

第一章 緒論

人造衛星自 1957 年首次發射成功，為航太科技發展的里程碑。截至 2010 年的統計，全球已發射衛星數約為 3150 個[2]；各種功能衛星與人類生活與生存息息相關，如一般熟知的氣象衛星與導航衛星，以及重要的地球觀測衛星、天文衛星、通訊衛星，乃至偵察、預警等國防衛星。如今在航太科技發展領域中，包括巨觀及微觀雙世界，傳統的衛星與成長中的微衛星都具有高度重要性。

然而真正具有獨立衛星發射能力的國家至今也只有十幾個，而台灣尚未入列。人造衛星能夠成功發射運行並執行預定任務，是需要完整的衛星工程系統的，其中運載火箭系統也是關鍵的一環。因為人造衛星是以太空飛行載具如載具火箭等發射到太空中，從載具發射到調整方向、到運行入軌，有許多環環相扣的問題。在導引與控制方面就需要有完備的實驗數據之控制設計，來完成飛行導引飛行姿態以及控制等，需要科技整合與團隊合作。

從載具火箭發射到衛星入軌的過程中，每一階段的導引和控制的設計，都是相當困難且具有挑戰性的問題。如果能有一個完善且具系統的導引，便可使衛星得以更精確地入軌。

衛星的分類中，依軌道高度區分，可分為以下三種：一、高軌道衛星（又稱同步軌道衛星）：運行於地球靜止軌道（Geo: Geostationary Orbit）。高軌道衛星距離地表約 36000 公里高空，並且於赤道上繞行地球，又稱同步軌道衛星或地球靜止軌道衛星。二、中軌道衛星：運行於中地球軌道（MEO: Medium-Earth Orbit），大約介於 2000 至 36000 公里之間。三、低軌道衛星（又稱繞極衛星）：運行於低地球軌道（LEO: Low-Earth Orbit），大約介於 160 至 2000 公里的空中，仍會受到微弱的空氣阻力[2][3]。載具火箭如何利用導引系統與推進系統將衛星送至高空而繞地運行，在過程中能夠控制載具而維持預設的目標高度穩定入軌，是相當關鍵的。

本論文分數章節依序討論達到目標。第二章中解釋在載具受力後所做的位置、姿態、速度等等改變。第三章討論載具的物理參數與飛行時間的設計。第四章為控制系統的設計，重點在火箭轉向控制器，包含重力轉彎以及線性大幅度轉彎，還有入軌前的精準控制，包含高度回授以及迫使平飛的控制。第五章模擬結果與討論，在入軌模擬結果，加上時間誤差，及以不同高度入軌的情形討論；並延伸額外的參數討論與模擬，如不同燃料比率的模擬，以及改變各質量的分配等。第六章提出結論。載具的重量配置以及現實燃料與載具設計有一定的規格，火箭轉向控制、重力轉彎與入軌前的精準控制都是牽一髮而動全身，時間參數與高度參數等等限制下要達到期望的軌道位置之過程極為繁瑣，但卻是非常有趣而值得探究的課題。

第二章 載具受力模型(二維)

物體在空間中受到力的影響，會使其位置、速度有所改變，因此必須先求出在地球上物體受力的改變情形，之後才容易進行設計與推導。本章在2.1節定義座標系，2.2節推導載具受力所造成的位置速度變化方程式，2.3節計算噴嘴擺動所造成的火箭姿態變化方程式，2.4節計算載具本身的推力模型。

2.1 座標系定義

首先，為了計算動態變化以及推導公式，我們需要利用不同座標系轉換，以求出完整的載具受力情況。在此定義了三組座標系：慣性座標系、切線座標系以及體座標系，示意如圖 2.1。

