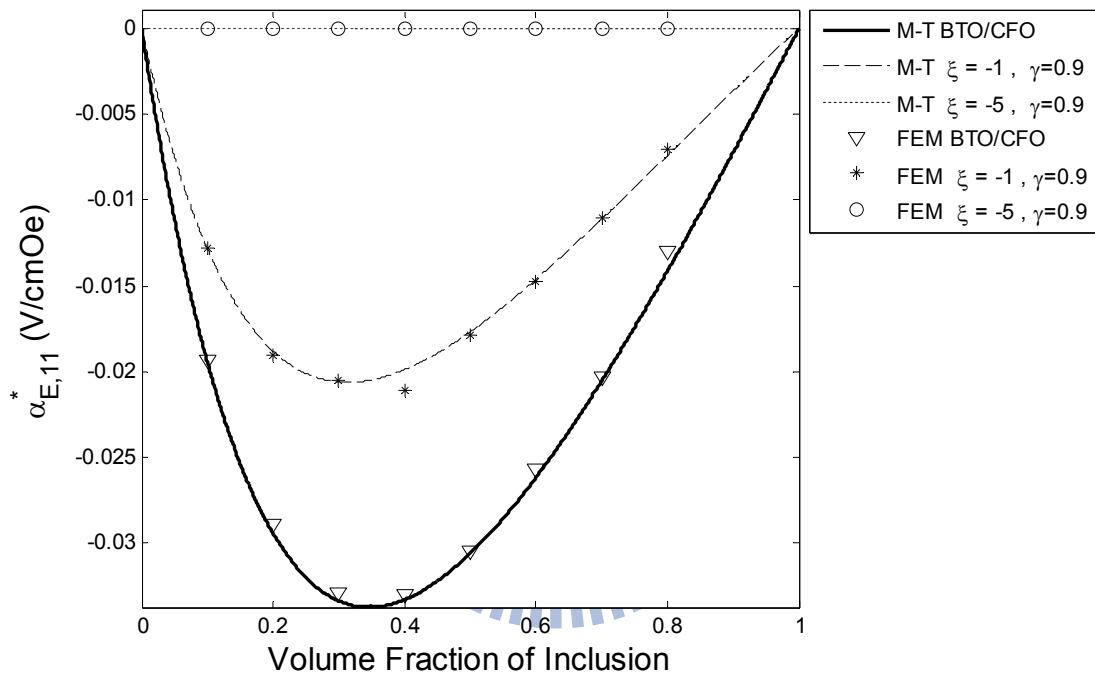
(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-11 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 放大倍數, $\gamma=0.99$)

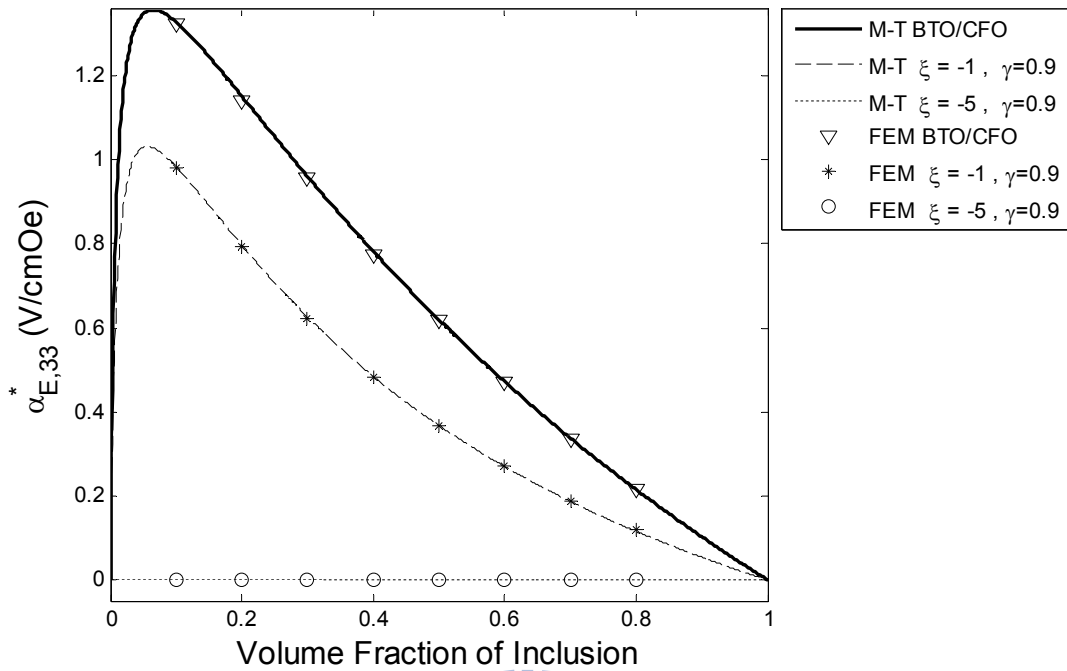
由分析結果顯示出：對於半徑比為 0.99 之 BTO 之正倍數乘積上之磁電電壓係數之趨勢，大致上與半徑比為 0.9 時之趨勢相同。

(2)材料係數同時縮小

將 BTO 材料性質同時縮小置入界面相分析，並與完美交界面假設相互比較得到以下結果。



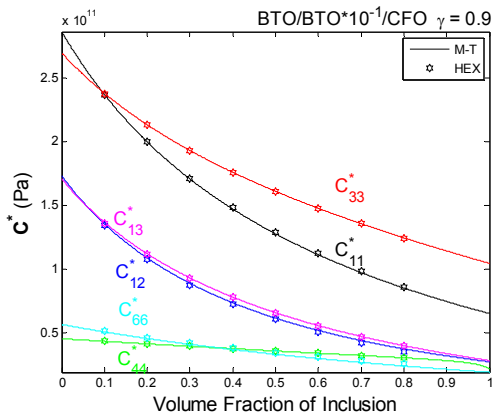
(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



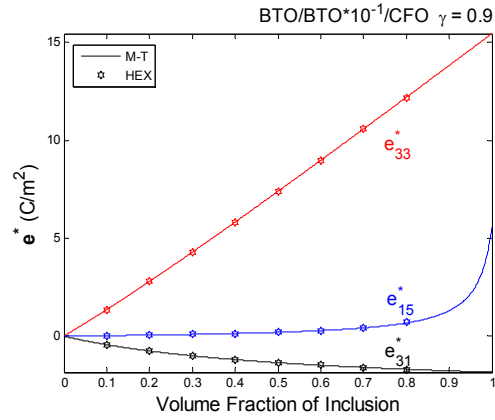
(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-12 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 縮小乘積, $\gamma=0.9$)

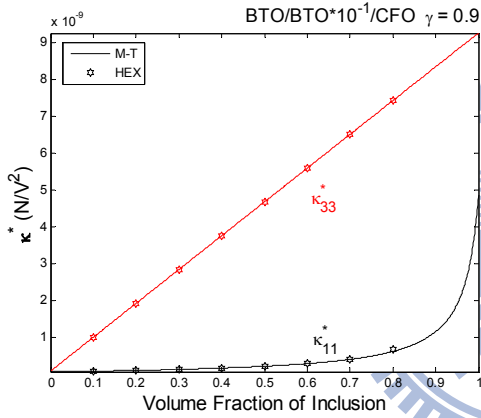
由圖 4-12 可以得知界面相採 BTO 時，負倍數成長時磁電電壓係數皆有明顯之下降，可以觀察出非完美交界面之現象。圖 4-13 為等效性質 BTO/BTO*10⁻¹/CFO ($\gamma=0.9$)之預測結果。



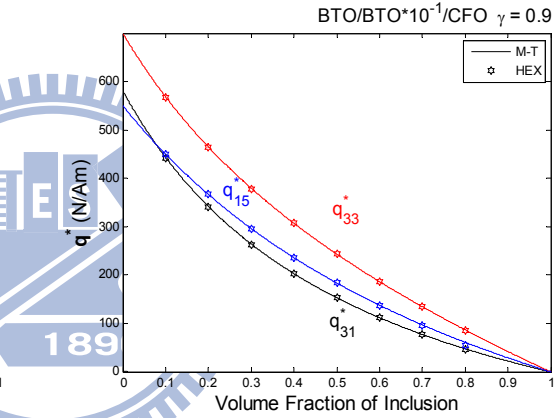
(a) C^*



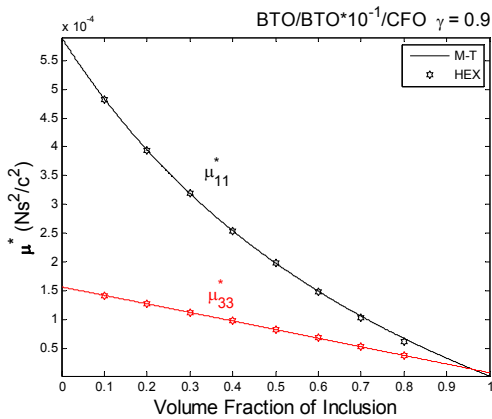
(b) e^*



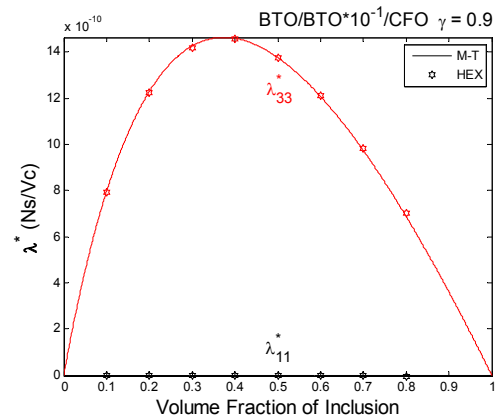
(c) κ^*



(d) q^*



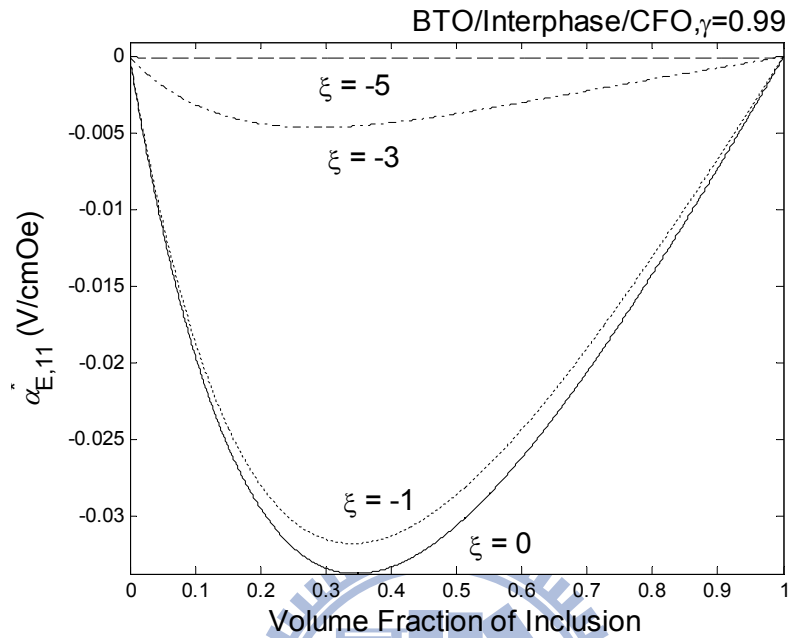
(e) μ^*



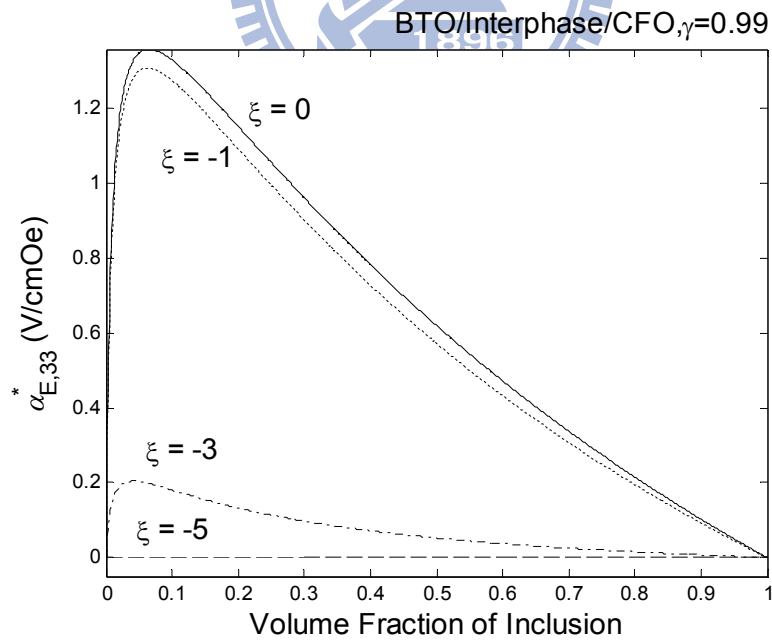
(f) λ^*

圖 4-13 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/BTO*10⁻¹/CFO, $\gamma=0.9$)

由上述之驗證程序，証實雙層法用於處理 BTO 負倍數乘積薄層結構之正確性，接著將半徑比調整為 0.99 觀察磁電效應之變化，分析結果參考圖 4-14：



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-14 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 BTO 縮小乘積, $\gamma=0.99$)

由分析結果顯示出：對於半徑比為 0.99 之 BTO 之負倍數乘積上之磁電電壓係數之趨勢，大致上與半徑比為 0.9 時之趨勢相同。

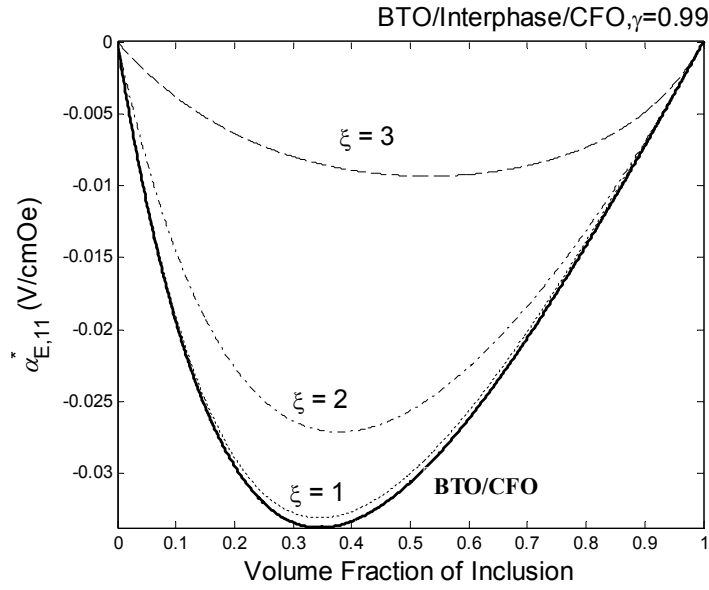
4-3 非完美交界面分析

由 4-2 節觀察到，界面相材料性質採倍數乘積之 BTO 或 CFO 時，磁電效應相對於完美界面假設下之值，部分呈現不減反增之非合理狀態，說明界面相材料選擇壓電或壓磁材料之不適當性，因此，經由多鐵性複合材料之磁電耦合效應產生觀點，初步研判造成上述之現象，可能在於材料中的壓電或壓磁係數直接影響到雙相材料的磁電耦合效應。分析過程中取 BTO 材料性質移除壓電係數為主(簡稱材料 1；Material-1)參考表 4-1，並與完美界面假設下之磁電效應狀態作比較。

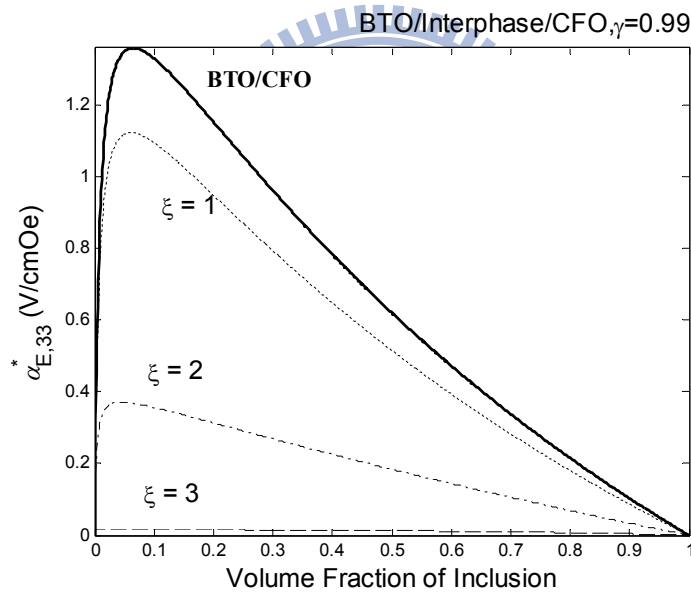
表 4-1 材料 1 之材料性質

Material-1			
C_{11} (GPa)	150.37	μ_{11} ($\mu\text{Ns}^2/\text{C}^2$)	5
C_{12} (GPa)	65.63	κ_{33} ($\text{nC}^2/\text{N m}^2$)	10
C_{13} (GPa)	65.94	e_{31} (C/m^2)	0
C_{33} (GPa)	145.52	e_{33} (C/m^2)	0
C_{44} (GPa)	43.86	e_{15} (C/m^2)	0
C_{66} (GPa)	42.37	q_{31} (N/Am)	0
κ_{11} ($\text{nC}^2/\text{N m}^2$)	9.87	q_{33} (N/Am)	0
κ_{33} ($\text{nC}^2/\text{N m}^2$)	11.08	q_{15} (N/Am)	0

以下界面性質採材料 1 之倍數乘積，分析結果如圖 4-17、4-18 所示：



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-15 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 MAT1 放大倍數, $\gamma=0.99$)

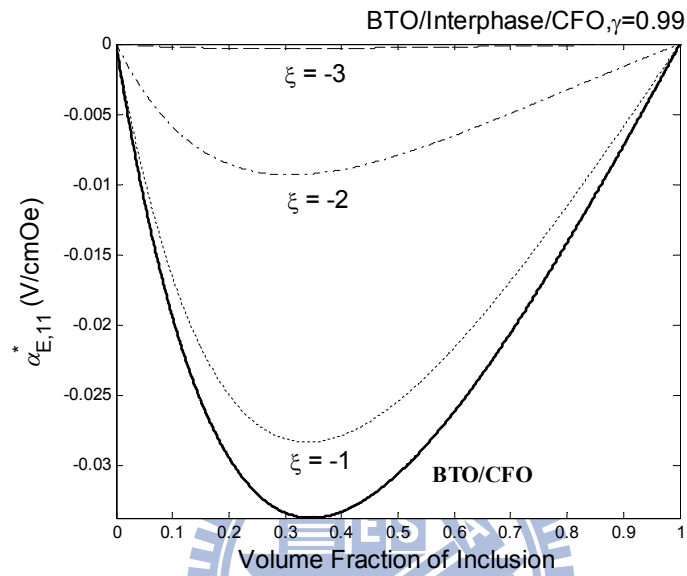
其中， ξ 代表以 10 為底的倍數乘積(式 4-3)。

$$\xi = \log_{10}(L_{\text{Interphase}}(L_{\text{MAT1}})^{-1}) \quad (4-3)$$

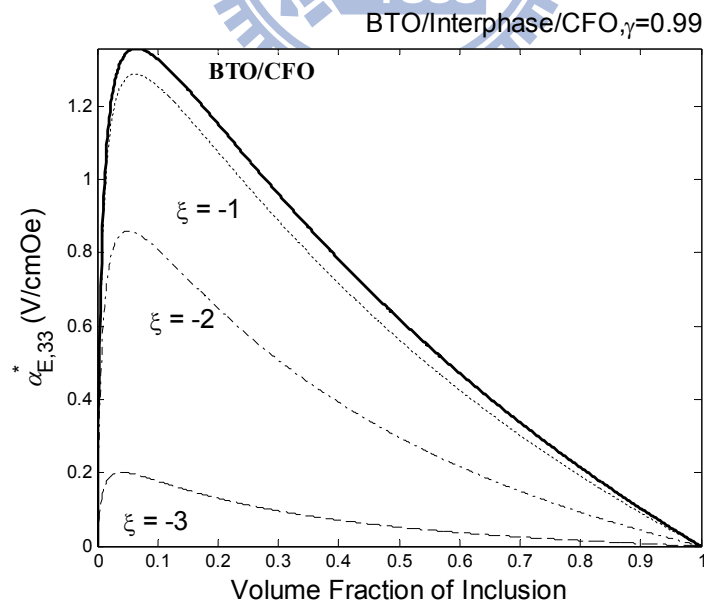
其中， $L_{\text{interphase}}$ 、 L_{MAT1} 分別代表界面相的材料性質及 MAT1 的材料性質，以矩陣

