


國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

三相壓電壓磁顆粒複合材料之磁電耦合效應



**Magnetolectric effect of three-phase
piezoelectric-piezomagnetic particulate composites**

研究生：吳自勝

指導教授：郭心怡 博士

中華民國一百年七月

三相壓電磁顆粒複合材料之磁電耦合效應
**Magnetolectric effect of three-phase
piezoelectric-piezomagnetic particulate composites**

研究生：吳自勝

Student：Tzu-Sheng Wu

指導教授：郭心怡

Advisor：Hsin-Yi Kuo

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Civil Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Civil Engineering

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月

中文摘要

磁電耦合效應擁有電場與磁場兩個物理場之間相互轉換的功能，在記憶體、感測器方面有很大的運用潛力，但在單相材料中的磁電耦合效應微弱，故本文針對三相壓電壓磁複合材料之磁電耦合效應進行研究。其結構為圓球狀內含物外面包覆一層殼層分佈於母材中，藉由不同壓電壓磁材料的相互搭配以及改變材料係數以尋找出最佳的磁電耦合效應。除了利用三相壓電壓磁材料之外，另外在雙相壓電與壓磁材料之間加入功能性漸變材料，預期能夠有效降低界面材料破損的問題以及獲得磁電耦合效應的提升。

本文利用微觀力學模型—Mori-Tanaka 模式以及雙層法(Two-level recursive scheme) 進行等效性質與磁電耦合效應的模擬；另外亦使用有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 來驗證理論結果。研究成果顯示，在現有常用的材料中，三相複合材料最佳的配置為 $\text{LiNbO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{Terfenol-D}$ ，其磁電電壓係數為 $-38\text{V}/\text{cmOe}$ ，其磁電耦合效應比起對應的雙相複合材料($\text{LiNbO}_3/\text{Terfenol-D}$)最多能提升至 4.2 倍。此外亦發現，降低材料的介電係數以及母材的彈性係數對於磁電耦合效應有大幅度的提升。並且發現彈性係數與磁電耦合效應具有相關性：在同時擁有兩相壓磁材料的情況下，較高的彈性係數需搭配較高的磁導率以及較低的壓磁係數；較低的彈性係數則需搭配較低的磁導率以及較高的壓磁係數。此外在彈性係數較高的情況下去改變材料的介電係數與磁導率，對於磁電耦合效應影響較顯著。

關鍵字：磁電效應、多鐵性材料、功能性漸變材料、複合材料、壓電、壓磁、Mori-Tanaka 模式、雙層法、有限元素法

Abstract

Magnetolectric (ME) effects refer to the coupling between magnetic and electric fields, which is potentially applicable for memories and sensors. However, in a single-phase compound, the ME effect is weak. Therefore, we investigate the effective magnetolectricity of core-shell-matrix three-phase composites made of piezoelectric (PE) and piezomagnetic (PM) materials. We optimize the ME voltage coefficient with respect to the material properties and volume ratio of each constituent. In addition, we insert a functionally graded material between the two-phase PE/PM composite to prevent the interface failure and to enhance the ME effect.

We use two micromechanical models, Mori-Tanaka method and the two-level recursive scheme, to investigate the effective properties. Further, we employ finite element analysis (COMSOL Multiphysics) to verify the theoretical results. We show that the ME voltage coefficients can be enhanced many-fold for the three-phase ME composite compared to the corresponding two-phase counterpart. For example, we show that the constants $\alpha_{E,11}^*$ and $\alpha_{E,33}^*$ are -38V/cmOe and -11V/cmOe , respectively, of the three-phase composite $\text{LiNbO}_3/\text{CoFe}_2\text{O}_4/\text{Terfenol-D}$, which are 4.2 and 1.7 times larger for the corresponding two-phase $\text{LiNbO}_3/\text{Terfenol-D}$ media. Further, to enhance the ME effect, we can choose materials with lower dielectric permittivity or the matrix phase with lower elastic constant. For the PE/PM/PM and PM/PE/PM cases, we can improve the coupling effect by choosing one PM phase with higher magnetic permeability, lower piezomagnetic coefficient and higher elastic constant, while the other PM phase with lower magnetic permeability, higher piezomagnetic coefficient and lower elastic constant. Finally, if the materials are with higher elastic constant, the ME voltage coefficient is significantly influenced by the dielectric permittivity and magnetic permeability.

Keyword : Magnetolectric, Multiferroics, Functionally Graded Material, Composite, Piezoelectric, Piezomagnetic, Mori-Tanaka Method, Two-level Recursive Scheme, Finite Element Analysis.

誌謝

兩年的碩士生涯過得很快，當初只是隨著別人都唸我也跟著唸的理由，選擇繼續在交大待上兩年。沒想到學到的東西讓我深深理解到，為什麼許多企業總是要求要碩士的學歷。解決問題的能力、尋找答案的方法、研究成果的分析反思，這些都是兩年前大學剛畢業的我所缺少的技能。

首先要感謝我的恩師 郭心怡老師的指導，除了在研究領域內的知識傳授以及研究指導，還糾正了我長期以來不求甚解忽略細節的缺點，並且容忍我不安於室，喜歡一心多用的習慣。在撰寫論文時更協助將論文修改至趨於完美的程度，使我能在論文口試上得到口試委員的肯定。本論文的完成亦得感謝擔任論文口試委員的台大應力所 舒貽忠教授，及系上老師 陳誠直教授兩位老師在百忙之中抽空參與。因為有你們的建議，使得本論文能更完整及嚴謹。

感謝同樣身為研究室開路先鋒的勇量，半途加入的晟祐以及學弟祐旻，因為有你們的幫忙，讓我能夠順利走過這兩年，我銘感在心。感謝隔壁研究室的江祥，是我教學相長的好夥伴，在論文口頭發表上給我很多的建議。另外感謝我的摯友鉅智，協助英文寫作能力不佳的我能寫出英文摘要，祝福你攻讀博士過程一切順利。

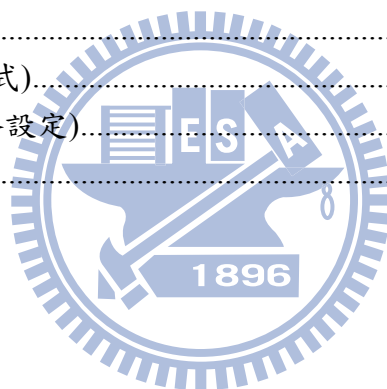
最後感謝我的雙親，在我的求學生涯給了我極大的自由，不干涉我的選擇與決定，讓我今天能擁有此成就。需要感謝的人實在太多了，自勝我懷著感恩的心，將此論文獻給所有曾經幫助鼓勵過我，無論是文中提及或是未提及的人。在此附上萬分的感謝與祝福以及完成這份論文的喜悅。

目錄

中文摘要	i
Abstract	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vii
圖目錄	viii
符號說明	xiii
第一章 導論	1
1-1 研究背景與目的	1
1-2 多鐵性材料簡介	3
1-2-1 磁電效應	4
1-2-2 壓電材料	4
1-2-3 磁致伸縮與壓磁材料	6
1-2-4 複合材料的結構型式	6
1-3 文獻回顧	7
1-3-1 雙相複合材料理論與實驗	7
1-3-2 三相複合材料理論與實驗	8
1-3-3 奈米尺度下的複合材料	8
1-3-4 三相(核/殼層/母材)複合材料	9
1-4 本文架構	9
第二章 理論架構	10
2-1 材料組成率與等效性質	10
2-1-1 材料組成率與統御方程式	10
2-1-2 複合材料等效性質	13
2-1-3 材料選擇與對稱性	14
2-2 微觀力學模型	17
2-2-1 等效夾雜理論 (Equivalent Inclusion Method)	17
2-2-2 廣義 Eshelby 張量	18
2-2-3 Dilute 模式	20
2-2-4 Mori-Tanaka 模式	21
2-3 有限元素法	23
2-3-1 RVE (Representative volume element) 與微觀結構 (Microstructure)	23
2-3-2 週期性邊界條件(Periodic boundary condition)	29

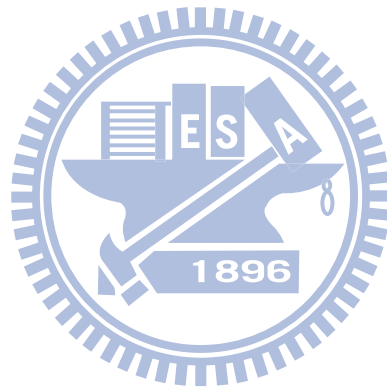
2-3-3 等效性質之計算	30
2-3-4 壓電壓磁複合材料建模流程	32
2-3-5 有限元素分析之收斂性	34
第三章 三相壓電壓磁顆粒複合材料	37
3-1 含有殼層內含物 (Core-Shell inclusion) 之三相複合材料	37
3-1-1 壓電/壓磁/壓磁複合材料 (BTO(LNO)/CFO/TD).....	41
3-1-2 壓磁/壓電/壓磁複合材料 (CFO/BTO(LNO)/TD)	47
3-1-3 壓磁/壓磁/壓電複合材料 (CFO/TD/BTO(PVDF,LNO)).....	51
3-1-4 壓磁/壓電/壓電 (CFO(TD)/BTO(LNO)/PVDF).....	58
3-2 不適用於三相複合材料之材料配置	62
3-2-1 壓電/壓磁/壓電複合材料 (BTO/CFO(TD)/BTO(LNO)).....	62
3-2-2 壓電/壓電/壓磁複合材料 (LNO/PVDF/TD).....	67
3-3 彈性係數與磁電耦合效應相關性	70
3-4 磁電耦合效應之最佳化	78
3-4-1 壓電/壓磁/壓磁	78
3-4-2 壓磁/壓電/壓磁	80
3-4-3 壓磁/壓磁/壓電	83
3-4-4 壓電/壓磁/壓電	85
3-4-5 壓磁/壓電/壓電	87
3-4-6 壓電/壓電/壓磁	89
3-5 含有雙內含物之三相複合材料	91
3-5-1 三相 Mori-Tanaka 模式與雙層法之差異	91
3-5-2 實驗數據與理論分析	95
3-6 結果與討論	96
第四章 功能性漸變壓電壓磁複合材料	100
4-1 功能性漸變材料	100
4-2 功能性漸變複合材料設計模型	101
4-2-1 線性變化的功能性漸變材料	101
4-2-2 指數假設的功能性漸變材料	102
4-2-3 功能性漸變材料有限元素建模	103
4-3 線性變化的功能性漸變材料等效性質	105
4-4 指數變化的功能性漸變材料等效性質	109
4-5 結果與討論	112
第五章 結論與未來展望	117
5-1 結論	117
5-2 未來展望	119

參考文獻	120
附錄 A 材料係數與磁電耦合係數之關係	126
A-1 壓電/壓磁/壓磁複合材料	126
A-2 壓磁/壓電/壓磁	129
A-3 壓磁/壓磁/壓電複合材料	132
A-4 壓磁/壓電/壓電複合材料	135
附錄 B 有限元素程式 COMSOL Multiphysics	138
B-1 多重物理量	138
B-2 繪圖工具(立方體、球體)	140
B-3 繪圖工具(映射)	141
B-4 繪圖工具(差集與交集)	143
B-5 統御域設定	144
B-6 邊界設定	146
B-7 週期性邊界條件	147
B-8 方程式系統	149
B-9 表示式(統御域表示式)	150
B-10 網格設定(自由網格設定)	151
B-11 求解器設定	153



表目錄

表 2-1 材料性質.....	16
表 2-2 不同網格元素個數與自由度數量.....	35
表 2-3 有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式誤差比較.....	35
表 3-1 自訂材料.....	70
表 3-2 三相與雙相複合材料之磁電耦合效應.....	97
表 3-3 三相複合材料不同的材料配置.....	98
表 3-4 壓電與壓磁材料於三相複合材料合適的配置.....	98
表 3-5 配置現有壓電壓磁材料較佳的磁電耦合效應.....	99
表 4-1 BTO 與 CFO 材料係數.....	102



圖目錄

圖 1-1 雙相與三相壓電磁複合材料之幾何結構.....	2
圖 1-2 功能性漸變壓電磁複合材料.....	3
圖 1-3 多鐵性材料多物理場耦合示意圖.....	3
圖 1-4 多鐵性複合材料磁電效應示意圖.....	4
圖 1-5 壓電效應.....	5
圖 1-6 極化 \mathbf{P} 與電場 \mathbf{E} 之電滯迴圈.....	5
圖 1-7 複合結構型式.....	6
圖 2-1 6mm、4mm 與 3m 晶體對稱之材料矩陣型式.....	15
圖 2-2 等效夾雜理論示意圖.....	17
圖 2-3 單位球體示意圖.....	19
圖 2-4 Dilute 模式示意圖.....	20
圖 2-5 Mori-Tanaka 模式示意圖.....	21
圖 2-6 週期性結構(Periodic structure) 和 單位晶胞(Unit cell).....	23
圖 2-7 單位晶胞晶格結構.....	24
圖 2-8 簡單立方結構之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測.....	25
圖 2-9 體心立方結構之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測.....	26
圖 2-10 面心立方結構之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測.....	27
圖 2-11 磁電電壓係數之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測.....	28
圖 2-12 晶胞週期性條件示意圖.....	29
圖 2-13 壓電磁複合材料有限元素建模流程.....	33
圖 2-14 雙相複合材料有限元素建模示意圖.....	34
圖 2-15 不同自由度數量之有限元素分析與 M-T 模式比較.....	36
圖 3-1 含有殼層內含物示意圖.....	38

圖 3-2 直接與延伸 Mori-Tanaka 模式示意圖	39
圖 3-3 雙內含物模式示意圖	39
圖 3-4 雙層法(Two-level recursive scheme)示意圖	40
圖 3-5 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/TD)	42
圖 3-6 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/TD)	42
圖 3-7 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/TD, $\gamma=0.8$)	43
圖 3-8 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD)	45
圖 3-9 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD)	45
圖 3-10 等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD, $\gamma=0.8$)	46
圖 3-11 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/TD)	47
圖 3-12 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/TD)	47
圖 3-13 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/TD, $\gamma=0.8$)	48
圖 3-14 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/TD)	49
圖 3-15 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/TD)	49
圖 3-16 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/TD, $\gamma=0.8$)	50
圖 3-17 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO)	51
圖 3-18 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO)	52
圖 3-19 內含物 CFO 母材 BTO 之磁電電壓係數	52
圖 3-20 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO, $\gamma=0.8$)	53
圖 3-21 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF)	54
圖 3-22 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF)	54
圖 3-23 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF, $\gamma=0.8$)	55
圖 3-24 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/LNO)	56
圖 3-25 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/LNO)	56
圖 3-26 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/LNO, $\gamma=0.8$)	57

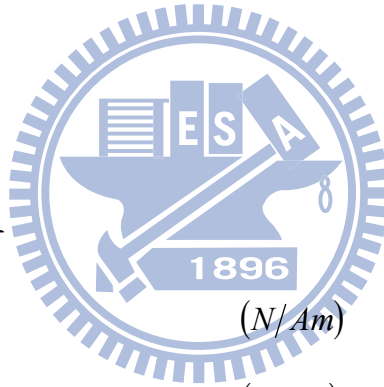
圖 3-27	$\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/PVDF)	58
圖 3-28	$\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/PVDF)	58
圖 3-29	等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/PVDF, $\gamma=0.8$)	59
圖 3-30	$\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF)	60
圖 3-31	$\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF)	60
圖 3-32	等效性質與內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF, $\gamma=0.8$)	61
圖 3-33	$\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/BTO)	62
圖 3-34	$\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/BTO)	63
圖 3-35	等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/BTO, $\gamma=0.8$)	64
圖 3-36	$\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/LNO)	65
圖 3-37	$\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/LNO)	65
圖 3-38	等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/LNO, $\gamma=0.8$)	66
圖 3-39	$\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/PVDF/TD)	67
圖 3-40	$\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/PVDF/TD)	68
圖 3-41	內含物 LNO 母材 TD 之磁電電壓係數	68
圖 3-42	等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/PVDF/TD, $\gamma=0.8$)	69
圖 3-43	自訂材料表 3-1 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物半徑比 γ 及體積比 f 之關係	70
圖 3-44	不同彈性係數與 $e_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係	71
圖 3-45	不同彈性係數與 $q_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係	72
圖 3-46	不同彈性係數與 $q_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係	73
圖 3-47	不同彈性係數與 $\kappa_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係	74
圖 3-48	不同彈性係數與 $\mu_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係	75
圖 3-49	不同彈性係數與 $\mu_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係	76
圖 3-50	固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)	78
圖 3-51	固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)	79

圖 3-52 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓磁).....	80
圖 3-53 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓磁).....	81
圖 3-54 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓磁).....	82
圖 3-55 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電).....	83
圖 3-56 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電).....	84
圖 3-57 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓電).....	85
圖 3-58 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓電).....	86
圖 3-59 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓電).....	87
圖 3-60 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓電).....	88
圖 3-61 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓電/壓磁).....	89
圖 3-62 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓電/壓磁).....	90
圖 3-63 三相 M-T 與雙層法求解磁電電壓係數.....	92
圖 3-64 三相 M-T 與雙層法求解磁電電壓係數.....	92
圖 3-65 三相 M-T 與雙層法求解彈性係數.....	93
圖 3-66 三相 M-T 與雙層法求解介電係數.....	93
圖 3-67 三相 M-T 與雙層法求解磁導率.....	93
圖 3-68 三相 M-T 與雙層法求解壓電係數.....	94
圖 3-69 三相 M-T 與雙層法求解壓磁係數.....	94
圖 3-70 三相 M-T 與雙層法求解磁電係數.....	94
圖 3-71 Mori-Tanaka 與延伸 Mori-Tanaka 模式(Benvensite)及有限元素分析[74].....	95
圖 3-72 實驗數據與理論分析之磁電電壓係數.....	96
圖 4-1 功能性漸變複合材料示意圖.....	101
圖 4-2 有限元素簡單立方與面心立方建模.....	104
圖 4-3 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效彈性係數.....	105
圖 4-4 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效介電係數.....	105

圖 4-5 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效磁導率	106
圖 4-6 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效壓電係數	106
圖 4-7 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效壓磁係數	107
圖 4-8 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效磁電係數	107
圖 4-9 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之磁電電壓係數	108
圖 4-10 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效彈性係數	109
圖 4-11 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效介電係數	109
圖 4-12 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效磁導率	110
圖 4-13 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效壓電係數	110
圖 4-14 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效壓磁係數	111
圖 4-15 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效磁電係數	111
圖 4-16 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之磁電電壓係數	112
圖 4-17 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層不同變化下之磁電電壓係數	112
圖 4-18 施加 x_1 方向電場 1V/m 之 x_1x_2 剖面.....1896	113
圖 4-19 施加 x_1 方向電場 1V/m 電勢能分佈	114
圖 4-20 施加 x_1 方向電場 1V/m 磁勢能分佈	115
圖 4-21 施加 x_1 方向電場 1V/m 電場分佈	116

符號說明

符號	單位
a : 殼層內徑	
b : 殼層外徑	
f_r : 第 r 相體積百分比	
\mathbf{e} , e_{ijk} : 壓電係數	(C/m^2)
\mathbf{q} , q_{ijk} : 壓電係數	(N/Am)
\mathbf{I} : 單位矩陣	
\mathbf{L}^* : 等效材料性質	
\mathbf{L} , L_{iJm} : 材料性質	
\mathbf{A} : 內含物應變集中因子	
\mathbf{B} , B_i : 磁感應	(N/Am)
\mathbf{C} , C_{ijkl} : 彈性係數	(N/m^2)
\mathbf{D} , D_i : 電位移	(C/m^2)
\mathbf{E} , E_i : 電場	(V/m)
\mathbf{H} , H_i : 磁場	(A/m)
G_{Mjin} : 廣義 Green's 函數	
S_{ijkl} : 廣義 Eshelby 張量	
V : 單位晶胞的體積	
$\alpha_{E,ij}^*$: 磁電電壓係數	$(V/cmOe)$



符號

單位

γ : 半徑比

σ, σ_{ij} : 應力

(N/m^2)

$\varepsilon, \varepsilon_{mn}$: 應變

κ, κ_{ij} : 介電常數

(C/Vm)

μ, μ_{ij} : 磁導率

(Ns^2/C^2)

λ, λ_{ij} : 磁電係數

(Ns/VC)

φ : 電勢能

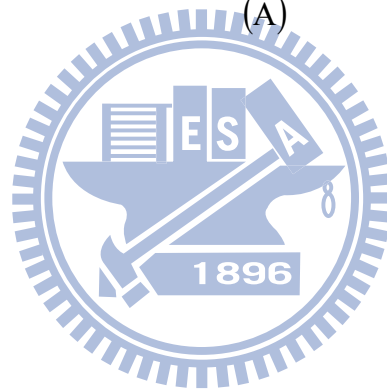
(V)

ψ : 磁勢能

(A)

Σ : 廣義應變

Z : 廣義應變



第一章 導論

1-1 研究背景與目的

智能材料因具有多重物理場之間相互耦合的性質，成為近年來材料研究的熱門主題。這類材料能廣泛應用於感測器與致動器，包含了形狀記憶合金(Shape memory alloy, SMA)、壓電材料(Piezoelectric material)、磁致伸縮材料(Magnetostrictive material) 以及最近很熱門的多鐵(Multiferroics)材料[1-6]。

形狀記憶合金屬於機械場與溫度場的耦合，其因擁有麻田散鐵(Martensite)與奧斯田鐵(Austenite)兩相變換而達到記憶的效果，且當溫度高於奧斯田鐵溫度時形狀記憶合金擁有超彈性(Superelasticity)，其能承受比一般金屬大數倍的應變。目前形狀記憶合金應用為在航太方面的天線設計，將原本體積過大的天線摺疊，送至太空中利用太陽加溫回到原先的形狀，另外還有運用超彈性特性的眼鏡框架等等。壓電材料屬於機械場與電場的耦合，當受到外加電場時會產生應變，反之受到應變時會產生電場，其優點為定位精準，目前應用在印表機噴頭以及運用在相機鏡頭的自動對焦功能上的壓電馬達又稱為超音波馬達。磁致伸縮材料屬於機械場與磁場的耦合，當受到外加磁場時會產生應變，反之受到應變時會產生磁場，最早應用於軍事領域的聲納探測，其精準度、反應速度均比壓電材料的性能更佳。

多鐵性材料中的磁電耦合效應(Magnetolectric effect)為受到磁場極化的同時也會產生電極化的現象；受到電場極化的同時也會產生磁極化，屬於磁場與電場的耦合，其在四態記憶體[7]、磁場感測器、磁能轉換器等應用上具有極大的潛力。然而自然界中具有多鐵性的化合物極少，且耦合效應微弱且居禮溫度多在室溫以下，使得多鐵性材料的應用尚未普及，所以學者們除了一方面從理論探究單相多鐵性材料的微觀機制，另外製造了由兩相或多相的多鐵性複合材料，以達到磁場與電場之間的高效率轉換。

在複合材料研究領域中，由於複合材料的等效性質會隨者幾何結構的不同而改變。目前在壓電壓磁複合材料上的研究大多設定為纖維狀複合或是層狀複合，因為其結構在材料製備上較容易達成。本研究探討三相顆粒狀壓電壓磁複合材料，其幾何結構為顆粒

圓球(Sphere)，並且在內含物與母材之間加入第二種內含物之三相複合材料，其中至少一相為壓電材料或壓磁材料，以其能得到比雙相壓電壓磁複合材料更高的磁電耦合效應。

為了驗證三相複合材料理論模型的正確性，本文利用 Li 與 Dunn[8, 9]利用微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式求得雙相顆粒壓電壓磁複合材料之等效性質，由 Mori-Tanaka 模式之結果來檢驗有限元素程式 COMSOL Multiphysics 建模(圖 1-1a)的正確性。接著使用有限元素分析進行三相顆粒壓磁複合材料等效性質的求解，其係由核層(Core)、殼層(Shell)、母材(Matrix)組成如圖 1-1b。當使用有限元素分析與理論解相比較，發現將 Friebel 等人[10]運用於黏彈性複合材料等效性質求解的雙層法(Two-level recursive scheme)套用至壓電壓磁複合材料等效性質的求解上，其等效性質以及磁電電壓係數均與有限元素分析結果相近。

在傳統複合材料力學領域中，求解三相複合材料(核/殼層/母材)的幾何結構時，是將殼層假設為獨立的內含物分佈於母材中如圖 1-1c 所示，經有限元素分析，此假設並不適用於求解壓電壓磁複合材料之磁電耦合效應。

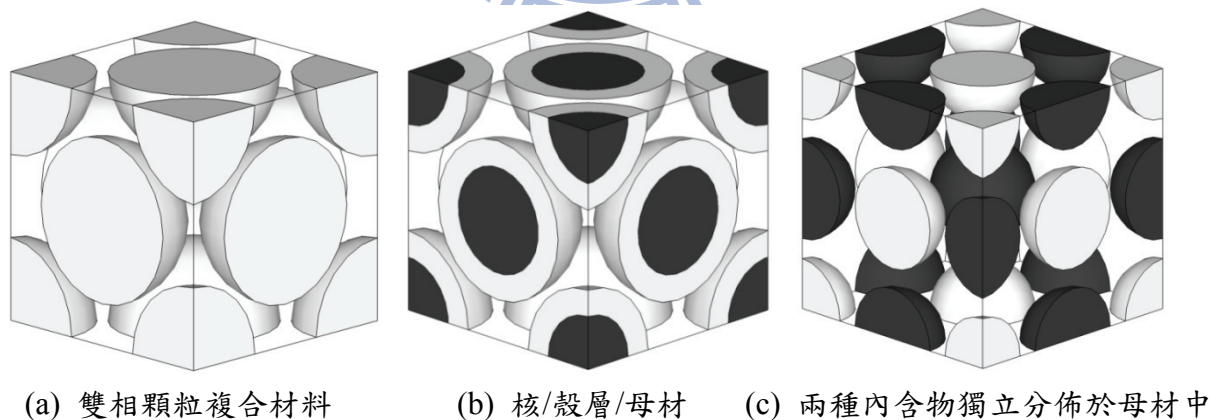


圖 1-1 雙相與三相壓電壓磁複合材料之幾何結構

除了使用現有的壓電壓磁材料相互搭配做為多鐵性複合材料，另外假設了功能性漸變材料(Functionally Graded Material, FGM)，將其設置於殼層之位置，其材料性質介於內含物與母材之間，其示意圖如圖 1-2 所示。

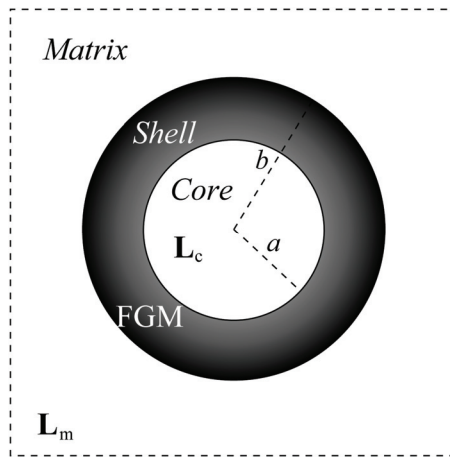


圖 1-2 功能性漸變壓電磁複合材料

1-2 多鐵性材料簡介

多鐵性材料係指材料中含有兩種或兩種以上的鐵性質，其中包含鐵磁性、鐵彈性、鐵電性等多鐵性質。鐵磁性是指材料中具有自發磁極化(Spontaneous magnetic polarization)，且磁極化會隨外加磁場而改變；鐵彈性則是指材料中具有自發應變(Spontaneous strain)，且應變會隨外加力場而改變；鐵電性是指材料中具有自發電極化(Spontaneous electric polarization)，且電極化會隨外加電場而改變。其多種鐵性質相互耦合產生的磁電效應(圖 1-3)，這種在不同物理場之間能量轉換的特性，增加了設計上的自由度，在磁電換能器、磁場感測器、記憶體等具有很大的運用潛力。

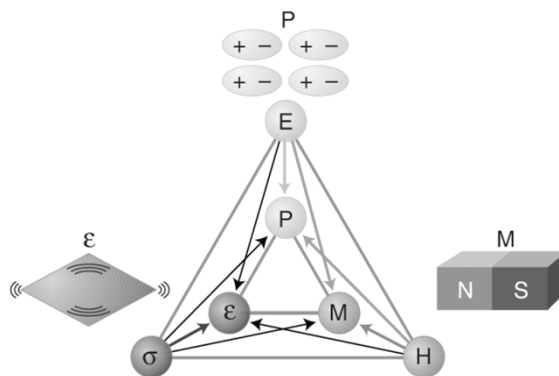


圖 1-3 多鐵性材料多物理場耦合示意圖[11]

1-2-1 磁電效應

磁電效應指的是施加磁場時產生電極化(Polarization)或者是反過來施加電場時產生磁極化(Magnetization)。磁電效應最早在 1957 年由 Landau 與 Lifshitz[12]指出可能在電場與磁場間擁有磁電效應，而後於 1960 年 Astrov[13]在實驗中觀測到單晶材料 Cr_2O_3 由電場產生的磁極化;1961 年 Rado 和 Folen 同時觀測到由磁場產生的電極化[14]與由電場產生的磁極化[15]。而後短短數年間就有許多多鐵性材料被發現，如 TbPO_4 [16]、 $\text{Ni}_3\text{B}_7\text{O}_{13}\text{I}$ [17]、 LiCoPO_4 [18]、MEIPIC-2[19]，但是這些材料的磁電耦合效應微弱且居禮溫度多在室溫以下難以應用，例如單晶材料 Cr_2O_3 磁電效應僅 $0.02\text{V}/\text{cmOe}$ ，所以研究焦點轉向了多鐵性複合材料，利用壓電與磁致伸縮兩種材料應變傳遞的特性來達成耦合(圖 1-4)。壓電材料是當受到應變時會產生自發性電極化產生電荷；壓致伸縮材料是當受到磁化材料時引起晶格間距的改變產生應變。多鐵性複合材料即是利用壓電與磁致伸縮經由共同應變相互耦合產生磁電效應，當施加磁場時會產生電極化；當施加電場時會產生磁極化。

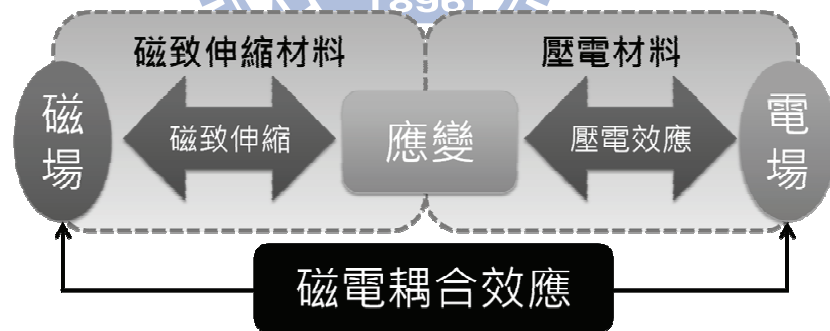
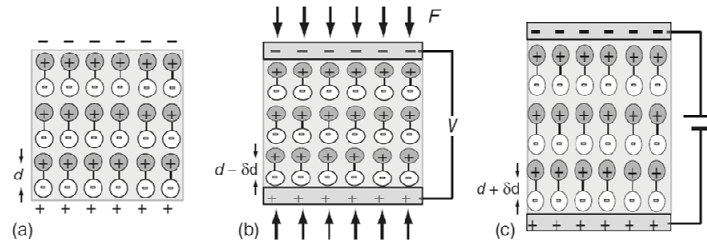


圖 1-4 多鐵性複合材料磁電效應示意圖

1-2-2 壓電材料

在探討多鐵性複合材料前，必須先了解壓電材料的特性，因為多鐵性材料包含了壓電性質。壓電材料為絕緣體(Insulators)，屬於介電質(Dielectric materials)，因為晶體中離子的不對稱分布造成偶極矩(Dipole moment)產生如圖 1-5(a)，造成其擁有電場與機械場的耦合(Electro-elastic coupling)，其效應有兩種：正壓電效應與逆壓電效應，正

壓電效應(Direct piezoelectric effects)如圖 1-5(b)壓電材料受力 F 產生應變時，材料內部產生電極化現象，使得兩電極間產生電位差，使導線內有電流產生；逆壓電效應(Inverse piezoelectric effects)如圖 1-5(c)當輸入一電源進入兩電極，壓電材料會受到由兩電極產生之電場，材料內部會因電極化產生應變。



(a) 偶極矩 (b) 正壓電效應 (c) 逆壓電效應

圖 1-5 壓電效應[20]

鐵電材料是指材料在電場作用下，極化 P 與電場 E 形成一電滯曲線(Hysteresis loop)如圖 1-6 所示，其特性可運用於隨機存取記憶體(Random access memory, RAM)[21]，屬於非線性行為，當除去外加電場時，材料會有殘餘極化(Remanent polarization)即永久極化。鐵電性的材料，經永久極化一般具有較高之壓電效應，利用的是其機械場與電場之間的線性行為，鈦酸鋇($BaTiO_3$)、鋇鈦酸鉛(PZT)均是屬於鐵電材料。

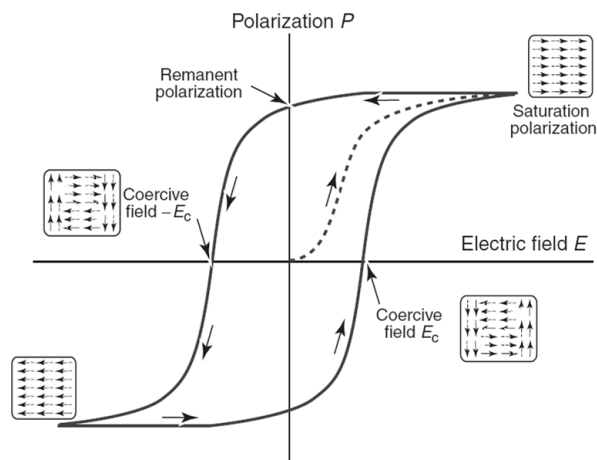


圖 1-6 極化 P 與電場 E 之電滯迴圈[20]

壓電材料種類十分多元，主要的種類如下：

- (1) 單晶(Single crystal)類：例如石英(Quartz)、鈮酸鋰(LiNbO₃)。
- (2) 陶瓷(Ceramics)類：例如鈦酸鋇(BaTiO₃)、鋳鈦酸鉛(PZT)。
- (3) 聚合物(Polymer)類：例如聚偏氟乙烯(PVDF)。

1-2-3 磁致伸縮與壓磁材料

壓磁材料是磁場與機械場的耦合。磁致伸縮(Magnetostriction)指的是當材料置於磁場中，會有應變產生。其中較常用的磁致伸縮材料為鈷鐵氧(CoFe₂O₄)以及由稀土合金鈹鎳鐵(Terfenol-D)，還有許多磁性材料擁有磁致伸縮特性，但一般都很小，只有少數材料擁有較大的磁致伸縮係數。

壓磁材料是指只討論磁場與變位的耦合是屬於線性(Linear)；磁致伸縮材料指的是磁場與變位的耦合屬於非線性(Nonlinear)。本文所要探討之多鐵性複合材料，是假設在線性的狀態(例如 BaTiO₃/CoFe₂O₄)，因此可以稱為壓電/壓磁複合材料。

1-2-4 複合材料的結構型式

複合材料不同相之間的鑲嵌(Embedded)，有不同種類的型式：0-3 顆粒結構[22]、2-2 層狀結構[23]、1-3 柱狀結構[24]分別如圖 1-7 所示，複合型式中 0,1,2,3 代表是複合物的維度(Dimension)，第一個數字代表內含物第二個數字代表母材，故 0 維度表示點(Point)為顆粒(Particle)、1 維度表示線(Line)為纖維(Fiber)或棒(Rod)、2 維度表示面(Plane)為層狀(Laminate)。

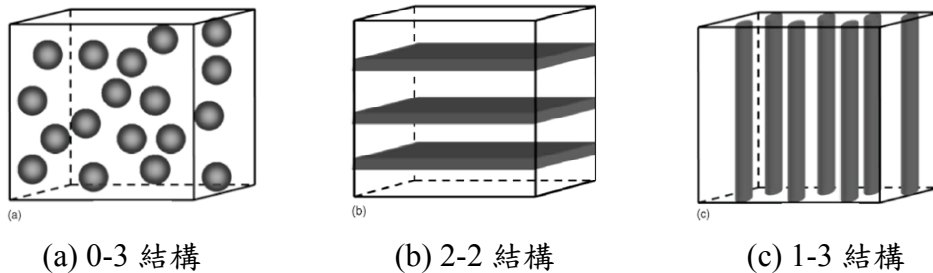


圖 1-7 複合結構型式[3]

1-3 文獻回顧

自從1972年Suchtelen[25]發表BaTiO₃/CoFe₂O₄ (BTO/CFO)複合材料，許多研究者開始關注壓電壓磁複合材料，複合材料之複合結構可以分為0-3顆粒結構、2-2疊層結構、1-3柱狀結構等。在理論研究方面最早由Harshe等人[26]0-3顆粒結構之理論模型，其假設顆粒狀內含物為一個微小方塊(Cube)，複合材料是由方塊所組成；Nan[27]利用格林函數(Green function technique)和擾動理論(Perturbation theory)來近似得到0-3顆粒結構與1-3柱狀結構；Harshe等人[28]和Avellaneda與Harshe[29]提出2-2疊層結構之理論模型；Benveniste[30]Composite Cylinder Assemblage (CCA)來求得1-3柱狀結構之等效性質；Li與Dunn[8]使用廣義Eshelby張量與微觀力學模型Mori-Tanaka模式來求得2-2疊層與1-3柱狀結構之等效性質。

1-3-1 雙相複合材料理論與實驗

除了使用不同結構的內含物形式來探討磁電效應，同時也使用不同材料去做複合的搭配：Nan等人[31]提出由稀土金屬鈿(Tb)、鐳(Dy)、鐵(Fe)組成的合金Terfenol-D搭配壓電聚合物P(VDF-TrFE)經由格林函數求得磁電效應。Bichurin等人[32]提出疊層狀的NiFe₂O₄/PZT擁有較佳的磁電效應；在實驗方面Srinivasan等人[33]測量出疊層狀的NFO/PZT複合材料並與理論解[32]相比較。Liu等人[34]使用Terfenol-D/epoxy複合材料(MSCP)與PZT/epoxy複合材料(PECP)互相黏著之數值模型與Wan等人[35]提出之實驗數據相比較。Bichurin等人[36]發表CFO-PZT、NFO-PZT以及La_{0.3}Sr_{0.7}MnO₃(LSMO)/PZT之疊層複合數值解，其實驗數據由Srinivasan提出[37]。

另外還有從不同的材料極化方向與磁電效應之關係：Nan與Huang[38]提出Terfenol-D內含物利用不同的極化方向與磁電效應之關係；Shi與Nan等人[39]提出Terfenol-D/PZT/P(VDF-TrFE)三相顆粒複合材料以及PZT粒子不同極化方向與磁電效應之關係；Ryu等人[40]於PZT/Terfenol-D疊層複合實驗中，測量施加不同磁場方向與磁電效應之關係。

1-3-2 三相複合材料理論與實驗

前述之研究幾乎都屬於雙相(Two-phase)複合材料，為了補償雙相材料性質不足的部分，出現了許多三相(Three-phase)複合材料之研究：Nan 等人[41]提出 P(VDF-TrFE) 母材與 Terfenol-D/PZT 顆粒狀內含物，但發現稀土金屬合金 Terfenol-D 在體積百分比約 0.12 時會產生滲透(Percolation transition)的情況，其相關理論研究由 Shi 與 Nan 提出[39]。Shi 等人[42]提出 Terfenol-D/epoxy 之顆粒狀複合與 PZT 之疊層結構，係因為 Terfenol-D 是屬於易碎、易氧化的材料，且在高頻時會有渦電流損失(Eddy-current loss)，故使用聚合物來包覆 Terfenol-D 顆粒。Dong 等人[43]提出三相 MnZnFe₂O₄/Terfenol-D/PZT 複合材料，其想法係因為 Terfenol-D 雖然擁有良好的磁致伸縮性能，但磁導率低造成磁化困難，故複合一高磁導率材料 MnZnFe₂O₄ 使得三相複合材料不需要施加很高的磁場即可產生磁電效應。Lee 等人[44]提出 BTO/CFO/elastic 三相複合材料之理論分析及有限元素數值分析，係因為 BTO 與 CFO 皆屬於陶瓷材料容易破壞，故將陶瓷材料嵌入彈性母材中，相似的實驗結果由 Gupta 等人[45]提出 BTO/CFO/PVDF 顆粒狀複合材料。

1-3-3 奈米尺度下的複合材料

壓電磁複合材料實驗量測到之磁電效應，往往低於理論模型近似得到之磁電效應，問題是出在材料備製技術，傳統使用燒結(Sinter)與黏結(Bond)方法製作的材料會有不完美界面耗損的問題。近年來隨著材料備製的技術進入到薄膜材料製程的階段，內含物的大小可以進入到奈米尺度，在薄膜中可實現原子尺度的結合，降低界面耦合的損失。2004 年時，Zheng 等人[24]發表了奈米結構的 BTO/CFO 複合材料，其是利用(PLD)法在 SrTiO₃(STO)靶材上由自組裝(Self-assembled)得到 1-3 柱狀奈米複合薄膜，立刻引起了廣大的關注，於 2008 年，MacManus-Driscoll 等人[46]也使用相同的方法，以 STO 靶材製作了 LSMO/ZnO 與 BiFeO₃(BFO)/Sm₂O₃(SmO)之奈米複合薄膜。

單晶多鐵性材料的磁電效應也隨著材料備製技術的提升又引起熱烈討論，由 Fiebig 等人[47]發表在 YMnO₃ 薄膜材料中可觀察到磁電耦合效應，以及由 Wang 等人

[48]發表 BiFeO₃ 薄膜材料的研究，其磁電效應高達 3 V/cmOe。

1-3-4 三相(核/殼層/母材)複合材料

由於材料備製技術的提升，更多的複合結構受到研究者的注意，本文主要探討的結構為內含物外面包覆一層殼層再鑲嵌於母材中，就像是內含物中又包含了一個內含物的情況。此類幾何結構在複合材料領域於 1989 年 Benveniste 等人[49]發表經由 Mori-Tanaka 模式推廣而來的延伸 Mori-Tanaka 模式，求解等效性質以及應力負載與均勻溫度變化的情況。爾後於 1992 年 Dasgupta 等人[50]使用廣義自洽法(Generalized self-consistent)以及 Mori-Tanaka 模式將幾何結構推廣至求解 n 相複合材料上。在多鐵性複合材料領域中，Kuo 於 2011 年[51]發表利用雷利法(Rayleigh's formalism)求解 BTO/TD/CFO 之等效性質以及磁電耦合效應，接著 Kuo 與 Pan[52]發表 BTO、CFO、TD 三種材料於不同體積比與內含物不同半徑比的情況下對於磁電耦合效應的影響。以及 Dinartz 與 Sabar[53]於 2011 年經由 Li[9]利用 Mori-Tanaka 模式與雙內含物模型(Double-inclusion model)來求解 Glass/BTO/CFO 於不同體積比、不同幾何形狀、材料不同極化方向對於磁電耦合效應的影響。

1-4 本文架構

本篇論文一共分為五個章節，其主要架構如下：第一章為研究背景與目的、多鐵性材料簡介以及文獻回顧；第二章為理論架構，介紹材料組成率與統域方程式、微觀力學模型以及有限元素法的求解；第三章探討三相顆粒壓電壓磁複合材料之磁電耦合效應，包括含有殼層內含物之三相複合材料與含有雙內含物之三相複合材料、彈性係數與磁電耦合效應相關性以及磁電耦合效應的最佳化；第四章為功能性漸變壓電壓磁複合材料之數值模擬結果；最後一章則是結論與未來展望。

本文探討磁電耦合效應除了使用現有材料搭配得到之數值結果討論其意義，另外探討材料係數對磁電耦合效應的影響，以在現有常用材料中尋找最合適的搭配，其結果於附錄 A；附錄 B 則記錄 COMSOL Multiphysics 程式之詳細建模過程。

第二章 理論架構

本文利用微觀力學模型與有限元素法分析壓電壓磁複合材料之等效性質與磁電耦合效應。本章由 9 條方程式的壓電材料組成率開始介紹，推廣至 12 條方程式組成的壓電壓磁材料組成率以及複合材料等效性質。而後介紹微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式及其相關理論，最後說明週期性邊界條件假設以及有限元素建模分析。

2-1 材料組成率與等效性質

2-1-1 材料組成率與統御方程式

壓電與壓磁材料之組成率，分別含有電彈或磁彈耦合，在美國國家標準協會(ANSI)與國際電機電子工程師學會(IEEE)共同之標準 ANSI/IEEE Std 176-1987[54]以及 IEEE Std 319-1990[55]中皆有詳細說明。

壓電材料組成率為：

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{lij}E_l, \\ D_i &= e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \kappa_{il}E_l,\end{aligned}\tag{2.1}$$

其中 σ_{ij} 與 ε_{kl} 分別為應力(Stress)和應變(Strain)， D_i 與 E_l 分別為電位移(Electric displacement)和電場(Electric field)； C_{ijkl} 為彈性係數(Elastic stiffness)； κ_{il} 為介電常數(Dielectric permittivity)。

壓磁材料的組成率與壓電材料相似，其組成率為：

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - q_{lij}H_l, \\ B_i &= q_{ikl}\varepsilon_{kl} + \mu_{il}H_l,\end{aligned}\tag{2.2}$$

其中 B_i , H_l , q_{ikl} 以及 μ_{il} ，分別為磁通量密度(magnetic flux density)或稱磁感應(magnetic induction)、磁場(magnetic field)、壓磁係數(piezomagnetic coefficient)以及磁導率(magnetic permeability)。

因為使用的是線性壓電壓磁力學理論，其在機械場、電場、磁場之間相互耦合，在這種情況下，材料組成率為：

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{lij}E_l - q_{lij}H_l, \\
D_i &= e_{ikl}\varepsilon_{kl} + \kappa_{il}E_l + \lambda_{il}H_l, \\
B_i &= q_{ikl}\varepsilon_{kl} + \lambda_{il}E_l + \mu_{il}H_l,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

除了既有壓電壓磁材料係數，另外多出了磁電係數 λ_{il} (magnetoelectric coefficient)，其為壓電與壓磁材料相互耦合產生之磁電效應，在單相之壓電或壓磁材料中並不會出現，亦即對於壓電或壓磁材料 $\lambda_{il} = 0$ 。

壓電壓磁材料的組成律若以廣義應力應變表達可表示為：

$$\Sigma_{iJ} = L_{iJMn} Z_{Mn} \quad i, n \leq 3, \quad J, M \leq 5, \tag{2.4}$$

其中

$$\Sigma_{iJ} = \begin{cases} \sigma_{ij}, & J \leq 3, \\ D_i, & J = 4, \\ B_i, & J = 5, \end{cases} \tag{2.5}$$

$$Z_{Mn} = \begin{cases} \varepsilon_{mn} = (u_{m,n} + u_{n,m})/2, & M \leq 3, \\ E_n = -\varphi_{,n}, & M = 4, \\ H_n = -\psi_{,n}, & M = 5, \end{cases} \tag{2.6}$$

其中 u_i 為位移， φ 為電勢能， ψ 為磁勢能。

$$L_{iJMn} = \begin{cases} C_{ijmn}, & J, M \leq 3, \\ e_{nij}, & J \leq 3, \quad M = 4, \\ q_{nij}, & J \leq 3, \quad M = 5, \\ e_{imn}, & J = 4, \quad M \leq 3, \\ -\kappa_{in}, & J = 4, \quad M = 4, \\ -\lambda_{in}, & J = 4, \quad M = 5, \\ q_{imn}, & J = 5, \quad M \leq 3, \\ -\mu_{in}, & J = 5, \quad M = 5. \end{cases} \tag{2.7}$$

張量的表達形式可利用下標轉換成 12×12 矩陣表示式[56]：

$$\begin{aligned}
11 \rightarrow 1, \quad 22 \rightarrow 2, \quad 33 \rightarrow 3, \quad 23 \rightarrow 4, \quad 31 \rightarrow 5, \quad 12 \rightarrow 6, \\
41 \rightarrow 7, \quad 42 \rightarrow 8, \quad 43 \rightarrow 9, \quad 51 \rightarrow 10, \quad 52 \rightarrow 11, \quad 53 \rightarrow 12.
\end{aligned}$$

則廣義應力、廣義應變以及材料組成率可以寫成：

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{L}\mathbf{Z}, \quad (2.8)$$

其中

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \\ -E_1 \\ -E_2 \\ -E_3 \\ -H_1 \\ -H_2 \\ -H_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} & e_{11} & e_{21} & e_{31} & q_{11} & q_{21} & q_{31} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} & e_{12} & e_{22} & e_{32} & q_{12} & q_{22} & q_{32} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} & e_{13} & e_{23} & e_{33} & q_{13} & q_{23} & q_{33} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} & e_{14} & e_{24} & e_{34} & q_{14} & q_{24} & q_{34} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} & e_{15} & e_{25} & e_{35} & q_{15} & q_{25} & q_{35} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} & e_{16} & e_{26} & e_{36} & q_{16} & q_{26} & q_{36} \\ e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} & -\kappa_{11} & -\kappa_{12} & -\kappa_{13} & -\lambda_{11} & -\lambda_{21} & -\lambda_{31} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} & -\kappa_{21} & -\kappa_{22} & -\kappa_{23} & -\lambda_{12} & -\lambda_{22} & -\lambda_{32} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} & -\kappa_{31} & -\kappa_{32} & -\kappa_{33} & -\lambda_{13} & -\lambda_{23} & -\lambda_{33} \\ q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} & -\lambda_{11} & -\lambda_{12} & -\lambda_{13} & -\mu_{11} & -\mu_{12} & -\mu_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} & -\lambda_{21} & -\lambda_{22} & -\lambda_{23} & -\mu_{21} & -\mu_{22} & -\mu_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & q_{36} & -\lambda_{31} & -\lambda_{32} & -\lambda_{33} & -\mu_{31} & -\mu_{32} & -\mu_{33} \end{bmatrix},$$