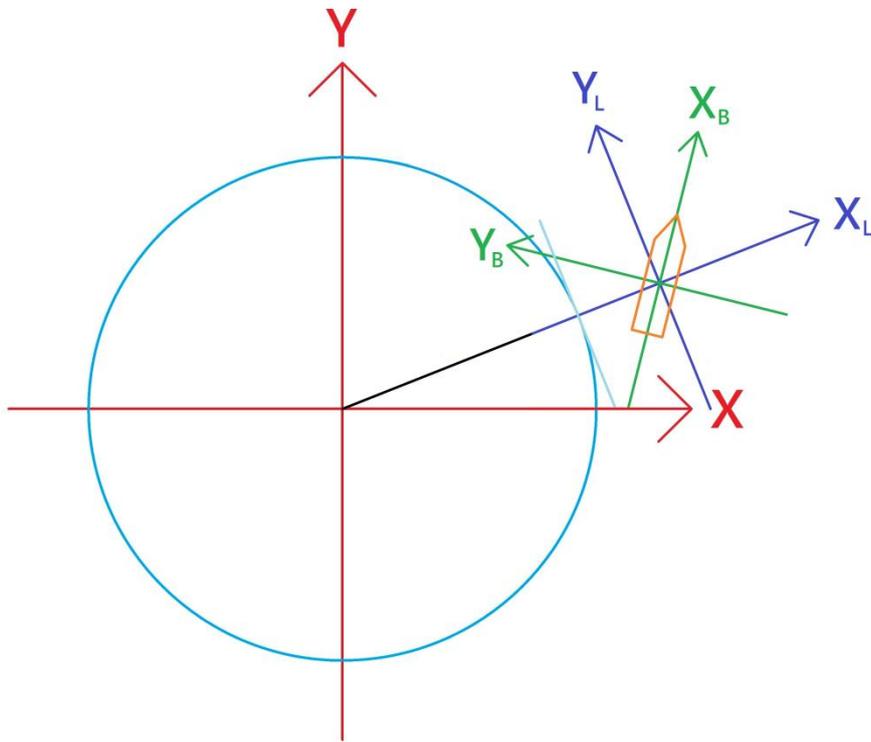


圖 2.1 三組座標系示意圖

慣性座標系(S_I)

由於本論文探討的內容為在二維平面上的發射載具飛行模擬，所以假設地球是半徑 6367 公里的平面圓，以地心為中心，X 軸指向東方，Y 軸指向北方。

切線座標系(S_L)

以載具質心為中心，將載具質心對地心做假想圓， X_L 軸垂直於假想圓切線，指向外側； Y_L 軸重合於假想圓切線，符合右手定則座標。

體座標系(S_B)

以載具質心為中心， X_B 軸指向火箭長軸方向前方， Y_B 軸指向垂直於火箭長軸，符合右手定則座標。

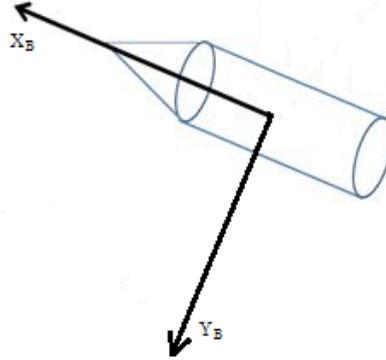


圖 2.2 體座標示意圖

將以上所有坐標系整理如表 2.1：

名稱	原點	描述
慣性座標系(S_I)	地心	X ：指向東方。 Y ：指向北方。
切線座標系(S_L)	載具質心	X_L ：垂直於載具質心對地心做假想圓切線，指向外側。 Y_L ：重合於載具質心對地心做假想圓切線，符合右手定則座標。
體座標系(S_B)	載具質心	X_B ：指向火箭長軸方向前方。 Y_B ：指向垂直於火箭長軸，符合右手定則座標。

表 2.1 座標系統

座標轉換矩陣 T_{LI}

將 S_I 和 S_L 兩組座標系統原點重合在一起，假設兩座標系的夾角為 τ ，則從 S_L 座標轉換至 S_I 座標的轉換矩陣為：

$$T_{LI} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

座標轉換矩陣 T_{BL}

將 S_L 和 S_B 兩組座標系統原點重合在一起，假設兩座標系的夾角為 β ，則從 S_B 座標轉換至 S_L 座標的轉換矩陣為：

$$Tr_{BL} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.2 物體的位置速度變化

在計算運動狀態時，需要用到許多物理量，在此定義如下表：

τ	物體所在位置對應於慣性座標系的方位角。	a	物體加速度。
R	物體所在位置與地心的距離。	γ	飛行路徑角(flight-path angle)，物體速度向量與地表切線夾角。
R_E	地球半徑	α	攻角(angle of attack)。
h	物體所在位置的海拔高度	β	切線座標系(S_L)與體座標系(S_B)的夾角。
V	物體移動速率	θ	俯仰角(pitch angle)，TVC系統的推力向量與地表切線夾角
T	TVC系統的推力		

