

國 立 交 通 大 學

土木工程研究所

碩 士 論 文

應用專家系統於穩健型地下水參數檢定模式之發展



研 究 生 : 張 弼 舜

指 導 教 授 : 張 良 正 博 士

中 華 民 國 一 百 年 五 月

應用專家系統於穩健型地下水參數檢定模式之發展

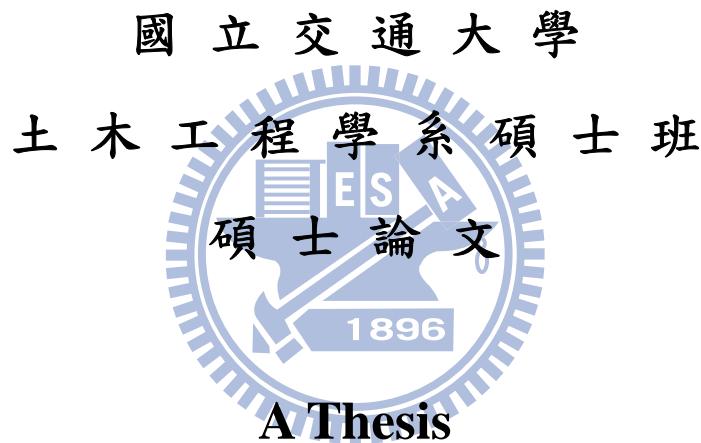
Applying Expert System on the  
Development of a Robust Model for  
Groundwater Parameter Identification

研究 生：張弼舜

Student : Pi S. Chang

指導教授：張良正 博士

Advisor : Dr. Liang C. Chang



Submitted to Department of Civil Engineering  
National Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of Requirements  
for the Degree of  
Master of Science  
in  
Civil Engineering  
May 2011  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年五月

# 應用專家系統於穩健型地下水參數檢定模式之發展

學生：張弼舜

指導教授：張良正 博士

國立交通大學土木工程研究所

## 摘要

傳統以數學優化法為基礎的地下水參數優選模式如 UCODE 等，在參數維度高時，常易產生不易收斂的問題，有鑑於此，本研究乃結合專家系統與 MODFLOW 2000 地下水數值模式，以專家之檢定規則為基礎，發展強健型參數檢定方法，克服傳統自動化檢定方法於高參數維度時之收斂問題。由於專家系統是以檢定規則訂定檢定策略，故使用者可有彈性地增減或修正檢定規則，進而擴充及完善其檢定功能。本研究目前以暫態淨補注量作為檢定對象，並將本模式應用於濁水溪沖積扇地下水模擬，且與常見之自動參數檢定模式(UCODE)進行比較。

經較簡單的設計案例與濁水溪沖積扇實際案例之驗證後，本研究之參數檢定系統不論是應用於設計案例或是複雜的現地濁水溪沖積扇地下水暫態模擬，均可檢定出合理的淨補注量，可證實本系統之正確性及實用性。此外，在高維度之現地案例中，相較於 UCODE 嚴重受到初始猜值之影響，本模式充分展示其穩健求解之能力，因此可為地下水參數檢定提供一穩健之解決方案。

# **Applying Expert System on the Development of a Robust Model for Groundwater Parameter Identification**

Student : Pi-Shun Chang

Advisor : Dr. Liang-Cheng Chang

Department of Civil Engineering

National Chiao Tung University

## **Abstract**

Conventional groundwater parameter identification modeling based on optimization, such as UCODE, has difficulty converging to a global optimum in a high dimension situation. To avoid this convergence problem, this study integrates a rule-based expert system and a groundwater simulation model, MODFLOW 2000, to develop a robust methodology for groundwater parameter identification. Because the expert system requires calibration rules to identify parameters, users can flexibly add new rules or modify existing rules with this proposed methodology. Therefore, the proposed methodology can adapt for new parameter identification problems easily. We apply this proposed methodology to a real case study of Choshuihs Alluvial Fan which is located at the central Taiwan. To test the robustness for high dimension problems, the proposed methodology is applied to calibrate the net recharge rates in a transient simulation in the study area. The result is compared with the calibration results obtained from UCODE.

The results show that the initial guess dramatically effects the convergency of the optimization using UCODE, but our proposed methodology is very robust for achieving the convergence requirements of output error criteria for high dimensional problems. These results presented the robustness and the applicability of the proposed methodology for high dimensional groundwater parameter identification problems.

## 謝誌

感謝吾師張良正教授對於本論文之指導，在研究生涯中對學生的學問研究的諄諄教誨，以及做人處事要秉持溫良恭儉讓的態度，使學生受益匪淺。另承蒙口試委員江崇榮副所長、童慶斌教授、及張誠信教授在口試前細心審閱學生的論文，並於口試期間給予保貴之意見，使得本文更趨於完備，在此謹致衷心謝意。

必須特別感謝蔡瑞彬學長以及陳宇文學長於研究期間全程參與及指導本論文之撰寫，以及鄭蔚辰博士對於英文文章細心修改。

感謝研究室水資源團隊的各位：永遠 25 歲的貓哥、彬哥、陳文哥、生哥、祐誠葛格、阿海、冠宇、阜峻、雲直、小瑜、潮男阿布、深惠、爸爸大人阿卿、國陞、呱呱、阿鎧、小又、彥勳、俊明、大師、仁君、正妹逸儒，所有成員的陪伴與支持，不論是一起努力作計畫、一同出遊、晚上的殺殺或是週末電影院，有你們在的地方總是充滿著歡笑，還有營管組和結構組約戰專線的夥伴們、以及在愛澤拉斯世界奔跑的戰友們、陪著我打籃球運動的朋友：大衛哥、浚緯哥、林博士、暴力狂、小胖和小胖、小 a、達書、丁丁、扣取、方 17…等，在課業與研究之餘能夠幫我鍛鍊身體；另外要謝謝 Kelly 姐姐以及國英在美國研討會期間的照顧與幫忙。

感謝多年的好友紋昌、小開、小被被、小黑、秋意濃、喵、培宇一路上的加油打氣，還有每次回高雄總是能陪我小聚的怡喬和嘉文，陪我在閒暇時刻放鬆聊天；最後感謝我親愛的家人在精神上及經濟上的全力支持，讓我得以順利取得碩士學位，僅將此研究獻給我最愛的家人及周遭所有支持、關心我的人。

# 目錄

摘要.....	I
Abstract .....	II
謝誌.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
第一章 緒論.....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 研究目的 .....	3
1.3 文獻回顧 .....	3
第二章 研究流程 .....	7
2.1 研究步驟 .....	7
2.2 研究方法 .....	9
2.2.1 地下水參數專家系統檢定系統架構 .....	9
2.2.2 專家系統介紹 .....	10
2.2.3 UCODE 介紹 .....	13
第三章 地下水參數專家系統檢定模式之發展 .....	15
3.1 參數檢定流程 .....	16
3.2 地下水參數專家系統檢定系統建置 .....	18
3.2.1 MODFLOW 部分 .....	19
3.2.2 參數檢定專家系統建置 .....	19
3.2.3 專家系統前後處理器建置 .....	20
3.3 淨補注量參數檢定概念 .....	20

3.4 參數檢定規則說明 .....	21
3.4.1 參數檢定之推論 .....	23
3.4.2 修正方向之推論 .....	24
3.4.3 修正量之推論 .....	25
3.4.4 修正量過小之推論 .....	26
第四章 設計案例初步驗證 .....	28
4.1 真值系統建立與說明 .....	29
4.2 淨補注量檢定模式設定與檢定結果 .....	33
4.3 專家系統之推論解釋 .....	38
第五章 濁水溪沖積扇實例驗證 .....	43
5.1 濁水溪沖積扇地下水數值模式建置 .....	44
5.2 地下水參數檢定專家系統於濁水溪沖積扇之應用 .....	60
5.3 UCODE 參數檢定模式於濁水溪沖積扇之應用 .....	78
5.4 綜合討論 .....	83
5.4.1 土地利用現況可能抽水量分布分析 .....	83
5.4.2 檢定結果討論 .....	86
第六章 結論與建議 .....	87
6.1 結論 .....	87
6.2 建議 .....	88
參考文獻 .....	89
附錄 A MODFLOW 簡介 .....	92
附錄 B 非線性迴歸優選模式 .....	96
附錄 C 各觀測井之水力傳導係數資料 .....	108
附錄 D 修正型水位歷線法 .....	110

## 表 目 錄

表 1.3-1 濁水溪沖積扇補注量相關研究比較 .....	6
表 3.4-1 專家系統參數檢定規則說明 .....	22
表 4.1-1 真值系統分區淨補注量設定表 .....	31
表 4.2-1 真值系統與待檢定系統之淨補注量比較表(第一時刻) .....	36
表 4.2-2 真值系統與待檢定系統之淨補注量比較表(第二時刻) .....	37
表 4.2-3 真值系統與待檢定系統之淨補注量比較表(第三時刻) .....	38
表 5.2-1 濁水溪地區各年平均年降雨量列表 .....	61
表 5.2-2 2006-2009 年第一層各站之均方根誤差 .....	70
表 5.2-3 2006-2009 年第三層各站之均方根誤差 .....	70
表 5.2-4 2006-2009 年第五層各站之均方根誤差 .....	71
表 5.2-5 2006-2009 年第七層各站之均方根誤差 .....	72
表 5.2-6 暫態模式各層補注量、抽水量與邊界流入量表 .....	77
表 5.2-7 暫態模式水平衡分析表 .....	78
表 5.3-1 穩健型參數檢定與 UCODE 參數檢定之結果比較 .....	80

## 圖目錄

圖 2.1 研究步驟流程圖 .....	8
圖 2.2-1 地下水參數專家系統檢定系統架構圖 .....	10
圖 2.2-2 UCODE 之演算流程 .....	14
圖 3.1 淺層與深層含水層淨補注量示意圖 .....	16
圖 3.1-1 參數檢定流程圖 .....	18
圖 3.4-1 專家系統淨補注量檢定推論鏈 .....	23
圖 3.4-2 決定修正量之專家系統推論流程圖 .....	26
圖 3.4-3 判定調整量縮小過快時之專家系統推論流程圖 .....	27
圖 4.1 專家系統檢定模式之正確性驗證流程 .....	28
圖 4.1-1 設計案例之模擬網格 .....	30
圖 4.1-2 設計案例之概念分層 .....	30
圖 4.1-3 第一分層分區與邊界及 K 值(公尺/天)配置圖 .....	32
圖 4.1-4 第二分層邊界及 K 值(公尺/天)配置圖 .....	32
圖 4.1-5 第三分層分區與邊界及 K 值(公尺/天)配置圖 .....	33
圖 4.2-1 全區水位均方根誤差之變化 .....	35
圖 4.2-2 觀測水位對模擬水位之關係圖 .....	35
圖 4.3-1 分區六於第 5 次至第 11 調整之水位變化 .....	39
圖 4.3-2 分區六於第 5 次至第 11 調整之抽水修正量變化 .....	39
圖 4.3-3 分區 6 第 5~10 次調整之專家系統解釋 .....	42
圖 5-1 地下水模式建置流程圖 .....	44
圖 5.1-1 地層柱狀圖分部位置 .....	45
圖 5.1-2 濁水溪沖積扇水文地質架構概念分層 .....	46
圖 5.1-3 濁水溪沖積扇地下水邊界之概念圖 .....	47

圖 5.1-4 濁水溪沖積扇模式之格網劃分 .....	49
圖 5.1-5 濁水溪沖積扇模式第 1 分層格網劃分 .....	51
圖 5.1-6 濁水溪沖積扇模式第 2~7 分層格網劃分 .....	52
圖 5.1-7 濁水溪沖積扇模式第 49 列格網劃分剖面圖 .....	53
圖 5.1-8 濁水溪沖積扇模式第 1 分層徐昇氏網格分區 .....	55
圖 5.1-9 濁水溪沖積扇模式第 3 分層徐昇氏網格分區 .....	56
圖 5.1-10 濁水溪沖積扇模式第 5 分層徐昇氏網格分區 .....	57
圖 5.1-11 濁水溪沖積扇模式第 7 分層徐昇氏網格分區 .....	58
圖 5.2-1 參數檢定過程之全區水位對數均方根誤差 .....	61
圖 5.2-1 2003 年(枯水年)第一層觀測水位與模擬水位等值圖 .....	63
圖 5.2-2 2003 年(枯水年)第五層觀測水位與模擬水位等值圖 .....	64
圖 5.2-3 2009 年(平水年)第一層觀測水位與模擬水位等值圖 .....	65
圖 5.2-4 2009 年(平水年)第五層觀測水位與模擬水位等值圖 .....	66
圖 5.2-5 2008 年(豐水年)第一層觀測水位與模擬水位等值圖 .....	67
圖 5.2-6 2008 年(豐水年)第五層觀測水位與模擬水位等值圖 .....	68
圖 5.2-7 2009 年 觀測水位與檢定後模擬水位關係圖 .....	69
圖 5.2-8 舊庄(1)觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第一層) .....	73
圖 5.2-9 柑園(1) 觀測水位與模擬水位圖 (2006 至 2009 年，第一層) .....	74
圖 5.2-10 溪州(1) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第一層) .....	74
圖 5.2-11 竹塘(2)觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第五層)	75
圖 5.2-12 海園(2) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第五層) .....	75

圖 5.2-13 西螺(2) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第五層)	76
圖 5.3-1 UCODE 檢定系統全區均方根誤差變化圖	79
圖 5.3-2 穩健型參數檢定後，第三層淨補注量分佈圖	81
圖 5.3-3 穩健型參數檢定後，第五層淨補注量分佈圖	82
圖 5.3-4 UCODE 檢定歷程圖	83
圖 5.4.1-1 檢定後 2009 年第一層淨補注量分布情形	84
圖 5.4.1-2 檢定後 2009 年第三層淨補注量分布情形	84
圖 5.4.1-3 檢定後 2009 年第五層淨補注量分布情形	85



# 第一章 緒論

## 1.1 前言

台灣地區雨量豐沛，約為世界雨量平均值之 2.6 倍，但因地狹人稠，因此每人每年之分配雨量僅為世界平均值之七分之一。然台灣地區降雨量在時間及空間上之分佈極不均勻，全年 78% 之降雨量集中於五月至十月之豐水期間，其餘六個月則為枯水期，此外再加上台灣地區河川坡陡流急、腹地狹隘，每年僅有 177.54 億立方公尺之逕流量被攔蓄利用，約佔年總逕流量之 18%，其餘均奔流入海。增建水工結構物攔蓄河川流量為增加河川流量之利用率最直接之方法，惟近年來由於環境保護意識高漲，加上原本地表水工結構物密度趨於飽和，因此難以藉由增加地表水工結構物之方式增加地表水資源。幸而台灣除了地表水資源外，蘊含豐富之地下水資源可供使用，如能妥善利用將可減緩台灣枯水期之供水負擔，因此有效運用與管理地下水是一門重要的課題。為了有效運用與管理地下水資源，區域性地下水數值模式為地下水管理中最常用的工具。由於水文地質參數之調查不易，且空間分布具高度異質性，因此參數檢定流程為數值模式建置之必要步驟。

傳統上參數檢定方法可分為兩大類，分別為人工參數檢定與自動參數檢定。人工參數檢定是以人為調整模式參數，以模擬水位與觀測水位之差異最小為目標，過程複雜冗長，需要花費許多時間，檢定人員需具備基本之地下水知識與參數檢定之經驗與技巧，對於檢定人員之背景知識要求極高。此外，對於將專家的參數檢定經驗與技巧之傳承方面，由於參數檢定所需考量層面極廣，參數的修正需應用定性上的邏輯或經驗的判斷，方可使檢定結果不致於背離現地物理特性之

情形，此經驗傳承相當不易。人工參數檢定雖有上述缺點，惟其在進行檢定時可隨時調整檢定準則與邏輯，十分具有彈性，且檢定過程中人與模式不斷互動，有助於檢定人員對於問題有更深入的了解。

自動化參數檢定通常是以優選演算法進行參數檢定，演算法以數值模式之模擬水位誤差最小為優選目標，並可以現地物理特性為限制式，使其自動調整參數。自動化參數檢定雖然可免去人工參數檢定的煩瑣流程，但須將檢定想法與專家經驗轉化為數學型式之目標函數與限制式，轉化過程抽象而不易。此外，優選演算法多需給定一組初始解，再透過優選演算法進行優選解之搜尋，而起始值的決定對於檢定結果影響甚劇，常易造成不收斂。

本研究期能保有自動化參數檢定的快速及方便外，亦能保有人工參數檢定之彈性，在此應用專家系統結合 MODFLOW 2000 地下水暫態數值模式，累積整合專家之經驗建立檢定規則，發展強健型參數檢定方法，本研究提出之參數檢定模式可使得參數初始值對於檢定結果之影響降低。

濁水溪沖積扇為台灣地區最重要之地下水區之一，因為天然環境之限制與當地社會經濟發展特性，濁水溪沖積扇大量用水均取自地下水源，部分區域已有嚴重之超抽與地層下陷問題，故濁水溪沖積扇之地下水資源管理顯得格外重要。其次，為充分了解台灣地區之地下水蘊藏狀態，經濟部水資源局於民國 82 至 86 年間，於濁水溪沖積扇開始設立地下水觀測網，迄今累積十年以上詳盡的水位資料，因此就資料的完整度與密度而言，該地下水區乃全國地下水區之冠。此外，經濟部中央地質調查所以觀測網所得之鑽探資料為基礎，完成「台灣地區地下水觀測網第一期計畫濁水溪沖積扇水文地質調查研究報告」，對於濁水溪沖積扇之水文地質架構有詳細介紹。

因此，從資料觀測之時間長度與空間密度上，及地下水區之重要性上來考量，本研究選定濁水溪沖積扇作為應用研究區域，進行地下水模式之建置及參數檢定，並將參數檢定結果配合現地概況分析，以驗證本系統之正確性與實用性。

## 1.2 研究目的

為解決人工參數檢定流程的繁瑣與耗時，及自動化參數檢定流程的抽象與缺乏彈性，並改善傳統梯度型優選模式易受參數初始值影響之問題，本研究結合專家系統與 MODFLOW 2000 地下水數值模式發展「穩健型之地下水參數檢定模式」。本研究目前以暫態抽水量作為檢定對象，除以設計案例檢驗檢定模式之正確性與可行性外，並將本檢定模式應用於濁水溪沖積扇，且與常見之自動參數檢定系統 (UCODE) 進行比較，而後將模式檢定成果配合土地利用所反映之可能用水概況進行分析，以驗證本系統之正確性與實用性。

## 1.3 文獻回顧

在許多地下水相關問題之管理與分析時，預先建立一個地下水數值模式，藉此數值模式作為管理與分析之基礎。而地下水數值模式之建置，地下水數值模式之模擬結果受到模式參數之影響，然許多參數並無法直接由現地量測而得到或量測密度遠低於模式所需，而必須藉由歷史觀測水位與模擬水位之比較，來逆推待定參數之數值，此一過程即稱為參數檢定(Yeh, 1985)。

人工參數檢定為參數檢定中最常用之作法，惟其缺點為推估參數過程複雜而冗長，且需要花費許多時間。另外如何將專家的參數檢

定知識轉移給他人也是困難的過程(Madsen et al., 2001; Chau and Chen, 2001; Chau, 2004; Chau, 2006)。為了解決人工檢定費時費工的問題，許多研究利用優選法進行模式之自動參數檢定(Mazi, et al., 2004; Mazi et al., 2000; Hill et al., 1992.)，在電腦普及計算速度突飛猛進的現在，自動參數檢定則妥善利用此優點，達到相較於人工率定省時省力的目的。然而，應用優選法於參數檢定首先需確認並建立目標函數與限制式，相較於人工參數檢定，較不易將新的想法直接帶入檢定，因此較缺乏彈性。

Boyle (2000)比較了水文模式之人工參數檢定及應用優選法之參數檢定，並且合併兩種參數檢定方法以改善兩者之缺點。他比較人工參數檢定與應用優選法之參數檢定所得到之結果，指出前者較能被水文學家所接受，因為人工參數檢定之過程不僅可以被檢視，而且能幫助水文學家進行結果分析。有鑑於將專家之人工參數檢定的專業知識轉移給他人很困難，許多研究皆應用專家系統協助進行參數檢定(Abbott, 1991; Chau and Chen, 2001; Chau and Albermani, 2002, 2003; Chau, 2004; Kim, 2007)。專家系統是一個仿有決策能力的人類專家之智慧型電腦系統，並且使用知識與推理的過程來解決需要專業知識才能解決的問題。使用者可以透過與專家系統的互動介面來描述問題，如此專家系統便能回答出一個有根據的答案。

應用專家系統協助使用者檢定參數已有一段時間，因為此系統可以將檢定人員的個人因素減到最低，以保持參數檢定的一致性，讓初學者也可以得到與專家的同樣結果(Chau, 2006)。Kim 等人於 2007 年使用專家系統(Expert system for calibration of HSPF, HSPEXP)協助檢定水文模式(Hydrologic Simulation Program Fortran, HSPF)；Madsen 等人於 2002 年應用專家系統幫助檢定降雨逕流模式；Chau 於 2003

年至 2004 年使用專家系統協助檢定海岸及其相關模式。

上述專家系統協助參數檢定，皆需要使用者與系統互動，且大多數的專家系統只建議需修改的參數及其可能範圍，系統本身並未直接更新參數值，仍然需要使用者輸入改變。

陳韋圻(2008)應用專家系統於穩態及暫態地下水水流模式之參數檢定，可自動化檢定模式之水力傳導係數( $K$  值)及儲水係數( $S_y$  值)，研究中以四種設計案例進行驗證，以期降低地下水模式參數檢定人員之入門門檻，可使其檢定結果亦可與專家檢定所得結果相近。王雲直(2010)延續陳韋圻(2008)之架構，應用專家系統於穩態地下水水流模式淨補注量( $Q$  值)之參數檢定上，除了以設計案例驗證系統之正確性外，並進一步其檢定系統應用於濁水溪沖積扇。

而關於濁水溪沖積扇之相關地下水收支研究甚多，如劉聰桂(1996)利用熱核爆氚示蹤方法評估地下水補注量；能邦科技(2000)、巨廷工程和交通大學(2005)以一維垂向之溼地入滲係數和旱地降雨入滲率，評估地下水補注量；台灣大學土木工程研究所(1997)、台灣大學水工試驗所(1998)以溼地及旱地入滲串聯未飽和一維垂向地下水水流模式評估地下水補注量；農業工程研究中心(1989)、葉文工(1999)、中興工程(1997、1998)則利用二維多層地下水水流數值模式逆推地下水收支；江崇榮等人(2006)、地調所及交通大學(2009)則以水位歷線法推估地下水補注及抽取；王雲直(2010)則以專家系統發展出自動化地下水參數檢定模式，並將檢定模式應用於濁水溪沖積扇，推估出民國 89 年至 98 年間之平均淨補注量；上述各種研究估得濁水溪沖積扇歷年來之地下水補注量在 8.1 億到 15.4 億之間，上述重要文獻數據整理至表 1.3-1。

方法	估算人	補注量(億噸)
飽和地下水水流模式 1971~1985	農業工程研究中心(1989)	12.25
以地下水氣 $\geq$ ITU 為判別 值 1953~1993	劉聰桂(1996)	10.7
地下水水流模式 1995~1996	中興工程顧問公司(1997, 1998)	8.18
未飽和一維垂向水流模式 1995~1996	台灣大學土木工程研究所 (1997)、台灣大學水工試驗 所(1998)	11.69
地下水水流模式	葉文工(1999)	8.97
垂向入滲評估豐、平、枯 年 1981、1973、1964 年	能邦科技顧問股份有限公 司(2000)	14.29、 13.81、12.55
垂向入滲補注評估豐、 平、枯年 1981、1973、1964 年	巨廷工程顧問股份有限公 司及國立交通大學(2005)	8.96、8.20、 7.13
水位歷線法 1999、2000、 2001	江崇榮、黃智昭、陳瑞娥 (2006)	15.36、 15.34、15.30
水位歷線法 1997~2005	地調所及國立交通大學 (2009)	13.85

表 1.3-1 濁水溪沖積扇補注量相關研究比較

## 第二章 研究流程

### 2.1 研究步驟

本研究之研究步驟如圖 2-1 所示，第一階段為「資料蒐集」，蒐集內容主要為地下水模擬與參數檢定等之相關參考文獻，以及熟悉地下水模擬及參數檢定之專家知識，將參數檢定之專家知識歸納為專家系統之檢定規則。

第二階段為「系統建置」，此階段可分為「地下水模式建置」及「地下水參數檢定專家系統建置」兩部分。在地下水模式建置部份，本研究採用 USGS(U.S. Geological Survey) 所開發之地下水模式 MODFLOW 2000，此模式為目前最被廣為使用之地下水模式之一，其為應用有限差分法開發之三維地下水模式，可模擬受壓及非受壓水層之穩態與非穩態流場，有關 MODFLOW 其他介紹詳見附錄 A。在地下水參數檢定專家系統建置部份，本研究採用美國太空總署強森太空中心(NASA's Johnson Space Center)所開發之 CLIPS(C Language Integrated Production System)程式，建立地下水模式參數檢定專家系統。CLIPS 為專家系統之開發工具，提供了完整的環境讓使用者建立以規則推論為主之專家系統。

第三階段為「系統測試」，此階段將前述建立之地下水參數檢定專家系統應用於設計案例之參數檢定。第四階段則將本系統應用於實際案例，在此以濁水溪沖積扇建立地下水暫態數值模式，分別應用本專家系統與 UCODE 進行實際案例之參數檢定，藉此證明本專家系統之強健性。其中 UCODE 參數檢定系統是採用美國地質調查局(U.S.G.S)與 IGWMC (International Ground Water Modeling Center) 所發展，該程式將非線性迴歸理論與 MODFLOW 程式結合，藉以優選由

MODFLOW 所建立之地下水水流模式中的參數，是自動化參數檢定中最常見之一種方法。

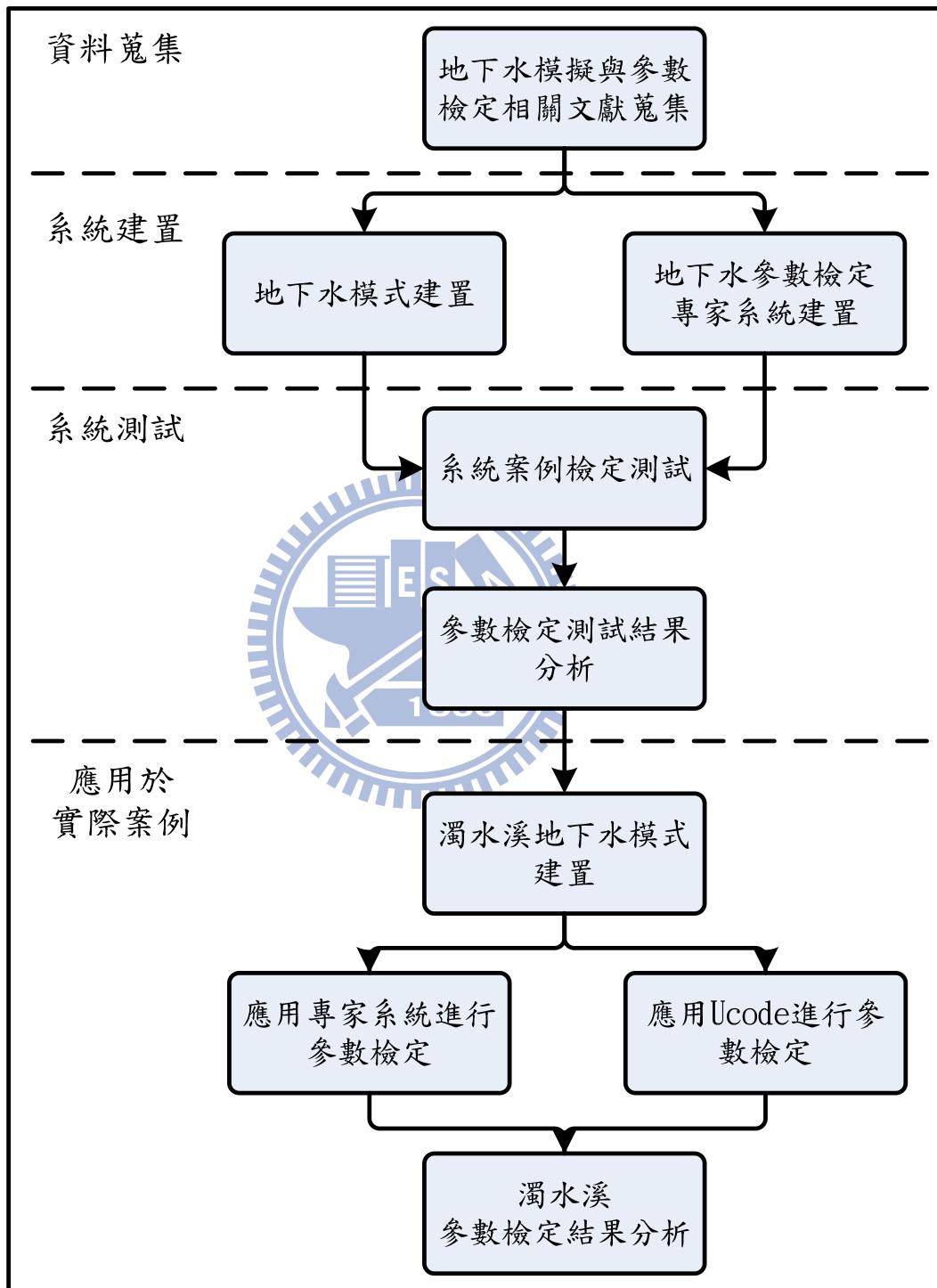


圖 2.1 研究步驟流程圖

## 2.2 研究方法

本研究應用 CLIPS 建置參數檢定專家系統，並與地下水模擬模式 MODFLOW 2000 整合，整合兩者為地下水參數專家系統檢定系統，後續於實際案例中與常見之自動化參數檢定系統(UCODE)之檢定結果作比較。以下第 2.2.1 節將介紹本研究檢定系統之系統架構；第 2.2.2 節分別介紹專家系統與 CLIPS；第 2.2.3 節則介紹 UCODE 參數檢定系統。

### 2.2.1 地下水參數專家系統檢定系統架構

本研究發展之地下水參數專家系統檢定系統，以 Linux 作為作業系統平台，架構包含專家系統部分、MODFLOW 部分以及專家系統前後處理器三大部分，圖 2.2-1 為地下水參數專家系統之檢定系統架構圖。

在專家系統部份，本研究採用 CLIPS 建立參數檢定專家系統，此專家系統為參數檢定之核心。本研究所建立之專家系統為規則式專家系統(rule-based expert system)，其透過推理機(inference engine)之推論機制，並依據知識庫(knowledge base)中之規則(rules)推理出答案，在此以模擬水位與觀測水位之差異，配合知識庫之規則與推理引擎，決定參數檢定之改變方向與數值。

在 MODFLOW 部份，本研究以 MODFLOW 2000 做為參數檢定系統中之地下水模擬模式，MODFLOW 2000 相關介紹詳見附錄 A，在此輸入檢定後的參數，計算出對應的模擬水位，並輸出為 ASCII 格式之檔案。

為結合專家系統與 MODFLOW 2000 地下水數值模式，其中需建置專家系統前後處理器(Preprocessor and postprocessor)作為兩者之橋

樑。專家系統前處理器之功能為將專家系統所需之資訊彙整並傳送給專家系統推論核心，進行參數檢定分析。而專家系統後處理器之功能為接收專家系統推論核心的輸出資訊，包含待檢定參數及其修正量，再依據這些資訊，覆寫原本 MODFLOW 2000 之輸入檔，供 MODFLOW 2000 再次進行模擬。

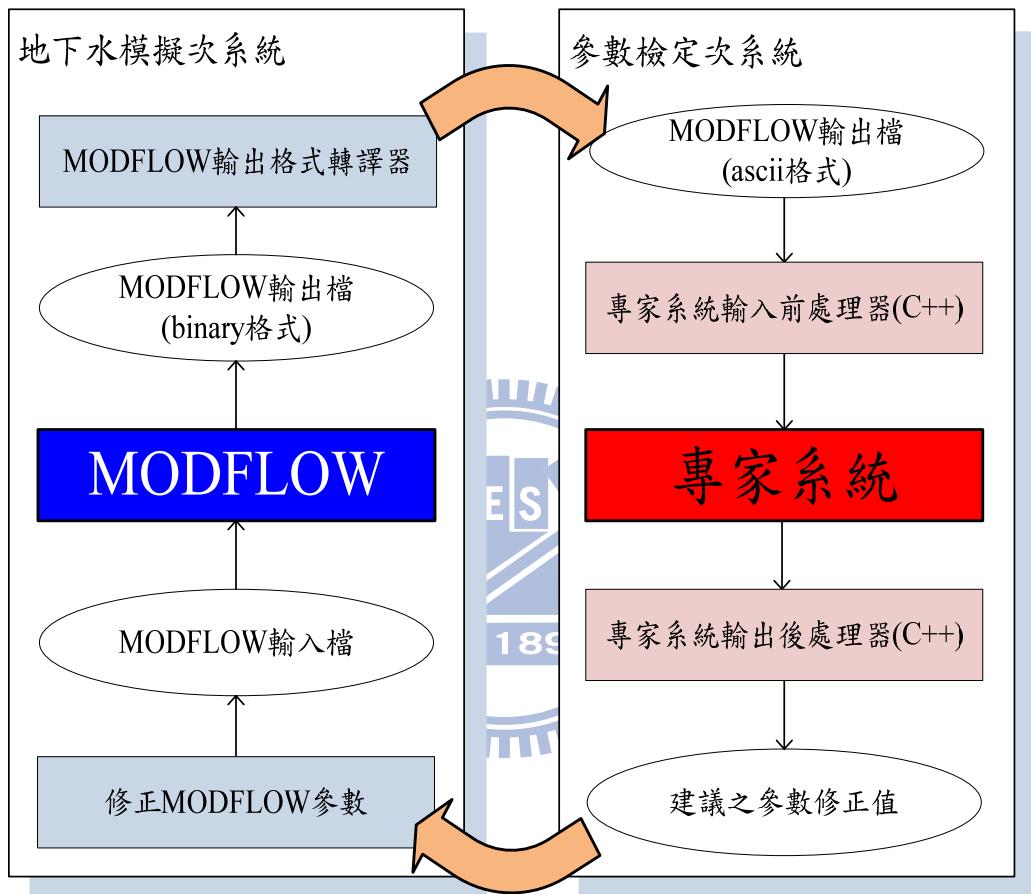


圖 2.2-1 地下水參數專家系統檢定系統架構圖

### 2.2.2 專家系統介紹

程序性之程式語言，如 C 或 Fortran 語言，一般皆作為資料處理之用(如數字或陣列之處理)。然而人類常使用抽象及象徵性的方法處理複雜的問題，這種抽象及象徵性的方法往往不適用於程序性之程式

語言。雖然抽象的資訊仍然可用程序性之程式語言撰寫，但必須耗費大量的時間進行程式編撰才足以描述這些抽象資訊，以轉換這些抽象資訊成為可以使用的格式。

近年來人工智慧領域的研究結果已經發展出可具體化抽象資訊的技術，這項技術可讓程式表達得更接近人類邏輯，且更利於程式的發展與日後之維護。上述的電腦程式即為專家系統，具有能夠模仿人類專家解決複雜問題的能力。

Edward Feigenbaum 教授將專家系統定義為一個使用知識及推理過程解決問題的智慧型電腦程式，且這樣的問題是需要大量專家知識才得以解決的問題。也就是說，專家系統是一個模仿具有決策能力之人類專家的電腦系統。

專家系統係由知識庫(Knowledge Base)及推理引擎(Inference Engine)等兩個主要元件所組成。由規則(Rules)的方式表示知識之專家系統(Rule-based Expert System)是最常見的專家系統之一，這些儲存於知識庫中之規則，用來表示數組相對於給定情況的反應。每條規則皆由條件部分(conditional element)和動作部分(action element)所組成。條件部分為一系列的條件敘述，若這部份的敘述和事實(facts)相符，則執行(fire)此規則之動作部分。推理引擎會配對這些敘述與事實是否相符合，此過程稱為 patterns matching，每當規則的動作部分改變事實後，推理機便會再次執行 patterns matching 的動作，判斷哪些規則是可執行的，直到沒有任何條件部分的敘述符合事實為止。

專家系統相較於程序性程式(如：C 或 Fortran 等)語言有很大的差異，首先專家系統解題的知識與推論機制是分開的，而程序性程式設計則通常會將資料與演算法交織在一起；此外在資料處理方面，專家系統偏向高度交談式處理，而程序性程式設計則為批次順序處理；

因此專家系統可以因知識抽換而改變系統功能及行為或是強化解題模式與能力，而程序性程式設計則需頻繁修改程式，相較之下專家系統適於應用在特定領域且維護和擴充會較為方便。另外專家系統相較程序性程式語言，具有提供解釋推論過程之能力，因此較易滿足人們的質疑，推論過程相較傳統程式也變得較為透明。

CLIPS 是 C Language Integrated Production System 的縮寫，係由 NASA/Johnson Space Center 使用 C 程式語言所開發的工具。CLIPS 是一個提供了完整的環境方便於建立專家系統的工具，其支援了三種不同的程式編撰方法，分別為以規則為基礎(rule-based)、物件導向(object-oriented)及程序導向(procedural)等。以規則為基礎(Rule-based)的程式編撰方式允許了知識可以表示成啟發式的敘述，以指定對特定的情況做出動作；物件導向(Object-oriented)則是允許複雜的系統可以被拆解並模組化成數個元件，這些元件可以再用於建立其他的系統或是其他元件；程序導向(Procedural)的程式編撰方式則是類似其他程式語言的程式碼有順序性，如 C、Java 及 FORTRAN 等等。另外，CLIPS 可以嵌入至別的程式語言，或是被當作子程式呼叫，以方便與其他程式語言做整合。

本研究採用以規則為基礎(rule-based)及物件導向(object-oriented)的知識表示法建立專家系統。在以規則為基礎(Rule-based)的編撰方式上，本研究將地下水模式參數檢定之知識歸納成數條規則，這些規則儲存於專家系統之知識庫，透過 patterns matching 執行規則內之動作。而物件導向(Object-oriented)的應用方面，本研究建立一個地下水類別，此類別中包含與參數檢定相關的屬性，如淨補注量或抽水量、模擬水位與觀測水位誤差等等，而此類別的實作則稱之為實例(instance)，每個實例皆具有類別所擁有的屬性。本研究以參數分區