此外，組成率之場變數還需滿足平衡方程式：

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.9)$$

在假設完美交界面的情況下，界面連續條件為：

$$[[\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{n}]] = \mathbf{0}, \quad [[\mathbf{Z} \cdot \mathbf{t}]] = 0, \quad (2.10)$$

其中 \mathbf{n} 代表交界面上之單位法相量、 \mathbf{t} 代表廣義應變之切線方向， $[[\bullet]]$ 則表示物理量在兩相交界面之差值。

2-1-2 複合材料等效性質

複合材料的等效性質 \mathbf{L}^* 為連接平均廣義應力與平均廣義應變的物理量：

$$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle = \mathbf{L}^* \langle \mathbf{Z} \rangle, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{L}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^* & (\mathbf{e}^*)^t & (\mathbf{q}^*)^t \\ \mathbf{e}^* & -\boldsymbol{\kappa}^* & -\boldsymbol{\lambda}^* \\ \mathbf{q}^* & -\boldsymbol{\lambda}^* & \boldsymbol{\mu}^* \end{bmatrix},$$

其中 $\langle \bullet \rangle = \frac{1}{V} \int_V \bullet dV$, 表示體積平均, V 為 RVE 之體積(於 2-3-1 節定義), 由(2.11)式以及

平均廣義應力與平均廣義應變得知對於 N 相複合材料, 其等效性質可表示為：

$$\boxed{\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_0 + \sum_{r=1}^N f_r (\mathbf{L}_r - \mathbf{L}_0) \mathbf{A}_r}, \quad (2.12)$$

其中 f 為體積百分比, \mathbf{A}_r 為內含物之廣義應變集中因子(Strain concentration factor), 可由不同的微觀力學模型求得, 其意義為連接第 r 相 ($r > 0$) 之平均廣義應變與整體之平均廣義應變：

$$\langle \mathbf{Z}_r \rangle = \mathbf{A}_r \langle \mathbf{Z} \rangle, \quad (2.13)$$

其中

$$\langle \mathbf{Z} \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle, \quad (2.14)$$

(2.13)代入(2.14)式可得：

$$f_0 \langle \mathbf{Z}_0 \rangle = \langle \mathbf{Z} \rangle - \sum_{r=1}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle = \langle \mathbf{Z} \rangle - \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r \langle \mathbf{Z} \rangle, \quad (2.15)$$

考慮廣義平均應力

$$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \langle \boldsymbol{\Sigma}_r \rangle = f_0 \mathbf{L}_0 \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{L}_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle, \quad (2.16)$$

將(2.15)式代入(2.16)式可得：

$$\langle \boldsymbol{\Sigma} \rangle = \left[\mathbf{L}_0 + \sum_{r=1}^{N-1} f_r (\mathbf{L}_r - \mathbf{L}_0) \mathbf{A}_r \right] \langle \mathbf{Z} \rangle, \quad (2.17)$$

(2.17)式即為(2.11)式, 中括號內即為(2.12)式 N 相複合材料等效性質。

此外工程上亦常使用的指標參數為 $\alpha_{E,ij}^*$ 磁電電壓係數(Magnetolectric voltage coefficient)，其表示式為：

$$\alpha_{E,ij}^* = \frac{\lambda_{ij}^*}{\kappa_{ij}^*} [\text{V/cmOe}], \quad (2.18)$$

其定義為每一厄斯特(Oe)外加磁場，在每公分(cm)厚度樣品上所產生的電位差(V)。

2-1-3 材料選擇與對稱性

本文所使用的壓電材料有：BaTiO₃、LiNbO₃、P(VDF-TrFE)，壓磁材料有：CoFe₂O₄、Terfenol-D，其中 BaTiO₃ 與 CoFe₂O₄ 屬於陶瓷材料、P(VDF-TrFE) 屬於聚合物，擁有彈性係數低與壓電係數低的材料性質，LiNbO₃ 屬於單晶材料，擁有介電係數較低的材料性質，Terfenol-D 屬於稀土合金材料，擁有彈性係數低以及不錯的壓磁反應。其材料性質於表 2-1 所示。

其中 BaTiO₃、CoFe₂O₄ 與 P(VDF-TrFE) 皆屬於六角晶系(Hexagonal)的 6mm 晶體對稱性，6mm 對稱性材料屬於橫向等向性(Transversely isotropic)，材料極化方向假設為沿著 x_3 軸之正向，另外還有屬於四方晶系(Tetragonal)的 4mm 對稱性的 Terfenol-D 與三角晶系(Trigonal)3m 對稱性的 LiNbO₃，其材料的矩陣對稱性如下圖 2-1 所示。

對稱矩陣左上方 6×6 矩陣為彈性矩陣，壓電材料左下方及右上方 3×6 矩陣為壓電係數矩陣；右下角 3×3 矩陣為介電常數矩陣；壓磁材料之對稱性即是將 3×6 壓電係數矩陣替換成壓磁係數矩陣、3×3 介電常數矩陣替換成磁導率矩陣。

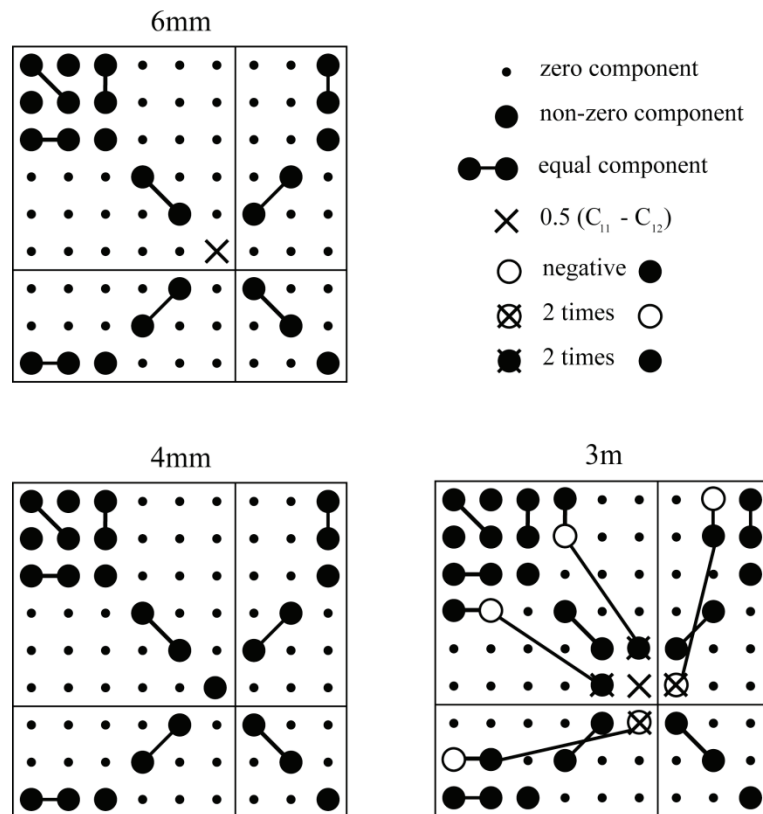


圖 2-1 6mm、4mm 與 3m 晶體對稱之材料矩陣型式
(由 ANSI/IEEE Std 176-1987 重新繪製)

表 2-1 材料性質

	BaTiO ₃ [57]	LiNbO ₃ [57]	PVDF[38]	CoFe ₂ O ₄ [58]	Terfenol-D[59]
對稱性	6mm	3m	6mm	6mm	4mm
C_{11} (GPa)	150.37	203	4.84	286	8.541
C_{12} (GPa)	65.63	52.9	2.72	173	0.654
C_{13} (GPa)	65.94	74.9	2.22	170.3	3.91
C_{33} (GPa)	145.52	243	4.63	269.5	28.3
C_{44} (GPa)	43.86	59.9	0.526	45.3	5.55
C_{66} (GPa)	43.37	74.9	1.06	56.5	18.52
C_{14} (GPa)	0	8.99	0	0	0
C_{56} (GPa)	0	8.985	0	0	0
κ_{11} (nC^2/Nm^2)	9.87	0.39	0.07	0.08	0.05 _[38]
κ_{33} (nC^2/Nm^2)	11.08	0.26	0.07	0.093	0.05
μ_{11} ($\mu N s^2/C^2$)	5	5	1.26	590	8.644
μ_{33} ($\mu N s^2/C^2$)	10	10	1.26	157	2.268
e_{31} (C/m^2)	-4.32	0.19	0.0043	0	0
e_{33} (C/m^2)	17.36	1.31	-0.11	0	0
e_{15} (C/m^2)	11.4	3.7	-0.015	0	0
e_{21} (C/m^2)	0	-2.538	0	0	0
e_{16} (C/m^2)	0	-2.534	0	0	0
q_{31} (N/Am)	0	0	0	580.3	-5.7471
q_{33} (N/Am)	0	0	0	699.7	270.1
q_{15} (N/Am)	0	0	0	550	155.56

2-2 微觀力學模型

不同形式的內含物如顆粒、纖維等，對於複合材料的特性影響甚大，複合材料的等效行為在材料科學與工程應用方面一直是研究重點。微觀力學模型即是廣泛運用於複合材料等效性質的預測方法，一些較常見的模型為 Dilute 模式、Mori-Tanaka 模式 [60]、自洽法(Self-consistent method)[61]以及雙內含物模型(Double-inclusion model)[62]。本文使用 Mori-Tanaka 模式來進行等效性質之預測。Mori-Tanaka 模式考慮了內含物與內含物之間的相互作用，可以從沒有內含物的情況預測到完全充滿內含物的等效性質，適用範圍較廣泛，且理論計算也相對簡易，因此 Mori-Tanaka 模式也是複合材料理論研究上最常使用的微觀力學模型。

2-2-1 等效夾雜理論 (Equivalent Inclusion Method)

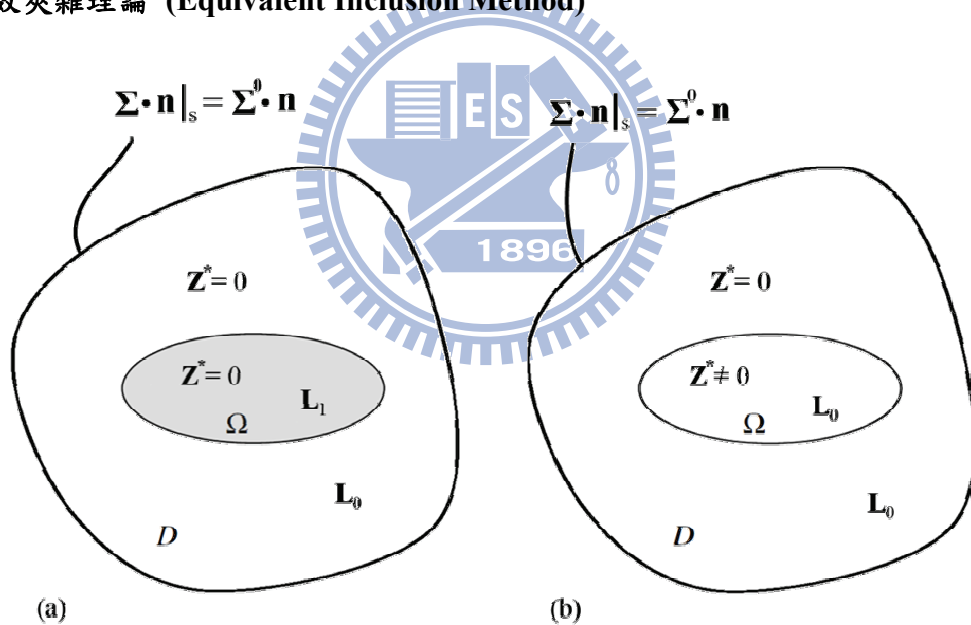


圖 2-2 等效夾雜理論示意圖(由文獻[63]重新繪製)

圖 2-2a 為一個異質物 Ω 嵌入一均勻母材中，圖 2-2b 為一個均質材料，在 Ω 的區域則含有一廣義特徵應變 \mathbf{Z}^* 。兩個問題均受到相同的邊界條件束制：

$$\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{n}|_s = \boldsymbol{\Sigma}^0 \cdot \mathbf{n} \quad (2.19)$$

由於異質物或廣義特徵應變的存在，使廣義總應力成為 $\boldsymbol{\Sigma}^0 + \boldsymbol{\Sigma}^{pt}$ ；廣義總應變成為 $\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt}$ ，其中 $\boldsymbol{\Sigma}^{pt}$ 與 \mathbf{Z}^{pt} 是由於內含物的存在而造成的廣義擾動(Perturbation)應力與

應變。

在遵守廣義虎克定律的情況下， Ω 內之總廣義應力為：

$$\Sigma = \Sigma^0 + \Sigma^{\text{pt}} = \mathbf{L}_1(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{\text{pt}}), \quad (\text{圖 2-2a}) \quad (2.20)$$

$$\Sigma = \Sigma^0 + \Sigma^{\text{pt}} = \mathbf{L}_0(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{\text{pt}} - \mathbf{Z}^*), \quad (\text{圖 2-2b}) \quad (2.21)$$

根據等效夾雜理論(Equivalent inclusion method)[63]，當調整廣義特徵應變 \mathbf{Z}^* ，使得 Ω 內廣義應力(2.20)與(2.21)相等，即可得到：

$$\boxed{\mathbf{L}_1(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{\text{pt}}) = \mathbf{L}_0(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{\text{pt}} - \mathbf{Z}^*)} \quad (2.22)$$

2-2-2 廣義 Eshelby 張量

就彈性力學理論來說特徵應變 ε_{ij}^* (Eigenstrain) 是代表非彈性應變，例如：溫度應變、相轉換應變、初始應變、塑性應變等等，而 Eshelby 張量則為用來連接擾動應變與特徵應變的物理量：

$$\varepsilon_{ij}^{\text{pt}} = S_{ijkl} \varepsilon_{kl}^*. \quad (2.23)$$

Eshelby 張量是一個四階張量，其與母材之材料性質和內含物之形狀有關。最早於 1957 年 Eshelby [64] 提出時，只有提供等向性(Isotropic)材料的解，但是此後許多有關 Eshelby 張量的研究進入快速的發展[65-69]，其中關於本文中利用的橫向等向性材料(Transversely isotropic)與磁電力(Magneto-electro-elastic)多重物理場耦合之廣義 Eshelby 張量之研究發展也已臻成熟。Li 與 Dunn[70]使用數值積分得到含橢圓內含物之廣義 Eshelby 張量、Huang 等人[71]討論橢圓內含物不同長短軸其廣義 Eshelby 張量變化以及在橫向等向性材料與特殊內含物形狀如圓柱(Circular cylinder)、橢柱(Elliptical cylinder)、圓盤(Disk)、帶狀(Ribbon)時積分能得到簡化得到通式解。

Eshelby 張量只用於處理力學的場變數，但壓電壓磁複合材料有多個場變數，所以需使用廣義 Eshelby 張量來處理，因此(2.23)式也改寫成[70]：

$$\boxed{Z_{ij}^{\text{pt}} = S_{ijkl} Z_{kl}^*} \quad (2.24)$$

其中

$$S_{MnAb} = \frac{1}{8\pi} L_{iJAb} \begin{cases} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} [G_{mJin}(\mathbf{z}) + G_{nJin}(\mathbf{z})] d\theta d\xi_3, & M = 1,2,3, \\ 2 \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} G_{4Jin}(\mathbf{z}) d\theta d\xi_3, & M = 4, \\ 2 \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} G_{5Jin}(\mathbf{z}) d\theta d\xi_3, & M = 5. \end{cases} \quad (2.25)$$

$$G_{MJin} = z_i z_n K_{MJ}^{-1}(\mathbf{z}),$$

K_{MJ}^{-1} 為 $K_{JR} = z_i z_n L_{iJRn}$ 之反矩陣，

$$z_i = \xi_i / a_i,$$

$$\xi_1 = (1 - \xi_3^2)^{1/2} \cos \theta, \quad \xi_2 = (1 - \xi_3^2)^{1/2} \sin \theta,$$

a_i 為橢球內含物的長短軸

廣義 Eshelby 張量 S_{Mnab} 之計算為單位球體的表面積分如下圖所示，

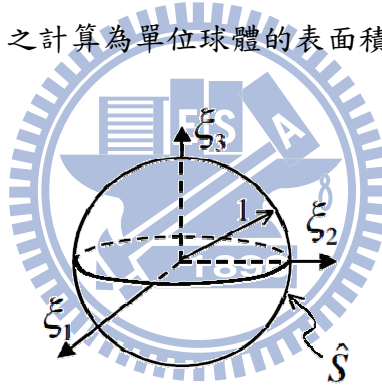


圖 2-3 單位球體示意圖[63]

利用高斯積分法(Gauss quadrature method)即可求出廣義 Eshelby 張量[9]：

$$S_{MnAb} = \frac{1}{8\pi} L_{iJAb} \begin{cases} \sum_{p=1}^U \sum_{q=1}^V [G_{mJin}(\mathbf{z}^{pq}) + G_{nJin}(\mathbf{z}^{pq})] W^{pq}, & M = 1,2,3, \\ 2 \sum_{p=1}^U \sum_{q=1}^V G_{4Jin}(\mathbf{z}^{pq}) W^{pq} & M = 4, \\ 2 \sum_{p=1}^U \sum_{q=1}^V G_{5Jin}(\mathbf{z}^{pq}) W^{pq} & M = 5. \end{cases} \quad (2.26)$$

其中上標 p 與 q 為高斯積分點(Abscissas)，(2.25)式對 ξ_3 積分時使用高斯積分點 ξ_3^p 及

權重 W_{ξ}^p ；對 θ 積分時使用高斯積分點 θ^q 及權重 W_{θ}^q 。

$$z_1^{pq} = \sqrt{1 - (\xi_3^p)^2} \cos \theta^q / a_1,$$

$$z_2^{pq} = \sqrt{1 - (\xi_3^p)^2} \sin \theta^q / a_2,$$

$$z_3^{pq} = \xi_3^p / a_3,$$

$$W^{pq} = W_\xi^p W_\theta^q,$$

U 與 V 為高斯積分點的數量，本文中參考文獻[9]U 與 V 分別取 16 與 64。

2-2-3 Dilute 模式

Dilute 模式忽略異質物(Heterogeneity)之間的交互作用影響，因此只有當其內含物的體積百分比很小的時候，可以想像成在整個複合材料中，零星的異質物散布其中，彼此之間幾乎互不影響。其理論的推導方法主要利用等效夾雜理論。

圖 2-4a 為一個含有 N 個內含物的複合材料，取出一個內含物以及其周圍母材，因為 Dilute 模式的精神為內含物之間不相互影響，故可以假設母材的廣義應力即為外加的邊界條件。

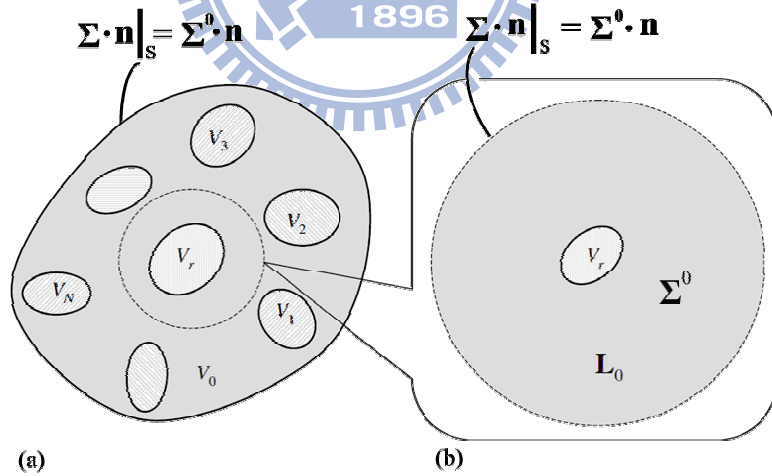


圖 2-4 Dilute 模式示意圖(由文獻[63]重新繪製)

根據邊界條件 $\Sigma \cdot \mathbf{n}|_s = \Sigma^0 \cdot \mathbf{n}$ 的假設，與等效夾雜理論可得：

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt}) = \mathbf{L}_0(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt} - \mathbf{Z}^*), \quad (2.27)$$

廣義擾動應變 \mathbf{Z}^{pt} 與廣義 Eshelby 張量的關係 $\mathbf{Z}^{pt} = \mathbf{S}\mathbf{Z}^*$, 代入(2.27)式得：

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{S}\mathbf{Z}^*) = \mathbf{L}_0(\mathbf{Z}^0 + \mathbf{S}\mathbf{Z}^* - \mathbf{Z}^*), \quad (2.28)$$

經由整理可得：

$$\mathbf{Z}^* = -[\mathbf{S} + (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)^{-1}\mathbf{L}_0]^{-1}\mathbf{Z}^0, \quad (2.29)$$

內含物的總應變為：

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt} = \mathbf{Z}^0 - \mathbf{S}[\mathbf{S} + (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)^{-1}\mathbf{L}_0]^{-1}\mathbf{Z}^0 \\ &= [\mathbf{I} + \mathbf{S}\mathbf{L}_0^{-1}(\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)]^{-1}\mathbf{Z}^0 = \mathbf{A}^{dilute}\mathbf{Z}^0, \end{aligned} \quad (2.30)$$

所以

$$\boxed{\mathbf{A}^{dilute} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}\mathbf{L}_0^{-1}(\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)]^{-1}}, \quad (2.31)$$

其中 \mathbf{I} 為單位矩陣， \mathbf{A}^{dilute} 為 Dilute 模式之應變集中因子。

2-2-4 Mori-Tanaka 模式

Dilute 模式因為沒有考慮內含物彼此之間的互制作用，所以適用的範圍比較狹隘。Mori-Tanaka 模式即是多考慮了內含物彼此之間的互制作用的微觀力學模式。Mori-Tanaka 模式其主要精神是在有很多內含物的情況下，替換一個內含物為母材，並不會影響整體的平均應力應變。

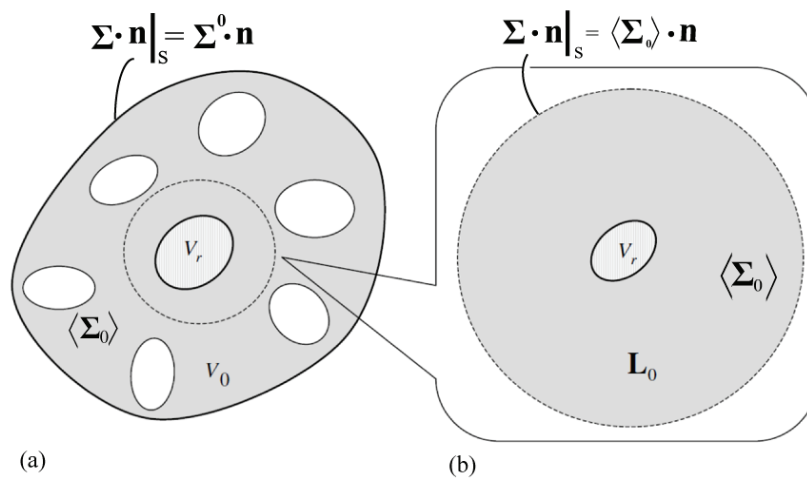


圖 2-5 Mori-Tanaka 模式示意圖(由文獻[63]重新繪製)

如圖 2-5a 為實際 N 個內含物之複合材料，因為考慮內含物之間的交互影響，且替換一個內含物並不會影響整體平均應力應變的情況下，圖 2-5b 考慮一內含物以及其周圍母材，在此假設外加的邊界條件，即為在所有內含物存在下母材的平均廣義應變 $\langle \mathbf{Z}_0 \rangle$ 為母材的材料係數，在邊界條件的作用下，以及遵守廣義虎克定律的情況下，內含物的廣義總應力為：

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\Sigma}_0 \rangle + \boldsymbol{\Sigma}^{pt} = \mathbf{L}_1 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{pt}), \quad (2.32)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\Sigma}_0 \rangle + \boldsymbol{\Sigma}^{pt} = \mathbf{L}_0 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{pt} - \mathbf{Z}^*), \quad (2.33)$$

由等效夾雜理論可知：

$$\mathbf{L}_1 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{pt}) = \mathbf{L}_0 (\langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{pt} - \mathbf{Z}^*), \quad (2.34)$$

將 $\mathbf{Z}^{pt} = \mathbf{S}\mathbf{Z}^*$ 代入經整理可得：

$$\mathbf{Z}^* = -[\mathbf{S} + (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)^{-1} \mathbf{L}_0]^{-1} \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{Z} = \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{pt} = [\mathbf{I} + \mathbf{S} \mathbf{L}_0^{-1} (\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_0)]^{-1} \langle \mathbf{Z}_0 \rangle = \mathbf{A}^{dilute} \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.36)$$

比較 Dilute(2.30)式與 Mori-Tanaka(2.36)式

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^0 + \mathbf{Z}^{pt} = \mathbf{A}^{dilute} \mathbf{Z}^0, \quad (2.37)$$

$$\mathbf{Z} = \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \mathbf{Z}^{pt} = \mathbf{A}^{dilute} \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.38)$$

其中差異係因為 Dilute 模式不考慮內含物之間的交互作用，Mori-Tanaka 模式有考慮交互作用，由平均應變定理及應變集中因子 \mathbf{A}_r 可得：

$$\mathbf{Z}^0 = \langle \mathbf{Z} \rangle = \sum_{r=0}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle = f_0 \langle \mathbf{Z}_0 \rangle + \sum_{r=1}^N f_r \langle \mathbf{Z}_r \rangle = \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{dilute} \right] \langle \mathbf{Z}_0 \rangle, \quad (2.39)$$

$$\langle \mathbf{Z}_0 \rangle = \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{dilute} \right]^{-1} \mathbf{Z}^0, \quad (2.40)$$

對於 N 相的複合材料，其由 Mori-Tanaka 模式所得等效材料係數(2.12)為：

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_0 + \sum_{r=1}^N f_r (\mathbf{L}_r - \mathbf{L}_0) \mathbf{A}_r^{MT}, \quad (2.41)$$

其中

$$\mathbf{A}^{MT} = \mathbf{A}^{dilute} \left[f_0 \mathbf{I} + \sum_{r=1}^N f_r \mathbf{A}_r^{dilute} \right]^{-1} \quad (2.42)$$

2-3 有限元素法

有限元素法為近年來熱門的求解工具，其利用數值方法求得偏微分方程之近似解 (Approximate solution)，適合處理複雜幾何結構以及多重物理場等無法求解出解析解 (Analytical solution) 之問題。求解原理係將幾何結構劃分為有限個細小單元，即為有限元素，各元素之間有節點相連使邊界條件連續，元素內部場分佈係由指定之試函數 (Trial function) 代入控制方程式中搭配指定之邊界條件，來求得未知變數值。本文是使用套裝程式 COMSOL Multiphysics 來進行複合材料等效性質的預測，本節介紹模型基本假設以及求解方法，詳細建模過程於附錄 B。

2-3-1 RVE (Representative volume element) 與微觀結構 (Microstructure)

為求得複合材料等效性質，取最小能夠代表整體材料之單位體積，稱為具有代表性之體積元素 RVE，在 RVE 上施加週期性邊界條件，以得到無限域的假設，分析整體材料之等效性質。在此選擇之 RVE 為單位立方晶胞 (Unit cell) 圖 2-6，其晶格形式有簡單立方 (SC)、體心立方 (BCC)、面心立方 (FCC) 如圖 2-7 所示。

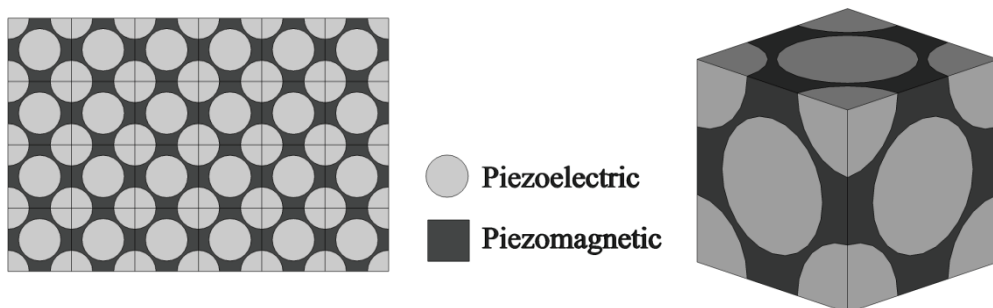


圖 2-6 週期性結構 (Periodic structure) 和 單位晶胞 (Unit cell)

分別使用三種立方晶格來做有限元素建模，搭配不同內含物與母材之體積比 (Volume fraction) 計算出複合材料之等效性質，其結果與微觀力學模型—Mori-Tanaka 模式之預測相比較，結果如圖 2-8 至圖 2-11 所示，可以發現使用面心立方結構之模型在預測等效磁電係數 λ^* (圖 2-8f、圖 2-9f 與圖 2-10f)、等效壓電係數 q^* (圖 2-8e、圖 2-9e 與圖 2-10e) 以及磁電電壓係數(圖 2-11)能更加接近 Mori-Tanaka 模式之解析預測，故後面三相複合材料之建模均會使用面心立方結構來建模分析。

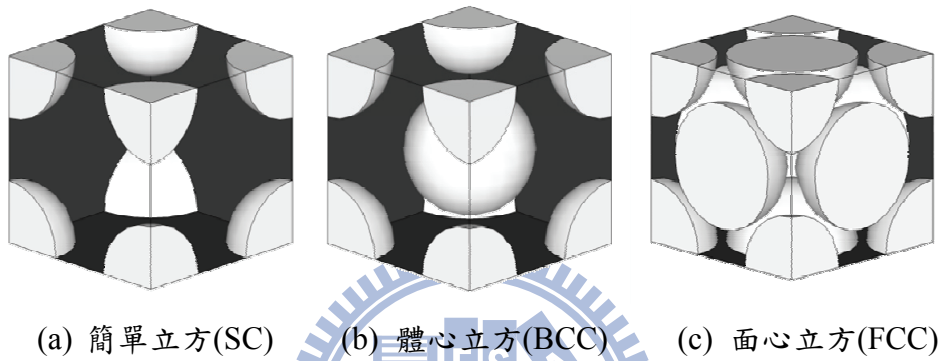
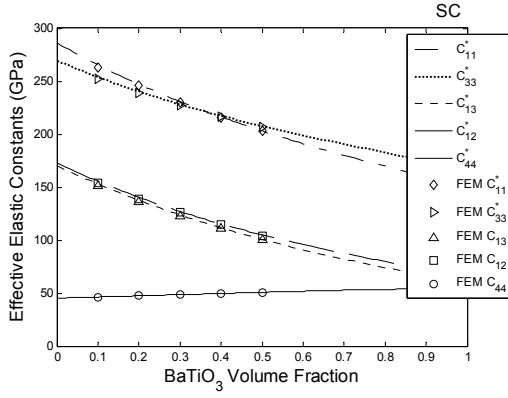
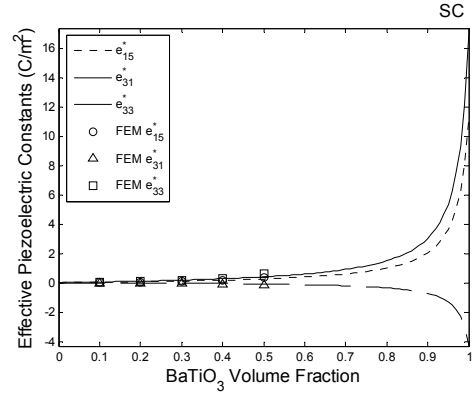


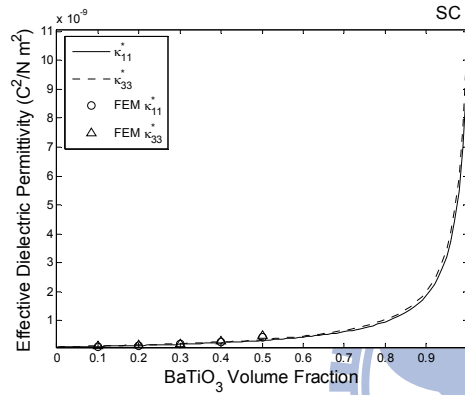
圖 2-7 單位晶胞晶格結構



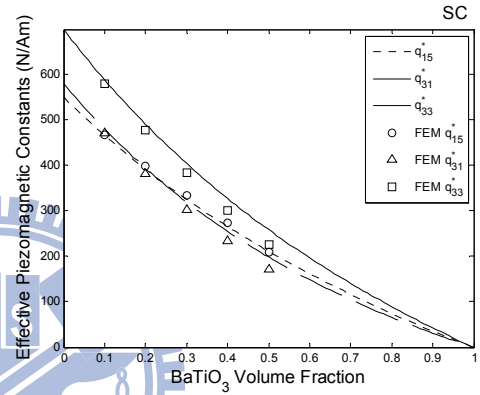
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



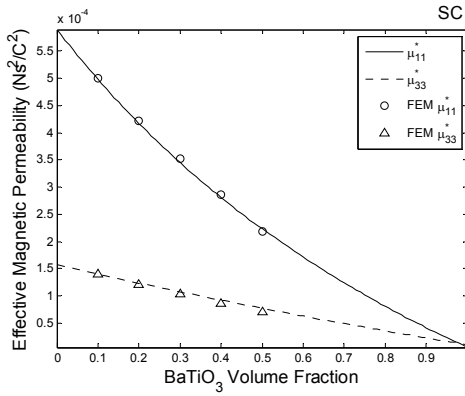
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



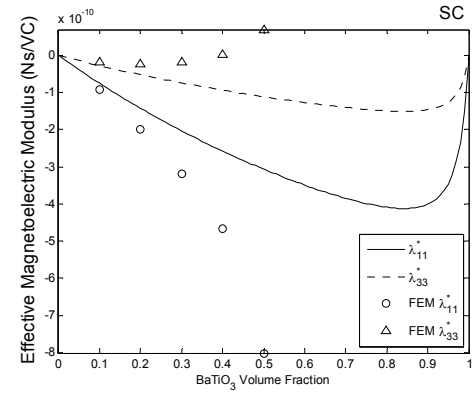
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係

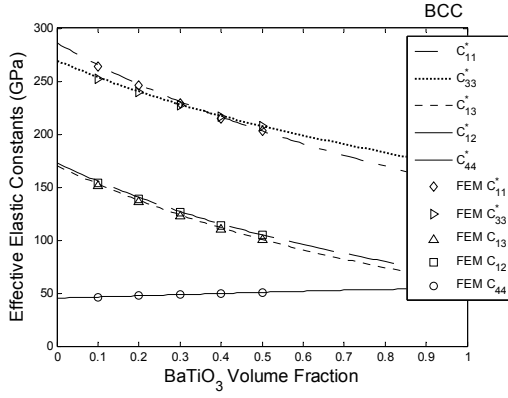


(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係

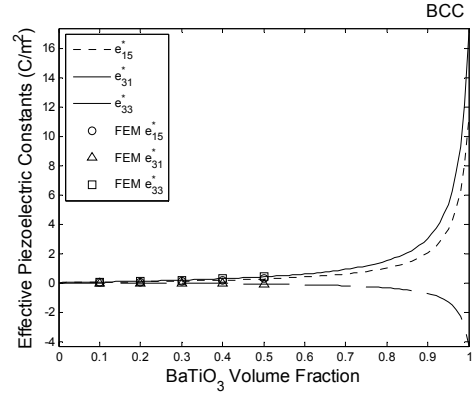


(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

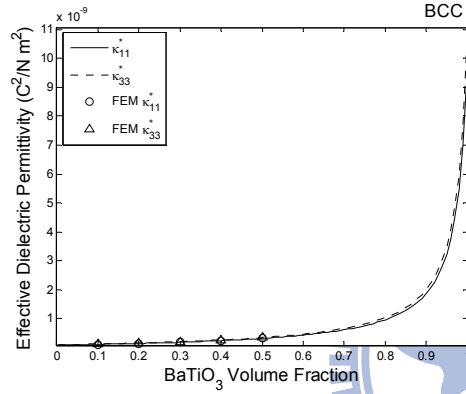
圖 2-8 簡單立方結構之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測



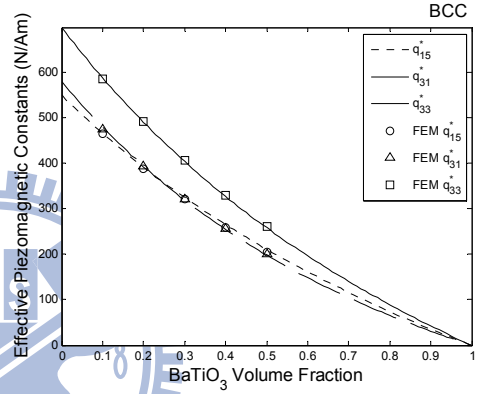
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



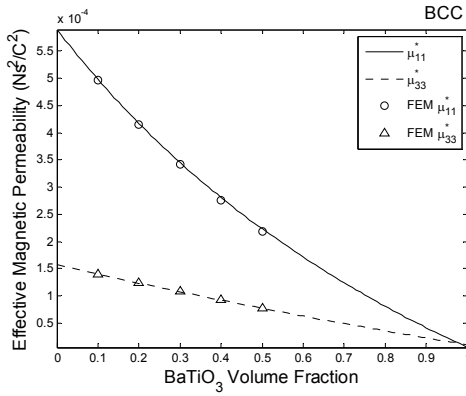
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



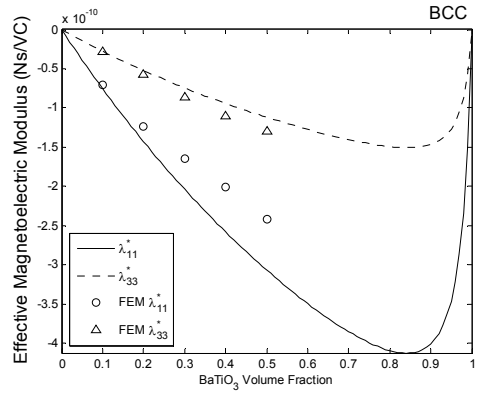
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係

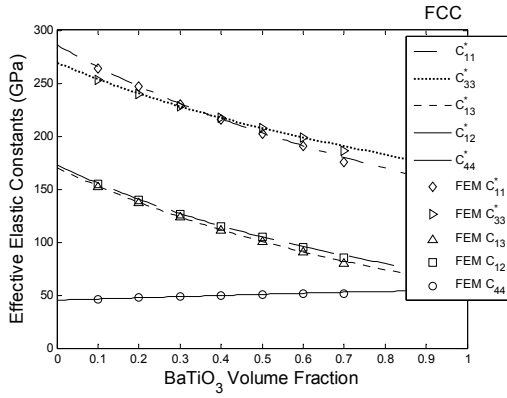


(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係

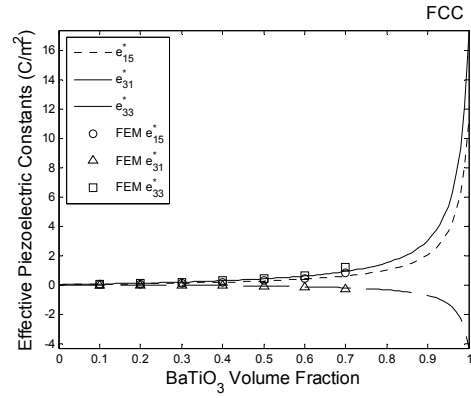


(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

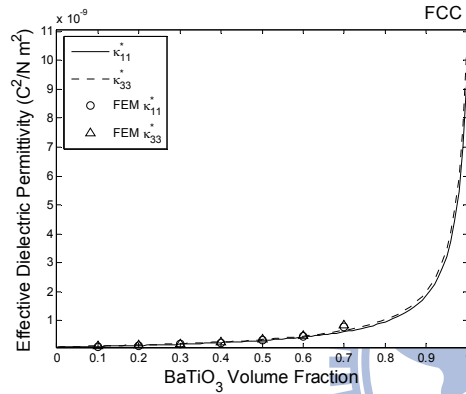
圖 2-9 體心立方結構之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測



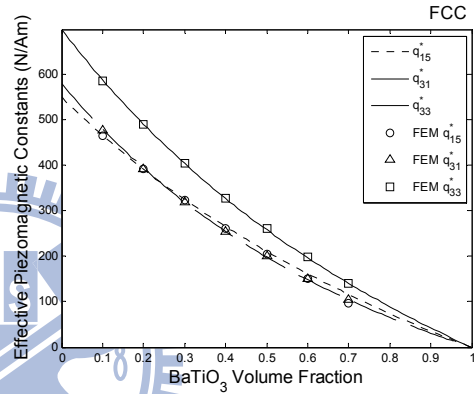
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



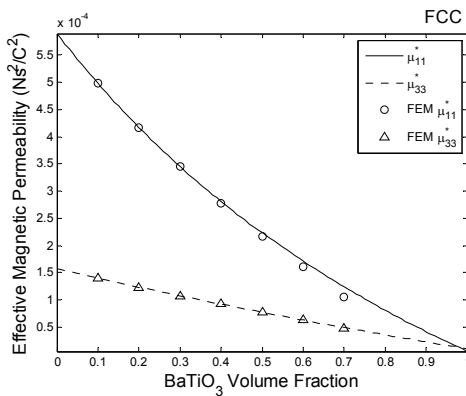
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



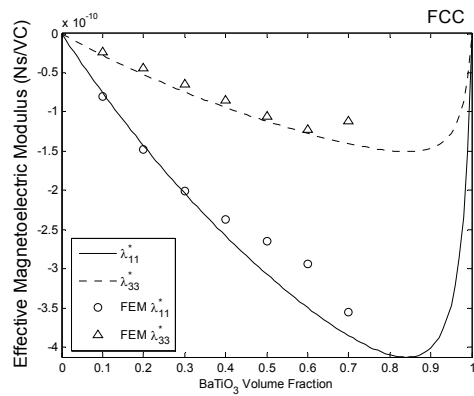
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 2-10 面心立方結構之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測

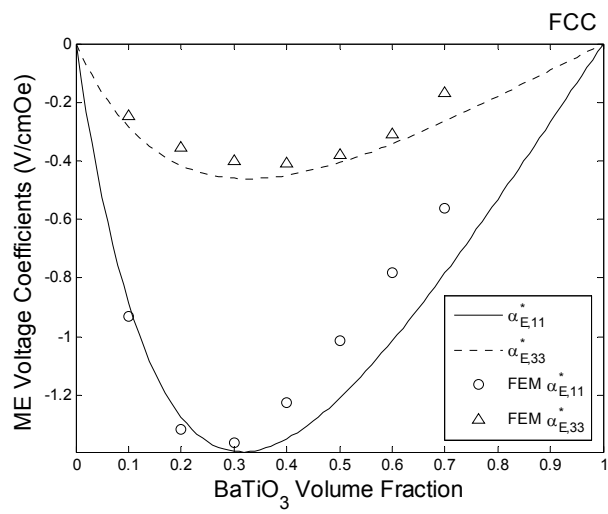
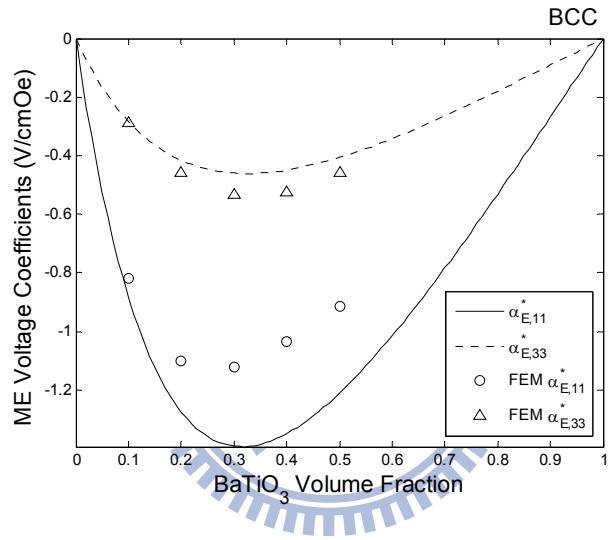
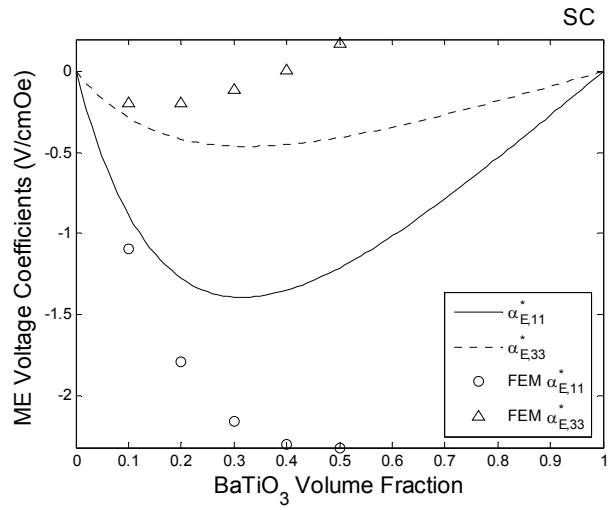


圖 2-11 磁電電壓係數之有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式預測

2-3-2 週期性邊界條件(Periodic boundary condition)

在邊界條件的假設下，使用週期性邊界條件來達成無限域的假設，位移 (Displacement)、電勢能(Electric potential)、磁勢能(Magnetic potential)均要符合週期性邊界條件：

$$\Phi(d, x_2, x_3) = \Phi(-d, x_2, x_3) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right\rangle 2d, \quad (2.43)$$

$$\Phi(x_1, d, x_3) = \Phi(x_1, -d, x_3) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right\rangle 2d, \quad (2.44)$$

$$\Phi(x_1, x_2, d) = \Phi(x_1, x_2, -d) + \left\langle \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right\rangle 2d, \quad (2.45)$$

其中 Φ 為 u, v, w, φ, ψ ， u, v, w 為沿 x_1 方向、 x_2 方向、 x_3 方向之位移， φ 為電勢能， ψ 為磁勢能， d 為單位晶胞邊長之半為 0.5 如圖 2-12 所示，(2.43) 式為 x_1 方向束制有 u, v, w, φ, ψ 五個變數五條方程式，另外 x_2 方向束制與 x_3 方向束制分別為(2.44)與(2.45)式，總共週期性邊界條件有 15 條方程式束制。

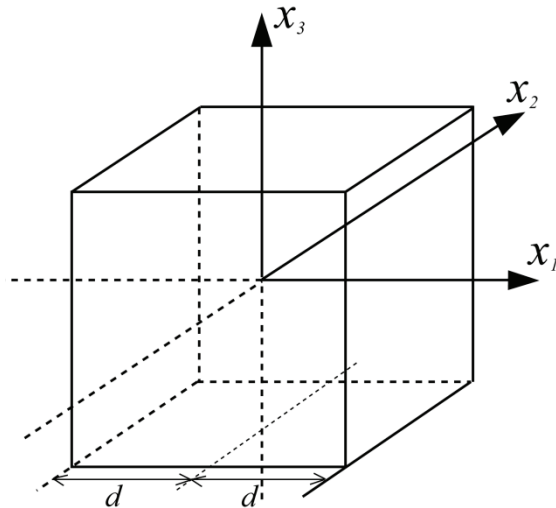


圖 2-12 晶胞週期性條件示意圖

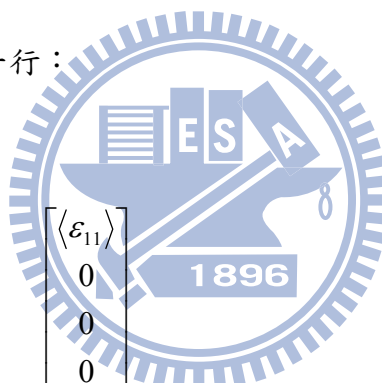
2-3-3 等效性質之計算

在單位晶胞有限元素建模的假設下，場變數對體積的積分即為整體平均，例如：

$$\begin{aligned}\frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV &= \langle \sigma_{ij} \rangle, \\ \frac{1}{V} \int_V D_i dV &= \langle D_i \rangle, \\ \frac{1}{V} \int_V B_i dV &= \langle B_i \rangle,\end{aligned}\tag{2.46}$$

其中 V 代表單位晶胞的體積，其值為 $(2d)^3 = 1$ 。

為了經由有限元素分析求得複合材料等效性質，需要給定廣義應變場，如(2.46)式給定了 $\langle \varepsilon_{11} \rangle = 1$ ，其他平均廣義應變設定為 0，這樣一來經由矩陣乘法即可求得等效性質 \mathbf{L}^* ， 12×12 矩陣之第一行：



$$\begin{bmatrix} \langle \sigma_{11} \rangle \\ \langle \sigma_{22} \rangle \\ \langle \sigma_{33} \rangle \\ \langle \sigma_{23} \rangle \\ \langle \sigma_{13} \rangle \\ \langle \sigma_{12} \rangle \\ \langle D_1 \rangle \\ \langle D_2 \rangle \\ \langle D_3 \rangle \\ \langle E_1 \rangle \\ \langle E_2 \rangle \\ \langle E_3 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^* & \mathbf{e}^{t*} & \mathbf{q}^{t*} \\ \mathbf{e} & -\boldsymbol{\kappa}^* & -\boldsymbol{\lambda}^* \\ \mathbf{q} & -\boldsymbol{\lambda}^* & -\boldsymbol{\mu}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \varepsilon_{11} \rangle \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\tag{2.47}$$

依此類推依序設定：

$$\begin{aligned}\langle \varepsilon_{11} \rangle &= 1, \langle \varepsilon_{22} \rangle = 1, \langle \varepsilon_{33} \rangle = 1, \langle \varepsilon_{23} \rangle = 0.5, \langle \varepsilon_{13} \rangle = 0.5, \langle \varepsilon_{12} \rangle = 0.5, \langle E_1 \rangle = -1, \\ \langle E_2 \rangle &= -1, \langle E_3 \rangle = -1, \langle H_1 \rangle = -1, \langle H_2 \rangle = -1, \langle H_3 \rangle = -1,\end{aligned}\tag{2.48}$$

$$u(a, x_2, x_3) = u(-a, x_2, x_3) + \langle \varepsilon_{11} \rangle 2d. \quad (2.51)$$