型式表示。

由界面層取半徑比為 0.99 之結果顯示出，界面相取材料 1 之 10 的正次方倍數時，隨著倍數之增加磁電電壓係數亦隨之減少。



(a) $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物體積比 f 之關係



(b) $\alpha_{E,33}^*$ 與內含物體積比 f 之關係

圖 4-16 磁電電壓係數與體積比 f 的關係(界面相取 MAT1 縮小乘積, $\gamma=0.99$)

由界面層取半徑比為 0.99 之結果顯示出，界面相取材料 1 之 10 的負次方倍數時，磁電電壓係數所呈之現象與圖 4-17 之趨勢大致相同，說明著以 BTO 移除壓電係數來模擬非完美交界面之可行性。

4-4 結果與討論

由上述之分析結果可以得知：

1. 以 COMSOL Multiphysics 有限元素建模驗證雙層法於界面相分析之可行性。
2. 以壓電或壓磁材料作為界面相材料時，會造成磁電效應增加之現象(相對於完美界面假設下)。
3. 對於非完美交界面分析中，界面缺陷的嚴重程度會直接反映到力學機制的連續情形，因此，當界面缺陷越嚴重，非完美分析之結果會呈現越低於完美界面的分析的現象，而在 4-3 節分析中，由適當材料做為界面相，而由倍數乘積增加模擬界面缺陷嚴重程度，而磁電電壓係數持續減少(相對於完美界面之假設)的趨勢觀察到此一現象。

第五章 結論及未來展望

本研究以雙層法及微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式，預測三相壓電壓磁纖維複合材料之磁電耦合效應，並且搭配 COMSOL Multiphysics 有限元素法分析軟體的數值驗證，證實理論結果之正確性。分析結果及相關發展在本章節依序列出。

5-1 結論

1. 建立三相含殼層纖維狀壓電壓磁複合材料之理論模型

由 COMSOL Multiphysics 證實，雙層法不僅可用於彈性行為分析，亦適用於壓電壓磁複合材料等效性質預測。且對於含殼層內含物的分析上，雙層法預測結果比直接 Mori-Tanaka 模式來的準確。

2. 尋找現有壓電壓磁材料之磁電耦合效應最佳化配置

本文探討的纖維狀(核心/殼層/母材)配置下，由最佳化分析結果得知：若殼層與母材為同性質且經過適當配置之不同材料，可以得到 $\alpha_{E,11}^*$ 之最佳化結果如：LNO/CFO/TD(壓電/壓磁/壓磁)及 TD/LNO/PVDF(壓磁/壓電/壓電)。反之，若配置為不同性質，則最佳化結果由雙相材料所控制；對於 $\alpha_{E,33}^*$ 而言，最佳化結果皆由雙相材料所控制。

3. 材料性質對磁電效應的影響

由第三章之最佳化分析結果前後，可以看出材料配置對磁電效應有重大之影響，而藉由材料係數變動中可以得知：壓磁材料在變動介電性質方面皆遠小於壓電材料介電性質之變動後所產生的 $\alpha_{E,11}^*$ 及 $\alpha_{E,33}^*$ 。另外，不論壓電或壓磁材料在變動磁導率時，對 $\alpha_{E,33}^*$ 的影響皆微小至可忽略之程度，因此，

若先排除以上兩點將有助於簡化選擇材料之程序。

4. 磁電耦合效應在最佳化前後的差異性

最佳化前後得到的結果：在壓電/壓磁/壓磁配置下 LNO/CFO/TD 之 $\alpha_{E,11}^*$ 值為 -10.72(V/cmOe) 比未最佳化前之 BTO/TD/CFO 配置之 -0.5(V/cmOe) 高出約 21 倍、比雙相材料 LNO/TD 之 -3.06(V/cmOe) 高出約 3.5 倍； $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化結果由 CFO/PZT-5J 雙相材料所控制，比 CFO/BTO 的 1.5(V/cmOe) 高出約 4.1 倍。

5. 以界面材料模擬非完美交界面之可行性

由觀察結果得到，以適當的界面相材料做倍數乘積提升，致使磁電效應逐漸低於完美假設下之值，反映著內含物與母材間之廣義應力、位移、電勢能、磁勢能越不連續的現象。

6. 體積代表元素分析結果

以 COMSOL Multiphysics 建立正方形及正六邊形體積代表元素，模擬纖維狀複合材料之結果顯示：以正六邊形體積代表元素預測的結果較為接近理論分析之等效性質。但是，相對於正方形體積代表元素，其在處理資源上以及求解時間過程中皆耗費甚鉅，因此，若分析僅需要取至體積百分比 0.5 以下時，可以直接採用正方形體積代表元素來進行分析，可減少建模以及處理上的時間。

5-2 未來展望

1. 材料選擇多樣化

選擇多樣化的壓電及壓磁材料配置於材料中得到磁電效應之最佳化。另外，也可於三相材料中配置一種非壓電或非壓磁材料來觀察對磁電效應之影響。

2. 建立其它等效性質模型

雙層法的概念可藉由微觀力學模型來達到等效性質的預測，因此，除了本文使用的 Mori-Tanaka 模式外，亦可由不同微觀力學模型來預測壓電壓磁複合材料的等效性質。

3. 探討不同形式內含物對磁電耦合效應影響

本文所探討的是含殼層結構之複合材料分析，因此，也可以對散布於母材內之兩種壓電或壓磁材料形式作深入的探討。

4. 建立非完美交界分析的正確模型

在本文中觀察到，壓電壓磁複合材料非完美交界面的問題可以界面材料的方式分析，而後續的發展可以朝向界面材料的選擇與母材、內含物間之關係以及界面材料倍數乘積對磁電效應折減(相對於完美界面假設下)的影響等方面。

參考文獻

- [1] 魏中國 and 楊大智, "智能材料及自適應結構," *高技術通訊*, vol. 3, pp. 37-39, 1993.
- [2] 楊大智主編, *et al.*, *智能材料與智能系統*. 新北市: 新文京開發, 2004.
- [3] 齊孝定, "多鐵性(multiferroic)材料的發展及潛在應用," *物理雙月刊*, vol. 31, pp. 461-467, 2009.
- [4] 楊展其, *et al.*, "多鐵材料物理鈹鐵氧之磁電耦合與應用," *物理雙月刊*, vol. 31, pp. 468-475, 2009.
- [5] 李振民 and 陳錦明, "多鐵材料 TbMnO₃ 電子結構之異向性," *物理雙月刊*, vol. 31, pp. 508-515, 2009.
- [6] S. Priya, *et al.*, "Recent advancements in magnetoelectric particulate and laminate composites," *Journal of Electroceramics*, vol. 19, pp. 149-166, Sep 2007.
- [7] C. W. Nan, *et al.*, "Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspective, status, and future directions," *Journal of Applied Physics*, vol. 103, Feb 1 2008.
- [8] N. A. Spaldin and M. Fiebig, "The renaissance of magnetoelectric multiferroics," *Science*, vol. 309, pp. 391-392, Jul 15 2005.
- [9] M. F. Ashby, *et al.*, *Materials Engineering Science Processing and Design*, 2007.
- [10] D. K. Cheng, *Field and Wave Electromagnetics*, 3 ed. New York: Addison-Wesley, 1989.
- [11] D. N. Astrov, "The Magnetoelectric Effect in Antiferromagnetics," *Soviet Physics JETP-USSR*, vol. 11, pp. 708-709, 1960.
- [12] G. T. Rado, *et al.*, "Magnetoelectric Susceptibility and Magnetic Symmetry of Magnetolectrically Annealed TbPO₄," *Physical Review B*, vol. 29, pp. 4041-4048, 1984.
- [13] E. Ascher, *et al.*, "Some Properties of Ferromagnetoelectric Nickel-Iodine Boracite Ni₃B₇O₁₃I," *Journal of Applied Physics*, vol. 37, pp. 1404-&, 1966.
- [14] J. P. Rivera, "The linear magnetoelectric effect in LiCoPO₄ Revisited," *Ferroelectrics*, vol. 161, pp. 147-164, 1993.
- [15] H. Schmid, "Introduction to the proceedings of the 2nd international conference on magnetoelectric interaction phenomena in crystals, MEIPIC-2," *161*, vol. 1-28, 1994.
- [16] 顧宜主編 and 林金福等審定, *複合材料*. 新北市: 新文京開發, 2002.

- [17] B. D. H. Tellegen, "The Gyrator, a New Electric Network Element," *Philips Research Reports*, vol. 3, pp. 81-101, 1948.
- [18] J. V. Suchtelen, "Product properties: a new application of composite materials," *Philips Research Reports*, vol. 27, pp. 28-37, 1972.
- [19] J. V. d. Boomgaard, *et al.*, "An in situ grown eutectic magnetoelectric composite material part I composition and unidirectional solidification," *Journal of Materials Science*, vol. 9, pp. 1705-1709, 1974.
- [20] J. V. D. Boomgaard and R. A. J. Born, "A sintered magnetoelectric composite material BaTiO₃-Ni(Co,Mn)Fe₂O₄," *Journal of Materials Science*, vol. 13, pp. 1538-1548, 1978.
- [21] G. Srinivasan, *et al.*, "Magnetoelectric interactions in hot-pressed nickel zinc ferrite and lead zirconate titanate composites," *Applied Physics Letters*, vol. 85, pp. 2550-2552, Sep 27 2004.
- [22] S. Majumder and G. S. Bhattacharya, "Synthesis and characterization of in-situ grown magnetoelectric composites in the BaO-TiO-FeO-CoO system," *Ceramics International*, vol. 30, pp. 389-392, 2004.
- [23] L. Fuentes, *et al.*, "Magnetoelectric effect in Bi₅Ti₃FeO₁₅ ceramics obtained by molten salts synthesis," *Ferroelectrics*, vol. 336, pp. 81-89, 2006.
- [24] J. Ryu, *et al.*, "Piezoelectric and magnetostrictive properties of lead zirconate titanate/Ni-ferrite particulate composites," *Journal of Electroceramics*, vol. 7, pp. 17-24, 2001.
- [25] J. Ryu, *et al.*, "Magnetoelectric effect in composites of magnetostrictive and piezoelectric materials," *Journal of Electroceramics*, vol. 8, pp. 107-119, Aug 2002.
- [26] R. Islam and S. Priya, "High Energy Density Composition in the System PZT-PZNN," *J. Amer. Ceram. Soc.*, vol. 89(10), pp. 3147-3156, 2006.
- [27] H. Zheng, *et al.*, "Multiferroic BaTiO₃-CoFe₂O₄ nanostructures," *Science*, vol. 303, pp. 661-663, Jan 30 2004.
- [28] J. L. MacManus-Driscoll, *et al.*, "Strain control and spontaneous phase ordering in vertical nanocomposite heteroepitaxial thin films," *Nature Materials*, vol. 7, pp. 314-320, Mar 2008.
- [29] W. R. Cullen, *et al.*, *Reactions of bis(trifluoromethyl)diazomethane with transition-metal complexes* Department of inorganic Chemistry, The University, Bristol, 1969.
- [30] C. W. Nan, "Magnetoelectric Effect in Composites of Piezoelectric and Piezomagnetic Phases," *Physical Review B*, vol. 50, pp. 6082-6088, Sep 1 1994.
- [31] S. W. Or, *et al.*, "Magnetoelectric effect in a parallel sandwich of

- magnetostrictive pseudo-1-3 composite and piezoelectric 2-2 composite," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 304, pp. E442-E444, Sep 2006.
- [32] Y. Benveniste, "Magnetolectric Effect in Fibrous Composites with Piezoelectric and Piezomagnetic Phases," *Physical Review B*, vol. 51, pp. 16424-16427, Jun 15 1995.
- [33] J. Y. Li and M. L. Dunn, "Micromechanics of magnetoelctroelastic composite material: average fields and effective behavior," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 9, pp. 404-416, 1998.
- [34] J. H. Ryu, *et al.*, "Effect of the magnetostrictive layer on magnetolectric properties in lead zirconate titanate/terfenol-D laminate composites," *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 84, pp. 2905-2908, Dec 2001.
- [35] S. X. Dong, *et al.*, "Longitudinal and transverse magnetolectric voltage coefficients of magnetostrictive/piezoelectric laminate composite: Theory," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 50, pp. 1253-1261, Oct 2003.
- [36] S. X. Dong, *et al.*, "Longitudinal and transverse magnetolectric voltage coefficients of magnetostrictive/piezoelectric laminate composite: Experiments," *Ieee Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 51, pp. 794-799, Jul 2004.
- [37] S. Dong, *et al.*, "Enhanced magnetolectric effect in three-phase MnZnFe₂O₄/Tb_{1-x}Dy_xFe_{2-y}Pb(Zr,Ti)O₃ composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 100, pp. 124108-4, 2006.
- [38] J. G. Boyd, *et al.*, "Effective properties of three-phase electro-magneto-elastic composites," *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, pp. 790-825, Jun 2005.
- [39] A. Gupta and R. Chatterjee, "Magnetic, dielectric, magnetolectric, and microstructural studies demonstrating improved magnetolectric sensitivity in three-phase BaTiO₃-CoFe₂O₄-poly(vinylidene-fluoride) composite," *Journal of Applied Physics*, vol. 106, Jul 15 2009.
- [40] C. H. Tsang, *et al.*, "Modeling of the Magnetolectric Effect of Three-Phase Multiferroic Particulate Composites," *Integrated Ferroelectrics*, vol. 100, pp. 177-197, 2008.
- [41] H.-Y. Kuo, "Multicoated elliptic fibrous composites of piezoelectric and piezomagnetic phases," *International Journal of Engineering Science*, vol. 49, pp. 561-575, 2011.
- [42] H.-Y. Kuo and E. Pan, "Effective magnetolectric effect in multicoated circular fibrous multiferroic composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 109,

- pp. 104901-6, 2011.
- [43] "IEEE Standard on Piezoelectricity," *ANSI/IEEE Std 176-1987*, 1987.
- [44] "IEEE Standard on Magnetostrictive Materials: Piezomagnetic Nomenclature," *IEEE Std 319-1990*, 1990.
- [45] J. H. Huang and W. S. Kuo, "The analysis of piezoelectric/piezomagnetic composite materials containing ellipsoidal inclusions," *Journal of Applied Physics*, vol. 81, pp. 1378-1386, Feb 1 1997.
- [46] J. Qu and M. Cherkaoui, *Fundamentals of Micromechanics of Solids*: Wiley, 2006.
- [47] <http://www.efunda.com>. *Piezo Material Data*. .
- [48] C. W. Nan, *et al.*, "Calculations of giant magnetoelectric effects in ferroic composites of rare-earth-iron alloys and ferroelectric polymers," *Physical Review B*, vol. 63, Apr 1 2001.
- [49] E. Pan, "Exact solution for simply supported and multilayered magneto-electro-elastic plates," *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, vol. 68, pp. 608-618, Jul 2001.
- [50] Y. X. Liu, *et al.*, "Numerical modeling of magnetoelectric effect in a composite structure," *Journal of Applied Physics*, vol. 94, pp. 5111-5117, Oct 15 2003.
- [51] T. Mori and K. Tanaka, "Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," *Acta Metallurgica*, vol. 21, pp. 571-574, 1973.
- [52] R. Hill, "Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials--III. self-consistent model," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 13, pp. 189-198, 1965.
- [53] S. Nemat-Nasser and M. Hori, *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, 2 ed.: Elsevier Science, 1999.
- [54] J. D. Eshelby, "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 241, pp. 376-396, 1957.
- [55] J. Y. Li and M. L. Dunn, "Anisotropic coupled-field inclusion and inhomogeneity problems," *Philosophical Magazine A*, vol. 77, pp. pp.1341-1350, 1998.
- [56] J. Y. Li, "Magneto-electro-elastic multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials," *International Journal of Engineering Science*, vol. 38, pp. 1993-2011, 2000.
- [57] J. S. Lee, *et al.*, "Effective properties of three-phase electro-magneto-elastic composites," *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, pp.

- 790-825, Jun 2005.
- [58] COMSOL Group, "COMSOL Multiphysics ", 3.5a ed: COMSOL, 2008.
- [59] E. H. Kerner, "The Elastic and Thermo-Elastic Properties of Composite Media," *Proceedings of the Physical Society of London Section B*, vol. 69, pp. 808-813, 1956.
- [60] Y. Benveniste, *et al.*, "Stress-Fields in Composites with Coated Inclusions," *Mechanics of Materials*, vol. 7, pp. 305-317, Jun 1989.
- [61] A. V. Hershey, "The Elasticity of an Isotropic Aggregate of Anisotropic Cubic Crystals," *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, vol. 21, pp. 236-240, 1954.
- [62] E. Kroner, "Berechnung Der Elastischen Konstanten Des Vielkristalls Aus Den Konstanten Des Einkristalls," *Zeitschrift Fur Physik*, vol. 151, pp. 504-518, 1958.
- [63] C. Friebel, *et al.*, "General mean-field homogenization schemes for viscoelastic composites containing multiple phases of coated inclusions," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, pp. 2513-2541, May 2006.
- [64] R. M. Christensen, *Mechanics of Composite Materials*. New York: Wiley, 1979.
- [65] P. Bovik, "On the Modeling of Thin Interface Layers in Elastic and Acoustic Scattering Problems," *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, vol. 47, pp. 17-42, Feb 1994.
- [66] Y. Benveniste, "A general interface model for a three-dimensional curved thin anisotropic interphase between two anisotropic media," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 54, pp. 708-734, Apr 2006.
- [67] X. Wang and E. Pan, "Magnetoelectric effects in multiferroic fibrous composite with imperfect interface," *Physical Review B*, vol. 76, Dec 2007.
- [68] E. Pan, *et al.*, "Enhancement of magnetoelectric effect in multiferroic fibrous nanocomposites via size-dependent material properties," *Applied Physics Letters*, vol. 95, Nov 2 2009.
- [69] Z. J. Gao, "A circular inclusion with imperfect interface: Eshelby's tensor and related problems," *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, vol. 62, pp. 860-866, Dec 1995.
- [70] Z. Hashin, "Thin interphase/imperfect interface in elasticity with application to coated fiber composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 50, pp. 2509-2537, Dec 2002.