表 2.2 變數定義

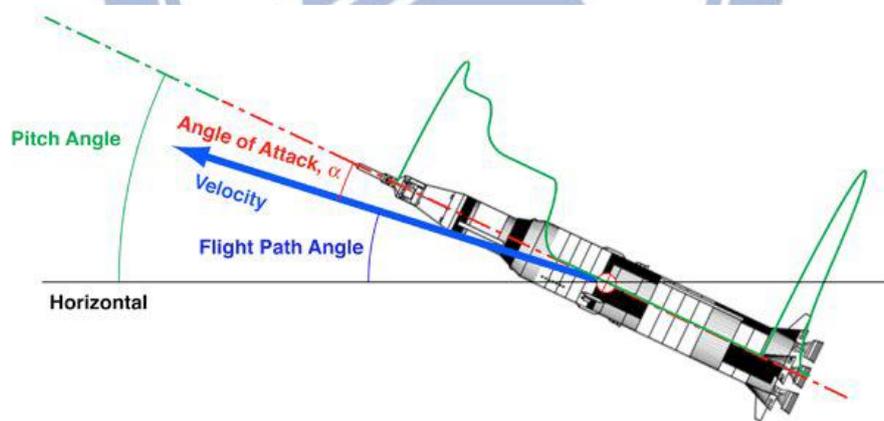


圖 2.3 飛行路徑角(flight-path angle)、攻角(angle of attack)和俯仰角(pitch angle)的定義[4]

由速度 V 可求出高度和對應圓心角度的變化率：

$$\begin{aligned} \dot{\tau} &= \frac{V \cos \gamma}{R \cos \tau} \\ \dot{h} &= \dot{R} = V \sin \gamma \end{aligned} \quad (2.3)$$

飛行體所在位置以在慣性座標系(S_I)的座標表示，為 $(R \cos \tau, R \sin \tau)$ 。
 計算受力狀況時，將力量轉至切線座標系(S_L)以便於計算飛行體運動模式，而兩個方向的加速度(a_x, a_y)對物體的速度(V)和飛行路徑角(γ)產生的變化量如下：

$$\begin{bmatrix} a_v \\ a_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \gamma & \cos \gamma \\ \frac{1}{V} \cos \gamma & -\frac{1}{V} \sin \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$$

(2.4)

其中 a_v 和 a_γ 分別代表速度(V)和飛行路徑角(γ)的變化率。

重力和火箭本身的推力造成的加速度和角速度會對速度和飛行路徑角造成影響，速度也會對飛行路徑角的角速度產生影響，先將這些影響分開計算並定義如下：

$$\begin{aligned} \dot{V} &= a_{v2} \\ \dot{\gamma} &= a_{\gamma2} + a_{\gamma v} \end{aligned}$$

(2.5)