同理，在設定電場 $\langle E_i \rangle = -1$ 時，由於 $E_i = -\varphi_{,i}$ ，所以只要在要施加的方向上設定一個電位差為 1 的設定，即可得到電場 $E_i = -1$ ；同樣由於磁場與磁勢能的關係為 $H_i = -\psi_{,i}$ ，所以同樣在要施加的方向上設定一個磁勢差為 1 的設定，即可得到磁場 $H_i = -1$ 。

2-3-4 壓電壓磁複合材料建模流程

本文所選用的是套裝軟體 COMSOL Multiphysic，此軟體擁有友善的視窗化界面與完整的建模求解、後處理功能，並能同時分析多重物理耦合問題。比起其他的套裝軟體，COMSOL Multiphysic 可與 MATLAB 搭配使用，檔案可以轉存為 MATLAB 可編輯之 m-file，使有限元素分析能夠程式化、自動化，使漫長的求解時間能自動進行，省去了研究人員在電腦前面苦苦求解之過程。本章節只對建模的步驟做介紹，詳細圖形界面的操作方式，於附錄 B 加以介紹。

壓電壓磁複合材料建模流程圖如圖 3-6 所示，壓電壓磁複合材料是屬於磁、電、彈多物理場耦合問題，所以使用結構力學模組-壓電效應，搭配上 AC/DC 模組-靜磁，使分析模組之方程式與組成率(2.3)式相同。流程圖左邊為 COMSOL Multiphysic 圖形界面之操作流程，分析一次完成後可以另存為 MATLAB 可以編輯之 m-file，檔案內有 COMSOL Multiphysic 能辨識之指令，再經過迴圈的撰寫後，即可批次改變週期性邊界條件，一次分析完 12 次建模分析運算，為流程圖右邊 COMSOL Multiphysic with MATLAB 之作業流程，如果缺乏可程式化的步驟，則需做 12 次的建模分析，以及每次建模需做 12 個廣義應力之體積積分，這些流程使用 COMSOL Multiphysic with MATLAB 即可化繁為簡。

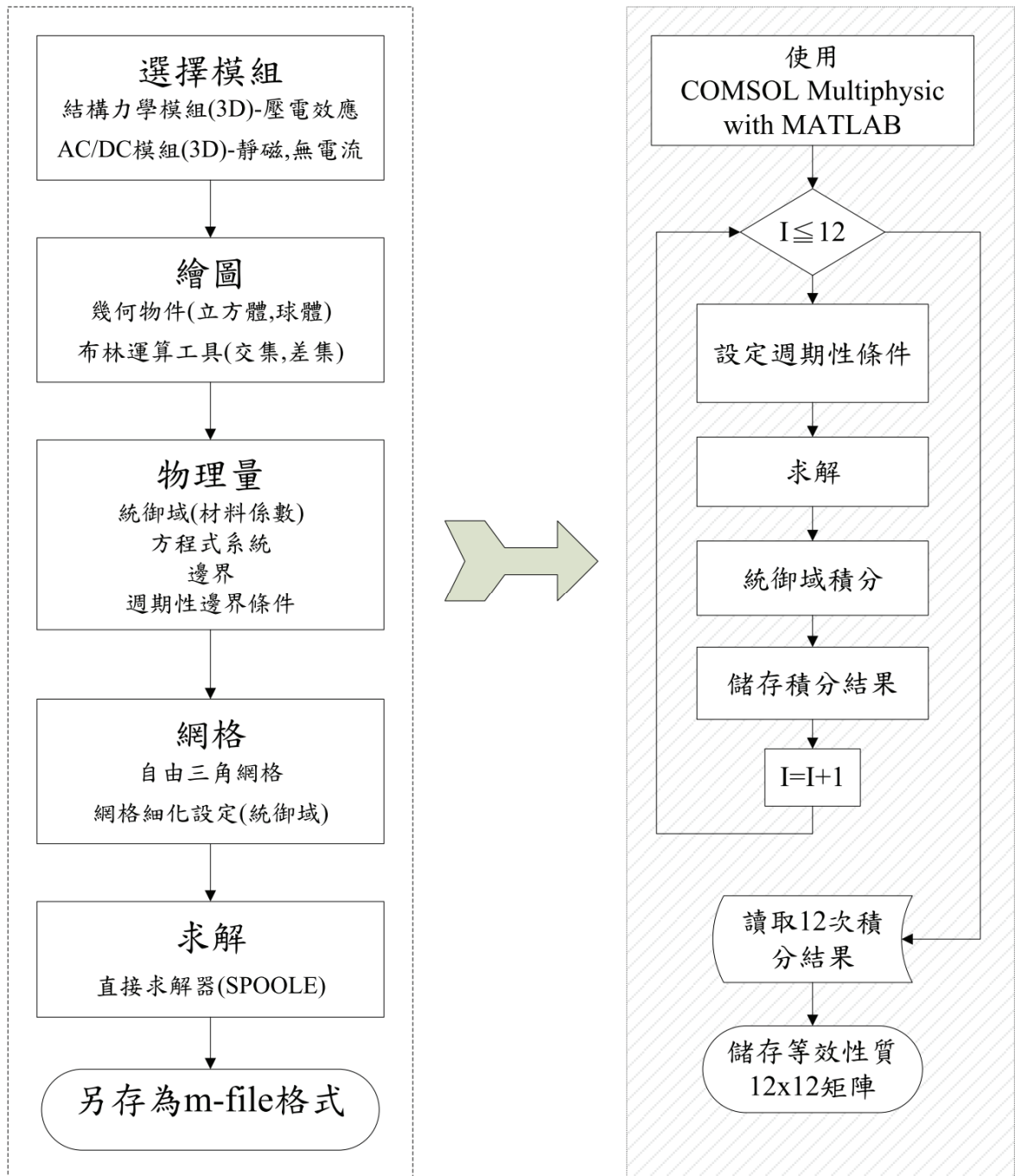


圖 2-13 壓電壓磁複合材料有限元素建模流程

2-3-5 有限元素分析之收斂性

本文使用的有限元素模型為三維模型，在計算分析上電腦需要較多的記憶體進行分析。在分析上，自由度太小時會造成數值未收斂，造成數值的誤差；自由度太大又會浪費電腦資源以及求解時間。在有限元素分析之收斂性的探討上，選擇雙相壓電壓磁材料，壓電材料為 BaTiO_3 ，壓磁材料為 CoFe_2O_4 ，選擇面心立方幾何結構，內含物體積比 f 為 0.4，示意圖如圖 2-14 所示。

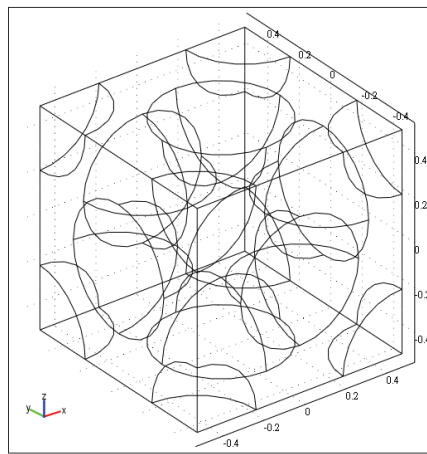


圖 2-14 雙相複合材料有限元素建模示意圖

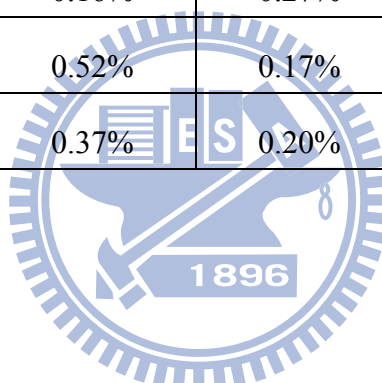
網格繪製上選擇較粗化(Coarser)、粗化(Coarse)、正常(Normal)、細化(Fine)以較細化(Finer)五種不同自由度數量(表 2-2)進行分析與 Mori-Tanaka 模式相比較，結果於圖 2-15 所示，由 2-15d 與 2-15e 可以發現壓電係數與壓磁係數在網格設定為正常，自由度為 127120 時，數值結果已收斂，網格設定為細化以及較細化時，則需要花費更多的求解時間，並且無法得到更精確的數值，在 2-15a 至 2-15c 分析等效彈性係數方面，雖然數值結果與 M-T 誤差較大，但也可以觀察到收斂的特性。此外由表 2-3 可得知，彈性係數雖然在圖形上(圖 2-15)看起來誤差較大，但 Mori-Tanaka 模式的誤差計算上，最大的誤差量為 0.33%，在合理的誤差範圍內。

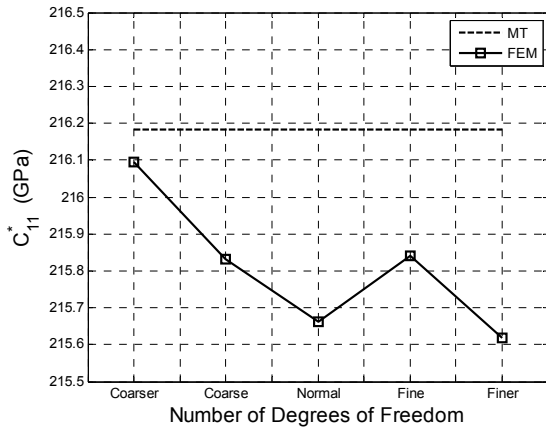
表 2-2 不同網格元素個數與自由度數量

	較粗化	粗化	正常	細化	較細化
元素個數	3100	4972	17198	33192	102439
自由度數量	24590	37945	127120	238840	720935

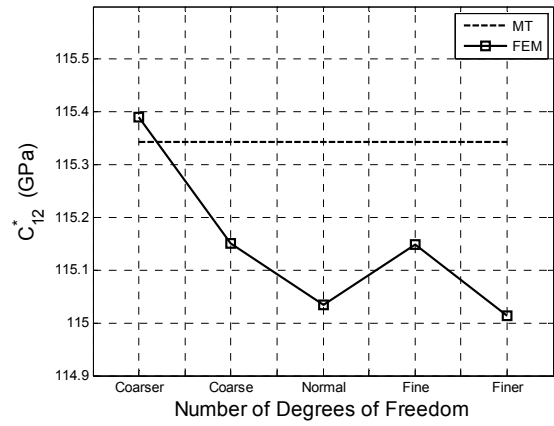
表 2-3 有限元素分析與 Mori-Tanaka 模式誤差比較

	較粗化	粗化	正常	細化	較細化
C_{11}^* 誤差	0.04%	0.16%	0.24%	0.16%	0.26%
C_{12}^* 誤差	0.04%	0.17%	0.27%	0.18%	0.28%
C_{13}^* 誤差	0.01%	0.16%	0.27%	0.20%	0.33%
e_{31}^* 誤差	0.55%	0.52%	0.17%	0.25%	0.16%
q_{31}^* 誤差	0.64%	0.37%	0.20%	0.26%	0.16%

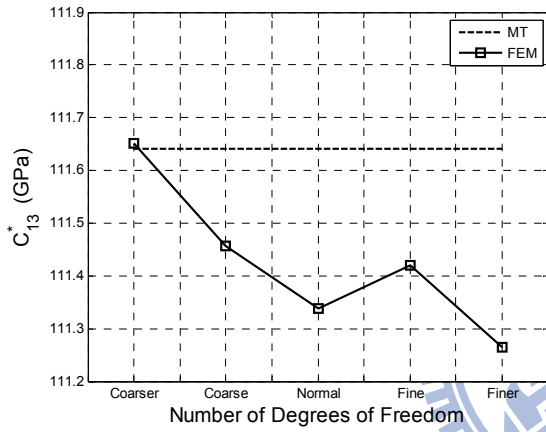




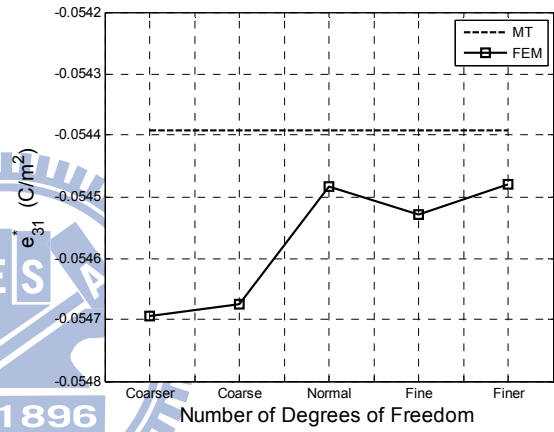
(a) C_{11}^*



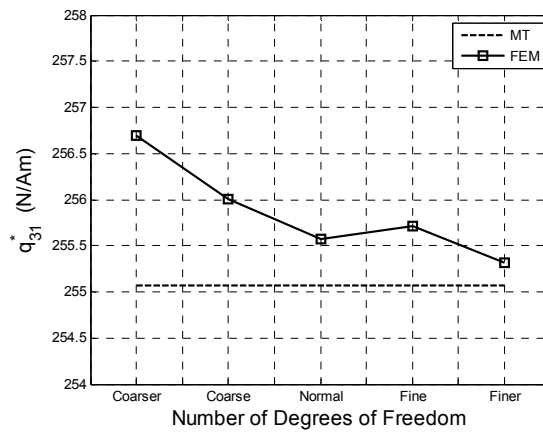
(b) C_{12}^*



(c) C_{13}^*



(d) e_{31}^*



(e) q_{31}^*

圖 2-15 不同自由度數量之有限元素分析與 M-T 模式比較

第三章 三相壓電壓磁顆粒複合材料

三相壓電壓磁複合材料中含有三種材料，其中至少有一相為壓電材料，有一相為壓磁材料，以此獲得比雙相壓電壓磁複合材料更好的磁電耦合效應。在本章以雙層法以及有限元素法進行分析，探討含有殼層內含物的三相顆粒狀壓電壓磁複合材料之等效性質以及磁電電壓係數(ME Voltage Coefficient) $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 。其中 $\alpha_{E,11}^*$ 指的是施加在 x_1 方向的磁場時，量測在 x_1 方向產生的電場； $\alpha_{E,33}^*$ 指的是施加在 x_3 方向的磁場時，量測在 x_3 方向產生的電場。若磁電電壓係數為負數，則表示產生的電場與磁場方向相反。

除了探討三相複合材料之磁電電壓係數除外，為比較起見，亦探討雙相複合材料的案例，以證明三相複合材料能得到較佳的磁電耦合效應。此外本文先使用既有的材料來做為三相複合材料之配置，爾後變動不同的材料係數以期獲得最高的磁電耦合效應。

最後討論雙層法與三相 Mori-Tanaka 模式於三相複合材料之磁電耦合分析，兩者之磁電耦合效應相差甚大，但是其等效彈性係數卻是相等的。故傳統複合材料力學的彈性行為研究領域裡，含有殼層之結構，均簡化成兩種獨立的內含物來求解。

3-1 含有殼層內含物 (Core-Shell inclusion) 之三相複合材料

含有殼層內含物之三相複合材料如圖 3-1 所示，其為內含物與母材之間加入第三種材料，在此稱為殼層(Shell)，在其它研究發表裡也有塗料層(Coating)、相間層(Interphase)的稱呼，此幾何結構使得三相複合材料在材料的選擇上能更具自由度，已利用在內含物與母材之間非完美交界面(Imperfect interface)的模擬[72]以及壓電感測元件設計[73]。

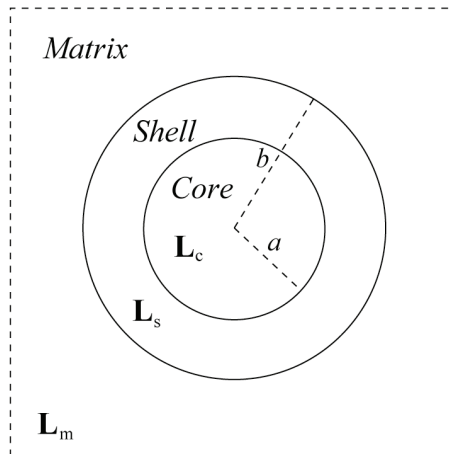


圖 3-1 含有殼層內含物示意圖

三相複合材料之彈性理論已有許多的研究：例如三相的 Mori-Tanaka 模式[60]、延伸的 Mori-Tanaka 模式(Extension of the Mori-Tanaka)[49]以及延伸的雙內含物模式(Extension of Double-inclusion)[62]。Fisher 和 Brinson 的研究[74]是關於 Mori-Tanaka 模式與延伸 Mori-Tanaka 模式兩種微觀力學模型與有限元素分析的比較，Mori-Tanaka 模式是將原本含有殼層之內含物如圖 3-2a 示，將殼層轉換為獨立之內含物如圖 3-2b，但是 Mori-Tanaka 模式對於本文含有殼層內含物的壓電壓磁複合材料預測與有限元素分析結果有誤差，其理論分析與數值結果會在本章最後討論。延伸的雙內含物模式其想法與三相 Mori-Tanaka 模式相似，均是將殼層轉換為獨立之內含物如圖 3-3，只有近似模式的不同，另外還有廣義自洽法[50]以及平面與反平面模式(Inplane and antiplane model)[75]，此類研究多屬於纖維複合材料，其理論模型經由係數的簡化得到，無法求解本文探討的問題。

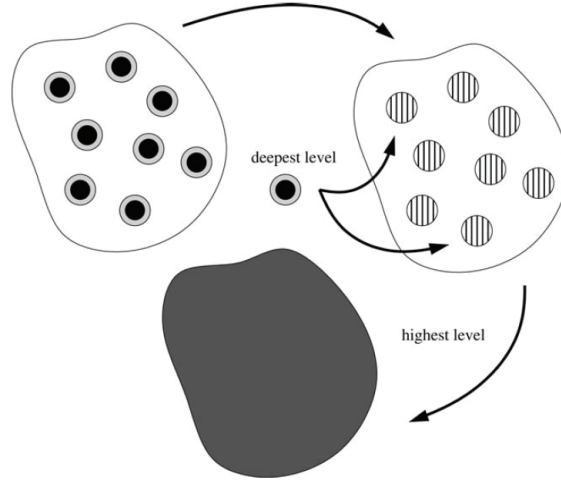


圖 3-4 雙層法(Two-level recursive scheme)示意圖[10]

三相複合材料示意圖如圖 3-1，核的材料性質為 \mathbf{L}_c 、殼層的材料性質為 \mathbf{L}_s 、母材的材料性質為 \mathbf{L}_m 、殼層的內徑為 a ，外徑為 b ，如圖 3-1 所示，在此設定半徑比 $a/b = \gamma$ ，故假設內含物(核+殼層)體積比為 f 的情況下：

$$f_c = (a/b)^3 f = \gamma^3 f,$$

$$f_s = [1 - (a/b)^3] f = (1 - \gamma^3) f,$$

其中 f_c 為核之體積比， f_s 為殼層之體積比。

在深層(deepest level)時，從 Mori-Tanaka 模式得到核與殼層之等效性質：

$$\mathbf{L}_{sc}^* = \mathbf{L}_s + \frac{f_c}{f_c + f_s} (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_s) \mathbf{A}_c^{MT} = \mathbf{L}_s + \gamma^3 (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_s) \mathbf{A}_c^{MT}, \quad (3.1)$$

\mathbf{L}_{sc}^* 即為核與殼層之等效性質

$$\mathbf{A}_c^{MT} = \mathbf{A}_c^{dilute} (f_s \mathbf{I} + f_c \mathbf{A}_c^{dilute})^{-1}, \quad (3.2)$$

$$\mathbf{A}_c^{dilute} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_c \mathbf{L}_s^{-1} (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_s)]^{-1}, \quad (3.3)$$

其中 \mathbf{S}_c 為利用核之幾何形狀以及殼層材料係數 \mathbf{L}_s 求得之廣義 Eshelby 張量。

接著再將等效的內含物 \mathbf{L}_{sc}^* 置入原母材(高層 highest level)，再以 Mori-Tanaka 模式

得到最終三相複合材料之等效性質：

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_m + (f_c + f_s)(\mathbf{L}_{sc}^* - \mathbf{L}_m)\mathbf{A}_{sc}^{MT}, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{A}_{sc}^{MT} = \mathbf{A}_{sc}^{dilute} \left[f_m \mathbf{I} + (f_c + f_s)\mathbf{A}_{sc}^{dilute} \right]^{-1}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{A}_{sc}^{dilute} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{S}_{sc} \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_{sc}^* - \mathbf{L}_m) \right]^{-1}. \quad (3.6)$$

其中 \mathbf{S}_{sc} 為利用內含物之幾何形狀以及母材材料係數 \mathbf{L}_m 求得之廣義 Eshelby 張量。

3-1-1 壓電/壓磁/壓磁複合材料 (BTO(LNO)/CFO/TD)

壓電/壓磁/壓磁三相複合材料的磁電耦合效應，其中所選用的材料，核為 BaTiO_3 (BTO)、殼層為 CoFe_2O_4 (CFO)、母材為 Terfenol-D (TD)。

圖 3-5 表示不同的半徑比 γ 下，對應不同的內含物體積比所得之磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 、圖 3-6 為磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ ， $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 均是隨著半徑比 γ 增加，磁電耦合效應也漸漸增加，其最大值出現在半徑比 $\gamma=0.8$ 時，此時核的體積比 $f_c = (0.8)^3 f = 0.512f$ ，表示核與殼層之體積約在內含物一半左右時最佳。

若將三相複合材料 BTO/CFO/TD 與對應的雙相複合材料 BTO/TD 之 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 比較，發現三相複合材料的 $\alpha_{E,11}^*$ 之極值為 -6.8 V/cmOe 比起雙相複合材料的 $\alpha_{E,11}^*$ 之極值 -1.7 V/cmOe 提高了約四倍；三相複合材料的 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值 -5.5 V/cmOe 比起雙相複合材料的 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值 -3.2 V/cmOe 提高了約 1.7 倍。表示三相複合材料在增加 CFO 殼層後比雙相複合材料可得到更大的磁電耦合效應。

圖 3-7 為三相複合材料 BTO/CFO/TD 在半徑比 γ 為 0.8 時之等效材料係數求解結果與有限元素分析比較，顯示雙層法的求解結果與有限元素分析是相同的。

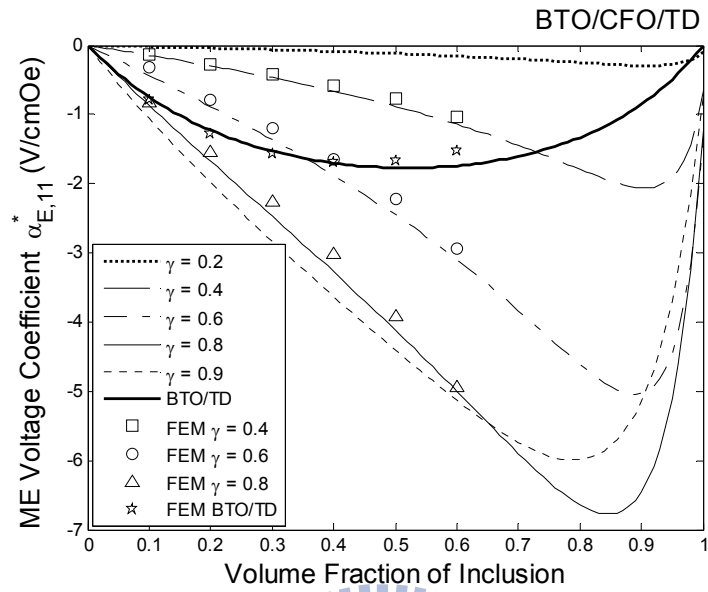


圖 3-5 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/TD)

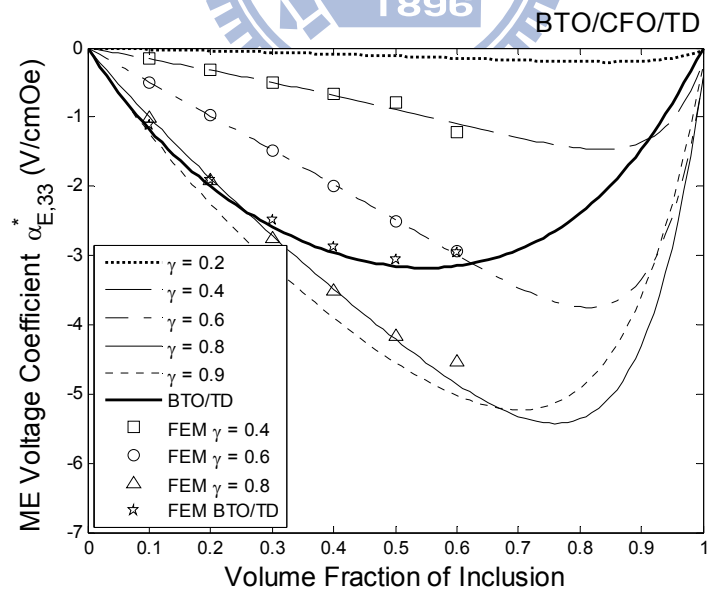
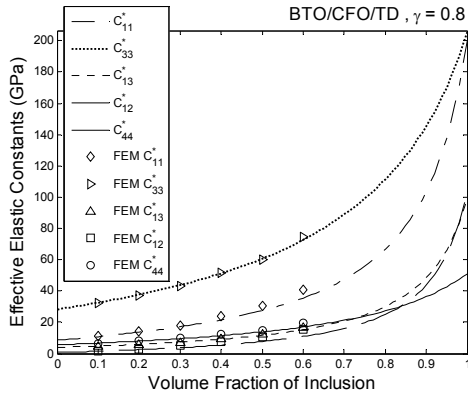
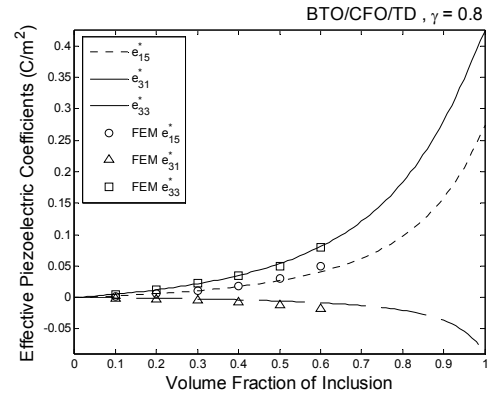


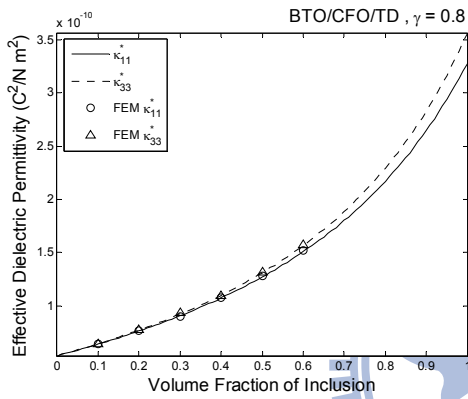
圖 3-6 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/TD)



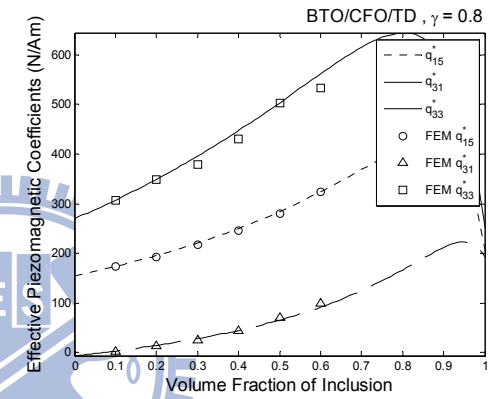
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



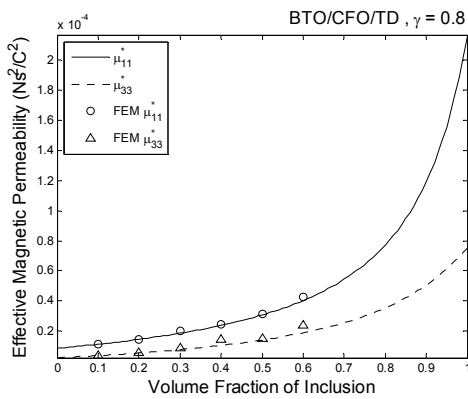
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



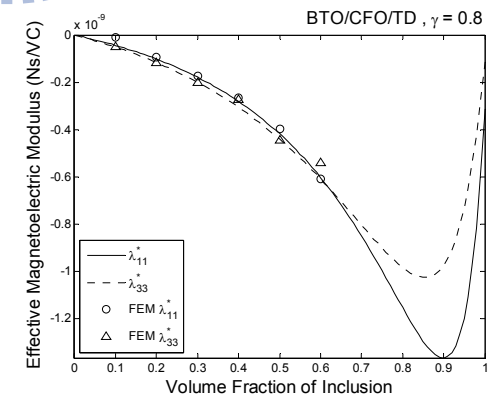
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-7 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/TD, $\gamma=0.8$)

為了找出壓電/壓磁/壓磁複合材料合適之材料搭配，以核：BTO、殼層：CFO、母材：CFO 之材料係數為基礎，乘上不同的倍數來放大與縮小材料係數。依序改變彈性係數 C 、壓電係數 e 與壓磁係數 q 、介電係數 κ 與磁導率 μ ，以尋找最合適之材料搭配，其結果於附錄 A。每張圖將母材材料係數固定，水平軸與垂直軸分別是核與殼層相對之材料性質，等高線圖代表磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 與未變動材料係數之磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^0$ 之比值。

綜合附錄 A-1，發現降低壓電材料的介電係數以及選擇彈性係數與磁導率較低的母材能提升磁電電壓係數，因此從現有的材料中選擇核：LiNbO₃ (LNO)、殼層：CFO、母材：TD，此搭配係因為 LNO 擁有較低的介電係數，母材 TD 擁有較小的彈性係數與磁導率，經雙層法分析後得到的結果如預期一樣， $\alpha_{E,11}^*$ 隨著半徑比 γ 提高而增加，最大值出現在半徑比 $\gamma=0.8$ 時； $\alpha_{E,33}^*$ 最大值則是出現在半徑比 $\gamma=0.9$ 時， $\alpha_{E,11}^*$ 之極值增加到 -38 V/cmOe (圖 3-8)，比起 BTO/CFO/TD 之 $\alpha_{E,11}^*$ 極值 -6.8 V/cmOe (圖 3-5) 增加了 5.6 倍； $\alpha_{E,33}^*$ 之極值也從 BTO/CFO/TD 之 -5.5 V/cmOe (圖 3-6) 增加了 2 倍到 LNO/CFO/TD 之 -11 V/cmOe (圖 3-9)，同時磁電耦合效應也比雙相複合材料 LNO/TD 的 $\alpha_{E,11}^*$ 極值 -9 V/cmOe 與 $\alpha_{E,33}^*$ 極值 -6.5 V/cmOe 來的佳。

圖 3-10 為三相複合材料 LNO/CFO/TD 在半徑比 γ 為 0.8 時之等效材料係數求解結果與有限元素分析比較，顯示雙層法的求解結果與有限元素分析是相同的。

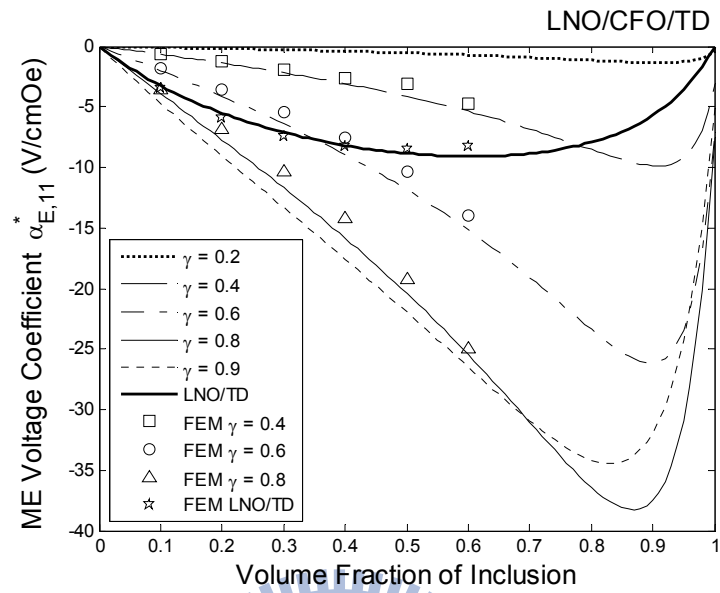


圖 3-8 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD)

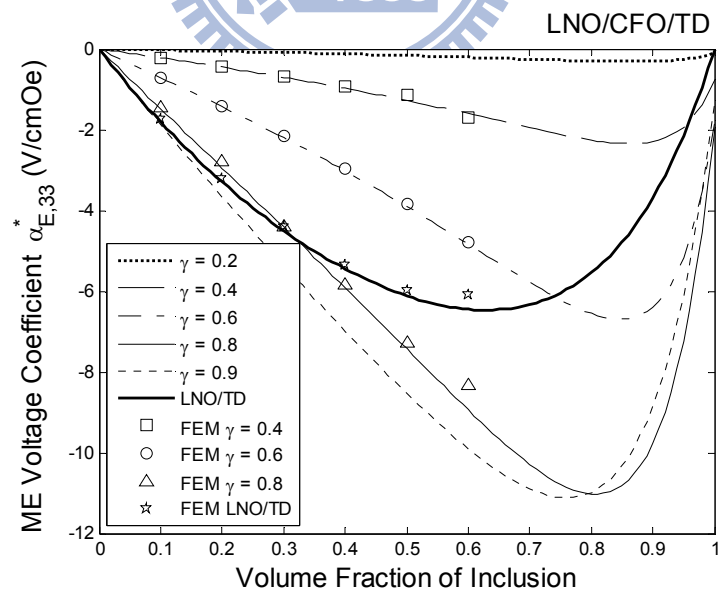
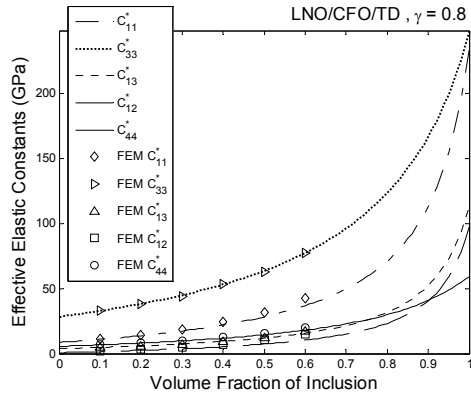
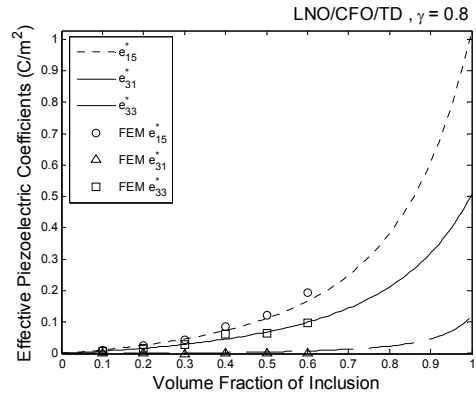


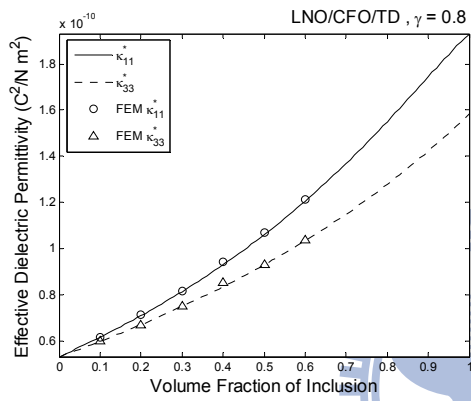
圖 3-9 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD)



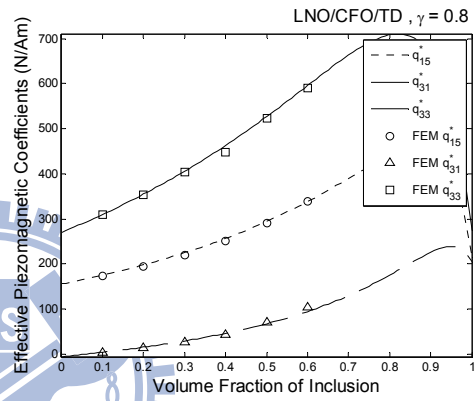
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



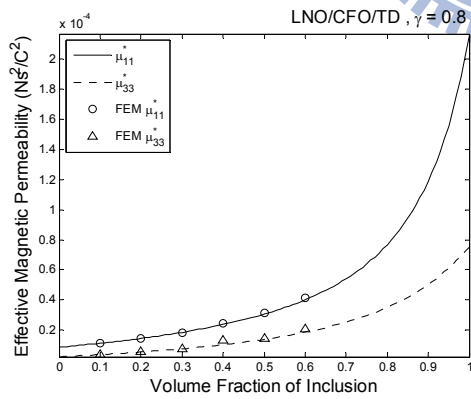
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



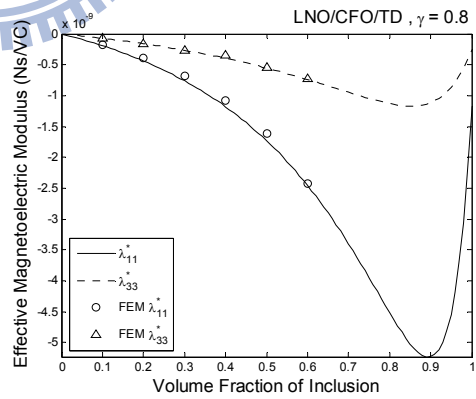
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-10 等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/CFO/TD, $\gamma=0.8$)

3-1-2 壓磁/壓電/壓磁複合材料 (CFO/BTO(LNO)/TD)

在壓磁/壓電/壓磁三相複合材料中，選擇核為 CFO、殼層為 BTO、母材為 TD，此配置把壓電材料放在殼層位置，結果如圖 3-11 與圖 3-12 所示， $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 極值皆出現在半徑比 $\gamma=0.9$ 時，表示當殼層越薄時，磁電耦合效應越高， $\alpha_{E,11}^*$ 極值為 -4.6V/cmOe 與 $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 -5.5V/cmOe ，均比雙相複合材料 BTO/TD 之極值 $\alpha_{E,11}^*$ 為 -1.7V/cmOe ， $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 -3.2V/cmOe 來的佳。

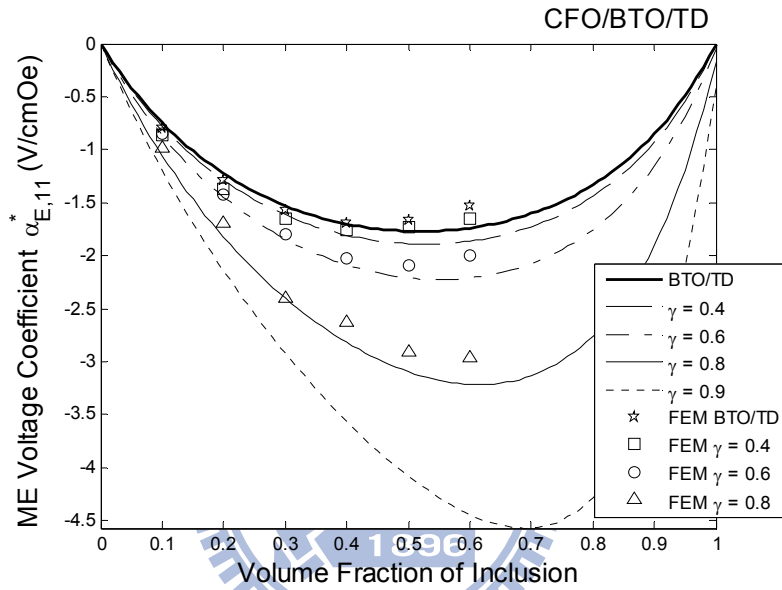


圖 3-11 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/TD)

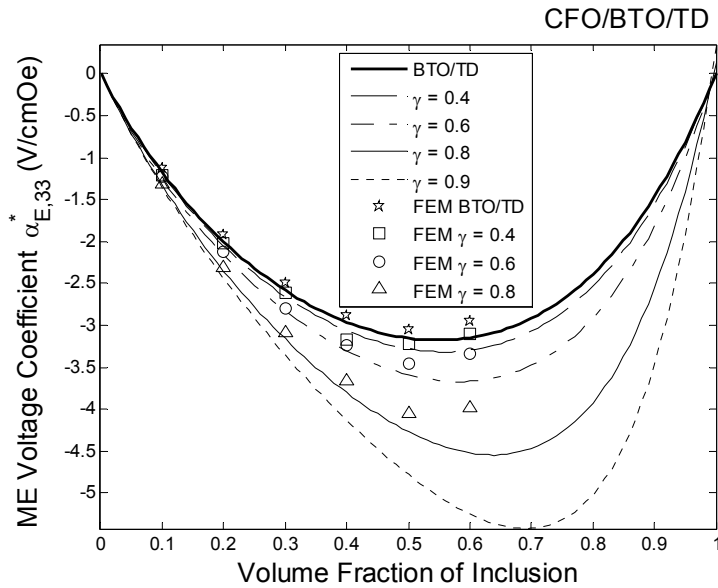
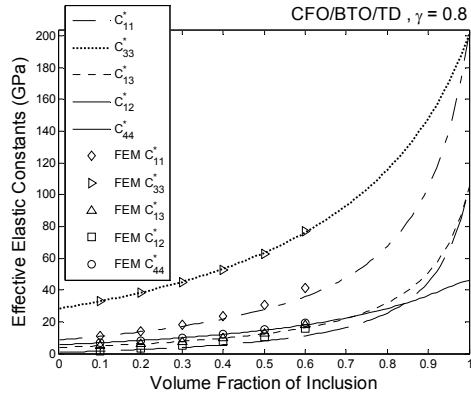
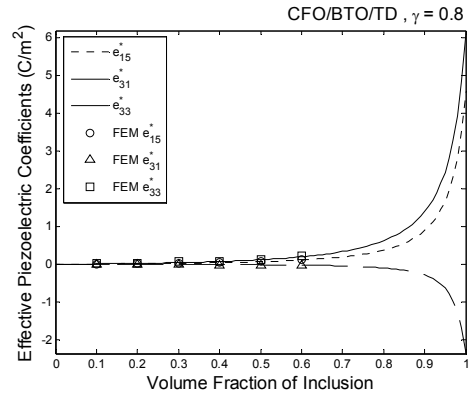


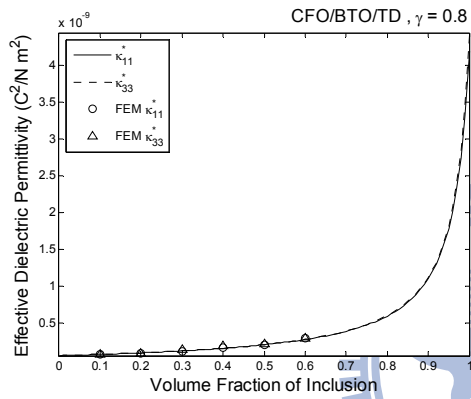
圖 3-12 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/TD)



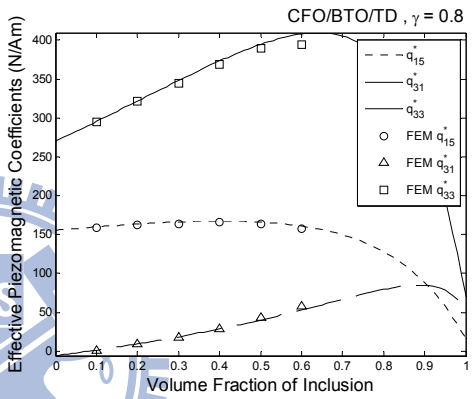
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



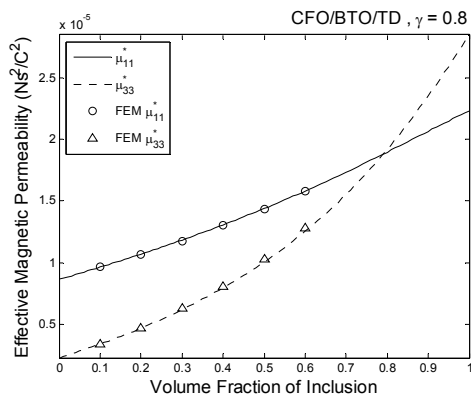
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



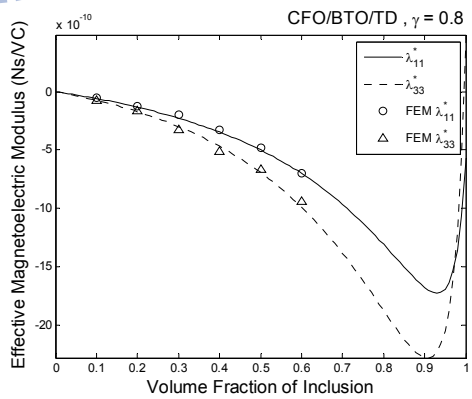
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-13 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/TD, $\gamma=0.8$)

由附錄 A-2 歸納，將壓電部份替換成介電係數較低的 LNO，經雙層法求解後得到圖 3-14 與圖 3-15， $\alpha_{E,11}^*$ 極值增加到 -17V/cmOe (圖 3-14)，比 CFO/BTO/TD 之 $\alpha_{E,11}^*$ 極值 -4.6V/cmOe (圖 3-11)增加了 3.7 倍，也比雙相複合材料 LNO/TD 之 $\alpha_{E,11}^*$ 極值 -9V/cmOe 還高； $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 -7V/cmOe ，與 CFO/BTO/TD 之 $\alpha_{E,33}^*$ 極值 -5.5V/cmOe 以及 LNO/TD 之 $\alpha_{E,33}^*$ 極值 -6.5V/cmOe 相比，並沒有大幅增加。

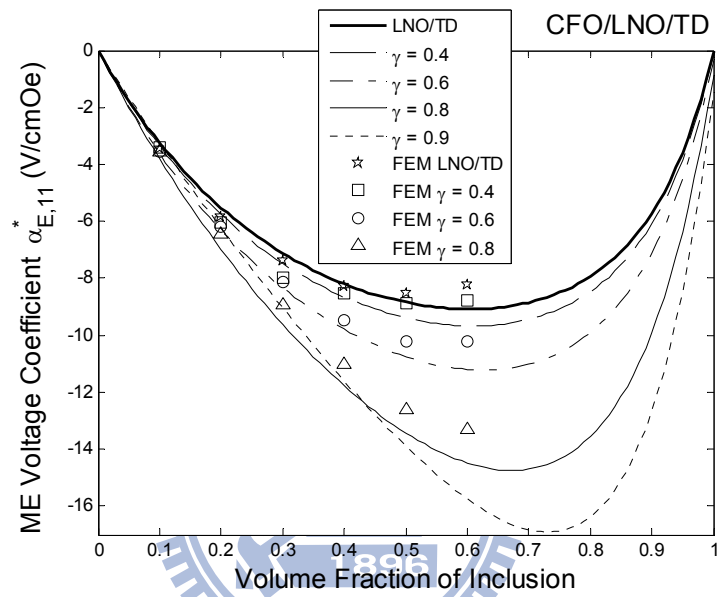


圖 3-14 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/TD)

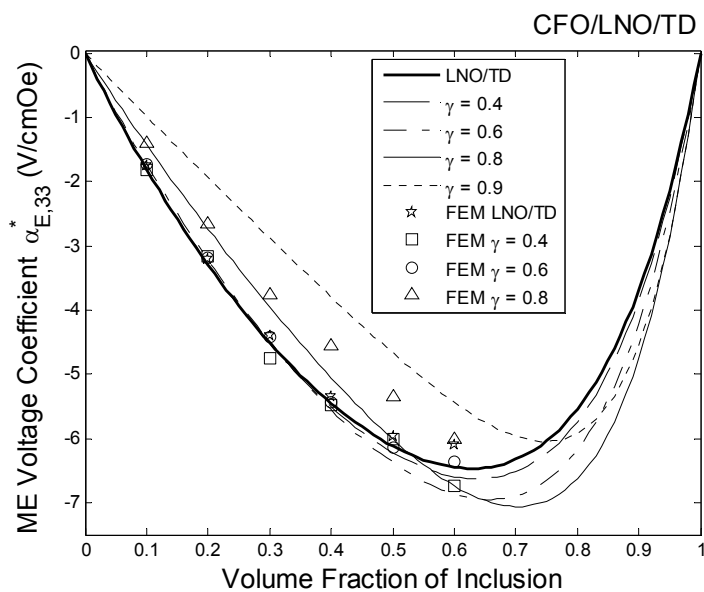
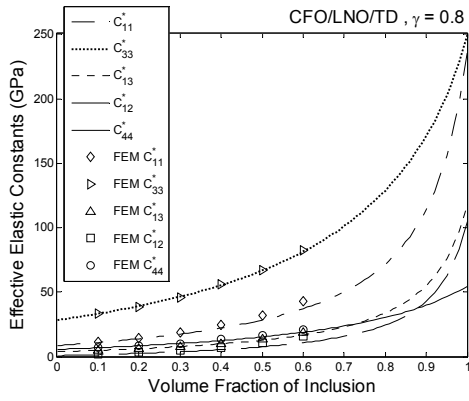
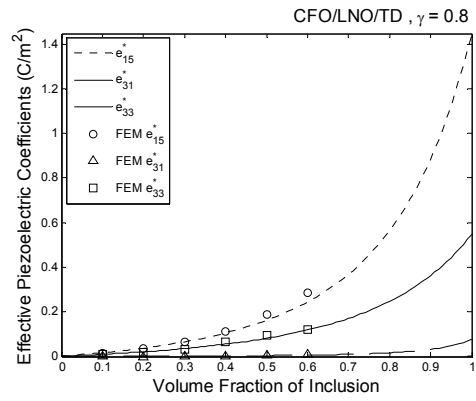