附錄 A 磁電效應與材料係數間之關係

本附錄之目的在討論不同材料性質對磁電效應之影響，並以等高線的形式表示。其中壓電相與壓磁相分別以 BaTiO₃(BTO)與 CoFe₂O₄ (CFO)之材料係數作為基礎，並在後續之不同組成下的分析中，逐步變動 C 、 κ 、 μ 、 q 、 e 觀察對磁電電壓係數之影響。

在纖維狀複合材料分析中，由於 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之間的差異性不容忽視，對於單方面比較而言並不能代表整體磁電電壓係數之趨勢，因此，分析之步驟採兩部分比較，先行分析 $\alpha_{E,11}^*$ ，其次再進行 $\alpha_{E,33}^*$ ，並在各組成之分析完成後，將最佳化之結果做一彙整，並驗證在不同體積比 f 下，磁電電壓係數皆可比未變動前有更好的表現。並由最佳化結果，選擇有助於提升磁電電壓係數之配置。

圖中設定部分：x 軸與 y 軸之數值變化，分別代表殼層(Shell)與核心(Core)係數之改變，並以相對倍數表示；左上角代表母材之相對係數變化、右上角表示變動係數後，磁電電壓係數與未變動前 ($\alpha_{E,11}^0$ 、 $\alpha_{E,33}^0$) 之相對倍數關係，由圖中之色階表示。部分圖式之座標軸改用對數型式表示，以利於分析後之觀察。

變動幅度部分：彈性係數變動範圍取 0.025 至 1 倍之間、介電常數 κ 採 0.1 至 10 倍之間、磁導率 μ 採 0.001 至 10 倍之間、壓電係數 e 與壓磁係數 q 採 1 至 8 倍之變動幅度。

A-1 壓電/壓磁/壓磁

(a) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

未變動前 $\alpha_{E,11}^0 = -0.0336 \text{ V/cmOe}$ 。

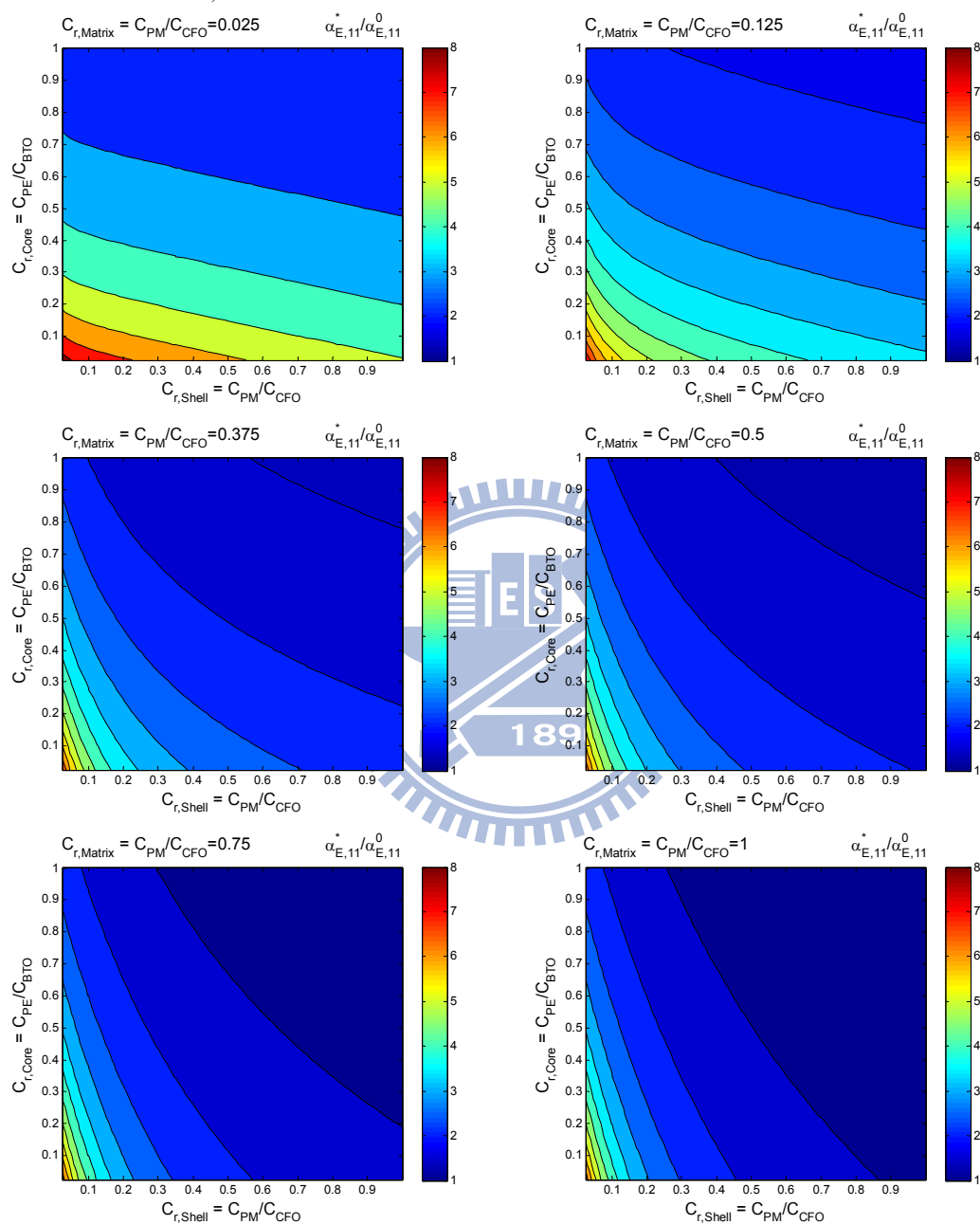


圖 A-1 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-1 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，皆有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。

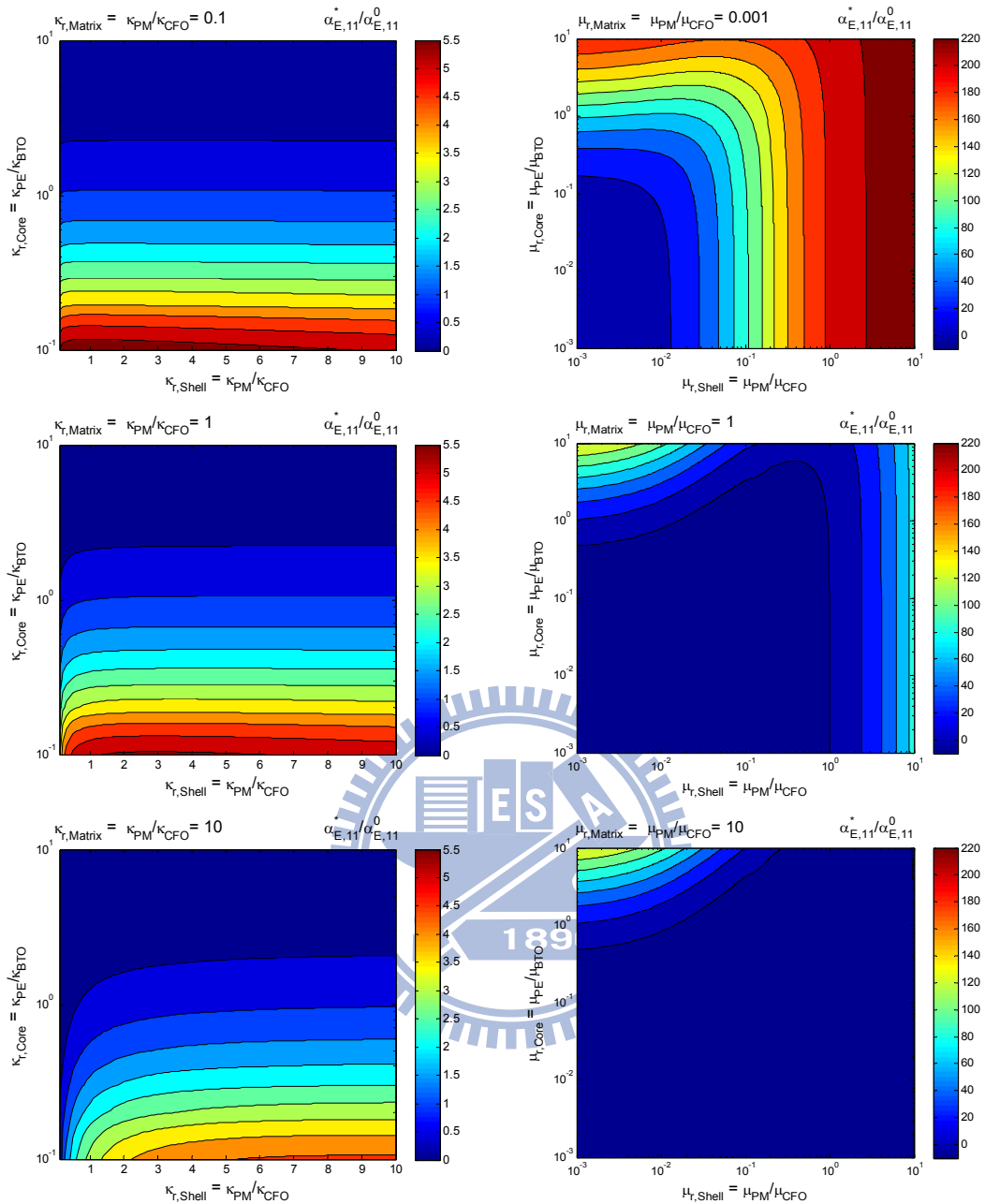


圖 A-2 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-2 顯示，當降低核心之介電常數、母材磁導率以及提升殼層之磁導率時，有助於磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 的提升。另外，由圖中可以發現，當改變壓磁材料之介電常數以及壓電材料之磁導率時對磁電效應之影響有限。

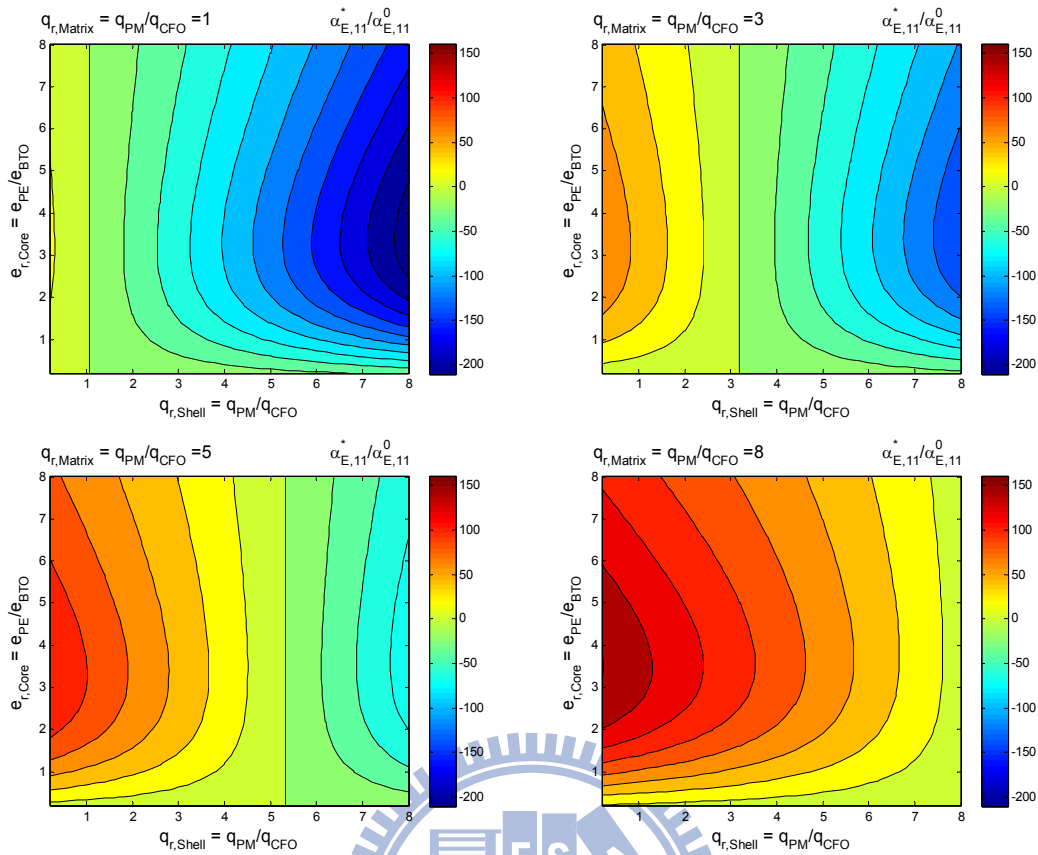
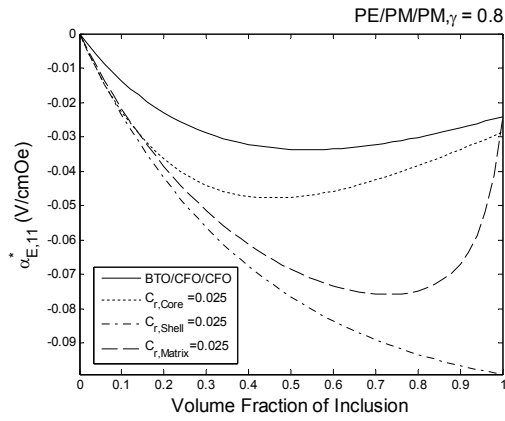


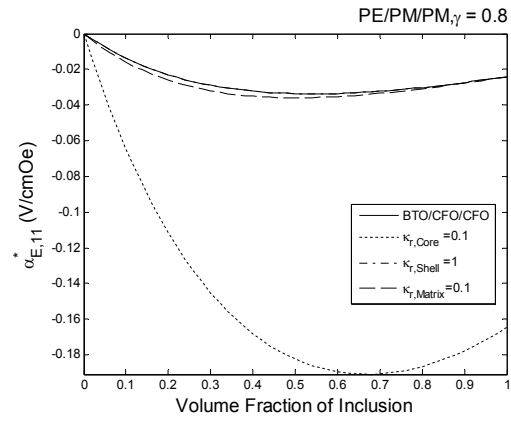
圖 A-3 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-3 顯示，當核心的壓電係數相當於 BaTiO_3 壓電係數之 2 到 6 倍之間時，對磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 的提升有所助益。另外當提升母材以及降低殼層之壓磁係數時，也同樣可提升磁電電壓係數(正倍數)；降低母材以及提升殼層之壓磁係數時，同樣可提升磁電電壓係數(負倍數)。

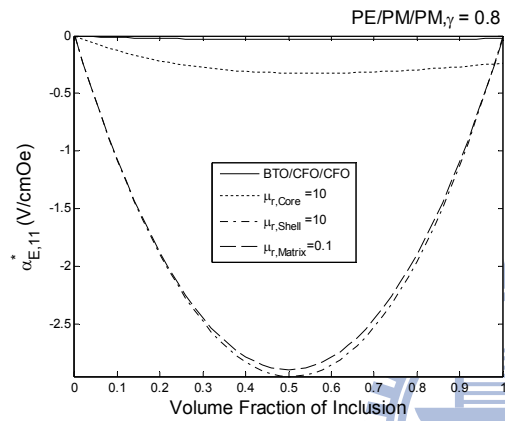
以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,11}^*$ 來得好，結果如圖 A-4 所示。其中，標示部分由圖 A-4(a)說明：圖中 BTO/CFO/CFO 代表未變動前之分析結果； $C_{r,\text{core}}=0.025$ 、 $C_{r,\text{shell}}=0.025$ 以及 $C_{r,\text{matrix}}=0.025$ 分別代表相對於未變動前，核心、殼層以及母材之彈性常數 C 乘上 0.025 之分析結果。其餘各圖所表示之涵義相同。



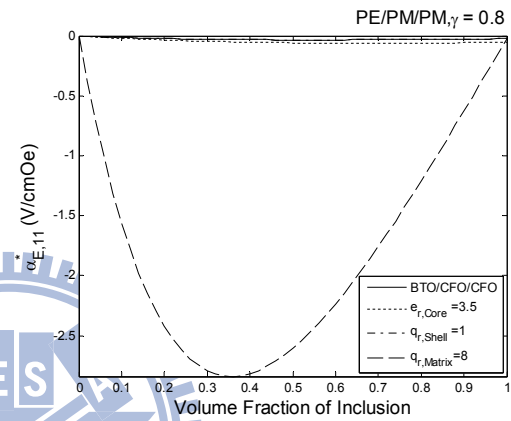
(a) 變動彈性係數



(b) 變動介電常數



(c) 變動磁導率



(d) 變動壓電、壓磁係數

圖 A-4 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-4 中顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於 $\alpha_{E,11}^*$ 提升。

(b) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

未變動前 $\alpha_{E,33}^0 = 0.925 \text{ V/cmOe}$ 。

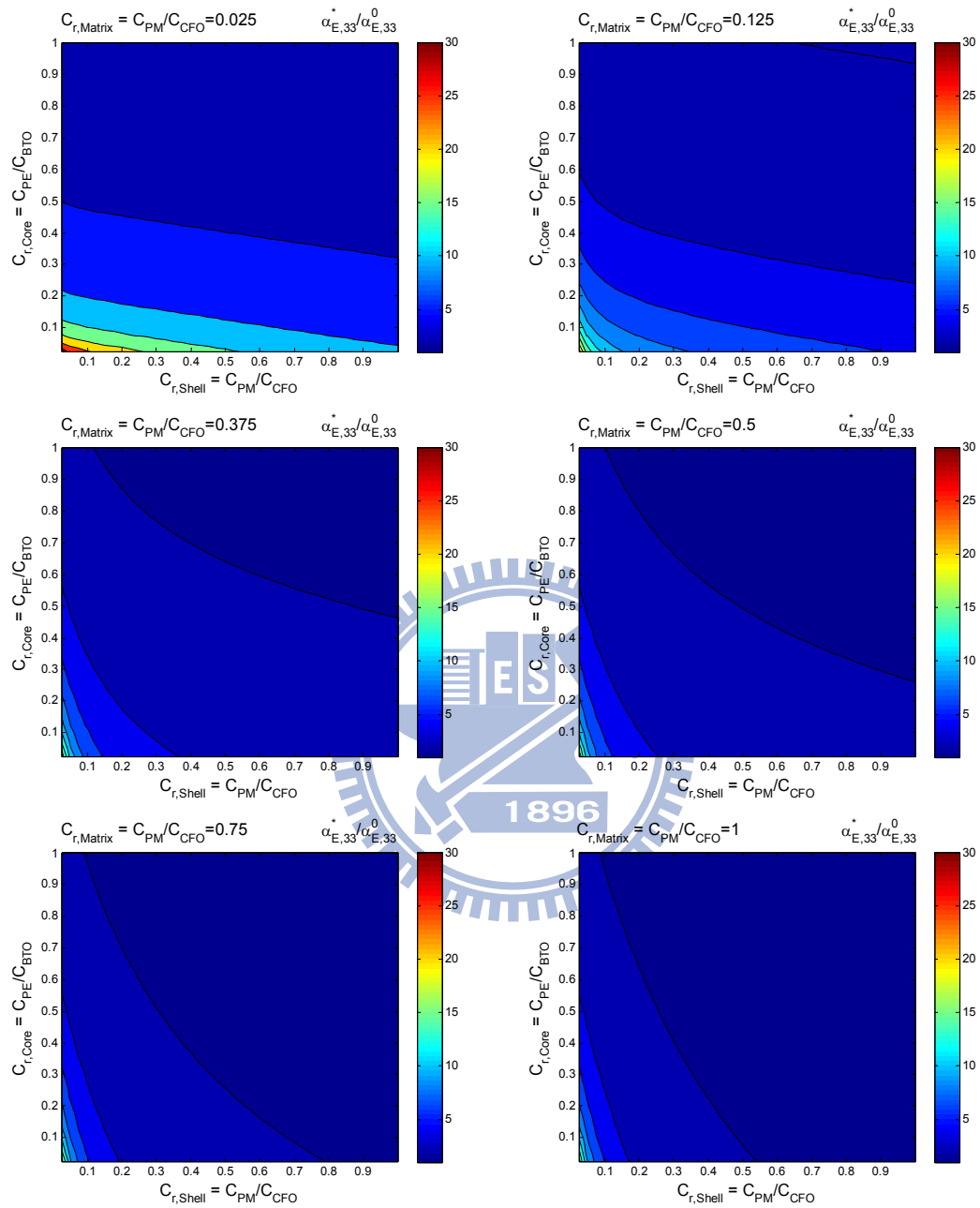


圖 A-5 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-5 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