對於這些影響我們做出以下的分析：

2.2.1 速度(V)對飛行路徑角(γ)的影響

由圖 2.4 可以看出 γ 的變化率直接由切線速率和半徑比值求得。

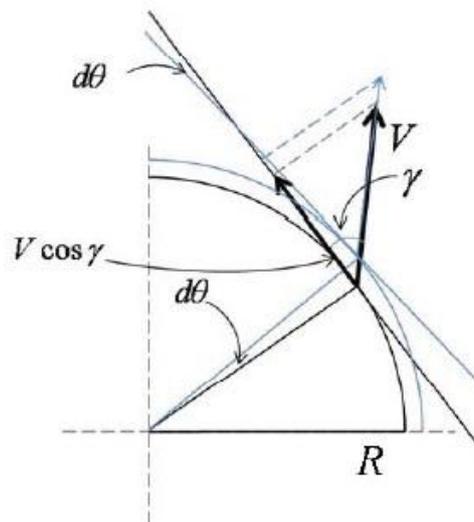


圖 2.4 速度影響飛行路徑角示意圖

速度在仰角上的影響由速度分量 $V \cos \gamma$ 產生，因此可得到速度(V)對飛行路徑角

(γ)造成的角速度為：

$$a_{\gamma v} = \frac{V \cos \gamma}{R} \quad (2.6)$$

2.2.2 TVC 系統、重力對 V, γ 的影響

TVC 系統對速度影響為攻角(α)餘弦方向分量，而正弦方向分量造成飛行路徑角(γ)的變化，將推力(T)和重力(g)兩個力量分量方向繪出示意圖如圖 2.5：

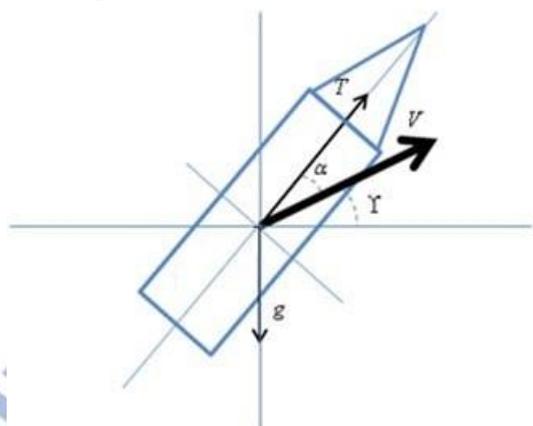


圖 2.5 推力與重力方向示意圖

其中圖 2.5 利用了切線座標系(S_L)，重力沿著負 X_L 軸指向地心，接著可以看出推力對速度(V)造成的力量大小為 $T \cos \alpha$ ，另一個分量 $T \sin \alpha$ 垂直於速度方向，進而影響飛行路徑角(γ)的變化，將這些力量造成的影響整理如下：

$$\begin{aligned} a_{v2} &= \frac{1}{m} (T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \\ a_{\gamma 2} &= \frac{1}{mV} (T \sin \alpha - mg \cos \gamma) \end{aligned} \quad (2.7)$$

將(2.6)和(2.7)代回(2.5)可得到完整公式：

$$\begin{aligned} a = \dot{V} &= \frac{1}{m} (T \cos \alpha - mg \sin \gamma) \\ \dot{\gamma} &= \frac{V \cos \gamma}{R} + \frac{1}{mV} (T \sin \alpha - mg \cos \gamma) \end{aligned} \quad (2.8)$$

在進行分析與設計時，(2.2)和(2.8)式為參考與估計的重要依據。

我們可將位置、速度和飛行路徑角的變化公式整理如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{V}_X \\ \dot{V}_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ \frac{F_X}{m} \\ \frac{F_Y}{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ V_X \\ V_Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_L \\ \dot{Y}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \sin \gamma \\ V \cos \gamma \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\dot{X}_L^2 + \dot{Y}_L^2} \\ \sin^{-1}\left(\frac{\dot{X}_L}{V}\right) \end{bmatrix}$$

其中 V_X 和 V_Y 為速度向量對慣性座標系(S_I)的座標, F_X 和 F_Y 為載具所受外力的合力向量(包含推力和重力)對慣性座標系(S_I)的座標。

2.3 姿態變化

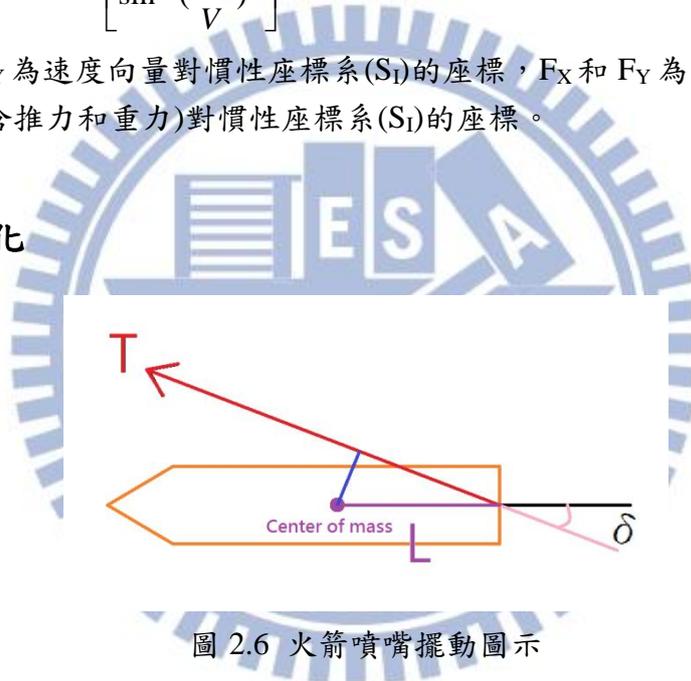


圖 2.6 火箭噴嘴擺動圖示

火箭噴嘴的擺動會改變推力方向, 可以產生力矩, 使得火箭得以轉彎。假設噴嘴擺動的角度為 δ , 火箭質心與噴嘴的距離為 L , 產生的力矩則是:

$$M = TL \sin \delta \quad (2.11)$$

而力矩產生的角加速度為:

$$a_\delta = \frac{M}{I} = \frac{TL \sin \delta}{I} \quad (2.12)$$

其中 I 為火箭的轉動慣量。

將角加速度經由兩次對時間的積分, 即可得到火箭姿態的轉彎幅度。

由於火箭推力非常大，所以噴嘴些微擺動就會造成火箭姿態顯著的轉彎幅度，因此在模擬時限制噴嘴擺動範圍介於正負 3 度之間。

2.4 火箭推力

火箭推力來自後方噴嘴，並且有一定的轉動幅度用以控制，用燃料產生的推力向量來計算火箭飛行之受力與力矩。而火箭燃料的燃燒效率 I_{sp} 定義為：

$$I_{sp} = \frac{T}{g_0 \dot{m}} \quad (2.10)$$

g_0 為海平面的重力加速度， \dot{m} 為質量減少速率，質量減少越多表示燃燒量越大，推力也就跟著越大。

另一個影響火箭效率的為燃料比率，定義為該階段燃料質量占該節火箭質量的比例，同樣的，燃料比率越高，推進效率也會越好。



第三章 載具設計

火箭的設計大致上可分為兩部分，物理參數設計及時間參數設計，這兩部分決定了後面章節應該如何設計控制系統以期穩定。由於國外已有許多發射成功之案例，如美國的泰坦系列、俄國由 R7 發射器改良的火箭以及中國的長征系列 [5][6][7]。其中參考日本 Mu-3-S-II 發射載具 [8]，其三階段飛行情形如圖 3.1。