(Zonation)法降低參數檢定維度，並將一個參數分區實作為一個實例(instance)，以此概念作為地下水模式參數檢定之基礎。

### 2.2.3 UCODE 介紹

UCODE 程式是由美國地質調查局(U.S.G. S)與 IGWMC (International Ground Water Modeling Center) 發展，該程式將非線性迴歸理論與 MODFLOW 2000 程式結合，藉以優選地下水水流模式中的參數。UCODE 提供兩種版本，分別適用於 Windows 以及 Linux 兩種作業系統，本研究採用 Linux 版本進行參數檢定之動作，UCODE 利用數值格式(ASCII 純文字檔) 的輸入檔與輸出檔與 MODFLOW 作為資訊交換的橋樑，使用者僅需將輸入檔依照其規定之格式設定完成，即能進行自動化之參數檢定。

UCODE 是由 Fortran 90 所撰寫，用於計算數值求解的能力相當好。該程式之非線性回歸解算是採用利用修正型高斯-牛頓法 (Modified Gauss-Newton Method)，配合最小二乘法作為收斂之標準判斷，使得觀測水位與模擬水位之誤差最小，以推求待解之參數，UCODE 的演算流程圖如圖 2.2-2 所示(Poeter and Hill ,1998)，主要包括外內層兩迴圈，外迴圈為參數更新，內迴圈為敏感度的計算，而外迴圈參數更新採用非線性迴歸之方法，請參考附錄 B.1~B.4，內迴圈敏感度的計算，請參考附錄 B.5。

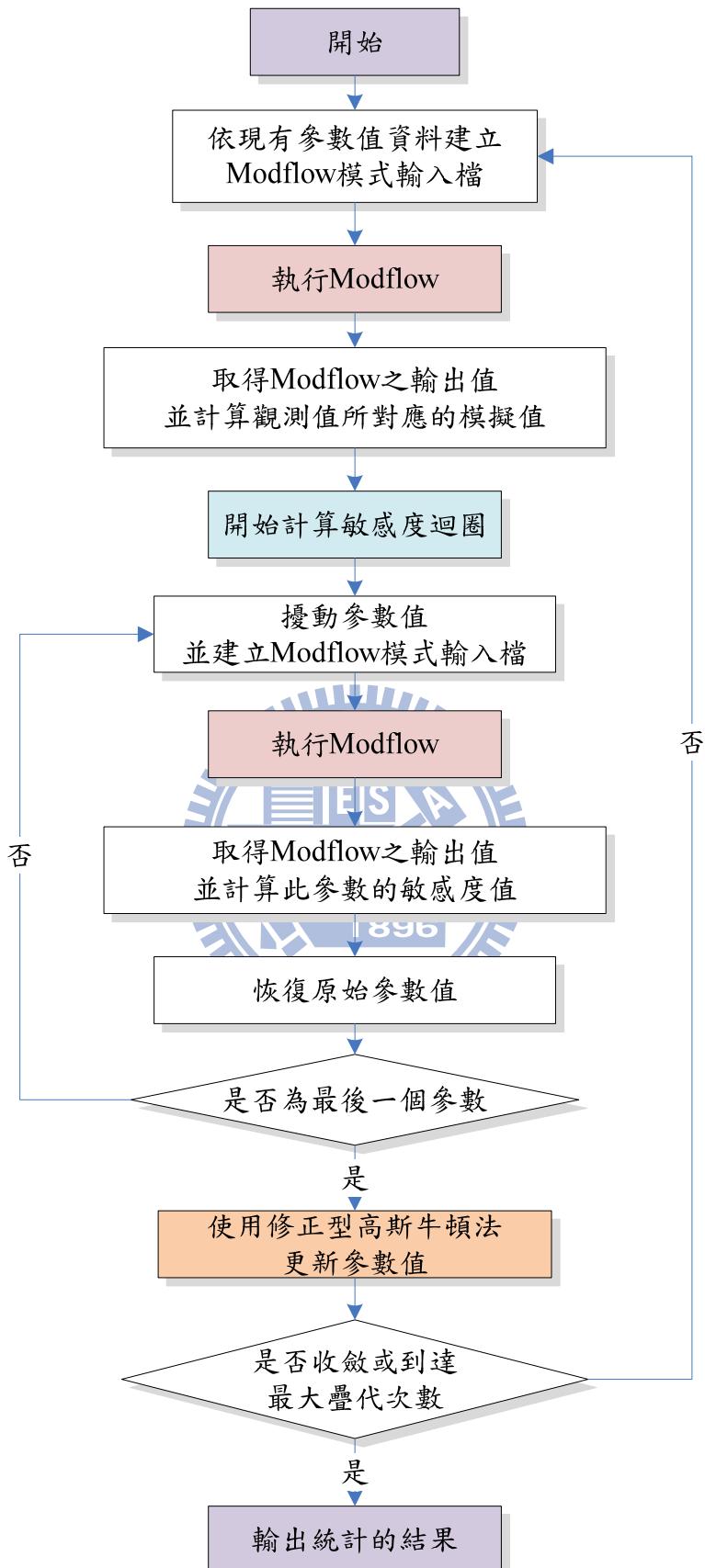


圖 2.2-2 UCODE 之演算流程

### 第三章 地下水參數專家系統檢定模式之發展

本章將說明本檢定模式之參數檢定流程，及本檢定模式內部各項元件之建置，以下將分為四節說明。首先於 3.1 節說明本檢定模式之參數檢定流程；3.2 節為本檢定系統之建置，此部份進一步分為三個小節，分別說明 MODFLOW 部份、專家系統部分以及專家系統前後處理器部分；接著 3.3 節將說明淨補注量方面之檢定概念；最後於 3.4 節將淨補注量方面之檢定概念歸納成專家系統之規則，並聯結成推論鍊。

本模式檢定的參數為淨補注量，其中分為淺層含水層以及深層含水層之淨補注量，如圖 3.1 所示，圖中每一個格子代表地下水模式中之網格，於淺層含水層中，對於系統控制體積內水量之影響包括入滲量  $R_1$ (Recharge)、 $Q_1$ (抽水量)、左右網格的水平交換量以及向下網格的垂直交換量，其中水平以及垂直交換量是由地下水模式模擬計算過程中自動求得，故所能調整之參數為  $R_1$  與  $Q_1$ ，淺層含水層之檢定參數淨補注量(Net Recharge)為入滲量減去抽水量，如式子 3.1 所示；於深層含水層中，由於距離地表過遠，並不會受到入滲量的影響，故深層含水層之檢定參數淨補注量為  $-Q_2$ 。

$$\text{Net Recharge} = I(\text{Recharge}) - O(\text{抽水量 } Q) \quad (3.1)$$

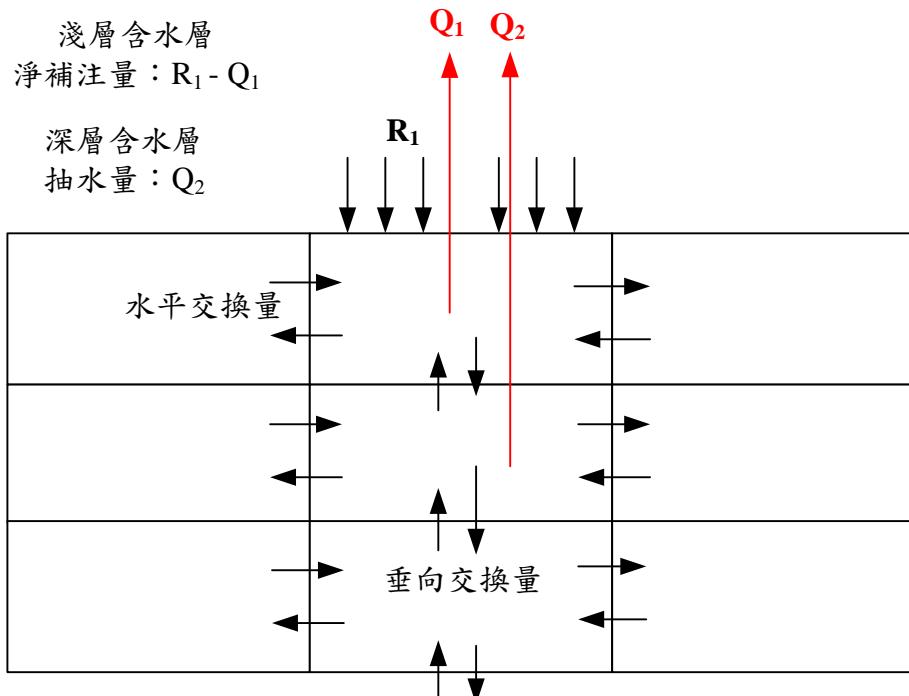


圖 3.1 淺層與深層含水層淨補注量示意圖



### 3.1 參數檢定流程

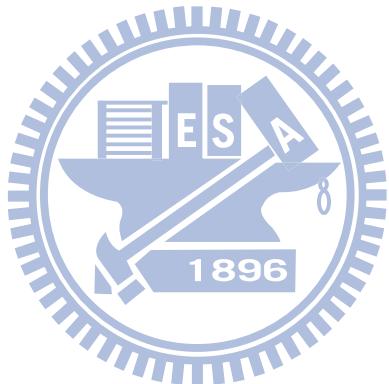
本系統之參數檢定流程如圖 3.1-1 所示，在開始進行參數檢定後，系統首先以初始之淨補注量輸入 MODFLOW 模式，接著執行 MODFLOW 地下水數值模式進行模擬，待 MODFLOW 完成地下水流模擬後，將模擬水位以 ASCII 格式輸出。

接著，以專家系統前處理器判斷各分區之觀測水位與模擬水位之誤差（以下統稱為檢定誤差）是否均小於容許誤差。如有一分區之檢定誤差超過容許誤差，專家系統前處理器則會取出各分區的相關資訊，包括水位高、淨補注量、該區之檢定誤差以及上次參數檢定時所得之參數修正量，將前述所有資訊同時輸入專家系統進行推論分析。

將所需資訊傳送至專家系統後，專家系統會依據知識庫中之規則集合(rules)，並搭配推理機(inference engine)之運作，而推論出各區

的參數修正量。當專家系統決定所有分區之參數修正量後，由專家系統後處理器將修正量，依據 MODFLOW 輸入檔格式寫入輸入檔。

接著再次執行 MODFLOW，計算出更新參數後的模擬地下水位，再由專家系統前處理器判斷各分區檢定誤差是否均小於容許誤差，若檢定誤差仍大於容許誤差，則反覆執行上述步驟，直至所有分區檢定誤差均小於容許誤差後，完成本時刻之參數檢定。接著再進行下一時刻之參數檢定，待所有時刻皆完成參數檢定後，則完成整體暫態數值模式之參數檢定。



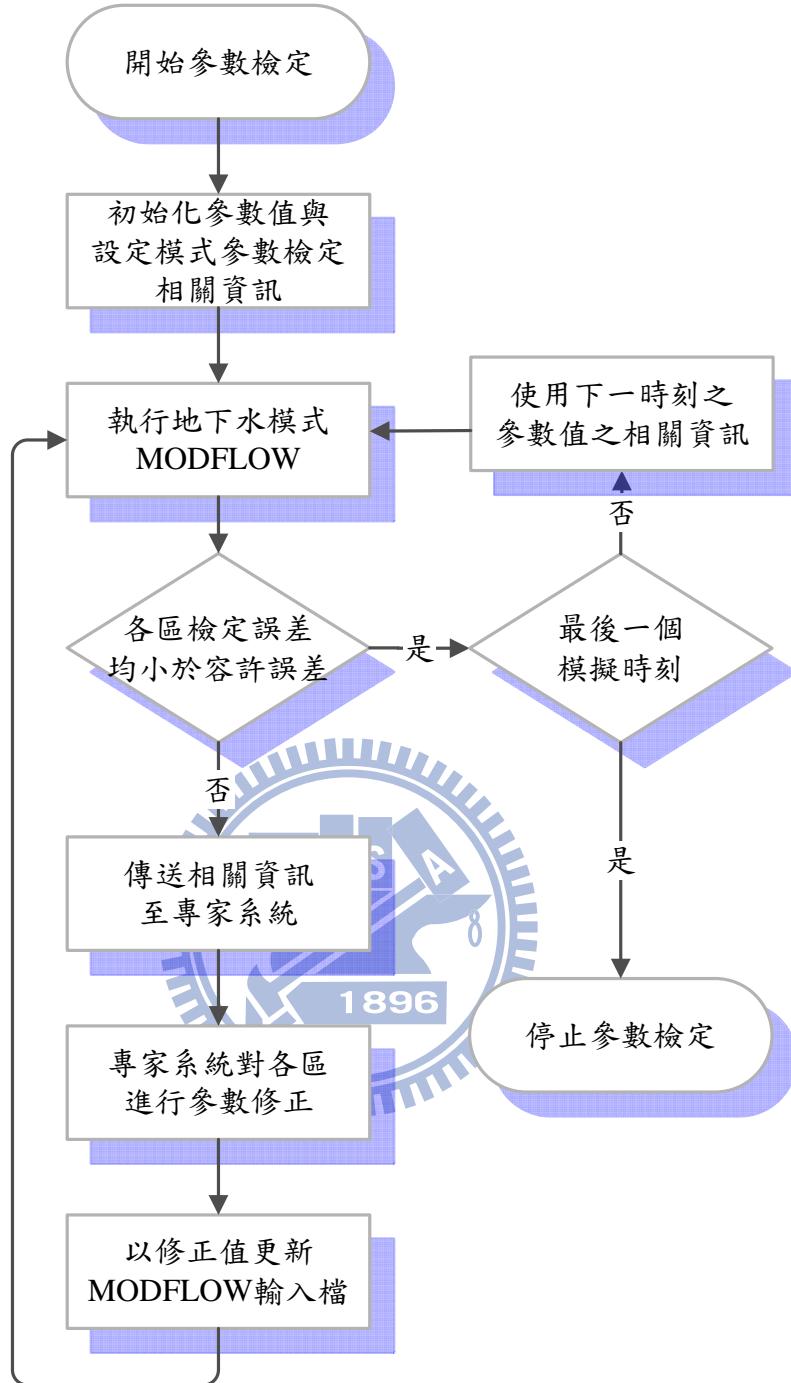


圖 3.1-1 參數檢定流程圖

### 3.2 地下水參數專家系統檢定系統建置

本研究之地下水參數專家系統檢定系統可分為三個部份，分別為 MODFLOW 部份、專家系統部分以及專家系統前後處理器部分，

以下將分別說明此三部份之設定及建置。

### 3.2.1 MODFLOW 部分

本研究選用 MODFLOW 2000 做為暫態地下水數值模式。

MODFLOW 2000 係由數個套件(package)所組成，每個套件再由數個模組(module)所組成，使用者可依所需功能選擇使用之套件，未被使用的套件則不啟動以節省電腦計算資源。本研究所建立之模式則使用了 discretization file (DIS)、zone array (ZONE)、Basic Package (BAS)、Output Control Option (OC)、Layer Property Flow package (LPF)、Well Package (WEL)、Preconditioned Conjugate-Gradient Package (PCG) 等七個套件。當 MODFLOW 執行時，MODFLOW 遂依據所啟用之套件，讀取所相對應之輸入檔。

在本檢定模式中，MODFLOW 2000 可將專家系統檢定之抽水量等參數，計算出在此參數設定下對應之模擬水位，可用於判定參數設置是否恰當與否。

### 3.2.2 參數檢定專家系統建置

專家系統為一個模仿人類專家，且本身具有決策能力的智慧型電腦系統，本研究在此採用 CLIPS(C Language Integrated Production System)建立地下水模式參數檢定專家系統，CLIPS 是以物件導向概念所建立的，其為專家系統之實作工具。

在本研究中，地下水模式以分區為概念進行參數檢定，一個分區即為一個物件，在 CLIPS 中則以建立實例(instance)的方式應用物件導向概念。在每個實例（物件）中，則有若干屬性(slot)代表各分區的特性，如水力傳導係數 K 值、所在分層、淨補注量或抽水量、模擬

水位與觀測水位誤差及各種參數調整依據。

本研究所建立之專家系統，乃將熟悉地下水模式參數檢定之人類專家所具有之經驗及知識轉換成規則(Rule)並將之存放於知識庫(Knowledge Base)，當專家系統對地下水模式進行參數檢定時，專家系統依據所輸入之情況並透過推理機(Inference Engine)對知識庫內之規則進行規則推論(Rule Inference)，其推理結果即為所輸入問題之答案。

### 3.2.3 專家系統前後處理器建置

由於專家系統與 MODFLOW 是屬於兩種不同的系統，雙方無法直接進行資訊交換，故本研究利用 C++ 程式語言撰寫程式，建立專家系統與 MODFLOW 2000 的溝通橋樑，此即為專家系統前後處理器。

專家系統前處理器的共有兩項功能，首先是為專家系統讀取所需資訊，從模擬水位輸出檔與 MODFLOW 2000 模式輸入檔分別讀取模擬水位與相關參數設定，供專家系統決策使用；其次是分析各分區檢定誤差是否滿足收斂標準，初步比對各分區之模擬水位與觀測水位，以便決定該分區是否啟動專家系統決定參數修正量。專家系統後處理器的主要功能則是依據專家系統所決定之建議修正值，將建議修正值寫入 MODFLOW 2000 的輸入檔。

## 3.3 淨補注量參數檢定概念

一般而言，在建構專家系統知識庫前，必須透過訪談、問卷等過程，從相關領域的專家處，擷取出相關知識。本研究歸納出參數檢定之概念如下：

1. 如模擬水位低於觀測水位，顯示分區中水量不足，可藉由降

- 低淨補注量之方式，使模擬水位符合觀測水位；反之亦然。
2. 由於受到水流流動方向的影響，因此如針對上游調整淨補注量，下游水位容易受到上游淨補注量調整之影響；反之，如針對下游調整淨補注量，由於水流方向之關係，上游水位較不易受到下游淨補注量調整之影響，因此模式淨補注量多從上游開始往下游調整。
  3. 在多層地下水模式檢定中，由於淺層補注量為深層含水層水量的來源，因此該數值的大小對於深層含水層抽水量有顯著的影響，因此進行檢定時，亦會從淺層開始進行淨補注量之檢定，再逐步往深層進行檢定。
  4. 在人工檢定地下水模式時，通常會以迭代方式來回調整各分區參數，使各區之檢定誤差逐漸縮小。

### 3.4 參數檢定規則說明



基於上述概念，本研究將其歸納成具體的參數調整原則，詳細說明如下所示：

1. 在進行參數調整前，各分區應先設定初始淨補注修正量( $\Delta Q^0$ )，作為參數調整幅度之基準。
2. 調整時需判別淨補注修正量之修正方向，當觀測水位大於模擬水位時，則增加淨補注量，使其提高模擬水位；當觀測水位小於模擬水位時，則減少淨補注量，使其降低模擬水位。
3. 判別修正方向後，進一步決定淨補注修正量( $\Delta Q^n$ )，比較前後兩次檢定之修正方向。若前後兩次檢定之修正方向相同，表示檢定過程持續向同方向進行，則修正量維持不變；若前後兩次檢定之修正方向相反，表示檢定過程已發生震盪，則修

正量減半。

4. 經多次調整後，淨補注修正量( $\Delta Q''$ )會逐漸縮小，然而因多分區同時進行調整，各分區會受相鄰分區影響，可能使得調整量縮小過快，造成檢定速度趨緩，因此當檢定速度發生過慢之情形，且仍舊無法達到收斂之標準時，各分區調整量設定為同時放大一定倍數。

本研究將上述淨補注量檢定相關經驗，歸納成 8 條規則(如表 3.4-1 所整理)，再由這 8 條規則連接成推論鏈，並儲存於專家系統的知識庫中，此推論鏈為前向鏈結(Forward Chaining)，主要由模擬水位與觀測水位之比較演繹出修正量，其推論鏈分別如圖 3.4-1～圖 3.4-3 所示，推論鏈中使用到的規則將以規則編號標記在旁，以下小節將進行詳細之說明。

表 3.4-1 專家系統參數檢定規則說明

規則編號	主要功能說明
Rule 1	判斷系統參數修正量是否足夠
Rule 2	判斷該參數分區是否未於第一層
Rule 3	判斷該參數分區是否為位於下層，且淨補注量為正
Rule 4	判斷該參數分區是否抽乾
Rule 5	利用觀測水位與模擬水位判斷修正方向
Rule 6	利用判斷此次與上次修正方向是否相同，決定修正量
Rule 7	利用上次之修正量大小，決定此次修正量
Rule 8	利用觀測水位與模擬水位判斷修正方向與大小

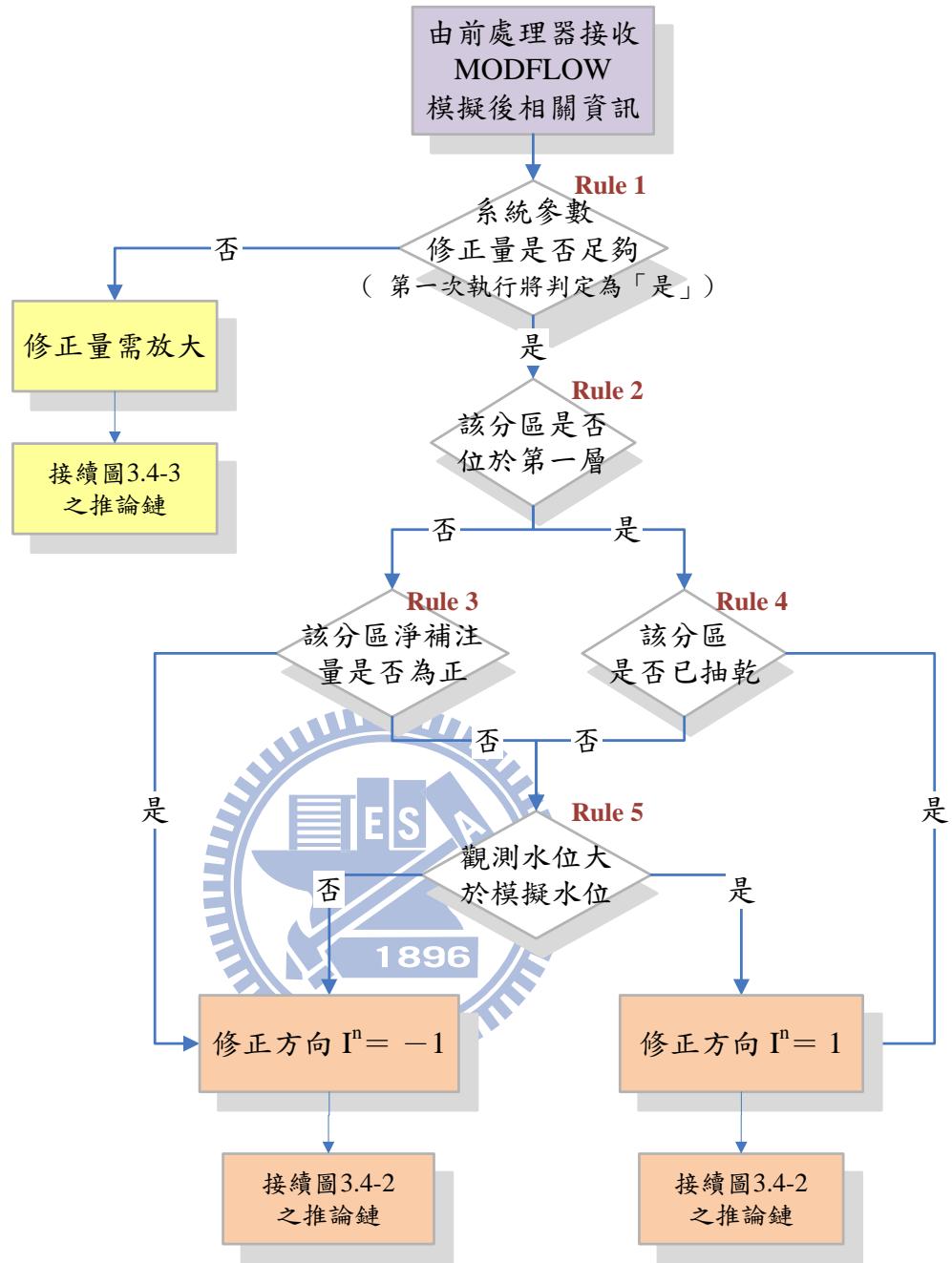


圖 3.4-1 專家系統淨補注量檢定推論鏈

### 3.4.1 參數檢定之推論

式 3.1 為參數檢定修正式， $Q^n$  為第  $n$  次檢定之淨補注量， $Q^{n+1}$  為

下一次檢定之淨補注量， $I^n$  代表第 n 次檢定之檢定方向， $\Delta Q^n$  代表第 n 次檢定之淨補注修正量。當  $Q^n$  透過地下水數值模式模擬後，可得該次檢定對應之模擬水位，藉由專家系統推論決定可得該次之修正方向 ( $I^n$ ) 與修正量 ( $\Delta Q^n$ )，代入式 3.2 即可得下一次之淨補注量。

$$Q^{n+1} = Q^n + I^n \Delta Q^n \quad \text{where } I^n = 1 \text{ or } -1 \quad (3.2)$$

### 3.4.2 修正方向之推論

本參數檢定系統由 8 條規則連接，形成兩個推論鏈，分別如圖 3.4-1 與 3.4-2 所示，圖 3.4-1 用於決定淨補注修正量之修正方向，圖 3.4-2 用於決定淨補注修正量之數值。於圖 3.4-1 中，推論鏈首先判斷參數調整量是否足夠(Rule 1)，如檢定誤差改善效率不佳，可藉此提升改善效率，此規則將在 3.4.4 節進一步說明。若為初始調整時，則直接判定為無效率不佳之問題。接著判斷該分區是否位於淺層(Rule 2)。若不在淺層（即屬於深層含水層），則判斷淨補注量是否為正值(Rule 3)，亦即該分區是否呈現補注狀況，由於分區位於深層，深層並無補注源，因此不符合一般認知，故判定本次調整輸出的  $I^n$  為 -1，使該分區變回抽水的狀態。若是在淺層，則藉由模擬水位與含水層底部高程比較，進一步判斷該分區是否有抽乾之問題(Rule4)。若有抽乾之問題，即代表該分區的系統水量太少，應增加淨補注量值，所以判定本次調整輸出的  $I^n$  為 1。

若規則 3 與規則 4 均判定為否時，即表示該分區位於淺層且無乾涸狀態，或是該分區位於深層且仍維持為抽水的狀態，則以規則 5 判斷該區修正量  $\Delta Q^n$  之調整方向。當該分區的觀測水位大於模擬水位，代表該分區蓄水量不足，因此需增加淨補注量，故判定本次調整輸出的  $I^n$  為 1。反之，當該分區的觀測水位小於模擬水位，代表該分區蓄

水量過多，判定本次調整輸出的  $I^n$  為 -1。

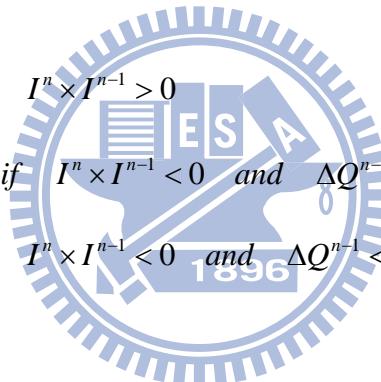
### 3.4.3 修正量之推論

當決定本次修正方向( $I^n$ )後，接續之專家系統推論鏈用以決定修正量( $\Delta Q^n$ )，如圖 3.4-2 所示。系統在此參考上次之修正方向( $I^{n-1}$ )，並比較前後兩次修正方向是否相同(Rule 6)，若兩次修正方向相同(如式 3.3 所示)，則不需調整  $\Delta Q^n$  的量；若兩次修正方向相反(如式 3.4 所示)，則代表系統處於振盪狀態，則本次修正量( $\Delta Q^n$ )設定為前次修正量( $\Delta Q^{n-1}$ )之半(Rule 7)。此外，若前次修正量( $\Delta Q^{n-1}$ )已小於  $10^{-8}$  (m/day)，顯現修正量已經極小，不應過度降低修正量，故仍維持前次修正量(式 3.5)。

$$\Delta Q^n = \Delta Q^{n-1} \quad \text{if} \quad I^n \times I^{n-1} > 0 \quad (3.3)$$

$$\Delta Q^n = \frac{\Delta Q^{n-1}}{2} \quad \text{if} \quad I^n \times I^{n-1} < 0 \quad \text{and} \quad \Delta Q^{n-1} > 10^{-8} \quad (3.4)$$

$$\Delta Q^n = \Delta Q^{n-1} \quad \text{if} \quad I^n \times I^{n-1} < 0 \quad \text{and} \quad \Delta Q^{n-1} < 10^{-8} \quad (3.5)$$



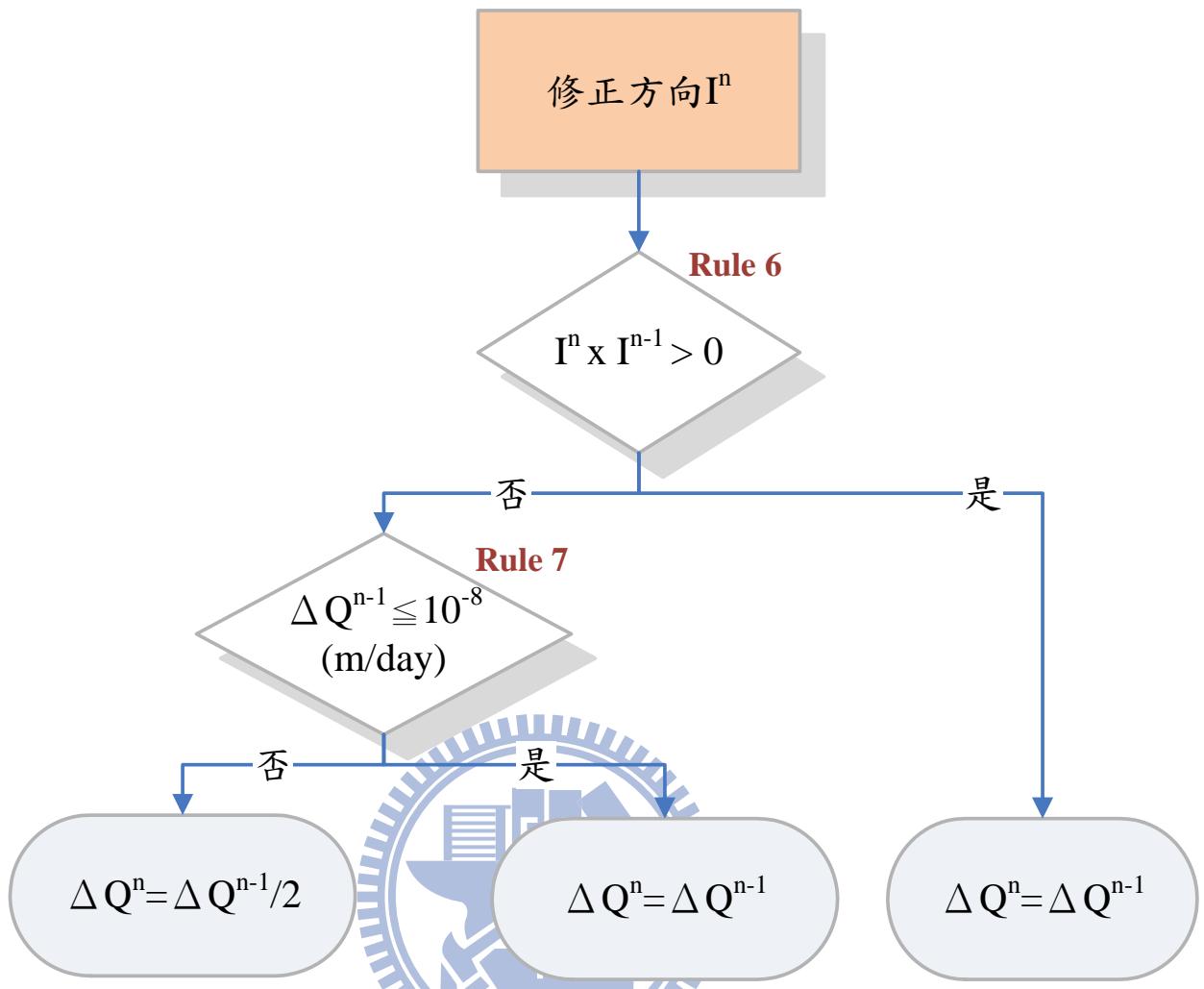


圖 3.4-2 決定修正量之專家系統推論流程圖

#### 3.4.4 修正量過小之推論

此外，式 3.6 用以評估檢定誤差下降程度，其中  $\bar{\varepsilon}^n$  表示第  $n$  次調整前之檢定誤差(即觀測水位與模擬水位之差值)，其為向量形式 ( $\bar{\varepsilon}^n = \{\varepsilon_1^n, \varepsilon_2^n, \dots, \varepsilon_k^n\}$ )，向量中各成員分別代表不同分區； $\max(\bar{\varepsilon}^n)$  即代表所有分區之最大誤差； $\eta$  代表系統之誤差改變率。

$$\eta = \left| \frac{\max(\bar{\varepsilon}^{n-1}) - \max(\bar{\varepsilon}^n)}{\max(\bar{\varepsilon}^n)} \right| \quad (3.6)$$

因此前述之規則 1，是以誤差改變率作為評判準則，當  $\eta$  小於  $\frac{1}{200}$  時，且所有分區尚未完成檢定，表示調整量縮小過快，檢定速度已趨於緩和，如維持相同之調整量，則有檢定效率不佳的問題存在，故在此直接將全區淨補注修正放大五倍(王雲直,2010)。

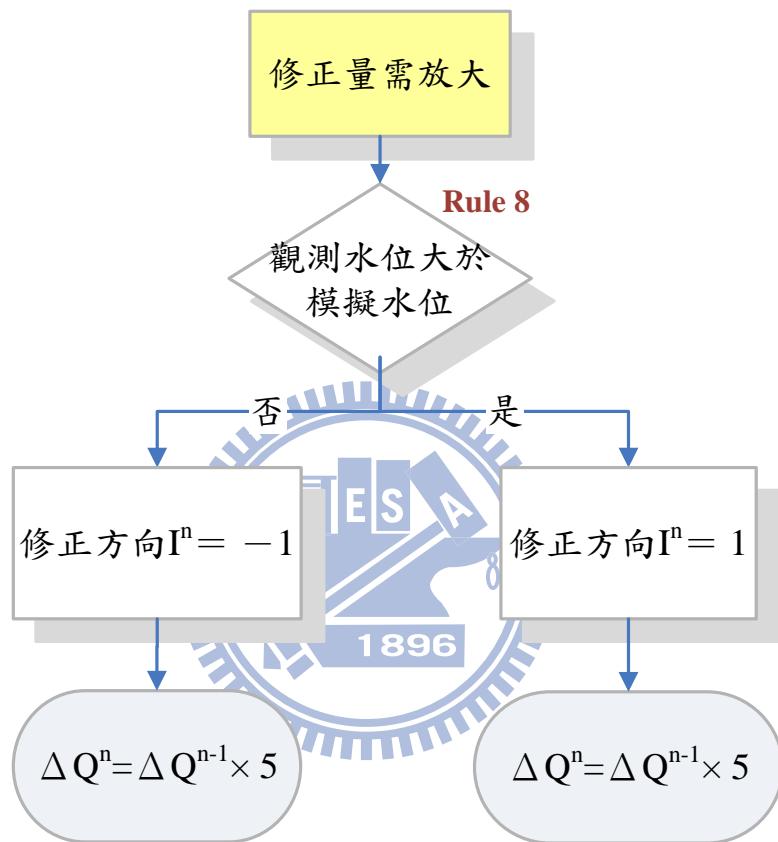


圖 3.4-3 判定調整量縮小過快時之專家系統推論流程圖

## 第四章 設計案例初步驗證

上一章節已說明地下水參數專家系統檢定模式所採用之檢定概念與對應之規則，以下將透過設計案例初步檢驗本參數檢定系統之正確性，其中將針對地下水模式中的淨補注量進行檢驗。

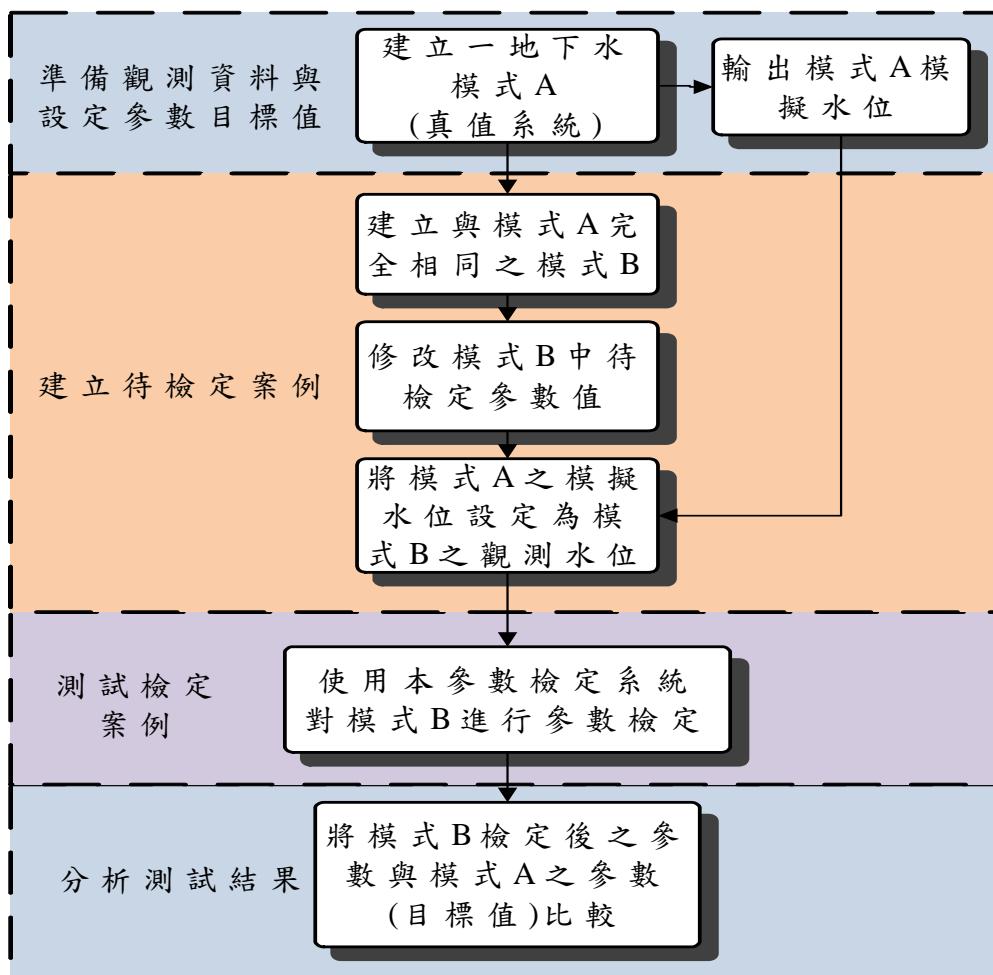


圖 4.1 專家系統檢定模式之正確性驗證流程

檢驗之流程圖如圖 4.1 所示，驗證流程主要分為四個步驟：第一步驟為建立一「真值系統」，在此建立一個完整地下水模式，該真值系統概念上即代表現地之地下水系統，因此真值系統之模擬水位可視為現地之觀測水位。第二步驟則是建立一「待檢定系統」，由於本