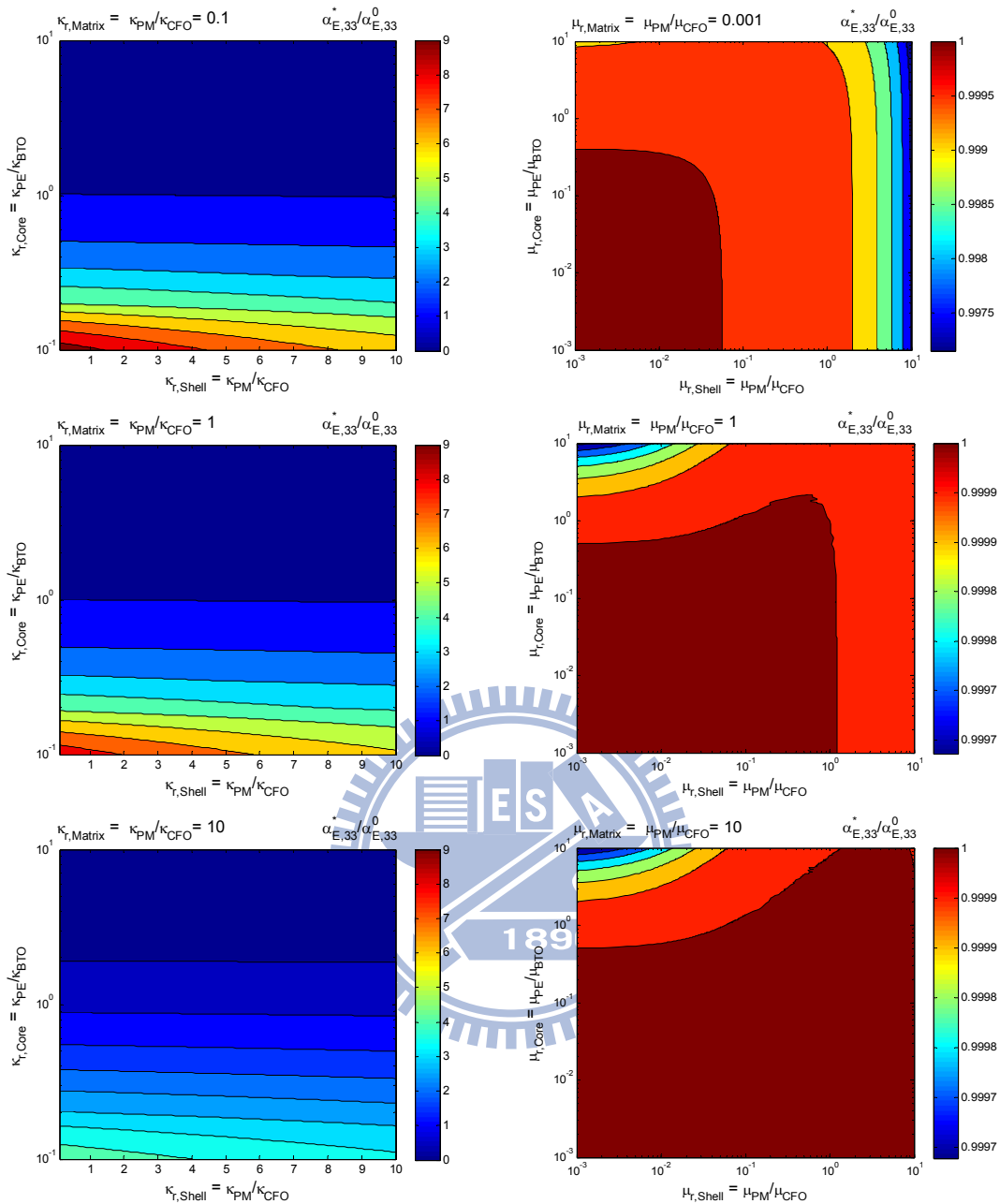


圖 A-6 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-6 顯示：當降低核心、母材之介電常數有助於磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 的提升，而殼層之介電常數影響的幅度較小。另外，當對母材、殼層以及核心之磁導率進行變動時，不難發現其對磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 所造成的影響細微至可忽略之程度。

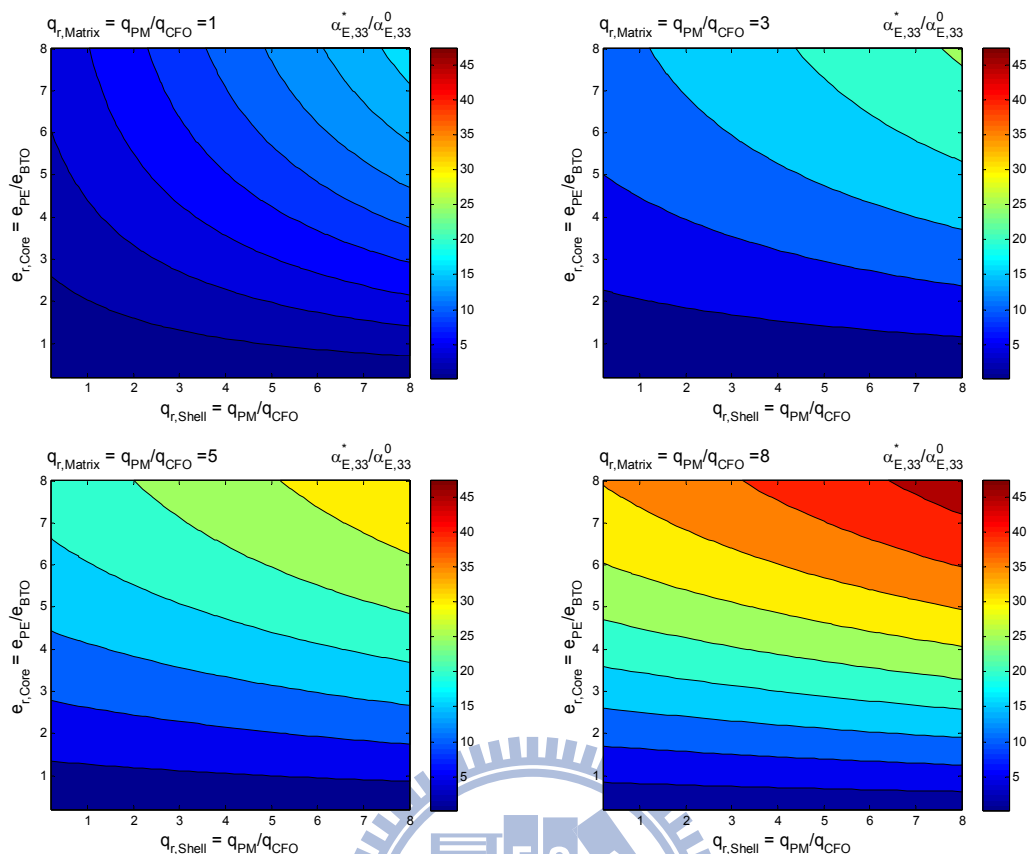


圖 A-7 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-7 顯示，當提升母材、殼層之壓磁係數，以及提升核心之壓電係數時，有助於磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 的提升，進一步來看可以發現：當壓電係數越大時，母材及殼層之壓磁係數之變動使 $\alpha_{E,33}^*$ 變化幅度越趨明顯，反之，當壓電係數越小時，壓磁係數之變動對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響則有限。

以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,33}^*$ 來得好，結果如圖 A-8 所示。

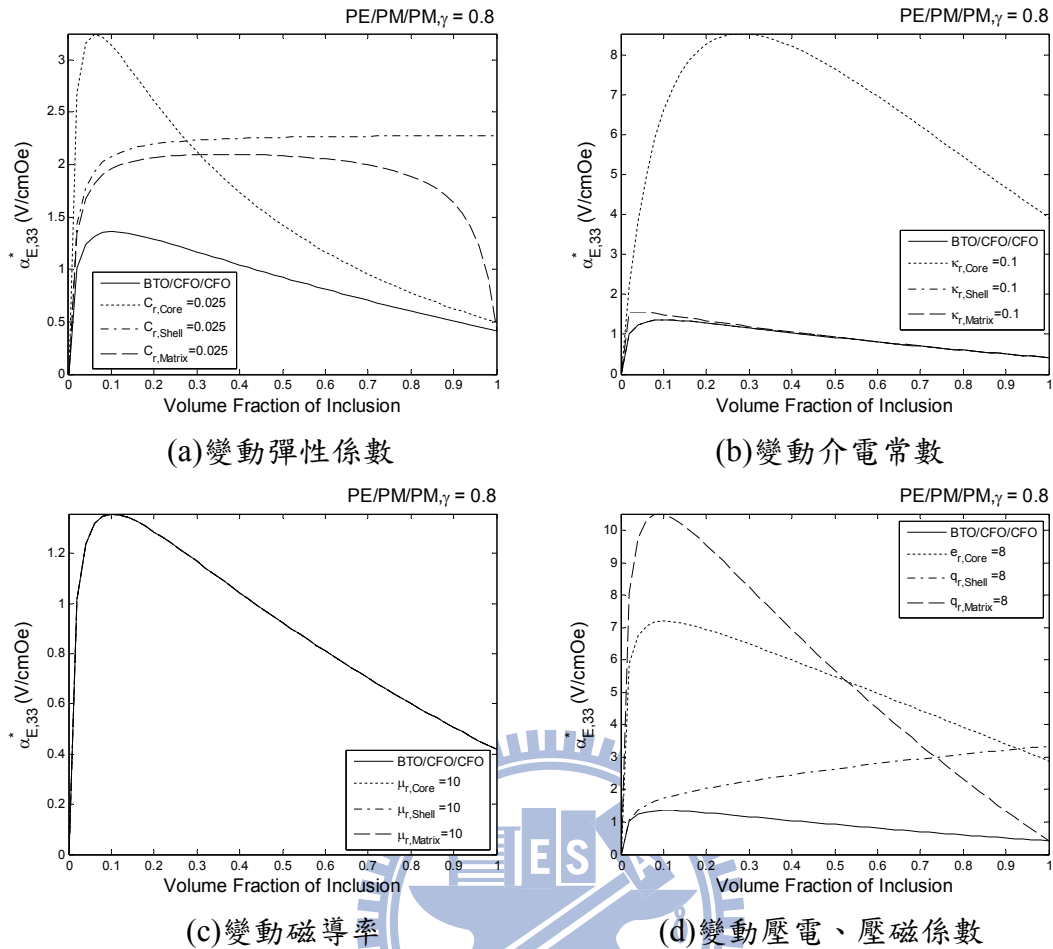


圖 A-8 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓磁/壓磁)

由圖 A-8 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於 $\alpha_{E,33}^*$ 提升。值得一提的是，由圖(c)之變動磁導率中，特別將磁導率增加至 CFO 或 BTO 磁導率之 10 倍，主要目的在驗證變動磁導率對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響可以忽略，且由觀察結果證實此要點。

A-2 壓電/壓電/壓磁

(a) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

未變動前 $\alpha_{E,11}^0 = -0.0306 \text{ V/cmOe}$ 。

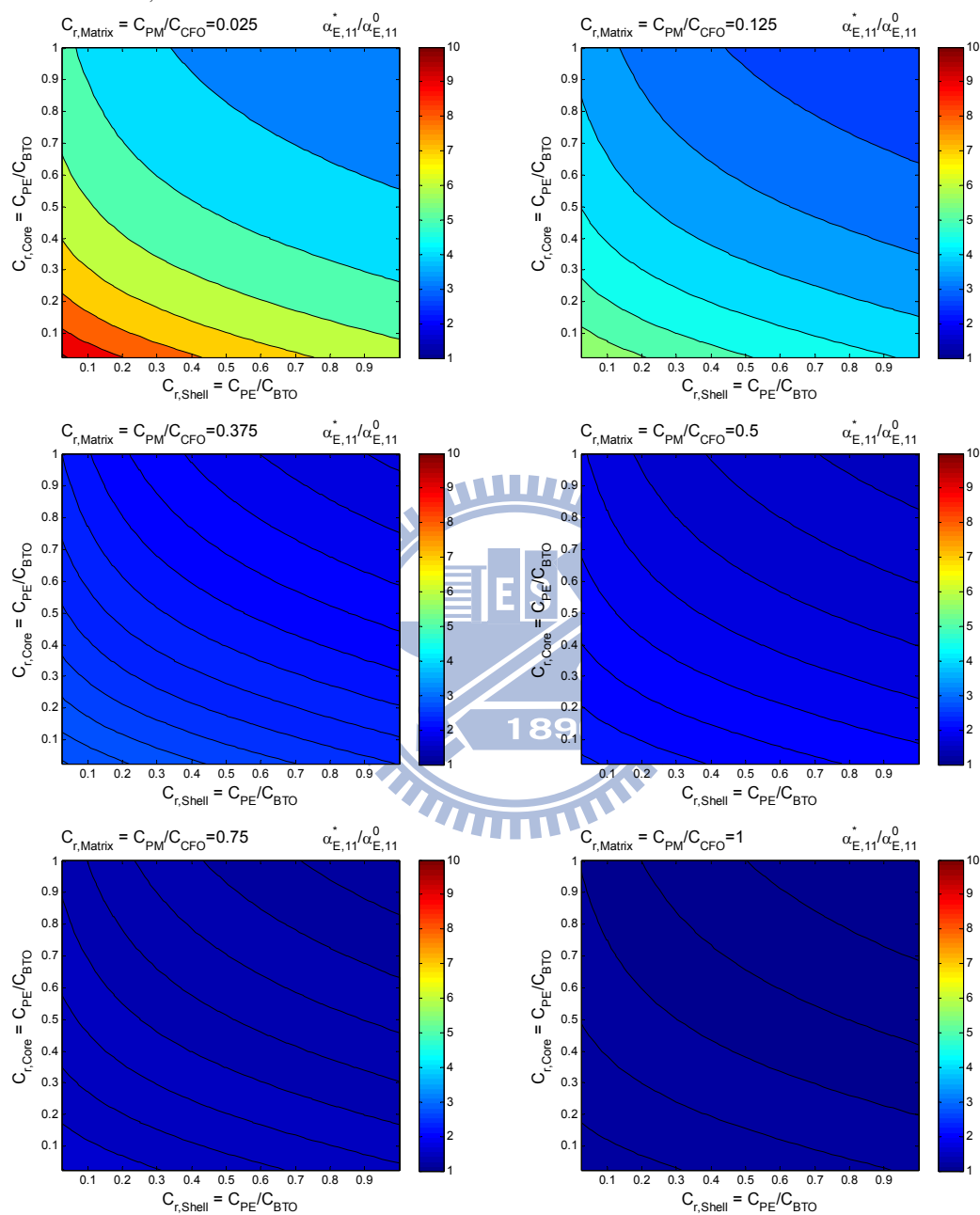


圖 A-9 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

由圖 A-9 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，皆有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ ，此與壓電/壓磁/壓磁配置的結果相同。

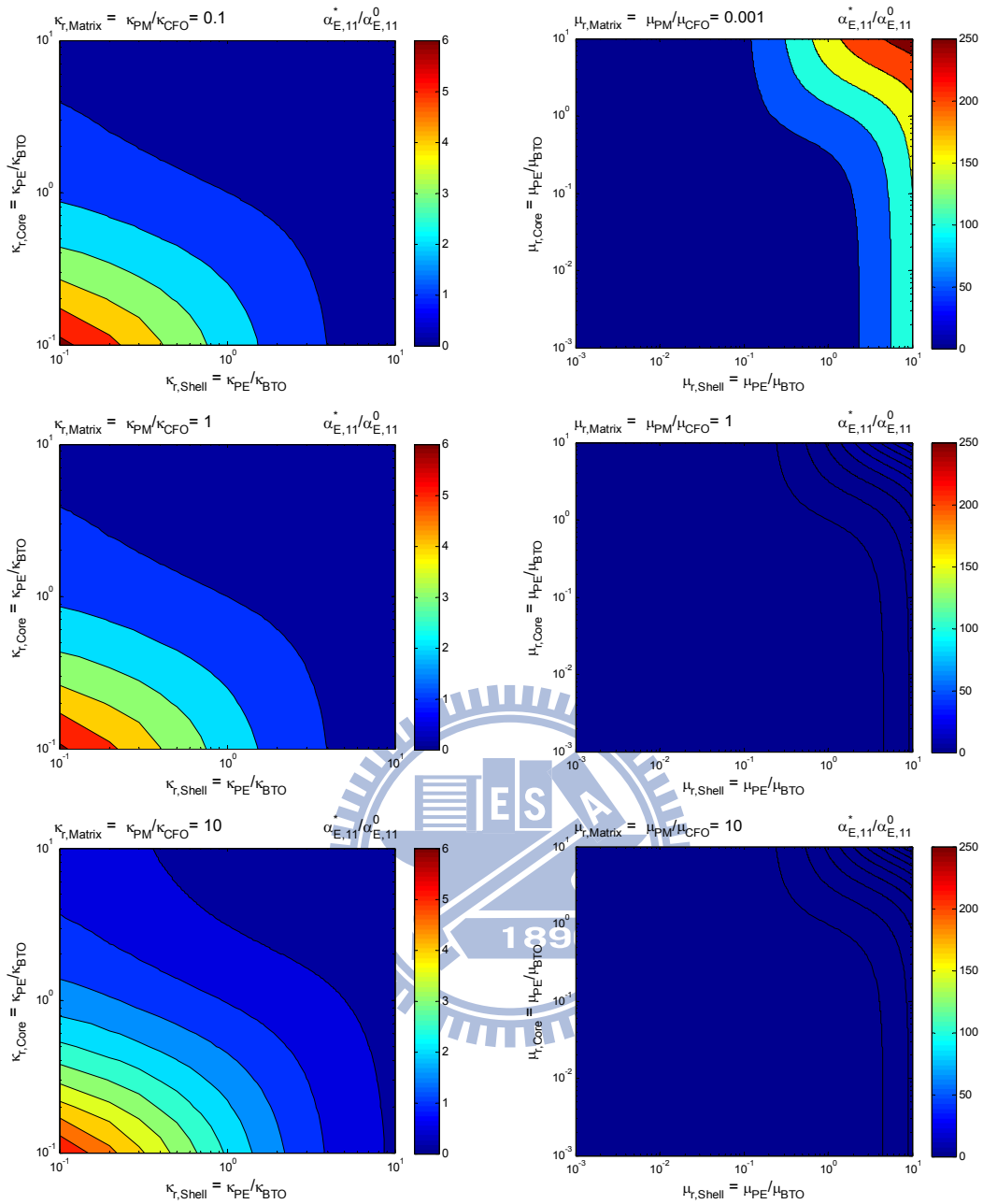


圖 A-10 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

圖 A-10 所示，當降低核心、殼層之介電常數以及降低母材以及提升殼層、核心之磁導率，皆有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。另外，由圖中的跡象顯示母材之介電常數之變化對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響較小。