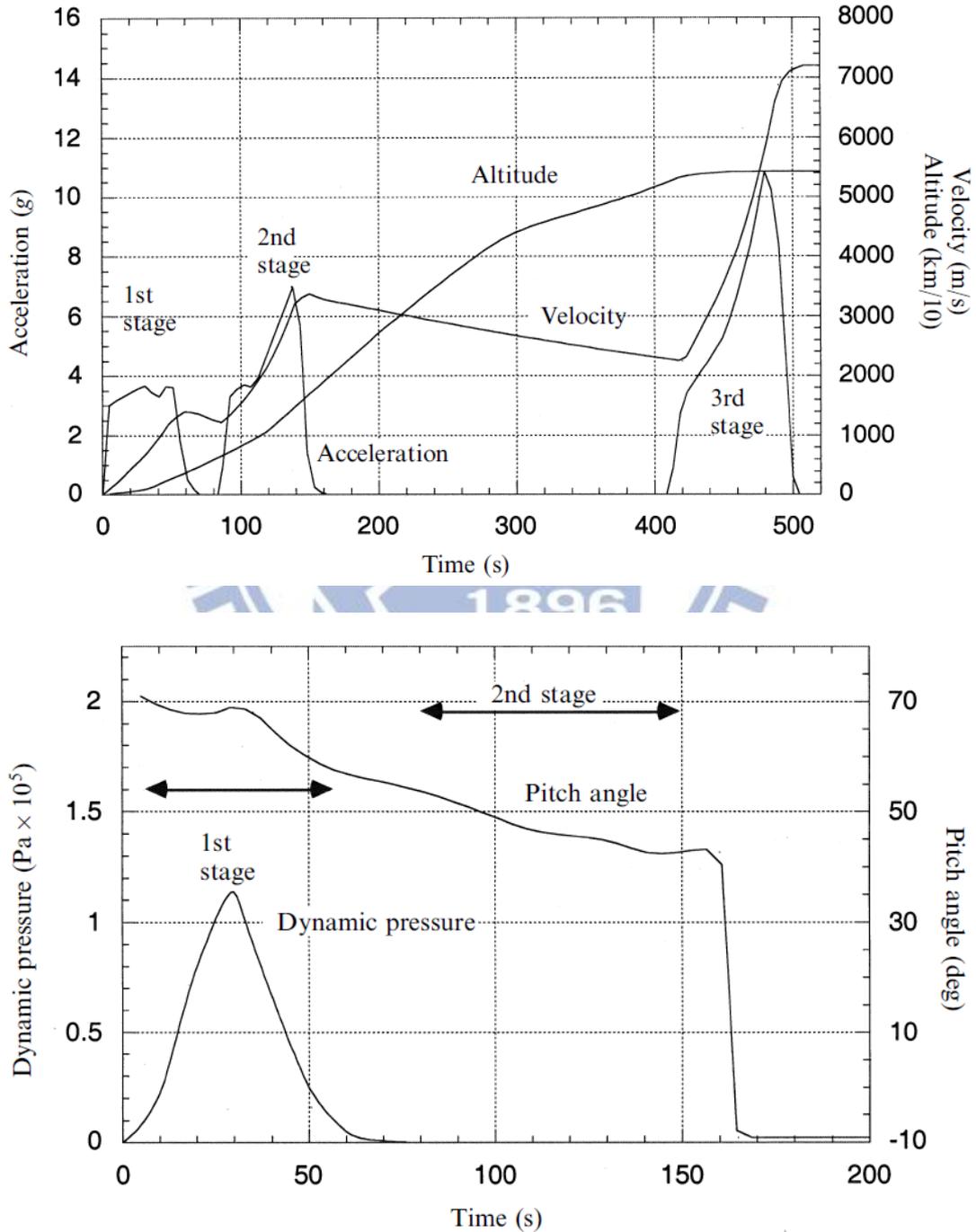


圖 3.1 Mu-3-S-II 入軌情形[8]

此火箭為日本成功入軌的衛星載具，繞行在約在500公里之圓形軌道，最後再修正為橢圓，該飛行特點有以下三點：

- 一、第一階段共60秒，以重力轉彎的方式升空及轉向至40km左右之高空，脫離空氣阻力最大之部份，巡航20秒後啟動第二階段。
- 二、第二階段令其穩定飛行，共飛行70秒，在推力即將結束時進行姿態的轉向，由於此時已幾乎無空氣阻力，因此轉向幅度極大。
- 三、經巡航250秒後啟動第三階段，此時高度以及姿態已經將近其目標，維持高度後進行加速，進行穩定的控制，此階段達90秒。