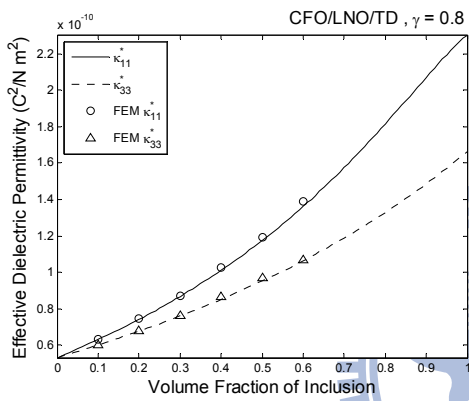
圖 3-15 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/TD)



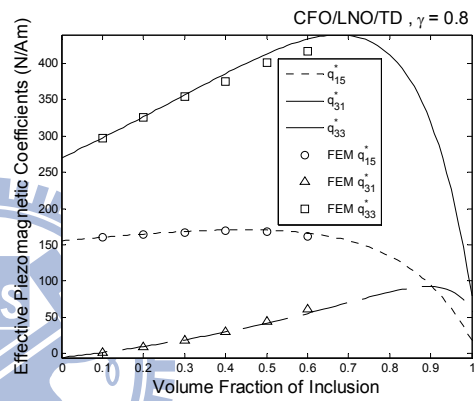
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



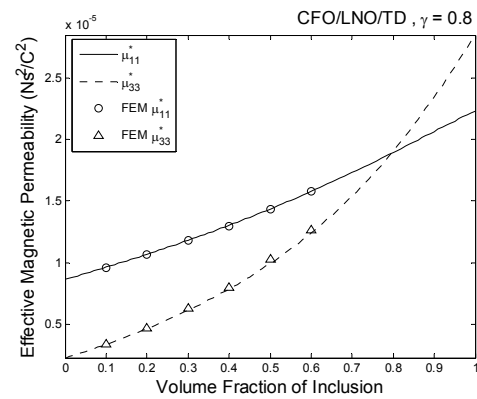
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



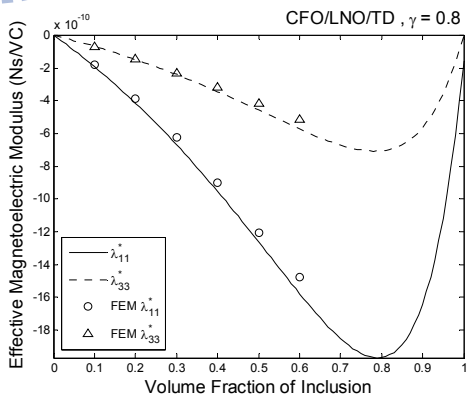
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-16 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/LNO/TD, $\gamma=0.8$)

3-1-3 壓磁/壓磁/壓電複合材料 (CFO/TD/BTO(PVDF,LNO))

壓磁/壓磁/壓電複合材料首先以核：CFO、殼層：TD、母材：BTO 做分析，如圖 3-17 與圖 3-18 所示，磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 隨著半徑比 γ 提高而增加，表示殼層越薄也就是體積比越小時，磁電耦合效應越好， $\alpha_{E,33}^*$ 則在半徑比 $\gamma=0.8$ 時磁電耦合效應最佳。與不含殼層之雙相複合材料 CFO/BTO(圖 3-19)比較， $\alpha_{E,11}^*$ 極值由 -2.1V/cmOe 增加至 -3V/cmOe ，增加約 1.4 倍； $\alpha_{E,33}^*$ 極值由 1V/cmOe 增加至 -1.22V/cmOe ，增加約 1.2 倍；與不含殼層之雙相複合材料 TD/BTO 比較， $\alpha_{E,11}^*$ 極值為 -1.4V/cmOe 、 $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 0.98V/cmOe ，其磁電耦合效應均比三相複合材料 CFO/TD/BTO 還要低。表示三相複合材料比雙相複合材料的配置佳。

圖 3-20 為三相複合材料 CFO/TD/BTO 於半徑比 γ 為 0.8 時之等效係數，可顯示在磁電係數上以雙層法求得的结果與有限元素分析有較大的誤差，但在等效彈性係數、等效介電係數、等效磁導率、等效壓電壓磁係數上，雙層法求得的结果就與有限元素分析相同。

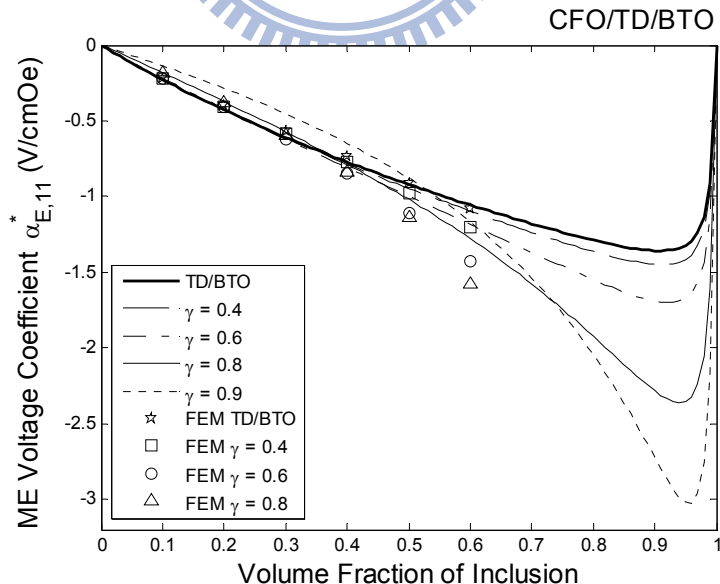


圖 3-17 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO)

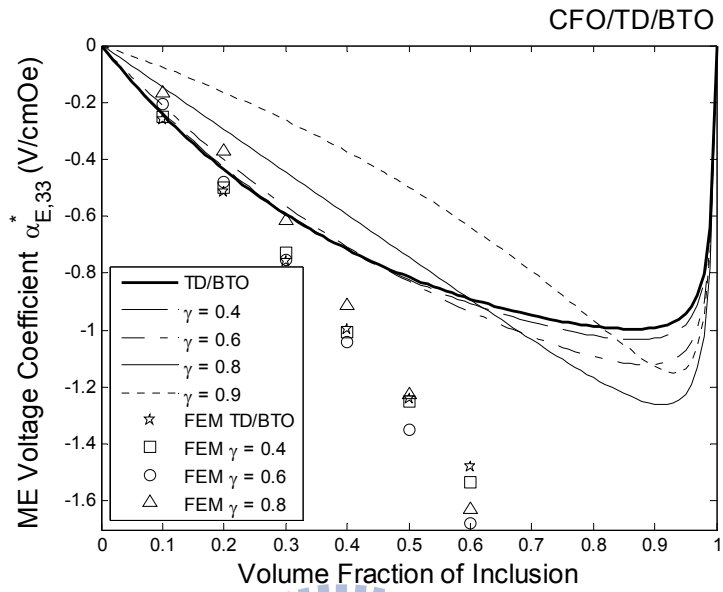


圖 3-18 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO)

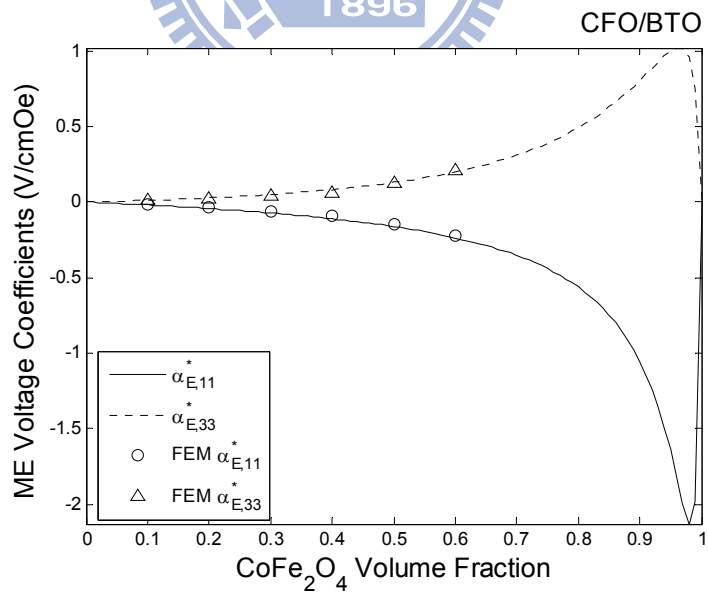
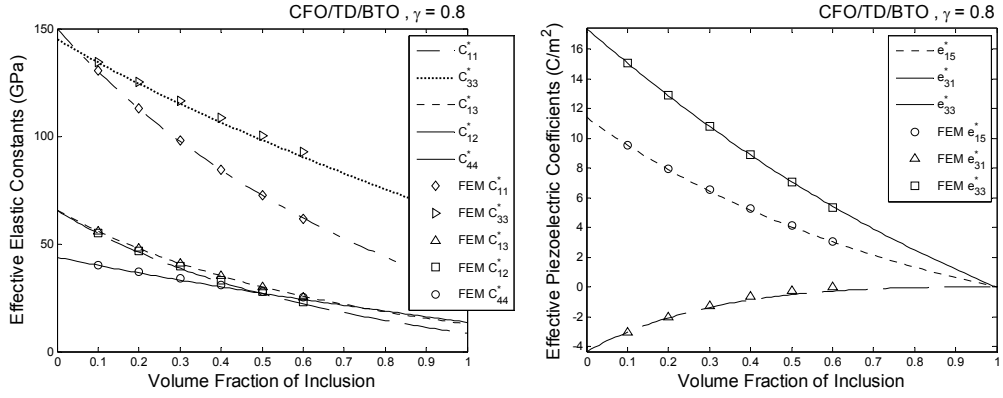
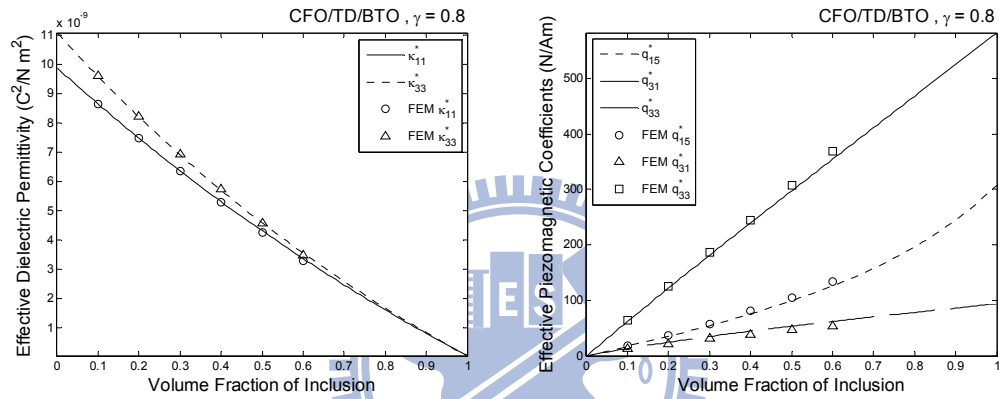


圖 3-19 內含物 CFO 母材 BTO 之磁電電壓係數



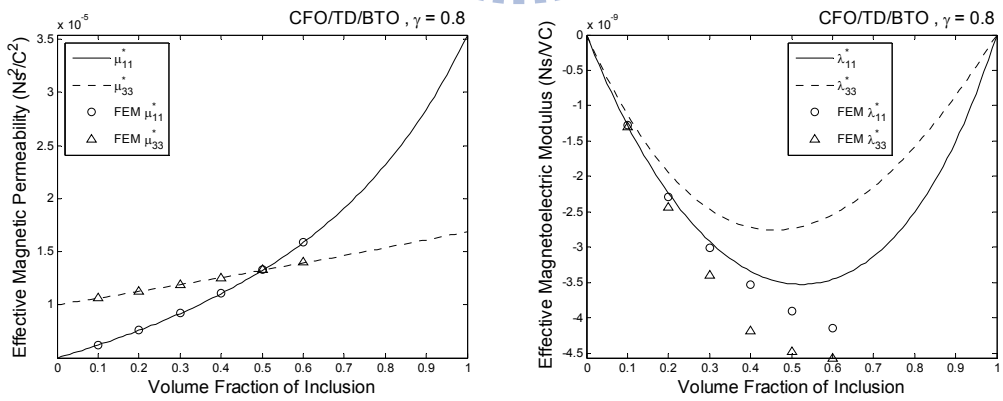
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係

(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係

(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係

(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-20 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/BTO, $\gamma=0.8$)

由附錄 A-3 歸納得到最適合壓磁/壓磁/壓電之材料配置，是將壓電相替換成彈性係數與介電係數皆較低的 P(VDF-TrFE),75/25，經雙層法分析後得到圖 3-21 與圖 3-22， $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 8.5V/cmOe，雖然比起 CFO/TD/BTO 之 $\alpha_{E,33}^*$ 極值 -1.22V/cmOe (圖 3-18) 增加為約 6.7 倍，但如圖 3-21 與圖 3-22 所示， $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 極值均比 TD/P(VDF-TrFE) 的磁電耦合效應低，表示由雙相複合材料之磁電耦合效應會比三相複合材料好。

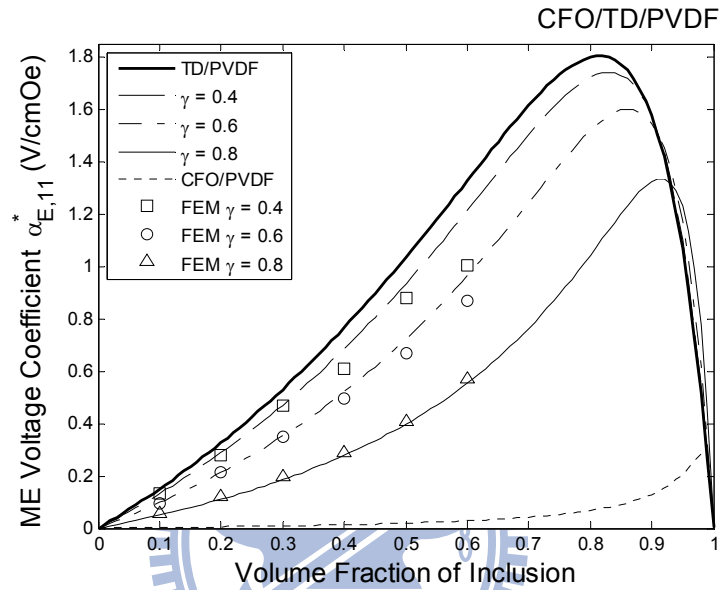


圖 3-21 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF)

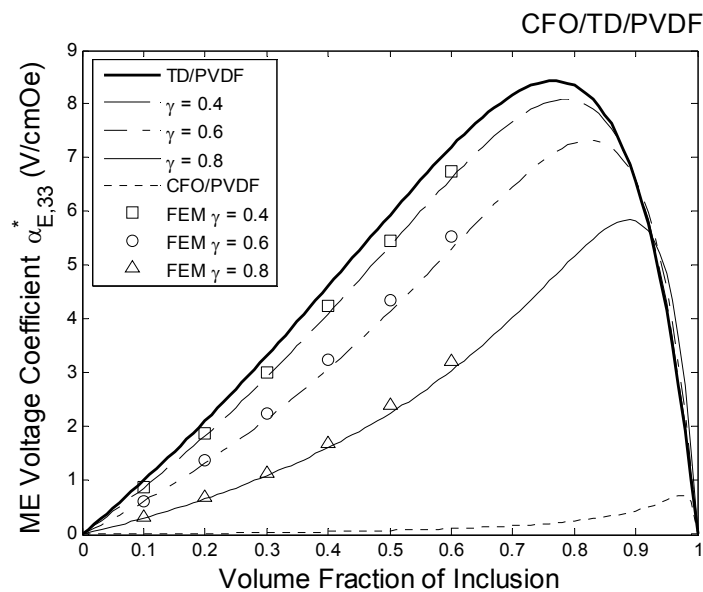
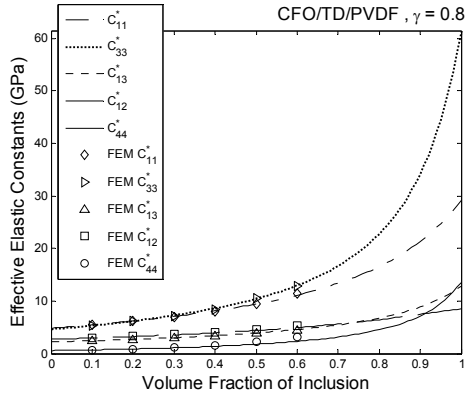
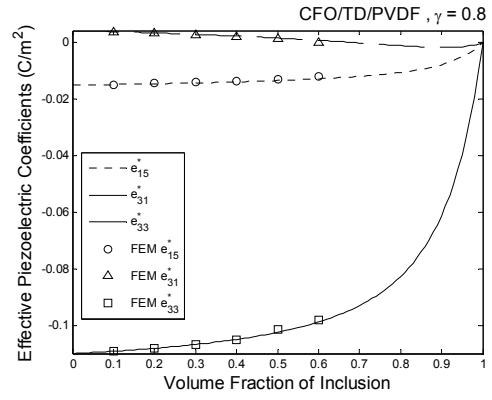


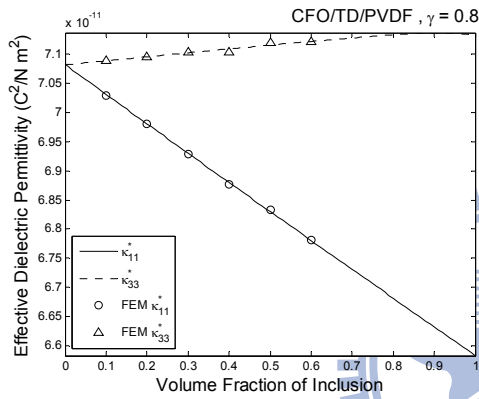
圖 3-22 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF)



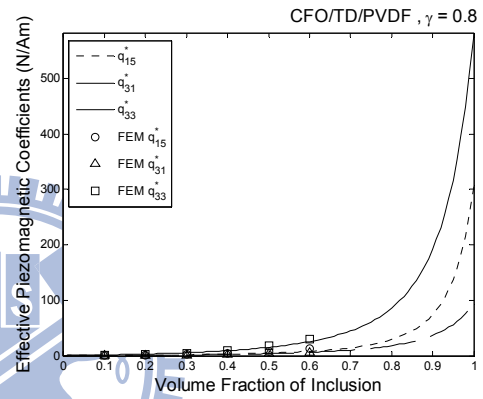
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



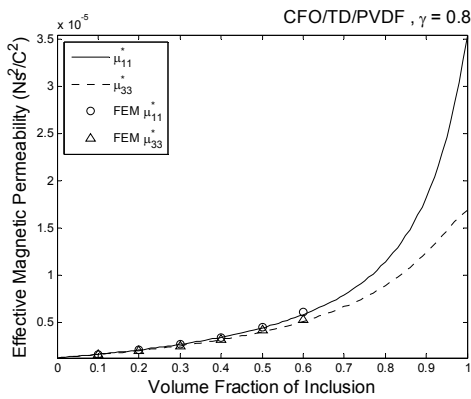
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



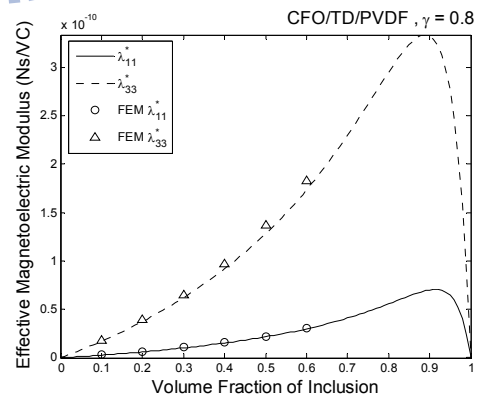
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-23 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/PVDF, $\gamma=0.8$)

若改將壓電部份替換成介電係數較低的 LNO，經雙層法分析後得到圖 3-24 與圖 3-25，磁電耦合效應隨著半徑比 γ 提高而增加，在 $\gamma=0.8$ 有最高的磁電電壓係數， $\alpha_{E,11}^*$ 極值 -6.5V/cmOe 比起 CFO/TD/BTO 之 $\alpha_{E,11}^*$ 極值 -3V/cmOe (圖 3-17) 增加 2.2 倍， $\alpha_{E,33}^*$ 極值則由 -1.3V/cmOe (圖 3-18)，減小至 0.72 倍。與雙相複合材料 TD/LNO 相比，三相複合材料 $\alpha_{E,11}^*$ 由 -4.8V/cmOe 增加至 -6.8V/cmOe ，增加至 1.4 倍； $\alpha_{E,33}^*$ 則由 -0.6V/cmOe 增加至 -0.88V/cmOe ，增加約 1.5 倍。

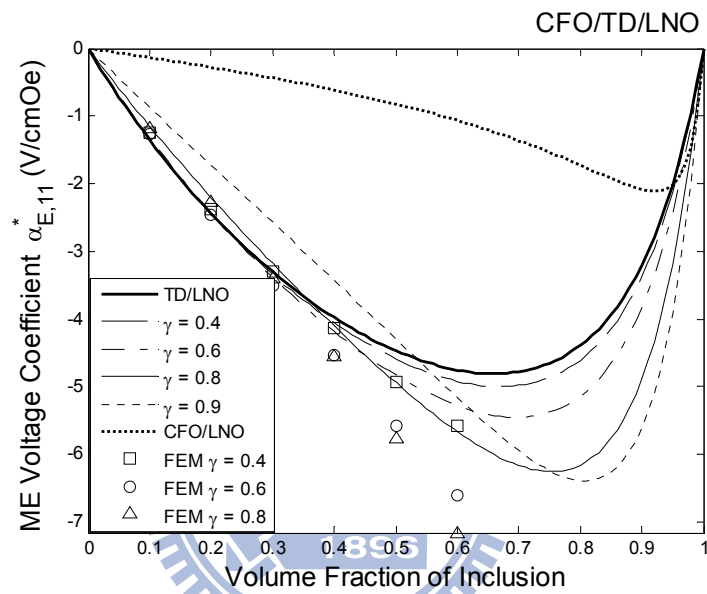


圖 3-24 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/LNO)

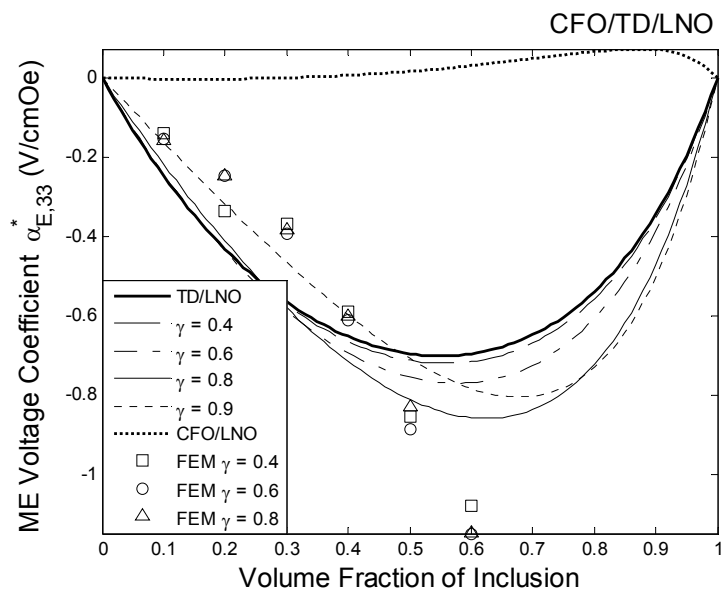
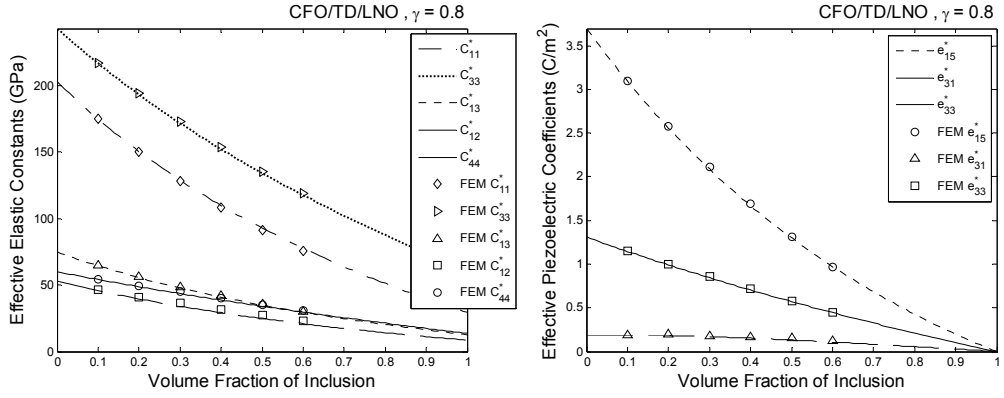
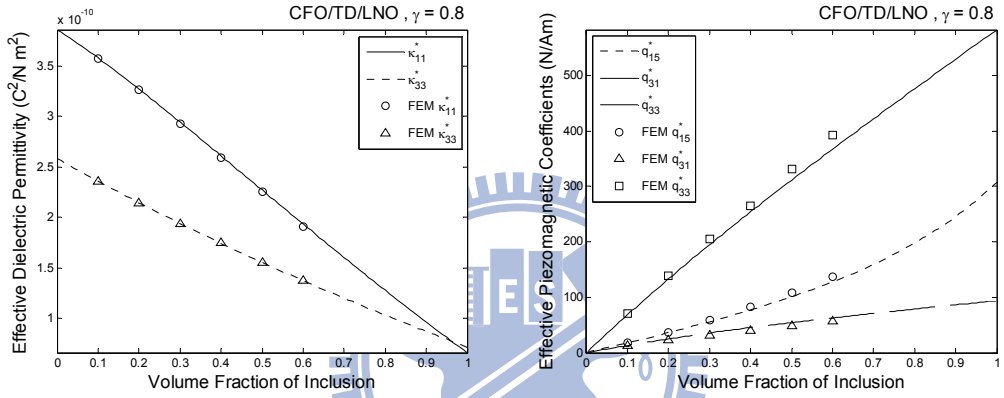


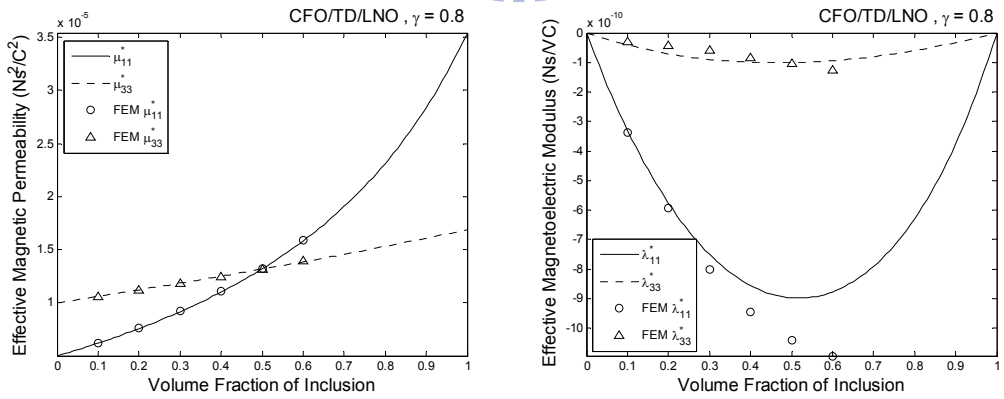
圖 3-25 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/LNO)



(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係 (d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係 (e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係 (f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-26 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/TD/LNO, $\gamma=0.8$)

3-1-4 壓磁/壓電/壓電 (CFO(TD)/BTO(LNO)/PVDF)

壓磁/壓電/壓電複合材料首先以核：CFO、殼層：BTO、母材：PVDF 作分析，由圖 3-27 所示，當半徑比 $\gamma=0.9$ 內含物體積比 $f=1$ 時，有最佳的 $\alpha_{E,11}^*$ 為 -0.4V/cmOe 。由圖 3-28 所示， $\alpha_{E,33}^*$ 隨著半徑比 γ 提高而增加，但最大值出現在雙相複合材料 CFO/PVDF 體積比為 0.98 時， $\alpha_{E,33}^*$ 為 0.73V/cmOe 。

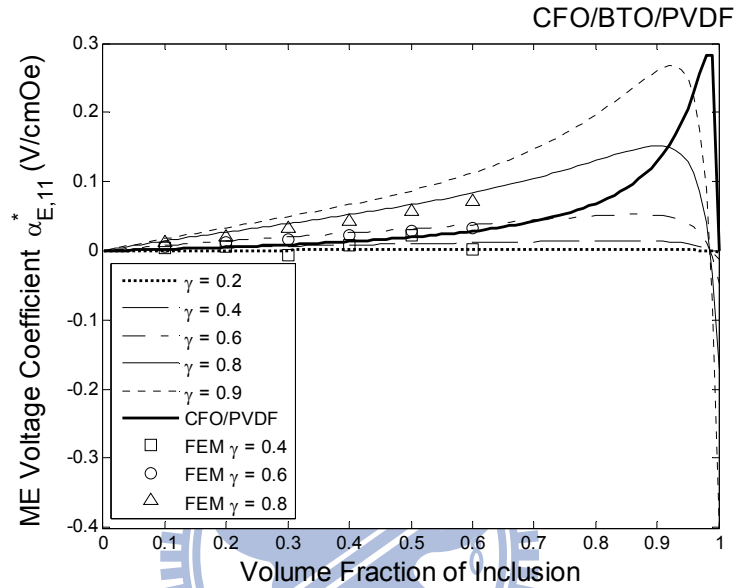


圖 3-27 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/PVDF)

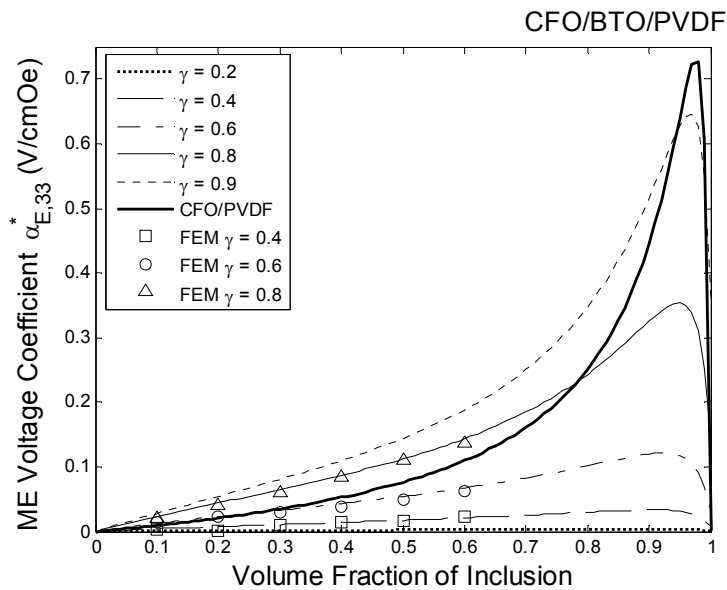
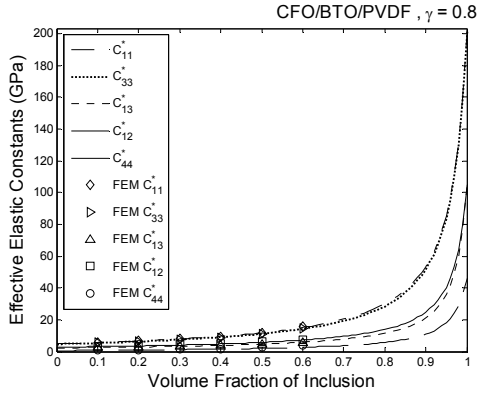
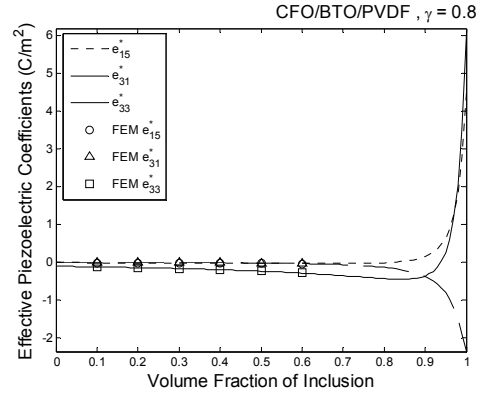


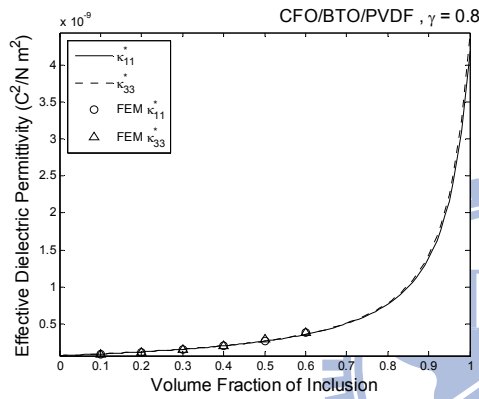
圖 3-28 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/PVDF)



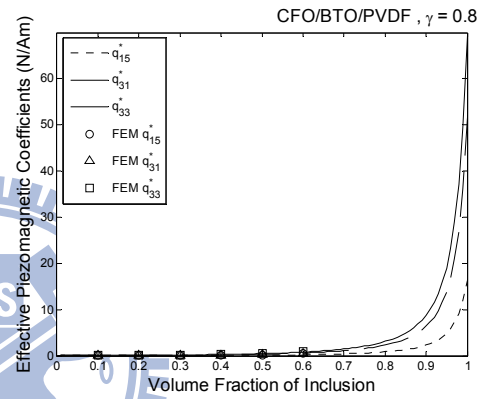
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



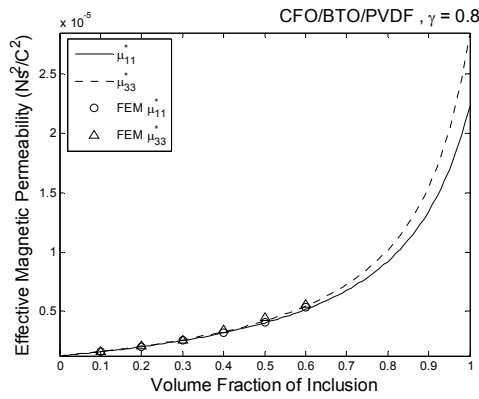
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



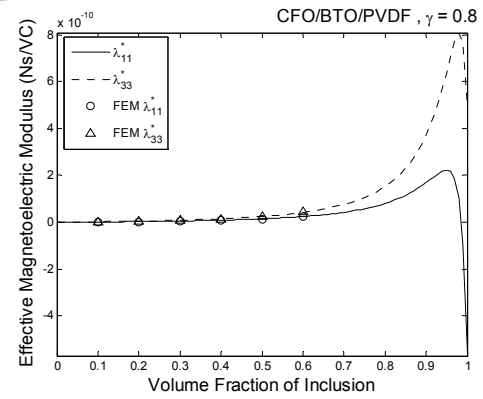
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-29 等效性質與內含物體積比 f 之關係(CFO/BTO/PVDF, $\gamma=0.8$)

經由附錄 A-4 的分析，改為核：TD、殼層：LNO、母材：PVDF 做分析，由圖 3-30 與圖 3-31 可知當半徑比 γ 越高時，代表殼層越薄時，磁電耦合效應較佳。當 $\gamma=0.9$ 時 $\alpha_{E,11}^*$ 極值為 13V/cmOe，是 TD/PVDF 之 $\alpha_{E,11}^*$ 極值 1.8V/cmOe 的 7.2 倍， $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 9.5V/cmOe，是 TD/PVDF 之 $\alpha_{E,33}^*$ 極值 8.4V/cmOe 的 1.13 倍，結果顯示 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值均是三相複合材料的配置較高。

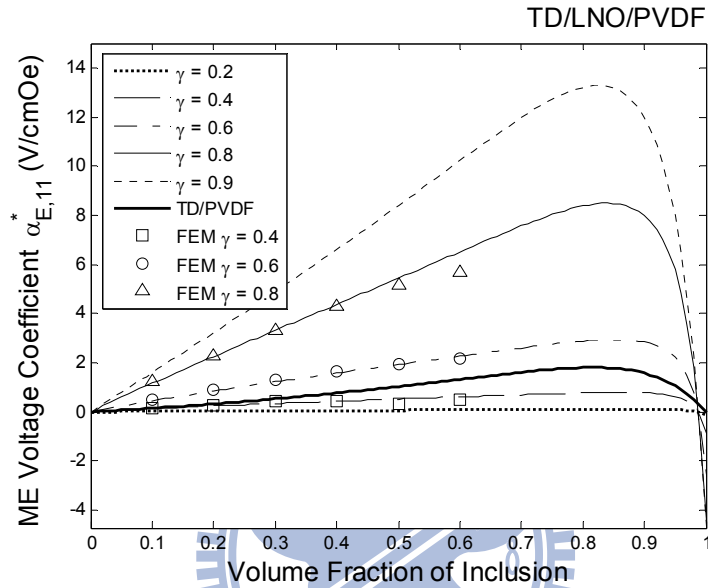


圖 3-30 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF)

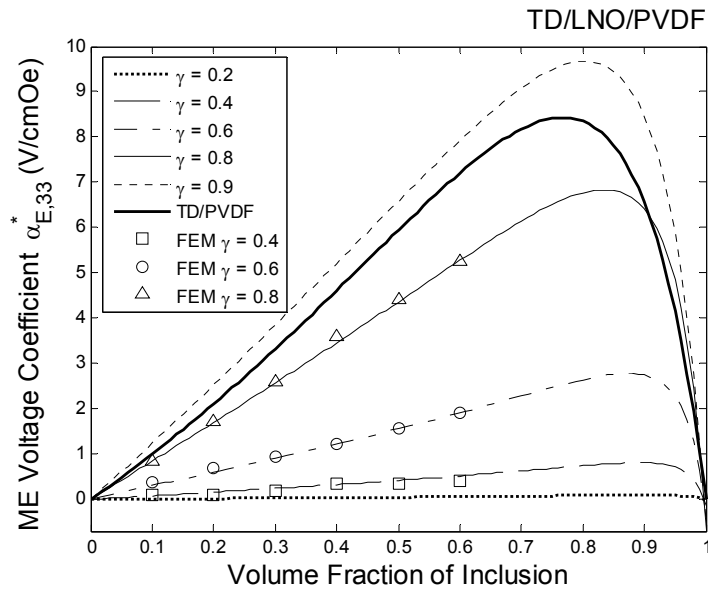
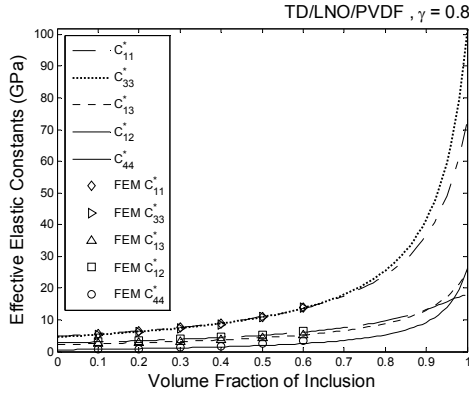
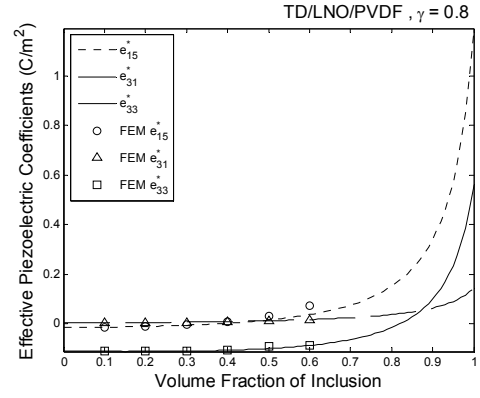


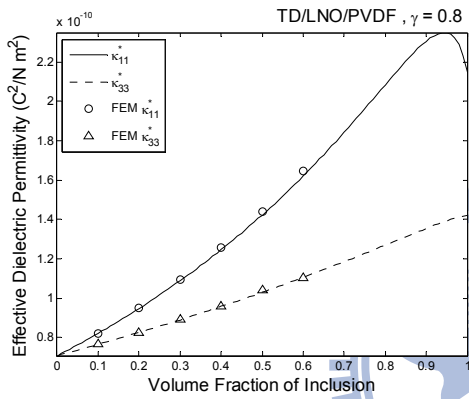
圖 3-31 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF)



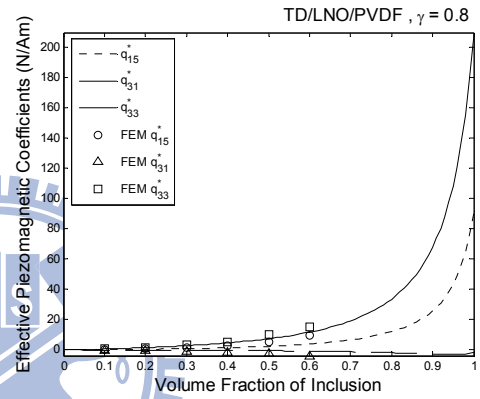
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



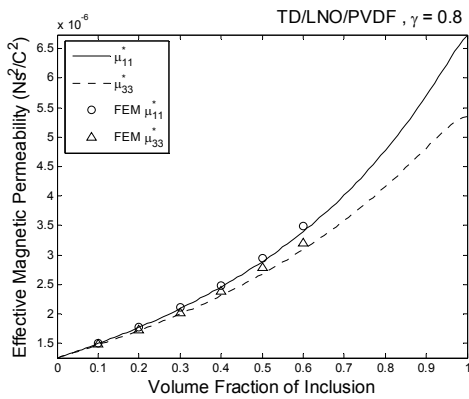
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



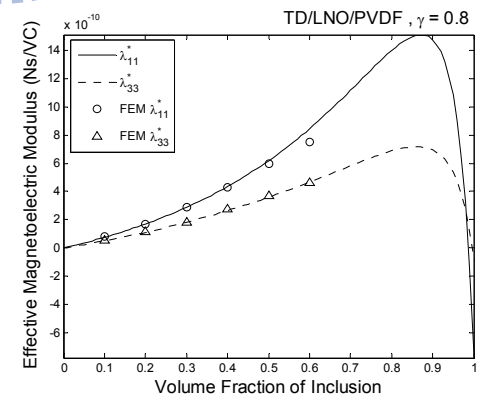
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-32 等效性質與內含物體積比 f 之關係(TD/LNO/PVDF, $\gamma=0.8$)

3-2 不適用於三相複合材料之材料配置

當磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值會出現在半徑比 $\gamma=0$ (將核移除)或 $\gamma=1$ (將殼層移除)時，表示此配置的三相複合材料其磁電耦合效應比雙相複合材料的配置來的差，亦或是 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值出現在內含物體積比 $f=1$ (將母材移除)時，代表此三相複合材料如果移除母材的配置，雙相複合材料配置之磁電耦合效應較佳。

3-2-1 壓電/壓磁/壓電複合材料 (BTO/CFO(TD)/BTO(LNO))

壓電/壓磁/壓電複合材料首先以核：BTO、殼層：CFO、母材：BTO 做磁電耦合效應之預測，如圖 3-33 以及圖 3-34 所示，雖然隨著半徑比提高，會得到較佳的磁電耦合效應，但 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值皆比雙相複合材料 CFO/BTO 來的差，表示三相複合材料之磁電耦合效應比雙相複合材料的配置來的差。

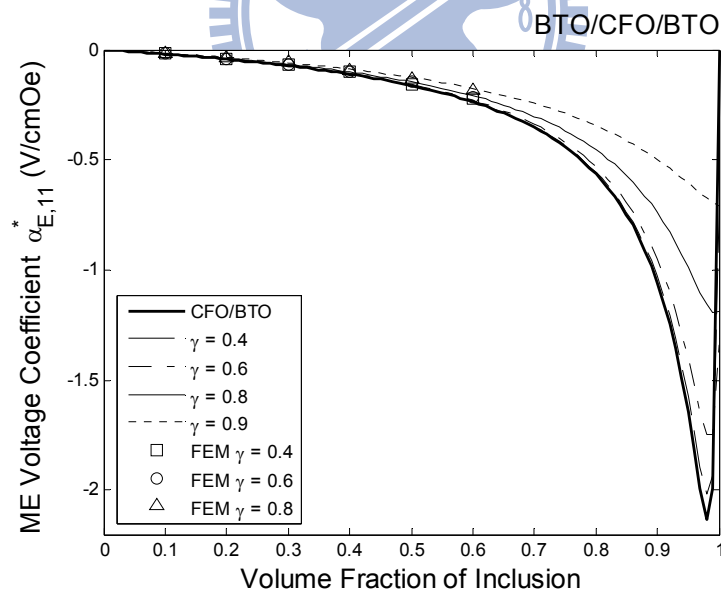


圖 3-33 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/BTO)

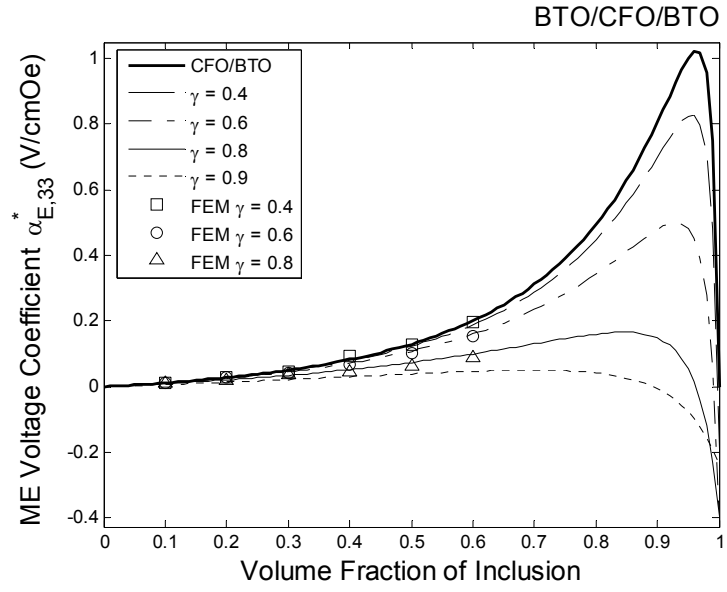
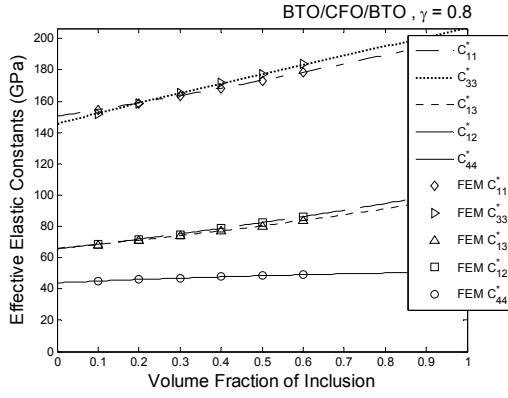
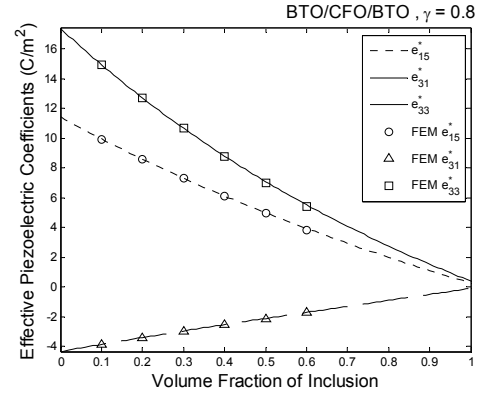


圖 3-34 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/BTO)

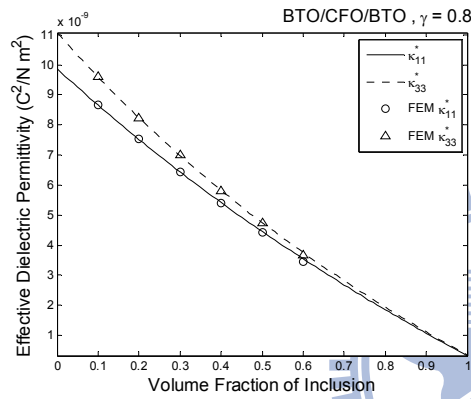




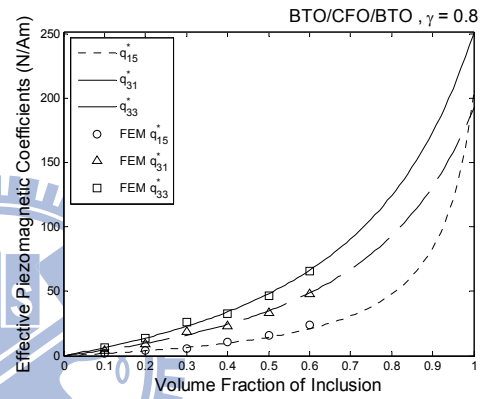
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



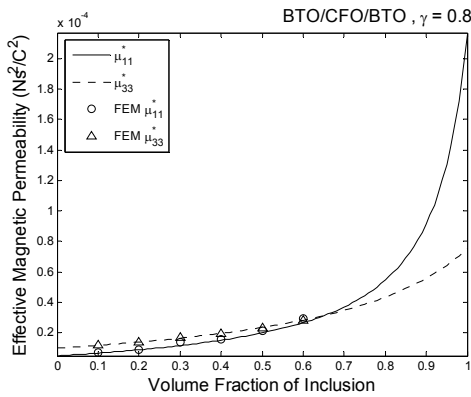
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