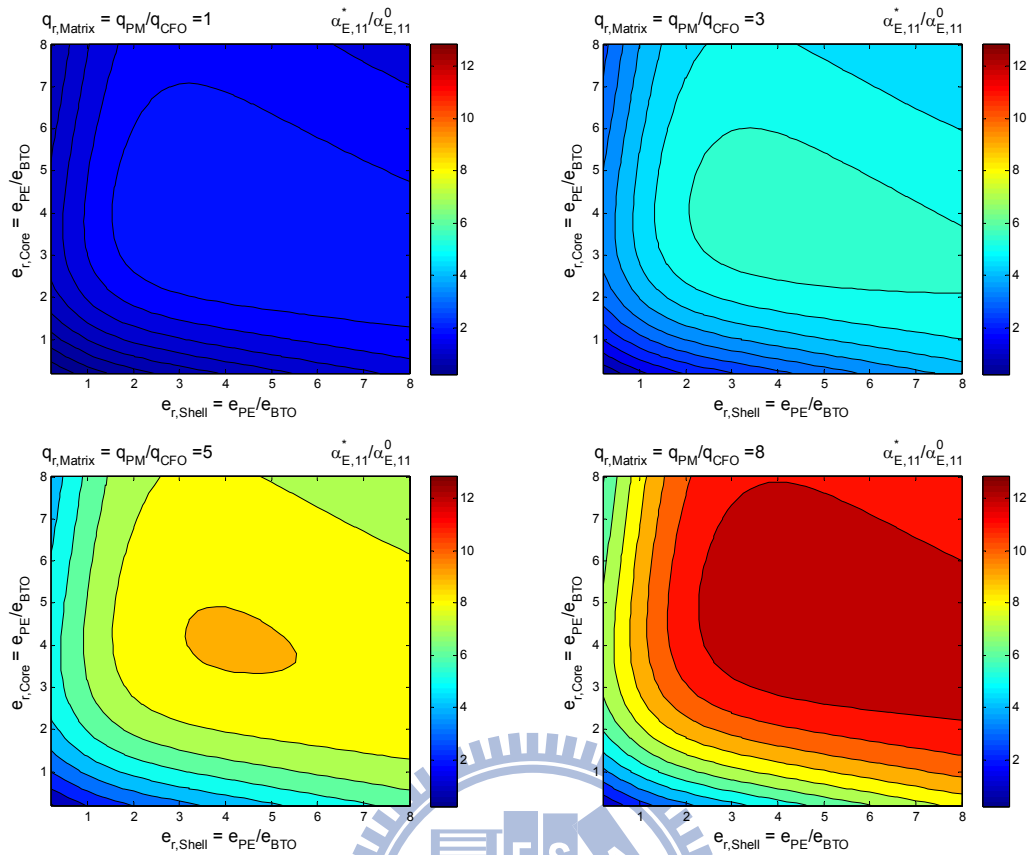


圖 A-11 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

圖 A-11 所示，當提升母材壓磁係數時，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。另外，殼層及核心之壓電係數越往 BaTiO_3 壓電係數之 3 至 5 倍時亦有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。

以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,11}^*$ 來得好，結果如圖 A-12 所示。

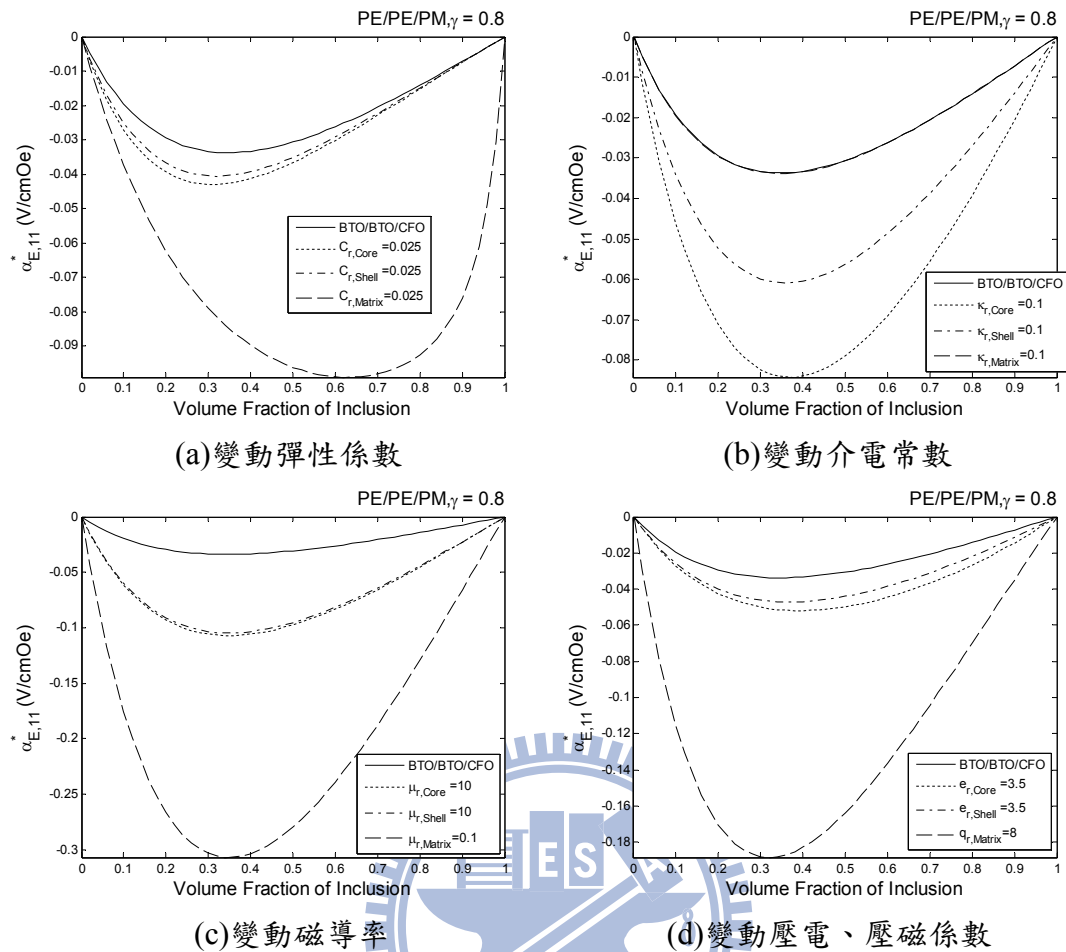


圖 A-12 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓電/壓磁)

由圖 A-12 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於 $\alpha_{E,11}^*$ 提升。另外，在圖(b)中，變動母材之介電性質特別採用 0.1，目的為驗證在此種配置下，壓磁材料之介電性質之變動對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響微小至可以忽略之程度，因此，在實際上無須特別變動壓磁材料之介電性質。

(b) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

未變動前 $\alpha_{E,33}^0 = 0.621 \text{ V/cmOe}$ 。

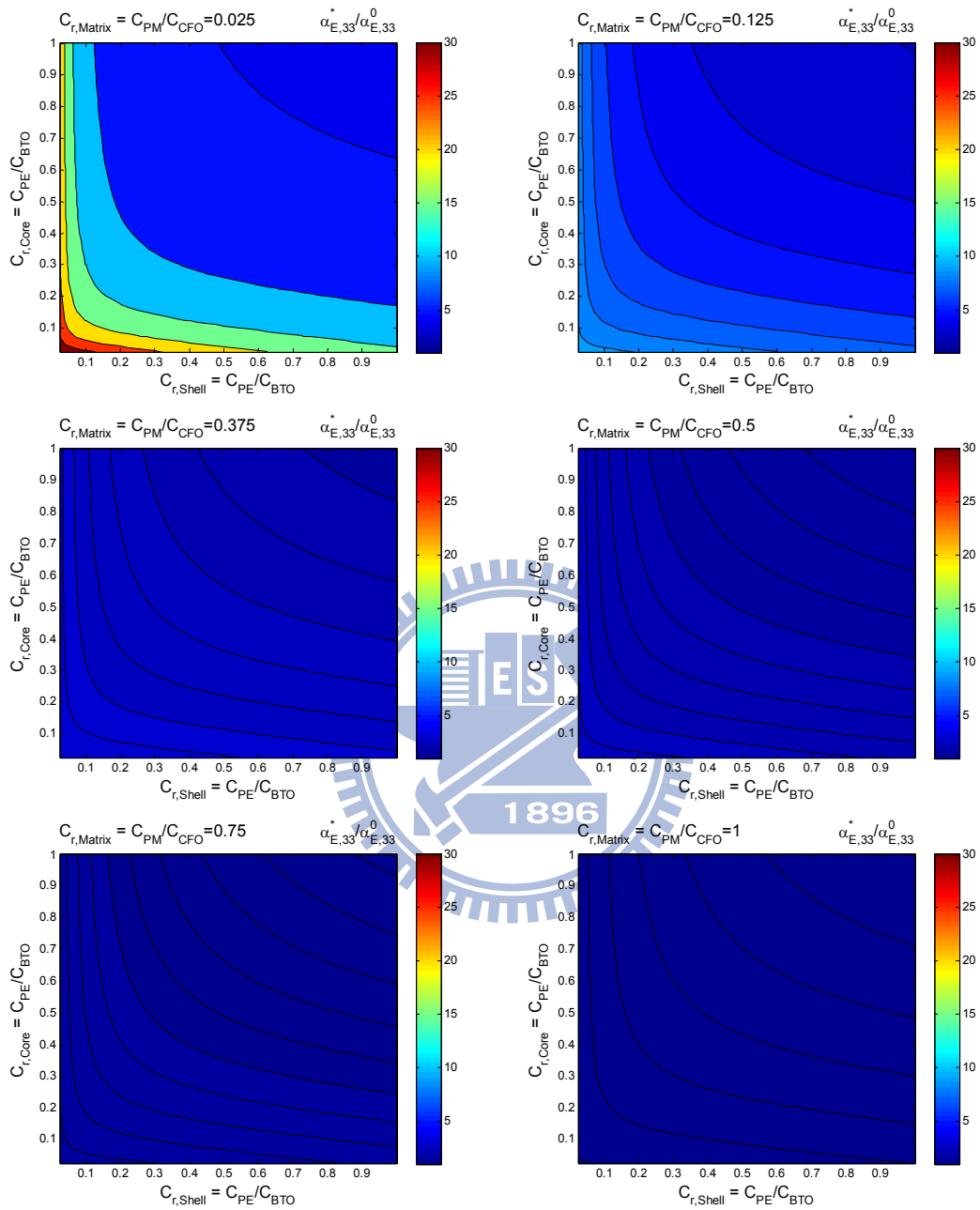


圖 A-13 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

由圖 A-13 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 。

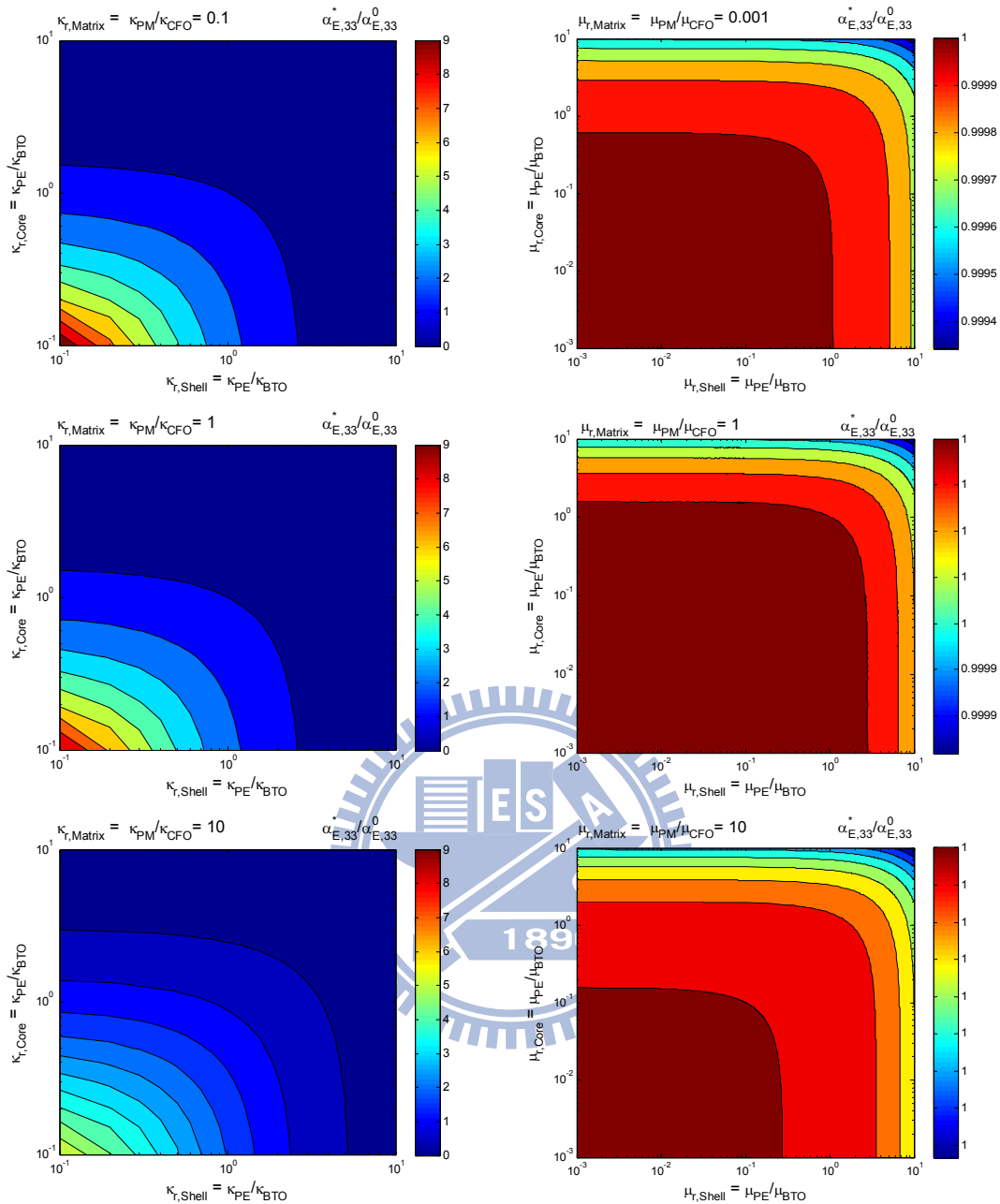


圖 A-14 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

圖 A-14 所示，當降低母材、殼層及核心之介電常數時，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 。另外，由圖中的跡象顯示：母材磁導率的增減對磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 的影響有限。

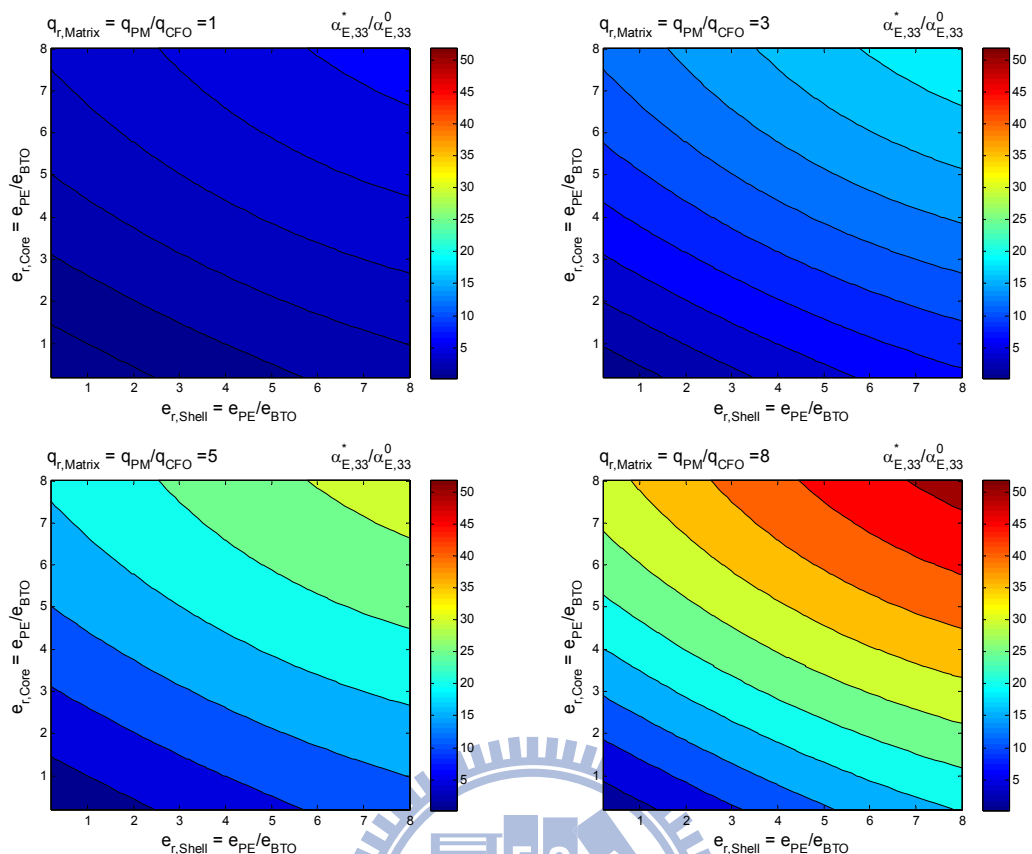


圖 A-15 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

圖 A-15 所示，當提升殼層、核心之壓電係數及母材之壓磁係數時，皆有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 。

以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,33}^*$ 來得好，結果如圖 A-16 所示。

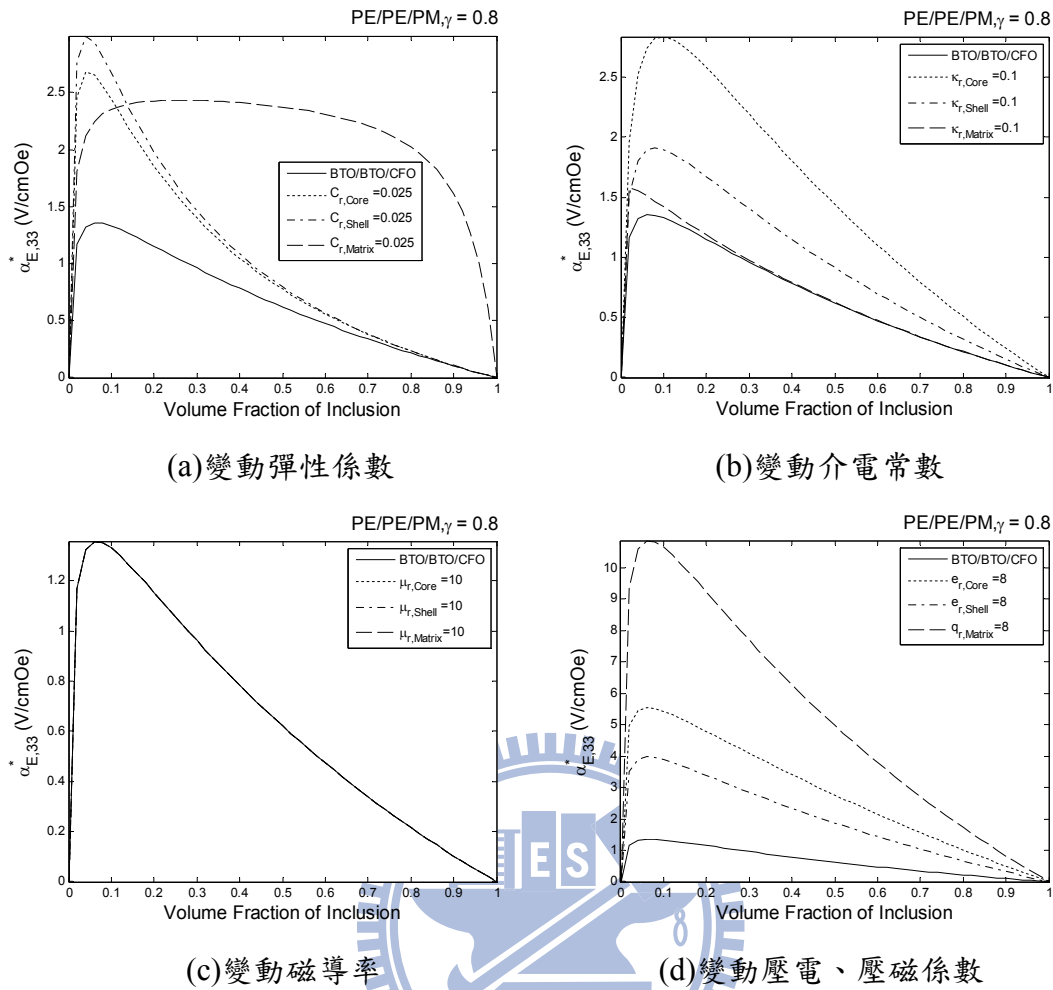


圖 A-16 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓電/壓電/壓磁)