研究著重於暫態淨補注量之檢定，故待檢定系統中除淨補注量外之其他參數，如水文地質參數等則假設為已知，直接給予真值系統之參數值。第三步驟即使用本參數檢定模式，進行待檢定系統之自動化參數檢定流程，其檢定目標是以真值系統提供之觀測水位為目標，將待檢定系統之模擬水位能與真值系統所提供之觀測水位吻合。第四步驟則是比較待檢定系統與真值系統兩者之淨補注量值。

#### 4.1 真值系統建立與說明

本系統為暫態地下水模擬，其中共包含三個模擬時刻，模擬區域為 $11 \times 11 (km^2)$ ，以 $1 \times 1 (km^2)$ 切割整個模擬區域，共 $11 \times 11$ 個網格，如圖 4.1-1 所示。此外，含水層共分為 3 層，如圖 4.1-2 所示，第一層及第三層為含水層，第二層為阻水層，但阻水層在空間上並未涵蓋整個模擬區域，有部分區域之透水性近似含水層。故在模擬上，第一層之含水層型態為非受壓水層(unconfined aquifer)，第二、三層之含水層型態為受壓層(confined aquifer)。總計區域內之網格數為 393 個( $11 \times 11 \times 3$ )之正方形網格。

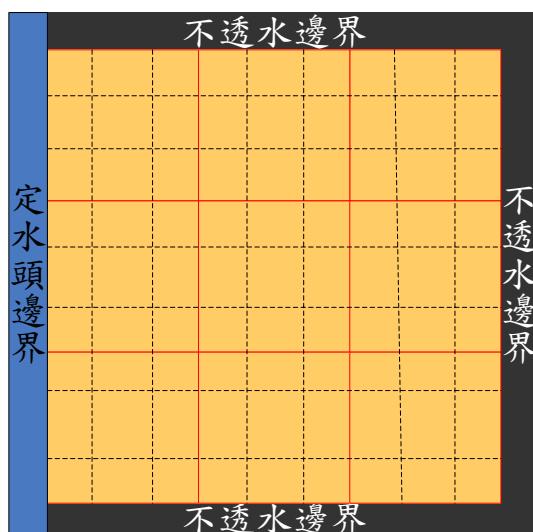


圖 4.1-1 設計案例之模擬網格



圖 4.1-2 設計案例之概念分層

在邊界條件方面，第一分層的左邊界設定為定水頭邊界且水位高在 0 公尺，用以模擬大海，右方、上方及下方為不透水邊界；第二、三分層四個方向均為不透水邊界；在分區方面，本案例在第一層及第三層均分為 9 個分區，共有 18 個分區，每個分區內皆為 9 個網格，如圖 4.1-3 及圖 4.1-5 所示。在地表高程方面，地勢由右向左遞減，由 120 公尺逐漸降至 0 公尺高。含水層厚度為 25~60 公尺不等，阻水層厚度約為 5 公尺。

在初始條件方面，整體模擬區域初始水位高皆為 100 公尺，而各分層之 K 值設定如圖 4.1-3、圖 4.1-4、圖 4.1-5 所示，為一非均質分布之含水層。各時刻之淨補注量數值如表 4.1-1 所示。

表 4.1-1 真值系統分區淨補注量設定表

分區	第一時刻	第二時刻	第三時刻
第一層			
1	-2100	-3000	-2500
2	-4500	-5500	-5000
3	6000	7000	6500
4	-6000	-7000	-6500
5	-4000	-5000	-4500
6	25000	25000	25000
7	-4500	-5500	-5000
8	-1500	-2500	-2000
9	6000	7000	6500
分區	第一時刻	第二時刻	第三時刻
第三層			
1	-2000	-3000	-2500
2	-1000	-2000	-1500
3	-500	-1500	-1000
4	-1700	-2700	-2200
5	-1500	-2500	-2000
6	0	-2000	0
7	-1500	-2500	-2000
8	-1000	-2000	-1500
9	-500	-1500	-1000
單位： $cmd/km^2$			

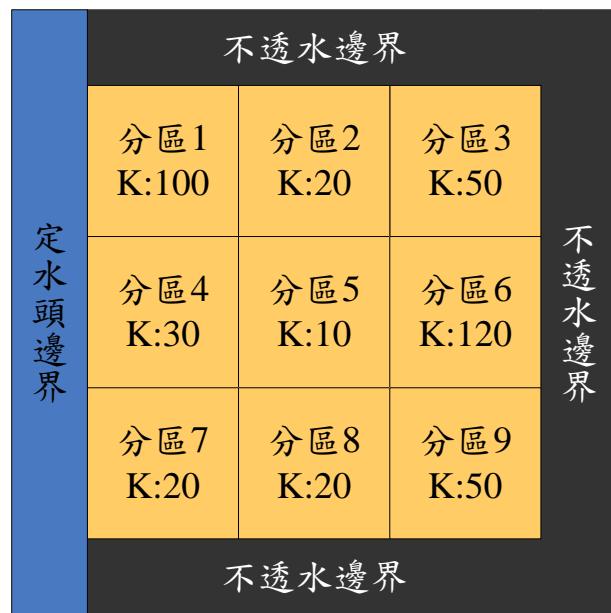


圖 4.1-3 第一分層分區與邊界及 K 值(公尺/天)配置圖

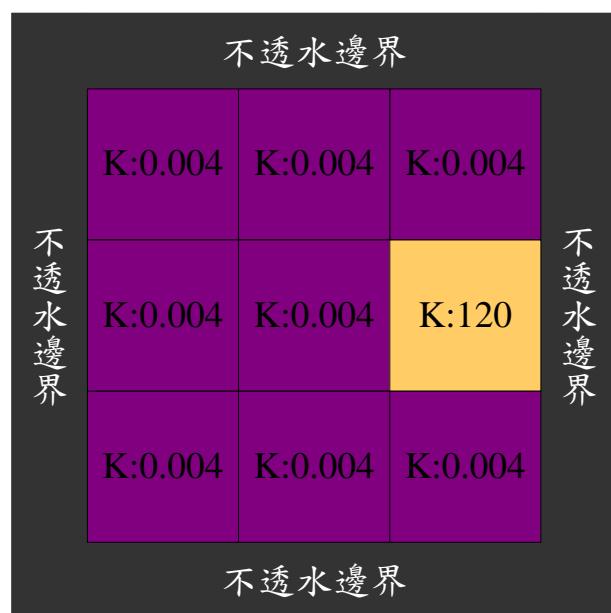


圖 4.1-4 第二分層邊界及 K 值(公尺/天)配置圖

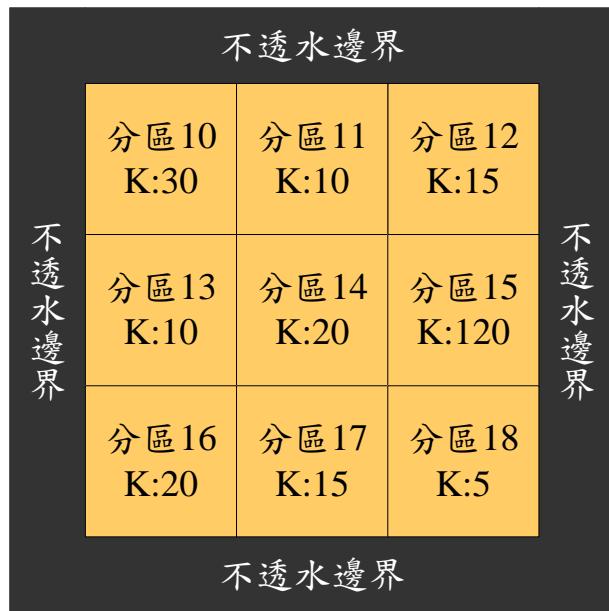


圖 4.1-5 第三分層分區與邊界及 K 值(公尺/天)配置圖

## 4.2 淨補注量檢定模式設定與檢定結果

由於本檢定系統需給予初始淨補注量，在此設定第一分層為  $2000(cmd/km^2)$ ，第三分層為  $-2000(cmd/km^2)$ ，亦即初始設定第一分層為補注，第三分層為抽水，其數值與真值系統所給定之淨補注量差異極大。本案例容許之檢定誤差(即觀測水位與模擬水位之差值)為  $0.1(m)$ 。

圖 4.2-1 為第二時刻參數檢定過程中，全區水位對數均方根誤差之變化情況，其計算公式如公式 4.1 所示。其中  $\varepsilon_k$  代表第  $k$  分區之檢定誤差，為該分區之觀測水位與模擬水位之差值， $k$  為分區編號， $n$  為總分區數。

$$LOG(RMSE) = \log\left(\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n \varepsilon_k^2}{n}}\right) \quad (4.1)$$

由圖 4.2-1 可知，全區之水位對數均方根誤差大致上隨著調整次數增加而逐漸下降，然而在第 6 次調整時誤差值驟升，是由於專家系

統判定系統之修正量過低，故放大淨補注修正量，造成系統誤差升高，需重新進行參數之調整，此部份之檢定過程將在 4.3 節進一步說明。在經過 46 次調整後，全區水位對數均方根誤差降至 0.098 公尺，而各區水位之檢定誤差皆小於檢定誤差容忍值(0.1 公尺)。

圖 4.2-2 為觀測水位對模擬水位之關係圖，由圖所示所有數據都幾乎位於 45 度線上，亦即證明本研究專家系統之檢定規則，可有效降低待檢定模式之檢定誤差，即模擬水位與觀測水位相吻合。

檢定效果除可觀察模擬水位與觀測水位之差異外，在此亦可透過真值系統與待檢定系統之淨補注量之差異呈現檢定效果。表 4.2-1、表 4.2-2 及表 4.2-3 分別呈現不同時刻真值系統與待檢定系統之淨補注量值，與對應之該分區水位檢定誤差。表中顯示僅有第一時刻第一層之第六分區與第三時刻第一層之第六分區之淨補注量與真值系統差異較大，兩者差異分別將近  $700(\text{cmd}/\text{km}^2)$  與  $1200(\text{cmd}/\text{km}^2)$ ，如以該時刻之真值系統淨補注量作為分母，計算淨補注量相對誤差，兩者分別為 3% 與 5%，可證實本研究之檢定規則可行。

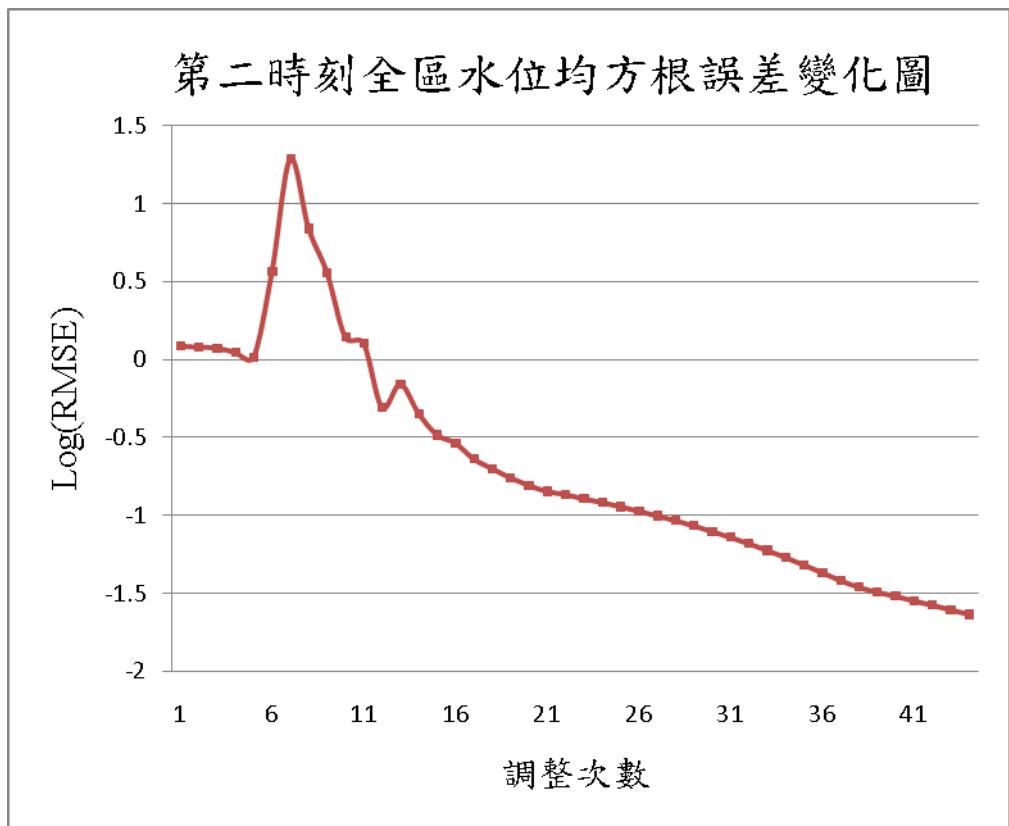


圖 4.2-1 全區水位均方根誤差之變化

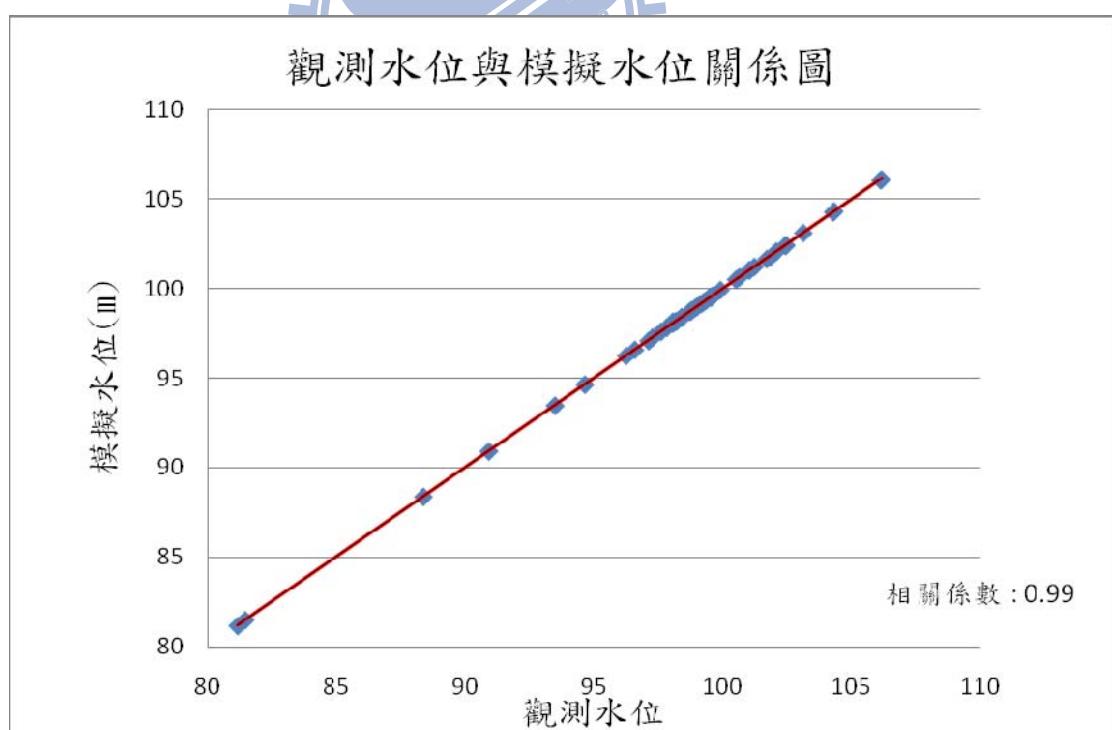


圖 4.2-2 觀測水位對模擬水位之關係圖

表 4.2-1 真值系統與待檢定系統之淨補注量比較表(第一時刻)

分區	真值系統之 淨補注量	待檢定系統之 淨補注量	檢定誤差
第一層			
1	-2100	-2181	-0.015
2	-4500	-4484	0.081
3	6000	5996	0.013
4	-6000	-6024	0.004
5	-4000	-4000	0.005
6	25000	24312	-0.028
7	-4500	-4497	0.051
8	-1500	-1499	0.031
9	6000	5996	0.083
分區	真值系統之 淨補注量	待檢定系統之 淨補注量	檢定誤差
第三層			
1	-2000	-1999	-0.006
2	-1000	-1001	0.009
3	-500	-500	0.021
4	-1700	-1701	-0.045
5	-1500	-1484	0.03
6	0	-0.2	-0.026
7	-1500	-1500	-0.005
8	-1000	-1000	0.035
9	-500	-495	0.016
淨補注量單位： $cmd/km^2$ 、檢定誤差單位： $m$			

表 4.2-2 真值系統與待檢定系統之淨補注量比較表(第二時刻)

分區	真值系統之 淨補注量	待檢定系統之 淨補注量	檢定誤差
第一層			
1	-3000	-3050	0.003
2	-5500	-5468	-0.002
3	7000	7002	0
4	-7000	-7041	-0.004
5	-5000	-4998	-0.001
6	25000	25274	0.001
7	-5500	-5557	0.002
8	-2500	-2506	-0.003
9	7000	6988	-0.001
分區	真值系統之 淨補注量	待檢定系統之 淨補注量	檢定誤差
第三層			
1	-3000	-3001	0.098
2	-2000	-1999	-0.002
3	-1500	-1499	0.003
4	-2700	-2700	0.015
5	-2500	-2515	0.002
6	-2000	-1992	-0.002
7	-2500	-2499	0.001
8	-2000	-2000	0.03
9	-1500	-1492	-0.006
淨補注量單位： $cmd/km^2$ 、檢定誤差單位： $m$			

表 4.2-3 真值系統與待檢定系統之淨補注量比較表(第三時刻)

分區	真值系統之 淨補注量	待檢定系統之 淨補注量	檢定誤差
第一層			
1	-2500	-2519	-0.029
2	-5000	-4959	-0.020
3	6500	6487	-0.011
4	-6500	-6544	0.056
5	-4500	-4505	0.001
6	25000	23818	-0.057
7	-5000	-4951	0.026
8	-2000	-1992	-0.021
9	6500	6502	-0.076
分區	真值系統之 淨補注量	待檢定系統之 淨補注量	檢定誤差
第三層			
1	-2500	-2499	-0.035
2	-1500	-1500	-0.003
3	-1000	-1001	-0.017
4	-2200	-2201	0.005
5	-2000	-1989	-0.027
6	0	-0.6	-0.054
7	-2000	-1999	0.001
8	-1500	-1499	-0.006
9	-1000	-999	-0.049
淨補注量單位： $cmd/km^2$ 、檢定誤差單位： $m$			

### 4.3 專家系統之推論解釋

由於專家系統有提供推論過程解釋之能力，使得解題之結果，均可追溯其決策過程，讓使用者能清楚了解答案的來龍去脈。從圖 4.2-1 所示，第二時刻之全區水位對數均方根誤差檢定過程可發現從第 5 至 10 次調整間，全區水位對數均方根誤差有大幅度驟升之現象，因此選定分區 6 之第 5 至 10 次調整，輸出專家系統之推論解釋過程，如圖 5.3-3，並配合該區模擬水位與觀測水位之變化圖，以及該區之推

估抽水修正量( $\Delta Q^n$ )之變化圖(圖 5.3-1 與 5.3-2)，使用者能清楚瞭解且印證整個推論過程。

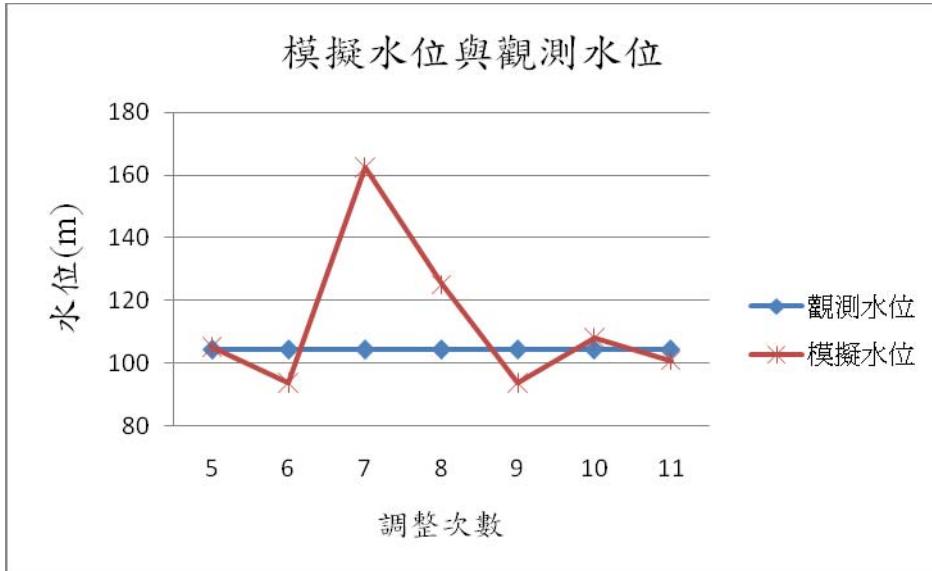


圖 4.3-1 分區六於第 5 次至第 11 調整之水位變化

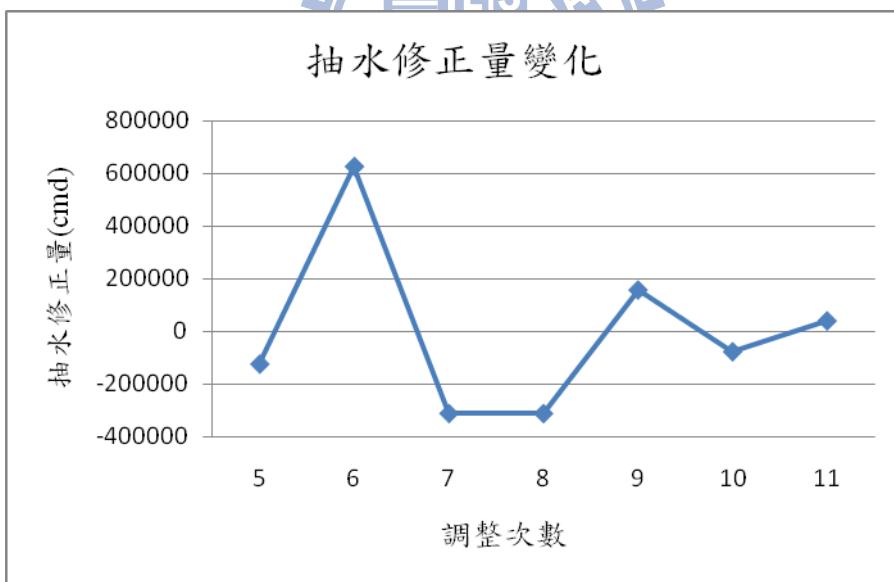


圖 4.3-2 分區六於第 5 次至第 11 調整之抽水修正量變化

於每次調整參數修正量時，系統皆會啟動(FIRE)初始化之規則，先讀取及設定相關參數，之後則進入抽水量調整規則，專家系統將會列出此次調整所啟動之規則，所啟動之規則與相對應之動作可參考第

三章之表 3.4-1 以及圖 3.4-1 ~ 3.4-3，在整個推論鏈結束後，會顯示出該次調整量之值。

由專家系統推論可知，於第五次及第六次調整時，皆啟動 Rule 8，判定系統修正量不足，而將修正量放大了五倍，故可知誤差量驟升之原因是因為連續兩次修正量所造成。於第七次調整時，模擬水位大於觀測水位，故 Rule 5 判斷修正方向為負，且第六次調整方向為正，兩次方向相反，故修正量減半；第八次調整時，模擬水位仍大於觀測水位，修正方向仍為負，故觸發 Rule 6，進而推論出修正量不變；第九次模擬水位小於觀測水位，故 Rule 5 判斷修正方向為正，而與第八次方向相反，經由 Rule 7 判斷後，推論修正量減半；第十次調整時，Rule 5 推論修正方向為負，與上次方向相反，再由 Rule 7 推論後修正量減半。由推論過程可看出，當系統參數修正量低於設定門檻時放大修正量，並經過推論鏈之規則調整修正量，經過多次調整後，修正量仍會逐漸變小，直到達成收斂標準，而完成參數檢定之行為。

調整次數: 5

模擬水位:105.18

FIRE 初始化

FIRE Rule 2

FIRE Rule 4

FIRE Rule 1

FIRE Rule 8

MSG << put-modified\_q << -125000.0

調整次數: 6

模擬水位:93.7035

FIRE 初始化  
FIRE Rule 2  
FIRE Rule 4  
FIRE Rule 1  
FIRE Rule 8  
MSG << put-modified\_q 625000.0

調整次數:7

模擬水位:162.567

FIRE 初始化

FIRE Rule 2

FIRE Rule 4

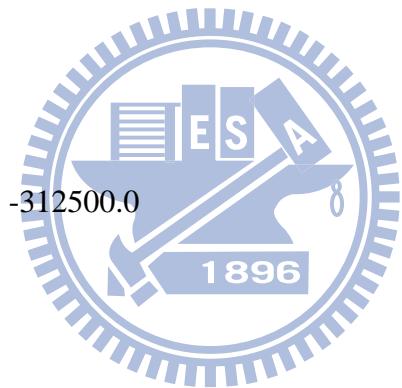
FIRE Rule 1

FIRE Rule 5

FIRE Rule 6

FIRE Rule 7

MSG << put-modified\_q -312500.0



調整次數: 8

模擬水位:125.053

FIRE 初始化

FIRE Rule 2

FIRE Rule 4

FIRE Rule 1

FIRE Rule 5

FIRE Rule 6

MSG << put-modified\_q -312500.0

調整次數: 9

模擬水位:93.6664

FIRE 初始化

FIRE Rule 2  
FIRE Rule 4  
FIRE Rule 1  
FIRE Rule 5  
FIRE Rule 6  
FIRE Rule 7  
MSG << put-modified\_q 156250.0

調整次數: 10

模擬水位: 108.053

FIRE 初始化  
FIRE Rule 2  
FIRE Rule 4  
FIRE Rule 1  
FIRE Rule 5  
FIRE Rule 6  
FIRE Rule 7

MSG << put-modified\_q -78125.0



圖 4.3-3 分區 6 第 5~10 次調整之專家系統解釋

## 第五章 濁水溪沖積扇實例驗證

本地下水參數檢定系統已於第四章經過設計案例之測試，從設計案例可知，雖然檢定系統給定之初始淨補注量與真值差異極大，透過本參數檢定系統調整後，可將待檢定模式之模擬水位與淨補注量與真值系統吻合，初步證實本系統之正確性及穩健性。

本章將進一步證明本系統於現地實際案例應用上之可行性，在此應用於濁水溪沖積扇地下水模式之建置，並利用本參數檢定系統檢定濁水溪沖積扇之淨補注量。

本章將依序說明濁水溪沖積扇地下水模式之建置、參數檢定過程以及檢定成果，地下水模式建置之流程圖如圖 5-1 所示。其中第三部份為模式參數檢定，在此本研究將在相同之設定條件下，除了以本地下水參數檢定系統外，同時以常見之 UOCDE 檢定系統進行檢定，並分析比較其檢定結果。



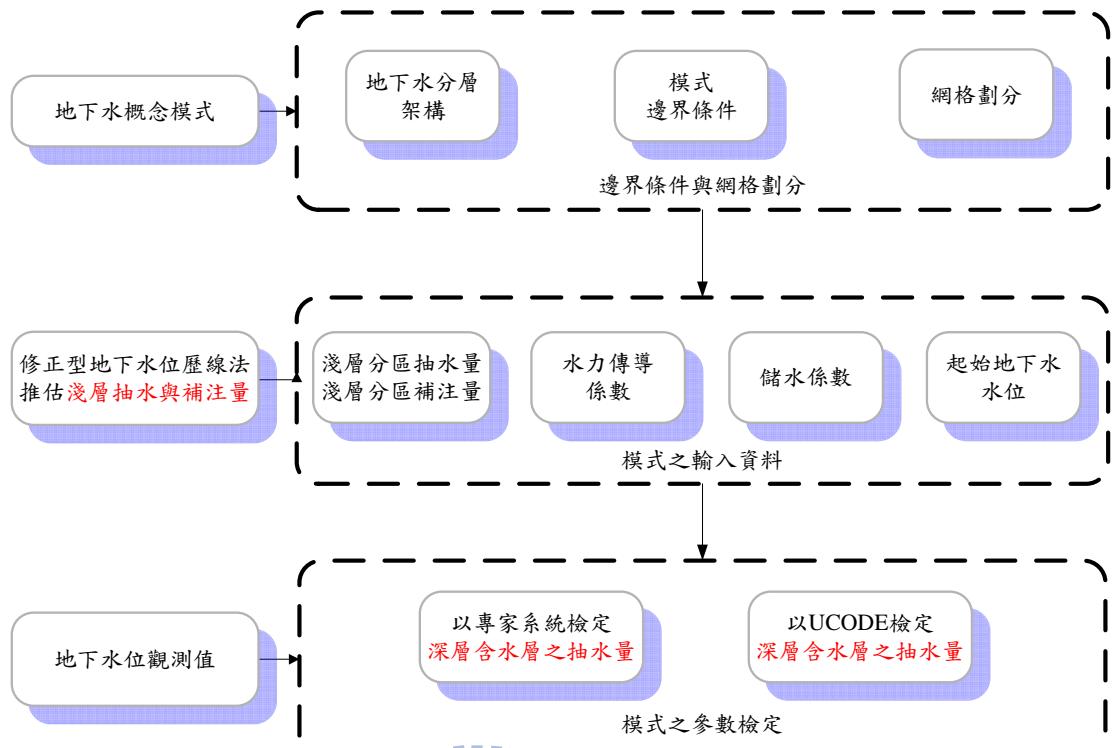


圖 5-1 地下水模式建置流程圖

## 5.1 濁水溪沖積扇地下水數值模式建置

### (一) 邊界條件與格網劃分

#### 1. 地下分層架構

MODFLOW 模擬的設定上，可將地下分層設定為受壓或非受壓含水層，並需輸入各分層之上部和底部之高程值。經濟部中央地質調查所於民國 88 年完成之「台灣地區地下水觀測網第一期計畫濁水溪沖積扇水文地質調查研究報告」中，記錄位於濁水溪沖積扇 72 站之地層柱狀圖，其分布位置如圖 5.1-1 所示，並完成平原地區水文地質剖面一至十二（深度至 300 公尺左右），再依據丘陵及河谷區之 8 站地層柱狀圖，繪製水文地質剖面十三至十五（深度約達 250 公尺左右），劃分出濁水溪沖積扇概念分層，依深度分別為含水層一、阻水

層一、含水層二、阻水層二、含水層三、阻水層三及含水層四，濁水溪沖積扇模式共分為第一至七分層，如圖 5.1-2 所示。

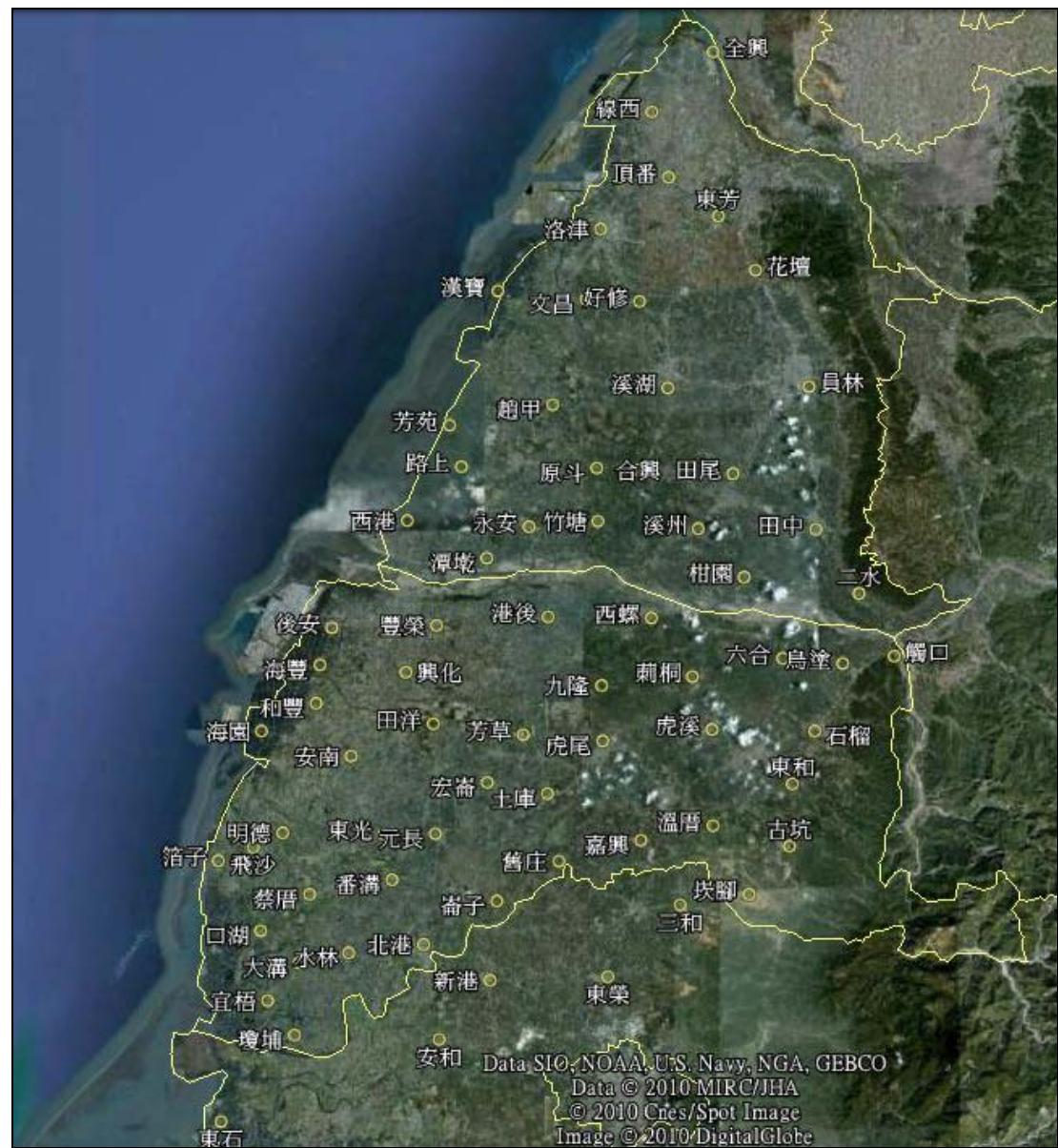


圖 5.1-1 地層柱狀圖分部位置

海岸 ← → 山麓

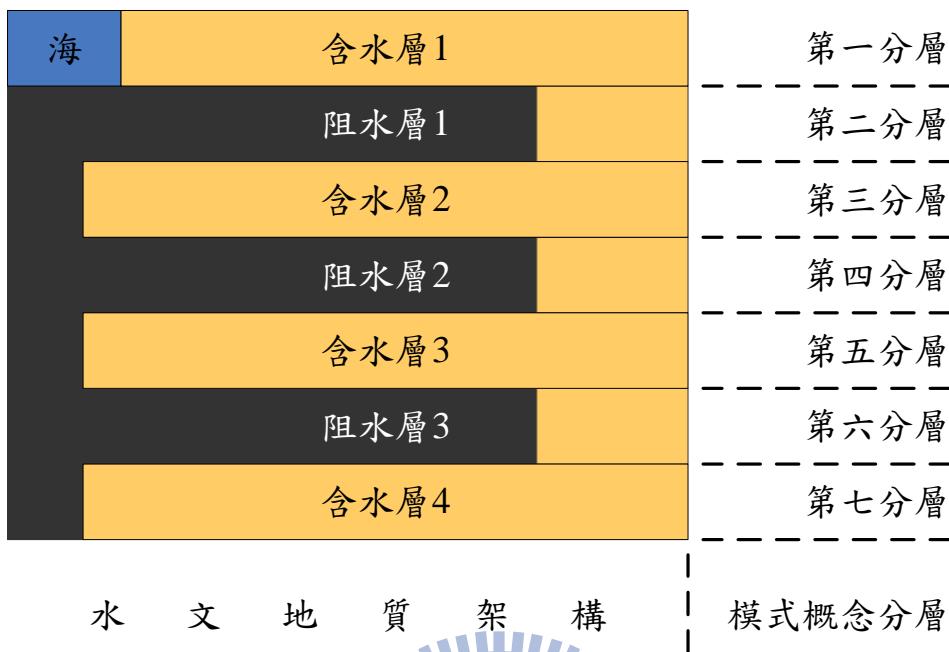


圖 5.1-2 濁水溪沖積扇水文地質架構概念分層

## 2. 模式邊界條件

根據中央地質調查所(1999)對於濁水溪沖積扇地下水邊界分析  
研判，提出概念性之邊界，如圖 5.1-3<sup>96</sup>

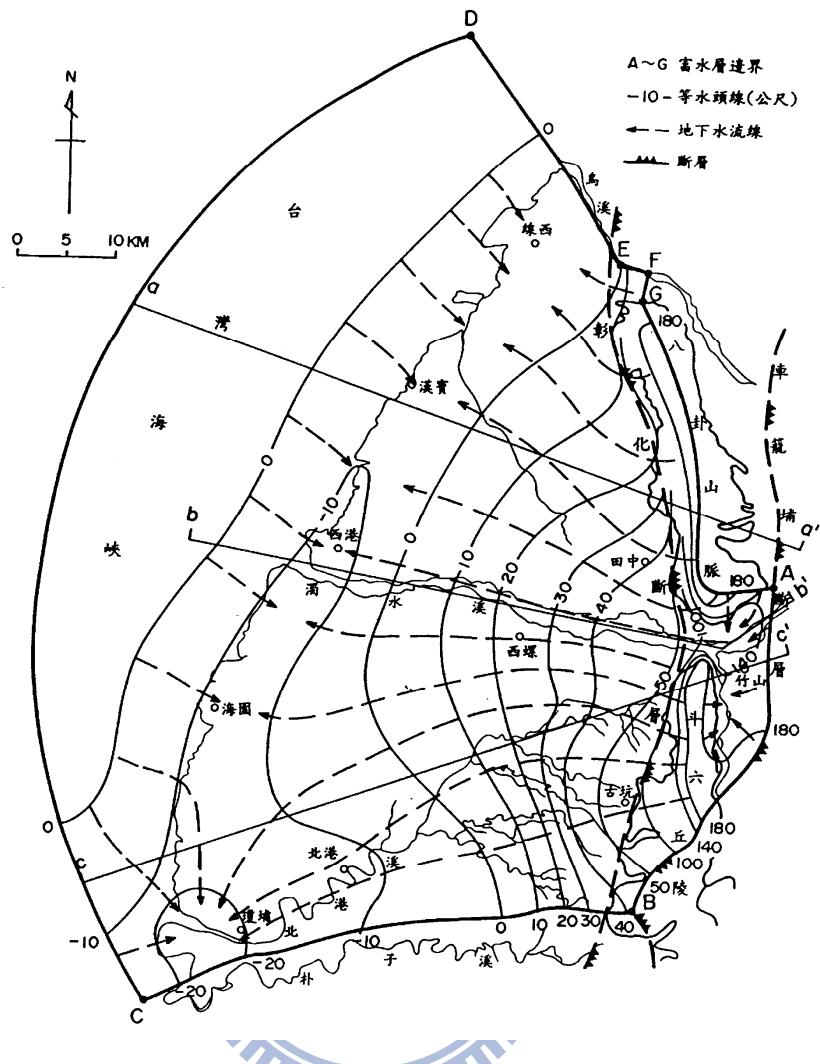


圖 5.1-3 濁水溪沖積扇地下水邊界之概念圖

a. AB 段

位於車籠埔斷層上，斷層以東除河床表層厚約10公尺之河道沉積礫石層有地下水伏流以外，均為透水及含水不佳之砂頁岩，屬於零流邊界(No flow boundary)；惟位於此邊界上之濁水溪和清水溪河床伏流水量相當可觀，為側向補注入地下水區之點源(Pointsource)。

b. BC 段

本邊界位於濁水溪沖積扇之南側邊緣上，含水層沉積物粒徑及厚度均顯著變小，然而並未尖滅，因此無實體之阻隔為界，然而從地下水水流網分布型態，顯示 BC 段與地下水水流線大致平行，於本身即可認

