

以螺旋型刮刨刀創成 Helipoid 齒輪之齒面數學模式 與接觸分析

研究生：陳信宏

指導教授：蔡忠杓 博士

國立交通大學機械工程學系

摘 要

目前工業上廣泛使用在交錯軸動力傳遞的齒輪主要有交錯軸螺旋齒輪 (Crossed-axis helical gears) 以及戟齒輪 (Hypoid gears)。戟齒輪因具有高負載和高接觸率的優點，而被廣泛地使用在需要傳動較大扭力之交錯軸動力傳遞的機械上。然而，由於戟齒輪之齒面複雜，製造時通常需要使用專用的機器以及有經驗之工程人員來操作，因此戟齒輪的生產成本較高。相較而言，交錯軸螺旋齒輪只要使用傳統的滾齒加工或是刨齒加工就能得到良好的成品，因此其製造成本較戟齒輪低許多，但是交錯軸螺旋齒輪的負載能力以及接觸率較小。

Helipoid 齒輪是一種新型的齒輪，其概念係由日本工業大學的長田重慶教授所提出，主要是設計來滿足成本與性能之間的平衡，也就是期望能以接近交錯軸螺旋齒輪的製造成本來達成戟齒輪的高負載特性，創造出一個能結合兩者之優點的齒輪。

本論文利用齒輪原理與電腦輔助設計技術，依據以螺旋型刮刨刀創成 Helipoid 齒輪的概念，推導出 Helipoid 齒輪之齒面數學模式，並進一步進行齒輪對的齒面接觸分析。同時，本論文也根據齒面接觸分析之結果探討創成 Helipoid 齒輪的螺旋型刮刨刀之齒數、螺旋角與齒面差異以及齒面接觸情形間的關係。

Mathematical Model and Tooth Contact Analysis of Helipoid Gears Cut by Helical Type Shaving Cutters

Student : Shin-Hung Chen

Advisor : Dr. Chung-Biau Tsay

Department of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

Abstract

Crossed-axis helical gears and hypoid gears are two common types of crossed-axis power transmission devices. Hypoid gears offer a high load capability and a high contact ratio, and are widely used for rear-axle transmission in automobiles. However, hypoid gears should be manufactured by special machines with various machine-tool settings due to complex tooth surface geometries. Accordingly, the manufacture of hypoid gear sets requires experienced and well-trained engineers. Therefore, the production and maintenance costs of a hypoid gear are relatively high. The manufacture of helical gears, however, requires only easily operated and conventional machines, and the production cost is relatively lower. However, the load capability and the contact ratio are also lower.

A new type of gear, named the helipoid gear, is conceptually proposed by Nagata, eminent professor of Nippon Institute of Technology, in an attempt to achieve a better balance between gear performance and manufacturing cost than that of hypoid and crossed-axis helical gears. Helipoid gears are designed to exhibit the advantages of both hypoid and helical gears — higher load capability and contact ratio than those of a helical gear, and a lower manufacturing cost than that of a hypoid gear.

In this research, a mathematical model for the helipoid gears cut by the helical type shaving cutters is developed based on the theory of gearing and the technique of computer aided design. According to this mathematical model and the tooth contact analysis technique, transmission errors of the helipoid gear set are investigated. Besides, the relationships among the tooth numbers and the helical angles of the helical type shaving cutter, the tooth surface deviations and tooth contact conditions are also investigated.

誌 謝

本論文能順利的完成，首先要感謝指導教授 蔡忠杓博士在課業上、研究主題以及論文寫作上的細心指導。此外，老師的待人處世態度與對我們人生態度的教誨更是深植我心。

同時，感謝國立清華大學 宋教授震國以及國立清華大學 吳教授隆庸於百忙之中撥冗前來擔任口試委員，並提出許多寶貴意見，使本論文能更趨完備。

在研究上碰到瓶頸時，實驗室家彰學長與瑞堂學長總是不厭其煩地與我一起討論，並找出解決問題的方法，在此真是深深的感謝兩位學長。而在日常生活、課業學習與論文研究上，感謝德浩同學與健雄同學的一路陪伴與幫助；也感謝實驗室的學長學弟們，讓我兩年的研究所生活充滿了不少愉快的回憶。

最後感謝我的家人，由於您們一直以來生活上與精神上的支持與鼓勵，讓我求學的路上得以無後顧之憂更加平順，謝謝你們。

【 目 錄 】

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
表目錄	vii
第一章 緒論	1
1.1 簡介	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究方向	2
第二章 基本理論	4
2.1 位置向量轉換	4
2.2 嚙合方程式	6
2.3 相對運動速度	8
第三章 Helipoid 齒輪之齒面數學模式	12
3.1 Helipoid 齒輪創成原理及其創成機構	12
3.2 螺旋型刮刨刀之齒面數學模式	14
3.3 Helipoid 齒輪創成時之嚙合方程式	21
3.4 Helipoid 齒輪之齒面數學模式	27
3.5 Helipoid 齒輪之電腦輔助繪圖	29
3.6 Helipoid 齒輪之齒面差異	31
第四章 Helipoid 齒輪的接觸分析	34
4.1 前言	34
4.2 齒面接觸分析理論	35