由圖 A-16 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於提升 $\alpha_{E,33}^*$ 。此外，特別將磁導率增加至 CFO 或 BTO 磁導率之 10 倍，目的在驗證磁導率對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響微小甚微，且由結果證實此要點。

A-3 壓磁/壓磁/壓電

(a) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

未變動前 $\alpha_{E,11}^0 = -0.0019 \text{V/cmOe}$ 。

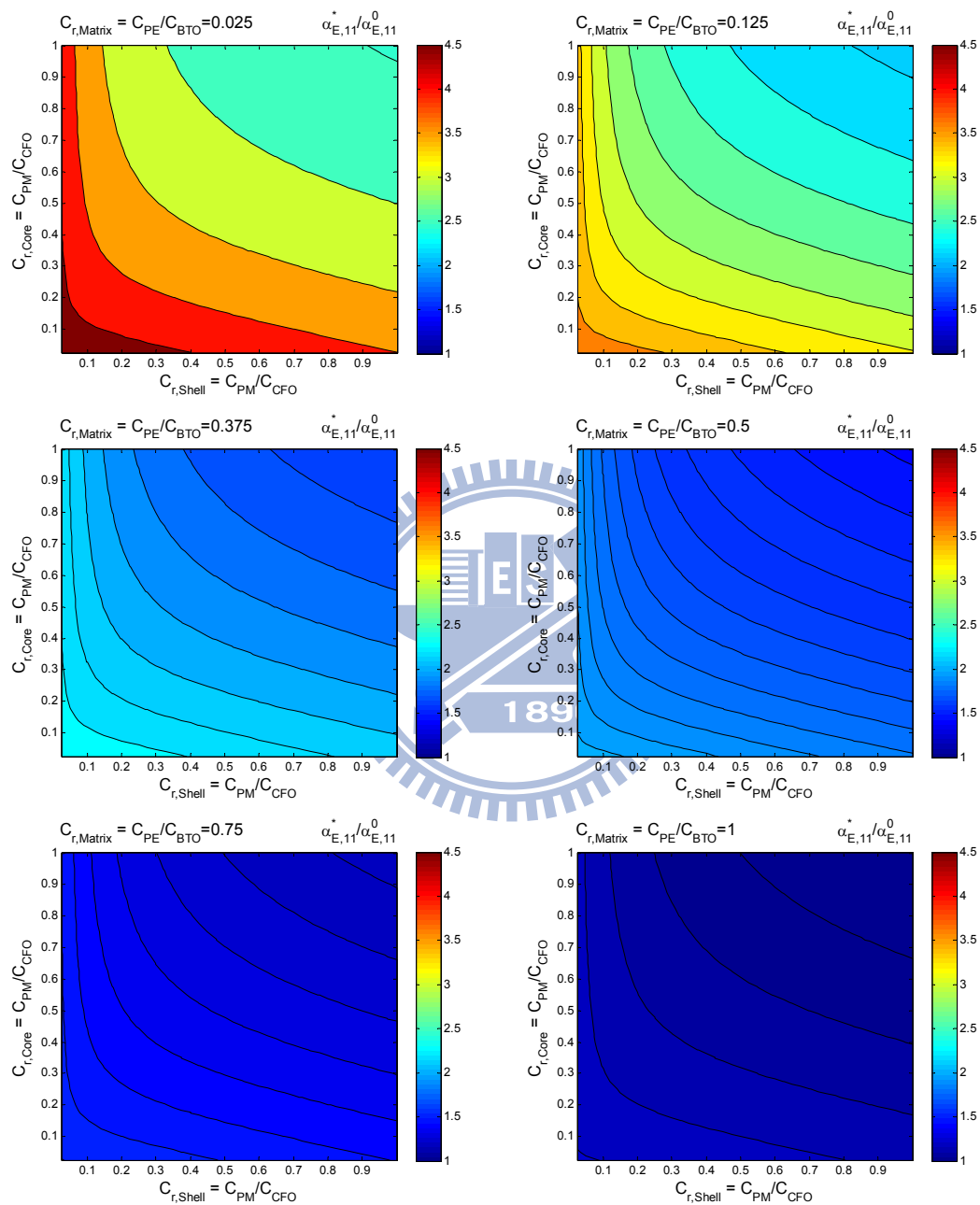


圖 A-17 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-17 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。

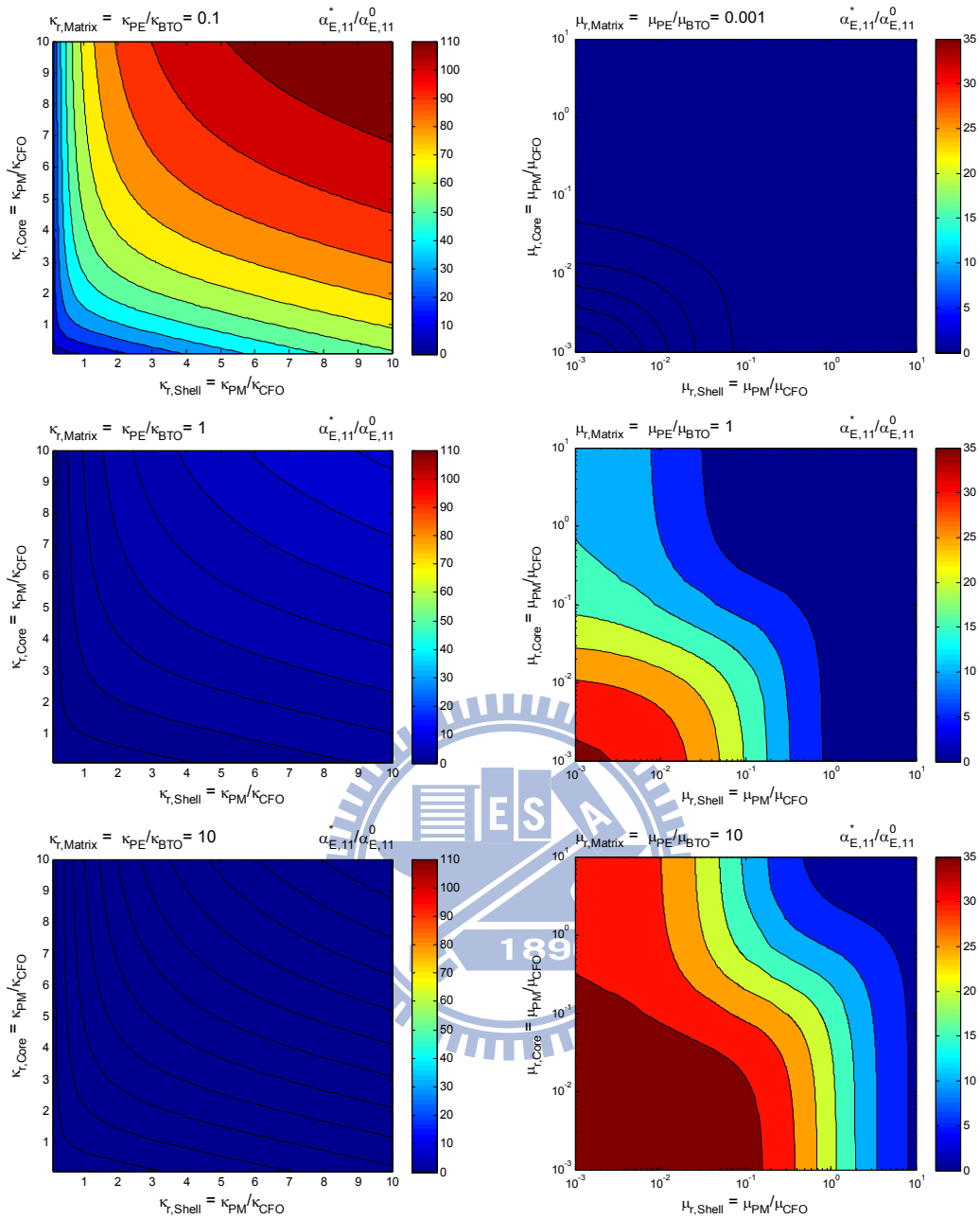


圖 A-18 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-18 顯示介電常數 κ 與磁導率 μ 對磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響。其中，有助於提升 $\alpha_{E,11}^*$ 之材料變動趨勢為：降低母材以及提升殼層、核心之介電常數；提升母材以及殼層、核心之磁導率。

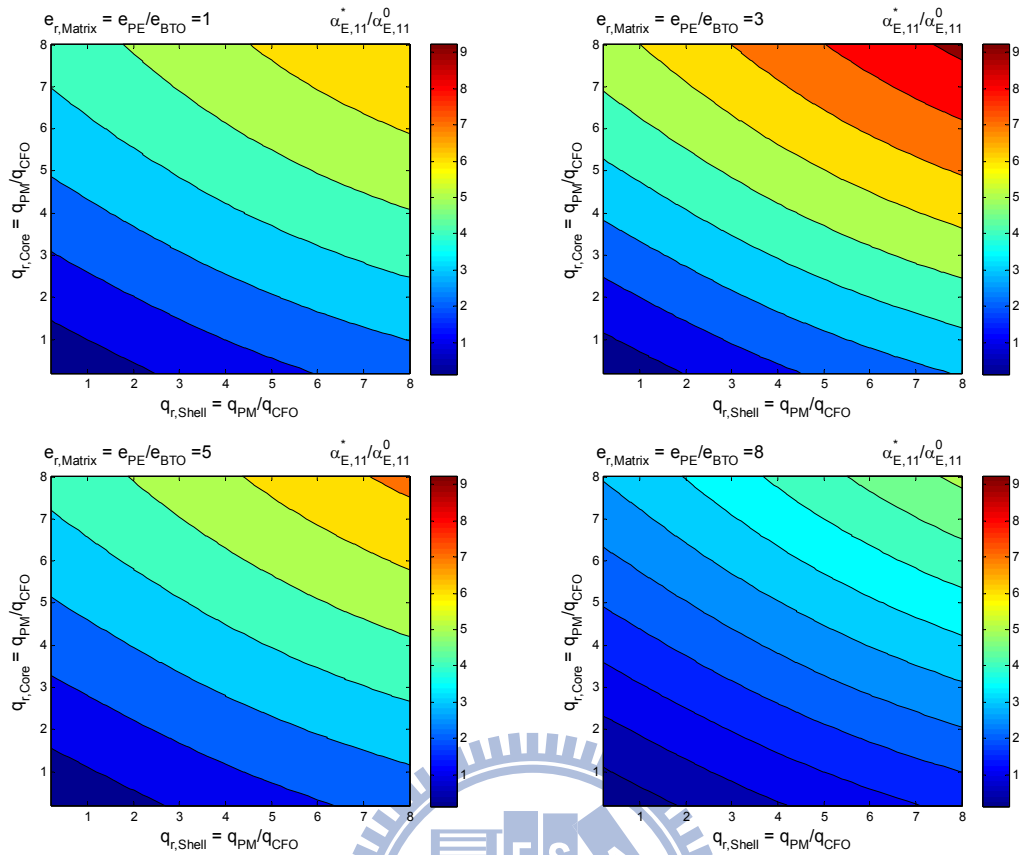
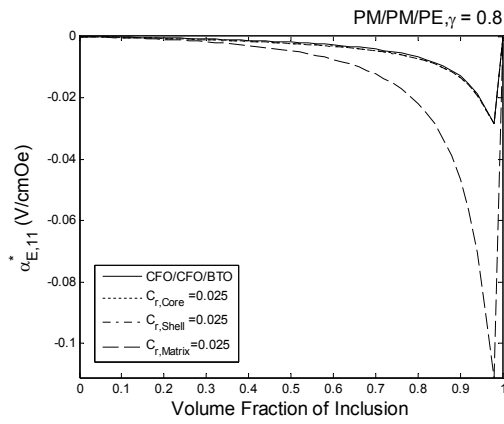


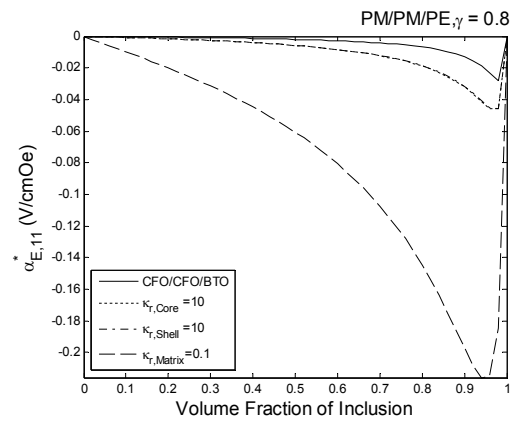
圖 A-19 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-19 顯示，當分別增加殼層、核心之壓磁係數時，皆對磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 的提升有所助益，相較於母材，其壓電係數的提升並無此趨勢，而是在於當母材的壓電係數相當於 BTO 之壓電係數約三倍時，對於 $\alpha_{E,11}^*$ 而言有明顯的增加趨勢。

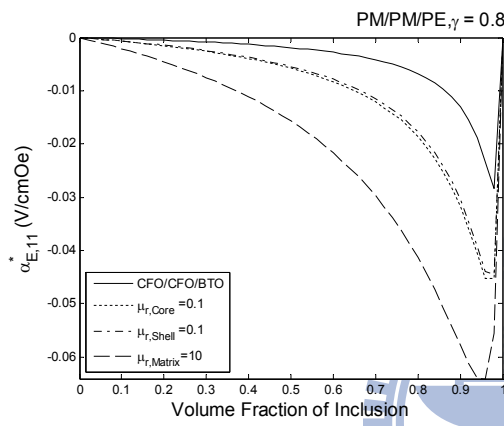
以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,11}^*$ 來得好，結果如圖 A-20 所示。



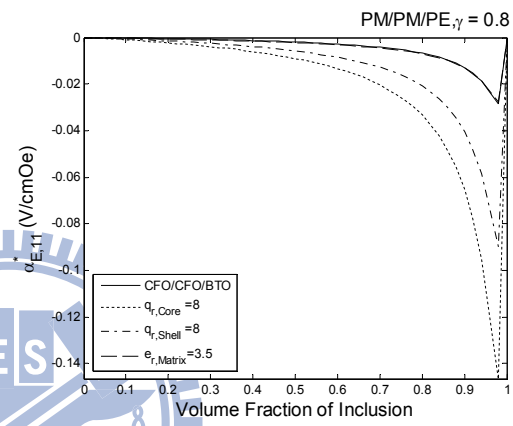
(a) 變動彈性係數



(b) 變動介電常數



(c) 變動磁導率



(d) 變動壓電、壓磁係數

圖 A-20 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-20 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於提升 $\alpha_{E,11}^*$ 。

(b) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

未變動前 $\alpha_{E,33}^0 = 0.6622 \text{ V/cmOe}$ 。

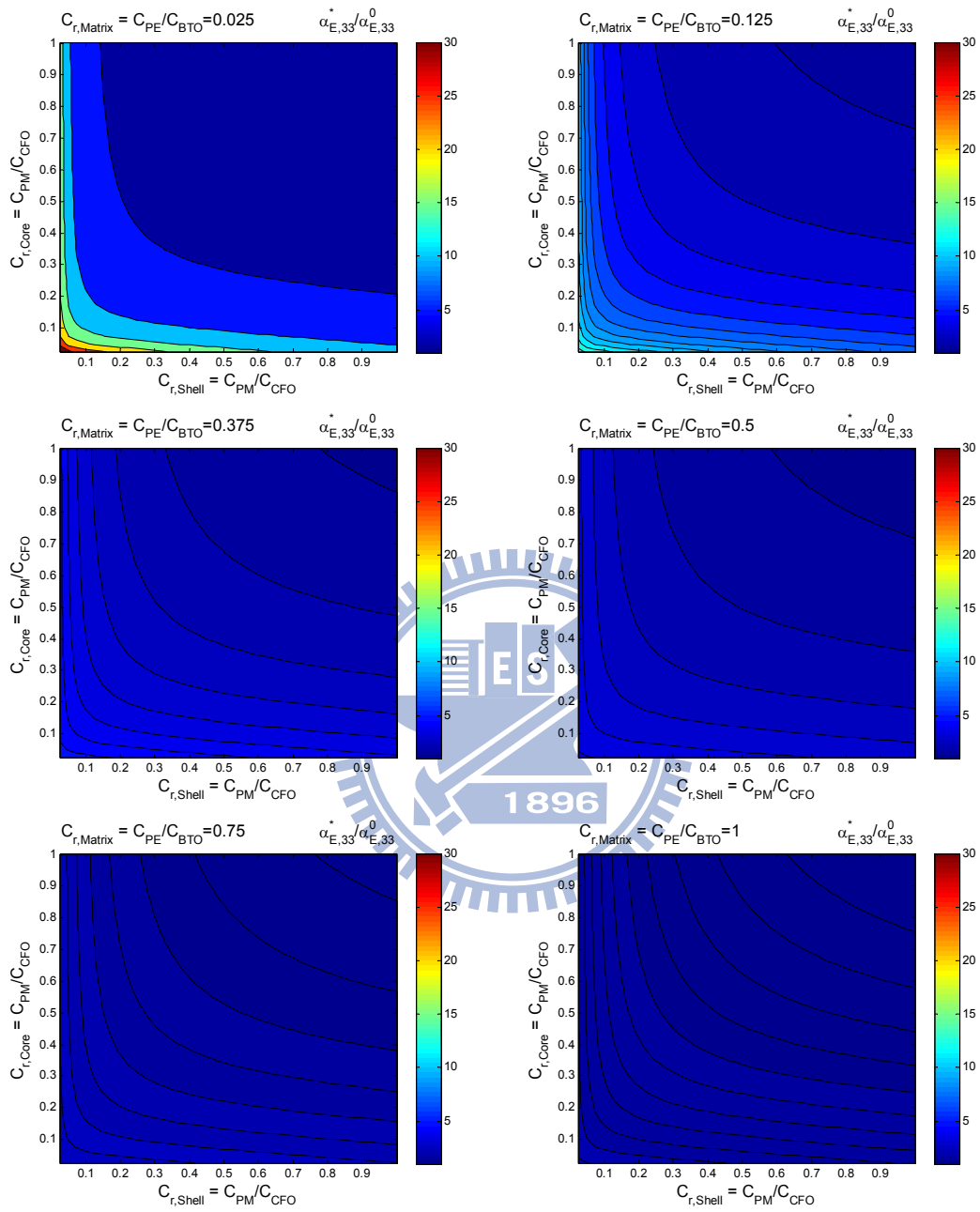


圖 A-21 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-21 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 。