定為一條流線，故亦屬於零流邊界。海岸附近之洩降錐，其在邊界南北之形狀及大小若相當，則不影響零流邊界之假設。

c. CD 段

此段為含水層尖滅封閉於阻水層之位置，屬於零流邊界。

d. DEF 段

本段與 BC 段相似，含水層可向北延伸而與台中盆地地下水系統相接，缺乏實體之阻隔，惟與地下水流方向大致平行，故認定為零流邊界。EF 段位於和美沖積扇頂上，河水可由河床入滲補注地下水。

e. FG 段

本段邊界大致與地下水等水位線平行，隨時間之不同水位有升降變化。

f. GA 段

本段位於頭嵙山層之中，為八卦山台地之地下水分水線 (Groundwater divide)。

3. 格網劃分

模式格網以 1 公里乘 1 公里之格網建構，所以每一層格網為南北方向 85 列與東西方向 75 行，共七層格網。如圖 5.1-4 所示，淺綠色區域為模擬範圍：



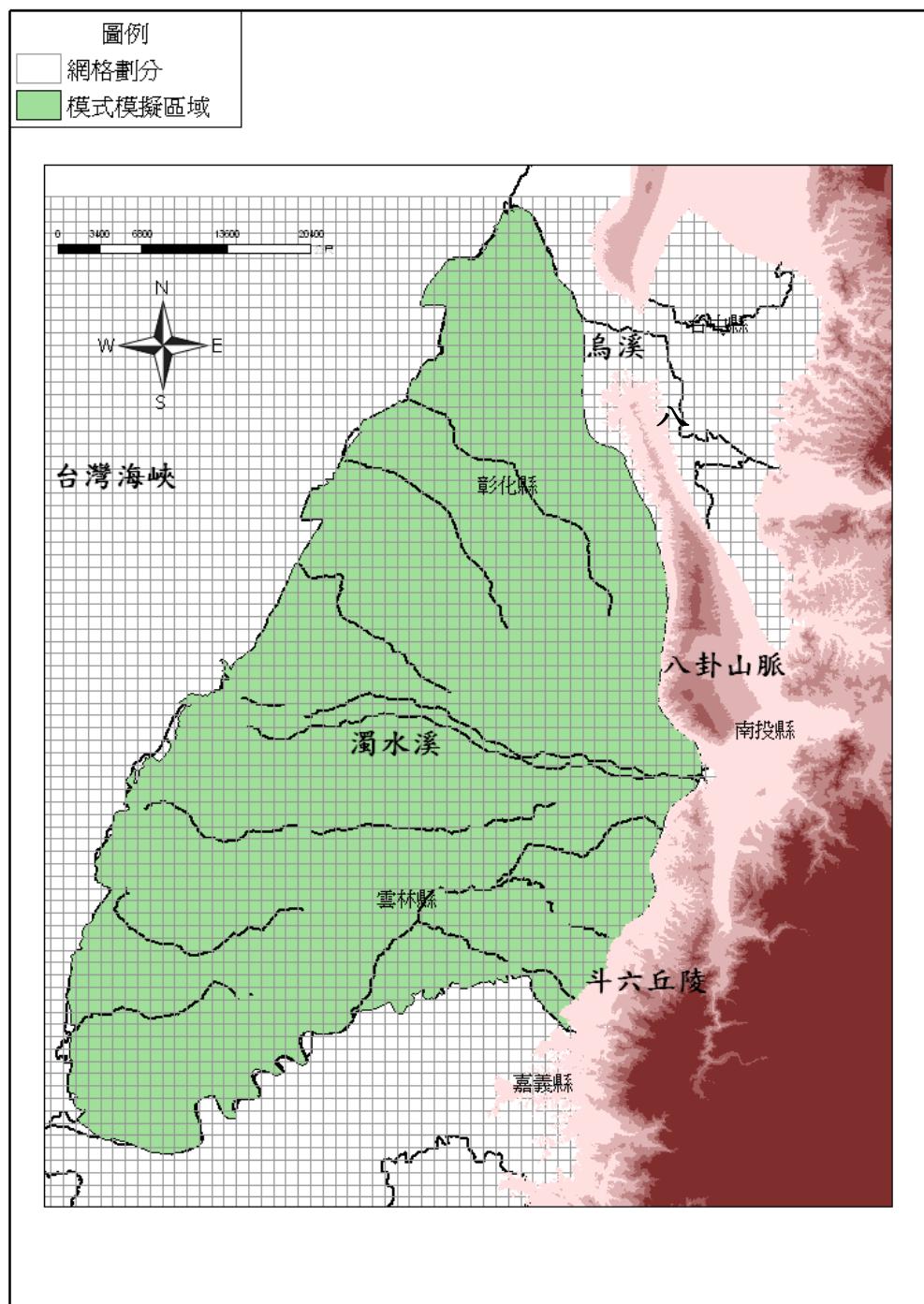


圖 5.1-4 濁水溪沖積扇模式之格網劃分

並且由上述邊界條件，在 MODFLOW 模式中設定，東部之八卦山地區有八卦山背斜，斗六丘陵有內林背斜及斷層經過，以此為東邊邊界，且設為零流量之邊界條件。北部邊界為烏溪，南部邊界為北港

溪，各層皆為零流量之邊界。西邊含水層一以海岸線向外延伸 1 公里設為定水頭邊界(如圖 5.1-5 所示)，其餘含水層延伸 5 公里後尖滅，設為零流量之邊界條件(如圖 5.1-6 所示)。圖中藍色網格為定水頭邊界，灰色網格為零流量。圖 5.1-7 所示為第 49 列剖面圖，水平向長度為垂向長度 30 倍。



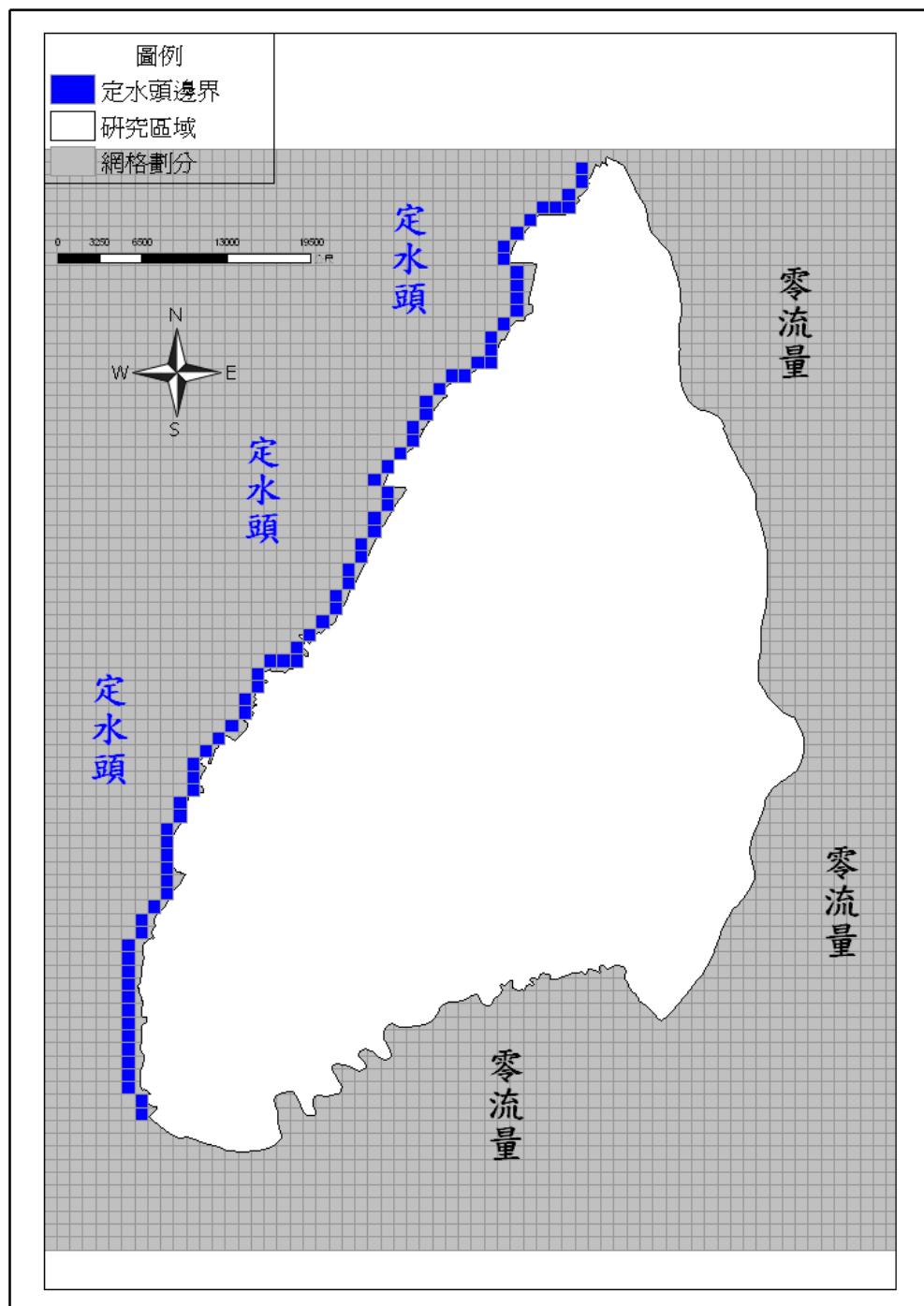


圖 5.1-5 濁水溪沖積扇模式第 1 分層格網劃分

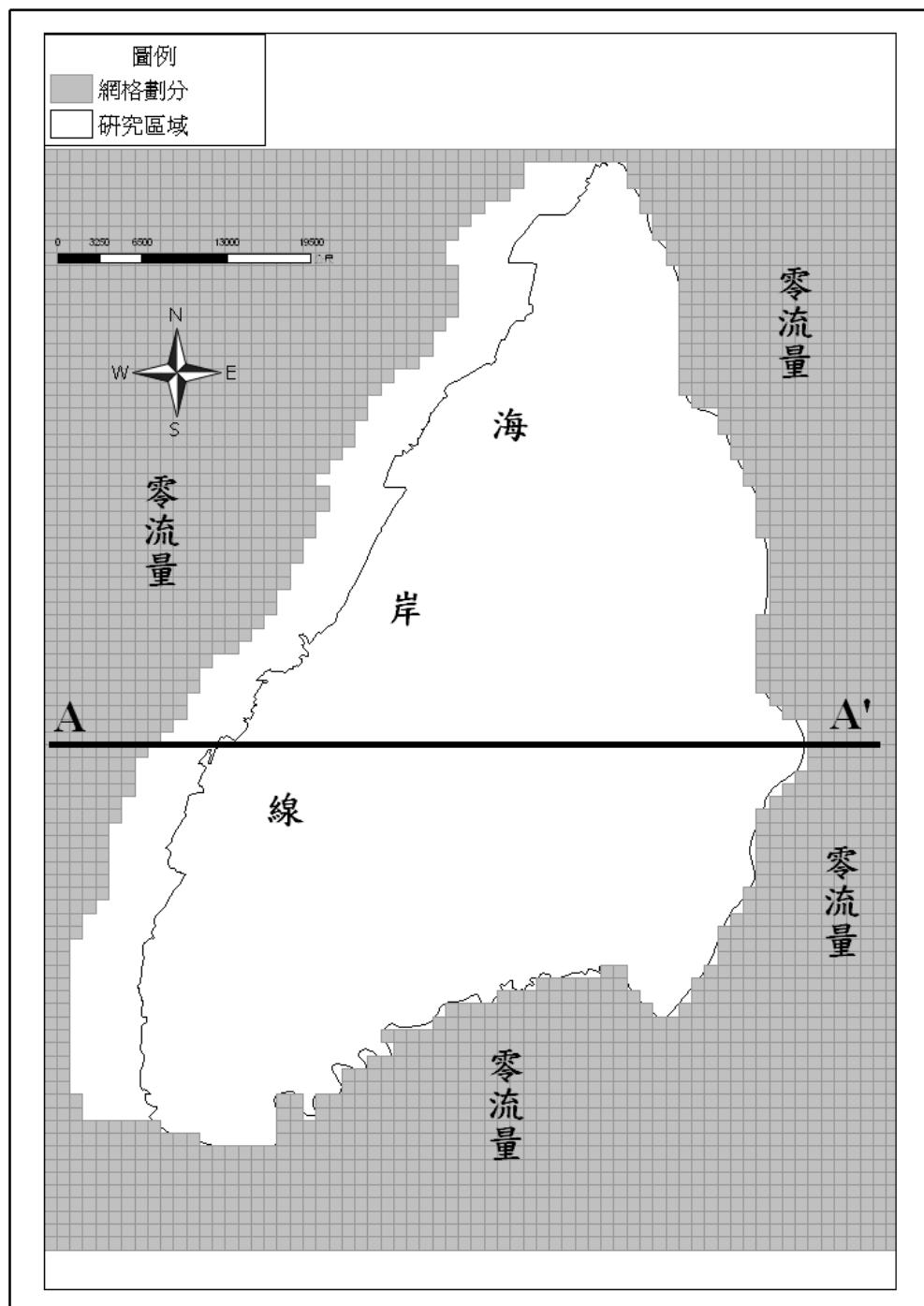


圖 5.1-6 濁水溪沖積扇模式第 2~7 分層格網劃分

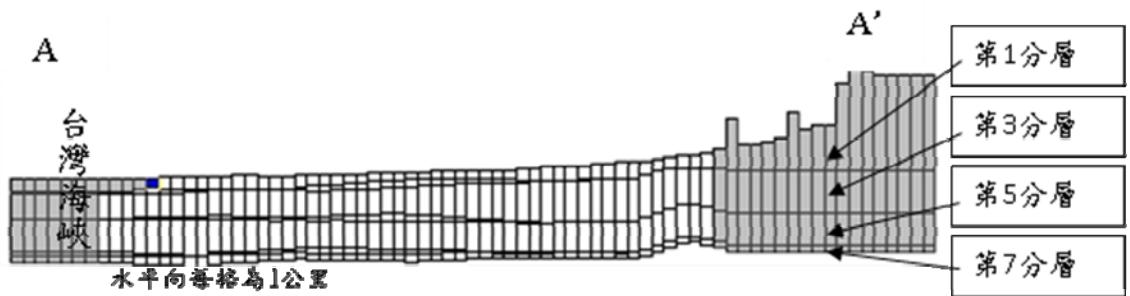


圖 5.1-7 濁水溪沖積扇模式第 49 列格網劃分割面圖

## (二)模式之輸入資料

本研究將模擬濁水溪沖積扇之地下水暫態模式，模擬地下水位隨著時間變化之情形，模擬時間由西元 1998 年至 2003 年以及 2006 年至 2009 年。模式之輸入資料包括水力傳導係數、垂向水力傳導係數、儲水係數、起始地下水水位、淨補注量、時間單位、模擬期數及長度等等。以下將以濁水溪沖積扇為例，說明 MODFLOW 模式所需模式架構之地下水力學參數及源匯項輸入資料。各輸入資料敘述如下：

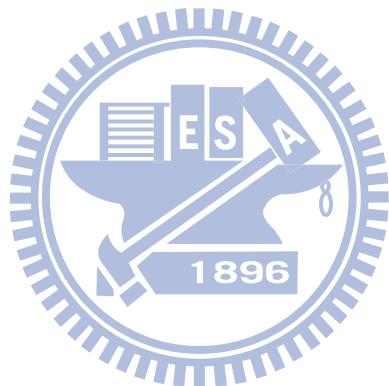
### 1. 時間參數

暫態模式中，模擬時間單位設定為天，且模擬期數設定為 12 期，分別代表一年中的 12 個月份，各期之模擬長度則是設定為相對應月份所擁有之天數，例如：第一期模擬長度為 31 天、第二期為 28 天，依此類推，如此一來，模式模擬出各個時期之抽水、補注量，則能分別推估出各個月份的抽水、補注量。

### 2. 水力傳導係數

觀測站網建置時，各觀測井必進行單井或複井抽水試驗，因此分析所得各含水層之水力傳導係數相當多，故後續以觀測站位置及

資料為依據，進行徐昇氏法分區，同一分區內水力傳導係數相同，圖 6.1-8~圖 6.1-11 分別為模式第 1、3、5 及 7 分層之水力傳導係數分區圖，有關各觀測站之水力傳導係數詳見附錄 C。而概念分層中之第 2、4 及 6 分層為阻水層，其分布範圍位於下游扇尾區域，模式於扇尾區域之水力傳導係數參考 Schwartz 與 Zhang (2003) 中建議之值域，在此設定為  $4 \times 10^{-3}$  (公尺/天)。此外，由於抽水試驗所得結果為水平向之水力傳導係數，垂向水力傳導係數在此假設為水平向之  $1/10$ 。



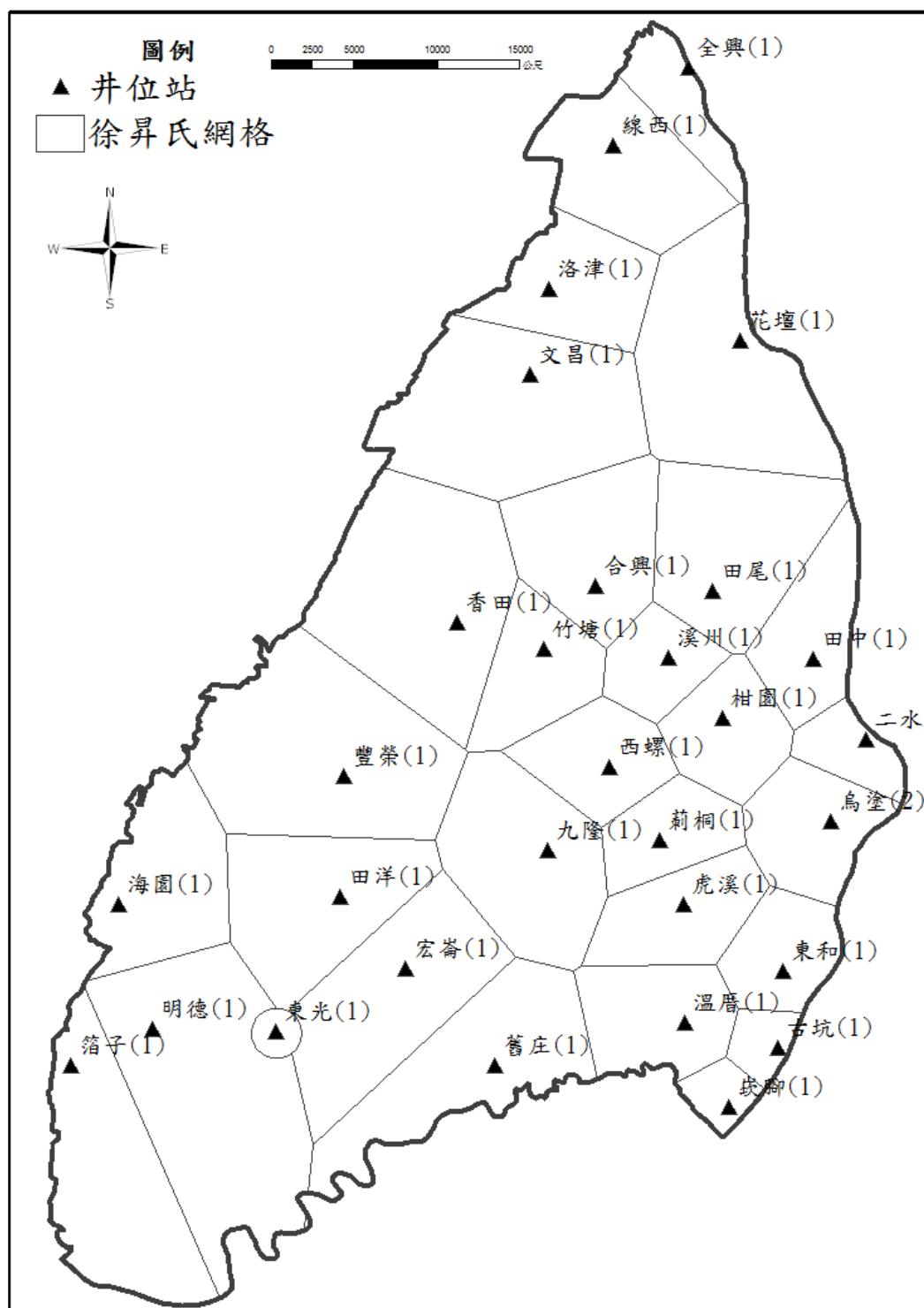


圖 5.1-8 濁水溪沖積扇模式第 1 分層徐昇氏網格分區

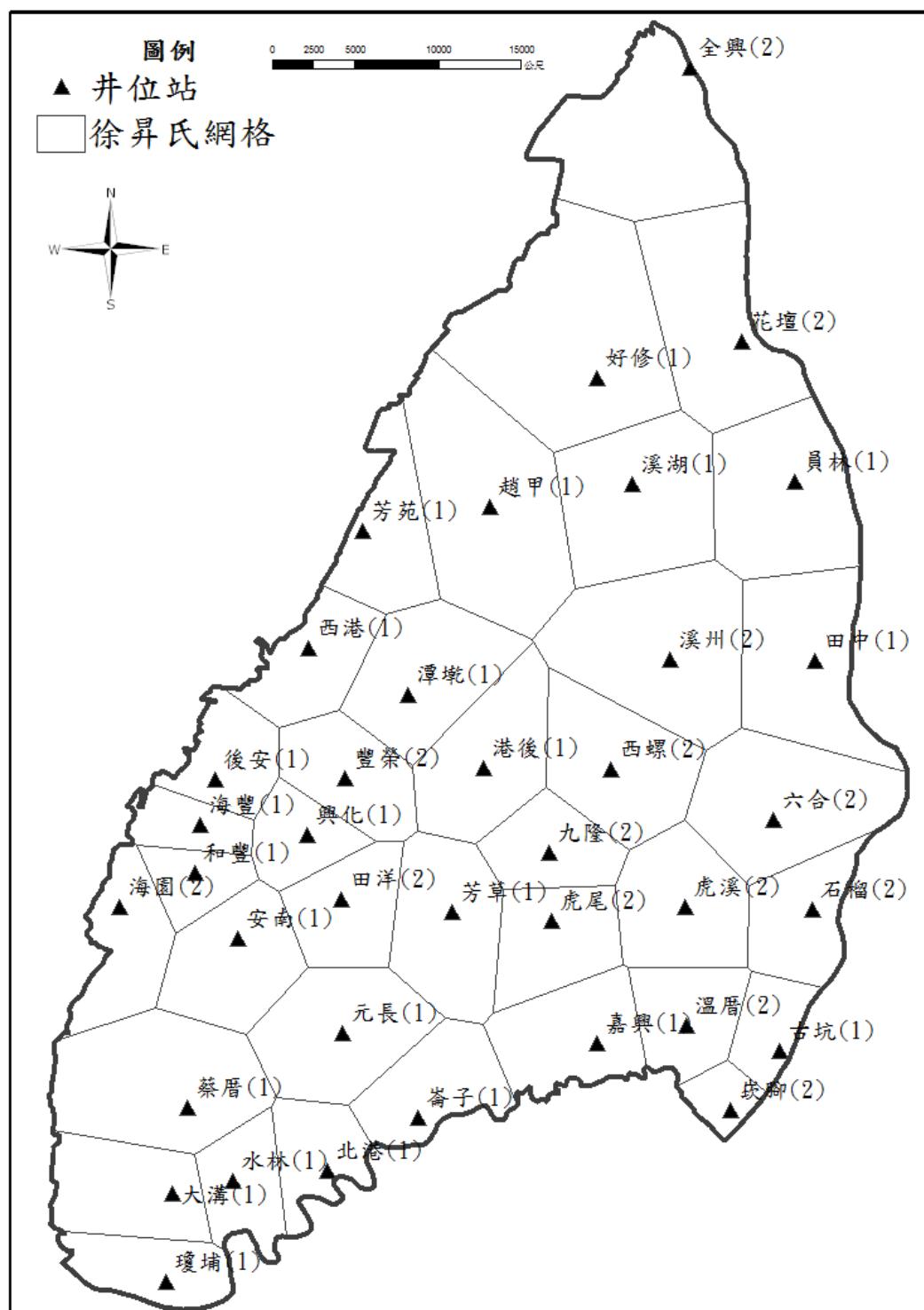


圖 5.1-9 濁水溪沖積扇模式第 3 分層徐昇氏網格分區

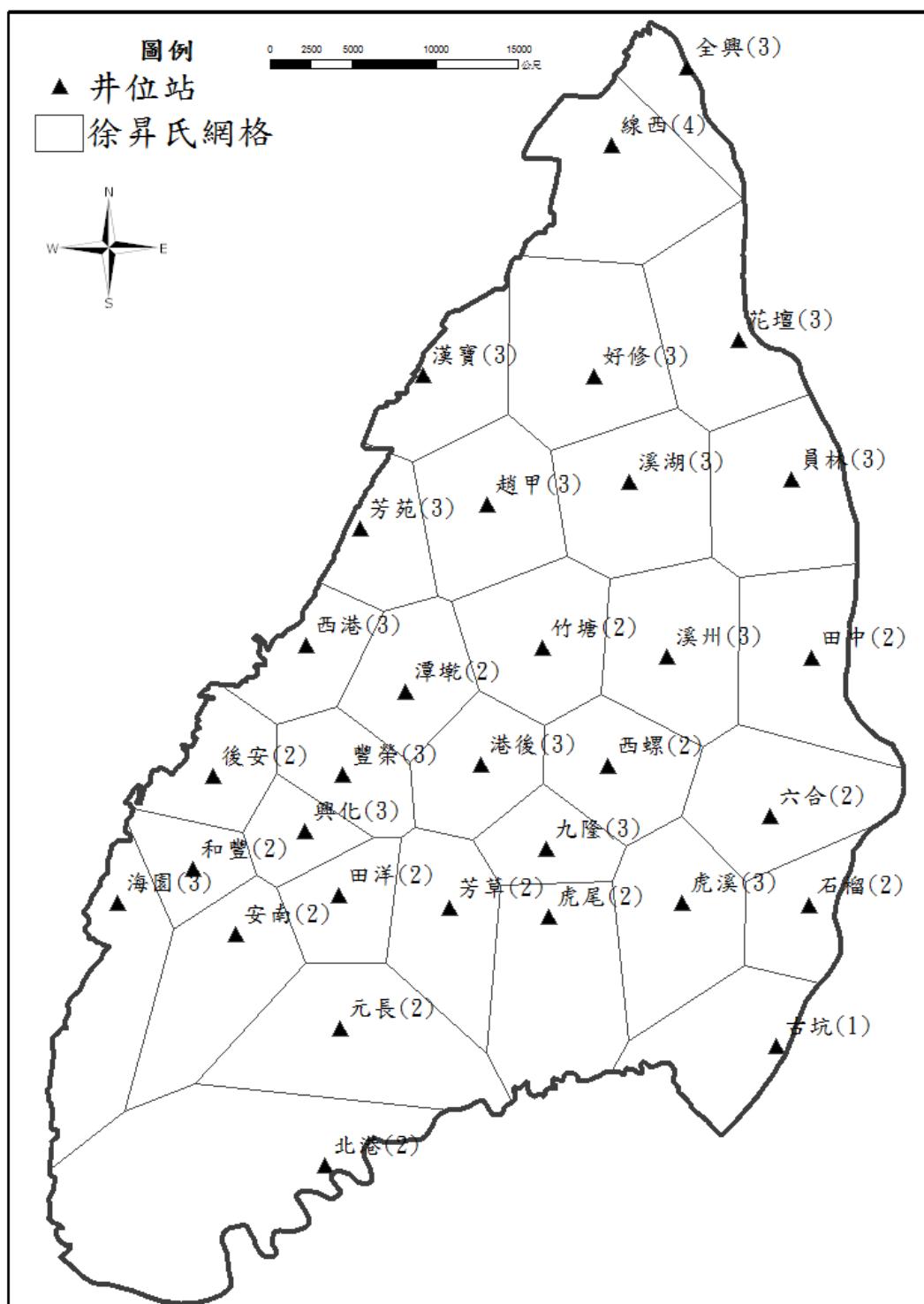


圖 5.1-10 濁水溪沖積扇模式第 5 分層徐昇氏網格分區

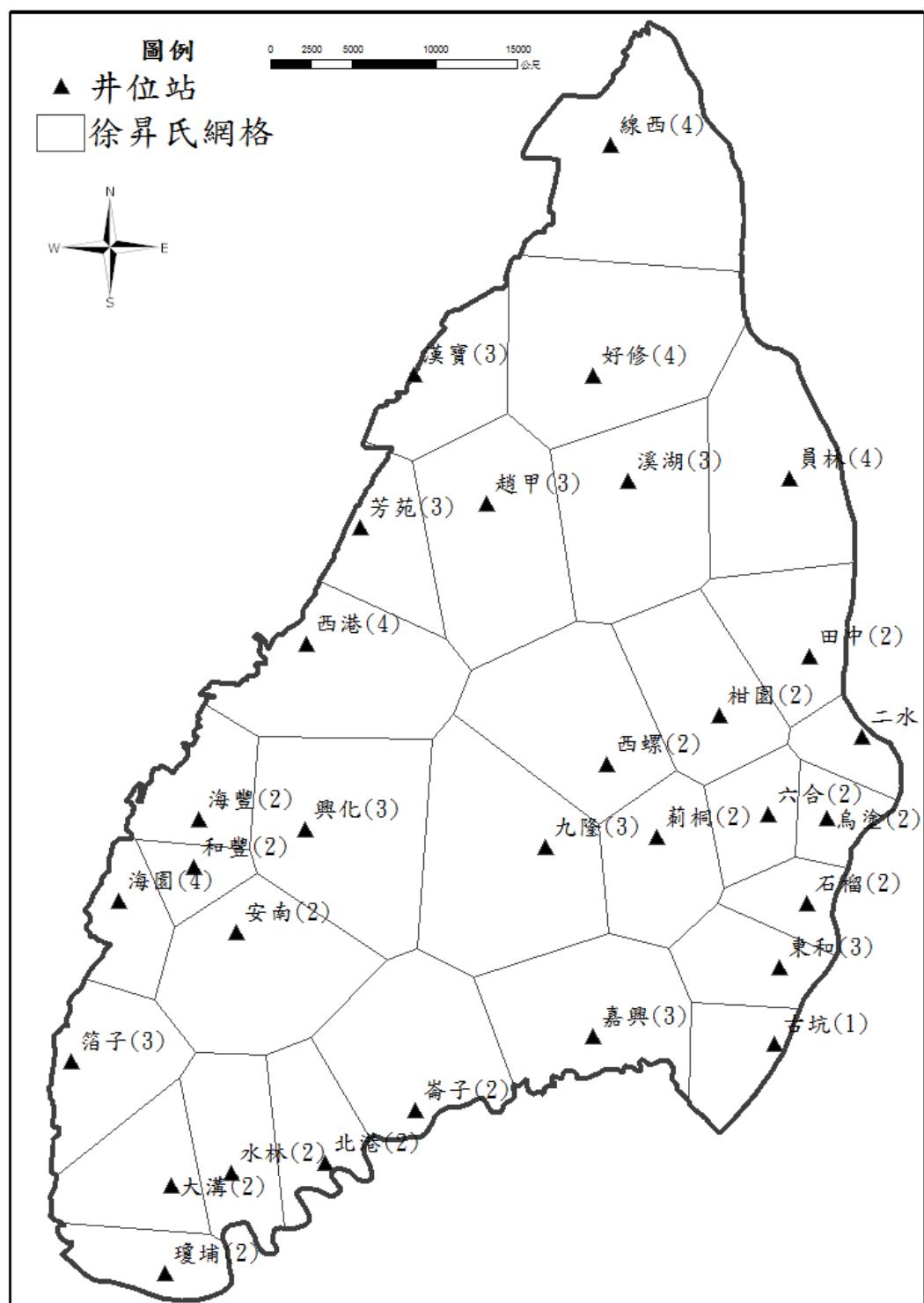


圖 5.1-11 濁水溪沖積扇模式第 7 分層徐昇氏網格分區

### 3. 儲水係數

由於儲水係數必須進行複井抽水試驗才能求得，因此在儲水係

數之現地試驗數量，遠低於透水係數現地試驗數量，僅有 1/4 到 1/5 的觀測井進行複井抽水試驗。

儲水係數輸入方式與水力傳導係數相同，皆採用徐昇氏網格分區將點位型式之資料給定至整個沖積扇。在數值方面，有現地試驗值之徐昇氏網格則直接給予試驗值；其他無現地試驗值者，給予下列的計算方式之數值：

- (一) 在受壓含水層之儲水係數給定方面，直接以濁水溪沖積扇之受壓含水層平均現地試驗值給定。
- (二) 在非受壓含水層給定方面，藉由經濟部中央地質調查所提供之岩心資料庫，取得各水井之鑽探剖面，可得知該處各式土壤之分佈深度以及厚度，再以各式土壤經驗比流出率（例如礫石應為 0.09，中粗砂應為 0.12，細砂應為 0.15），搭配厚度加權的方式計算推估，再將儲水係數輸入至相對應之分區。

#### 4. 起始地下水水位

對於暫態模式而言，初始地下水位代表模式之初始條件，不同初始條件影響模擬結果極巨，本計畫使用西元 1998 至 2009 年之年平均水位當作起始水位，待模式完成第一時刻模擬後，所獲得之模擬水位值當作第二時刻之起始地下水位，繼續下一時刻之模式模擬。

#### 5. 淨補注量

在暫態模式中，不同時刻之水位均不一樣，因此對應之各時刻淨補注量亦不同。本研究應用修正型地下水位歷線法(中央地質調查局, 2010)，將模式之表層淨補注量以修正型地下水位歷線法之結果給定(見附錄 D)。而深層之淨補注量則利用參數檢定模式進行推估。

## 5.2 地下水參數檢定專家系統於濁水溪沖積扇之應用

相較於第四章之設計案例，由於本案例為實際案例，故給予較高之檢定誤差容忍值(Error tolerance)，在此設定為 1 公尺。

圖 5.2-1 為暫態地下水數值模式在 1998 年一月之檢定歷程，橫軸為調整次數，縱軸為全區水位對數均方根誤差。在經過 197 次參數調整後，各區模擬水位之檢定誤差均在 1 公尺以下，且全區水位均方根誤差(Root Mean Square Error)為 0.39 公尺。圖 5.2-1 中之均方根誤差隨著調整次數增加而逐漸下降，而調整過程中偶爾會有均方根誤差忽然放大的情況，原因是第一層含水層為表層含水層，為整體補注量之來源，當補注量不足時，將導致其本身或下方含水層之水量不足，低於含水層底部，而形成抽乾的情況，在此情況發生時，本研究直接在將該區域之檢定誤差設定為一大值，作為懲罰函數，故全區水位對數均方根誤差會急遽上升。然在幾次檢定後，搭配檢定規則 4 之輔助，可有效免除地下水抽乾的情況。

表 5.2-1 統計了西元 1998 至 2003 年以及 2006 至 2009 年之間濁水溪地區的平均年降雨量，其中以 2008、2003 與 2009 分別為該區段之豐水年、枯水年與平水年，後續模式檢定成果則主要以豐水年、枯水年以及平水年來呈現，檢定成果將以三個部份來進行探討，依序為檢定成果之空間分布、時間分布以及各分層淨補注量統計分析。