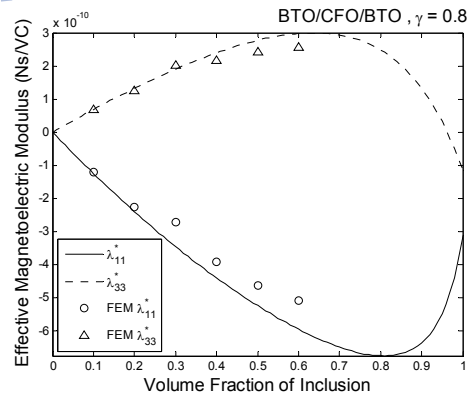
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-35 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/CFO/BTO, $\gamma=0.8$)

若將母材替換為介電係數較低的 LNO、殼層替換為磁導率較低的 TD 時，如圖 3-36 與 3-37 所示。雖然磁電耦合效應增加，但 $\alpha_{E,11}^*$ 極值依然比雙相複合材料 TD/LNO 還要低，表示雙相複合材料 TD/LNO 配置較佳。另外圖 3-34 顯示 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值出現半徑比 $\gamma=0.8$ 與體積比 $f=1$ 時，表示在沒有母材 LNO 的雙相複合材料 BTO/TD 配置較佳。

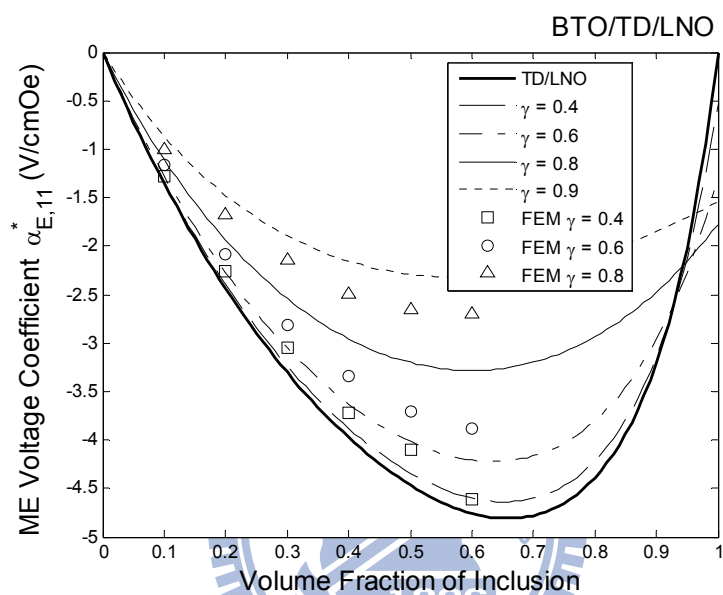


圖 3-36 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/LNO)

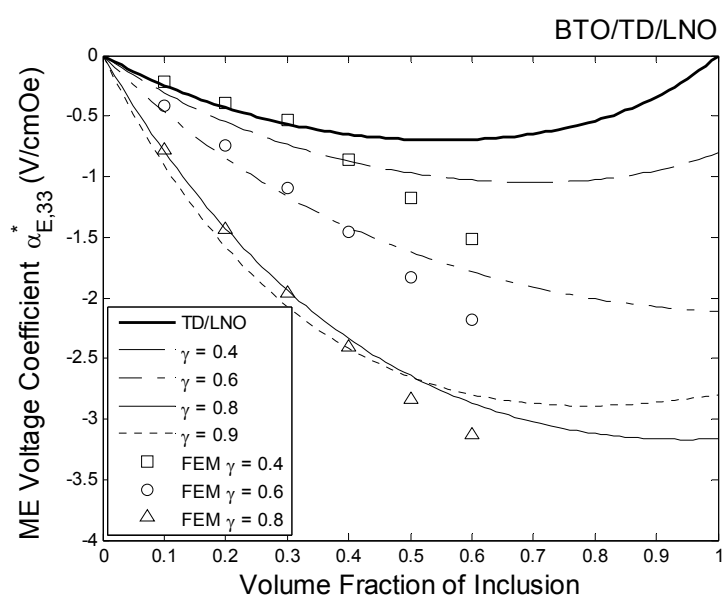
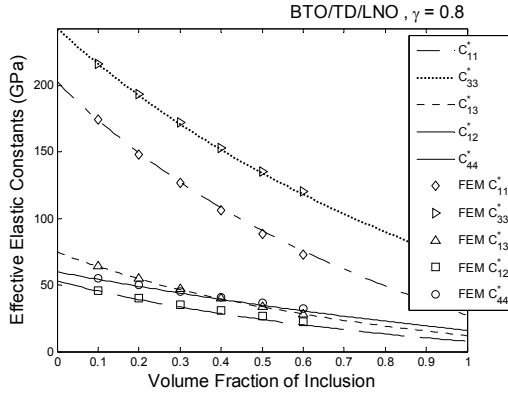
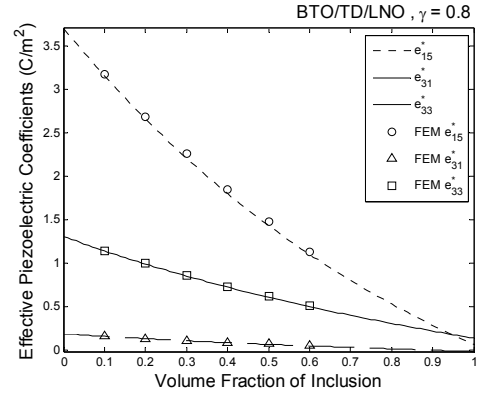


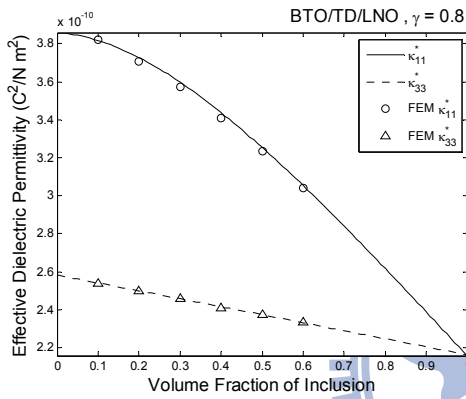
圖 3-37 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/LNO)



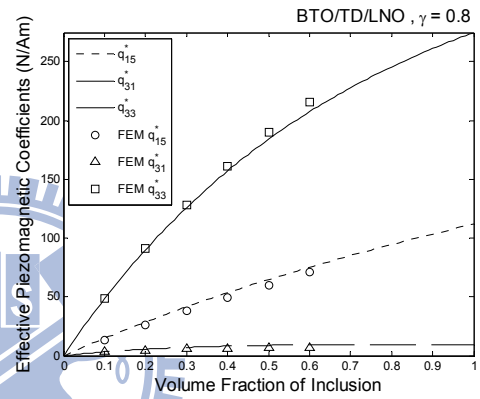
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



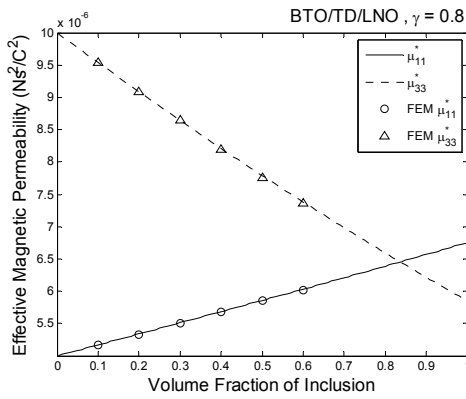
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



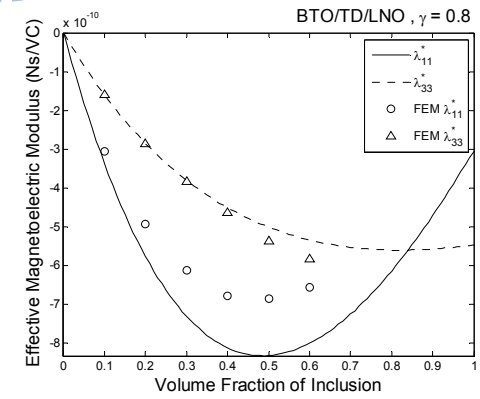
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-38 等效性質與內含物體積比 f 之關係(BTO/TD/LNO, $\gamma=0.8$)

3-2-2 壓電/壓電/壓磁複合材料 (LNO/PVDF/TD)

壓電/壓電/壓磁複合材料以核：LNO、殼層：PVDF、母材：TD 做磁電耦合效應之預測，圖 3-39 以及圖 3-40 所示，磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 與 $\alpha_{E,33}^*$ 之極值均比雙相複合材料 PVDF/TD 來的差，表示三相複合材料之磁電耦合效應比雙相複合材料來的差。另外，如果是去除殼層 PVDF 之雙相複合材料 LNO/TD(圖 3-41)其 $\alpha_{E,11}^*$ 極值為 -9V/cmOe ， $\alpha_{E,33}^*$ 極值為 -6.5V/cmOe ，均比三相複合材料 LNO/PVDF/TD 以及雙相複合材料 PVDF/TD 的配置佳。

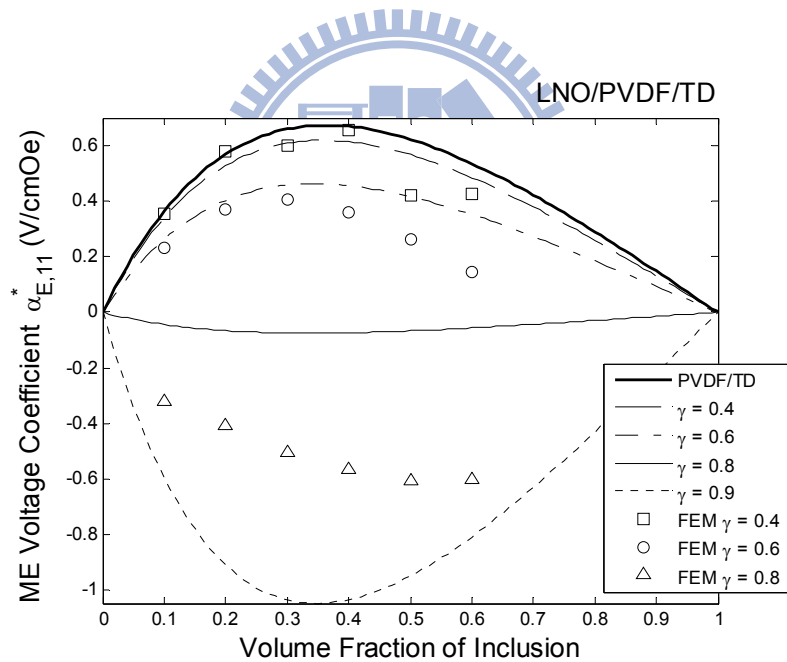


圖 3-39 $\alpha_{E,11}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/PVDF/TD)

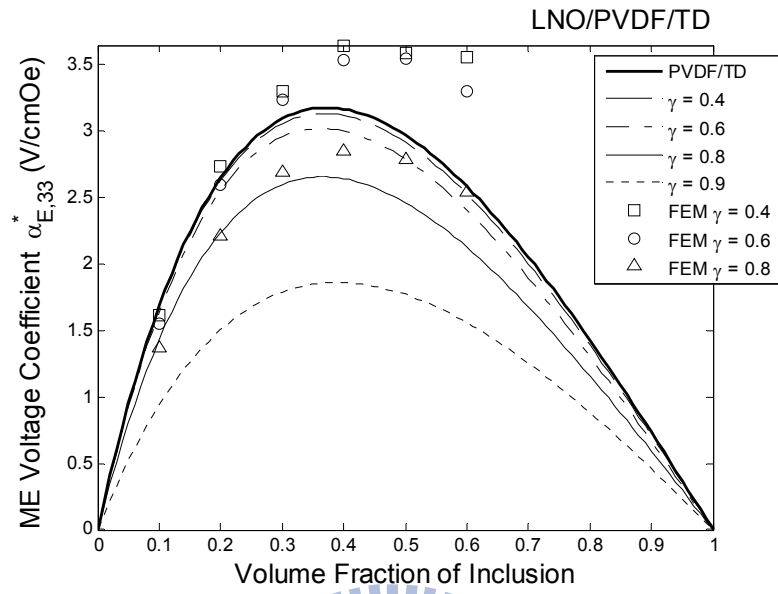


圖 3-40 $\alpha_{E,33}^*$ 與半徑比 γ 及內含物體積比 f 之關係(LNO/PVDF/TD)

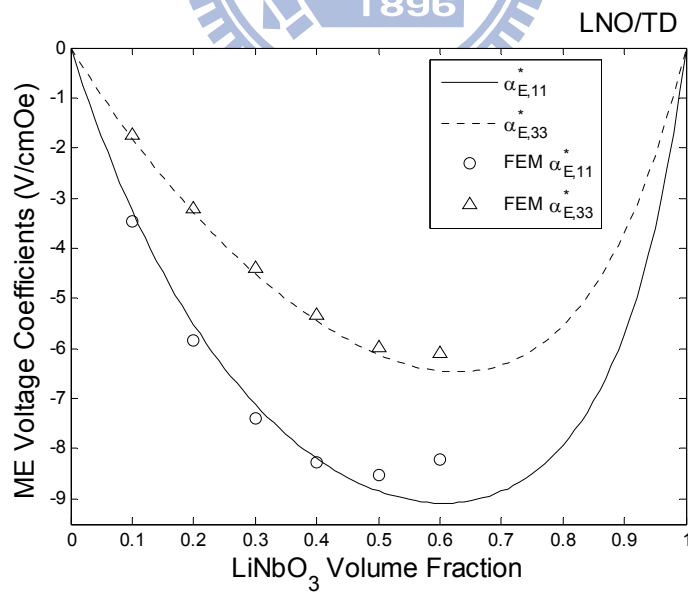
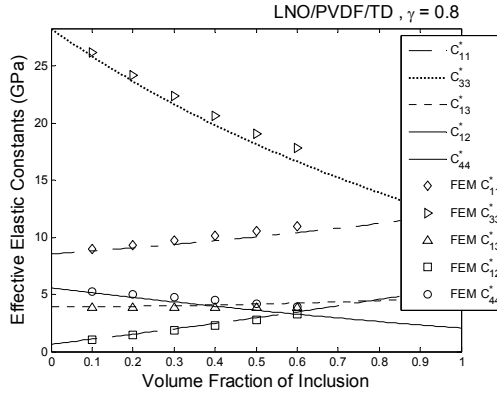
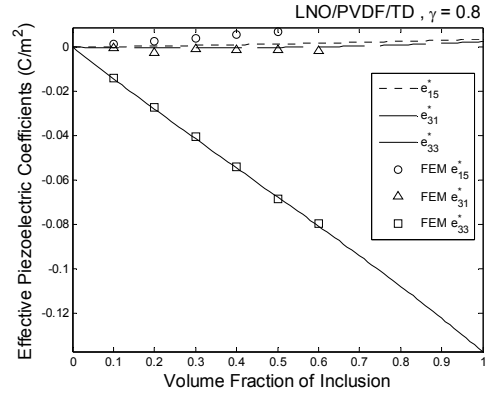


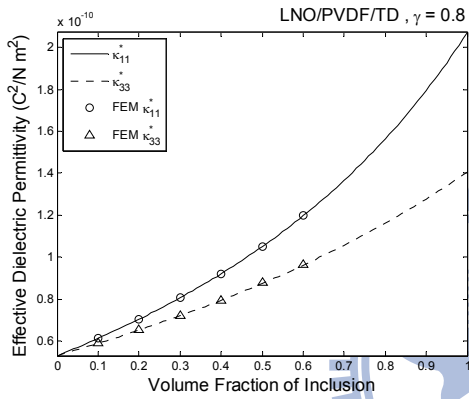
圖 3-41 內含物 LNO 母材 TD 之磁電電壓係數



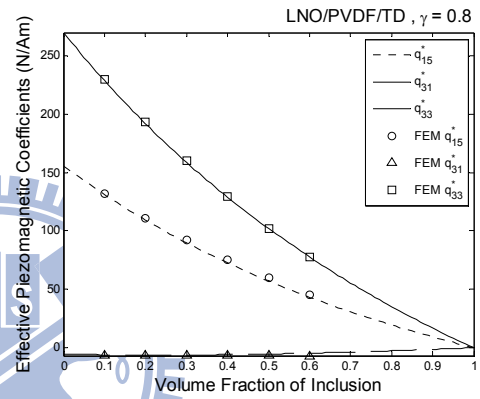
(a) C^* 與內含物體積比 f 之關係



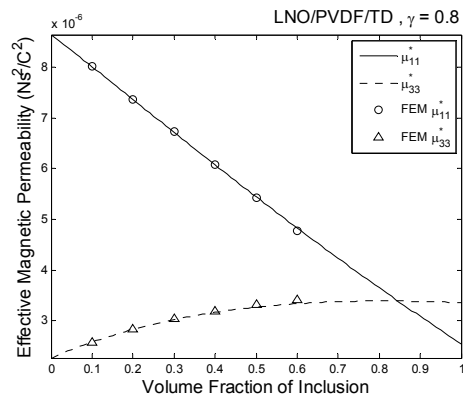
(d) e^* 與內含物體積比 f 之關係



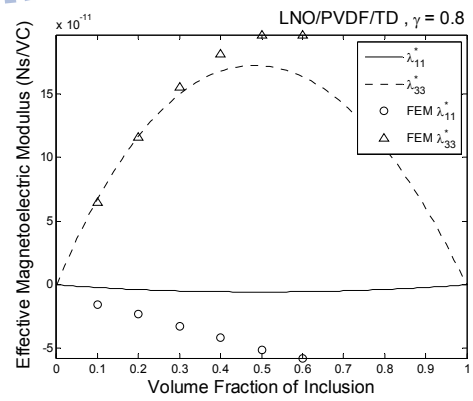
(b) κ^* 與內含物體積比 f 之關係



(e) q^* 與內含物體積比 f 之關係



(c) μ^* 與內含物體積比 f 之關係



(f) λ^* 與內含物體積比 f 之關係

圖 3-42 等效性質與內含物體積比 f 之關係(LNO/PVDF/TD, $\gamma=0.8$)

3-3 彈性係數與磁電耦合效應相關性

多鐵性複合材料其材料係數與磁電耦合效應之關係極複雜，以附錄 A-1 壓電/壓磁/壓磁複合材料為例，其個別材料係數變動結果最合適之材料配置為：

表 3-1 自訂材料

核(Core)	$C_{r,BTO} = 0.025$	$e_{r,BTO} = 3.4$	$\kappa_{r,BTO} = 0.025$	$\mu_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 0.025$	$q_{r,CFO} = 8$	$\kappa_{r,CFO} = 1$	$\mu_{r,CFO} = 2$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 0.025$	$q_{r,CFO} = 8$	$\kappa_{r,CFO} = 1$	$\mu_{r,CFO} = 0.25$

其中下標 r 表示相對(relative)之意，彈性係數乘上 0.025 後，單位從原本 $10^2 GPa$ 降至 GPa ，與壓電聚合物 P(VDF-TrFE) 或 Terfenol-D 這類彈性係數較小的材料相近，壓電係數設定為附錄 A-1 數據成果最佳的 3.4 倍，壓磁係數則是越大越好，設定在 8 倍；殼層磁導率為越高越好，設定為 2 倍；母材磁導率越低越好，設定為 0.25 倍。其 $\alpha_{E,11}^*$ 結果如圖 3-43 所示， $\alpha_{E,11}^*$ 在半徑比 $\gamma=1$ 時為最佳，代表在沒有殼層的情況下，磁電耦合效應最佳，並且半徑比 γ 在 0.2 至 0.9 均在體積比 $f=1$ 時擁有最佳的磁電耦合效應，表示此情況下只需用雙相複合材料的配置。

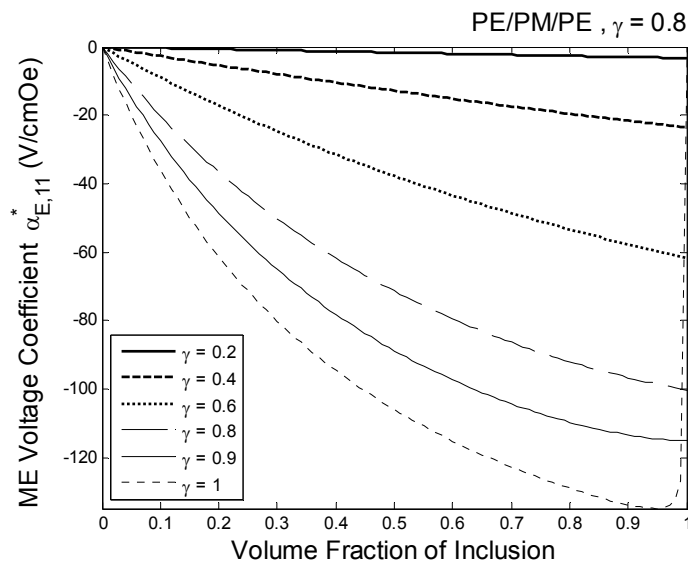
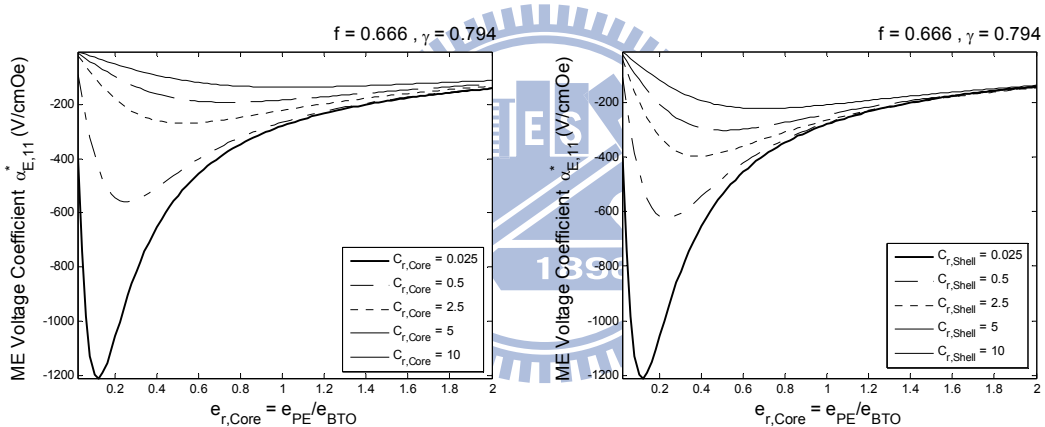


圖 3-43 自訂材料表 3-1 $\alpha_{E,11}^*$ 與內含物半徑比 γ 及體積比 f 之關係

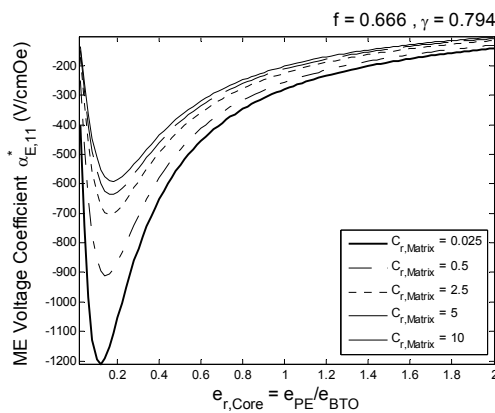
為了解更多材料係數與磁電效應之間的關係，以表 3-1 之材料係數為基礎，依序變動核、殼層、母材之彈性係數，與壓電係數、壓磁係數、介電係數、磁導率對於磁電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 的關係。每一個案例都設定為體積百分比 0.666 半徑比 0.794，因為 $0.794^3 \approx 0.5$ ，故此設定讓核、殼層、母材的體積比皆相同。

由圖 3-44a 發現磁電電壓係數的極值出現在約 $e_{r,BTO} = 0.1$ 時，且數值約達 -1200V/cmOe 是圖 3-43 之數值約 -130V/cmOe 的 9.2 倍，表示壓電係數在磁電效應上影響甚大，並且發現隨著彈性係數的提升， $\alpha_{E,11}^*$ 的極值會出現在較高的壓電係數上。由圖 3-44b 發現隨著殼層彈性係數的提升， $\alpha_{E,11}^*$ 的極值依然會出現在較高的壓電係數上，另外由圖 3-44c 發現改變母材彈性係數並不影響 $\alpha_{E,11}^*$ 的極值與壓電係數 $e_{r,Core}$ 之關係。



(a) $C_{r,Core}$ 與 $e_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

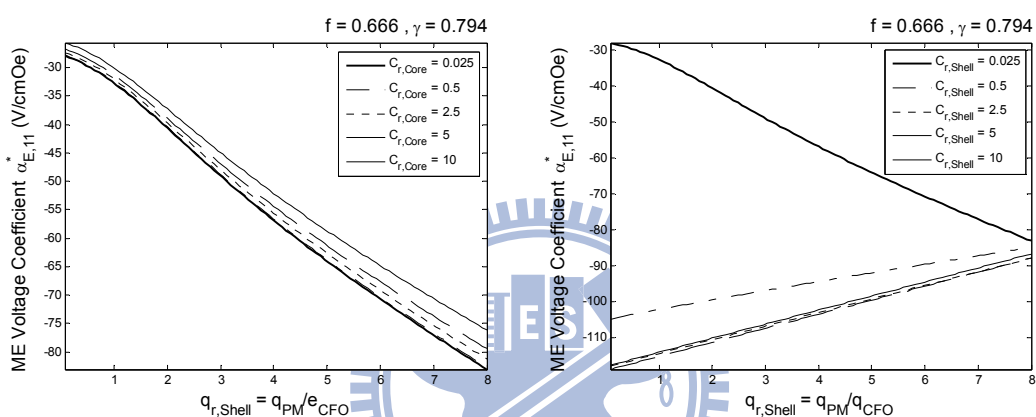
(b) $C_{r,Shell}$ 與 $e_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係



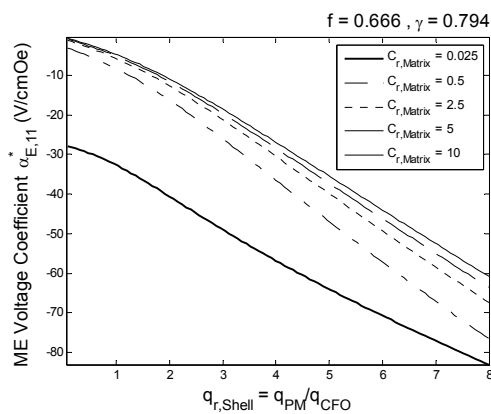
(c) $C_{r,Matrix}$ 與 $e_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

圖 3-44 不同彈性係數與 $e_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

由圖 3-45a 與圖 3-45c 發現降低核與母材的彈性係數對於殼層壓磁係數的配置並沒有影響，其圖形皆顯示是在壓磁係數越高以及彈性係數越低的時候會有最佳的磁電電壓係數，但如圖 3-45b 所示，殼層的彈性係數較高時，殼層壓磁係數越低能得到較佳的磁電電壓係數；並且在殼層彈性係數較低時，殼層壓磁係數越高能得到較佳的磁電電壓係數。



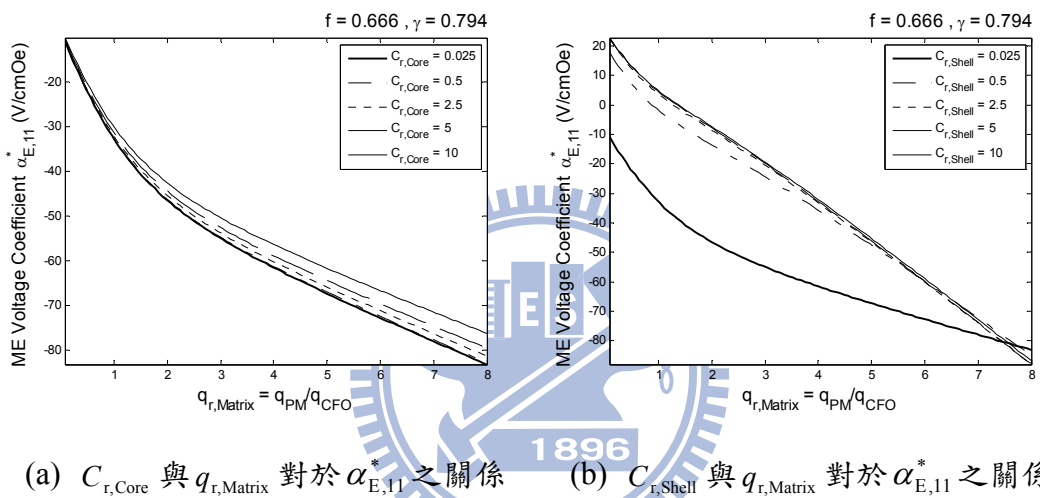
(a) $C_{r,Core}$ 與 $q_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係 (b) $C_{r,Shell}$ 與 $q_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係



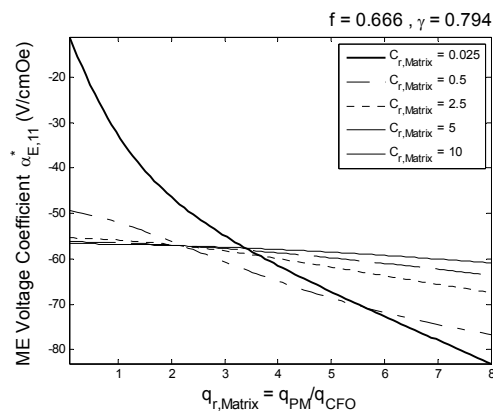
(c) $C_{r,Matrix}$ 與 $q_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

圖 3-45 不同彈性係數與 $q_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

由圖 3-46a 與圖 3-46b 發現母材壓磁係數越高，核與殼層的彈性係數越低能得到較佳的磁電電壓係數，可知降低核與殼層的彈性係數能提升磁電耦合效應，但對於母材壓磁係數的配置影響不大。由圖 3-46c 可得知置於母材的壓磁材料，其壓磁係數均是越高越好，但對於較低的母材彈性係數下，只要增加一點壓磁係數，磁電電壓係數即大幅增加；反之當母材彈性係數越來越大時，壓磁係數的增加無法有效提升磁電電壓係數。



(a) $C_{r,Core}$ 與 $q_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係 (b) $C_{r,Shell}$ 與 $q_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

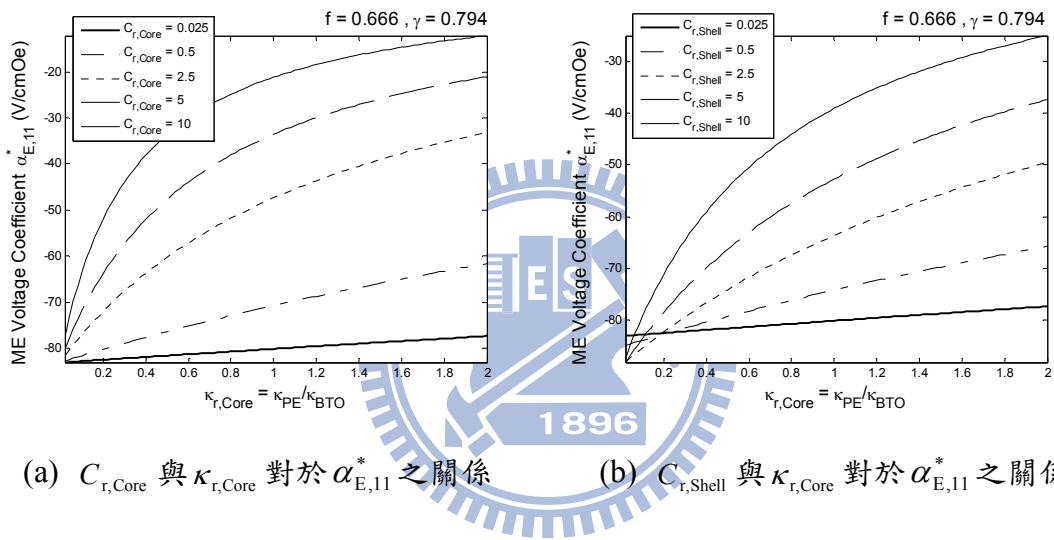


(c) $C_{r,Matrix}$ 與 $q_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

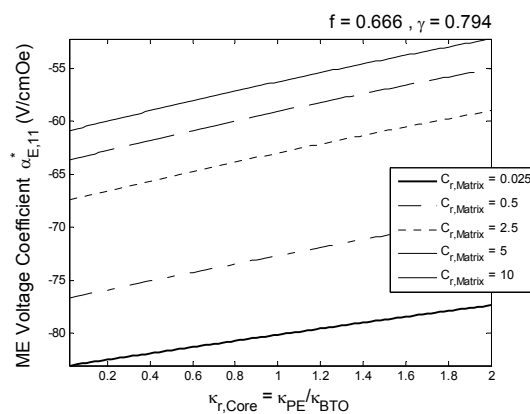
圖 3-46 不同彈性係數與 $q_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

由圖 3-47a 與圖 3-47b 可得知核與殼層之彈性係數皆對核之介電係數配置有較大的影響，當核與殼層的彈性係數越高時，如果降低介電係數，對於磁電效應的提升幫助越大，反之當彈性係數較低時，降低核之介電係數對於磁電電壓係數助益不大，也可以說，在彈性係數較小的情況下，磁電電壓係數受壓電壓磁係數的影響較顯著。

由圖 3-47c 發現其圖形為一條條相同斜率的斜直線，表示降低母材的彈性係數會提升磁電電壓係數，但卻不會影響核之介電係數的配置。



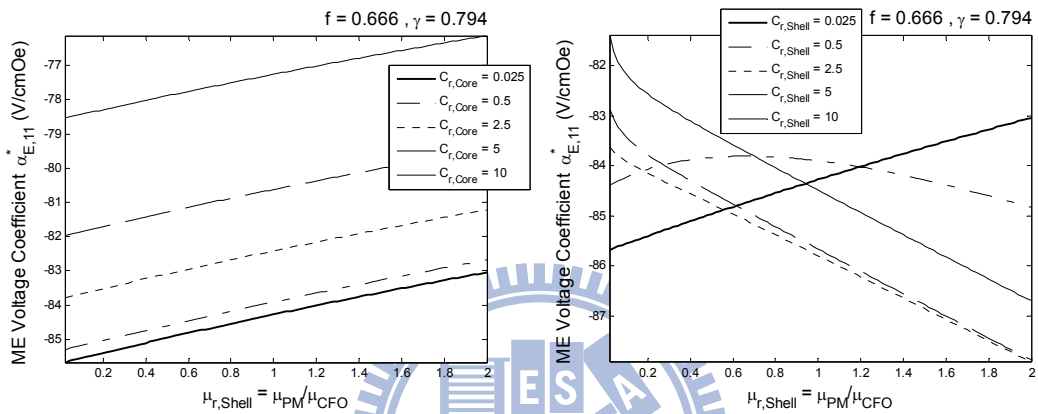
(a) $C_{r,Core}$ 與 $\kappa_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係 (b) $C_{r,Shell}$ 與 $\kappa_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係



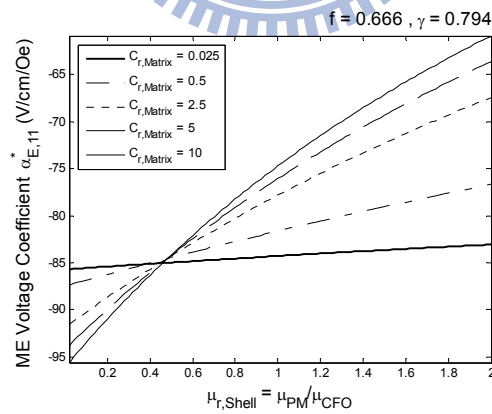
(c) $C_{r,Shell}$ 與 $\kappa_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

圖 3-47 不同彈性係數與 $\kappa_{r,Core}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

圖 3-48a 之圖形為一條條相同斜率的斜直線，表示降低核的彈性係數能提升磁電電壓係數，但與殼層磁導率的配置無關。由圖 3-48b 所示當彈性係數較低時，殼層之磁導率是越低越好；但隨著彈性係數增加，轉變為殼層之磁導率越高越好。由圖 3-48c 所示當母材的彈性係數越低時，降低殼層磁導率對於磁電電壓係數提升有限；反之當母材彈性係數越高時，降低殼層磁導率即能有效提升磁電電壓係數。



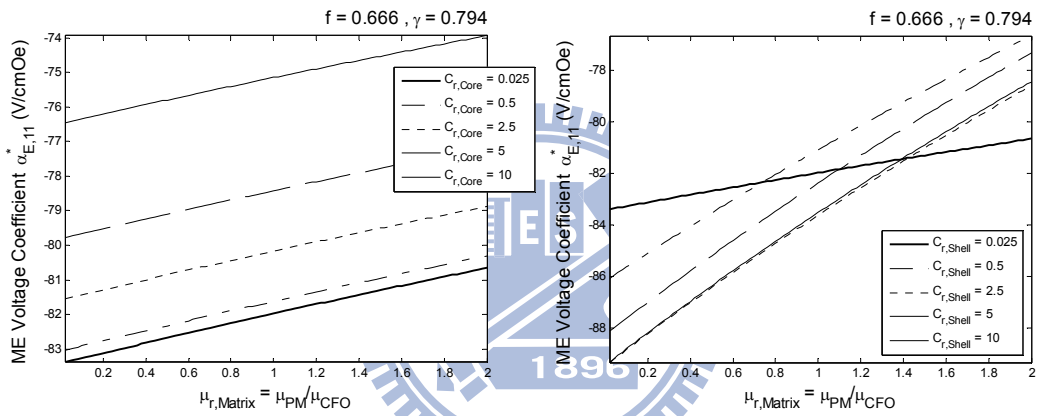
(a) $C_{r,Core}$ 與 $\mu_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係 (b) $C_{r,Shell}$ 與 $\mu_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係



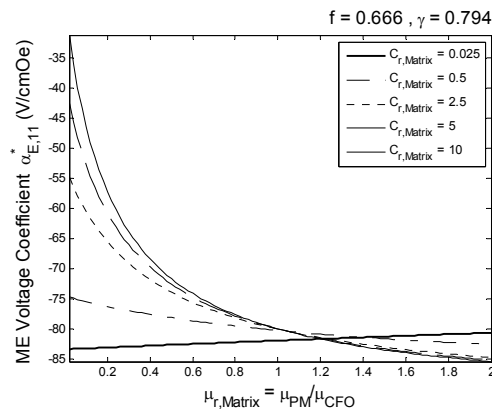
(c) $C_{r,Matrix}$ 與 $\mu_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

圖 3-48 不同彈性係數與 $\mu_{r,Shell}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

由圖 3-49a 所示其圖形為相同斜率的斜直線，表示降低核的彈性係數能提升磁電電壓係數，但並不影響母材磁導率的配置。由圖 3-49b 發現當提升殼層的彈性係數時，降低母材磁導率能有效提升磁電電壓係數。由圖 3-49c 發現當母材彈性係數較低時，母材磁導率的配置越低越好；反之當母材彈性係數較高時，母材磁導率的配置越高越好。綜合圖 3-49b 與圖 3-49c 可以歸納出，當母材相對殼層的彈性係數較小時，母材磁導率的配置越低越好；當母材相對殼層的彈性係數較高時，母材磁導率的配置越高越好。



(a) $C_{r,Core}$ 與 $\mu_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係 (b) $C_{r,Shell}$ 與 $\mu_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係



(c) $C_{r,Matrix}$ 與 $\mu_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

圖 3-49 不同彈性係數與 $\mu_{r,Matrix}$ 對於 $\alpha_{E,11}^*$ 之關係

經由本節圖形可總結出：

1. 在彈性係數較小的情況下，材料性質中的壓磁係數與壓電係數對於磁電耦合效應的貢獻較大；但在彈性係數較大的情況下，增加或減少壓電壓磁係數，對磁電效應的貢獻較小。
2. 在彈性係數較小的情況下，降低材料性質中的介電係數對於磁電效應的貢獻較小；但在彈性係數較大的情況下，降低材料性質中的介電係數對於磁電效應的貢獻較大。
3. 磁導率的配置有時需越高越好，有時越低越好，與其彈性係數的大小有關。當壓磁材料擁有較高的彈性係數時，磁導率越高越好；反之擁有較低的彈性係數時，磁導率越低越好。



3-4 磁電耦合效應之最佳化

由 3-3 節得知材料係數的配置與磁電電壓係數的高低跟材料的彈性係數的大小與壓電壓磁係數、介電係數、磁導率之搭配有關，本節以不同大小的彈性係數搭配等高線繪圖尋找出最適當的材料係數搭配。

3-4-1 壓電/壓磁/壓磁

案例 1

核(Core)	$C_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 0.025$

$$\alpha_{E,11}^0 = -3.3 \text{ (V/cmOe)}$$

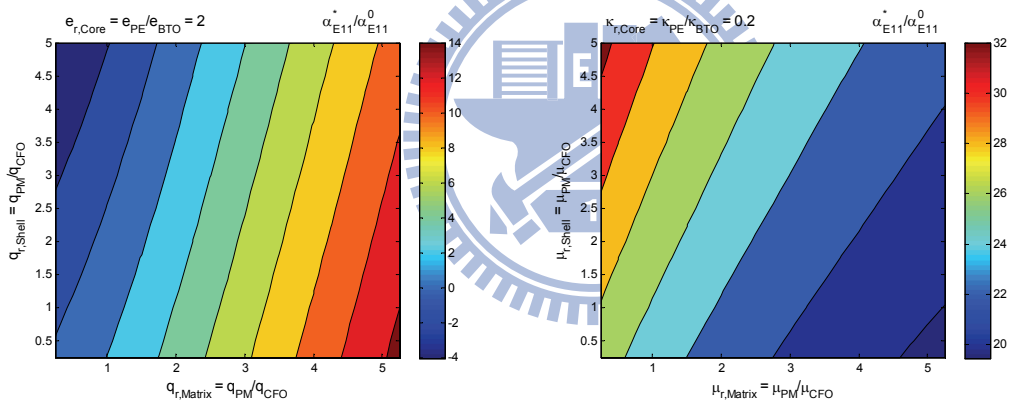


圖 3-50 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	1	0.025
e_r	2	0	0
q_r	0	0.25	5
κ_r	0.2	1	1
μ_r	1	5	0.25

$$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 32, -105.6 \text{ (V/cmOe)}$$

案例 2

核(Core)	$C_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 0.025$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 1$
$\alpha_{E,11}^0 = -4.6 \text{ (V/cmOe)}$	

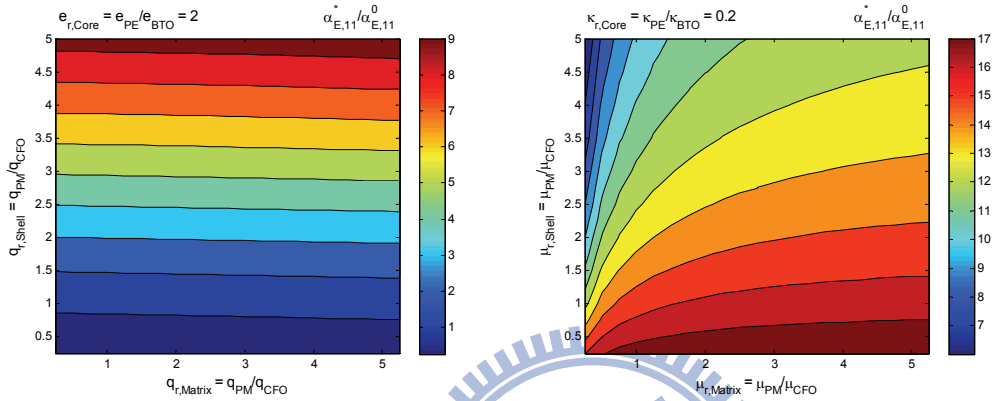


圖 3-51 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	0.025	1
e_r	2	0	0
q_r	0	5	1
κ_r	0.2	1	1
μ_r	1	0.25	5
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 17, -78.2 \text{ (V/cmOe)}$			

圖 3-50 與圖 3-51 分別是彈性係數(高/高/低)與(高/低/高)之搭配，彈性係數高時假設 $C_r = 1$ ；低時假設 $C_r = 0.025$ ，可以發現兩個相異的壓磁相均在 $C_r = 1$ 時 q_r 越小越好； μ_r 越大越好， $C_r = 0.025$ 時 q_r 越大越好； μ_r 越小越好， κ_r 越小越好。兩種壓磁材料與壓電材料搭配，能夠得到的較好的 $\alpha_{E,11}^*$ 。

3-4-2 壓磁/壓電/壓磁

案例 1

核(Core)	$C_{r,CFO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -5.5 \text{ (V/cmOe)}$	

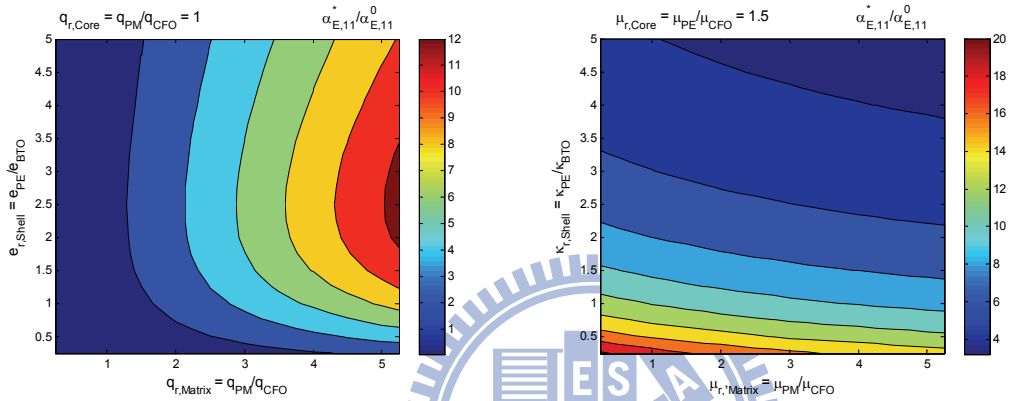


圖 3-52 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^* / \alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	1	0.025
e_r	0	2.5	0
q_r	1	0	5
κ_r	1	0.25	1
μ_r	1.5	1	0.25
$\alpha_{E,11}^* / \alpha_{E,11}^0 = 20, -110 \text{ (V/cmOe)}$			

由圖 3-52 可發現核的壓磁係數越小越好；母材的壓磁係數越大越好，此現象與彈性係數的大小有關。

案例 2

核(Core)	$C_{r,CFO} = 0.025$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 1$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.87(\text{V/cmOe})$	

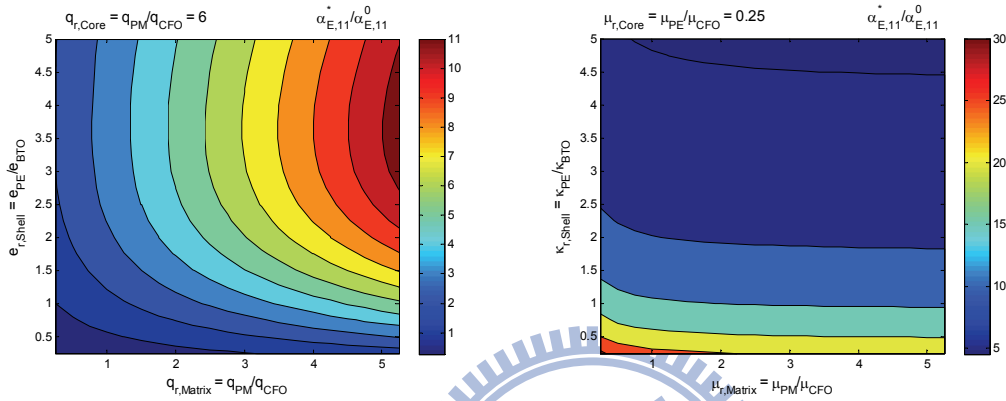


圖 3-53 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^* / \alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	0.025	1	1
e_r	0	3.5	0
q_r	6	0	5
κ_r	1	0.25	1
μ_r	0.25	1	0.25
$\alpha_{E,11}^* / \alpha_{E,11}^0 = 30, -26.1(\text{V/cmOe})$			

由圖 3-53 發現在彈性係數(低/高/高)的配置下，核與母材的壓磁係數均是越高越好；磁導率也是越低越好。在此配置下磁電耦合效應較微弱。

案例 3

核(Core)	$C_{r,CFO} = 0.025$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -8.9 \text{ (V/cmOe)}$	

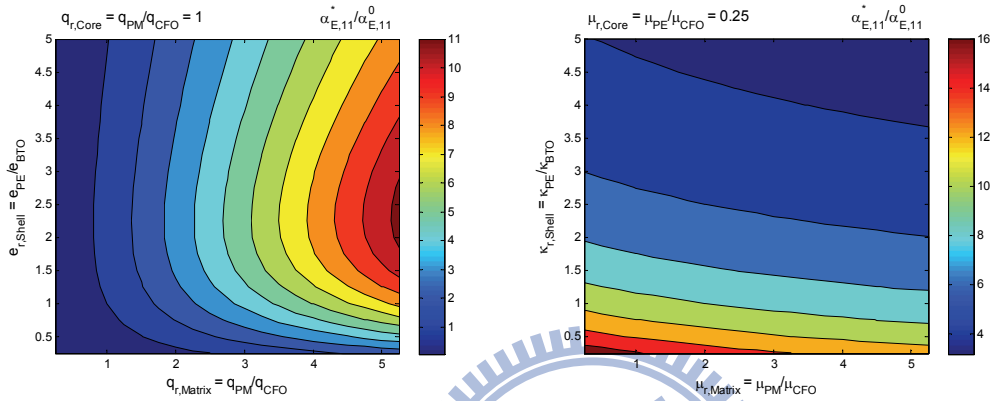


圖 3-54 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	0.025	1	0.025
e_r	0	2.5	0
q_r	6	0	5
κ_r	1	0.25	1
μ_r	1	1	0.25
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 16, -142.4 \text{ (V/cmOe)}$			

在彈性係數(低/高/低)的配置下 $\alpha_{E,11}^0$ 為 -8.9 V/cmOe ，與彈性係數(低/高/高)的配置下之 $\alpha_{E,11}^0 = -0.87 \text{ V/cmOe}$ 相差達 10 倍，因此在母材配置彈性係數較低的材料，能提升磁電電壓係數。