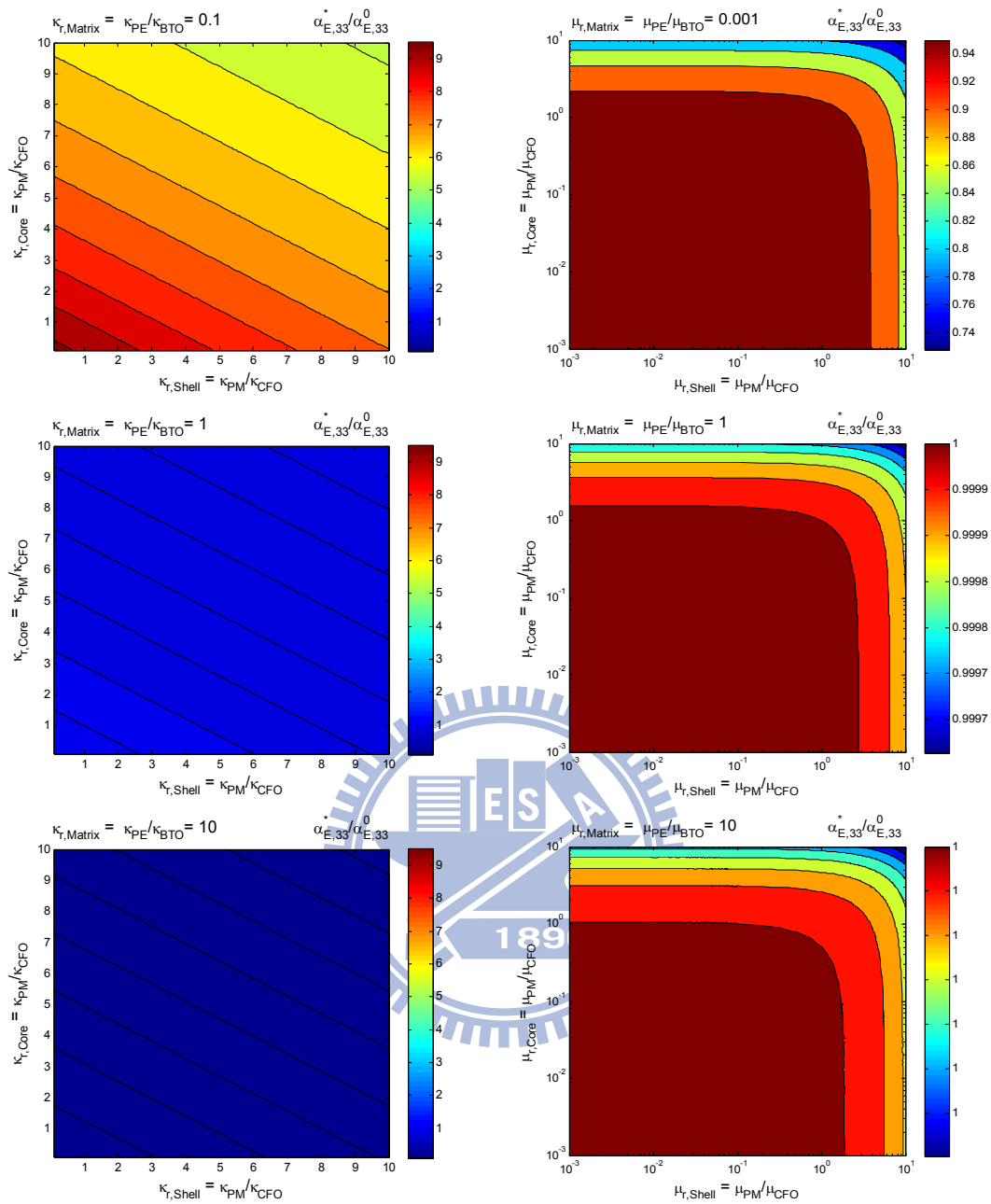


圖 A-22 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-22 顯示，當降低母材、殼層、核心之介電常數時有助於 $\alpha_{E,33}^*$ 的提升。
 另一方面，由圖中顯示出磁導率的變動對於 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響有限。

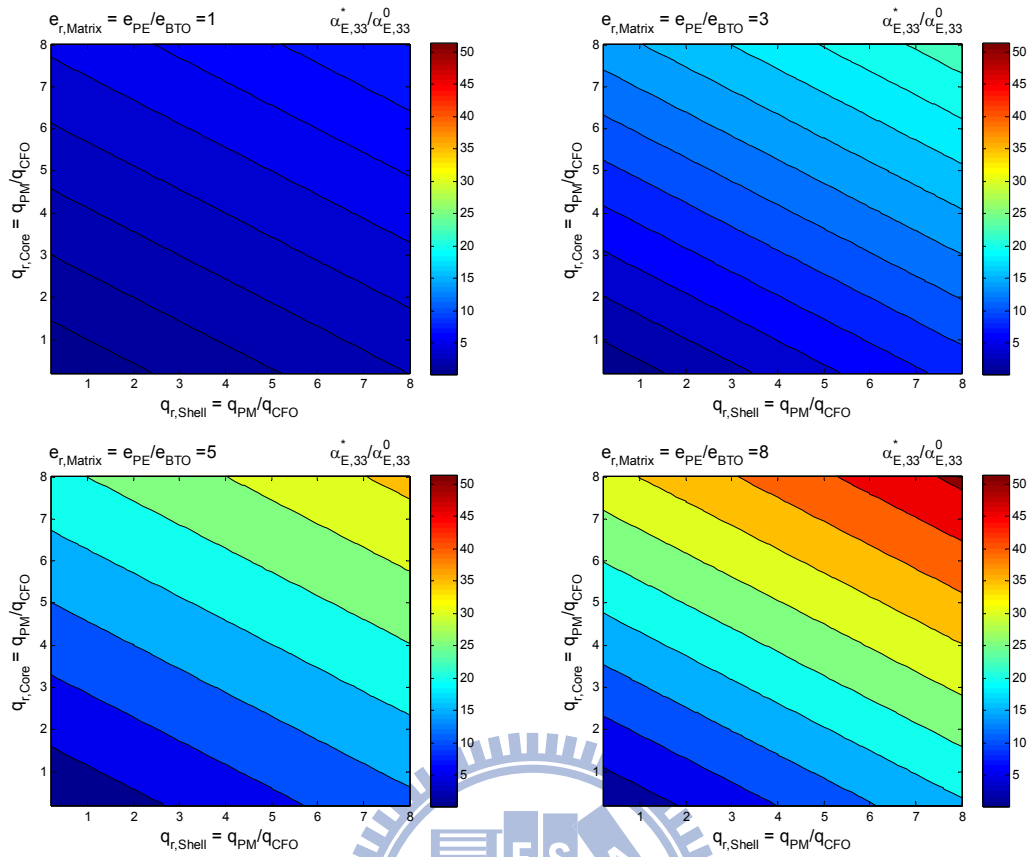


圖 A-23 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-23 顯示，當分別增加母材之壓電係數以及殼層、核心之壓磁係數時，皆有助於磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 的提升

以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,33}^*$ 來得好，結果如圖 A-24 所示。

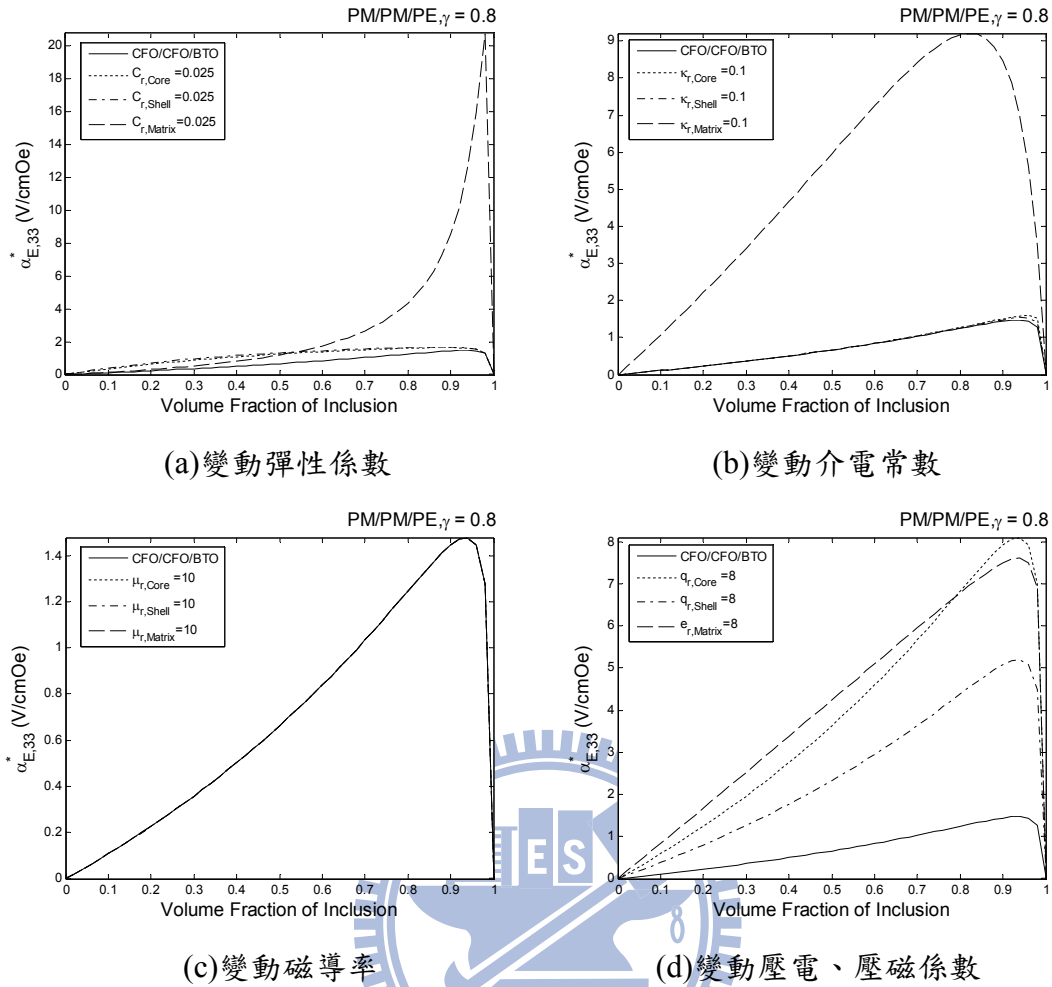


圖 A-24 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓磁/壓電)

由圖 A-24 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於提升 $\alpha_{E,33}^*$ 。值得注意的是，對於壓磁材料而言，改變介電常數似乎對 $\alpha_{E,33}^*$ 之貢獻遠不及變動壓電材料之介電常數來得有效，因此，壓磁材料之介電常數在比較上可以直接省略。另外，對於 $\alpha_{E,33}^*$ 而言，磁導率的變動上所造成之影響有限

A-4 壓磁/壓電/壓電

(a) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$

未變動前 $\alpha_{E,11}^0 = -0.00094 \text{ V/cmOe}$ 。

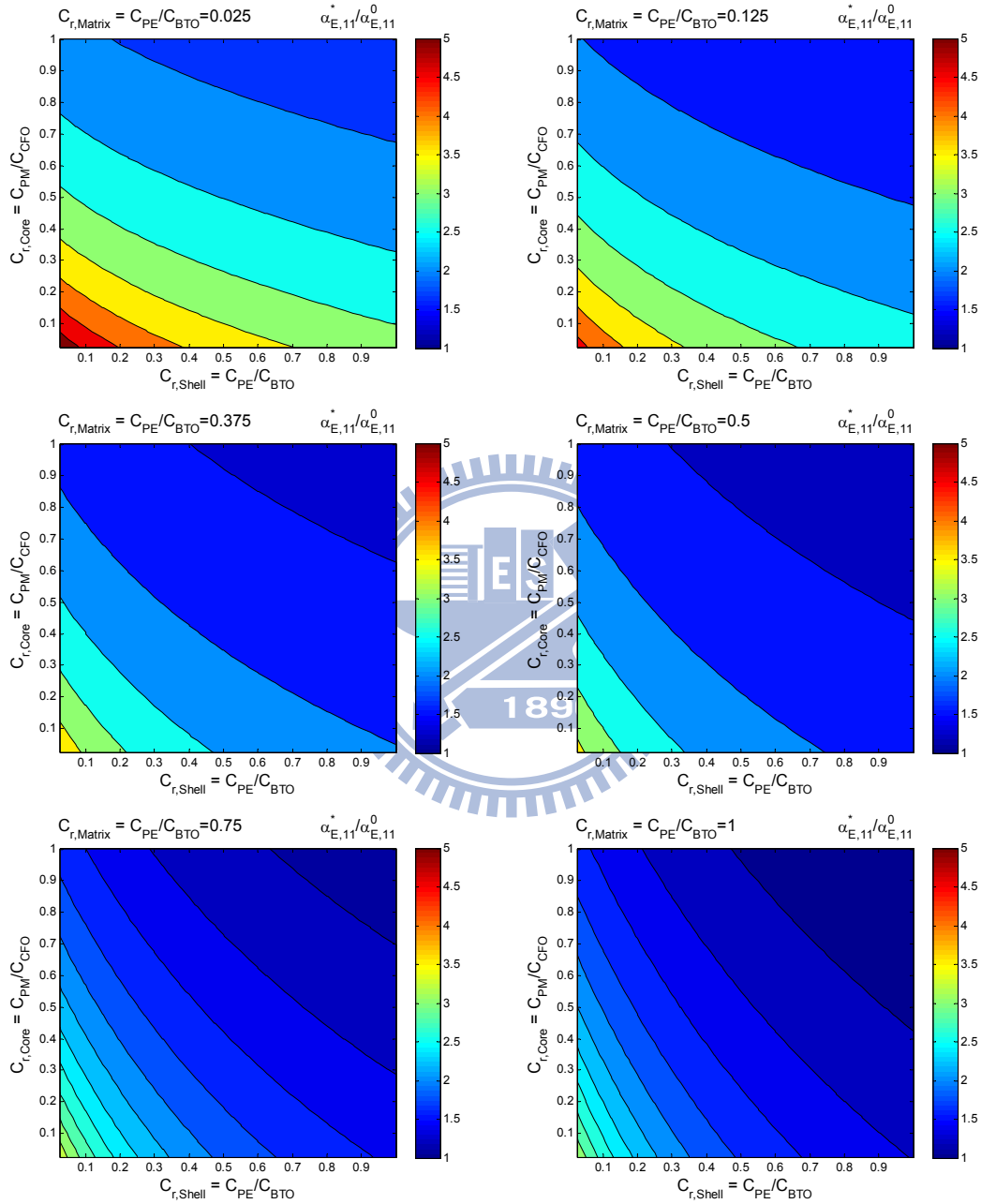


圖 A-25 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

由圖 A-25 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。

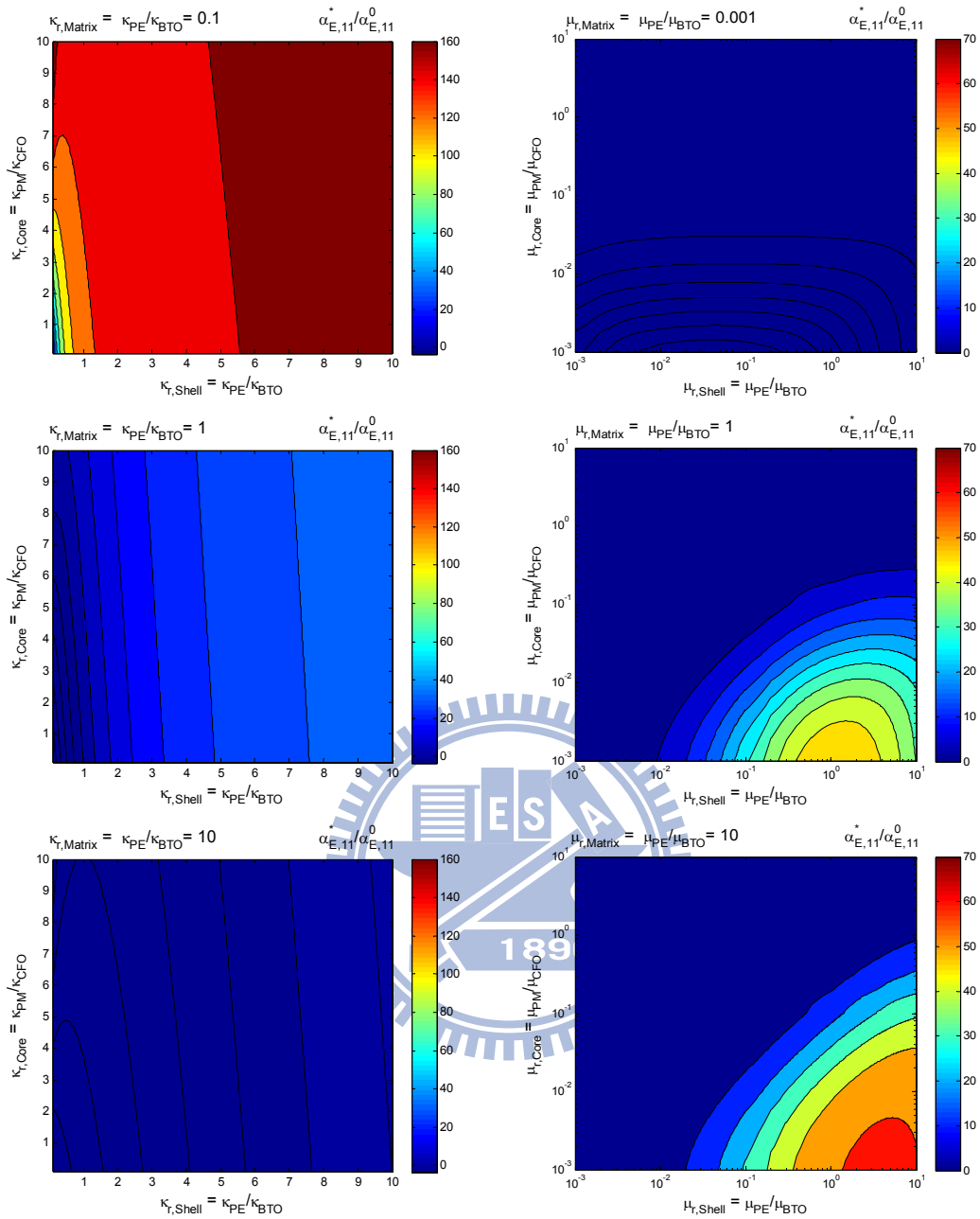


圖 A-26 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

圖 A-26 所示，當降低母材以及提升殼層、核心之介電常數時，有助於 $\alpha_{E,11}^*$ 之提升；當提升母材、殼層以及降低核心之磁導率時亦有助於 $\alpha_{E,11}^*$ 之提升。