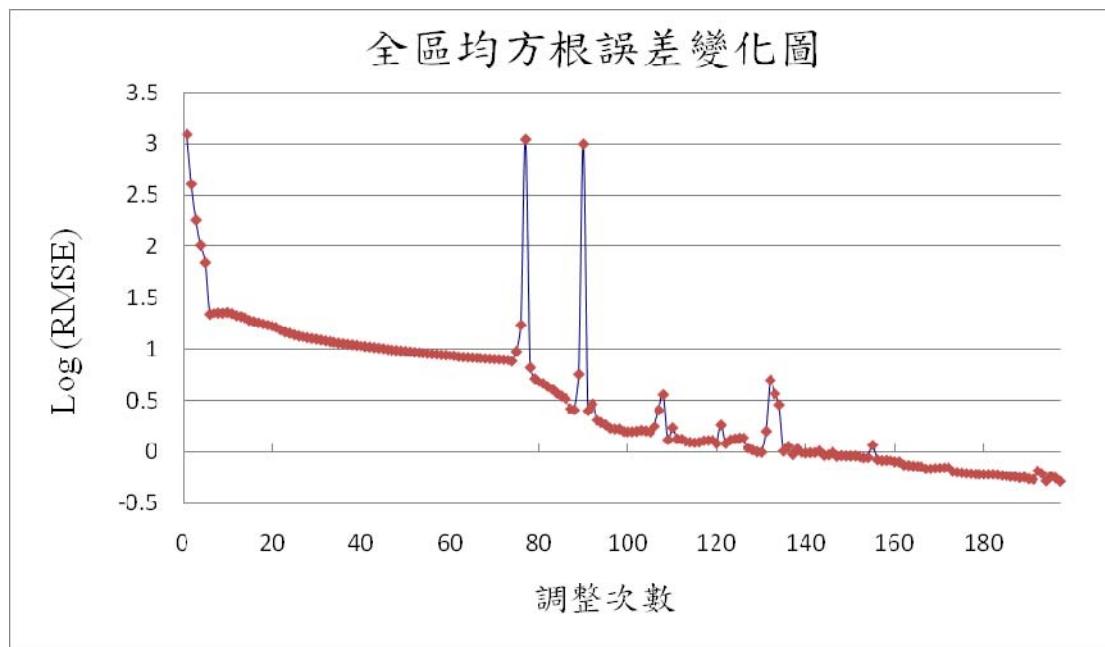


圖 5.2-1 參數檢定過程之全區水位對數均方根誤差

表 5.2-1 濁水溪地區各年平均年降雨量列表

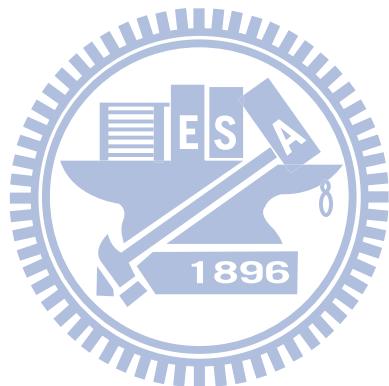
年份	全區平均年降雨量(mm)	備註
1998	2497	
1999	1724	896
2000	1622	
2001	2131	
2002	1369	
2003	1134	枯水年
2006	2420	
2007	2452	
2008	2691	豐水年
2009	1742	平水年

### 1. 檢定成果之空間分布：

在此呈現檢定結果的空間分佈，在此以模式第一層與第五層之年平均水位進行檢定成果之探討。圖 5.2-1 至圖 5.2-6 分別呈現枯水年(2003)、平水年(2009)及豐水年(2008)於濁水溪沖積

扇第一層與第五層之觀測水位與模擬水位等值圖，其中藍色實線為觀測水位，黑色虛線則是檢定後之模擬水位，等值線間距為 5 公尺。圖中顯示觀測水位與模擬水位值相近，且空間走勢大致上一致。以枯水年(2003)第五層於烏溪一帶檢定效果較差，其餘水位走勢均與觀測水位走勢相符。

此外，如將 2009 年之觀測水位與模擬水位分別繪於橫軸與縱軸，如圖 5.2-7 所示，圖中各點之分佈皆接近於 45 度之斜線上，顯示檢定成果良好。



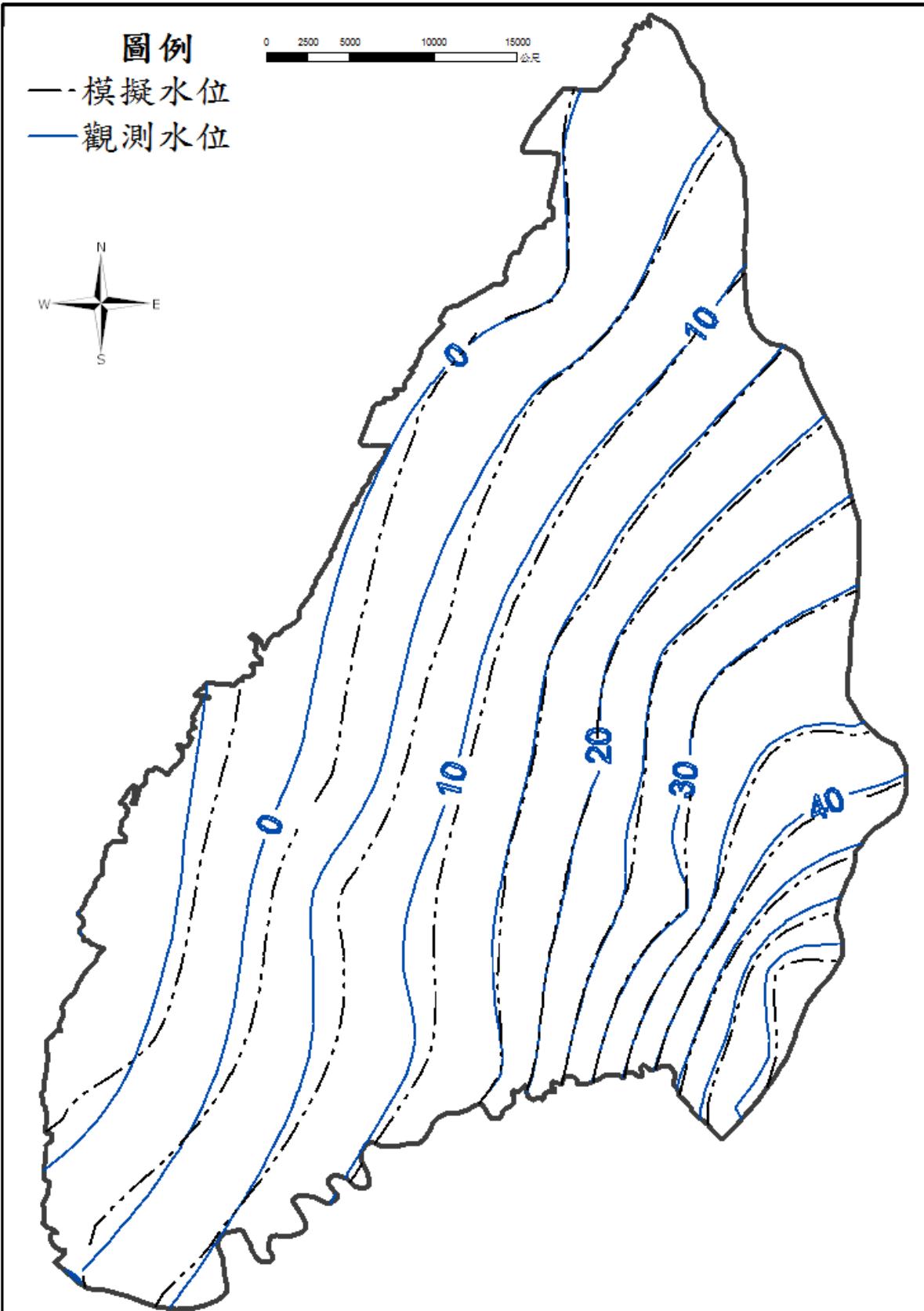


圖 5.2-1 2003 年(枯水年)第一層觀測水位與模擬水位等值圖

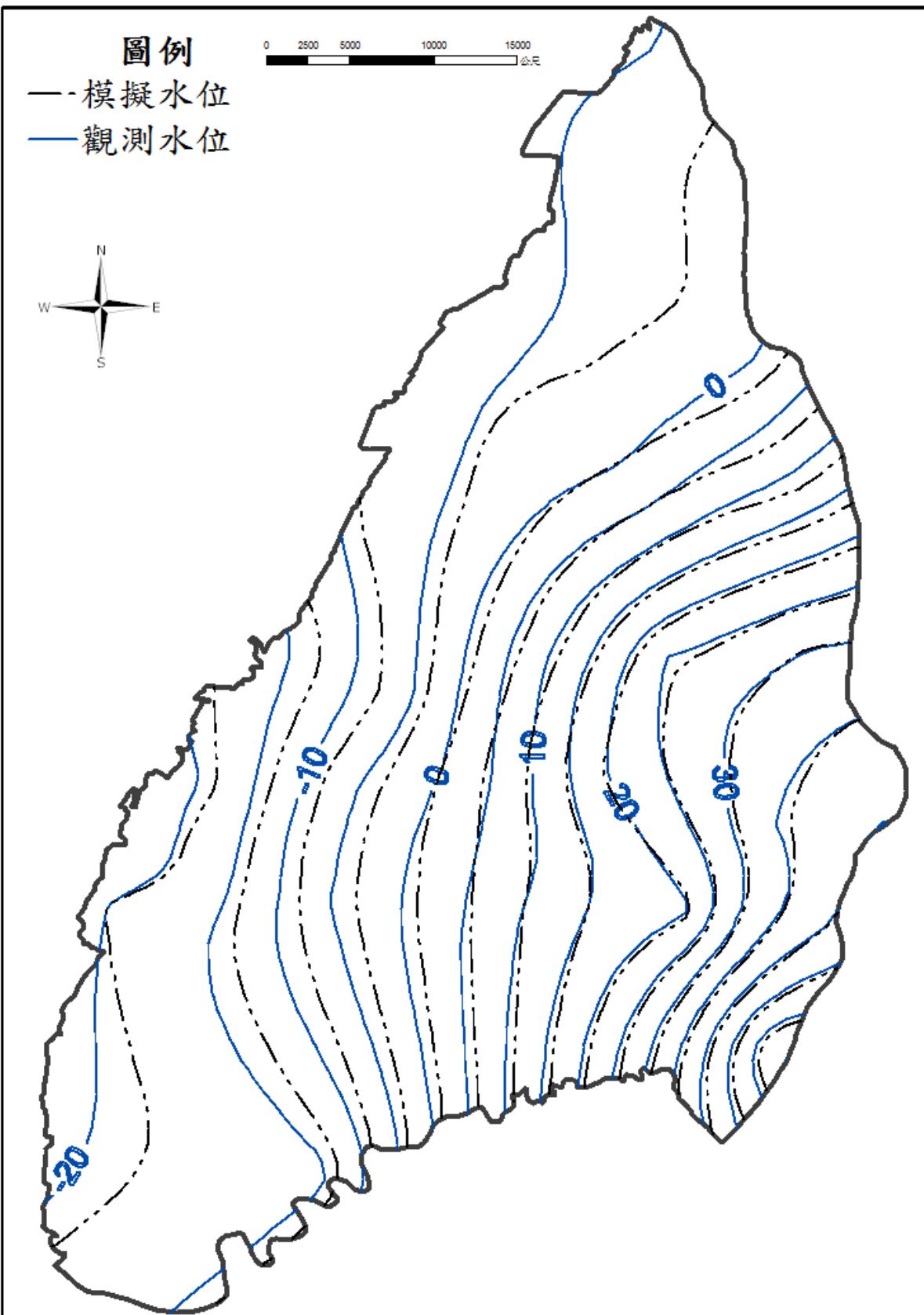


圖 5.2-2 2003 年(枯水年)第五層觀測水位與模擬水位等值圖

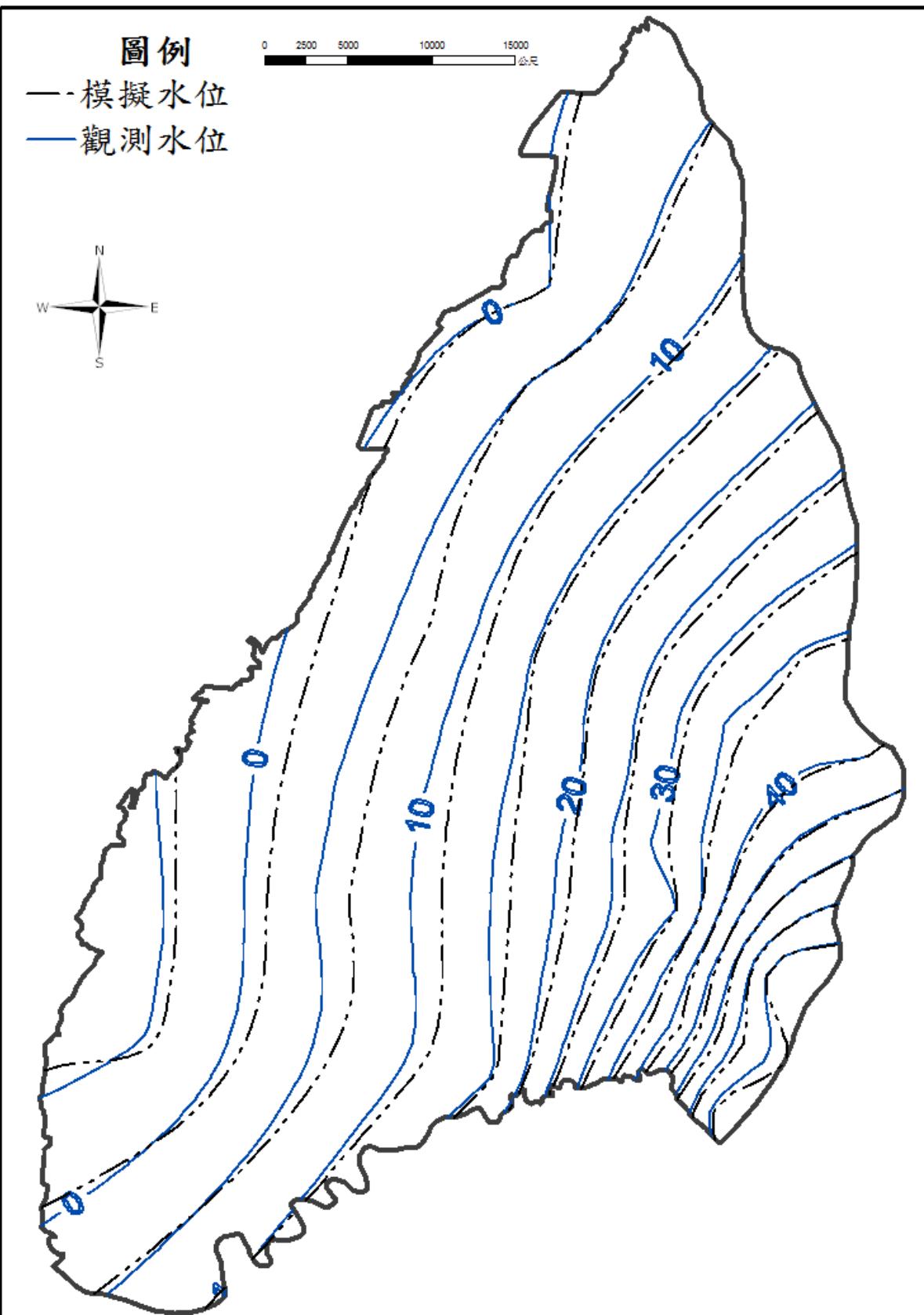


圖 5.2-3 2009 年(平水年)第一層觀測水位與模擬水位等值圖

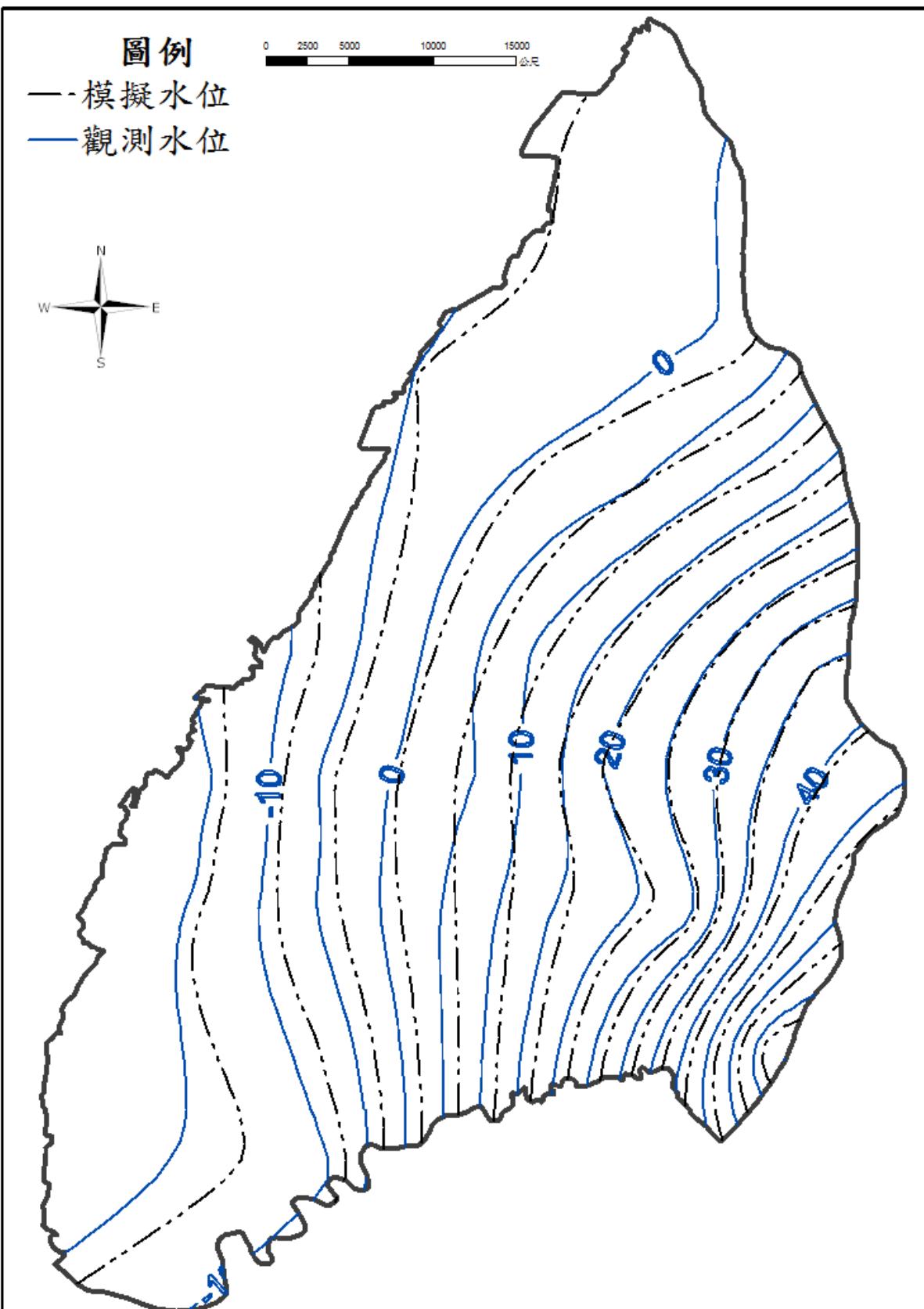


圖 5.2-4 2009 年(平水年)第五層觀測水位與模擬水位等值圖

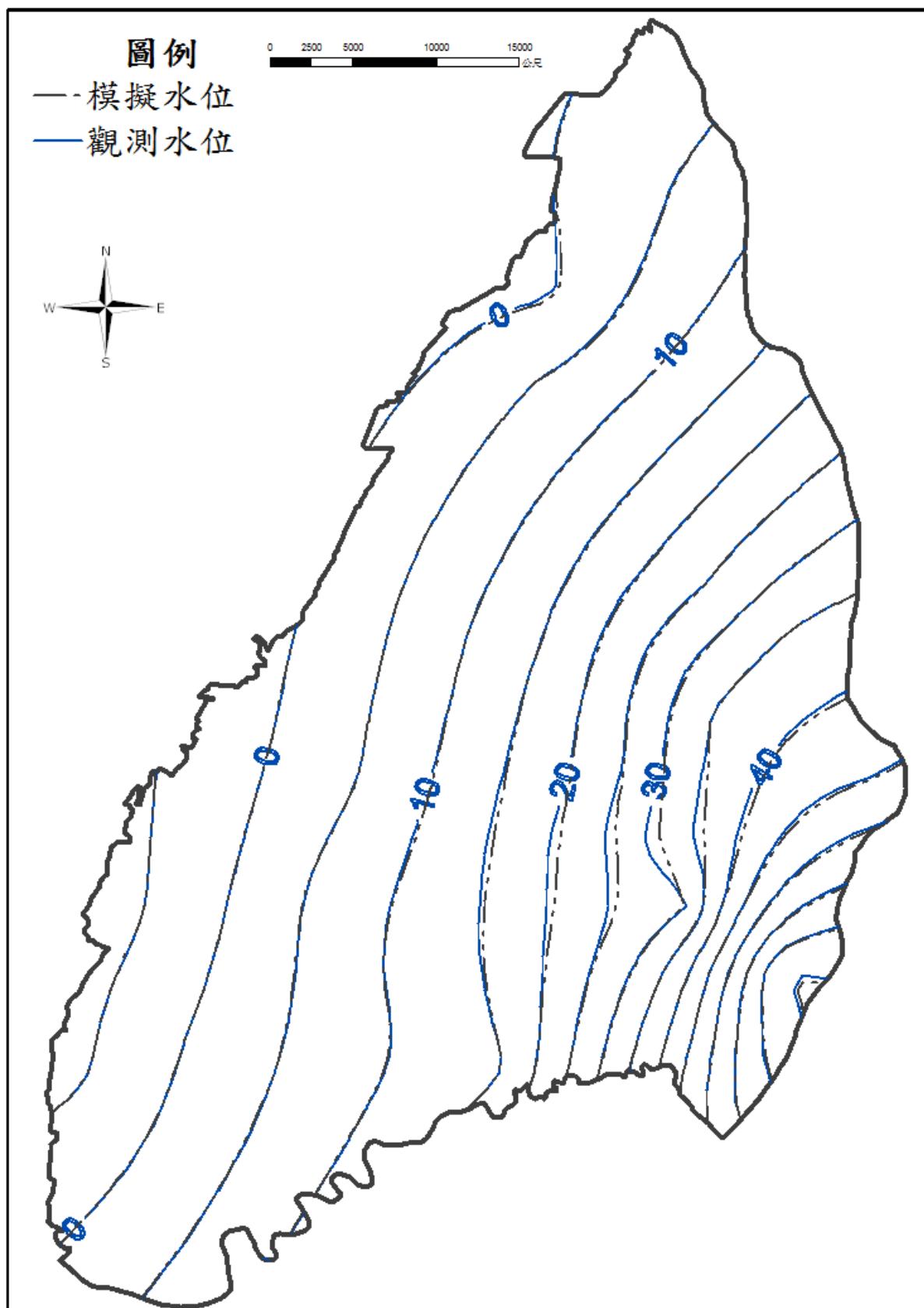


圖 5.2-5 2008 年(豐水年)第一層觀測水位與模擬水位等值圖

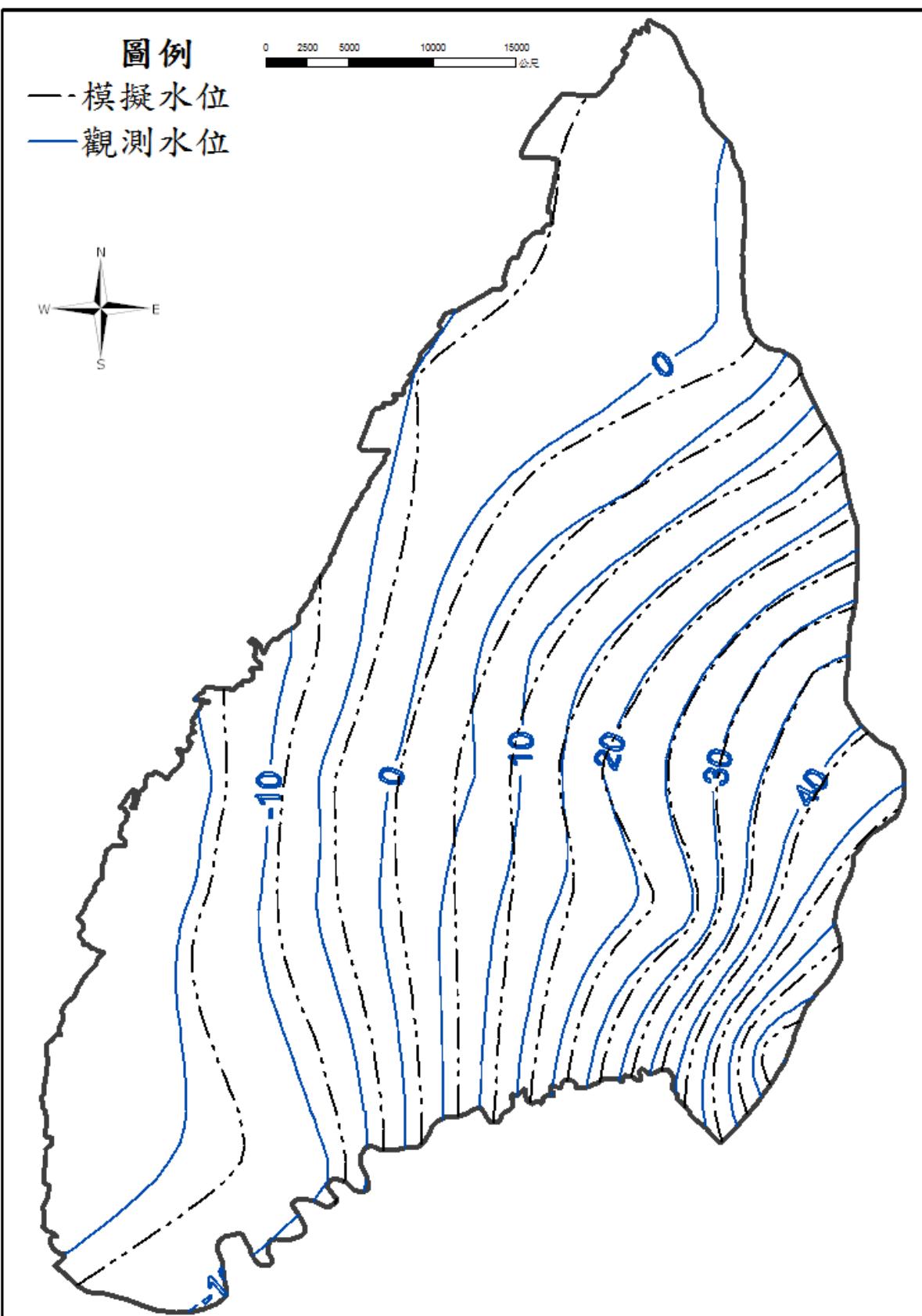


圖 5.2-6 2008 年(豐水年)第五層觀測水位與模擬水位等值圖

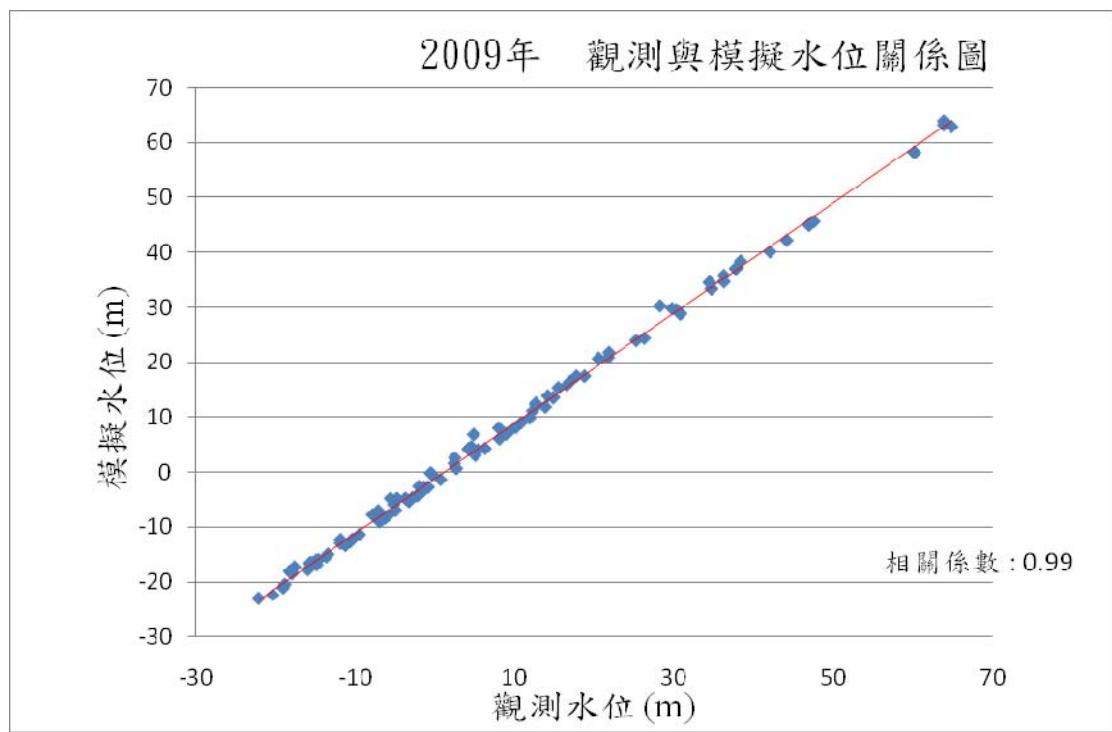


圖 5.2-7 2009 年 觀測水位與檢定後模擬水位關係圖

## 2. 檢定結果之時間分布：

由於不同水位站與不同分層之檢定誤差不斷變化，為呈現檢定結果之優劣，本研究以 2006 至 2009 年(合計共四年)進行成果展示如表 5.2-2 至表 5.2-5 所示，表 5.2-2 至表 5.2-5 分別為第一、三、五以及七層各站之四年水位均方根誤差值排序表，分別挑選出第一層及第五層之均方根誤差最大、中等以及最小的水位站，第一層水位站依序為舊庄(1)、柑園(1)與溪州(1)三站，第五層水位站依序為竹塘(2)、海園(2)、西螺(2)三站，分別繪製該站之觀測水位與模擬水位之時序水位變化圖，其中藍色線條為觀測水位值，紅色線條為模擬水位值，橫座標為月份，縱座標則是水位值。

表 5.2-2 2006-2009 年第一層各站之均方根誤差

站名	均方根誤差	站名	均方根誤差
舊庄(1)	0.514	明德(1)	0.162
九隆(1)	0.510	香田(1)	0.130
西螺(1)	0.412	莿桐(1)	0.122
田洋(1)	0.400	田尾(1)	0.108
花壇(1)	0.386	宏崙(1)	0.091
海園(1)	0.344	田中(1)	0.086
竹塘(1)	0.279	洛津(1)	0.055
東和(1)	0.245	文昌(1)	0.050
溫厝(1)	0.236	虎溪(1)	0.045
二水	0.210	箔子(1)	0.028
全興(1)	0.210	豐榮(1)	0.018
柑園(1)	0.206	線西(1)	0.013
合興(1)	0.205	溪州(1)	0.010
崁腳(1)	0.169	單位: m	

表 5.2-3 2006-2009 年第三層各站之均方根誤差

站名	均方根誤差	站名	均方根誤差
九隆(2)	0.655	和豐(1)	0.276
嘉興(1)	0.621	西港(1)	0.276
溪湖(1)	0.601	海豐(1)	0.247
田中(1)	0.588	港後(1)	0.208
好修(1)	0.549	溫厝(2)	0.179

全興(2)	0.534	芳苑(1)	0.176
豐榮(2)	0.479	虎尾(2)	0.131
海園(2)	0.456	溪州(2)	0.108
趙甲(1)	0.448	田洋(2)	0.106
員林(1)	0.436	崁腳(2)	0.096
興化(1)	0.433	六合(2)	0.050
石榴(2)	0.425	芳草(1)	0.027
北港(1)	0.421	潭墘(1)	0.022
安南(1)	0.417	崙子(1)	0.018
後安(1)	0.338	虎溪(2)	0.015
西螺(2)	0.331	花壠(2)	0.007
元長(1)	0.312		
蔡厝(1)	0.285	單位: m	

表 5.2-4 2006-2009 年第五層各站之均方根誤差

站名	均方根誤差	站名	均方根誤差
竹塘(2)	0.690	北港(2)	0.189
線西(4)	0.641	和豐(2)	0.181
全興(3)	0.620	興化(3)	0.164
員林(3)	0.612	芳苑(3)	0.114
虎尾(2)	0.604	元長(2)	0.092
花壠(3)	0.517	趙甲(3)	0.070
溪州(3)	0.479	溪湖(3)	0.065
田洋(2)	0.442	安南(2)	0.037

石榴(2)	0.399	田中(2)	0.033
九隆(3)	0.379	好修(3)	0.026
後安(2)	0.367	西港(3)	0.023
海園(3)	0.286	漢寶(3)	0.022
潭墘(2)	0.283	港後(3)	0.009
虎溪(3)	0.282	西螺(2)	0.005
豐榮(3)	0.227	單位: m	

表 5.2-5 2006-2009 年第七層各站之均方根誤差

站名	均方根誤差	站名	均方根誤差
線西(4)	0.711	安南(2)	0.233
海園(4)	0.609	北港(2)	0.224
西港(4)	0.599	二水	0.165
瓊埔(2)	0.596	西螺(2)	0.156
漢寶(3)	0.581	六合(2)	0.115
柑園(2)	0.549	大溝(2)	0.106
好修(4)	0.512	興化(3)	0.103
九隆(3)	0.463	水林(2)	0.101
和豐(2)	0.448	田中(2)	0.091
員林(4)	0.390	溪湖(3)	0.089
趙甲(3)	0.368	海豐(2)	0.051
崙子(2)	0.348	嘉興(3)	0.029
東和(3)	0.334	芳苑(3)	0.029
莿桐(2)	0.285	單位: m	

圖 5.2-8 至圖 5.2-10 分別為舊庄(1)、柑園(1)與溪州(1)三站的時序水位變化圖，舊庄(1)均方根誤差值為第一層最大，該站水位雖有數個時刻之水位約有近半公尺之檢定誤差，然時序模擬水位走勢大致上仍符合時序觀測水位。該站位於濁水溪沖積扇之南方，緊鄰北港溪，水位值較容易受系統外的影響，在模式模擬中無法反應出此種影響，所以誤差值較大。

圖 5.2-10 至圖 5.2-13 分別為竹塘(2)、海園(2)與西螺(2)三站的時序水位變化圖，竹塘(2)均方根誤差值為第五層最大，該站模擬水位普遍比觀測水位為低，但其觀測水位與模擬水位之變化趨勢仍屬一致。

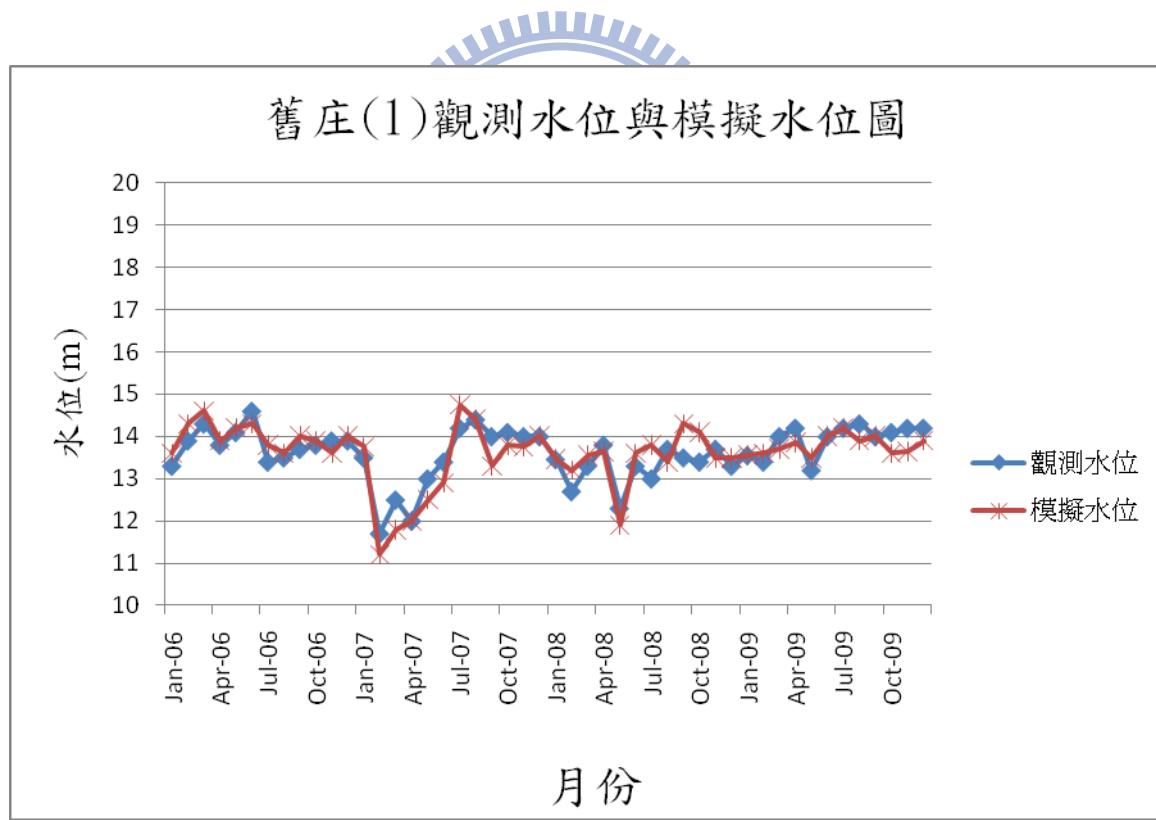


圖 5.2-8 舊庄(1)觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第一層)