3-4-3 壓磁/壓磁/壓電

案例 1

核(Core)	$C_{r,CFO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 0.025$
母材(Matrix)	$C_{r,BTO} = 1$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.35 \text{ (V/cmOe)}$	

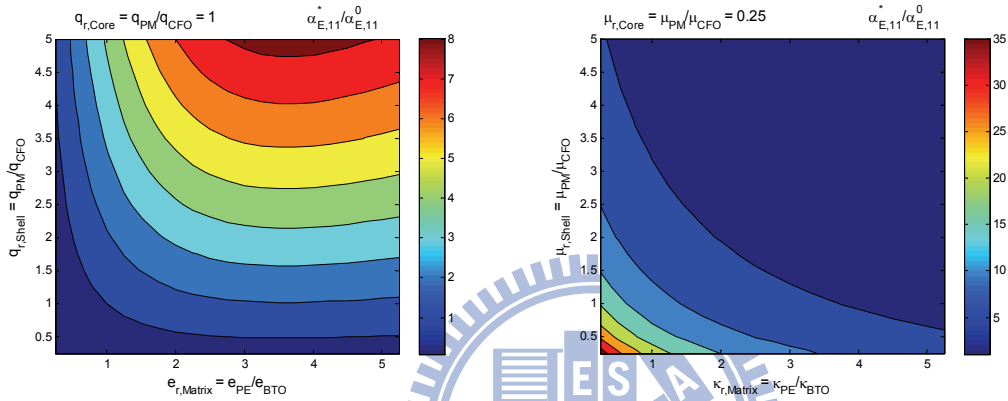


圖 3-55 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	0.025	1
e_r	0	0	3.5
q_r	1	5	0
κ_r	1	1	0.25
μ_r	0.25	0.25	1
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 35, -12.25 \text{ (V/cmOe)}$			

由圖 3-55 所示，位於核與殼層的壓磁材料，依然在彈性係數較高時($C_{r,CFO} = 1$)需配置較低的壓磁係數；彈性係數較低時($C_{r,CFO} = 0.025$)需配置較高的壓磁係數，但其磁電耦合效應卻遠低於(壓電/壓磁/壓磁)三相複合材料之配置。

案例 2

核(Core)	$C_{r,CFO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 0.025$
母材(Matrix)	$C_{r,BTO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -3.3 \text{ (V/cmOe)}$	

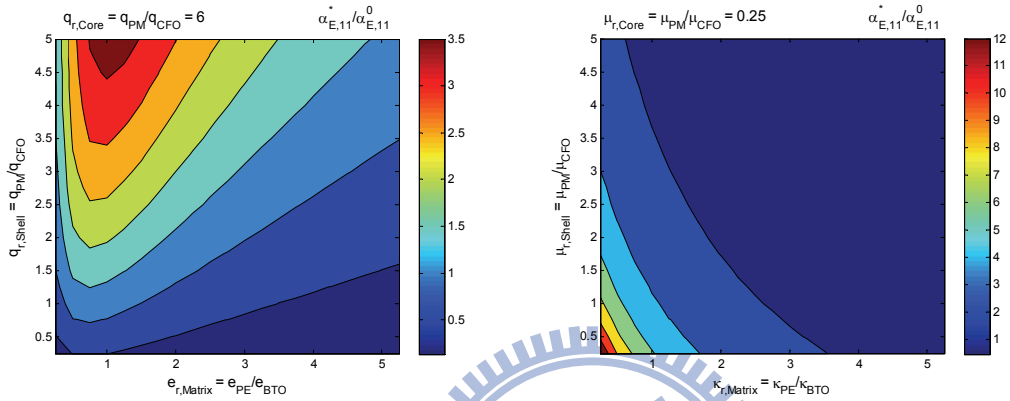


圖 3-56 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓磁/壓電)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	0.025	0.025
e_r	0	0	0.75
q_r	5	5	0
κ_r	1	1	0.25
μ_r	0.25	0.25	1
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 12, -39.6 \text{ (V/cmOe)}$			

由圖 3-56 所示，壓電材料之彈性係數降低，也導致最適的壓磁係數由 $e_r=3.5$ (圖 3-55)降至 $e_r=0.75$ ，同時母材之彈性係數降低也對磁電耦合效應的提升有很大的貢獻。

3-4-4 壓電/壓磁/壓電

案例 1

核(Core)	$C_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,BTO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.27 \text{ (V/cmOe)}$	

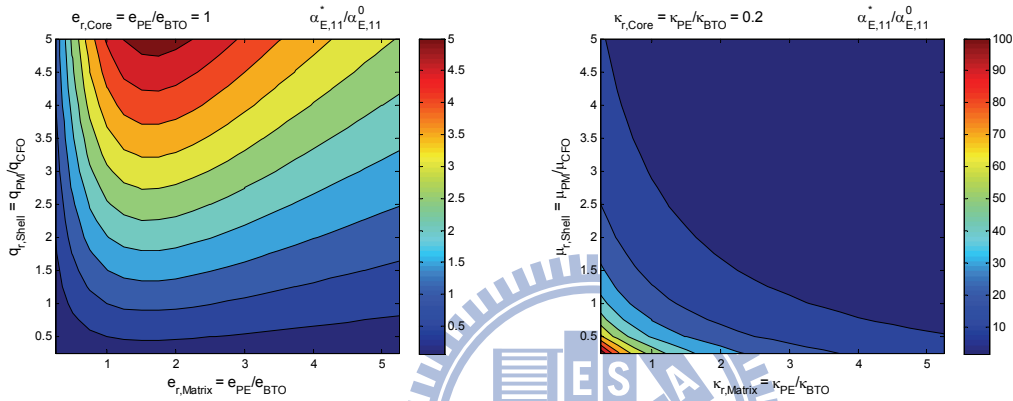


圖 3-57 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓電)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	1	0.025
e_r	1	0	1.5
q_r	0	5	0
κ_r	0.2	1	0.25
μ_r	1	0.25	1
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 100, -27 \text{ (V/cmOe)}$			

案例 2

核(Core)	$C_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,CFO} = 0.025$
母材(Matrix)	$C_{r,BTO} = 1$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.56 \text{ (V/cmOe)}$	

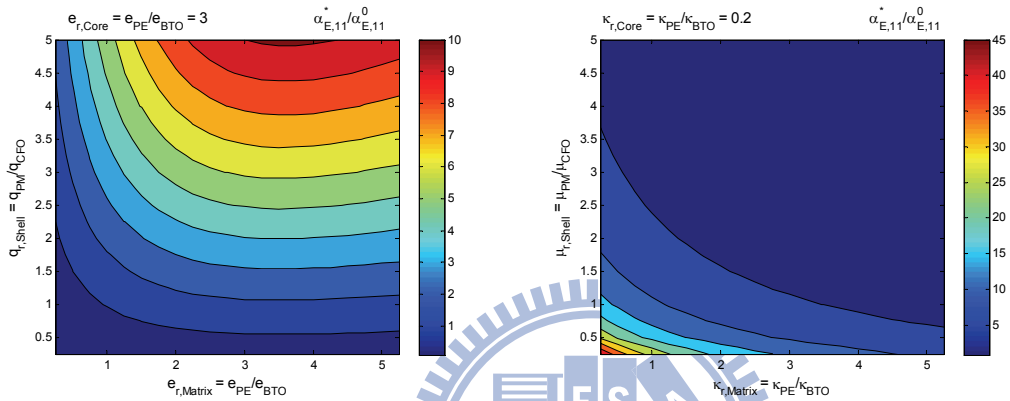


圖 3-58 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓磁/壓電)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	1	0.025
e_r	3	0	3.75
q_r	0	5	0
κ_r	0.2	1	0.25
μ_r	0.25	0.25	1
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 45, -25.2 \text{ (V/cmOe)}$			

案例 1 與案例 2 的配置均屬於壓電材料介電係數越低越好；壓磁相磁導率越低越好，表示核與母材應是相同的材料屬於最合適的配置。

3-4-5 壓磁/壓電/壓電

案例 1

核(Core)	$C_{r,CFO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,BTO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.22 \text{ (V/cmOe)}$	

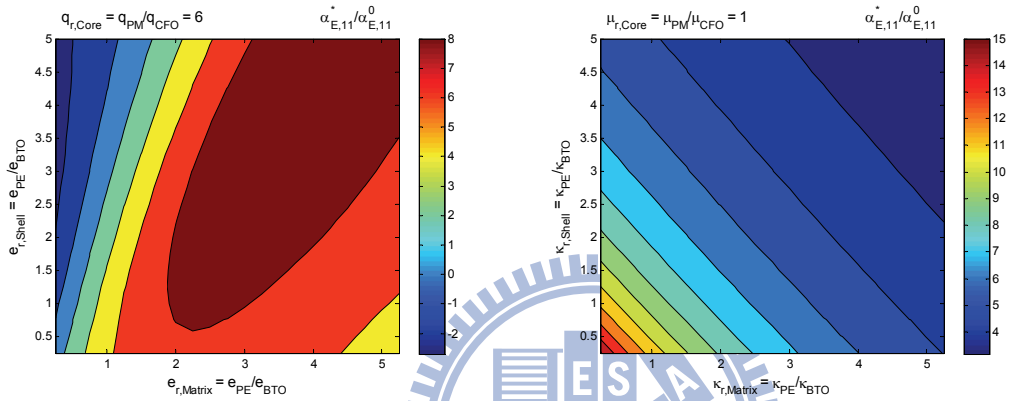


圖 3-59 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	1	0.025
e_r	0	4	3.75
q_r	6	0	0
κ_r	1	0.25	0.25
μ_r	1	1	1
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 15, -3.3 \text{ (V/cmOe)}$			

案例 2

核(Core)	$C_{r,CFO} = 0.025$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 1$
母材(Matrix)	$C_{r,BTO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.54(\text{V/cmOe})$	

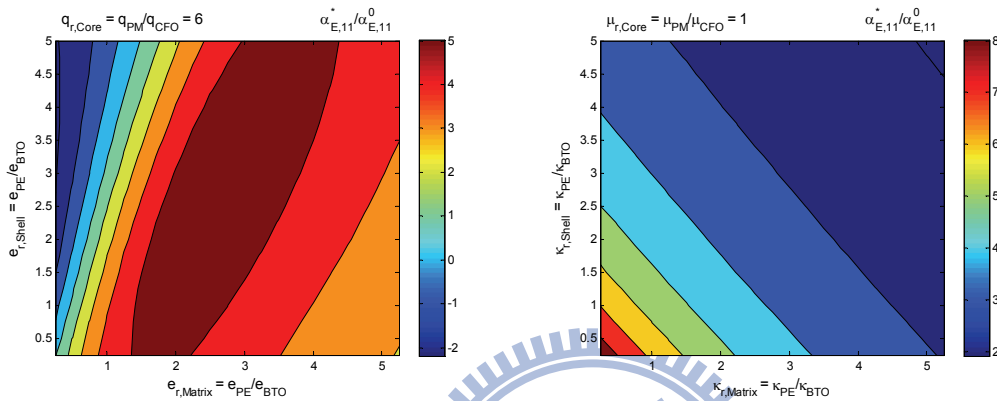


圖 3-60 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓磁/壓電/壓電)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	0.025	1	0.025
e_r	0	3	2.75
q_r	6	0	0
κ_r	1	0.25	0.25
μ_r	1	1	1
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 8, -4.32(\text{V/cmOe})$			

經由案例 1 與案例 2 所示，壓磁材料之介電係數對磁電耦合效應影響很大，均需在介電係數較低的情況下才能得到較佳的磁電電壓係數，且磁電耦合效應也較其它三相複合材料的配置來的低，表示壓電材料較不適合配置於母材。

3-4-6 壓電/壓電/壓磁

案例 1

核(Core)	$C_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 0.025$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 1$
$\alpha_{E,11}^0 = -0.98 \text{ (V/cmOe)}$	

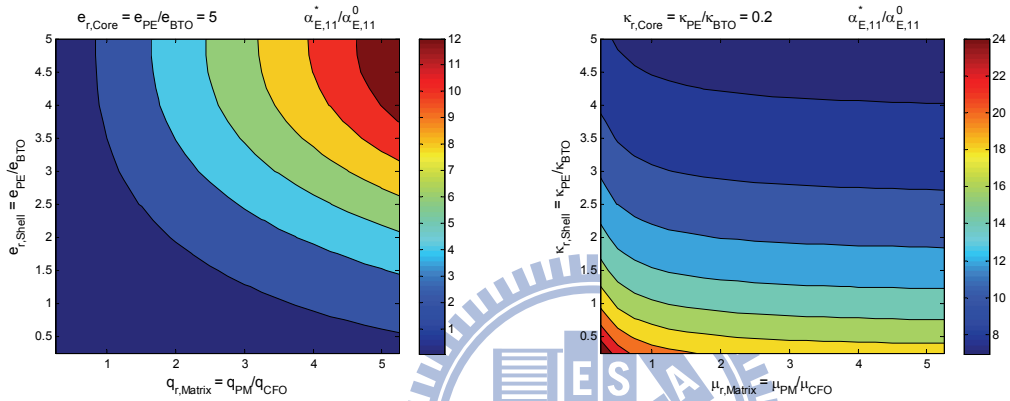


圖 3-61 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	0.025	1
e_r	5	5	0
q_r	0	0	5
κ_r	0.2	0.25	1
μ_r	1	1	0.25
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 24, -23.52 \text{ (V/cmOe)}$			

案例 2

核(Core)	$C_{r,BTO} = 1$
殼層(Shell)	$C_{r,BTO} = 0.025$
母材(Matrix)	$C_{r,CFO} = 0.025$
$\alpha_{E,11}^0 = -13.6(\text{V/cmOe})$	

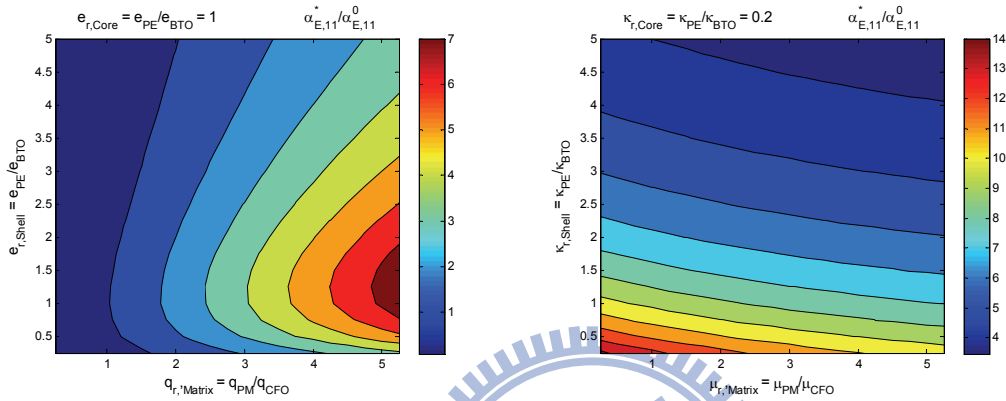


圖 3-62 固定彈性係數下不同係數搭配對 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 之影響(壓電/壓電/壓磁)

	核(Core)	殼層(Shell)	母材(Matrix)
C_r	1	0.025	0.025
e_r	1	1	0
q_r	0	0	5
κ_r	0.2	0.25	1
μ_r	1	1	0.25
$\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0 = 14, -190.4(\text{V/cmOe})$			

由圖 3-61 與圖 3-62 所示，在壓電/壓電/壓磁的配置下，壓電材料最合適的壓電係數配置，是在兩個壓電相都相同的情況下，與彈性係數高低無關。也發現在壓磁材料配置於母材的情況下，磁電耦合效應普遍較壓電材料配置於母材的情況高。

3-5 含有雙內含物之三相複合材料

Mori-Tanaka 模式與雙層法在預測含有殼層內含物之三相壓電磁複合材料，在預測磁電效應上結果差異甚大，Mori-Tanaka 模式是將原本含有殼層轉換為獨立內含物(如圖 3-2b)，其等效性質為：

$$\mathbf{L}^* = \mathbf{L}_m + f_c(\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_m)\mathbf{A}_c^{MT} + f_s(\mathbf{L}_s - \mathbf{L}_m)\mathbf{A}_s^{MT}, \quad (3.7)$$

其中 $f_c = \gamma^3 f$ 、 $f_s = [1 - \gamma^3]f$ ，

$$\mathbf{A}_c^{MT} = \mathbf{A}_s^{dilute} (f_m \mathbf{I} + f_c \mathbf{A}_c + f_s \mathbf{A}_s), \quad (3.8)$$

$$\mathbf{A}_s^{MT} = \mathbf{A}_s^{dilute} (f_m \mathbf{I} + f_c \mathbf{A}_c + f_s \mathbf{A}_s), \quad (3.9)$$

其中 $f_m = 1 - f$ ，

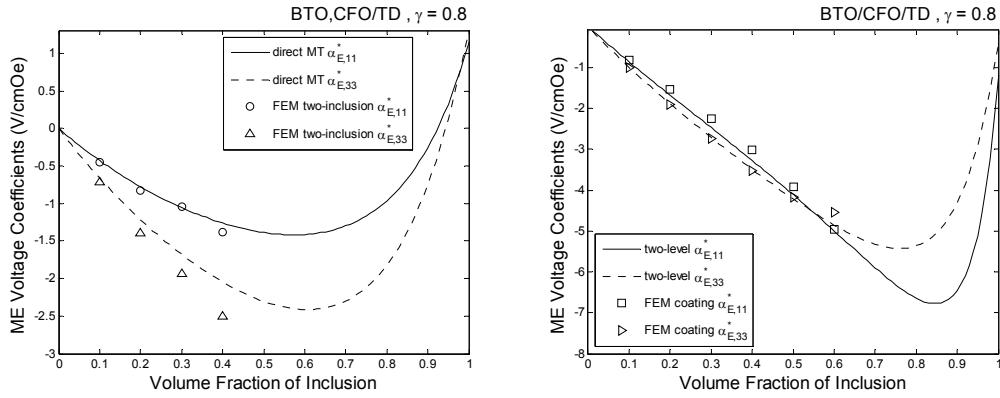
$$\mathbf{A}_c^{dilute} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_c \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_c - \mathbf{L}_m)]^{-1}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{A}_s^{dilute} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}_s \mathbf{L}_m^{-1} (\mathbf{L}_s - \mathbf{L}_m)]^{-1}, \quad (3.11)$$

其中 \mathbf{S}_c 為利用核之幾何形狀以及母材材料係數 \mathbf{L}_m 求得之廣義 Eshelby 張量； \mathbf{S}_s 為利用殼層之幾何形狀以及母材材料係數 \mathbf{L}_m 求得之廣義 Eshelby 張量。

3-5-1 三相 Mori-Tanaka 模式與雙層法之差異

在本節中所選用的材料為，核：BTO、殼層：CFO、母材：TD，在此會使用 Mori-Tanaka(M-T)模式以及雙層法兩種方法進行模擬，在相同的體積比以材料搭配下，圖 3-64a 為 M-T 模式求解之磁電電壓係數；圖 3-64b 為雙層法求解之磁電電壓係數，兩者磁電電壓係數差異甚大，且經由有限元素法的驗證，雙層法才是適用於含殼層內含物的分析方法，M-T 模式則適用於兩種獨立內含物的近似解。



(a) 三相 M-T 求解磁電電壓係數

(b) 雙層法求解磁電電壓係數

圖 3-63 三相 M-T 與雙層法求解磁電電壓係數

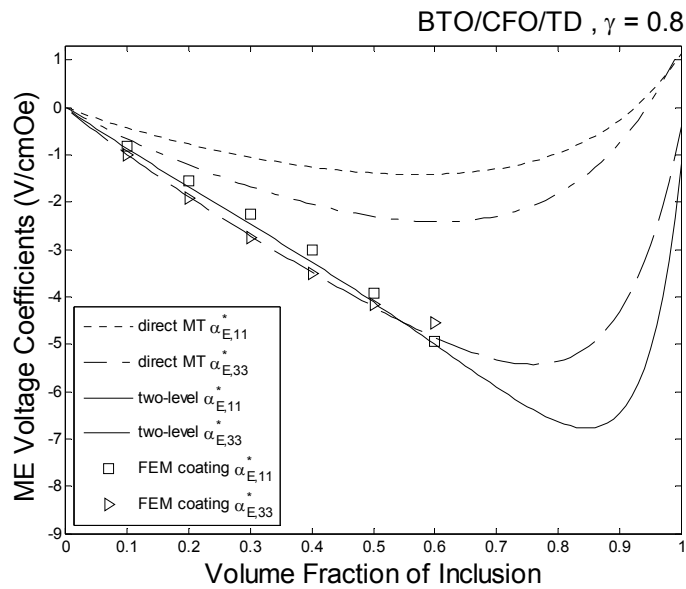
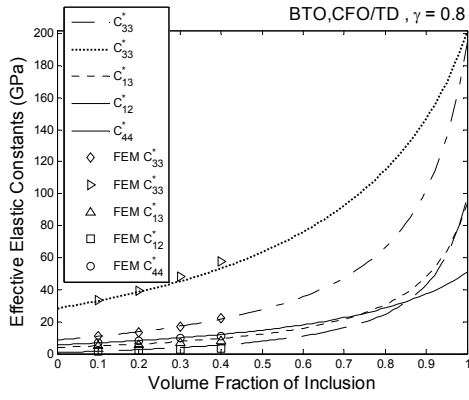
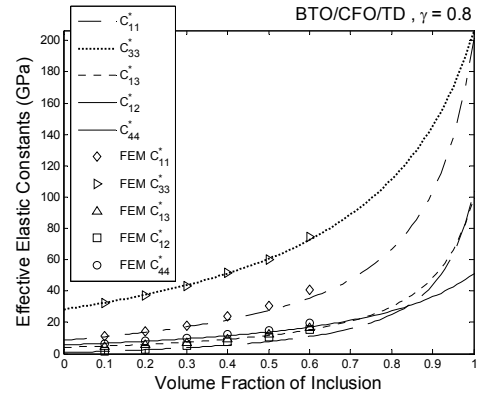


圖 3-64 三相 M-T 與雙層法求解磁電電壓係數

雖然由圖 3-64 所示，雙層法與三相 M-T 模式在求解磁電電壓係數上差異很大，但值得注意三相 M-T 模式與雙層法在預估彈性係數時，兩者的分析結果如出一轍(圖 3-65a 與圖 3-65b)，這也說明了先前的複合材料力學研究在只討論等效楊氏係數 (Young's modulus) 的情況下，含有殼層之內含物與兩種獨立内含物之分析結果是幾乎相同的。在 Fisher 和 Brinson 的研究成果(圖 3-71)顯示延伸 Mori-Tanaka[49]與三相 Mori-Tanaka 模式，其分析結果非常相近。

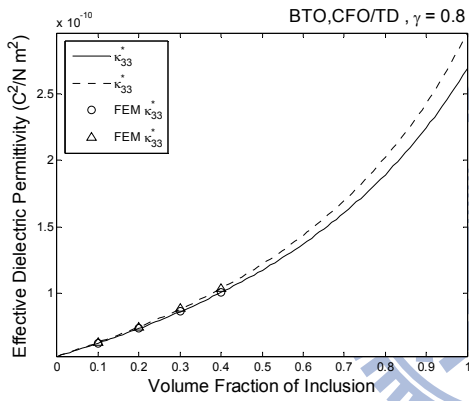


(a) 三相 M-T 求解彈性係數

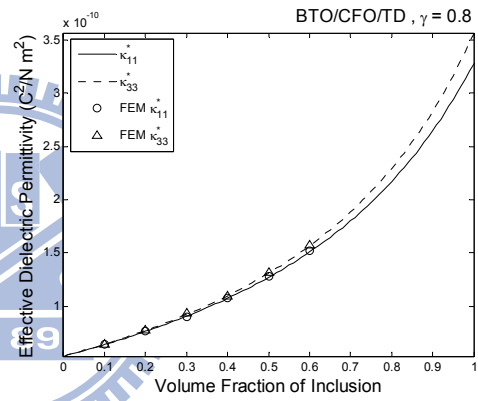


(b) 雙層法求解彈性係數

圖 3-65 三相 M-T 與雙層法求解彈性係數

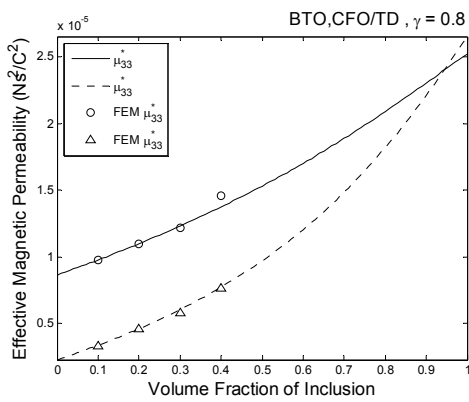


(a) 三相 M-T 求解介電係數

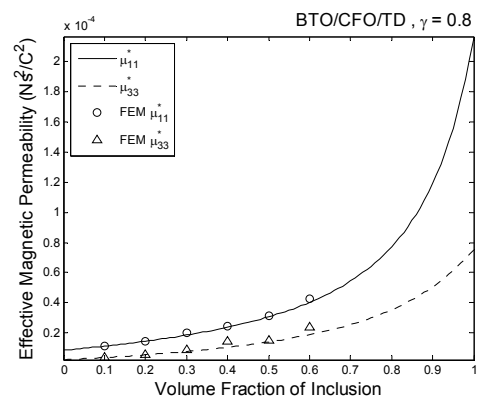


(b) 雙層法求解介電係數

圖 3-66 三相 M-T 與雙層法求解介電係數

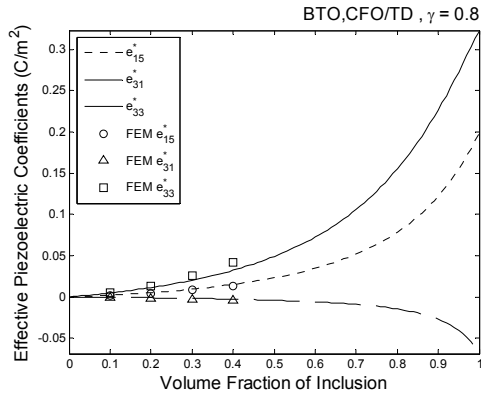


(a) 三相 M-T 求解磁導率

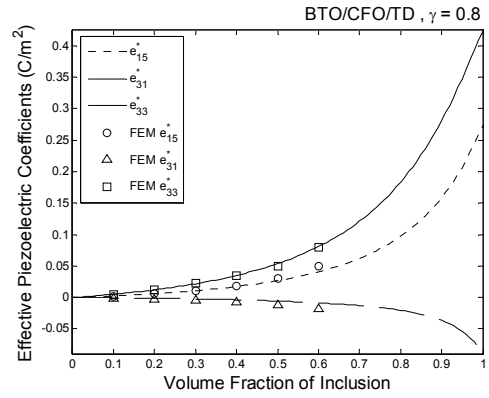


(b) 雙層法求解磁導率

圖 3-67 三相 M-T 與雙層法求解磁導率

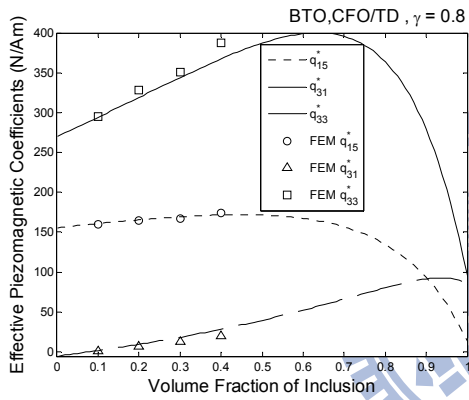


(a) 三相 M-T 求解壓電係數

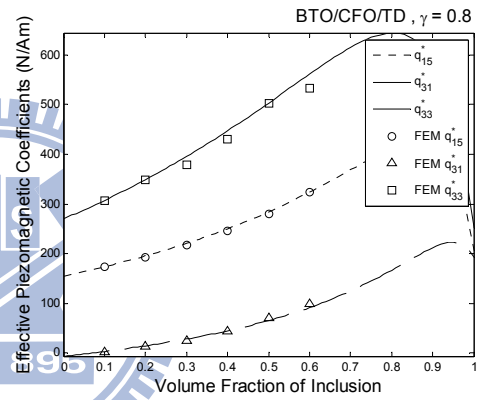


(b) 雙層法求解壓電係數

圖 3-68 三相 M-T 與雙層法求解壓電係數

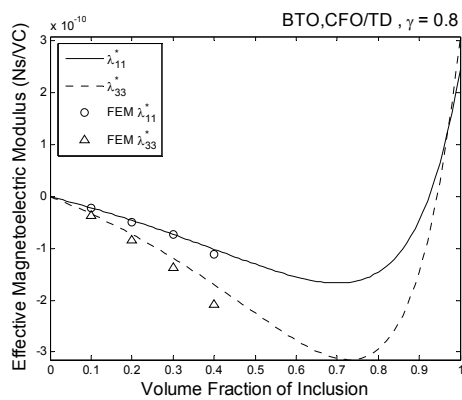


(a) 三相 M-T 求解壓磁係數

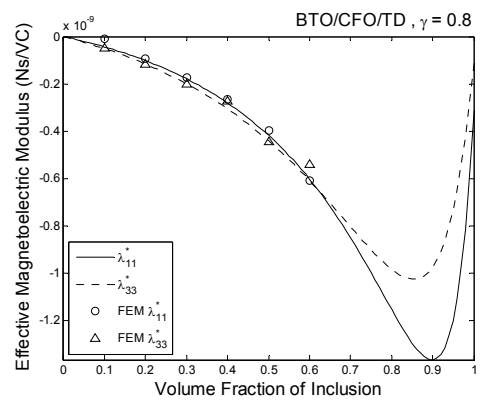


(b) 雙層法求解壓磁係數

圖 3-69 三相 M-T 與雙層法求解壓磁係數



(a) 三相 M-T 求解磁電係數



(b) 雙層法求解磁電係數

圖 3-70 三相 M-T 與雙層法求解磁電係數

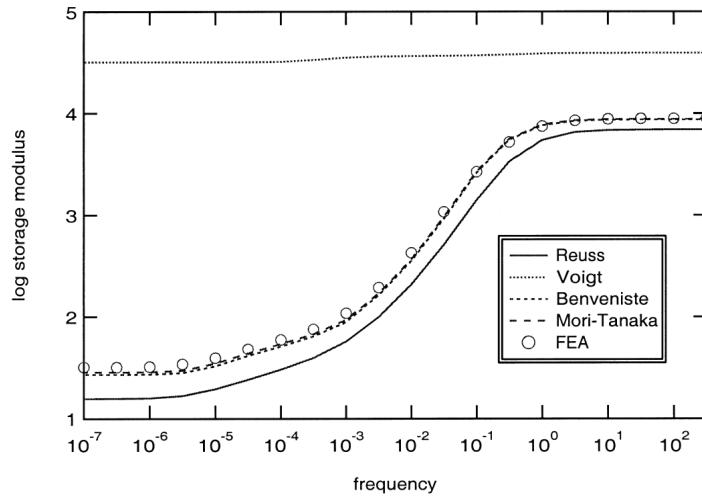


圖 3-71 Mori-Tanaka 與延伸 Mori-Tanaka 模式(Benveniste)及有限元素分析[74]

3-5-2 實驗數據與理論分析

實驗數據是由 Nan 等人[41]製作的 PZT 與 Terfenol-D 分佈於母材 PVDF-TrFE 之中，其中母材 PVDF 體積比固定為 0.3，PZT 與 Terfenol-D 體積比共 0.7，數據為 Terfenol-D 不同體積比與磁電電壓係數 $\alpha_{E,33}^*$ 之關係。根據 Nan 團隊發表的三相複合材料理論研究[38]，PZT 是使用 PZT-5A；Terfenol-D 使用之材料係數為：

$$C_{11} = 82 \text{ (GPa)}, \quad C_{12} = 40 \text{ (GPa)}, \quad C_{13} = 40 \text{ (GPa)}, \quad C_{33} = 82 \text{ (GPa)},$$

$$C_{44} = 44 \text{ (GPa)},$$

$$\kappa_{33} = 5.31 \times 10^{-11} \text{ (C}^2/\text{N m}^2\text{)}, \quad \mu_{33} = 6.28 \times 10^{-6} \text{ (N s}^2/\text{C}^2\text{)},$$

在壓磁係數上因為文獻[38]使用的是磁致伸縮係數，所以在此使用文獻[34]之壓磁係數為：

$$q_{11} = -60.9 \text{ (N/Am)}, \quad q_{33} = 156.8 \text{ (N/Am)}, \quad q_{15} = 108.3 \text{ (N/Am)}.$$

經由實驗所測量的數據在 Terfenol-D 體積比超過 0.07 時會發生漏導(Percolation)的情況至體積比為 0.12 時，磁電耦合效應降至零。因此只有在 Terfenol-D 體積比小於 0.07 時能與理論研究比較。由圖 3-72 所示，於體積比 0.06 之前的趨勢大致符合，數據上的誤差可能來自於材料係數的假設與實際材料的差異。

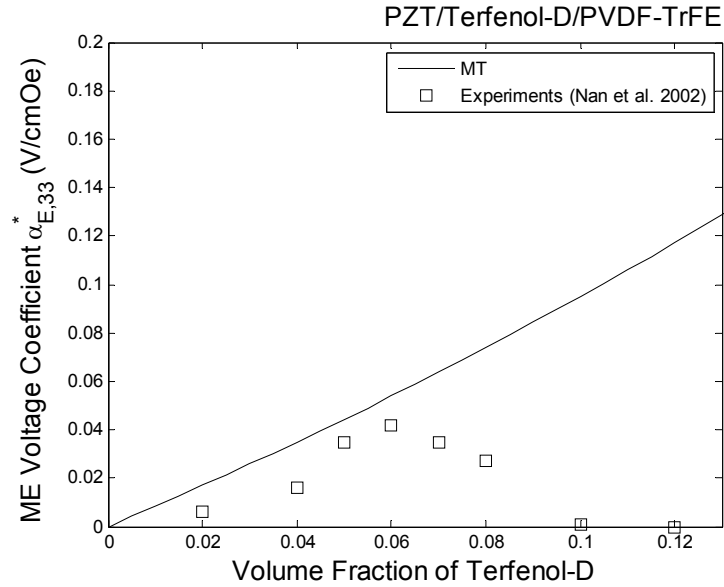


圖 3-72 實驗數據與理論分析之磁電電壓係數

3-6 結果與討論

雙層法與有限元素分析之誤差

在核：CFO、殼層：TD、母材：BTO 的案例中，雙層法求得磁電電壓係數(圖 3-17 與圖 3-18)與磁電係數(圖 3-20f)均與有限元素分析結果有較大的誤差，但把 BTO 替換同樣為壓電材料的 PVDF(圖 3-21 與圖 3-22)，則沒有此誤差問題；母材替換為 LNO 則有相同誤差情況出現(圖 3-24 與圖 3-25)。同樣的問題也出現在壓電/壓磁/壓電案例中，核：BTO、殼層：TD、母材：LNO 的材料配置(圖 3-36 與圖 3-37)，以及壓電/壓電/壓磁案例中，核：LNO、殼層：PVDF、母材：TD 的材料配置(圖 3-39 與圖 3-40)，經由這幾種材料配置的歸納，可以發現其共同點為母材的彈性係數比殼層的彈性係數還要大，在殼層：TD、母材：BTO 或 LNO 的配置中都有此問題，並且在使用 Mori-Tanaka 模式分析的雙相複合材料 TD/BTO 以及 TD/LNO 都有相同問題，但是在彈性係數最低的壓電聚合物 PVDF 為母材的配置下，雙層法分析的理论解則與有限元素法相差不遠。

三相複合材料能達到比雙相複合材料更佳的磁電耦合效應

由表 3-2 所示，絕大部分三相複合材料之磁電耦合效應，都比雙相複合材料更佳。少數配置如：(壓電/壓磁/壓電)與(壓電/壓電/壓磁)案例其磁電耦合效應比雙相複合材料來的差。

表 3-2 三相與雙相複合材料之磁電耦合效應

壓電/壓磁/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓電/壓磁/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
BTO/TD	-1.7	-3.2	LNO/TD	-9	-6.5
BTO/CFO/TD	-6.8	-5.5	LNO/CFO/TD	-38	-11
提升幅度	4 倍	1.7 倍	提升幅度	4.2 倍	1.7 倍
壓磁/壓電/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓磁/壓電/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
BTO/TD	-1.7	-3.2	LNO/TD	-9	-6.5
CFO/BTO/TD	-4.6	-5.5	CFO/LNO/TD	-17	-7
提升幅度	2.7 倍	1.7 倍	提升幅度	1.9 倍	1.1 倍
壓磁/壓磁/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓磁/壓磁/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
TD/BTO	-1.4	-1	TD/LNO	-4.8	-0.7
CFO/TD/BTO	-3	-1.3	CFO/TD/LNO	-6.5	-0.85
提升幅度	2.15 倍	1.3 倍	提升幅度	1.35 倍	1.2 倍
壓磁/壓電/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓磁/壓電/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
CFO/PVDF	0.28	0.73	TD/PVDF	1.8	8.4
CFO/BTO/PVDF	-0.4	0.65	TD/LNO/PVDF	13	9.5
提升幅度			提升幅度	7.2 倍	1.13 倍
壓電/壓磁/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓電/壓電/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
CFO/BTO	-2.2	-1	LNO/TD	-9	-6.5
BTO/CFO/BTO	-2	0.8	LNO/PVDF/TD	-1.05	3.3
提升幅度			提升幅度		

※單位：V/cmOe

降低材料的介電係數能有效提升磁電耦合效應

由表 3-3 顯示，三相複合材料所有的配置將原本壓電相 BTO 替換成介電係數較低的 LNO，大部分皆能有效提高磁電耦合效應。

表 3-3 三相複合材料不同的材料配置

壓電/壓磁/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓磁/壓電/壓磁	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
BTO/CFO/TD	-6.8	-5.5	CFO/BTO/TD	-4.6	-5.5
LNO/CFO/TD	-38	-11	CFO/LNO/TD	-17	-7
提升幅度	5.6 倍	2 倍	提升幅度	3.7 倍	1.3 倍
壓磁/壓磁/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值	壓磁/壓電/壓電	$\alpha_{E,11}^*$ 極值	$\alpha_{E,33}^*$ 極值
CFO/TD/BTO	-3	-1.3	CFO/BTO/PVDF	-0.4	0.65
CFO/TD/LNO	-6.5	-0.85	TD/LNO/PVDF	13	9.5
提升幅度	2.17 倍		提升幅度	32.5 倍	14.6 倍

※單位：V/cmOe

壓電與壓磁材料於三相複合材料合適的配置

壓電材料最合適之壓電係數，隨著彈性係數的高低而變化。在擁有兩相為壓磁材料的三相複合材料中，彈性係數較高的需配置較低的壓磁係數，以及較高的磁導率；彈性係數較低的需配置較高的壓磁係數，以及較低的磁導率。

表 3-4 壓電與壓磁材料於三相複合材料合適的配置

	彈性係數	壓電係數	壓磁係數	介電係數	磁導率
壓電材料	高	高		低	
	低	低		低	
壓磁材料	高		低		高
	低		高		低

※ 壓電/壓磁/壓磁案例

母材之彈性係數選用較小的為佳

由表 3-5 顯示，較佳的磁電耦合效應，皆是出現在母材配置 TD 與 PVDF 時，兩種材料皆是屬於彈性係數較小的材料。

表 3-5 配置現有壓電壓磁材料較佳的磁電耦合效應

LNO/CFO/TD	$\alpha_{E,11}^*$ 極值 = -38
CFO/LNO/TD	$\alpha_{E,33}^*$ 極值 = -17
TD/LNO/PVDF	$\alpha_{E,33}^*$ 極值 = -13

※單位：V/cmOe

顆粒狀複合材料其等效性質之分析結果，無法如纖維加強複合材料經由計算上的化簡得到通式解，只能找出大略之規則。三相顆粒狀複合材料其磁電耦合效應最佳的為 LNO/CFO/TD 之配置，其磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 為 -38V/cmOe、 $\alpha_{E,33}^*$ 為 -11V/cmOe，其次為 CFO/LNO/TD 之配置，其磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 為 -17V/cmOe、 $\alpha_{E,33}^*$ 為 -7V/cmOe。

由於現在大部分已知的壓電壓磁材料多是屬於彈性係數較大的陶瓷材料，在較高的彈性係數搭配下，只要稍微改變磁導率或介電係數，即能有效提升磁電耦合效應。因此在大部分壓電壓磁材料都屬於陶瓷材料的情況，適時的尋找開發不同磁導率與介電係數的壓電壓磁材料，對於磁電效應的提升有較大的貢獻。

第四章 功能性漸變壓電磁複合材料

功能性漸變材料(Functionally Graded Material, FGM)為近年來在智能材料領域受到廣泛注意的一種材料，其特性是材料性質會沿著方向連續梯度變化，在本章節中將功能性漸變材料設置於顆粒狀內含物與母材之間，內含物設定為 BaTiO_3 (BTO)，母材設定為 CoFe_2O_4 (CFO)，功能性漸變材料其材料性質為介於內含物與母材之間，其材料性質可分為材料性質隨著半徑變化產生線性(Linear)變化；或是材料性質隨著半徑變化產生指數(Exponential)變化。

分析方法是採用有限元素分析，數值計算得到的等效性質會與雙相複合材料(BTO/CFO)相互比較，同時也會比較雙相複合材料與功能性漸變複合材料之電勢能、電場、磁勢能分佈。

4-1 功能性漸變材料

功能性漸變材料其設計概念為，在兩種不同材料之間，增加另外一種材料其材料性質是介於兩者之間，透過連續改變材料的組成與得到過渡性的中間材料。能使兩種相異材料的結合能抵抗材料破壞的情形產生，其早期運用在航太上做為太空梭的表面材料，以抵抗因為高溫造成內外膨脹係數不同而造成的破壞。

與智能材料相關的功能性漸變材料研究有 Reddy 和 Cheng[76]發表功能性漸變金屬材料與壓電材料層狀複合材料的三維理論解；Zhong 與 Shang [77]發表功能性漸變壓電平板在簡單支承下的三維解析解；Ray 與 Sachade [78]假設漸變之楊氏系數與 PZT-5H/epoxy 之層狀複合材料的有限元素分析。其目的皆是為了讓壓電材料能夠承受大的變形，以及消除兩層不同極化方向之壓電材料交界面造成應力集中的現象。

功能性漸變材料於多鐵性複合材料的研究有 Pan 與 Han[79]假設漸變材料成指數變化之層狀壓電磁複合材料在施加不同物理場之理論解。在研究磁電效應方面，Petrov 與 Srinivasan [80]使用線性變化的 PZT 及 NZFO(Ni-Zn ferrite)層狀複合材料之

磁電效應，結果顯示壓電壓磁材料的漸變性質對於磁電效應有提高的效果；Wang 等人[81]發表多層狀功能性漸變多鐵性複合材料的等效性質，其假設線性及指數兩種材料漸變特性，結果顯示漸變的壓電壓磁材料對於磁電電壓係數有提升的效果。

4-2 功能性漸變複合材料設計模型

本文所設計的複合材料是將雙相複合材料(BTO/CFO)之間，配置功能性漸變材料其性質是介於內含物與母材之間，也就是第三章中含有殼層的三項複合材料，把殼層替換為功能性漸變材料，材料性質會隨著殼層厚度 Δr 的增加材料性質由 BTO 漸漸變成 CFO。在這樣功能性漸變材料的假設下，材料的變化因子 β 則在每個材料係數都會有不同的變化值。

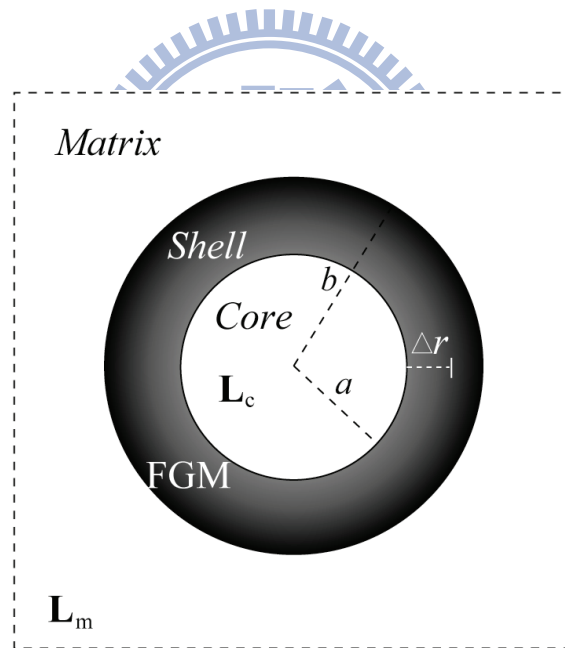


圖 4-1 功能性漸變複合材料示意圖

4-2-1 線性變化的功能性漸變材料

材料性質線性變化隨著殼層厚度 Δr 不同而改變，其材料分布為：

$$L_{iJm}(\Delta r) = L_{iJm}^c + \left[\frac{(L_{iJm}^m - L_{iJm}^c)}{(b - a)} \right] \times \Delta r, \quad (4.1)$$

其中上標 m 代表母材之材料係數，上標 c 代表核之材料係數，中括號內即為材料的變化率，不同的係數會有不同的變化率，有正變化率也有負變化率，此假設方式使功能性漸變材料介於內含物 BTO 與母材 CFO 之間。

表 4-1 BTO 與 CFO 材料係數

	BTO (L_{iJMn}^c)	CFO (L_{iJMn}^m)
對稱性	6mm	6mm
C_{11} (GPa)	150.37	286
C_{12} (GPa)	65.63	173
C_{13} (GPa)	65.94	170.3
C_{33} (GPa)	145.52	269.5
C_{44} (GPa)	43.86	45.3
C_{66} (GPa)	42.37	56.5
e_{31} (C/m ²)	-4.32	0
e_{33} (C/m ²)	17.36	0
e_{15} (C/m ²)	11.4	0
q_{31} (N/Am)	0	580.3
q_{33} (N/Am)	0	699.7
q_{15} (N/Am)	0	550
κ_{11} (10 ⁻⁹ C ² /N m ²)	9.87	0.08
κ_{33} (10 ⁻⁹ C ² /N m ²)	11.08	0.093
μ_{11} (10 ⁻⁶ N s ² /C ²)	5	590
μ_{33} (10 ⁻⁶ N s ² /C ²)	10	157

4-2-2 指數假設的功能性漸變材料

材料性質隨著殼層厚度 Δr 的增加，增加率成指數分布：

$$L_{iJMn}(\Delta r) = L_{iJMn}^c \times \exp(\Delta r \cdot \beta_{iJMn}), \quad (4.2)$$

$$L_{iJMn}^c \times \exp[(b-a) \cdot \beta_{iJMn}] = L_{iJMn}^m, \quad (4.3)$$

其中 β_{iJMn} 即為材料的變化率，因此

$$\beta_{iJMn} = \log\left(\frac{L_{iJMn}^m}{L_{iJMn}^c}\right) / (b-a), \quad (4.4)$$

另外因為壓電材料之壓磁係數為 0；壓磁材料之壓電係數為 0，所以假設壓電材料的壓磁係數為壓電材料的 0.01 倍；壓磁材料的壓電係數為壓電材料的 0.01 倍，材料變化率 β_{iJMn} 可整理為：

$$\beta_{iJ4n} = \log\left(\frac{e_{nij}^m}{e_{nij}^c}\right) / (b-a) = \log(0.01)/(b-a), \quad (4.5)$$

$$\beta_{i4Mn} = \log\left(\frac{e_{imn}^m}{e_{imn}^c}\right) / (b-a) = \log(0.01)/(b-a), \quad (4.6)$$

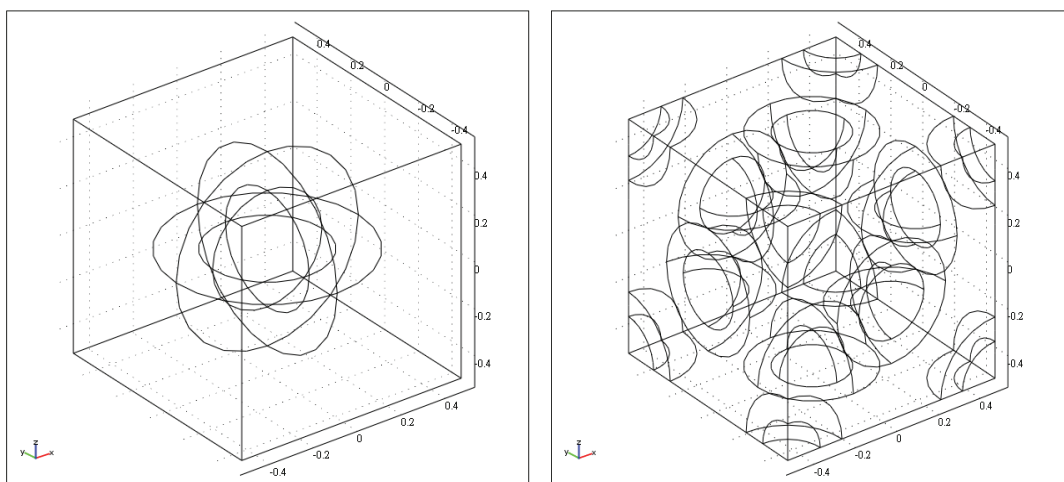
$$\beta_{iJ5n} = \log\left(\frac{q_{nij}^m}{q_{nij}^c}\right) / (b-a) = \log(100)/(b-a), \quad (4.7)$$

$$\beta_{i5Mn} = \log\left(\frac{q_{imn}^m}{q_{imn}^c}\right) / (b-a) = \log(100)/(b-a). \quad (4.8)$$