在大部分的案例來說，四階段火箭飛行時間的分布圖均大同小異，如圖 3.2 所示：

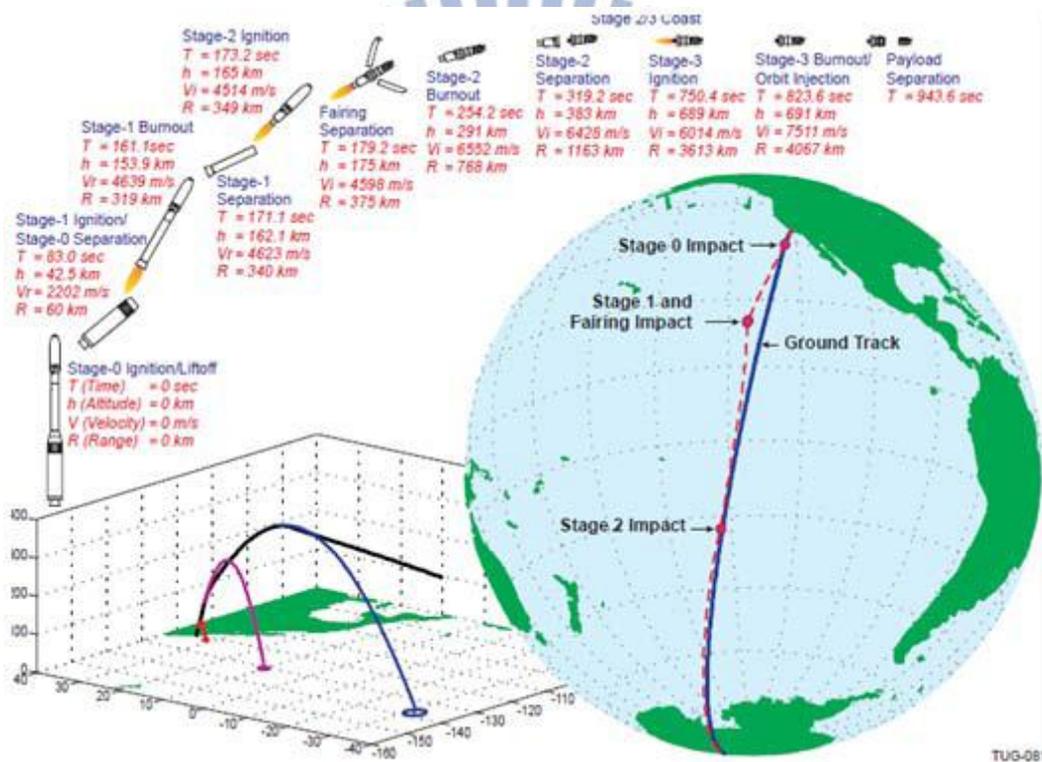


圖 3.2 典型的火箭升空過程[9]

利用前兩節加速與升空，利用重力轉彎穩定轉向，並在第二階段進行大幅度轉彎。中間第一次巡航時間較短，第二次則是重點爬高的階段，火箭也在此階段漸漸平飛，因此巡航時間較長，而第三階段進行加速，且因重量輕加速極快。

在本文設計中，除了參考Mu-3-S-II入軌情形以外，並定義了一些基本任務需求：

- 一、30kg 之負載。
- 二、距地表 500km 之圓形軌道運行。
- 三、 I_{sp} 與燃料比率分別為 250 及 0.8。

3.1 物理參數的設計：

在TVC系統中，燃料的組成與重量影響發射效率極大，除了燃料所佔重量的比例以外，便是燃料的燃燒效率，而重量以實作來說，當然是希望越輕越好，並找到最好的重量分布。

如任務需求所述，今考慮一發射載具與30kg的酬載，目標為距離地表500km的高空圓形軌道，若在 I_{sp} 及燃料比率分別為250及0.8的限制條件下，設計第三節火箭外殼加上30kg酬載之總重和為120kg，因此該節火箭加上燃料之質量便已固定為600kg。

第二節若高出第三節數倍，增加第二階段的燃料比率，可將推進效益增加。因此決定整個火箭總質量為100000kg，由於火箭在第一階段結束後須達到夠高的高度，所需的推力因此必須夠大，所以第二、三節總質量佔的比例不能太高，以佔25~33%較佳。所以先分別以25%、28%、30%和33%的模擬情形測試如下：