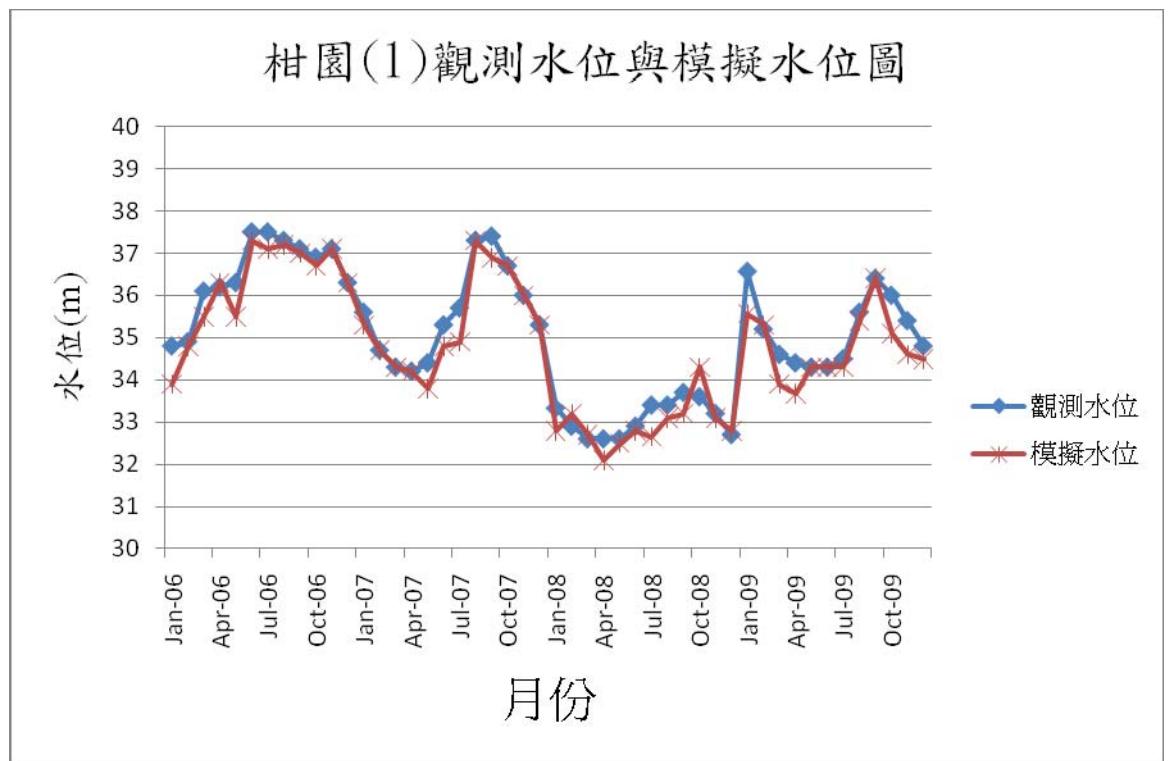


圖 5.2-9 柑園(1) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第一層)

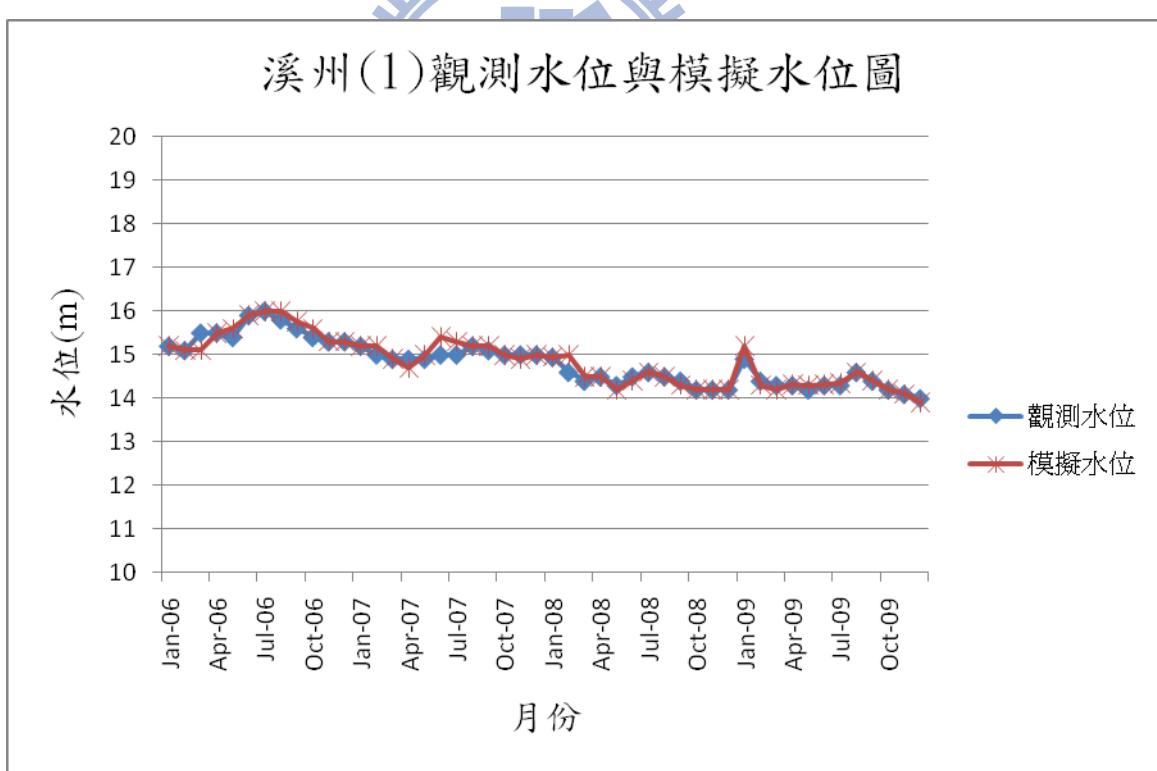


圖 5.2-10 溪州(1) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第一層)

### 竹塘(2)觀測水位與模擬水位圖

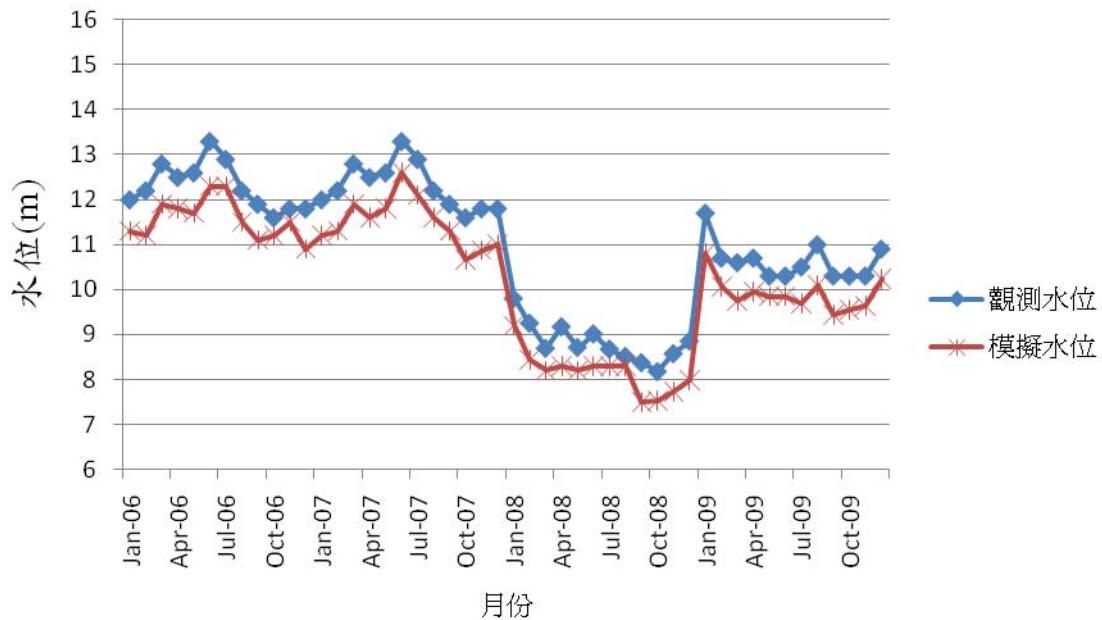


圖 5.2-11 竹塘(2)觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第五層)

### 海園(2)觀測水位與模擬水位圖

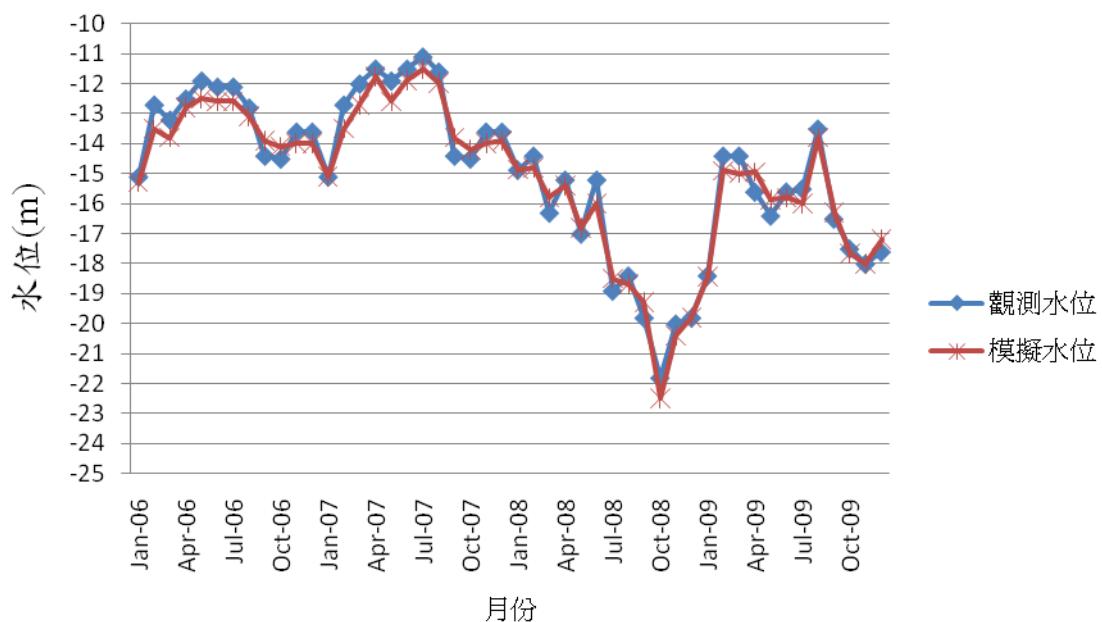


圖 5.2-12 海園(2) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第五層)

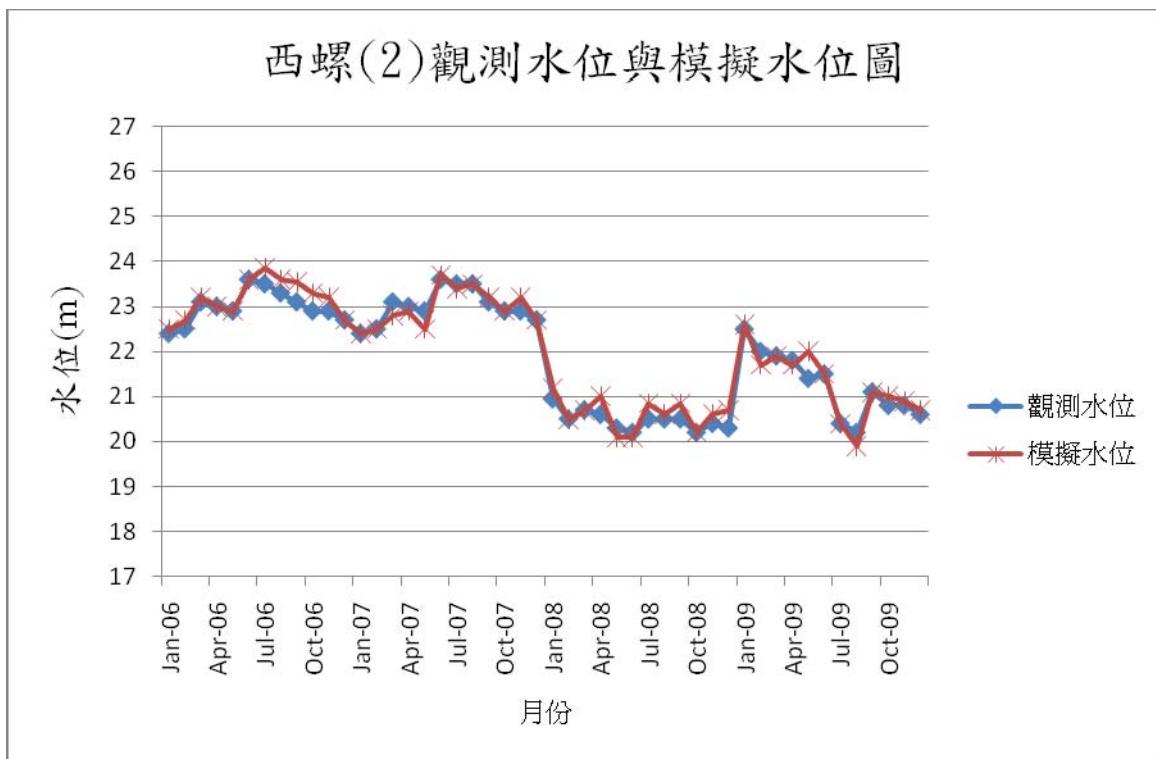


圖 5.2-13 西螺(2) 觀測水位與模擬水位圖(2006 至 2009 年，第五層)

### 3. 各分層抽水量、補注量統計分析

表 5.2-6 與 5.2-7 列出 1998 至 2003 及 2006 至 2009 年之各

層抽水量、補注量與邊界流入量檢定結果，其中表層補注量是以水位歷線法之分析結果直接給定。此外由於第一層含水層為表層，即距離地表最接近的含水層，反之下方之深層含水層，因不與地表相連而無直接補注，故下方含水層不給予補注量。此外，由於第一層含水層與海相鄰處是以定水頭邊界條件給定，該邊界流入量即為海邊處之交換水量。

由列表顯示，平均年補注量為 7.5 億噸，平均邊界流入量為 0.21 億噸，平均年抽水量約 8.05 億噸，其中以第一、第三層最多（分別為 2.3 及 2.25 億噸），第五層次之（2.07 億噸），第七層之抽水量（1.43 億噸）則較少。

以下分析僅針對豐水年(2008)、平水年(2009)以及枯水年

(2003)作討論，在補注量部分，豐水年、平水年與枯水年之補注量依序為 8.09 億噸、7.8 億噸與 7.64 億噸，符合降雨之年度特性。在抽水量部分，枯水年的抽水量最多，平水年次之而豐水年最少，與補注量之分布相反，顯示當降雨量減少，會改由地下水系統抽取提供。而在總量部分，枯水年的抽水量大於補注量，呈現超抽的情況。

表 5.2-6 暫態模式各層補注量、抽水量與邊界流入量表

年份	第一層 補注量	第一層 抽水量	第三層 抽水量	第五層 抽水量	第七層 抽水量	邊界流 入量	備註
1998	699	197	177	159	108	26	
1999	584	209	187	175	118	15	
2000	744	256	224	202	131	16	
2001	913	233	217	209	153	18	
2002	671	241	253	208	159	27	
2003	764	245	268	255	178	24	枯水年
2006	669	213	199	192	101	21	
2007	872	212	231	210	154	24	
2008	809	219	224	215	143	18	豐水年
2009	780	276	268	246	183	21	平水年
平均	750	230	225	207	143	21	
單位：10 <sup>6</sup> (m <sup>3</sup> )							

表 5.2-7 暫態模式水平衡分析表

年份	總補注量	總抽水量	淨補注量	備註
1998	699	642	83	
1999	584	689	-90	
2000	744	813	-53	
2001	913	812	119	
2002	671	861	-163	
2003	764	946	-159	枯水年
2006	669	706	-16	
2007	872	807	89	
2008	809	801	25	豐水年
2009	780	974	-173	平水年
平均	750	805	-34	
單位 : $10^6(m^3)$				

### 5.3 UCODE 參數檢定模式於濁水溪沖積扇之應用

本研究使用常見之自動參數檢定系統(UCODE)作為對照案例，在此進行濁水溪沖積扇之地下水模式之參數檢定，模式設定本研究建立之專家系統參數檢定模式相同，為了減低檢定時未知數之維度，僅以第一個時刻進行參數檢定(待檢定參數合計共 97 個抽水量值)。使用 UCODE 進行參數檢定時，使用者必須設定 UCODE 之系統設定檔案，使得 UCODE 瞭解該如何調整參數，以便整個系統之執行。

UCODE 參數檢定之容忍誤差設定亦為 1 公尺，待檢定參數初始猜值之設置，本專家系統檢定模式相同。圖 5.3-1 為全區水位對數方均根誤差之檢定歷程圖，檢定結果顯示，一開始進行檢定時對數均方根誤差降低速度十分良好，但經過一段時間之調整後，對數均方根誤差之改善則趨於停滯，而無法突破至 1.5 以下，當待檢定次數超過 400 次，仍無法達到收斂之標準而停止。

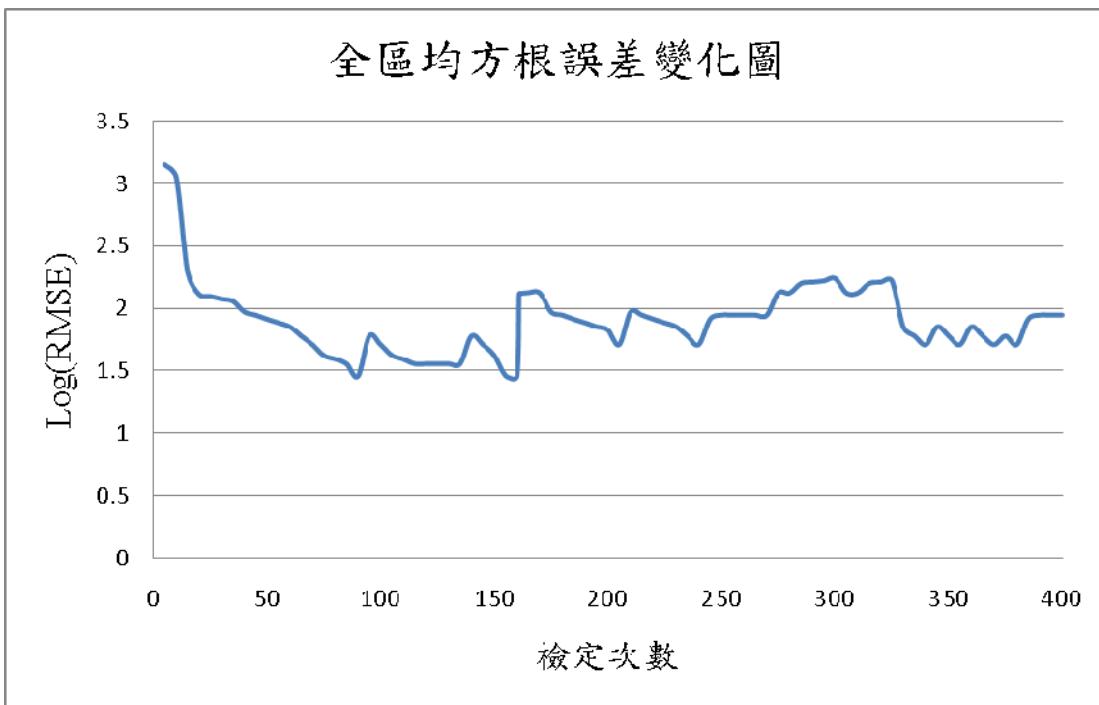


圖 5.3-1 UCODE 檢定系統全區均方根誤差變化圖

由於 UCODE 是採用微分型式優選法進行參數檢定，由於微分型式優選法對於不同之初始解，而容易找到不同之局部最佳解，因此待檢定參數之初始值將大幅影響檢定效率與結果，而降低此類檢定模式之實用性。為證明本研究發展的穩健型檢定系統之實用性，以下將採用 20 組隨機值作為待檢定參數抽水量之初始值，分別利用穩健型之參數檢定系統以及 UCODE 參數檢定系統進行比較分析，檢定結果比較如表 5.3-1 所示。分別以 20 組不同隨機初始值進行檢定，其中穩健型之參數檢定系統皆能完成檢定，各區誤差皆小於 1 公尺，且檢定結果抽水量分佈有相同之趨勢，圖 5.3-2 及圖 5.3-3 為在四種不同初始值下，經穩健型參數檢定系統檢定後，第三層及第五層之淨補注量分佈圖。

反之，在 UCODE 檢定流程中，也許是初始猜值距離真解太遠之緣故，20 組隨機初始值之檢定過程中，在達到最大檢定次數時仍無

法使檢定誤差降低至容許值內。為證實 UCODE 是因為初始猜值距離真解過遠而導致無法收斂之猜想，本研究亦將穩健型參數檢定系統之檢定結果，作為 UCODE 之初始猜值，且將誤差容忍值減少至 0.5 公尺，進行 UCODE 參數檢定，其檢定歷程如圖 5.3-4 所示。在此次之檢定過程中，UCODE 才可有效降低檢定誤差，故證實 UCODE 受到初始值之影響極巨。

表 5.3-1 穩健型參數檢定與 UCODE 參數檢定之結果比較

案例 編號	穩健型參數檢定系統 檢定結果		UCODE 檢定結果	
	檢定次數	全區均方根誤差(m)	檢定次數	全區均方根誤差(m)
1	203	0.31	500	無法收斂
2	166	0.33	500	無法收斂
3	163	0.39	500	無法收斂
4	177	0.27	500	無法收斂
5	186	0.40	500	無法收斂
6	154	0.35	500	無法收斂
7	142	0.29	500	無法收斂
8	175	0.27	500	無法收斂
9	131	0.36	500	無法收斂
10	143	0.33	500	無法收斂
11	139	0.31	500	無法收斂
12	211	0.27	500	無法收斂
13	144	0.29	500	無法收斂
14	124	0.32	500	無法收斂
15	199	0.26	500	無法收斂
16	180	0.33	500	無法收斂
17	233	0.24	500	無法收斂
18	168	0.28	500	無法收斂
19	179	0.30	500	無法收斂
20	151	0.34	500	無法收斂

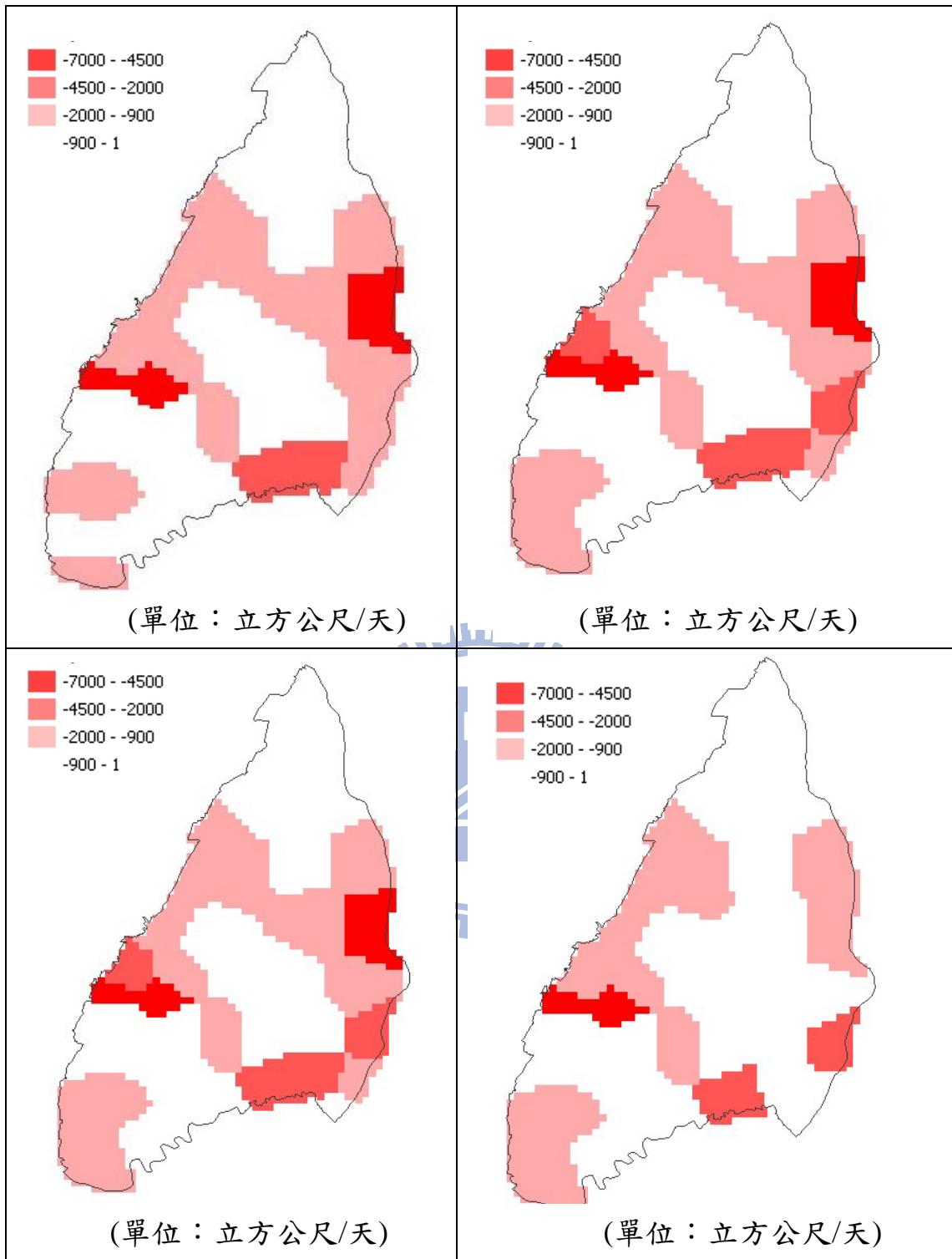


圖 5.3-2 穩健型參數檢定後，第三層淨補注量分佈圖

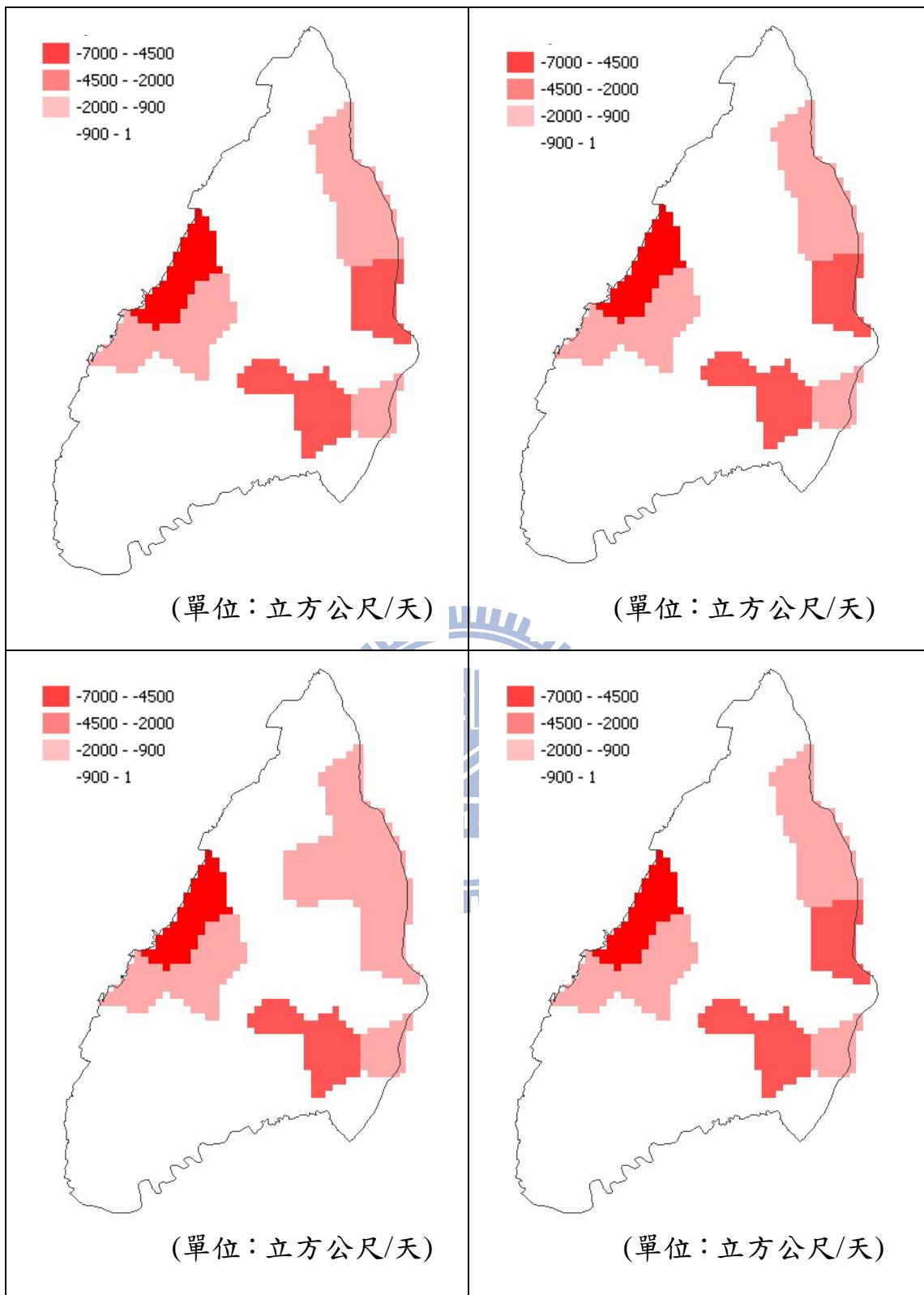


圖 5.3-3 穩健型參數檢定後，第五層淨補注量分佈圖

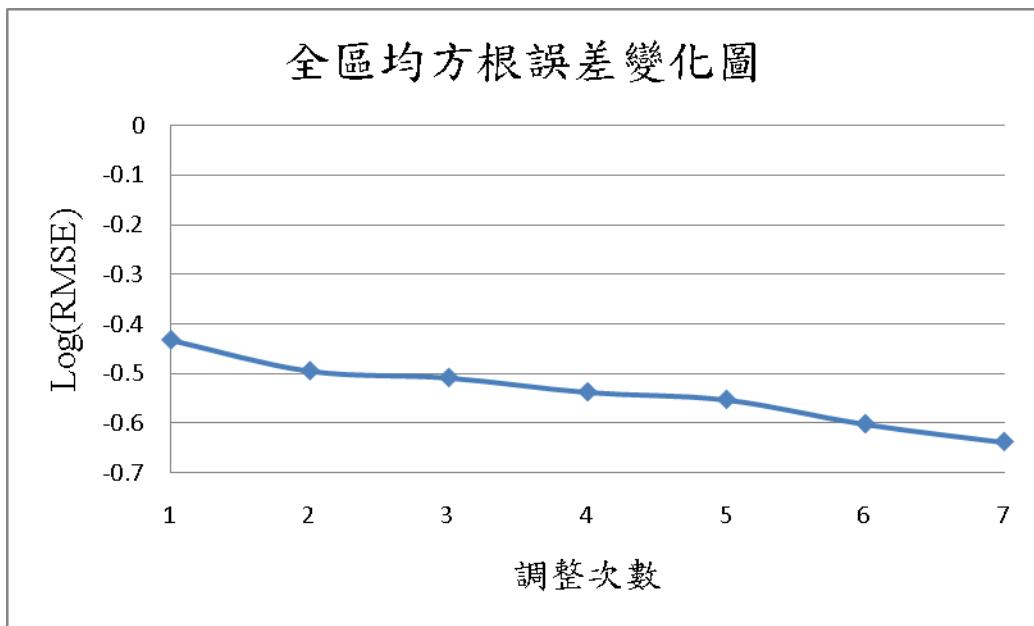


圖 5.3-4 UCODE 檢定歷程圖

## 5.4 綜合討論

### 5.4.1 土地利用現況可能抽水量分布分析

以下說明以平水年(2009)為例，經過檢定後，各區之淨補注量分佈如圖 5.4.1-1 至圖 5.4.1-3 所示，圖 5.4.1-1 為濁水溪沖積扇第一層淨補注量，圖 5.4.1-2 及圖 5.4.1-3 為第三層及第五層補注量。

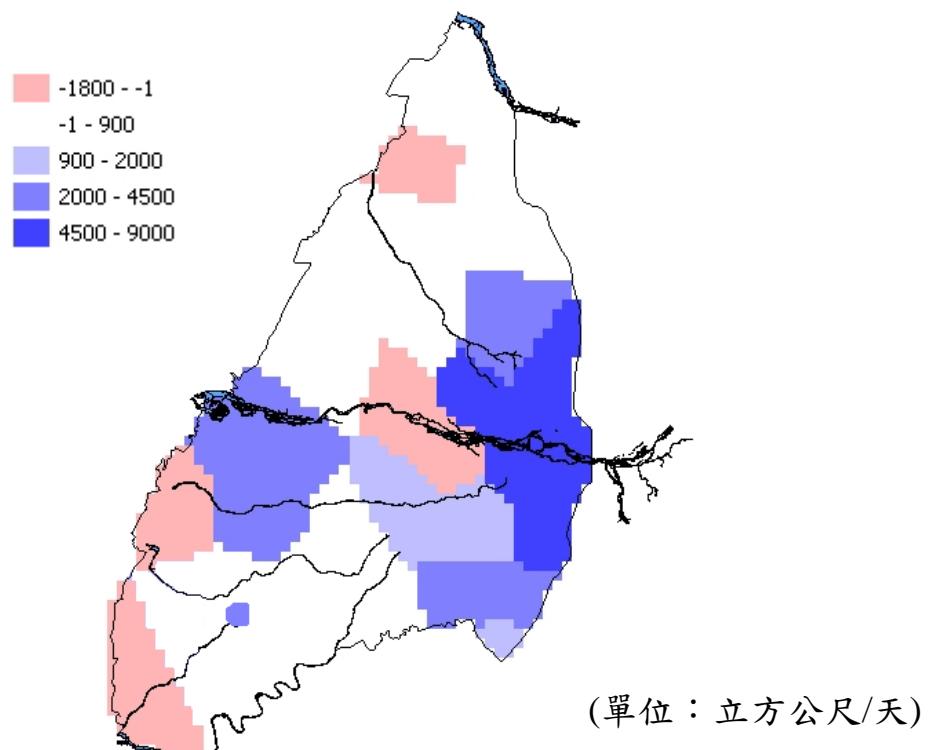


圖 5.4.1-1 檢定後 2009 年第一層淨補注量分布情形

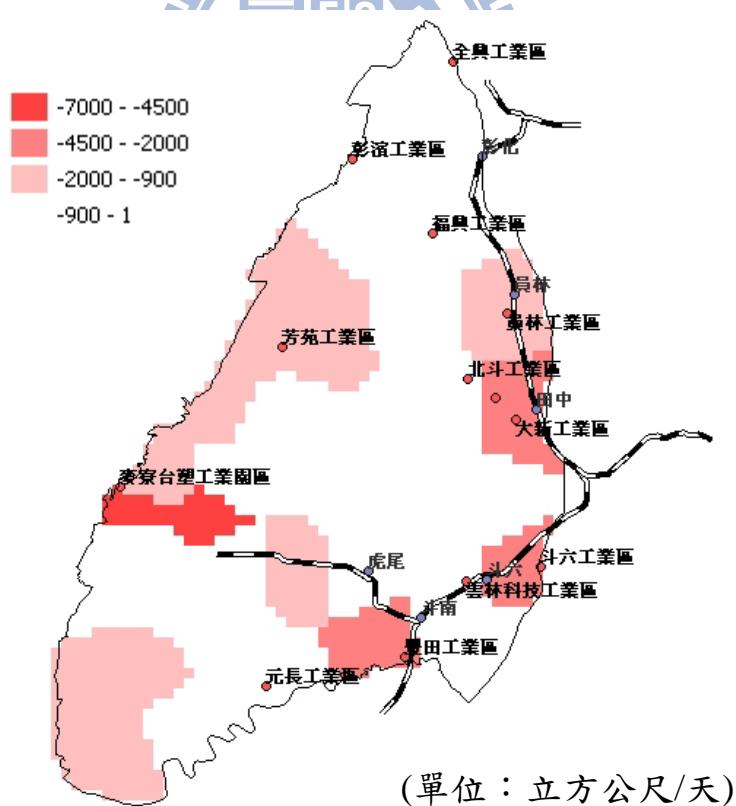
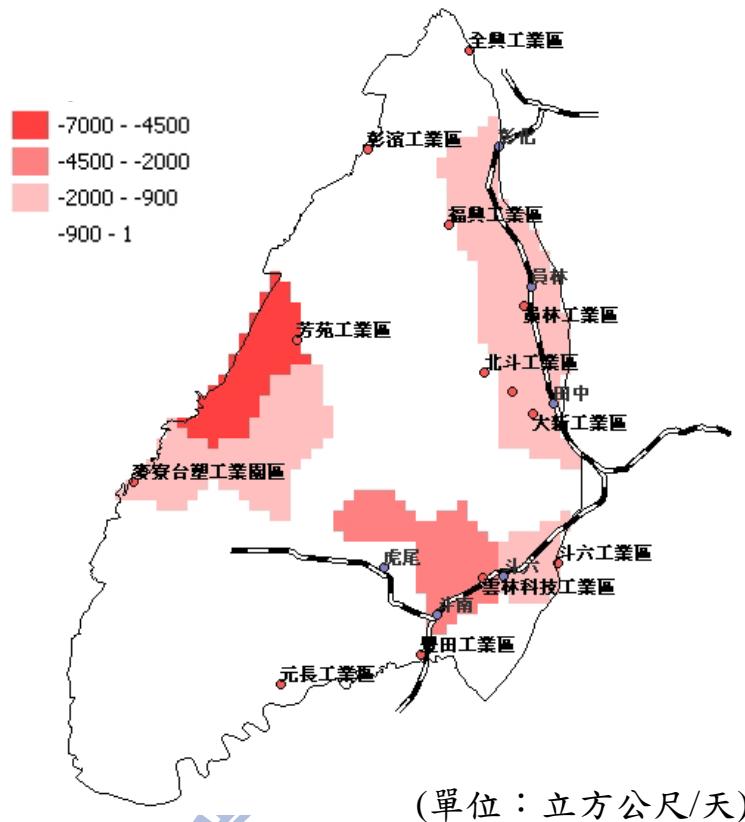