4.3	Helipoid 齒輪對之傳動誤差分析	37
4.4	Helipoid 齒輪對之齒面接觸模擬分析	44
第五章	結論與未來展望	69
5.1	結論	69
5.2	未來展望	70
	參考文獻	71



【 圖 目 錄 】

圖 2.1 位置向量與座標之關係圖	5
圖 2.2 空間中兩互相嚙合運動曲面之關係示意圖	7
圖 2.3 空間物體之相對速度示意圖	9
圖 2.4 平行軸共軛運動關係示意圖	10
圖 3.1 兩雙曲面體示意圖	13
圖 3.2 螺旋型刮刨刀與被創成齒輪關係示意圖	15
圖 3.3 漸開線形刮刨刀剖面示意圖	16
圖 3.4 螺旋成形機構示意圖	17
圖 3.5 螺旋型刮刨刀之成形機構示意圖	19
圖 3.6 螺旋型刮刨刀與被創成齒輪工件之座標關係圖	22
圖 3.7 Helipoid 齒輪的電腦繪圖	30
圖 3.8 不同齒數的螺旋刮刨刀創成之 Helipoid 齒輪外形差異圖	32
圖 3.9 不同螺旋角的螺旋刮刨刀創成之 Helipoid 齒輪外形差異圖	33
圖 4.1 兩齒面嚙合接觸關係圖	36
圖 4.2 齒輪對裝配誤差模擬各座標系之關係示意圖	38
圖 4.3 Helipoid 齒輪對之齒面接觸情形 (例題一)	48
圖 4.4 Helipoid 齒輪對之齒面接觸情形 (例題二)	52
圖 4.5 Helipoid 齒輪對之齒面接觸情形 (例題三)	56
圖 4.6 Helipoid 齒輪對之齒面接觸情形 (例題四)	59
圖 4.7 Helipoid 齒輪對之齒面接觸情形 (例題五)	63
圖 4.8 Helipoid 齒輪對之傳動誤差示意圖 (例題六)	66
圖 4.9 Helipoid 齒輪對之齒面接觸情形 (例題六)	67

【 表 目 錄 】

表 3.1 Helipoid 齒輪之主要設計參數	29
表 4.1 Helipoid 齒輪對之主要設計參數	44
表 4.2 理想裝配狀況下齒輪對之接觸情形(例題一)	45
表 4.3 具中心距裝配誤差 $\Delta C = 1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題一)	45
表 4.4 具中心距裝配誤差 $\Delta C = -1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題一)	46
表 4.5 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題一)	46
表 4.6 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題一)	46
表 4.7 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題一)	47
表 4.8 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題一)	47
表 4.9 理想裝配狀況下齒輪對之接觸情形(例題二)	49
表 4.10 具中心距裝配誤差 $\Delta C = 1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題二)	49
表 4.11 具中心距裝配誤差 $\Delta C = -1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題二)	49
表 4.12 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題二)	50
表 4.13 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題二)	50
表 4.14 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題二)	50

表 4.15 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題二)	51
表 4.16 理想裝配狀況下齒輪對之接觸情形 (例題三)	51
表 4.17 具中心距裝配誤差 $\Delta C = 1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題三)	53
表 4.18 具中心距裝配誤差 $\Delta C = -1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題三)	53
表 4.19 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題三)	53
表 4.20 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題三)	54
表 4.21 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題三)	54
表 4.22 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題三)	54
表 4.23 理想裝配狀況下齒輪對之接觸情形 (例題四)	55
表 4.24 具中心距裝配誤差 $\Delta C = 1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題四)	55
表 4.25 具中心距裝配誤差 $\Delta C = -1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形 (例題四)	57
表 4.26 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題四)	57
表 4.27 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題四)	57
表 4.28 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	

(例題四)	58
表 4.29 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題四)	58
表 4.30 理想裝配狀況下齒輪對之接觸情形 (例題五)	60
表 4.31 具中心距裝配誤差 $\Delta C = 1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題五)	60
表 4.32 具中心距裝配誤差 $\Delta C = -1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題五)	60
表 4.33 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題五)	61
表 4.34 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題五)	61
表 4.35 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題五)	61
表 4.36 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題五)	62
表 4.37 理想裝配狀況下齒輪對之接觸情形 (例題六)	64
表 4.38 具中心距裝配誤差 $\Delta C = 1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題六)	64
表 4.39 具中心距裝配誤差 $\Delta C = -1\text{mm}$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題六)	64
表 4.40 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題六)	65
表 4.41 具水平軸向裝配誤差 $\Delta h = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形	
(例題六)	65

表 4.42 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = 0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題六)	65
表 4.43 具垂直軸向裝配誤差 $\Delta v = -0.5^\circ$ 下齒輪對之接觸情形 (例題六)	66