4-2-3 功能性漸變材料有限元素建模

由圖 4-1 示意圖，我們需在有限元素建模中設定一隨著殼層厚度不同而材料系數產生漸變特定的材料。

1. 首先在 COMSOL 軟體中設定一常數 a ，其值為殼層內徑之值。
2. 設定一表示式 r ，其式為 $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ，表示在殼層中任一點至原點 (0,0,0) 之距離。
3. 故 $r-a$ 即為殼層厚度 Δr ，即可從材料性質設定去產生漸變的材料特性。



(a) 簡單立方建模

(b) 面心立方建模

圖 4-2 有限元素簡單立方與面心立方建模

前述之假設方式為簡單立方建模內含物的中心點為原點(0,0,0)如圖 4-2a，但是在計算等效性質時，需要的是面心立方建模如圖 4-2b 所示。其兩者之間的設定觀念是相同的，差別為每個內含物的中心都需設定一個參考點，圖 4-2a 的簡單立方模型只需設定一個參考點即原點，但圖 4-2b 面心立方模型在立方體的八個頂點以及六個面的中心均需設置參考點，共 14 個點。

所以設定方式更動為：

1. 設定一常數 a ，其值為殼層內徑之值。
2. 設定常數 x_1 、 y_1 、 z_1 、 x_2 、 y_2 、 z_2 至 x_{14} 、 y_{14} 、 z_{14} 共 42 個常數，其值為 14 個參考點之位置點。
3. 因為有 14 個參考點，故表示式也會有 14 條，依序為 r_1 、 r_2 至 r_{14} ，其為：

$$r_1 = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2},$$

$$r_2 = \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2},$$

$$\text{至 } r_{14} = \sqrt{(x-x_{14})^2 + (y-y_{14})^2 + (z-z_{14})^2}.$$

4. 最後 $r_1 - a$ 、 $r_2 - a$ 等...即為殼層厚度 Δr ，即可設定材料性質為漸變。

4-3 線性變化的功能性漸變材料等效性質

有限元素分析建模是採用半徑比 γ 為 0.6 的三相複合材料，殼層的部分為功能性漸變材料(FGM)，其等效性質如圖 4-3 至圖 4-9 所示。與有限元素數值結果相比較的為雙相複合材料使用 Mori-Tanaka 模式的分析結果，結果顯示使用線性變化的 FGM 最為中間材料，磁電電壓係數相對於雙相複合材料之磁電電壓係數，並沒有顯著的增加。

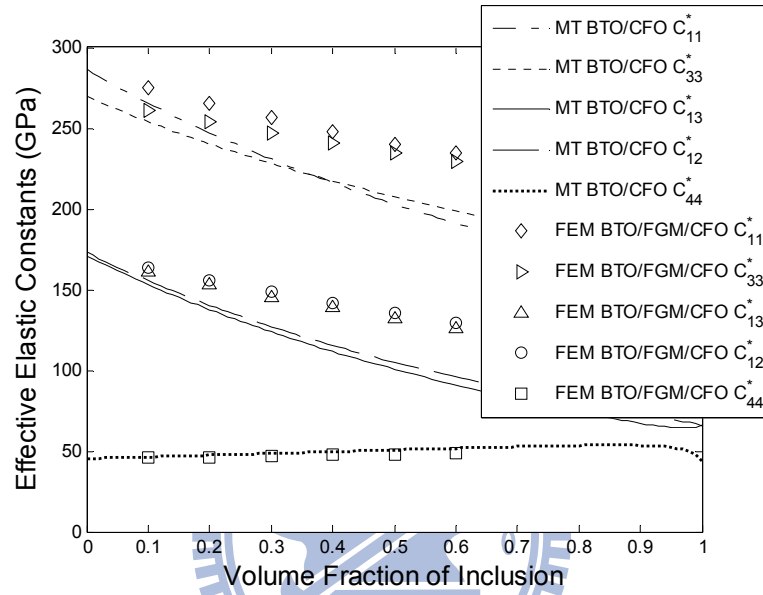


圖 4-3 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效彈性係數

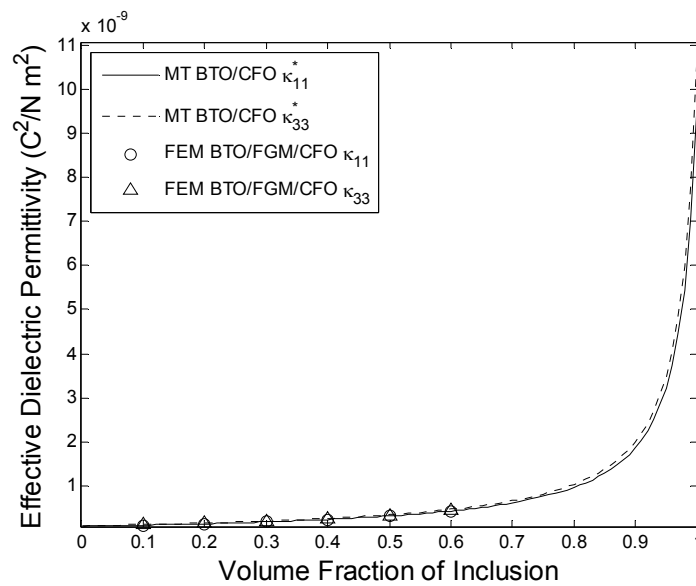


圖 4-4 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效介電係數

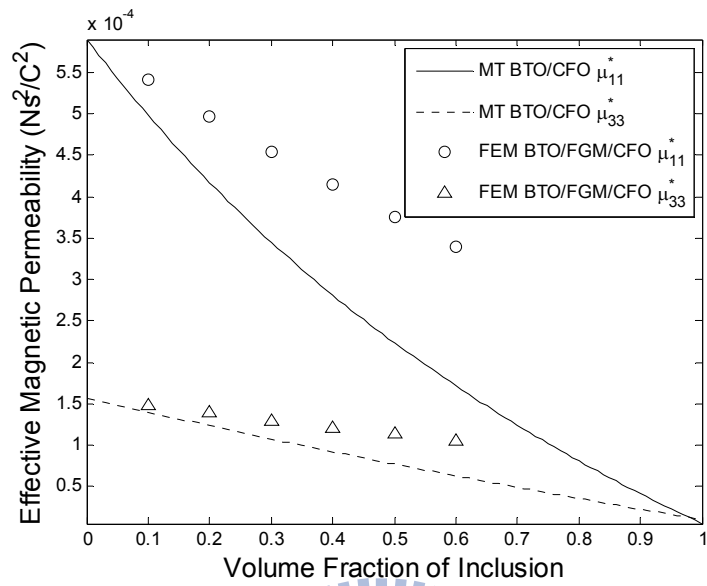


圖 4-5 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效磁導率

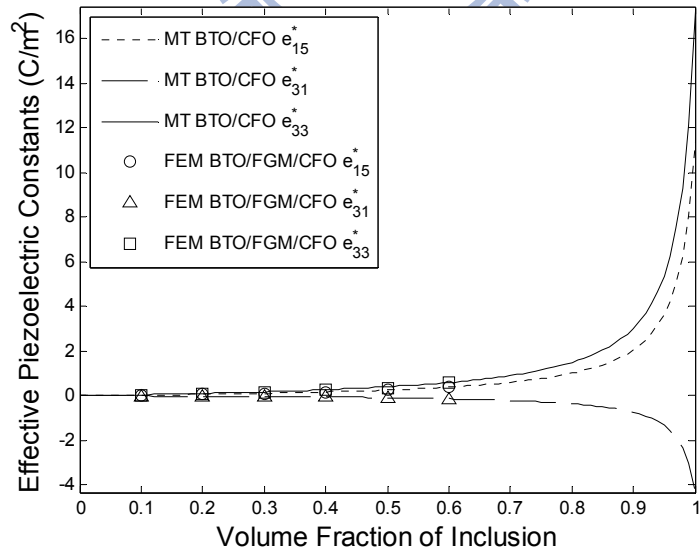


圖 4-6 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效壓電係數

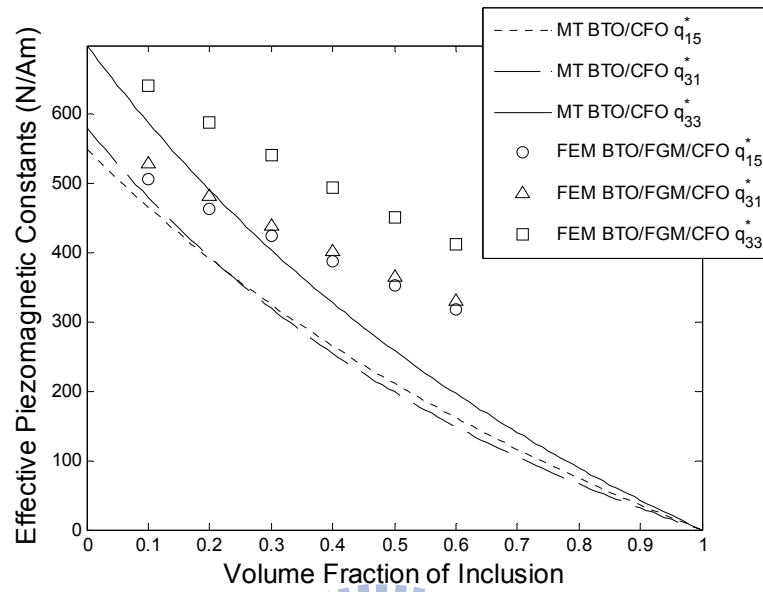


圖 4-7 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效壓磁係數

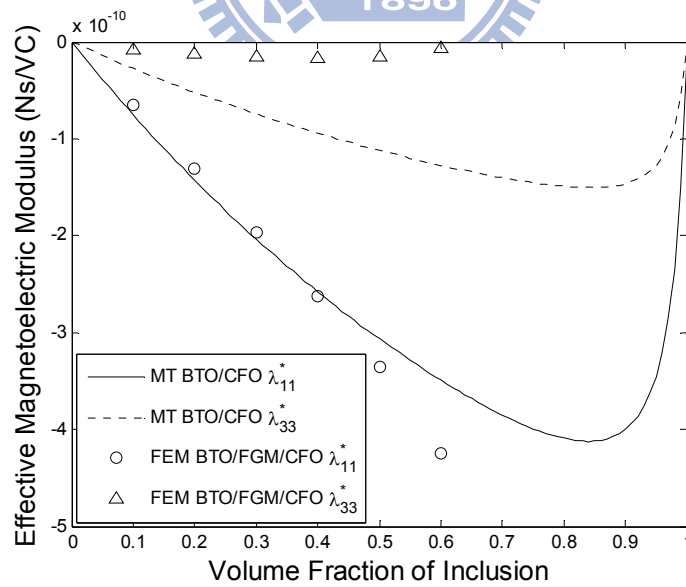


圖 4-8 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之等效磁電係數

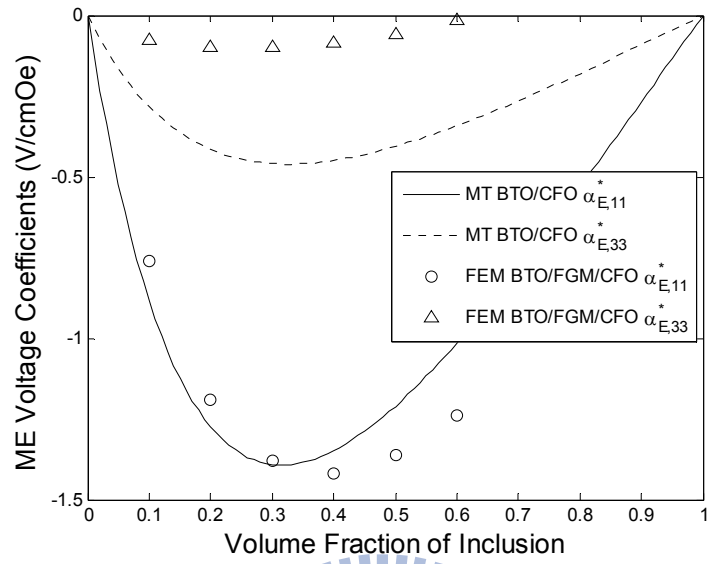


圖 4-9 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為線性變化 FGM 之磁電電壓係數



4-4 指數變化的功能性漸變材料等效性質

有限元素分析一樣採用在半徑比 γ 為 0.6 時，殼層為功能性漸變材料，其指數變化 FGM 之磁電電壓係數(圖 4-16)，較線性變化 FGM 之磁電電壓係數(圖 4-9)來的高。

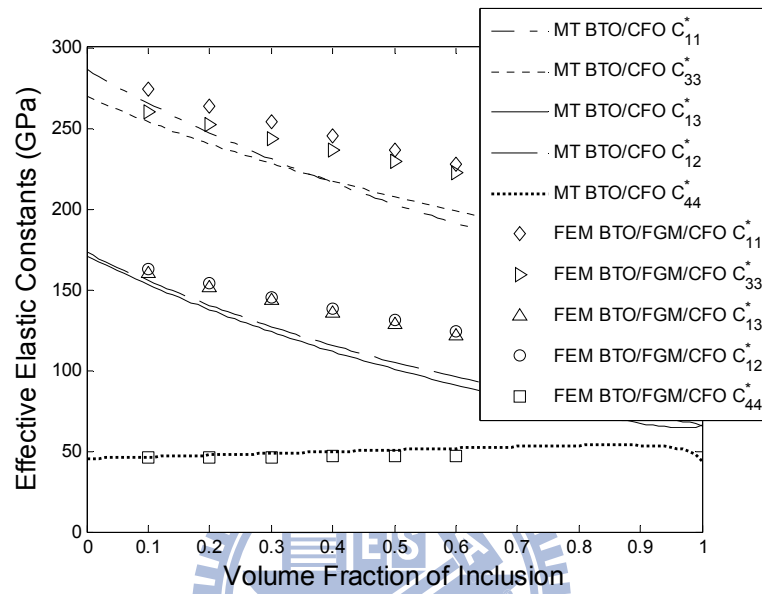


圖 4-10 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效彈性係數

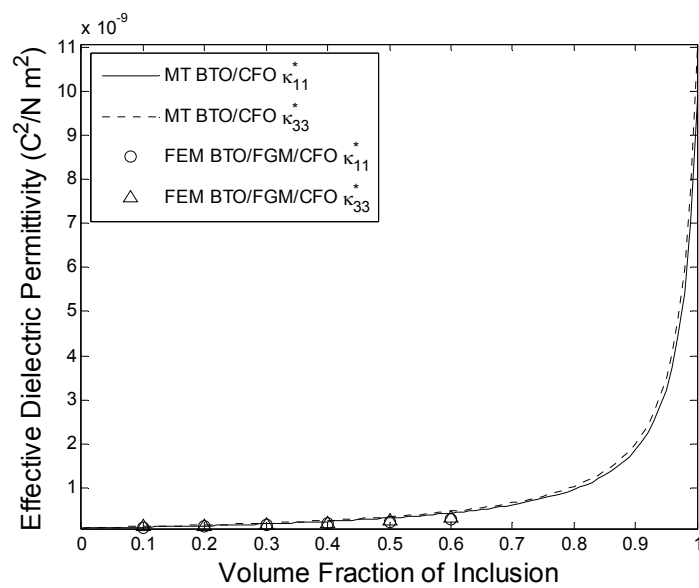


圖 4-11 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效介電係數

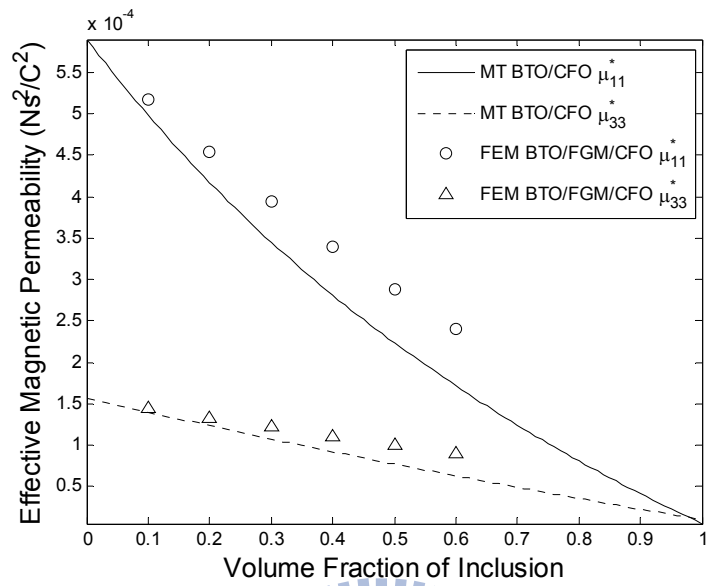


圖 4-12 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效磁導率

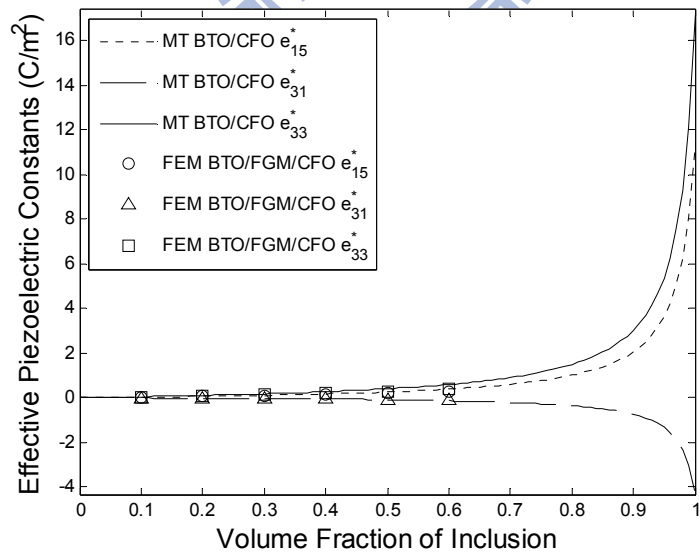


圖 4-13 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效壓電係數

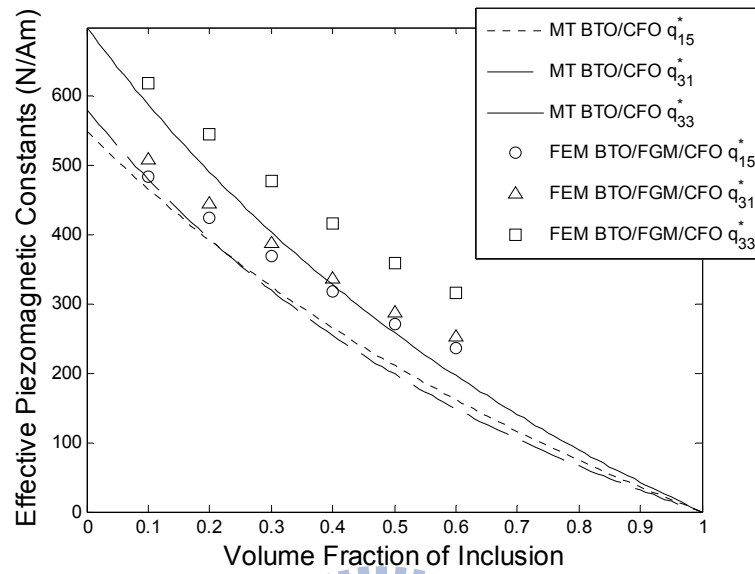


圖 4-14 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效壓磁係數

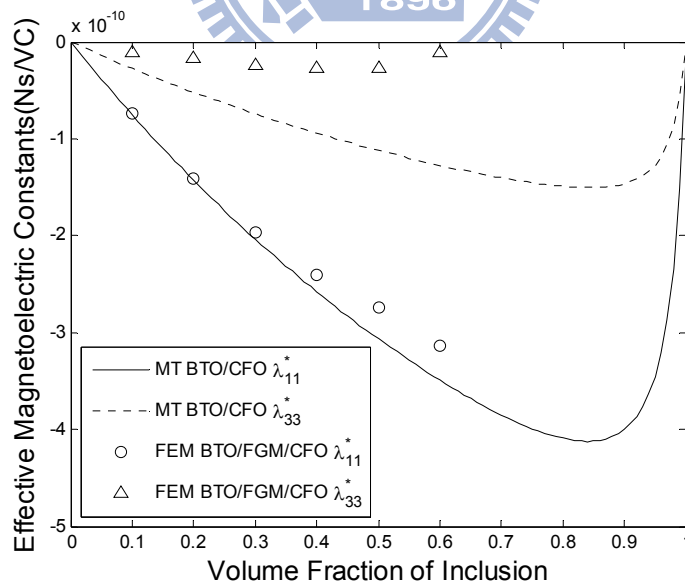


圖 4-15 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之等效磁電係數

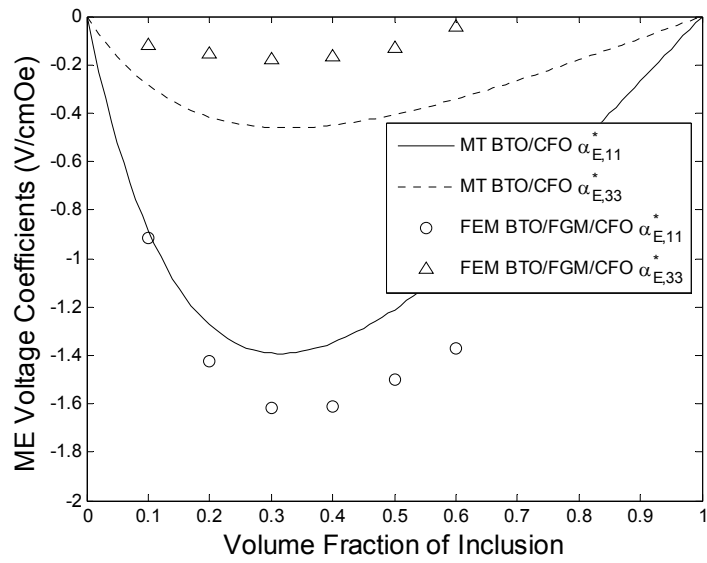


圖 4-16 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層為指數變化 FGM 之磁電電壓係數

4-5 結果與討論

由圖 4-17 所示，有限元素分析結果為 FGM 在指數變化下之磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*$ 比線性變化下來的高。 $\alpha_{E,33}^*$ 則是雙相複合材料 BTO/CFO 較高，FGM 在線性變化下次之，在指數變化下最差。

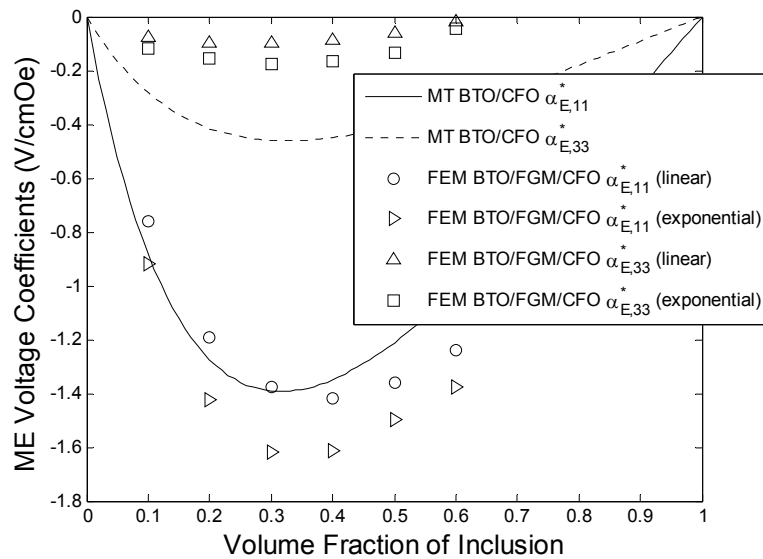


圖 4-17 半徑比 $\gamma = 0.6$ 殼層不同變化下之磁電電壓係數

本節使用三相複合材料的有限元素模型，將殼層配置 FGM 材料，以及雙相複合材料的有限元素模型，經由有限元素建模分析得到其兩著的數值結果，比較其電勢能、磁勢能以及電場分佈。

由圖 4-19 電勢能分佈以及圖 4-21 電場分佈所示，電勢能以及電場在功能性漸變材料上也會呈現漸變分佈。其中指數變化的 FGM 材料漸變分佈比線性變化的 FGM 明顯。

圖 4-20 為磁勢能分佈，發現雙相材料磁勢能極值是出現在內含物與母材之間的交界面(圖 4-20a)，線性 FGM 材料其磁勢能極值分別出現在內含物與 FGM 材料以及 FGM 材料與母材的交界面上(圖 4-20b)，指數 FGM 材料其磁勢能極值出現在內含物與 FGM 材料之間(圖 4-20c)。由漸變的物理量來觀察，指數 FGM 材料應較接近實際物理行為。

施加 x_1 方向電場 1V/m

在週期性邊界條件上設定 1V 的梯度變化，作用在邊長為 1m 的立方體上即為電場 1V/m。擷取的剖面資料為 x_1x_2 面： $x_3 = 0.5$, $-0.5 \leq x_1 \leq 0.5$, $-0.5 \leq x_2 \leq 0.5$ ，之剖面(如圖 4-18)

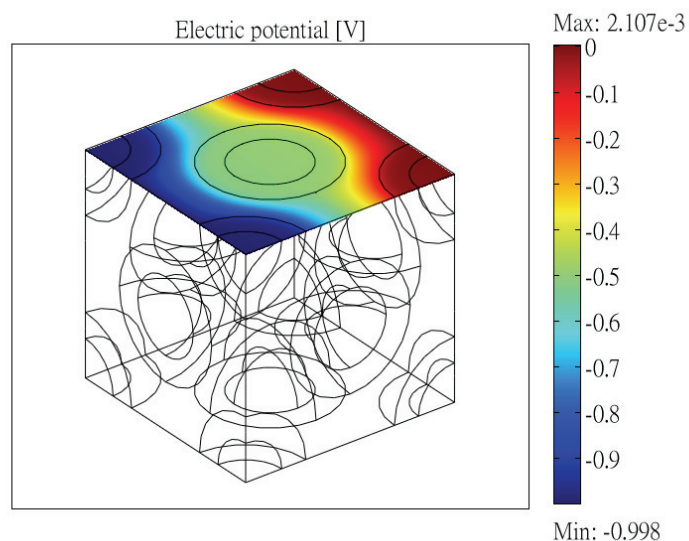
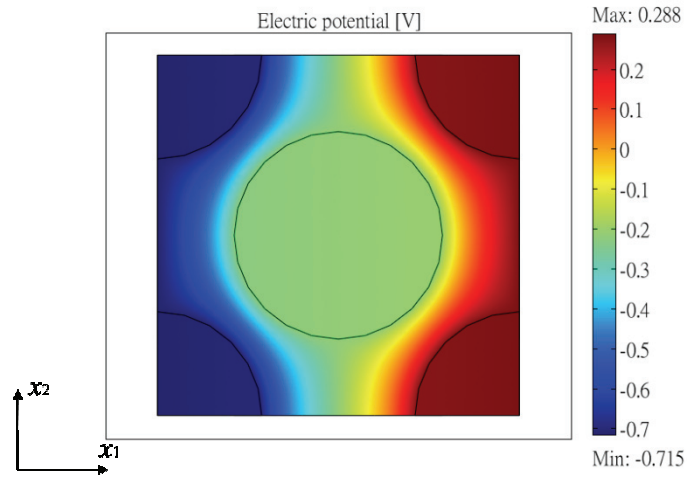
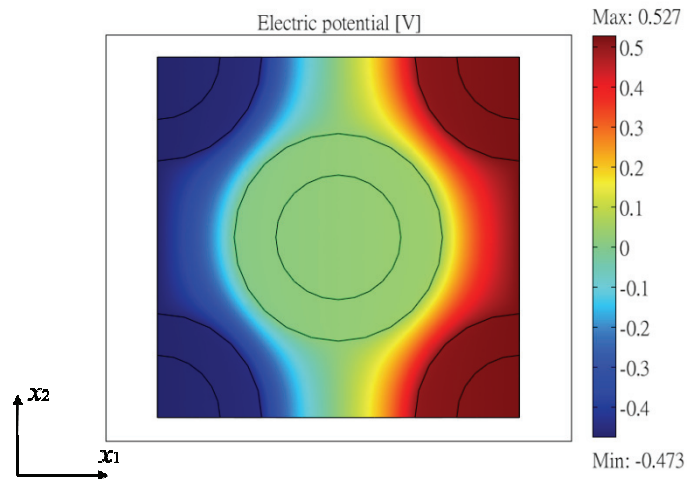


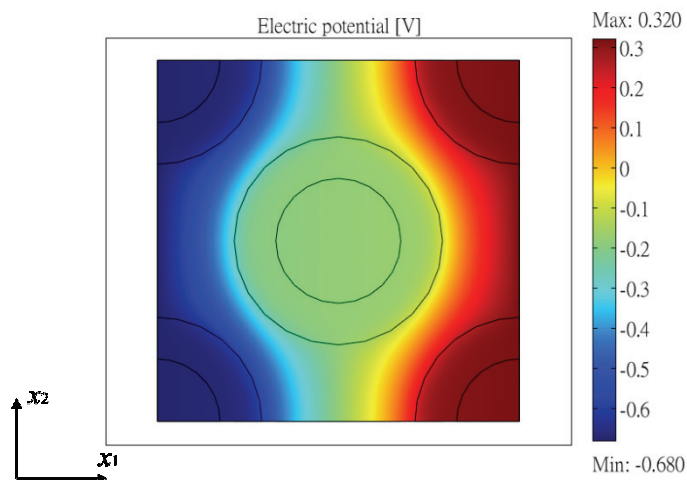
圖 4-18 施加 x_1 方向電場 1V/m 之 x_1x_2 剖面



(a) 雙相複合材料

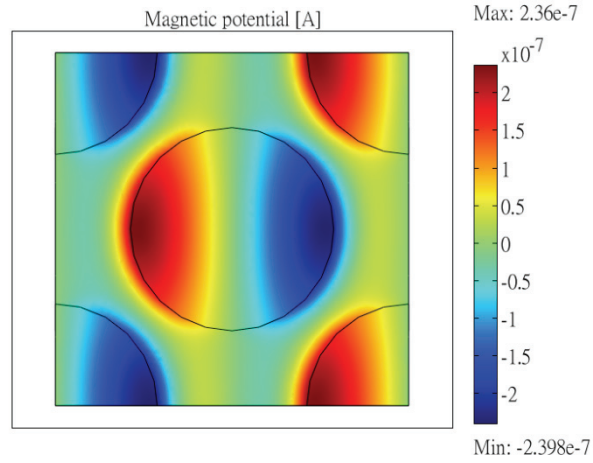


(b) 線性 FGM 之三相複合材料

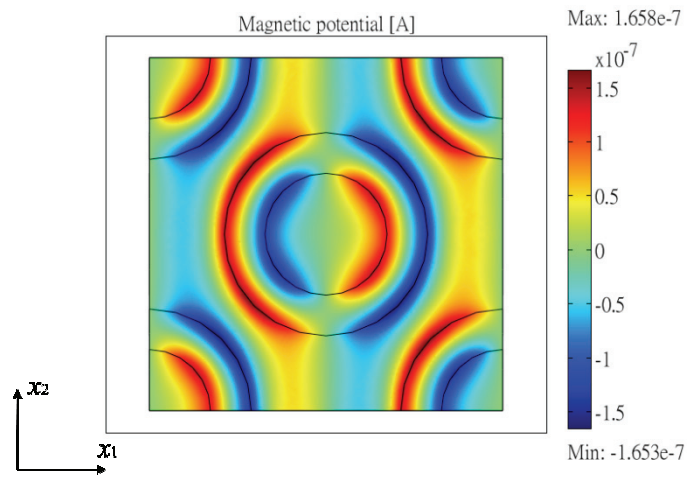


(c) 指數 FGM 之三相複合材料

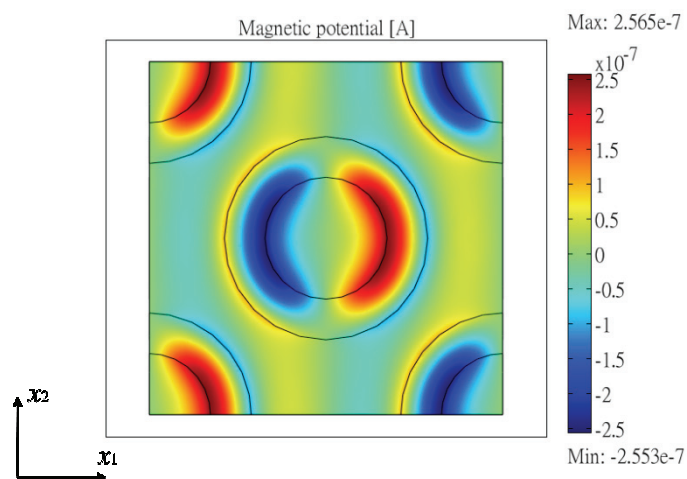
圖 4-19 施加 x_1 方向電場 $1V/m$ 電勢能分佈



(a) 雙相複合材料

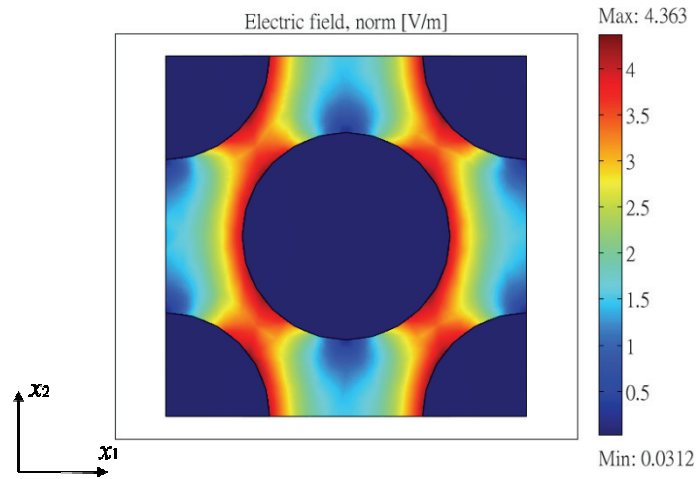


(b) 線性 FGM 之三相複合材料

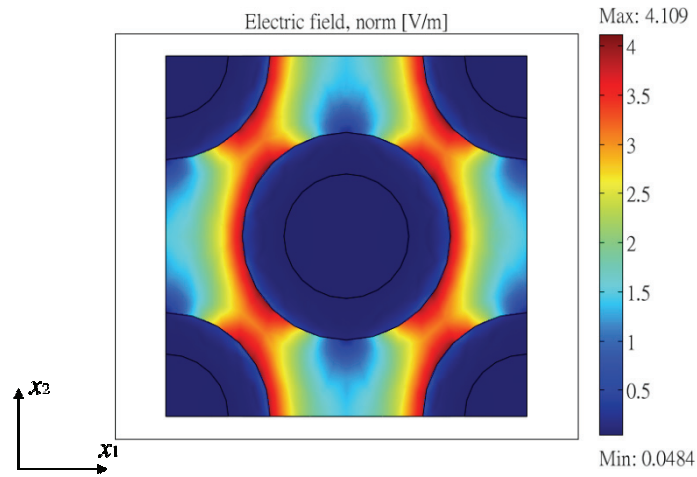


(c) 指數 FGM 之三相複合材料

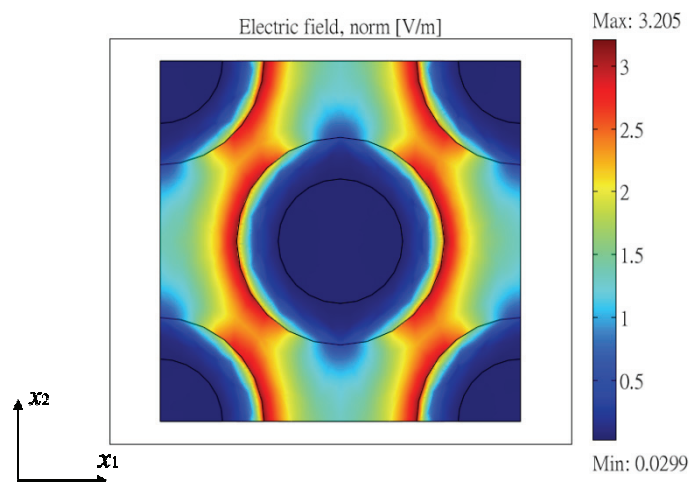
圖 4-20 施加 x_1 方向電場 $1V/m$ 磁勢能分佈



(a) 雙相複合材料



(b) 線性 FGM 之三相複合材料



(c) 指數 FGM 之三相複合材料

圖 4-21 施加 x_1 方向電場 1V/m 電場分佈

第五章 結論與未來展望

5-1 結論

本研究以微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式進行顆粒狀壓電壓磁複合材料等效性質的模擬，同時亦將微觀力學模型之模擬結果與有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 相互比較，以證明數值結果與理論之正確性。其相關的結論整理如下：

1. 驗證有限元素軟體 COMSOL 建模之正確性

壓電壓磁雙相複合材料等效性質之理論研究於 1998 年由 Li 與 Dunn[8]發表，本文使用相同之微觀力學模型 Mori-Tanaka 模式進行雙相顆粒狀壓電壓磁複合材料等效性質之模擬，以此數值成果為基準來驗證有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 之正確性。本文使用三種不同單位晶胞：簡單立方、體心立方、面心立方結構來模擬顆粒狀複合材料等效性質，成果表示面心立方(FCC)為最適合模擬等效性質之晶格結構。

2. 建立三相壓電壓磁複合材料之理論模型

本研究主要探討含有殼層內含物的三相顆粒狀壓電壓磁複合材料之磁電效應及等效性質，經過有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 建模求得數據相互比較，顯示雙層法才是適合用於含有殼層內含物的理論模型，亦發現在同樣體積百分比的配置下，含有殼層內含物的三相複合材料磁電效應，比兩種獨立顆粒內含物的三相複合材料磁電效應來的佳。

3. 現有壓電壓磁材料中尋找三相顆粒狀複合材料合適的配置

本研究以壓電材料 BaTiO_3 壓磁材料 CoFe_2O_4 為基礎，對彈性係數、壓電係數等數值乘上一倍數去放大或縮小材料係數，以尋找出合適的材料搭配。成果顯示選用彈性係數較低的材料做為母材以及選擇介電係數較低的壓電材料，對於磁電

效應有很大的提升。

4. 尋找彈性係數對於三相顆粒狀複合材料合適的配置

在一些案例下，三相複合材料的配置，磁電效應反而會低於雙相複合材料的配置。本研究發現，最適合之壓電係數、壓磁係數、介電係數、磁導率，會隨著彈性係數的大小的不同呈現變化，並不是所有的配置都需要較高的壓電壓磁係數，磁導率在一些案例下是需要越小越好，有時卻是越高越好，其之間與彈性係數有相互關係。

5. 交界處配置功能性漸變材料的壓電壓磁複合材料

本文將三相複合材料殼層配置功能性漸變材料，其材料性質為介於內含物與母材之間，使用有限元素軟體 COMSOL 預測之磁電效應與雙相複合材料相差不大，但使用功能性漸變材料能使複合材料應力集中的位置，避開在兩相不同材料的交界處，對於防止材料的破壞有幫助。

5-2 未來展望

1. 力電磁熱耦合分析

材料會因溫度變化而產生體積膨脹，壓電材料會因為溫度變化產生自發性極化稱焦電效應，目前研究只做到力電磁三種物理場的耦合，再加入溫度場來模擬能使物理場之間的耦合更加精確。

2. 發展出功能性漸變材料理論近似模型

本文在功能性漸變材料上的近似只有利用有限元素分析，如能建立三維功能性漸變材料的理論模型，在功能性漸變材料對於磁電效應的研究上，能做更多方面的模擬。

3. 使用四方形網格以及薄殼網格進行有限元素分析

COMSOL 軟體在網格繪製功能上較不足，方形網格只能在立方體的結構上才能繪製，所以本研究均使用三角網格來分析，其在殼層厚度漸薄時，對於有限元素分析的誤差越大，在殼層越薄時有限元素分析出的等效性質矩陣之對稱性較差。如果另外使用網格繪製的軟體先行繪製好薄殼網格，應能解決此誤差問題。

參考文獻

- [1] W. Eerenstein, N. D. Mathur, and J. F. Scott, "Multiferroic and magnetoelectric materials," *Nature*, vol. 442, pp. 759-765, 2006.
- [2] S. Priya, R. Islam, S. Dong, and D. Viehland, "Recent advancements in magnetoelectric particulate and laminate composites," *Journal of Electroceramics*, vol. 19, pp. 149-166, 2007.
- [3] C.-W. Nan, M. I. Bichurin, S. Dong, D. Viehland, and G. Srinivasan, "Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspective, status, and future directions," *Journal of Applied Physics*, vol. 103, pp. 031101-35, 2008.
- [4] G. Srinivasan, "Magnetoelectric Composites," *Annual Review of Materials Research*, vol. 40, pp. 153-178, 2010.
- [5] 齊孝定, "多鐵性 (multiferroic)材料的發展及潛在應用," *物理雙月刊*, pp. 461-467, 2009.
- [6] 楊展其, 梁振偉, and 朱英豪, "多鐵材料物理鈹鐵氧之磁電耦合與應用," *物理雙月刊*, pp. 468-475, 2009.
- [7] Z. Shi, C. Wang, X. Liu, and C. Nan, "A four-state memory cell based on magnetoelectric composite," *Chinese Science Bulletin*, vol. 53, pp. 2135-2138, 2008.
- [8] J. Y. Li and M. L. Dunn, "Micromechanics of magnetoelectroelastic composite materials; average fields and effective behavior," *Journal Intelligent Material System and Structures*, vol. 9, pp. 404-416, 1998.
- [9] J. Y. Li, "Magneto-electroelastic multi-inclusion and inhomogeneity problems and their applications in composite materials," *International Journal of Engineering Science*, vol. 38, pp. 1993-2011, 2000.
- [10] C. Friebel, I. Doghri, and V. Legat, "General mean-field homogenization schemes for viscoelastic composites containing multiple phases of coated inclusions," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, pp. 2513-2541, 2006.
- [11] N. A. Spaldin and M. Fiebig, "The Renaissance of Magnetoelectric Multiferroics.," *Science*, vol. 309, pp. 391-392, 2005.
- [12] E. M. Lifshitz, L. D. Landau, and L. P. Pitaevskii, *Electrodynamics of Continuous Media*: Butterworth-Heinemann, 1984.
- [13] D. N. Astrov, "The magnetoelectric effect in antiferromagnetics," *Soviet Physics - JETP*, vol. 11, pp. 708-709, 1960.
- [14] G. T. Rado and V. J. Folen, "Observation of the Magnetically Induced Magnetoelectric Effect and Evidence for Antiferromagnetic Domains," *Physical Review Letters*, vol. 7, pp. 310-311, 1961.
- [15] V. J. Folen, G. T. Rado, and E. W. Stalder, "Anisotropy of the Magnetoelectric Effect in

- Cr₂O₃," *Physical Review Letters*, vol. 6, pp. 607-608, 1961.
- [16] G. T. Rado, J. M. Ferrari, and W. G. Maisch, "Magnetoelectric susceptibility and magnetic symmetry of magnetoelectrically annealed TbPO₄," *Physical Review B*, vol. 29, pp. 4041-4048, 1984.
- [17] E. Ascher, H. Rieder, H. Schmid, and H. Stossel, "Some Properties of Ferromagnetoelectric Nickel-Iodine Boracite, Ni₃B₇O₁₃I," *Journal of Applied Physics*, vol. 37, pp. 1404-1405, 1966.
- [18] J.-P. Rivera, "The linear magnetoelectric effect in LiCoPO₄ Revisited," *Ferroelectrics*, vol. 161, pp. 147-164, 1993.
- [19] H. Schmid, "Introduction to the proceedings of the 2nd international conference on magnetoelectric interaction phenomena in crystals, MEIPIC-2," *Ferroelectrics*, vol. 161, pp. 1-28, 1994.
- [20] M. F. Ashby, H. Shercliff, and D. Cebon, *Materials: Engineering, Science, Processing and Design*, 2007.
- [21] I. Pane, N. A. Fleck, J. E. Huber, and D. P. Chu, "Effect of geometry upon the performance of a thin film ferroelectric capacitor," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 45, pp. 2024-2041, 2008.
- [22] H. Ryu, P. Murugavel, J. H. Lee, S. C. Chae, T. W. Noh, Y. S. Oh, H. J. Kim, K. H. Kim, J. H. Jang, M. Kim, C. Bae, and J. G. Park, "Magnetoelectric effects of nanoparticulate Pb(Zr_{0.52}Ti_{0.48})O₃--NiFe₂O₄ composite films," *Applied Physics Letters*, vol. 89, pp. 102907-3, 2006.
- [23] H.-C. He, J.-P. Zhou, J. Wang, and C.-W. Nan, "Multiferroic Pb(Zr_{0.52}Ti_{0.48})O₃--Co_{0.9}Zn_{0.1}Fe₂O₄ bilayer thin films via a solution processing," *Applied Physics Letters*, vol. 89, pp. 052904-3, 2006.
- [24] H. Zheng, J. Wang, S. E. Lofland, Z. Ma, L. Mohaddes-Ardabili, T. Zhao, L. Salamanca-Riba, S. R. Shinde, S. B. Ogale, F. Bai, D. Viehland, Y. Jia, D. G. Schlom, M. Wuttig, A. Roytburd, and R. Ramesh, "Multiferroic BaTiO₃-CoFe₂O₄ Nanostructures," *Science*, vol. 303, pp. 661-663, 2004.
- [25] J. v. Suchtelen, "A new application of composite materials," *Philips Res. Repts*, pp. 28-37, 1972.
- [26] G. Harshe, J. P. Dougherty, and R. E. Newnham, "Theoretical modelling of 3-0/0-3 magnetoelectric composites," *International Journal of Applied Electromagnetics in Materials*, vol. 4, pp. 161-171, 1993.
- [27] C.-W. Nan, "Magnetoelectric effect in composites of piezoelectric and piezomagnetic phases," *Physical Review B*, vol. 50, pp. 6082-6088, 1994.
- [28] G. Harshe, J. P. Dougherty, and R. E. Newnham, "Theoretical modelling of multilayer magnetoelectric composites," *International Journal of Applied Electromagnetics in Materials*, vol. 4, pp. 145-159, 1993.

- [29] M. Avellaneda and G. Harshe, "Magnetolectric Effect in Piezoelectric/Magnetostrictive Multilayer (2-2) Composite," *Journal Intelligent Material System and Structures*, vol. 5, pp. 501-513, 1994.
- [30] Y. Benveniste, "Magnetolectric effect in fibrous composites with piezoelectric and piezomagnetic phases," *Physical Review B*, vol. 51, pp. 16424-16427, 1995.
- [31] C. W. Nan, M. Li, X. Feng, and S. Yu, "Possible giant magnetolectric effect of ferromagnetic rare-earth--iron-alloys-filled ferroelectric polymers," *Applied Physics Letters*, vol. 78, pp. 2527-2529, 2001.
- [32] M. I. Bichurin, I. A. Kornev, V. M. Petrov, A. S. Tatarenko, Y. V. Kiliba, and G. Srinivasan, "Theory of magnetolectric effects at microwave frequencies in a piezoelectric/magnetostrictive multilayer composite," *Physical Review B*, vol. 64, pp. 094409-6, 2001.
- [33] G. Srinivasan, E. T. Rasmussen, J. Gallegos, R. Srinivasan, Y. I. Bokhan, and V. M. Laletin, "Magnetolectric bilayer and multilayer structures of magnetostrictive and piezoelectric oxides," *Physical Review B*, vol. 64, pp. 214408-6, 2001.
- [34] Y. X. Liu, J. G. Wan, J. M. Liu, and C. W. Nan, "Numerical modeling of magnetolectric effect in a composite structure," *Journal of Applied Physics*, vol. 94, pp. 5111-5117, 2003.
- [35] J. G. Wan, J. M. Liu, H. L. W. Chand, C. L. Choy, G. H. Wang, and C. W. Nan, "Giant magnetolectric effect of a hybrid of magnetostrictive and piezoelectric composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 93, pp. 9916-9919, 2003.
- [36] M. I. Bichurin, V. M. Petrov, and G. Srinivasan, "Theory of low-frequency magnetolectric coupling in magnetostrictive-piezoelectric bilayers," *Physical Review B*, vol. 68, pp. 054402-13, 2003.
- [37] G. Srinivasan, E. T. Rasmussen, B. J. Levin, and R. Hayes, "Magnetolectric effects in bilayers and multilayers of magnetostrictive and piezoelectric perovskite oxides," *Physical Review B*, vol. 65, pp. 134402-7, 2002.
- [38] C. W. Nan, M. Li, and J. H. Huang, "Calculations of giant magnetolectric effects in ferroic composites of rare-earth-iron alloys and ferroelectric polymers," *Physical Review B*, vol. 63, pp. 144415-9, 2001.
- [39] Z. Shi, C. W. Nan, J. M. Liu, D. A. Filippov, and M. I. Bichurin, "Influence of mechanical boundary conditions and microstructural features on magnetolectric behavior in a three-phase multiferroic particulate composite," *Physical Review B*, vol. 70, pp. 134417-6, 2004.
- [40] J. Ryu, S. Priya, A. Vazquez, and K. Uchino, "Effect of the Magnetostrictive Layer on Magnetolectric Properties in Lead Zirconate Titanate/Terfenol-D Laminate Composites," *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 84, pp. 2905-2908, 2001.
- [41] C. W. Nan, L. Liu, N. Cai, J. Zhai, Y. Ye, Y. H. Lin, L. J. Dong, and C. X. Xiong, "A

- three-phase magnetoelectric composite of piezoelectric ceramics, rare-earth iron alloys, and polymer," *Applied Physics Letters*, vol. 81, pp. 3831-3833, 2002.
- [42] Z. Shi, J. Ma, Y. Lin, and C.-W. Nan, "Magnetoelectric resonance behavior of simple bilayered $\text{Pb}(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$ -- $(\text{Tb},\text{Dy})\text{Fe}_2$ /epoxy composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 101, pp. 043902-4, 2007.
- [43] S. Dong, J. Zhai, J. Li, and D. Viehland, "Enhanced magnetoelectric effect in three-phase $\text{MnZnFe}_2\text{O}_4/\text{Tb}_{1-x}\text{Dy}_x\text{Fe}_{2-y}/\text{Pb}(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$ composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 100, pp. 124108-4, 2006.
- [44] J. Lee, J. G. Boyd Iv, and D. C. Lagoudas, "Effective properties of three-phase electro-magneto-elastic composites," *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, pp. 790-825, 2005.
- [45] A. Gupta and R. Chatterjee, "Magnetic, dielectric, magnetoelectric, and microstructural studies demonstrating improved magnetoelectric sensitivity in three-phase BaTiO_3 -- CoFe_2O_4 --poly(vinylidene-fluoride) composite," *Journal of Applied Physics*, vol. 106, pp. 024110-5, 2009.
- [46] J. L. MacManus-Driscoll, P. Zerrer, H. Wang, H. Yang, J. Yoon, A. Fouchet, R. Yu, M. G. Blamire, and Q. Jia, "Strain control and spontaneous phase ordering in vertical nanocomposite heteroepitaxial thin films," *Nat Mater*, vol. 7, pp. 314-320, 2008.
- [47] M. Fiebig, T. Lottermoser, D. Frohlich, A. V. Goltsev, and R. V. Pisarev, "Observation of coupled magnetic and electric domains," *Nature*, vol. 419, pp. 818-820, 2002.
- [48] J. Wang, J. B. Neaton, H. Zheng, V. Nagarajan, S. B. Ogale, B. Liu, D. Viehland, V. Vaithyanathan, D. G. Schlom, U. V. Waghmare, N. A. Spaldin, K. M. Rabe, M. Wuttig, and R. Ramesh, "Epitaxial BiFeO_3 Multiferroic Thin Film Heterostructures," *Science*, vol. 299, pp. 1719-1722, March 14, 2003 2003.
- [49] Y. Benveniste, G. J. Dvorak, and T. Chen, "Stress fields in composites with coated inclusions," *Mechanics of Materials*, vol. 7, pp. 305-317, 1989.
- [50] A. Dasgupta and S. M. Bhandarkar, "A generalized self-consistent Mori-Tanaka scheme for fiber-composites with multiple interphases," *Mechanics of Materials*, vol. 14, pp. 67-82, 1992.
- [51] H.-Y. Kuo, "Multicoated elliptic fibrous composites of piezoelectric and piezomagnetic phases," *International Journal of Engineering Science*, vol. 49, pp. 561-575, 2011.
- [52] H.-Y. Kuo and E. Pan, "Effective magnetoelectric effect in multicoated circular fibrous multiferroic composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 109, pp. 104901-6, 2011.
- [53] F. Dinzart and H. Sabar, "Magneto-electro-elastic coated inclusion problem and its application to magnetic-piezoelectric composite materials," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 48, pp. 2393-2401, 2011.
- [54] "IEEE Standard on Piezoelectricity," *ANSI/IEEE Std 176-1987*, 1987.
- [55] "IEEE Standard on Magnetostrictive Materials: Piezomagnetic Nomenclature," *IEEE*

Std 319-1990, 1990.