圖 5.4.1-2 檢定後 2009 年第三層淨補注量分布情形



(單位：立方公尺/天)

圖 5.4.1-3 檢定後 2009 年第五層淨補注量分布情形

由第一層補注量分布情形圖可知，濁水溪沖積扇補注量多集中在靠近山麓的地區，與山區雨量多且多為礫石層，入滲量大的情形相符。而在雲林地區接近濁水溪出海口的地方，則因該處土層水力傳導係數較大，且因第一層與第三層間無阻水層，所以補注量較其他地區稍大一些。

由第三層與第五層淨補注量分布可知，抽水量(淨補注量為負值)較大的地區多分布在沿海及鐵路車站附近，沿海地區有許多養殖漁業，魚池遍佈，因此地下水抽取量較多；而在鐵路車站附近，為都市的中心，工業區則位於都市外圍，形成一個人口密集，工業發達的區域，因此可推測這些區域為地下水使用量較大之區域。

經現地概況分析可發現，本研究檢定後之抽水量或淨補注量之分布與現地狀況近似，如此即可證明本研究設計之參數檢定規則應用在

實際案例仍深具可信度，且具有實際應用之能力。

### 5.4.2 檢定結果討論

本研究發展穩健型參數檢定系統，並應用於濁水溪沖積扇地下水暫態模式，對於豐、枯時期之不同月份抽水與補注量，以及該年降雨量之影響，皆能夠反應於檢定結果中。

有別於自動化參數檢定系統 UCODE 之檢定能力，受限於參數初始值之影響，穩健型參數檢定系統能較不受此項之限制，能夠從未知之參數初始值檢定出較合理之結果。若以穩健型參數檢定系統當作粗略之參數檢定，並以此檢定結果當作自動參數檢定系統之初始值，兩者互相配合，能使檢定系統更為可行以及精確。



## 第六章 結論與建議

### 6.1 結論

1. 本研究成功結合專家系統及地下水模式(MODFLOW)發展穩健型參數檢定系統，系統中之檢定規則主要依據模擬水位與觀測水位之誤差及質量守恆原則訂定。
2. 不論是應用於較簡單的範例或是複雜的濁水溪沖積扇地下水暫態模擬，本研究發展之參數檢定系統均可檢定出合理的補注量及抽水量，此驗證本系統之穩定性及適用性，可為地下水參數檢定提供一穩健之解決方案。
3. 本研究亦比較本研究發展之參數檢定系統與 UCDOE 參數檢定模式之穩健性，經以高參數維度之濁水溪沖積扇地下水暫態模擬比較顯示，本研究發展之參數檢定系統皆可順利檢定出合理之參數值，惟 UCDOE 於高參數維度時因受其初始值之影響大，而有無法收斂的問題，此將限制 UCDOE 於複雜的現地下水模擬之應用。
4. 於前述濁水溪沖積扇地下水暫態模擬之比較研究中亦顯示，若欲得更精確之檢定結果，可先以本系統檢定所得之參數值，作為 UCDOE 模式之參數初始值，再進行一次參數優選檢定。此顯示出本系統與傳統參數檢定模式互相搭配之可行性。
5. 傳統如 UCDOE 之參數檢定模式，參數檢定過程為難以了解之黑盒，而由模擬案例顯示，本系統以專家系統為參數檢定核心，因此不同於傳統之參數檢定模式，可藉由檢視專家系統之推論過程，了解參數變化過程及解釋參數檢定結果，從而可深入了解檢定規則本身之運作及模擬模式之行為。
6. 為驗證濁水溪沖積扇檢定後之抽水量之合理性，本研究比較分析

抽水分布與土地利用所反映之可能用水情形後，發現兩者的趨勢一致，此可反應出本研究知參數檢定結果具相當的可信度。

## 6.2 建議

1. 本研究延續陳韋圻(2008)與王雲直(2010)之研究系統架構，所建立專家系統之檢定規則已能夠檢定 Q 值及 K 值之參數，本研究著重於抽水量之參數檢定，未來若將已知之現地抽水量數據納入考量，可於專家系統之檢定規則中，加入分區抽水量上限之限制，使得檢定結果能更符合現地之狀況。
2. 未來應考慮特殊邊界條件或地質概況之模式設定，例如入滲量、河川系統等等，並於知識庫中增加新的規則，以使本系統亦能對這些模式設定之條件進行參數檢定，使檢定能力更加完善。



## 參考文獻

1. K.W. Chau, “Intelligent manipulation of calibration parameters in numerical modeling”, *Advances in Environmental Research*, 8, p. 467–476, 2004.
2. K.W. Chau, “Selection and calibration of numerical modeling in flow and water quality”, *Environmental Modeling and Assessment*, 9, p. 169–178, 2004.
3. K.W. Chau, “A review on integration of artificial intelligence into water quality modeling”, *Marine Pollution Bulletin*, 52, p. 726–733, 2006.
4. K.W. Chau, “A review on the integration of artificial intelligence into coastal modeling”, *Journal of Environmental Management*, 80, p. 47–57, 2006.
5. Sang Min Kim, Brian L. Benham, Kevin M. Brannan, Rebecca W. Zeckoski, John Doherty, 2007, Comparision of hydrologic calibration of HSPF using automatic and manual methods, *WATER RESOURCES RESEARCH*, VOL. 43, W01402, doi:10.1029/2006WR004883.
6. Chau, K.W., 2003. Manipulation of numerical coastal flow and water quality models. *Environmental Modelling and Software* 18 (2), 99 – 108.
7. Chau, K.W., Albermani, F., 2002. Expert system application on preliminary design of liquid retaining structures. *Expert Systems with Applications* 22 (2), 169 – 178.
8. Chau, K.W., Albermani, F., 2003. Knowledge-based system on optimum design of liquid retaining structures with genetic algorithms. *Journal of Structural Engineering, ASCE* 129 (10), 1312 – 1321.
9. Chau, K.W., Chen, W., 2001. An example of expert system on numerical modelling system in coastal processes. *Advances in Engineering Software* 32 (9), 695 – 703.
10. Henrik Madsen, Geoffery Wilson, Hans Christian Ammentorp, 2002, Comparison of different automated strategies for calibration of

rainfall run-off models.

11. Abbott, M.B., 1991. Hydroinformatics: Information Technology and the Aquatic Environment. Avebury Technical, Aldershot
12. Madsen, H., 2003. Parameter estimation in distributed hydrological catchment modelling using automatic calibration with multiple objectives.
13. Madsen, H., 2000. Automatic calibration of a conceptual rainfall-runoff model using multiple objectives. J. Hydrol. 235, pp. 276–288.
14. Hill, M.C., 1992. A computer program (MODFLOWP) for estimating parameters of a transient, three-dimensional, ground-water flow model using nonlinear regression. US Geological Survey, Open File Report 91-484, pp. 3–4 and 15.
15. Schwartz, F.W., and Zhang, H., 2003, Fundamentals of ground water, John Wiley & Sons, New York.
16. 中興工程顧問公司，濁水溪沖積扇地下水可開發潛能評估。台灣省政府水利處委託計畫報告，第 5-1 至 5-12 頁，第 6-1 至 6-28 頁，第 7-1 至 7-16 頁，1997。
17. 中興工程顧問公司，濁水溪沖積扇地下水人工補注規劃。台灣省政府水利處委託計畫報告，第 4-6 至 4-18 頁，1998。
18. 巨廷工程顧問股份有限公司、國立交通大學，多元化水資源經營管理方案—地下水補注分析。經濟部水利署委託計畫成果報告第 2-1 至 2-24 頁，第 4-1 至 4-18 頁，2005。
19. 台灣大學水工試驗所，濁水溪沖積扇扇央扇尾平原區地表垂直向補注量評估。經濟部水資源局委託計畫報告，1998。
20. 台灣大學土木工程研究所，濁水溪沖積扇扇頂平原地區地表垂向補注量估計，經濟部委託計畫報告，1997。
21. 能邦科技股份有限公司，台灣地區地下水補注量估算。經濟部水資源局委託計畫報告，第 4-1 至 4-70 頁，第 5-1 至 5-140 頁，2000。
22. 農業工程研究中心，濁水溪平原地下水數學模式之評估與應用。台灣省水利局委託計畫報告，1989。

23. 劉聰桂，濁水溪沖積扇之地下水資源—碳十四與氚定年/示蹤研究。濁水溪沖積扇地下水及水文地質研討會論文集，第 145-164 頁，1996。
24. 經濟部中央地質調查所，台灣地區地下水觀測網第一期計畫，濁水溪沖積扇水文地質調查研究總報告，1999。
25. 江崇榮、黃智昭、陳瑞娥，以地下水歷線分析法評估濁水溪沖積扇之地下水收支，經濟部中央地質調查所彙刊第十九號，第 61-90 頁，2006。
26. 經濟部中央地質調查所，台灣地區地下水區水文地質調查及地下水資源評估，地下水補注潛勢評估與地下水模式建置，2009。
27. 經濟部中央地質調查所，台灣地區地下水區水文地質調查及地下水資源評估，地下水補注潛勢評估與地下水模式建置，2010。
28. 經濟部水利署，地下水資源整體營運規劃與綜合評估，2002。
29. 曾憲雄，人工智慧與專家系統：理論.實務.應用，初版，旗標出版社，台北市，2005。
30. 陳韋圻，應用專家系統於地下水模式自動化參數檢定之研究，國立交通大學，碩士論文，民國 97 年。
31. 王雲直，應用專家系統於地下水模式參數檢定之研究—以濁水溪沖積扇為例，國立交通大學，碩士論文，民國 99 年。

## 附錄 A MODFLOW 簡介

MODFLOW為美國地質調查局(U.S.G.S.)發展之程式。該程式可解二維及三維之地下水水流問題，含水層之種類可為自由、受壓、半受壓含水層，依地質特性分類可為均質、非均質及等向性、非等向性含水層。MODFLOW 程式乃利用有限差分法(Block Centered Finite Difference Approach)解水流控制方程式，計算機數值求解方法乃採用兩種疊代技巧強制隱式法(SIP)及鬆弛疊代法(SSOR)。程式包括之重要單元有水井、區域性補注量、蒸發散、河川之滲流及定水頭邊界。以下就對MODFLOW程式發展作一介紹：

三維地下水水流在孔隙介質中的運動行為可以下列之偏微分方程式來表示：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

[附A.1]

其中

## Potentiometric Head) (L)

W：單位體積的體積流率(Volumetric Flux)，代表源匯

項 (Sources/Sinks)( $T^{-1}$ )

S<sub>s</sub>：孔隙介質的比儲水量(Specific Storage) (L<sup>-1</sup>)

$t$  : 表時間( $T$ )

上述式（附A.1）若結合了含水層系統邊界情況、起始條件等資訊，可組成一地下水水流系統的數學表示式。但由於其解析解難以求得，故必須用數值方法來作推導，MODFLOW以有限差分法求得其數值解。

若以有限差分方式來表達地下水水流方程式，則必須利用連續性方程式（所有進入及流出 cell 的流量必定等於在cell中儲蓄量的改變

率)，且假設地下水流之密度( $\rho$ )為一定值。所以對於一個cell(i,j,k)來說，若考慮本身及其鄰近的六個含水層的cells((i-1,j,k),(i+1,j,k),(i,j-1,k),(i,j+1,k),(i,j,k-1),(i,j,k+1))。如圖附A.1所示：

假設在列(row)方向的cell(j,j-1,k)流進cell(i,j,k)的流量為：

$$q_{i,j-1/2,k} = KR_{i,j-1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j-1/2}} \quad [\text{附}]$$

A.2]

上式中：

$h_{i,j,k}$  及  $h_{i,j-1,k}$  分別代表在節點 (i,j,k);(i,j-1,k)水頭。

$q_{i,j-1/2,k}$  為通過介於cell(i,j,k)和(i,j-1,k)間界面體積的流量 ( $L^3 t^{-1}$ )。

$KR_{i,j-1/2,k}$  為在列(row)方向介於節點(i,j,k)和(i,j-1,k)間的透水係數。

$\Delta c_i \Delta v_k$  為垂直於列(row)方向的cell面的截面積。

$\Delta r_{j-1/2}$  為節點 (i,j,k) 和 (i,j-1,k) 間的距離。

所以同理可求得其餘的五個面流進cell(i,j,k)的流量：

$$q_{i,j+1/2,k} = KR_{i,j+1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k})}{\Delta r_{j+1/2}}$$

$$q_{i+1/2,j,k} = KR_{i+1/2,j,k} \Delta r_i \Delta v_k \frac{(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k})}{\Delta c_{j+1/2}}$$

$$q_{i+1/2,j,k} = KR_{i-1/2,j,k} \Delta r_i \Delta v_k \frac{(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k})}{\Delta c_{j-1/2}}$$

$$q_{i,j,k+1/2} = KR_{i,j,k+1/2} \Delta r_j \Delta c_i \frac{(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_{k+1/2}}$$

$$q_{i,j,k-1/2} = KR_{i,j,k-1/2} \Delta r_j \Delta c_i \frac{(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k})}{\Delta v_{k+1/2}}$$

若  $CR = KR \times \frac{\Delta A}{L}$ ，則連續性方程式可表示為：

$$\begin{aligned}
& CR_{i,j-1/2,k}(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) + CR_{i,j+1/2,k}(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i-1/2,j,k}(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \\
& + CC_{i+1/2,j,k}(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k-1/2}(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+1/2}(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \\
& = S_{s_{i,j,k}} \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k
\end{aligned}$$

[附A.3]

上式中：

$$\begin{aligned}
S_{s_{i,j,k}} & : \text{cell}(i,j,k) \text{ 的比儲水量} \\
\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k & : \text{cell}(i,j,k) \text{ 的體積}
\end{aligned}$$

現在若在多加以考慮源、匯 (Sources、Sinks)，則連續性方程式變為：

$$\begin{aligned}
& CR_{i,j-1/2,k}(h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) + CR_{i,j+1/2,k}(h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) + CC_{i-1/2,j,k}(h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \\
& + CC_{i+1/2,j,k}(h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k-1/2}(h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) + CV_{i,j,k+1/2}(h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \\
& + QS_{i,j,k} = S_{s_{i,j,k}} \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k
\end{aligned}$$

[附A.4]

$$一般而言，QS_{i,j,k} = \sum_{n=1}^N a_{i,j,k,n}$$

此處： $a_{i,j,k,n}$ ：第 n 個外在的源流進 cell(i,j,k) 的流量。

$$P_{i,j,k,n}(L^2 T^{-1}); q_{i,j,k,n}(L^3 T^{-1}) \text{ 均等於常數。}$$

MODFLOW 中所採用的為後向差分(Backward Difference)，所以對於 cell(i,j,k)來說，若以  $t_m$  和  $t_{m-1}$  之間來代表  $\Delta t$ ，則：

$$\left( \frac{\Delta h_{i,j,k}}{\Delta t} \right) = \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad [附 A.5]$$

將方程式 (附C.5) 代入 (附C.4) 中，則可得：

$$\begin{aligned}
& CR_{i,j-1/2,k}(h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CR_{i,j+1/2,k}(h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i-1/2,j,k}(h_{i-1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) \\
& + CC_{i+1/2,j,k}(h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k-1/2}(h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k+1/2}(h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) \\
& + P_{i,j,k} h_{i,j,k}^m + QS_{i,j,k} = S_{s_{i,j,k}} \frac{(h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1})}{t_m - t_{m-1}} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k
\end{aligned}$$

[附A.6]

所以將有含  $h_{i,j,k}^m$  的項全移至左邊，而含  $h_{i,j,k}^{m-1}$  的項移至右邊，則可得：

$$\begin{aligned} & CV_{i,j,k-1/2} h_{i,j,k-1}^m + CR_{i,j-1/2,k} h_{i,j-1,k}^m + CC_{i-1/2,j,k} h_{i-1,j,k}^m + (-CR_{i,j-1/2,k} - CC_{i-1/2,j,k} \\ & - CR_{i,j+1/2,k} - CC_{i+1/2,j,k} - CV_{i,j,k-1/2} - CV_{i,j,k+1/2} + HCOF_{i,j,k}) h_{i,j,k}^m + CV_{i,j,k+1/2} h_{i,j,k+1}^m \\ & + CR_{i,j+1/2,k} h_{i,j+1,k}^m + CC_{i+1/2,j,k} h_{i,j,k}^m = RHS_{i,j,k} \end{aligned}$$

### [附A.7]

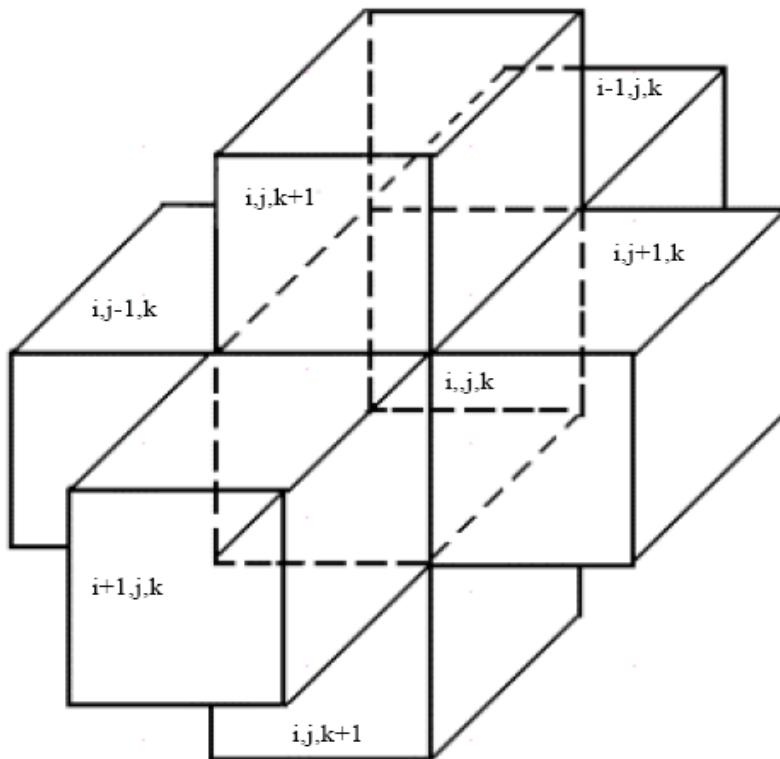
其中：

$$HCOF_{i,j,k} = P_{i,j,k} - SCl_{i,j,k} / (t_m - t_{m-1})$$

$$RHS_{i,j,k} = -Q_{i,j,k} - SCl_{i,j,k} h_{i,j,k}^{m-1} / (t_m - t_{m-1})$$

$$SCl_{i,j,k} = S_{s_{i,j,k}} \Delta r_j \Delta c_i \Delta V_k$$

而附A.7式即是MODFLOW程式所解之差分式。



圖附 A.1 cell(i,j-1,k) 進入 cell 之地下水流

## 附錄 B 非線性迴歸優選模式

本文中優選地下水流模式參數之程式，乃是採用美國地質調查局(U.S.G.S)與 IGWMC 發展的 UCODE 程式，該程式是將非線性迴歸理論與 MODFLOW 程式結合，藉以優選由 MODFLOW 所建立之地下水流模式中的參數；UCODE 提供兩種降低目標函數以推求參數的方法，分別是修正型高斯-牛頓法(Modified Gauss-Newton Method)和共軛方向法(Conjugate-Direction Method)，本研究中則是使用修正型高斯-牛頓法。

### B.1 線性模式架構

不論任何的迴歸步驟，都需要先假設模式架構，在線性迴歸時，可將模式假設成參數的線性函數，如下式：

$$Y_i = X_{i1}\beta_1 + X_{i2}\beta_2 + \cdots + X_{ip}\beta_p + \varepsilon_i \quad (\text{B.1})$$

式中

$Y_i$ ：在 i 處的實際觀測值

$p$ ：參數的個數

$\beta$ ：待定參數值

$\varepsilon_i$ ：在 i 處的實際觀測值與模式預測值之差

而

$$X_{ij} = X_{ij}(\xi_{i1}, \xi_{i2}, \dots, \xi_{ik}) \quad (\text{B.2})$$

$\xi$ ：獨立變數

$k$ ：獨立變數的個數

$X_{ij}$  是  $k$  個獨立變數的函數，而不是待定參數的函數，故

$$\frac{\partial}{\partial \beta_i} (X_{i1}\beta_1 + X_{i2}\beta_2 + \cdots + X_{ip}\beta_p) = X_{ij} \quad (\text{B.3})$$

$X$  通常稱做敏感度係數(sensitivity coefficients)，或簡稱為敏感度(sensitivity)，它所代表的意義是當參數  $\beta_j$  改變一單位而造成在觀測點 i 處的計算值變化量，在本研究中，即代表了抽水量改變一單位而造

成在觀測點處的計算水位變化量。接著可將(B.1)式寫成更簡潔的矩陣形式

$$\underline{Y} = \underline{\underline{X}} \underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \quad (\text{B.4})$$

式中

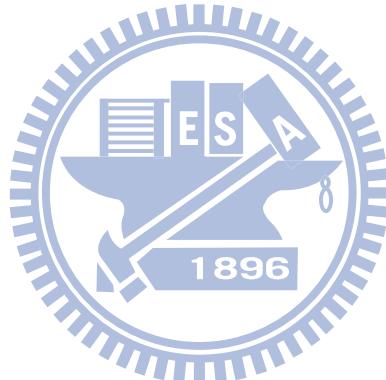
$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & \cdots & \cdots & X_{np} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

$$\underline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

n：觀測數目



## B.2 最小二乘法推估

一般來說真正的參數值  $\underline{\beta}$  和  $\underline{\varepsilon}$  皆為未知，所以實際的模式(B.1)也必須視為未知，然而我們可藉由觀測來得到  $\underline{Y}$ ，再利用觀測值與已假設的模式來求  $\underline{\beta}$  和  $\underline{\varepsilon}$  的推估值，如果真的能推估出  $\underline{\beta}$  和  $\underline{\varepsilon}$ ，那麼就可以找出真實模式的誤差結構(error structure)，如此一來最後所得到的模式就能夠儘可能的近似真實模式。

假設所有的  $\varepsilon_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 皆為隨機變數，而有相同的變異數 (common variance)  $\sigma^2$ ，而且  $\varepsilon_i$  與  $\varepsilon_j$  之間無相關性，所以

$$\text{Var}(\underline{\varepsilon}) = \underline{\underline{I}} \sigma^2 \quad (\text{B.9})$$

上式中的  $\sigma^2$  可由下列各式解得

$$\begin{aligned} \text{tr}[\text{Var}(\underline{\varepsilon})] &= \text{tr}(\underline{\underline{I}}) \sigma^2 \\ \Rightarrow \text{tr}[E((\underline{\varepsilon} - E(\underline{\varepsilon}))(\underline{\varepsilon} - E(\underline{\varepsilon}))^T)] &= n \sigma^2 \\ \Rightarrow E[(\underline{\varepsilon} - E(\underline{\varepsilon}))^T(\underline{\varepsilon} - E(\underline{\varepsilon}))] &= n \sigma^2 \\ \Rightarrow \sigma^2 &= E[(\underline{\varepsilon} - E(\underline{\varepsilon}))^T(\underline{\varepsilon} - E(\underline{\varepsilon}))] / n \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

假設  $\underline{\varepsilon}$  無偏差， $E(\underline{\varepsilon})=0$ ，所以

$$\sigma^2 = \frac{E(\underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon})}{n} \quad (\text{B.11})$$

至此  $\underline{\varepsilon}$ 、 $\sigma^2$  和  $\underline{\beta}$  仍然為未知，但是若由一個近似真實的模式配合觀測值則可求得  $\underline{\varepsilon}$ ，接著可以求得  $\sigma^2$ 。令  $\underline{b}$  為  $\underline{\beta}$  的估計值，線性模式可寫成

$$\underline{Y} = \underline{\underline{X}} \underline{b} + \underline{\varepsilon} \quad (\text{B.12})$$

式中  $\underline{\varepsilon}$  為殘值(residual)，是  $\underline{\varepsilon}$  的推估值，由(B.11)與(B.12)式，可得到  $\sigma^2$  的推估值

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{\underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon}}{n} \quad (\text{B.13})$$

任意的一組參數值都可能得到一個大於  $\sigma^2$  的  $\tilde{\sigma}^2$  值，因為由任意一組參數值所產生的模式，並不一定能夠符合觀測資料的結果，所以在所有可能的  $\underline{b}$  中，最能夠使模式符合觀測值，同時得到  $\tilde{\sigma}^2$  最小值者，它也就能夠使誤差平方和函數  $S(\underline{b})$  得到最小值

$$S(\underline{b}) = \underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon} \quad (\text{B.14})$$

當改變  $\underline{b}$  來求得  $S(\underline{b})$  最小值而推估出  $\sigma^2$  和  $\underline{\beta}$  的過程，就稱之為最小二乘法推求(least-square estimation)。

現在重新考慮(B.9)式，它假設任兩個  $\underline{\varepsilon}_i$  之間無相關性，所以有相同的  $\sigma^2$ 。但在某些情況下  $\underline{\varepsilon}_i$  和  $\underline{\varepsilon}_j$  有不同的變異數  $\sigma_i^2$  和  $\sigma_j^2$ ，彼此之間甚至有關聯性，所以會有共變數(covariance)  $\sigma_{ij}$  ( $\sigma_{ij} \neq 0$ )。在這種情形下(B.9)式需要寫成更一般化的形式

$$\text{Var}(\underline{\varepsilon}) = \underline{\underline{V}} \sigma^2 \quad (\text{B.15})$$

$\underline{\underline{V}\sigma^2}$  是一個對稱(symmetric)且正定(positive define)的變異數-共變數(variance-covariance)矩陣，其定義如下

$$\underline{\underline{V}\sigma^2} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

再定義  $\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}}}$  為一個非奇異(nonsingular)對稱矩陣，將(B.15)式改寫如下

$$\begin{aligned} \underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}}} \text{Var}(\underline{\varepsilon}) \underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}}} &= \underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}}} \underline{\underline{V}} \underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}}} \sigma^2 \\ \Rightarrow \text{Var}(\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}} \varepsilon}) &= \underline{\underline{I}} \sigma^2 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

在上式中  $\sigma^2$  看起來是定值，變成  $\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}} \varepsilon}$  的共同變異數，而且經由  $\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}} \varepsilon}$  轉換後的誤差彼此間又沒有相關性了。接著我們可以將(B.15)式，依照(B.11)式以後的步驟，引入最小二乘法推估，也就是用  $\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}} \varepsilon}$  替換  $\varepsilon$ ，可得

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{E\left[\left(\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}} \varepsilon}\right)^T \left(\underline{\underline{V}^{-\frac{1}{2}} \varepsilon}\right)\right]}{n} \\ &= \frac{E\left(\underline{\varepsilon}^T \underline{\underline{V}^{-1}} \underline{\varepsilon}\right)}{n} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

所以

$$S(\underline{b}) = \underline{\varepsilon}^T \underline{\underline{V}^{-1}} \underline{\varepsilon} \quad (\text{B.19})$$

理論上來說用(B.19)式比(B.14)式更能表現出正確的誤差結構。以下將再假設更具一般性的  $S(\underline{b})$  形式

$$S(\underline{b}) = \underline{\varepsilon}^T \underline{\omega} \underline{\varepsilon} \quad (\text{B.20})$$

式中  $\underline{\omega}$  是對稱且正定的加權(weight)矩陣來替代  $\underline{\underline{V}^{-1}}$ ，應用(B.20)式時， $\underline{\omega}$  不需反應  $\varepsilon$  之誤差結構，完全依照研究者的想法來強調  $S(\underline{b})$  中的任何組成單位。

### B.3 線性迴歸求最佳參數

為了要推估出  $\underline{\beta}$  和  $\underline{\omega}$ ，加權誤差平方和  $S(\underline{b})$  可寫成：

$$\begin{aligned} S(\underline{b}) &= \underline{e}^T \underline{\omega} \underline{e} \\ &= (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \underline{\omega} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

因為求最小值，所以將  $S(\underline{b})$  對  $\underline{b}_j$  中每個元素  $b_j$  ( $j=1,2,\dots,p$ ) 微分，而且微分值等於零

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b_j} S(\underline{b}) \Big|_{\underline{b}=\tilde{\underline{b}}} &= \frac{\partial}{\partial b_j} \left[ (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \underline{\omega} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) \right] \Big|_{\underline{b}=\tilde{\underline{b}}} \\ &= 0, j=1,2,\dots,p \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

式中  $|_{\underline{b}=\tilde{\underline{b}}}$  表示  $\tilde{\underline{b}}$  是能夠使  $S(\underline{b})$  的微分值等於零的一組參數，在微分時需要注意  $\underline{\omega}$  與  $\underline{b}$  是互相獨立的，所以微分式可寫成：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b_j} \left[ (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \underline{\omega} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) \right] &= \left[ \frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \right] \underline{\omega} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) \\ &+ (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \underline{\omega} \frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

當計算  $\frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T$  時，需注意的是觀測值  $\underline{Y}$  與參數  $\underline{b}$  是獨立的，所以：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T &= \frac{\partial}{\partial b_j} \left\{ \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} \right\}^T \\ &= -\underline{X}_j^T \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

式中

$\underline{X}_j$ :  $\underline{X}$  矩陣中的第  $j$  行向量

接著計算(B.23)式中等號右邊的第二項

$$(\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \underline{\omega} \frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) = \left[ (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b})^T \underline{\omega} \frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{X}\underline{b}) \right]^T$$

$$= \left[ \frac{\partial}{\partial b_j} (\underline{Y} - \underline{\underline{X}} \underline{b})^T \right] \underline{\underline{\omega}} (\underline{Y} - \underline{\underline{X}} \underline{b}) \quad (B.25)$$

代入(B.23)式得

$$-2 \underline{X}_j^T \underline{\underline{\omega}} (\underline{Y} - \underline{\underline{X}} \tilde{\underline{b}}) = 0 \quad (B.26)$$

或

$$\underline{X}_j^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}} \tilde{\underline{b}} = \underline{\underline{X}}_j^T \underline{\underline{\omega}} \underline{Y}, j=1,2,\dots,p \quad (B.27)$$

或

$$\begin{bmatrix} \underline{X}_1^T \\ \underline{X}_2^T \\ \vdots \\ \underline{X}_p^T \end{bmatrix} \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}} \tilde{\underline{b}} = \begin{bmatrix} \underline{X}_1^T \\ \underline{X}_2^T \\ \vdots \\ \underline{X}_p^T \end{bmatrix} \underline{\underline{\omega}} \underline{Y} \quad (B.28)$$

式中

$$\begin{bmatrix} \underline{X}_1^T \\ \underline{X}_2^T \\ \vdots \\ \underline{X}_p^T \end{bmatrix} = \underline{\underline{X}}^T \quad (B.29)$$

故(B.28)式可寫成

$$\underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}} \tilde{\underline{b}} = \underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{Y} \quad (B.30)$$

上式稱之為 normal equation， $\tilde{\underline{b}}$  是  $\underline{b}$  的推估值，可由下式求得

$$\tilde{\underline{b}} = (\underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}})^{-1} \underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{Y} \quad (B.31)$$

$\underline{\underline{X}}$  矩陣中的各元素常會有數值大小差異太大的問題，所以在使用計算機解矩陣時，會發生錯誤而產生誤差，為了解決這個問題，引入一個對角線(diagonal)矩陣  $\underline{\underline{C}}$ ，其定義如下

令

$$\begin{aligned} \underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}} &= \underline{\underline{A}} \\ \underline{\underline{C}} &= diag \left\{ 1/A_{11}^{1/2}, 1/A_{22}^{1/2}, \dots, 1/A_{pp}^{1/2} \right\} \end{aligned}$$

其中  $A_{ii}$  是  $\underline{\underline{A}}$  的主對角線元素，因此(B.31)式可轉換成

$$\underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}} \underline{\underline{C}} \underline{\underline{C}}^{-1} \tilde{\underline{b}} = \underline{\underline{C}}^T \underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{Y} \quad (B.32)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{S}} \tilde{\underline{a}} = \underline{\underline{S}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{Y} \quad (B.33)$$

式中

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{X}} \underline{\underline{C}} \quad (B.34)$$

$$\tilde{\underline{a}} = \underline{\underline{C}}^{-1} \tilde{\underline{b}} \quad (B.35)$$

上述轉換之功能在於將  $\underline{\underline{X}}^T \underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{X}}$  這個矩陣的主對角線元素都轉換為 1 時，仍然能夠保持此矩陣的對稱性；而經過這樣轉換後，矩陣元素之尺度差異太大得以解決，使計算機能夠算出正確的答案。

#### B.4 非線性迴歸

如果迴歸模式中的參數為非線性，但是非獨立變數  $\underline{Y}$  為線性，那麼可以把非線性迴歸模式用下列方程式表示：

$$Y = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p) + \varepsilon \quad (B.36)$$

這種型式比(B.1)式顯得更複雜，當有  $n$  個觀測值時，上式可用矩陣表示之

$$\underline{Y} = \underline{f}(\underline{\xi}, \underline{\beta}) + \underline{\varepsilon} \quad (B.37)$$

把參數  $\underline{\beta}$ 、誤差項  $\underline{\varepsilon}$  分別用推估值  $\underline{b}$ 、 $\underline{e}$  代入

$$\underline{Y} = \underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b}) + \underline{e} \quad (B.38)$$

同理線性迴歸步驟，可對加權殘值平方和目標函數求最小化來得到迴歸解

$$\begin{aligned} S(\underline{b}) &= \underline{e}^T \underline{\omega} \underline{e} \\ &= \left( \underline{Y} - \underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b}) \right)^T \underline{\omega} \left( \underline{Y} - \underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b}) \right) \end{aligned} \quad (B.39)$$

然而，因為(B.38)式為非線性，所以不能像線性情況那樣直接地求解。

最方便的辦法就是將(B.38)式線性化，再把它視為線性問題來求解；首先將  $\underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b})$  做一階泰勒展開(Taylor expansion)，得到  $\underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b})$  之近似式

$$\underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b}) \approx \underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b}_0) + \underline{\underline{X}}_0 (\underline{b} - \underline{b}_0) \quad (B.40)$$

式中

$$\underline{\underline{X}}_0 = \left\{ X_{ij}^0 \right\} = \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial b_j} \Big|_{\underline{b}=\underline{b}_0} \right\}_{(n \times p)} \quad (\text{B.41})$$

$f_i$  是在第  $i$  個觀測位置的計算值， $\underline{\underline{X}}_0$  是敏感度，將(B.38)與(B.40)式合併成

$$Y - \underline{f}(\xi, \underline{b}_0) \equiv \underline{\underline{X}}_0(\underline{b} - \underline{b}_0) + \underline{\epsilon} \quad (\text{B.42})$$

如果模式為線性，則  $\underline{f}(\xi, \underline{b}) = \underline{\underline{X}}(\xi)\underline{b}$ ，那麼上式即為真實的；若為非線性的模式，那麼經由一階泰勒展開後得到的(B.42)式，就只是一個近似的模式。下圖將以一個參數作例子加以簡單地說明

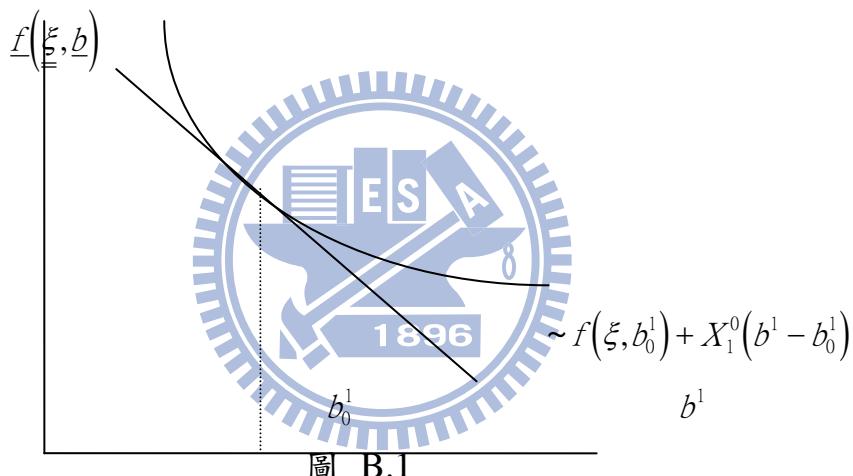


圖 B.1

參數  $\underline{b}$  之最佳近似解，就是當目標函數  $S(\underline{b})$  最小化時  $\underline{b}$  的值，而  $S(\underline{b})$  的定義如下

$$\begin{aligned} S(\underline{b}) &= \underline{\epsilon}^T \underline{\omega} \underline{\epsilon} \\ &\cong \left( Y - \underline{f}(\xi, \underline{b}_0) - \underline{\underline{X}}_0(\underline{b} - \underline{b}_0) \right)^T \underline{\omega} \left( Y - \underline{f}(\xi, \underline{b}_0) - \underline{\underline{X}}_0(\underline{b} - \underline{b}_0) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

上式接下來的推導過程與線性情況所介紹過的完全相同，最後可得到 normal equations

$$\underline{\underline{X}}_0^T \underline{\omega} \underline{\underline{X}}_0 \underline{d}_1 = \underline{\underline{X}}_0^T \underline{\omega} \left( Y - \underline{f}(\xi, \underline{b}_0) \right) \quad (\text{B.44})$$

式中

$$\underline{d}_1 = \underline{b}_1 - \underline{b}_0 \quad (\text{B.45})$$

為了要改善非線性迴歸時由於矩陣中元素尺度差異太大而造成計算機錯誤的問題，我們可以利用線性迴歸所介紹過的方法來解決尺度問題，這樣(B.44)式可轉換成

$$\underline{\underline{S}}_0^T \underline{\omega} \underline{\underline{S}}_0 \underline{\delta}_1 = \underline{\underline{S}}_0^T \underline{\omega} \left( \underline{Y} - \underline{f} \left( \underline{\xi}, \underline{b}_0 \right) \right) \quad (\text{B.46})$$