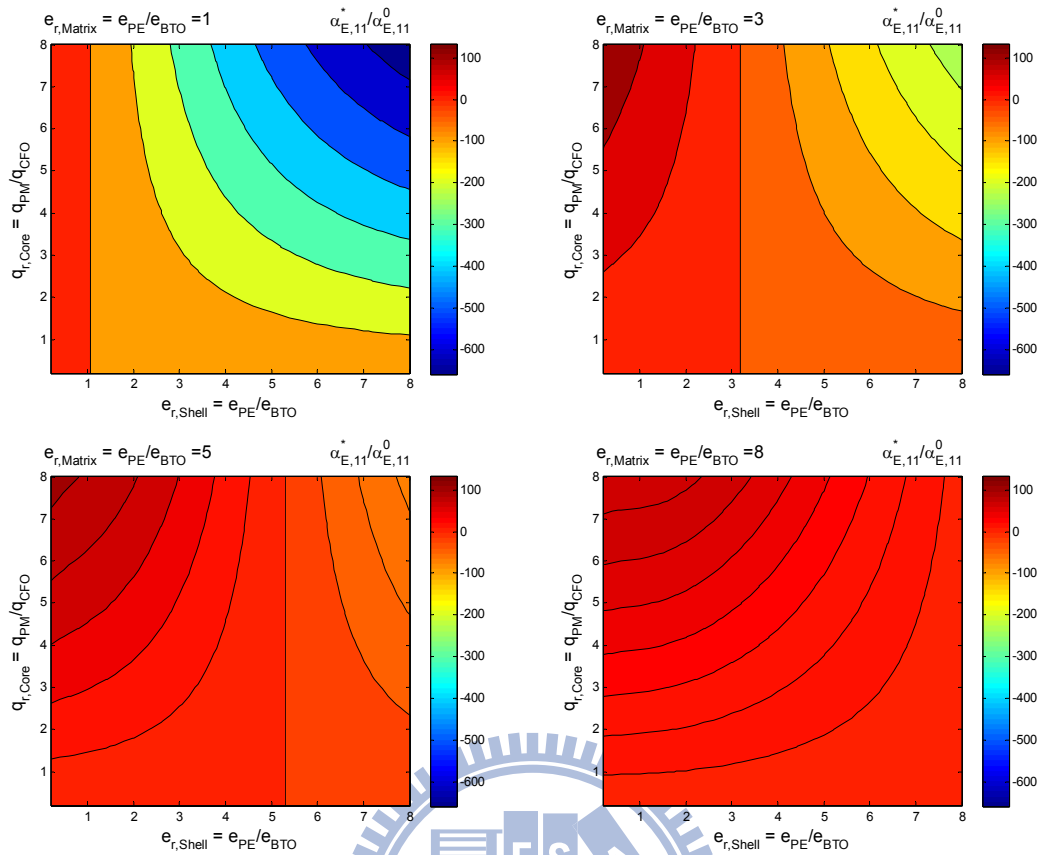
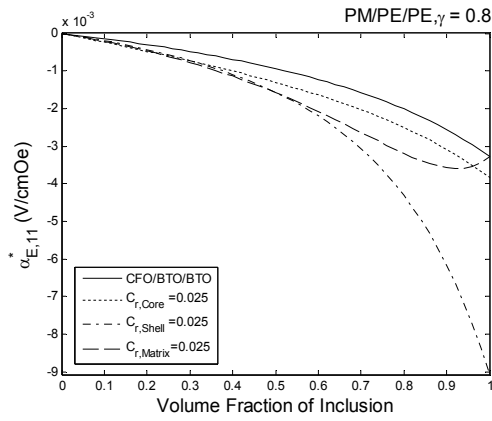


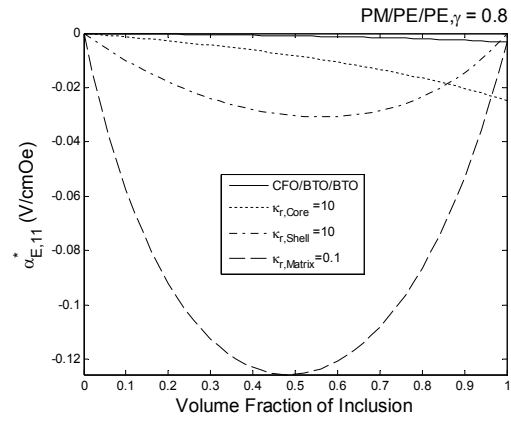
圖 A-27 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,11}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

由圖 A-27 所示，當降低母材壓電係數、提升殼層壓電係數及核心之壓磁係數時，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ ；提升母材壓電係數及核心之壓磁係數、降低殼層之壓電係數時，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 。

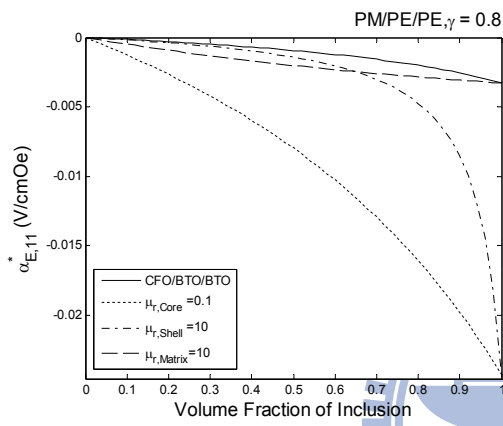
以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,11}^*$ 來得好，結果如圖 A-28 所示。



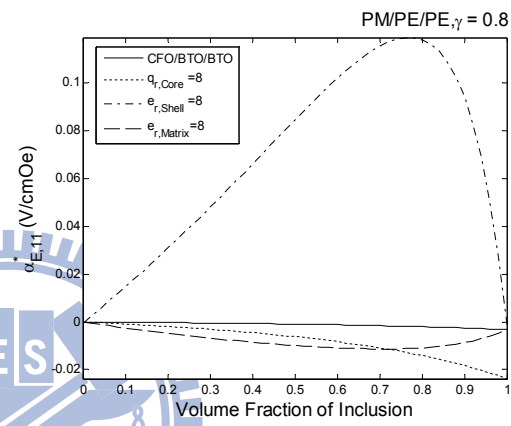
(a) 變動彈性係數



(b) 變動介電常數



(c) 變動磁導率



(d) 變動壓電、壓磁係數

圖 A-28 $\alpha_{E,11}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓電/壓電)

由圖 A-28 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於提升 $\alpha_{E,11}^*$ 。較值得注意的是，在圖 A-28(d)中由變動壓電、壓磁係數之結果可以觀察到，同樣是以 BTO 作為壓電相之基礎且所呈之倍數皆為 8，但是在提升 $\alpha_{E,11}^*$ 之表現上，位於母材之壓電相有較大之提升。

(b) 磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$

未變動前 $\alpha_{E,33}^0 = 0.3864 \text{V/cmOe}$ 。

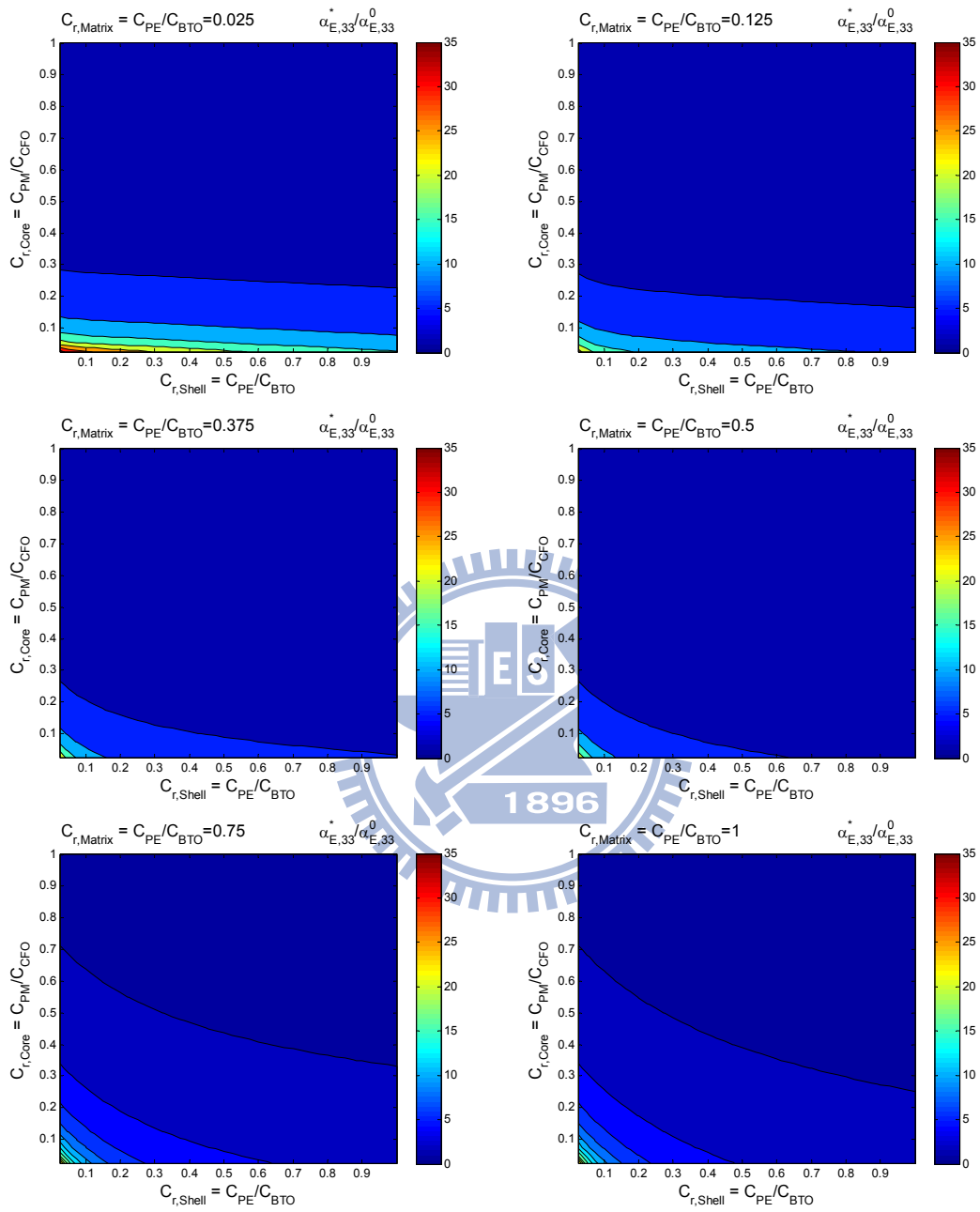


圖 A-29 不同彈性係數 C 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

由圖 A-29 所示，當降低母材、殼層、核心之彈性係數，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 。

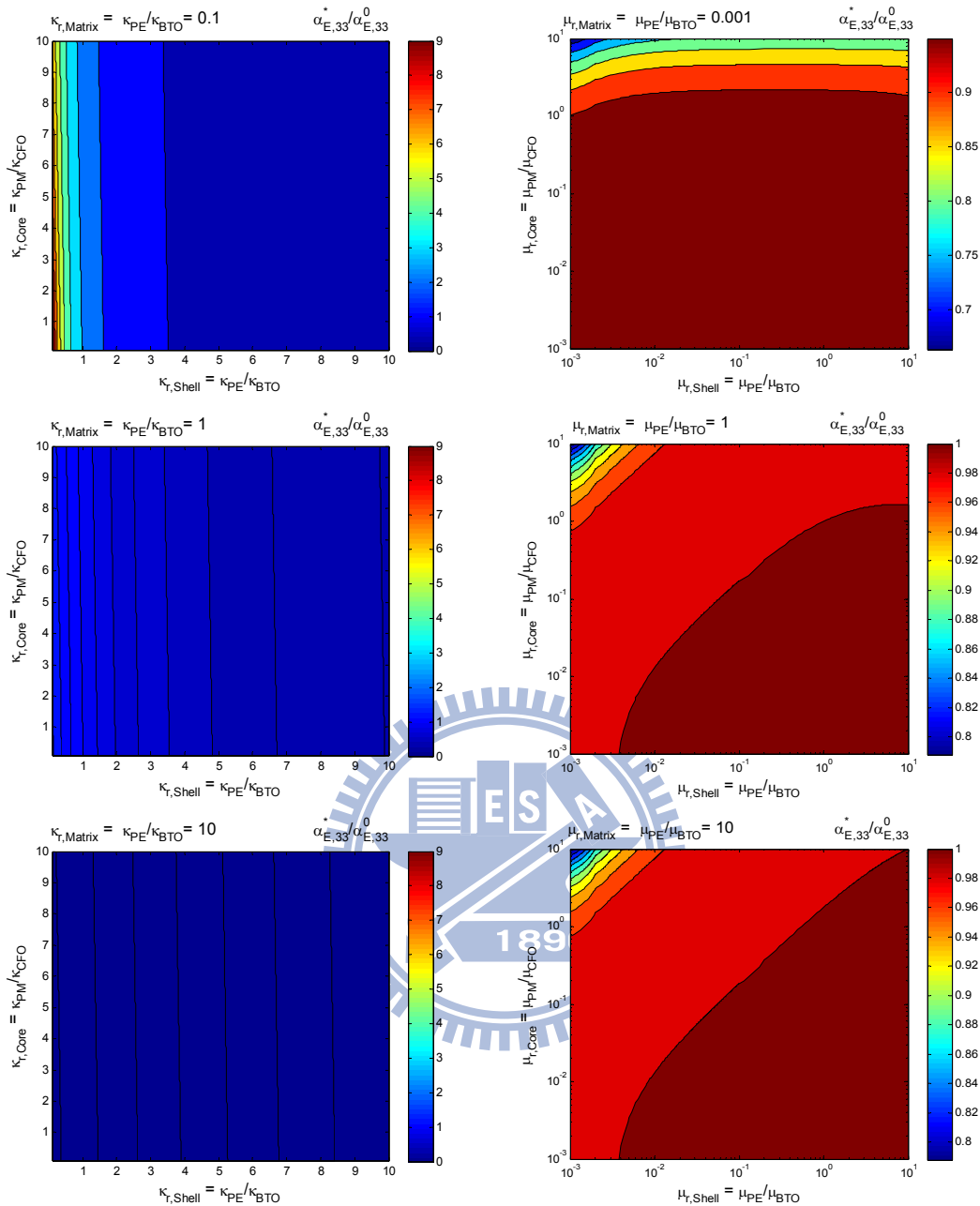


圖 A-30 不同介電常數 κ 與磁導率 μ 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

圖 A-30 所示，當降低母材及殼層之介電常數時，有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ ，另外由圖中可以明顯的比較出核心磁導率的增減對磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 的影響不大，由此可見此部分磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 由母材及殼層的介電常數所控制。

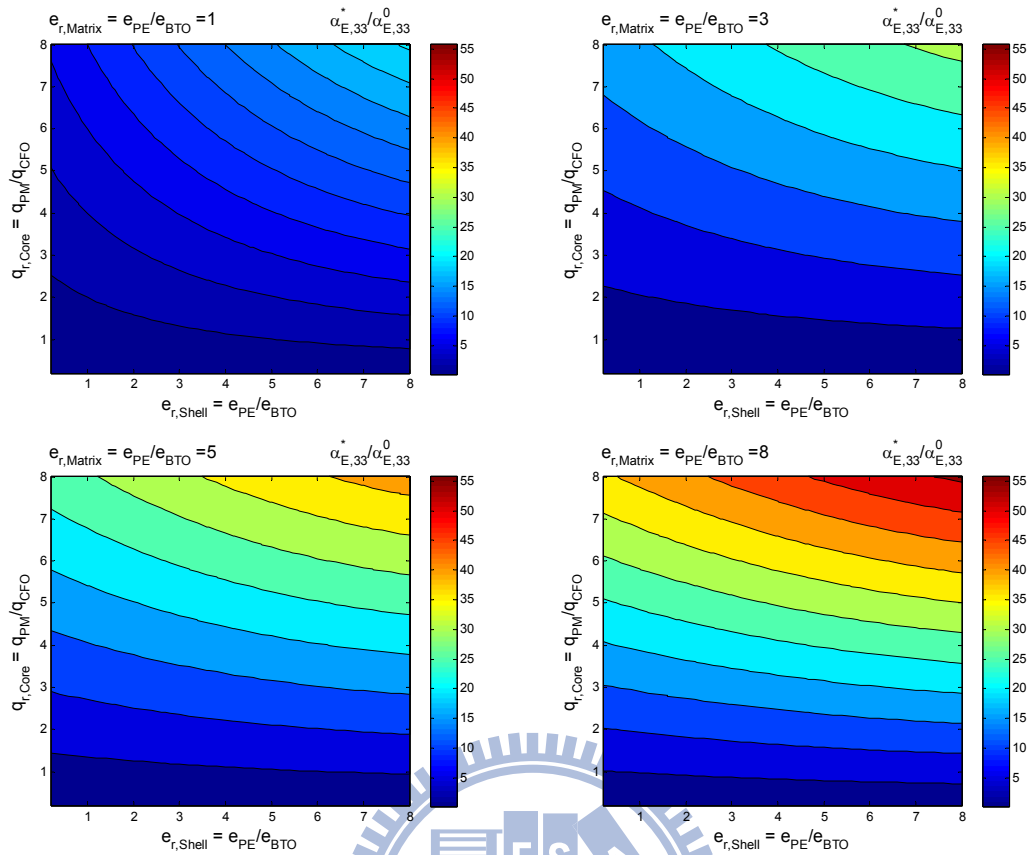


圖 A-31 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對 $\alpha_{E,33}^*$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

圖 A-31 所示，當提升母材、殼層之壓電係數及核心之壓磁係數時，將有助於提升磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 。

以下藉由固定半徑比 γ 為 0.8，驗證上述 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數對於不同體積百分比 f 皆能夠比未最佳化前之 $\alpha_{E,33}^*$ 來得好，結果如圖 A-32 所示。

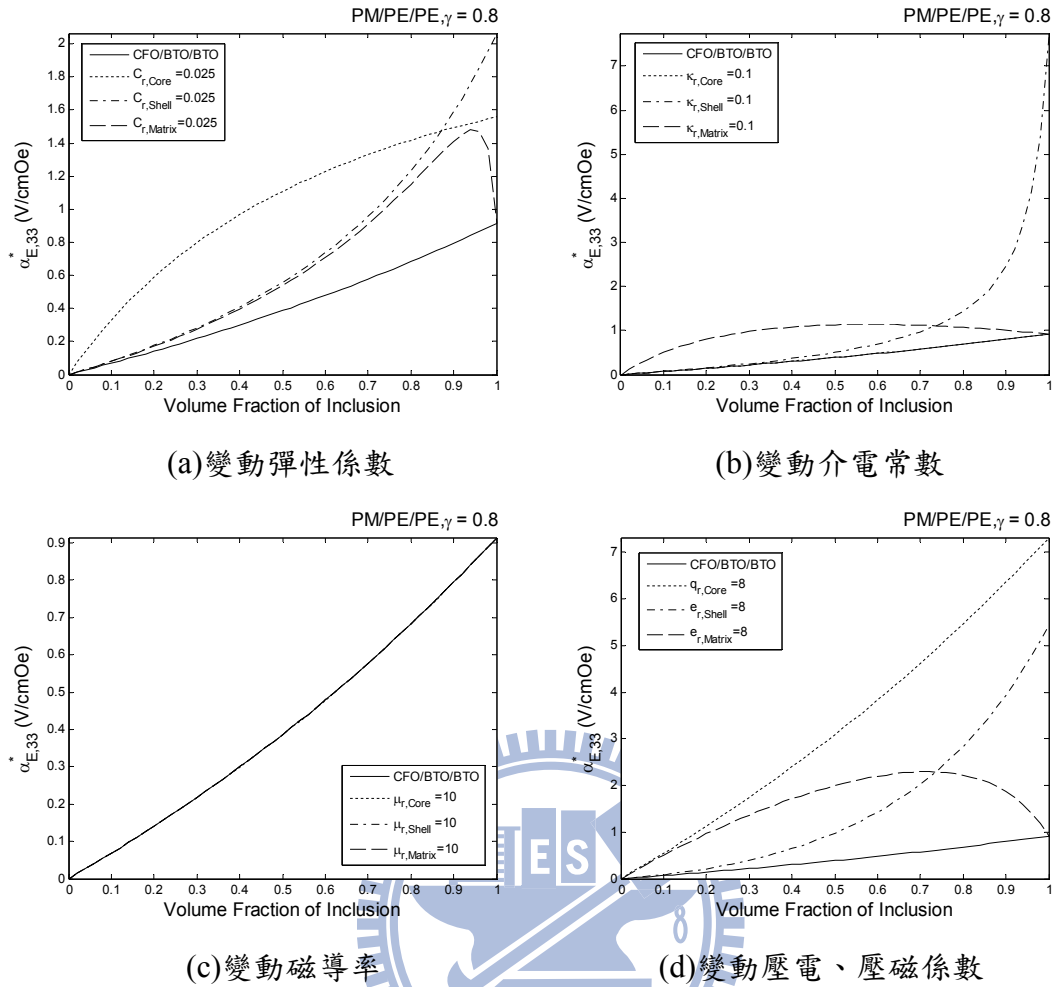


圖 A-32 $\alpha_{E,33}^*$ 最佳化參數與內含物體積比 f 間之關係(壓磁/壓電/壓電)

圖 A-32 顯示，最佳化參數在不同的體積百分比下，皆有助於提升 $\alpha_{E,33}^*$ 。