- [56] J. H. Huang and W.-S. Kuo, "The analysis of piezoelectric/piezomagnetic composite materials containing ellipsoidal inclusions," *Journal of Applied Physics*, vol. 81, pp. 1378-1386, 1997.
- [57] <http://www.efunda.com>, "Piezo Material Data," (<http://www.efunda.com>).
- [58] E. Pan, "Exact Solution for Simply Supported and Multilayered Magneto-Electro-Elastic Plates," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 68, pp. 608-618, 2001.
- [59] G. Engdahl, *Handbook of Giant Magnetostrictive Materials Handbook of Giant Magnetostrictive Materials*, 2000.
- [60] T. Mori and K. Tanaka, "Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions," *Acta Metallurgica*, vol. 21, pp. 571-574, 1973.
- [61] R. Hill, "Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials--III. self-consistent model," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 13, pp. 189-198, 1965.
- [62] S. Nemat-Nasser and M. Hori, *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, 2nd ed.: Elsevier Science, 1999.
- [63] J. Qu and M. Cherkaoui, *Fundamentals of Micromechanics of Solids*: Wiley, 2006.
- [64] J. D. Eshelby, "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 241, pp. 376-396, 1957.
- [65] W. Biao, "Three-dimensional analysis of an ellipsoidal inclusion in a piezoelectric material," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 29, pp. 293-308, 1992.
- [66] Y. Mikata, "Determination of piezoelectric Eshelby tensor in transversely isotropic piezoelectric solids," *International Journal of Engineering Science*, vol. 38, pp. 605-641, 2000.
- [67] Y. Benveniste, "The determination of the elastic and electric fields in a piezoelectric inhomogeneity," *Journal of Applied Physics*, vol. 72, pp. 1086-1095, 1992.
- [68] M. L. Dunn and M. Taya, "An Analysis of Piezoelectric Composite Materials Containing Ellipsoidal Inhomogeneities," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, vol. 443, pp. 265-287, November 8, 1993 1993.
- [69] M. L. Dunn and H. A. Wienecke, "Green's functions for transversely isotropic piezoelectric solids," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 33, pp. 4571-4581, 1996.
- [70] J. Y. Li and M. L. Dunn, "Anisotropic coupled-field inclusion and inhomogeneity problems," *Philosophical Magazine A*, vol. 77, pp. pp.1341-1350, 1998.
- [71] J. H. Huang, Y.-H. Chiu, and H.-K. Liu, "Magneto-electro-elastic Eshelby tensors for a

- piezoelectric-piezomagnetic composite reinforced by ellipsoidal inclusions," *Journal of Applied Physics*, vol. 83, pp. 5364-5370, 1998.
- [72] Z. Hashin, "Thin interphase/imperfect interface in elasticity with application to coated fiber composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 50, pp. 2509-2537, 2002.
- [73] W. Beckert, W. Kreher, W. Braue, and M. Ante, "Effective properties of composites utilising fibres with a piezoelectric coating," *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 21, pp. 1455-1458, 2001.
- [74] F. T. Fisher and L. C. Brinson, "Viscoelastic interphases in polymer-matrix composites: theoretical models and finite-element analysis," *Composites Science and Technology*, vol. 61, pp. 731-748, 2001.
- [75] C. P. Jiang and Y. K. Cheung, "An exact solution for the three-phase piezoelectric cylinder model under antiplane shear and its applications to piezoelectric composites," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, pp. 4777-4796, 2001.
- [76] J. N. Reddy and Z. Q. Cheng, "Three-Dimensional Solutions of Smart Functionally Graded Plates," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 68, pp. 234-241, 2001.
- [77] Z. Zhong and E. T. Shang, "Three-dimensional exact analysis of a simply supported functionally gradient piezoelectric plate," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, pp. 5335-5352, 2003.
- [78] M. C. Ray and H. M. Sachade, "Finite element analysis of smart functionally graded plates," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, pp. 5468-5484, 2006.
- [79] E. Pan and F. Han, "Exact solution for functionally graded and layered magneto-electro-elastic plates," *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, pp. 321-339, 2005.
- [80] V. M. Petrov and G. Srinivasan, "Enhancement of magnetoelectric coupling in functionally graded ferroelectric and ferromagnetic bilayers," *Physical Review B*, vol. 78, pp. 184421-8, 2008.
- [81] X. Wang, E. Pan, J. D. Albrecht, and W. J. Feng, "Effective properties of multilayered functionally graded multiferroic composites," *Composite Structures*, vol. 87, pp. 206-214, 2009.

附錄 A 材料係數與磁電耦合係數之關係

A-1 壓電/壓磁/壓磁複合材料

體積比 $f=0.5$ ，半徑比 $\gamma=0.8$

等高線繪圖 X 軸表示殼層不同的材料性質、Y 軸表示核不同的材料性質、等高線表示相對之磁電電壓係數 $\alpha_{E,11}^*/\alpha_{E,11}^0$ 以及不同張圖表示不同的母材材料性質。

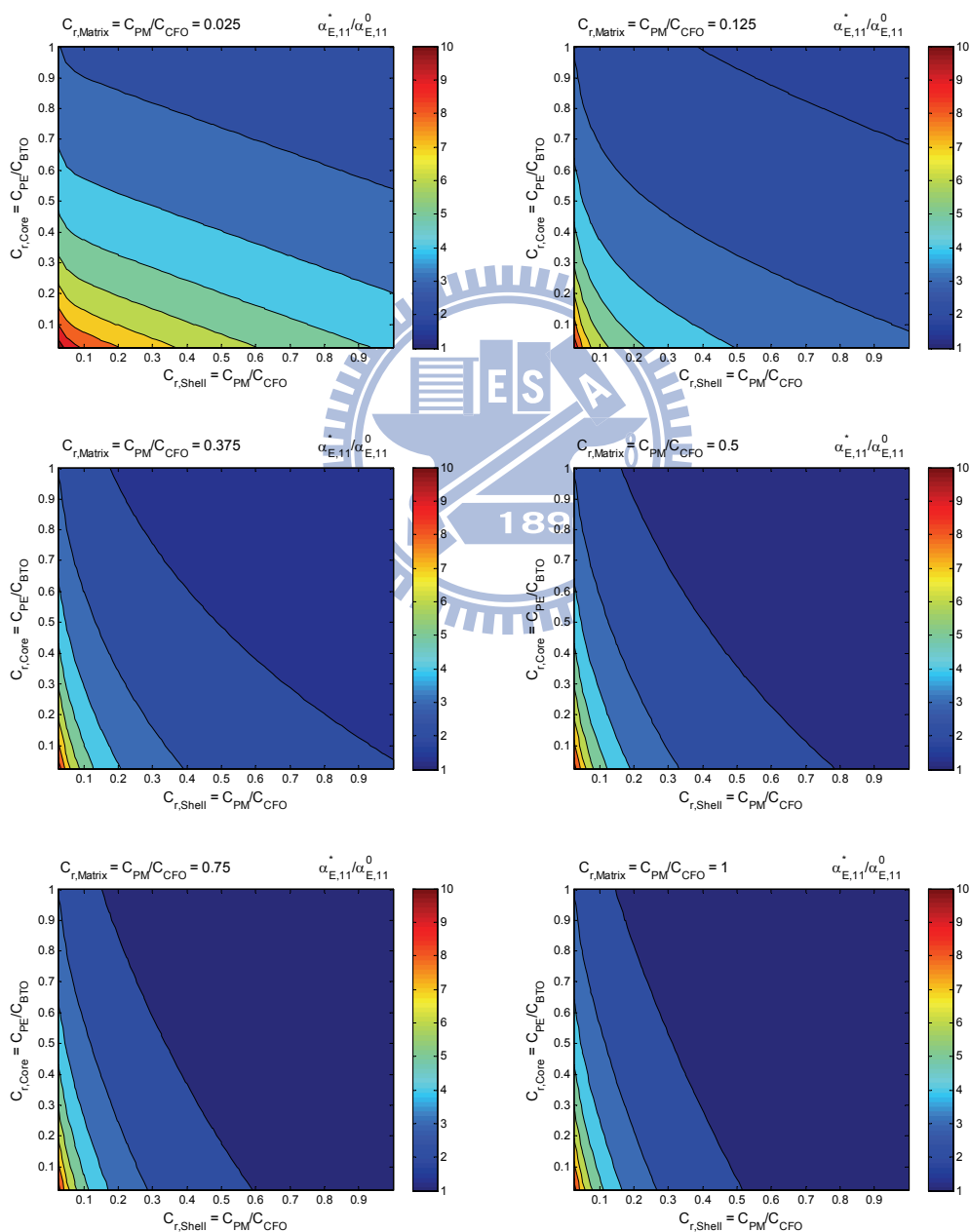


圖 A-1-1 不同彈性係數磁電耦合效應之影響

圖 A-1-1 顯示複合材料之彈性係數均是越低越好，且當核與殼層彈性係數固定，母材彈性係數越低，磁電耦合效應增加越多。其中核與殼層彈性係數到圖形顯示的 0.025 倍時，磁電耦合效應都有很大的增進，反而母材的彈性係數對磁電耦合效應影響不大，但在核與殼層彈性係數不夠低的時候，母材彈性係數的降低，對磁電耦合效應的影響就明顯許多。

圖 A-1-2 顯示壓電材料之壓電係數並不是越高越好，而是約等於 BTO 壓電係數之 3 至 4 倍之間，壓磁係數則是越高越好，但由圖形顯示母材之壓磁係數提高較重要，殼層之壓磁係數對於提高磁電耦合效應效果較不顯著。

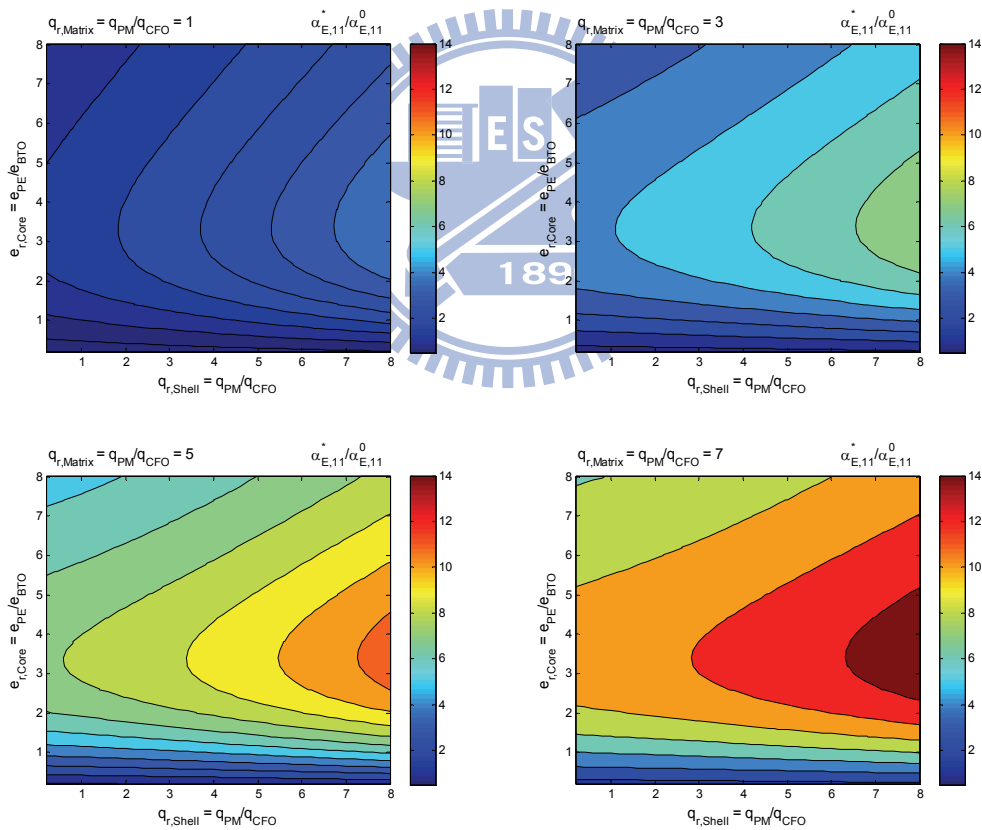


圖 A-1-2 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對磁電耦合效應之影響

圖 A-1-3 顯示壓電材料之介電係數越低越好，殼層磁導率越大越好，母材則是磁導率越低越好。

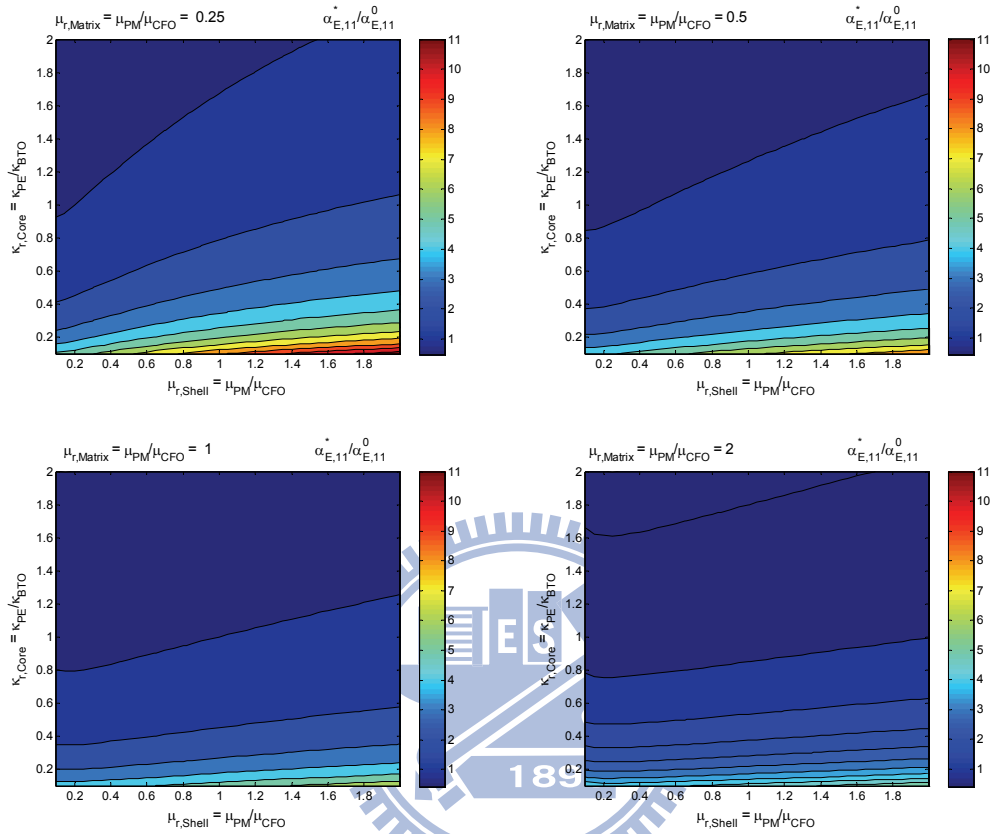


圖 A-1-3 不同介電係數 κ 與磁導率 μ 對磁電耦合效應之影響

經由壓電/壓磁/壓磁的三相繪圖後，可以選擇壓電材料為介電係數 κ 較低的 LiNbO_3 、殼層則是維持壓電係數 q 與磁導率 μ 都較高的 CoFe_2O_4 、母材選擇彈性係數 C 以及磁導率都較低的 Terfenol-D 來做為搭配。

A-2 壓磁/壓電/壓磁

體積比 $f=0.5$ ，半徑比 $\gamma=0.8$

圖 A-2-1 表示母材的彈性係數，磁電耦合效應有重要的影響，當母材的彈性係數低時，磁電耦合效應最高可達原先 14 倍，但反過來當母材的彈性係數越來越高時，即使在核與殼層的彈性係數越低時，磁電耦合效應急遽減小至原先 4 倍。

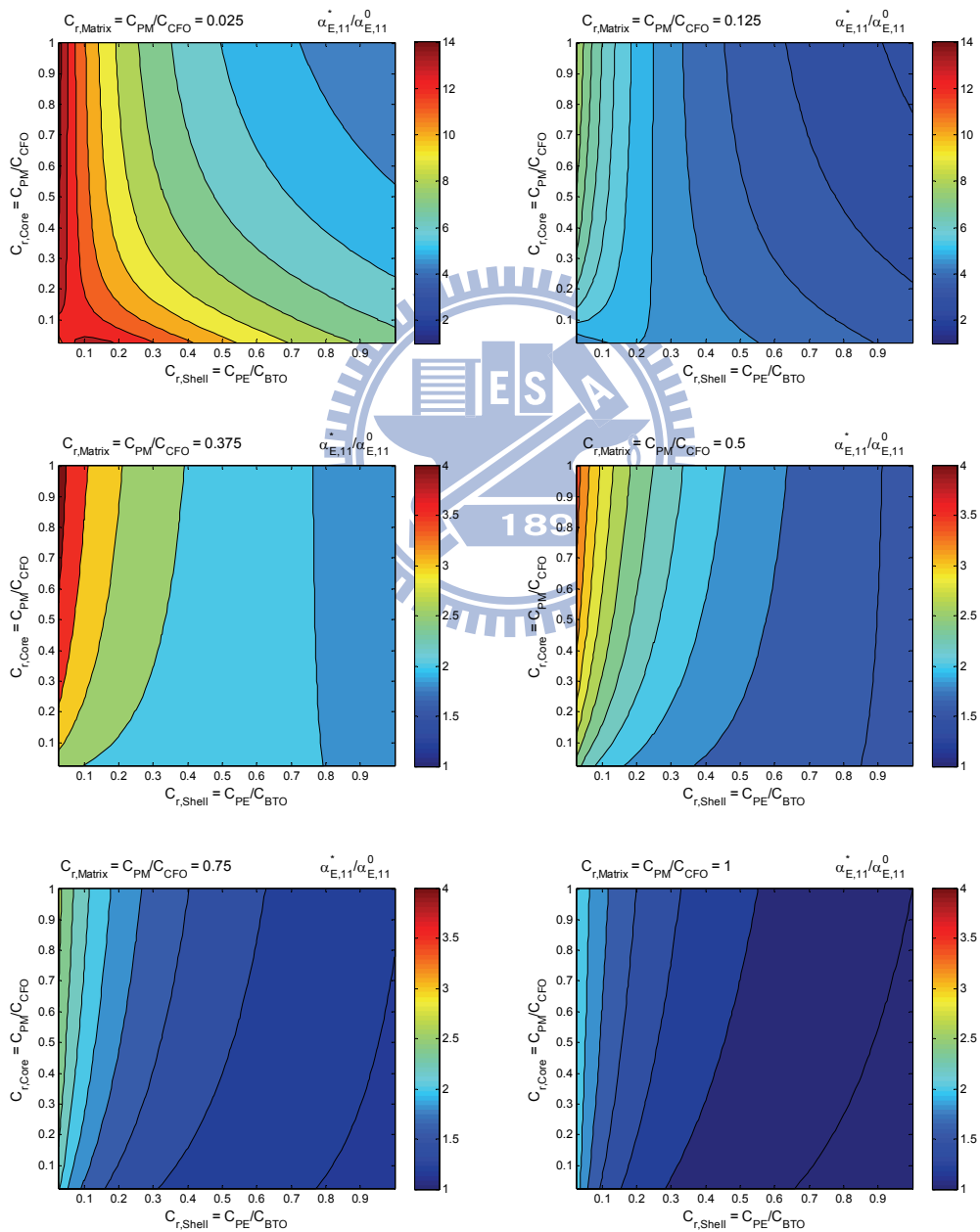


圖 A-2-1 不同彈性係數對磁電耦合效應之影響

圖 A-2-2 與圖 A-1-2 很相似，就像圖形旋轉了 90 度之後，其位於殼層的壓電材料之 $e_{r,BTO}$ 約 3 至 4 倍之間，磁電耦合效應最佳，與圖 A-1-2 結果相近。

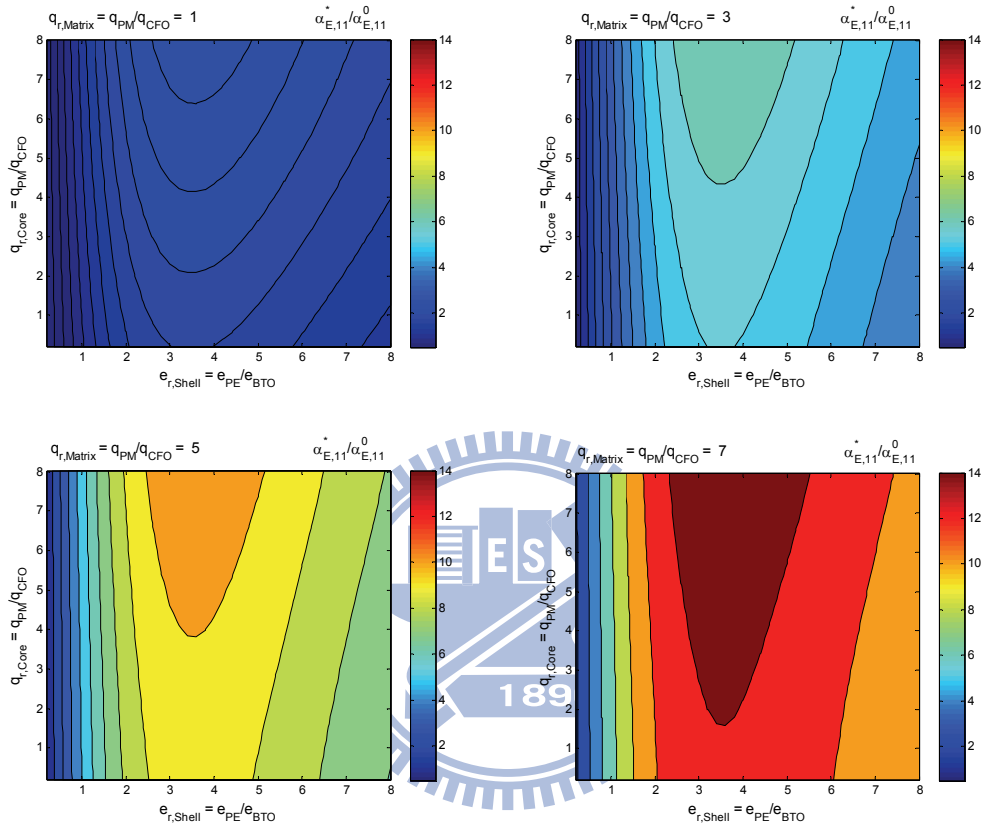


圖 A-2-2 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對磁電耦合效應之影響

圖 A-2-3 顯示壓磁-壓電-壓磁材料之磁電耦合效應由壓電材料之介電係數 κ 的影響最為明顯，核與母材之磁導率對磁電耦合效應貢獻較小。

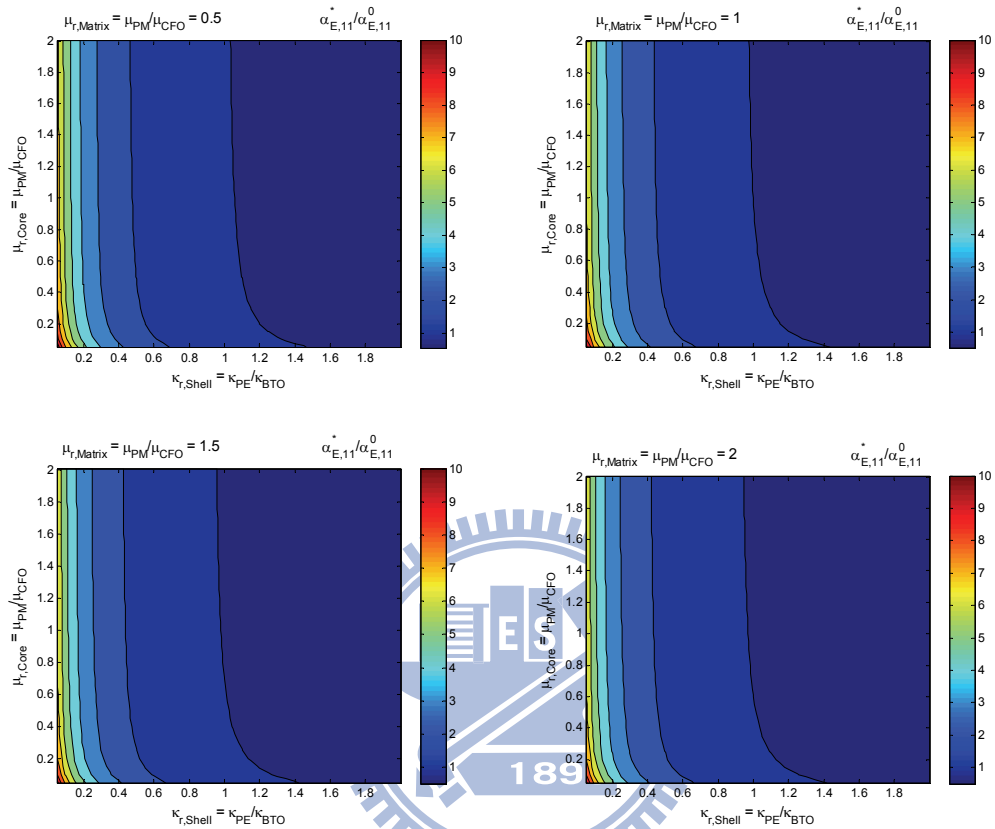


圖 A-2-3 不同介電係數 κ 與磁導率 μ 對磁電耦合效應之影響

經由壓磁/壓電/壓磁的等高線繪圖後，可以選擇殼層壓電材料為介電係數 κ 較低的 LiNbO_3 、核需要選擇彈性係數較高的 CoFe_2O_4 、母材選擇彈性係數 C 以及磁導率都較低的 Terfenol-D 來做為搭配。

A-3 壓磁/壓磁/壓電複合材料

體積比 $f=0.5$ ，半徑比 $\gamma=0.8$

圖 A-3-1 顯示母材之彈性係數越低越好，並且與磁電耦合效應有重要的影響、核之彈性係數則較無相關、殼層之彈性係數也是越低越好。

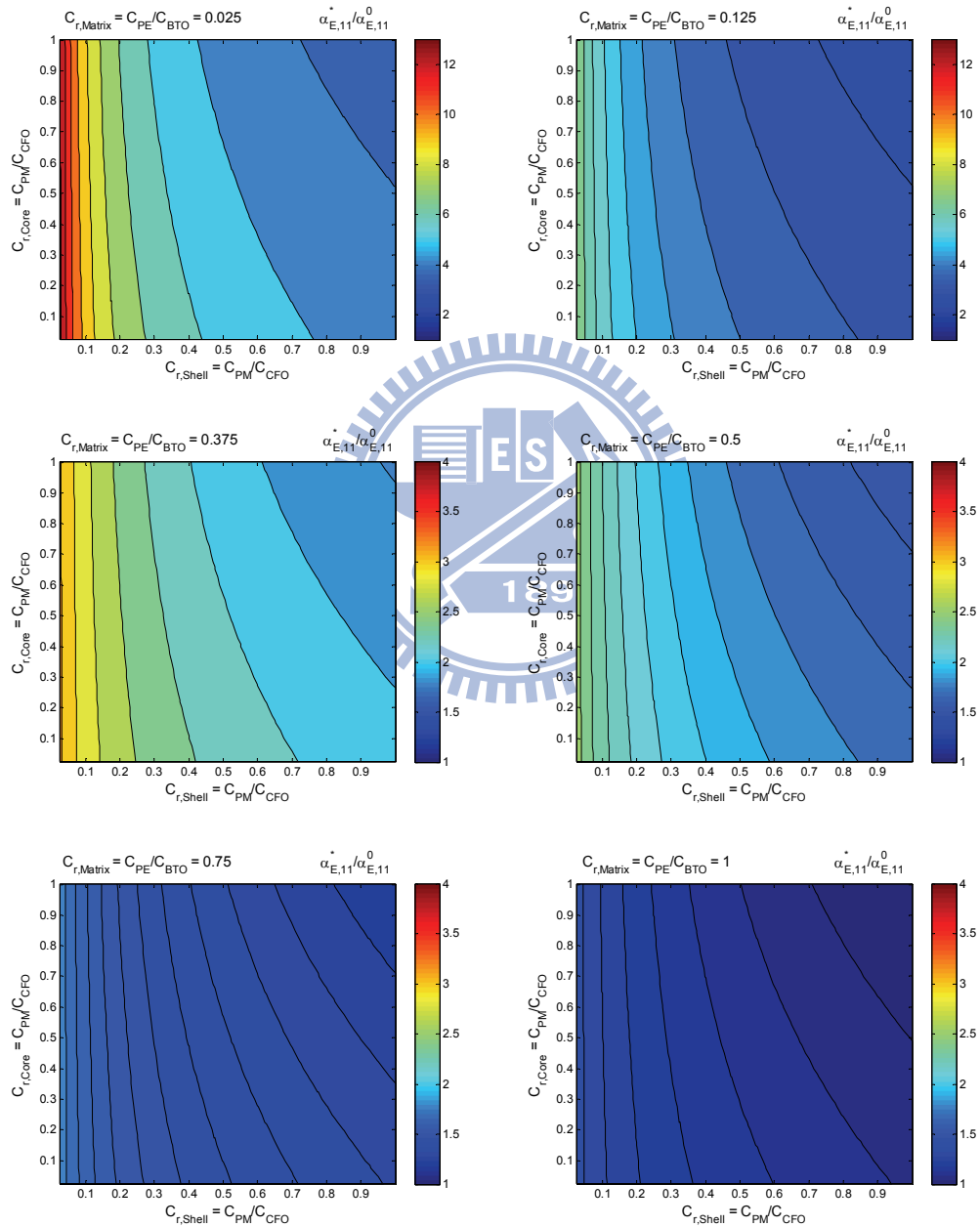


圖 A-3-1 不同彈性係數對磁電耦合效應之影響

由圖 A-3-2 可以發現在位於母材之壓電係數 e ，其磁電耦合效應的最佳值出現在相對壓電係數 $e_{r,Matrix} = e_{PE}/e_{BTO}$ 約 5 倍左右，與(壓電/壓磁/壓磁)與(壓磁/壓電/壓磁)案例有相同的特性。

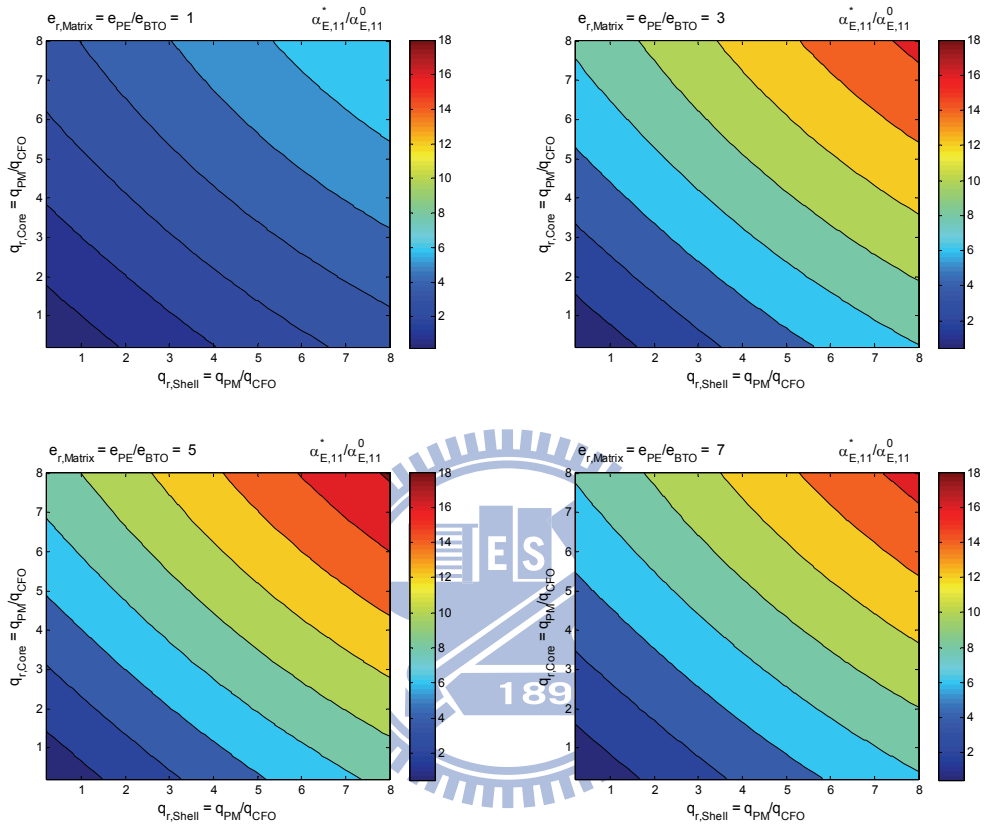


圖 A-3-2 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對磁電耦合效應之影響

圖 A-3-3 顯示壓電材料的部分還是在介電係數 κ 越小的情況下，磁電耦合效應會增加，同時位於殼層的磁導率 μ 減小對於磁電耦合效應的貢獻很大，可以增加磁電耦合效應為原先材料配置的 18 倍，相較於位於核的磁導率 μ 則對磁電耦合效應的影響較小。

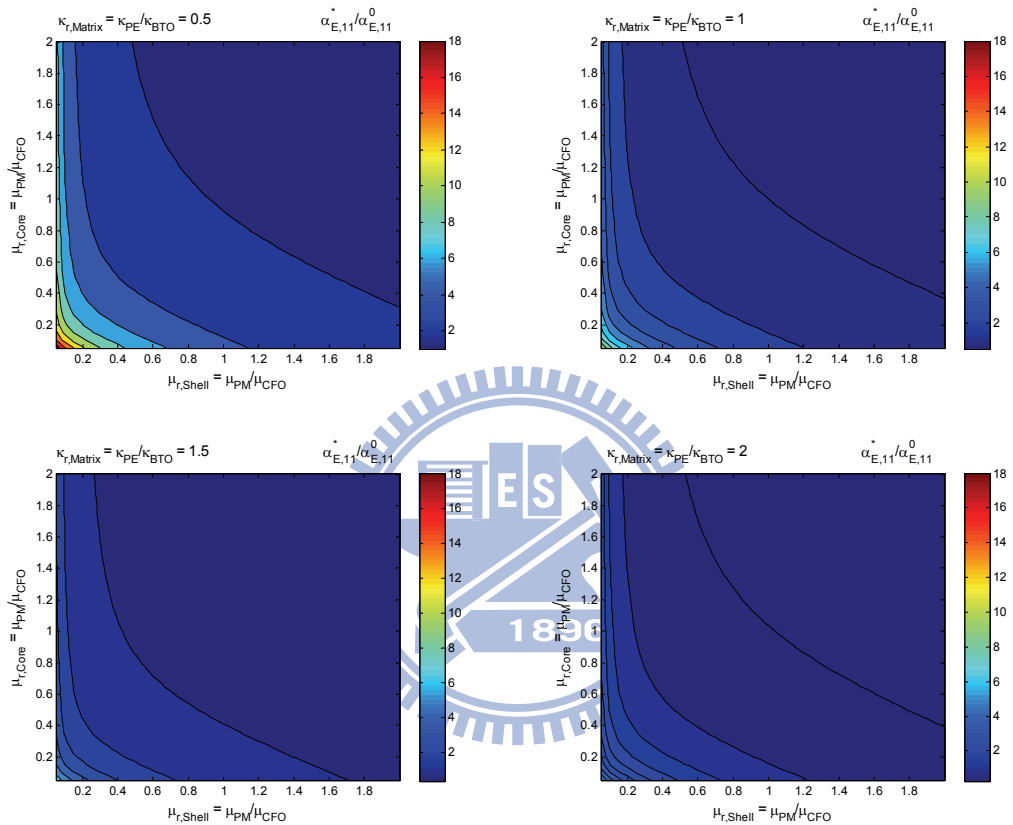


圖 A-3-3 不同介電係數 κ 與磁導率 μ 對磁電耦合效應之影響

經由壓磁/壓磁/壓電的等高線繪圖後，可以選擇殼層壓磁材料為磁導率 μ 較低的 Terfenol-D、核選擇 CoFe_2O_4 、母材選擇彈性係數 C 以及介電係數 κ 都較低的 P(VDF-TrFE) 來做為搭配。

A-4 壓磁/壓電/壓電複合材料

體積比 $f=0.5$ ，半徑比 $\gamma=0.8$

圖 A-4-1 顯示在母材之彈性係數較低，核之彈性係數越低時，以及在母材彈性係數較高，殼層之彈性係數越低時可得到較佳的磁電耦合效應。

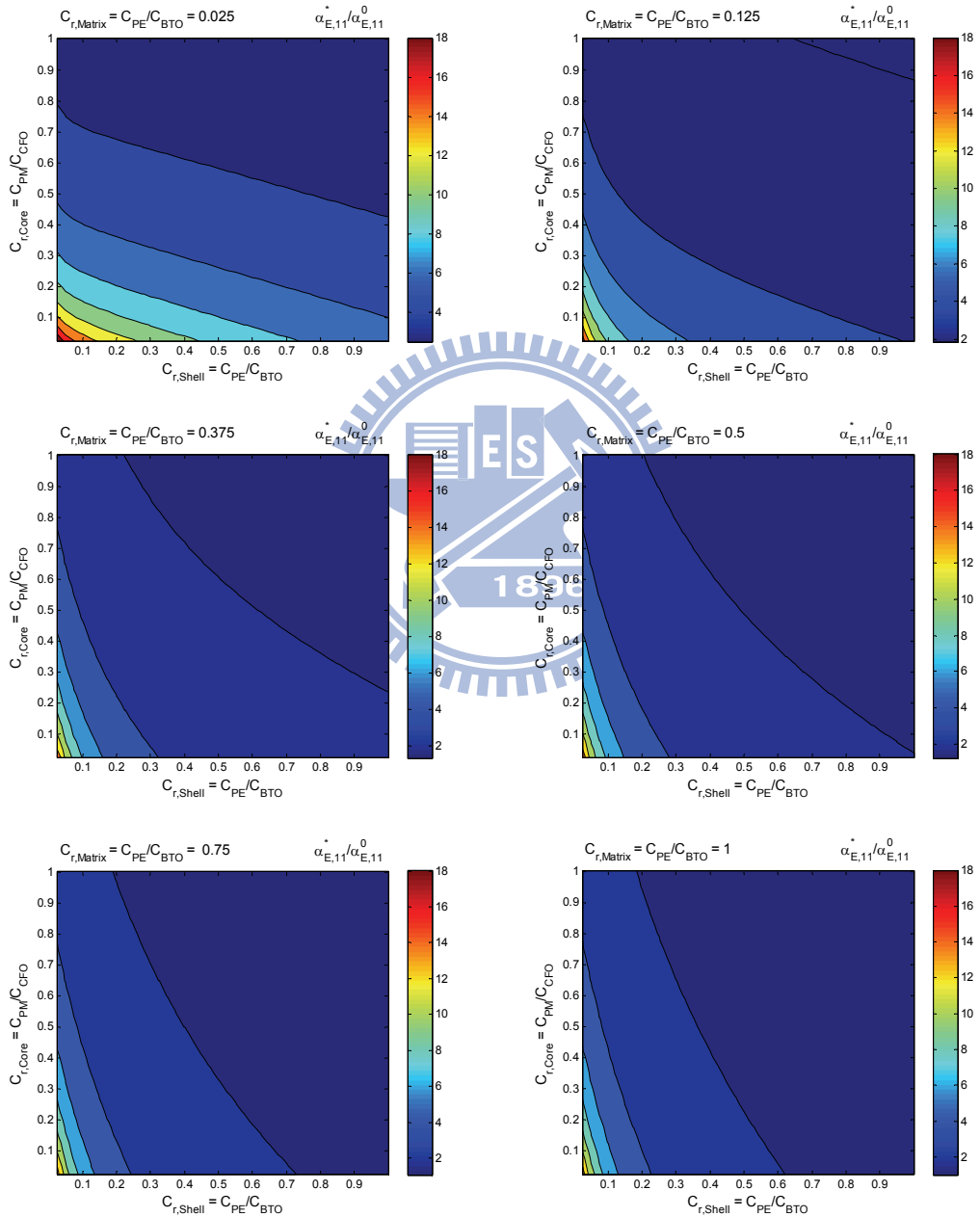


圖 A-4-1 不同彈性係數對磁電耦合效應之影響

由圖 A-4-2 可以發現在位於母材之壓電係數 e ，其磁電耦合效應的最佳值出現在相對壓電係數 $e_{r,Matrix} = e_{PE}/e_{BTO}$ 約 5 倍左右。並且在殼層與母材都為壓電材料的情況下，母材 $e_{r,Matrix}$ 提高時，最佳的磁電耦合效應也會出現在殼層 $e_{r,Shell}$ 較高時，表示母材與殼層之壓電係數相同時，磁電耦合效應較佳。

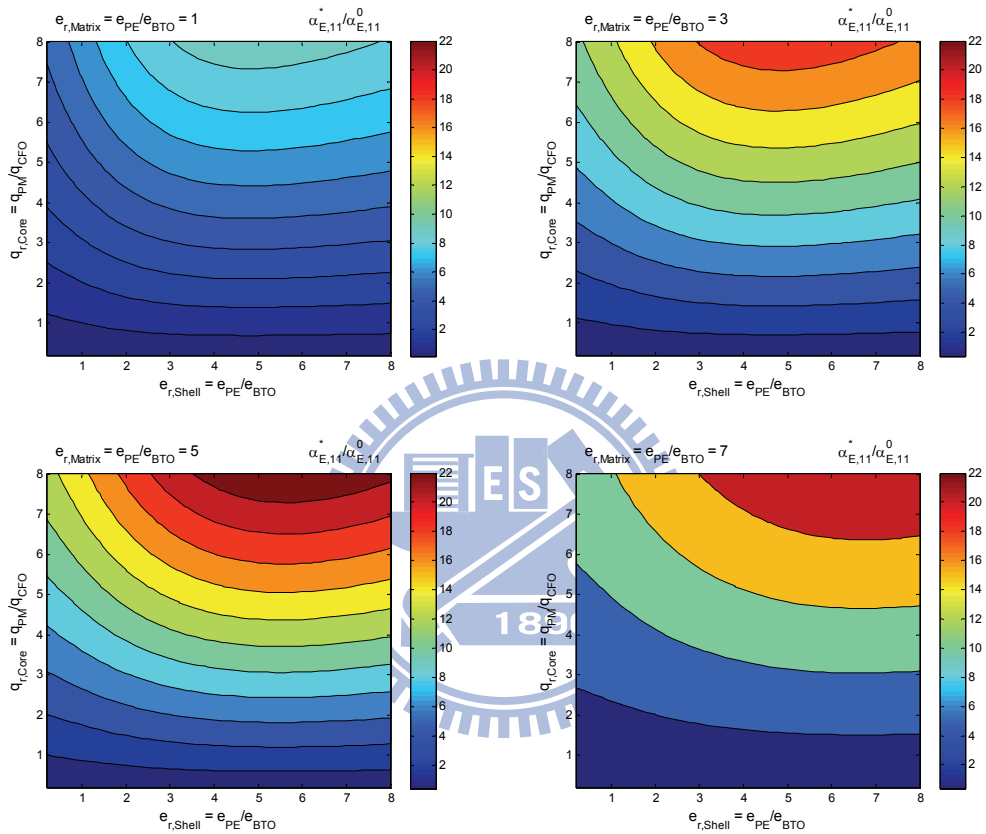


圖 A-4-2 不同壓電係數 e 與壓磁係數 q 對磁電耦合效應之影響

圖 A-4-3 顯示，在 $\kappa_{r,Matrix}$ 較大時，最大的磁電耦合效應是原本的 10 倍， $\kappa_{r,Matrix}$ 較小時，磁電耦合效應可達原本的 30 倍。同時核之磁導率 $\mu_{r,Core}$ 降低時，即使殼層介電係數 $\kappa_{r,Shell}$ 較高時也能得到較佳的磁電耦合效應。

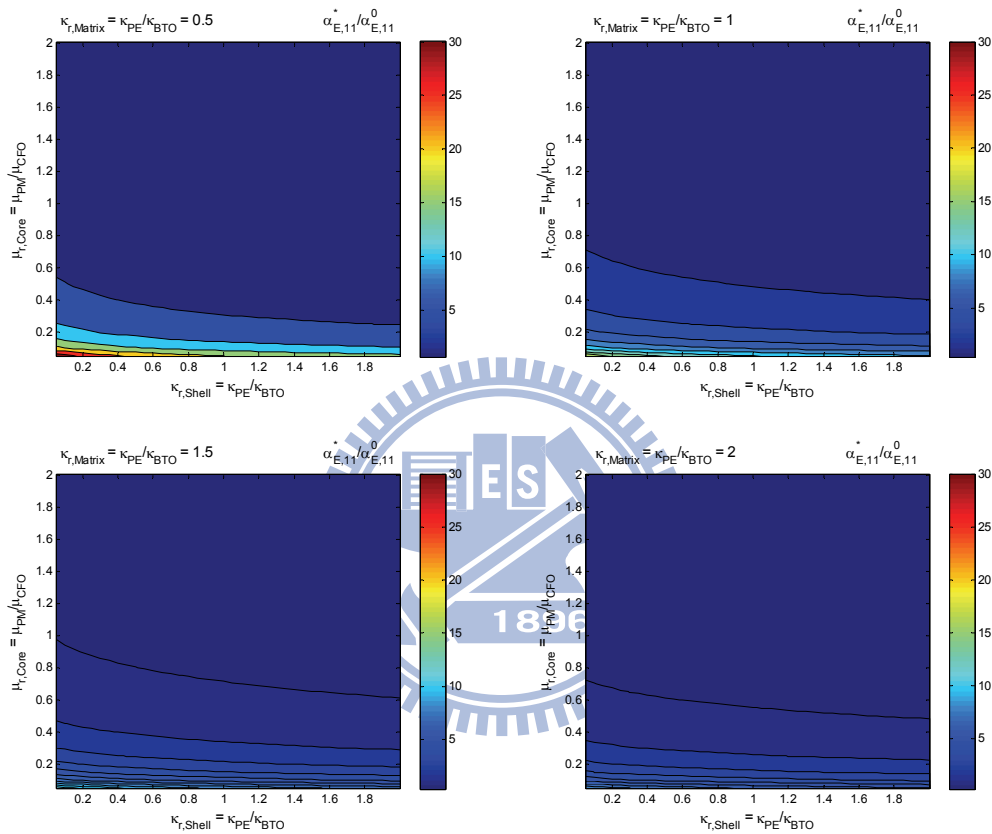


圖 A-4-3 不同介電係數 κ 與磁導率 μ 對磁電耦合效應之影響

經由壓磁/壓電/壓電的等高線繪圖後，可以選擇核的壓磁材料為磁導率 μ 較低的 Terfenol-D、殼層選擇 LiNbO_3 、母材選擇彈性係數 C 以及介電係數 κ 都較低的 P(VDF-TrFE) 來做為搭配。