式中

$$\underline{\underline{S}}_0 = \underline{\underline{X}}_0 \underline{\underline{C}}_0 \quad (\text{B.47})$$

$$\underline{\delta} = \underline{\underline{C}}_0^{-1} \underline{d}_1 \quad (\text{B.48})$$

$$\underline{\underline{C}}_0 = \text{diag} \left\{ \left( A_{11}^0 \right)^{-\frac{1}{2}}, \left( A_{22}^0 \right)^{-\frac{1}{2}}, \dots, \left( A_{pp}^0 \right)^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{B.49})$$

$$\underline{\underline{A}}_0 = \underline{\underline{X}}_0^T \underline{\omega} \underline{\underline{X}}_0 \quad (\text{B.50})$$

$A_{ii}^0$  :  $\underline{\underline{A}}_0$  的主對角線元素

因為(B.44)式並非真實解，所以(B.39)式也不能得到真正最小化，也就是說  $\underline{b}_1$  不是最佳參數值。因此  $\underline{b}_1$  便用來替換  $\underline{b}_0$ ，在經過同樣的步驟推求另一組參數值，如此便可將(B.46)式寫成疊代方程式

$$\underline{\underline{S}}_r^T \underline{\omega} \underline{\underline{S}}_r \underline{\delta}_{r+1} = \underline{\underline{S}}_r^T \underline{\omega} \left( \underline{Y} - \underline{f} \left( \underline{\xi}, \underline{b}_r \right) \right) \quad (\text{B.51})$$

式中

$$\underline{\underline{S}}_r = \underline{\underline{X}}_r \underline{\underline{C}}_r \quad (\text{B.52})$$

$$\underline{\delta}_{r+1} = \underline{\underline{C}}_r^{-1} \underline{d}_{r+1} = \underline{\underline{C}}_r^{-1} \left( \underline{b}_{r+1} - \underline{b}_r \right) \quad (\text{B.53})$$

$$\underline{\underline{C}}_r = \text{diag} \left\{ \left( A_{11}^r \right)^{-\frac{1}{2}}, \left( A_{22}^r \right)^{-\frac{1}{2}}, \dots, \left( A_{pp}^r \right)^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{B.54})$$

$$\underline{\underline{A}}_r = \underline{\underline{X}}_r^T \underline{\omega} \underline{\underline{X}}_r \quad (\text{B.55})$$

$A_{ii}^r$  :  $\underline{\underline{A}}_r$  的主對角線元素

當疊代收斂時， $\underline{\delta}_{r+1} \rightarrow 0$ ，(B.42)式變成  $\underline{Y} - \underline{f} \left( \underline{\xi}, \tilde{\underline{b}} \right) \approx \tilde{\underline{e}}$ ，所以  $S(\tilde{\underline{b}}) = \left( \underline{Y} - \underline{f} \left( \underline{\xi}, \tilde{\underline{b}} \right) \right)^T \underline{\omega} \left( \underline{Y} - \underline{f} \left( \underline{\xi}, \tilde{\underline{b}} \right) \right)$ ，這樣在非線性迴歸中便得到其最小值，這種使  $S(\underline{b})$  最小化的程序就稱之為高斯-牛頓(Gauss-Newton)法。

眾所周知，高斯-牛頓法常有無法收斂之情形，為了改善其收斂性，必須對高斯-牛頓法加以修正，成為修正型高斯-牛頓法(Modified Gauss-Newton Method)；以下就針對修正後的不同處加以說明：

### 1. 調幅係數 $\rho$ (damping parameter)

用來修正(B.53)式

$$\underline{b}_{r+1} = \rho \underline{d}_{r+1} + \underline{b}_r \quad (\text{B.56})$$

式中

$$\underline{d}_{r+1} = \underline{\underline{S}}_r \underline{\omega}_{r+1} \quad (\text{B.57})$$

由上式可看出  $\rho$  是用來調整  $\underline{d}_{r+1}$ ，也就是調整  $\underline{b}_r$  的變化幅度使疊代更容易收斂，而  $\rho$  的使用也必須注意一些可能發生的情況；譬如 overshoot 問題，常會妨礙收斂速度或造成發散，其發生的原因是即使找到正確方向  $\rho \underline{\omega}_{r+1}$ ，但是由於  $\rho$  值過大而使變化幅度大於理想情況，其結果甚至使  $\underline{b}_{r+1}$  比  $\underline{b}_r$  更無法使目標函數值降低。同樣地，太小的  $\rho$  值會使  $\underline{b}_{r+1}$  與  $\underline{b}_r$  之間變化幅度太小而產生 undershoot 問題。

### 2. Marquardt parameter $\mu$

如果  $\underline{d}_{r+1}$  向量幾乎平行  $S(\underline{b})$  的等值線，也就是說  $\underline{d}_{r+1}$  的代入，卻只能使目標函數值  $S(\underline{b})$  產生極小的變化。為了改變  $\underline{d}_{r+1}$  的方向，讓目標函數值下降的更快，在此引入  $\mu$  來修正(B.51)式

$$(\underline{\underline{S}}_r^T \underline{\omega} \underline{\underline{S}}_r + \mu \underline{\underline{I}}) \underline{\omega}_{r+1} = \underline{\underline{S}}_r^T \underline{\omega} \left( \underline{Y} - \underline{f}(\underline{\xi}, \underline{b}_r) \right) \quad (\text{B.58})$$

在每次疊代時  $\mu$  必須重新計算

$$\mu_r^{new} = 1.5\mu_r^{old} + 0.001 \quad (\text{B.59})$$

直到找出合適的  $\mu$ ，使所求得之參數能夠讓目標函數值逼近最佳化的幅度最大。

## B.5 計算參數敏感度

在大部份的地下水問題中，要得到解析解幾乎不可能，必須依靠計算機求其數值解，Modflow 便是如此。所以利用非線性迴歸模式推求較複雜地下水問題時，必須將數值模式中之差分式轉換成敏感度方程式，以求得參數對各計算點之敏感度，因此，參數優選過程中必須配合地下水數值模式以求出參數之敏感度，接著再利用迴歸理論推求其最佳參數值。

UCODE 的修正型高斯-牛頓最佳化方法中，需要敏感度係數，也就是(B.58)式中的 $\underline{\underline{X}}_r$ ，其定義如下

$$\underline{\underline{X}}_r = \frac{\partial \tilde{Y}_n}{\partial b_p} \quad (B.60)$$

式中

$\tilde{Y}_n$ ：在第 n 個觀測點之計算水位

$b$ ：推估出的參數值



$\underline{\underline{X}}_r$  可以由 Modflow 所解之差分式(3.1.7)對參數微分後所得之敏感度方程式中求得：

1. 穩態時(steady)

首先將水流模式所解的差分式寫成矩陣的形式

$$\underline{\underline{A}}(0) \underline{\underline{h}}(0) = -f \quad (B.61)$$

把上式對  $b_\ell$  微分

$$\underline{\underline{A}}(0) \frac{\partial \underline{\underline{h}}(0)}{\partial b_\ell} + \frac{\partial \underline{\underline{A}}}{\partial b_\ell} \underline{\underline{h}}(0) = - \frac{\partial f}{\partial b_\ell} \quad (B.62)$$

故

$$\frac{\partial \underline{\underline{h}}}{\partial b_\ell} = \underline{\underline{A}}^{-1}(0) \left( - \frac{\partial \underline{\underline{A}}(0)}{\partial b_\ell} \underline{\underline{h}}(0) - \frac{\partial f}{\partial b_\ell} \right) \quad (B.63)$$

## 2. 非穩態時(transient)

$$\begin{aligned} \underline{\underline{A}}(n) \frac{\partial \underline{\underline{h}}(n)}{\partial b_\ell} &= -\frac{\partial \underline{\underline{B}}(n)}{\partial b_\ell} \underline{\underline{h}}(n-1) + \underline{\underline{B}}(n) \frac{\partial \underline{\underline{h}}(n-1)}{\partial b_\ell} \\ &- \frac{\partial \underline{\underline{A}}(n)}{\partial b_\ell} \underline{\underline{h}}(n) - \frac{\partial \underline{\underline{f}}(n)}{\partial b_\ell} \end{aligned} \quad (\text{B.64})$$

式中

$\frac{\partial \underline{\underline{h}}(n)}{\partial b_\ell}$  : 水位對第  $\ell$  個參數之敏感度

$b_\ell$  : 第  $\ell$  個參數

$\underline{\underline{h}}_n$  : 第  $n$  個 time step 之計算水位

$\underline{\underline{A}}(n)$  :  $\frac{-S}{\Delta t(n)} + \underline{\underline{K}} + \underline{\underline{P}}(n)$

$\underline{\underline{f}}(n)$  : 抽水量

$\underline{\underline{B}}(n)$  :  $\frac{-S}{\Delta t(n)}$

$S$  : 比儲水量(specific storage)  $\times$  格網體積

$\underline{\underline{P}}(n)$  : 與水位相關的邊界條件之流通性

$\underline{\underline{K}}$  : 垂直與水平方向的透水因子(conductances)



將(B.63)或(B.64)式所解得之  $\frac{\partial \underline{\underline{h}}}{\partial b_\ell}$  也就是敏感度  $\underline{\underline{X}}_r$  代回(B.58)式，如此便可行成一次推估參數之完整疊代。

## 附錄 C 各觀測井之水力傳導係數資料

站井名 稱	K(m/day)	站井 名稱	K(m/day)	站井 名稱	K(m/day)
線西(1)	20.491	大溝(1)	84.8736	西港(3)	5.14512
九隆(1)	77.544	元長(1)	48.3696	線西(4)	60.912
溫厝(1)	8.70336	水林(1)	33.3792	花壇(3)	51.9264
溪州(1)	50.22	好修(1)	67.3776	好修(3)	62.4816
竹塘(1)	154.368	芳苑(1)	46.4112	漢寶(3)	50.508
石榴(1)	4.7995	花壇(2)	2.57184	員林(3)	42.6816
豐榮(1)	24.9984	員林(1)	25.3152	溪湖(3)	102.456
箔子(1)	17.9424	海豐(1)	74.0592	趙甲(3)	148.32
虎溪(1)	66.7088	崙子(1)	5.78448	芳苑(3)	101.189
芳草(1)	12.3912	港後(1)	39.4848	興化(3)	32.3424
田洋(1)	43.6608	溪州(2)	123.2784	元長(2)	40.9824
海園(1)	18.5184	溪湖(1)	89.4816	溪州(3)	42.696
崁腳(1)	3.89952	嘉興(1)	19.5552	竹塘(2)	44.9424
田中(1)	46.7856	趙甲(1)	53.9856	潭墘(2)	57.9168
古坑(1)	4.70592	潭墘(1)	15.3216	港後(3)	28.9296
西螺(1)	82.4832	蔡厝(1)	17.3088	田中(2)	46.7856
文昌(1)	17.856	興化(1)	58.3056	古坑(1)	4.70592
香田(1)	19.872	瓊埔(1)	28.404	六合(2)	133.2
田尾(1)	73.1376	崁腳(2)	16.38	西螺(2)	82.4832
合興(1)	189.936	溫厝(2)	3.93552	九隆(3)	80.5824
舊庄(1)	20.088	西港(1)	5.14512	豐榮(3)	50.7024

宏崙(1)	33.3504	六合(2)	133.2	後安(2)	16.992
明德(1)	11.5445	古坑(1)	4.70592	和豐(2)	19.2528
東光(1)	45.4176	田中(1)	46.7856	北港(2)	21.0816
洛津(1)	5.6966	西螺(2)	82.4688	虎溪(3)	58.1904
全興(1)	53.1936	北港(1)	21.0816	虎尾(2)	52.0848
花壇(1)	49.356	田洋(2)	30.4704	芳草(3)	46.4112
六合(2)	133.2	安南(1)	52.6608	田洋(2)	30.4704
豐榮(2)	50.7024	和豐(1)	19.2528	安南(2)	52.6608
九隆(2)	80.5824	芳草(1)	46.4112	海園(3)	22.2192
石榴(2)	10.7309	虎尾(2)	52.0848	石榴(2)	10.7309
全興(2)	1.0368	虎溪(2)	58.1904	全興(3)	63.9648
後安(1)	16.992	海園(2)	22.2192		



## 附錄 D 修正型水位歷線法

江崇榮(2006)等人提出以地下水位歷線變動與地下水層儲水係數，直接進行抽水量、補注量、蓄水變化量和流失量之評估，該方法曾應用於屏東平原之地下水補注量推估，應用水位歷線法可以有效應用地下水觀測網累積多年之成果。圖 D-1 為地下水位歷線法之計算流程圖，其流程主要可以分為五個步驟，首先利用水位歷線配合土壤儲水係數或比流出率計算系統之儲蓄水量歷線，其次利用枯水期之儲蓄水量變化推估平均抽水量，接著應用降雨後之水位變化方式決定系統流出量，再來是以年初年末儲蓄水量決定年度變化量，最後則是以連續方程式推估年補注量。以下將進一步詳細說明：



圖 D-1 地下水水位歷線法計算流程圖

地下水層平時受到抽水與補注之影響，地下水位歷線隨時間高低起伏，然而分析地下水位歷線與降雨歷線之關係，可以發現地下水位歷線上昇或是減緩下降是隨著降雨行為而產生(如圖 D-2 所示)，因此可藉由水位歷線與降雨歷線之關係，估算系統平均抽水量與入滲補注量。圖 D-3 為表層水層之概念模型示意圖，其中影響水位變化的項目包含抽水量、補注量、側向交換量與其他垂向交換量。地

下水位歷線與降雨歷線由觀測水井與雨量站長期觀測儲存，然其在研究區域上為點位型式分佈，若欲將點位型式之資料涵蓋至整個研究區域，常見處理方法是透過徐昇氏多邊形或擬徐昇氏多邊形之矩形網格來劃分各觀測水井與雨量站之代表範圍(如圖 D-4 所示)。徐昇氏多邊形最重要的特性為徐昇氏多邊形中任意點必與其對應之代表觀測水井或雨量站最接近。

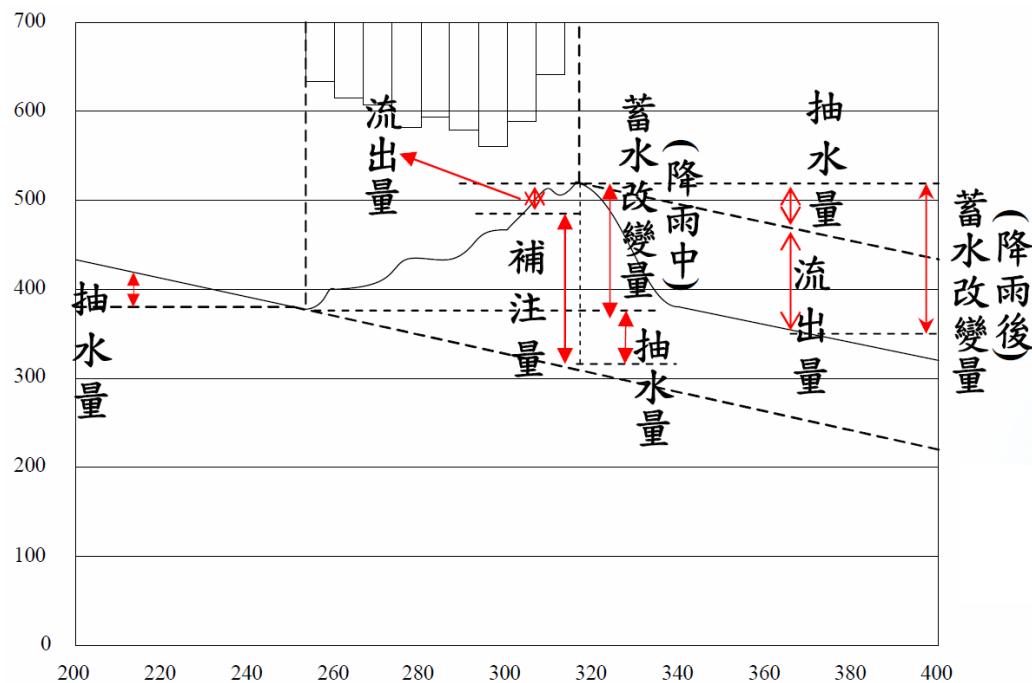


圖 D-2 區域降雨歷線與地下水位歷線起伏變化示意圖

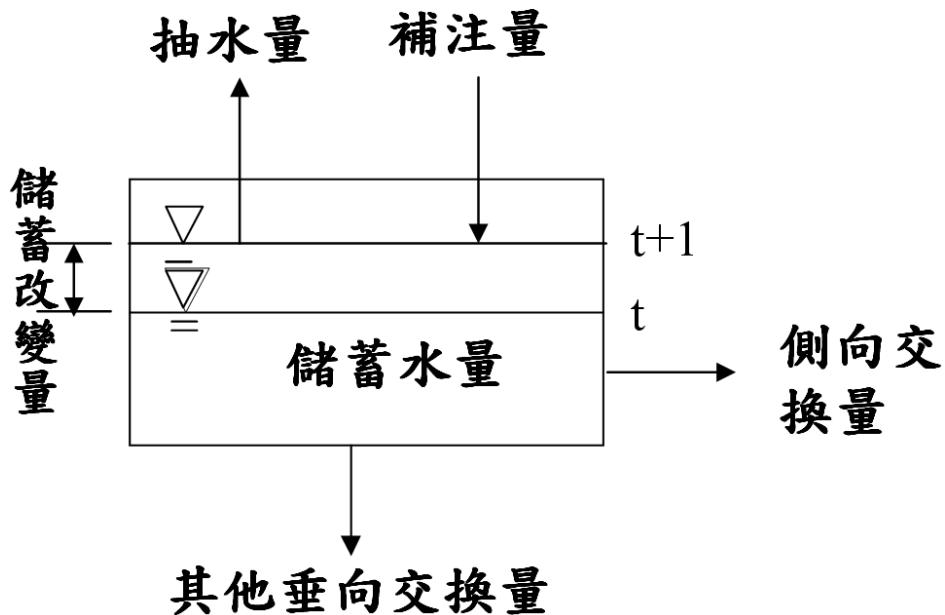


圖 D-3 表層水層之概念模型示意圖

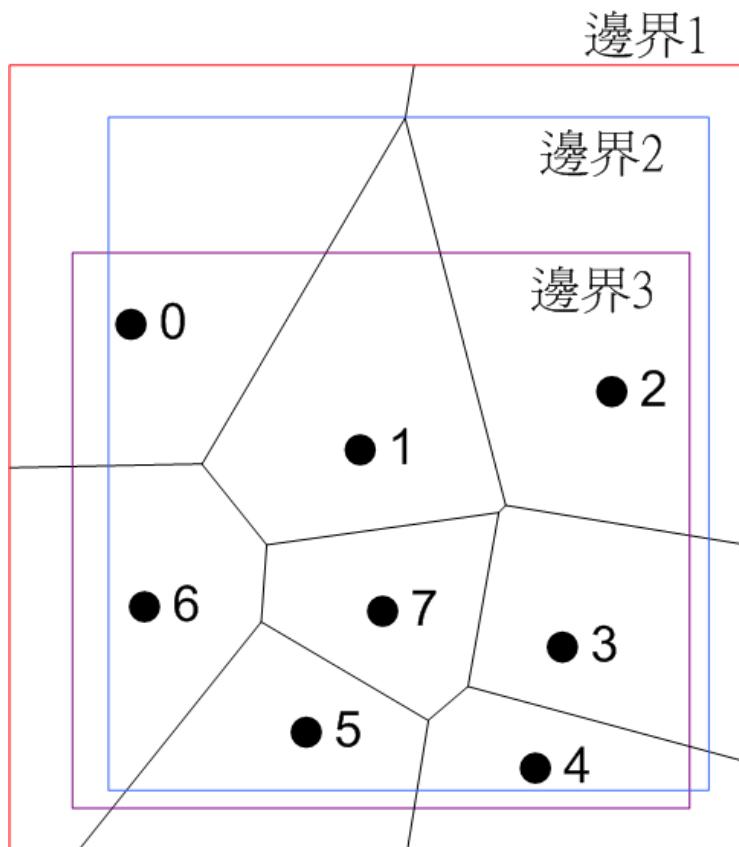


圖 D-4 徐昇氏多邊形

降雨行為使得地下水層蓄水量增加，地下水位亦隨之上升；然而地下水位之上升，並不全然代表地下水補注事件，潮汐、地潮、

氣壓、地震及停止抽水等，均可造成地下水位之上升或減緩下降。因此，本方法將採用平均日水位進行計算，可以消除潮汐或地潮等引發之短週期水位起伏。基於此一原因，河川流量與降雨資料亦同時採用日平均資料。

觀察台灣地區降雨資料，可以發現從十一月起至次年四月間多為少雨之枯水期，尤其以南部地區最為明顯；從各地下水區地下水觀測資料顯示，在枯水期期間，地下水位歷線以趨近直線的方式下降，以濁水溪沖積扇地區之二水觀測井為例(如圖 D-5 所示)，綜觀 1997~1999 年三年，其地下水位退水線之斜率極為相近，直至雨季期間地下水位方止跌回升。

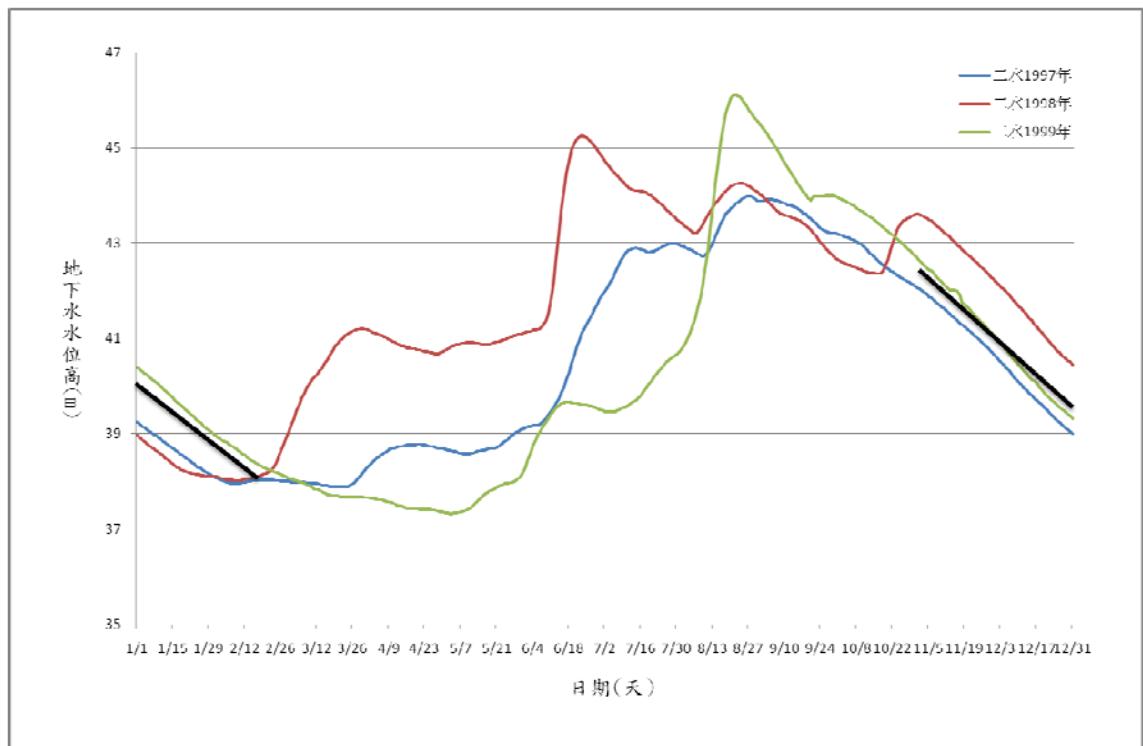


圖 D-5 二水站地下水層一(F1)1997~1999 年水位歷線和枯水期退水線  
表

$$S_i^t - S_i^{t-1} = I_i^{t,t-1} - O_i^{t,t-1} - W_i^{t,t-1} \dots \dots \dots \text{(式 D-1)}$$

其中

$S_i^t$ ：代表於時刻 t 於第 i 口水井蘊藏之地下水蘊藏量( $L^3$ )

$I_i^{t,t-1}$ ：代表於時刻 t 與 t-1 間的垂向地下水補注量( $L^3$ )

$W_i^{t,t-1}$ ：代表於時刻 t 與 t-1 間的地下水抽水量( $L^3$ )

$O_i^{t,t-1}$ ：代表於時刻 t 與 t-1 間的地下水流出量( $L^3$ )。

$$S_i^t = s_y A_i (h_i^t - b_i) \dots \text{式 D-2a}$$

$$S_i^t = n_i A_i (t_i - b_i) + s_s A_i h_i^t = s_s A_i h_i^t + \text{Const.} \dots \text{式 D-2b}$$

式 D-2a 及式 D-2b 中

$s_y$ ：第 i 口觀測井之比流出率。

$s_s$ ：第 i 口觀測井之儲水係數。

$n_i$ ：第 i 口觀測井之孔隙率。

$h_i^t$ ：第 i 口觀測井於 t 時刻之水位。

$t_i$  與  $b_i$ ：第 i 口觀測井含水層頂部與底部高程。

$A_i$ ：第 i 口觀測井位代表範圍之面積，可利用徐昇氏多邊形劃分代表範圍。

式 D-1 為地下水系統之水平衡方程式，地下水蘊藏之改變量應等於地下水補注量、抽水量與流出量之綜合效應。式 D-2a 與 D-2b 分別為非拘限含水層與拘限含水層之地下水蘊藏量估算公式，非拘限含水層之公式為非拘限含水層之厚度、代表面積與比流出率之乘積，其中非拘限含水層厚度等於水位減含水層底部；拘限含水層之估算公式，可由兩項所組成，第二項為水位、代表面積與儲水係數之乘機，第一項則為充滿水層之水量，其量值不為水位之函數，亦即不隨時間改變。但是其數值於後續水位歷線之估算上，並不影響估算結果，因此於實際估算上可忽略不計。如搭配圖 D-3 之水平衡關係，式中之流出量( $O_i^{t,t-1}$ )即代表側向交換量與其他垂向交換量之和。

本方法以枯水期之退水曲線推估系統之單日平均抽水量，由於枯水期長期沒有下雨，因此可假設該段時期表層土壤並無多餘水源可供垂向補注或山邊側流量補注，因此式中的地下水補注量( $I_i^{t,t-1}$ )假

設為零。

此外，由於長期無補注行為，且地下水位極低，因此亦無出滲之狀態，故式 D-1 中之地下水流出量( $O_i^{t,t-1}$ )亦可假設為零。因此原始地下水收支平衡式(式 D-1)可進一步簡化為式 D-3。因此，藉由枯水期之水位歷線變化可全然視為抽水造成之影響，前後兩時刻之地下水儲蓄差值，即可代表該時段之地下水抽水量。

$$S_i^t - S_i^{t-1} = -W_i^{t,t-1} \dots \dots \dots \text{(式 D-3)}$$

如果以單日作為時刻長度，因此計算前後兩日的蓄水儲蓄量差值，即代表當日之抽水量。在此首先計算枯水期各日之抽水量，可以取得一個枯水期抽水量的數列。其次，計算該數列之平均值(如式 D-4 所示)，以此平均值作為系統全年之平均抽水量，該數值之含意亦為枯水期間的蓄水儲蓄量退水斜率。不局限於枯水期，可將此平均抽水量擴張應用於豐水期間。

$$\overline{W}_i = \frac{\sum_{t=1}^N W_i^{t,t-1}}{N-1} \dots \dots \dots \text{(式 D-4)}$$

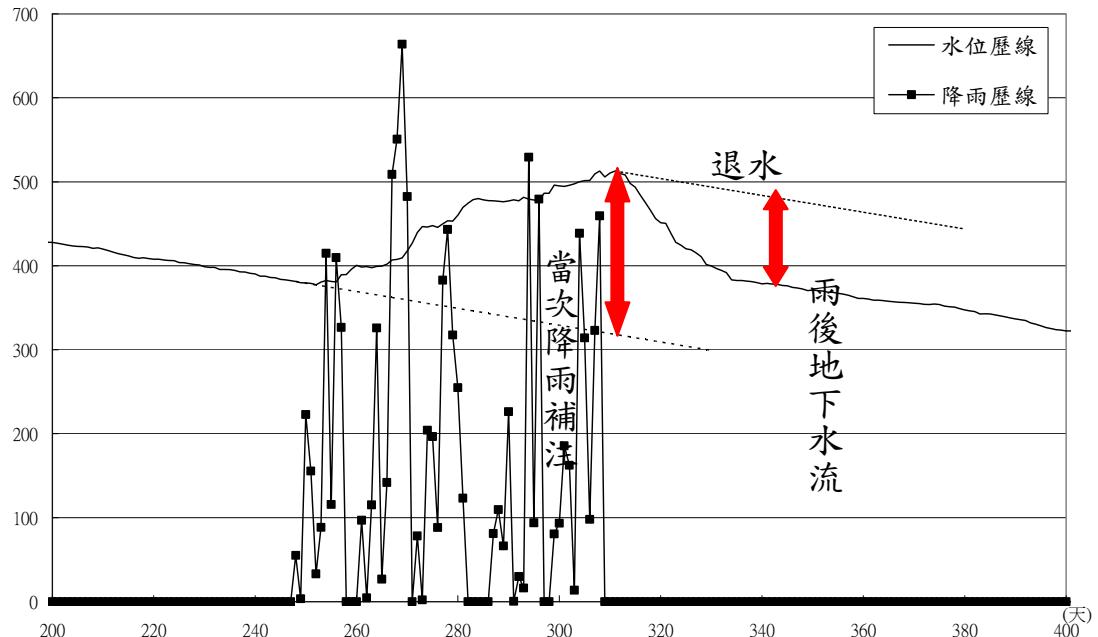


圖 D-6 降雨事件、補注量與流失量關係示意圖

如欲利用長期的日水位資料與日降雨資料，結合水位歷線法估算各日補注量，可依據下列方式估算。首先，利用日降雨資料擷取出各降雨事件之發生時段，將所有時刻分成降雨期間、降雨後數天內與非降雨期間三種情況。其次，不同降雨時段，以不同方式分別估算補注量、流出量與抽水量三者。以抽水量而言，在降雨後數天內與非降雨期間之單日抽水量可直接以前述之平均抽水量( $\bar{W}_i$ )給定，但在降雨期間部分需水量可能直接以降雨量直接滿足，因此降低抽水比例，因此在降雨期間的抽水比例( $C_r$ )應在0%至100%之間，其數值可由最後之模擬結果進一步檢定。

$$W_i^{t,t-1} = \begin{cases} C_r \bar{W}_i & \text{rainy} \\ \bar{W}_i & \text{dry} \end{cases} \quad \dots \quad (\text{式 D-5})$$

在補注量與流出量方面，由於單日抽水量與該日儲蓄改變量均已決定，故可將方程式改寫如式 D-6，已知數置放於等號右方，而等號左方則為未知的單日補注量與單日流出量。在降雨期間(如圖 D-6 所示)，地下水儲蓄量會隨降雨事件之發生而持續上漲，在此假

設該段期間之反應皆是因為補注量之影響，故降雨期間的單日補注量與單日流出量可分別由式 D-7 與 D-8 估算。

$$I_i^{t,t-1} - O_i^{t,t-1} = S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-6)}$$

$$I_i^{t,t-1} = S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-7)}$$

$$O_i^{t,t-1} = 0 \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-8)}$$

在降雨後數天內，觀察水位反應行為，部分場次之水位並未在雨停後即時下降，仍有少許上升情形，顯示雨後數天內仍有補注產生。因此，本研究則依據式 D-7 估算，如等號右方項次大於零，則將數值歸於補注部分，反之則歸於流出部分(如式 D-9 與 D-10 所示)。

$$I_i^{t,t-1} = \begin{cases} S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} & \text{if } S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} > 0 \\ 0 & \text{if } S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} \leq 0 \end{cases} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-9)}$$

$$O_i^{t,t-1} = \begin{cases} 0 & \text{if } S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} > 0 \\ -(S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1}) & \text{if } S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1} \leq 0 \end{cases} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-10)}$$

在非降雨期間，如水位與儲蓄水量有其他異常之升高或降低，由於並無明顯之補注源，因此直接將此改變量歸於流出量部分。

$$O_i^{t,t-1} = -(S_i^t - S_i^{t-1} + W_i^{t,t-1}) \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-11)}$$

由於如欲以年度為單位，估算特定年度之補注量等相關分析，則可依據前述所得之單日補注量、流出量與抽水量，進行累加即可求得年抽水量、年補注量與年流出量。同理，如欲計算以場次為單位之水平衡分析，亦可以相同之方式進行累加計算。前述估算方式均是以各地下水觀測站為主體，所得之補注量、抽水量與流出量僅代表該站之資訊。如欲評估整體系統之各項數據，則可在將各站資

訊累加，即代表全區之補注量、抽水量與流出量。

另外，對於如僅欲求得全區之補注量，亦可預先將各站之水位歷線資訊，轉換並累加成全區之儲蓄水量(如式 D-12 所示)，其次再直接以全區之儲蓄水量計算各時刻之補注量、抽水量與流出量等資訊。比較前述之逐站計算方式與全區統一計算方式，逐站計算方式除了可以求得全區之資訊外，仍可明確得到各站之空間分佈。逐站計算方式因為直接以各站之儲蓄水量進行計算，因此對於各站水位或儲蓄水量歷線要求較高，各站水位歷線必須能明確找出枯水期之退水曲線。

$$S^t = \sum_{i=1}^N S_i^t \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-12)}$$

影響補注量推估之精確程度，多在於地下水位歷線與雨量歷線資料之收集，目前台灣地區之雨量站分佈涵蓋全台，其分佈稠密度已足夠提供補注量之估算；然而地下水觀測資料，則有賴地下水觀測井網方足以提供，台灣地區僅濁水溪沖積扇、屏東平原與蘭陽平原等地區能提供足夠之觀測密度，因此對於全台補注量之推估上則有不足。

## 修正型地下水位歷線法理論介紹

前述已經提及地下水位歷線法之基礎理論與概念，其以各地下水觀測井資訊作為系統地下水儲蓄量之推估依據，藉由豐枯水期與降雨後之不同水位變化特性，藉此推估系統抽水量、補注量與流出量三者。也提及計算上可分為逐站計算與全區統一計算兩種方式，如欲以逐站計算方式計算特定水區之補注量與抽水量等，前述計算方式是以該站地下水儲蓄量進行計算，其變化同時受到側向交換量之影響，因此前述計算之流出量即為側向交換量與其他垂向交換量之綜合影響。

本章節將提出修正型地下水水位歷線法，側向交換量則以達西公式估算，藉以釐清其數值。地下水位歷線法需配合徐昇氏多邊形

定義地下水觀測井之代表範圍，由於徐昇氏多邊形之特性，相鄰兩觀測井之連線必與多邊形邊線垂直，因此搭配達西公式(Darcy's Law)估算穿越邊線之穿越水量，式 D-13a 與 D-13b 為加入達西定律之連續方程式，其為顯示法型式之連續方程式。其中，式 4.2-1a 適用於非受壓含水層，穿越厚度為水位高程與含水層底床高程之差值，而式 4.2-1b 則適用於受壓含水層，其穿越厚度直接以含水層厚度計算。

$$S_i^t - S_i^{t-1} = \sum_{j=1}^M \left( -\bar{K}_{ij} \frac{h_j^t - h_i^t}{l_{ij}} L_{ij} (\bar{h}_{ij}^t - \bar{b}_{ij}^t) \right) + I_i^{t,t-1} - V_i^{t,t-1} - W_i^{t,t-1} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-13a)}$$

$$S_i^t - S_i^{t-1} = \sum_{j=1}^M \left( -\bar{K}_{ij} \frac{h_j^t - h_i^t}{l_{ij}} L_{ij} (\bar{t}_{ij}^t - \bar{b}_{ij}^t) \right) + I_i^{t,t-1} - V_i^{t,t-1} - W_i^{t,t-1} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-13b)}$$

式中

$S_i^t$ ：代表於時刻 t 於第 i 口水井蘊藏之地下水蘊藏量( $L^3$ )

$I_i^{t,t-1}$ ：代表於時刻 t 與 t-1 間的垂向地下水補注量( $L^3$ )

$W_i^{t,t-1}$ ：代表於時刻 t 與 t-1 間的地下水抽水量( $L^3$ )

$V_i^{t,t-1}$ ：代表於時刻 t 與 t-1 間的其他垂向交換量。

$\bar{K}_{ij}$ ：代表第 i 區塊與第 j 區塊之等效透水係數

$h_i^t$ ：代表第 i 觀測井於時刻 t 之水位

$l_{ij}$ ：代表第 i 觀測井與第 j 觀測井之距離

$L_{ij}$ ：代表第 i 區塊與第 j 區塊之邊線長度

$\bar{h}_{ij}^t$ ：第 i 區塊與第 j 區塊之平均水位

$\bar{t}_{ij}^t$ ：第 i 區塊與第 j 區塊之含水層平均頂部高程

$\bar{b}_{ij}^t$ ：第 i 區塊與第 j 區塊之含水層平均底部高程

在修正型之估算上，首先仍需由枯水期之退水曲線，進行平均抽水量之估算，在此假設枯水期因長期無降雨，因此並不存在補注量與其他垂向交換量等。此外，在側向交換量上，各站枯水期水位並不一致，依據水往低處流之特性，顯示枯水期中各站與相鄰站間

存在側向之交換，從式 D-13a 與 D-13b 所示，平均抽水量可藉由儲蓄改變量扣除側向交換量後計算之。

在單日抽水量、補注量與流出量之估算上，在抽水量之估算上沿用前述之方式給定。而在補注量與流出量之估算公式，因為側向交換量之加入，應由式 D-5 修改為式 D-14a 或 D-14b，並依據不同之降雨情境來估算補注量與流出量。

$$I_i^{t,t-1} - V_i^{t,t-1} = S_i^t - S_i^{t-1} - \sum_{j=1}^M \left( -K_{ij} \frac{h_j^t - h_i^t}{l_{ij}} L_{ij} (\bar{h}_{ij}^t - \bar{b}_{ij}) \right) + W_i^{t,t-1} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-14a)}$$

$$I_i^{t,t-1} - V_i^{t,t-1} = S_i^t - S_i^{t-1} - \sum_{j=1}^M \left( -K_{ij} \frac{h_j^t - h_i^t}{l_{ij}} L_{ij} \bar{B}_{ij} \right) + W_i^{t,t-1} \quad \dots \dots \dots \text{(式 D-14b)}$$