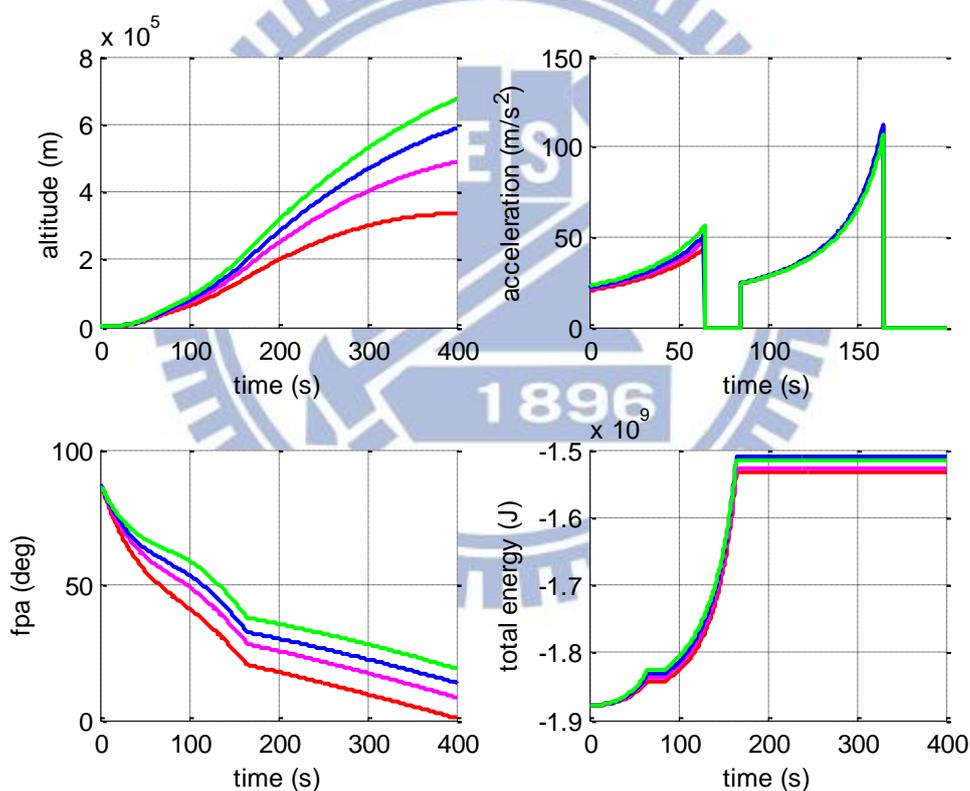


圖3.3 二、三階段佔總質量不同比例下的飛行軌跡
紅色為33%，紫色為30%，藍色為28%，綠色為25%

由圖3.3之模擬結果可以看出，只有二、三節質量佔總重30%的情況比較理想，在第二階段啟動前高度已到達55.5km。在第二階段的轉向過後，巡航至約第385秒時高度已達到約478公里高空，不但已經接近目標高度，而且飛行路徑角也下降至10度以下，亦即姿態趨平，因此第三階段可考慮在第380~420秒之間啟動，

精準將高度達到目標高度並控制平飛，使衛星得以成功入軌。

然而二、三節質量佔總重35%時，由於第一節推力不足，導致加速不快，因此高度不足。至於28%和25%兩組則是飛得太高而且無法有效地將飛行方向趨平，當然若能在第二階段中將轉向幅度增加可以改善。但是由於目標是穩定入軌的設計，因此還是先採用二、三節質量佔總重30%的案例來計算。

最後決定之火箭物理參數如表3.1：

	第1階段	第2階段	第3階段
總質量(kg)	100000	30000	600
燃料質量(kg)	80000	24000	480
I_{sp}	250	250	250
燃料質量比率	80%	80%	80%
啟動時間(sec)	t=0	t=85	待定
燃燒時間(sec)	65	80	100

表3.1 目標為海拔500km圓形軌道運行入軌的火箭物理參數預設

3.2 時間參數的設計

第一階段以重力轉彎為主，而在進入第二階段則進行轉向的控制，將俯仰角進行大角度的改變，進而改變加速方向，讓第二階段結束後的自由飛行時能穩定爬升到軌道附近，而第三階段則主要是精準控制將火箭定在一定高度，並使之最終得以成功入軌。

在第二階段進行火箭的轉向，目標是在 t=165 秒時達到巡航的條件。由(2.3)式及(2.6)式可知高度及速度對地表切線的夾角變化情形：

$$\dot{h} = \dot{R} = V \sin \gamma$$

$$\dot{\gamma} = \frac{V \cos \gamma}{R} + \frac{1}{mV} (T \sin \alpha - mg \cos \gamma)$$

而巡航條件為在第二階段開始巡航至進入第三階段啟動前，高度漸漸提高至接近500km，且速度方向漸漸與地表切線平行。飛行路徑角(γ)的變化在第二階段時以推力、重力和速度之影響最大，第二階段燃燒完後的巡航則是剩下重力和速度對其產生較大的影響。因此如何設計第二階段的轉向是必須很嚴謹的，將在下一章中會進一步介紹。

當火箭飛行至高度略低於 500km，且飛行路徑角(γ)仍為正值時，即可啟動第三階段。但是通常盡量在飛行路徑角(γ)為 5~10 度之間時執行為較理想。

第四章 導引與控制

4.1 火箭轉向

4.1.1 重力轉彎

在第一階段的發射會使用重力轉彎以減少攻角，重力轉彎的導引如下：

$$\dot{\theta}_c = -\frac{g \cos \theta}{V} \quad (4.1)$$

為了使火箭以這個轉向速率前進，將指定的俯仰角變化率，換算得到噴嘴所須擺動的角度，經過促動器和擺動正負 3 度限制得到實際擺動的角度，換算得到角加速度，經由兩次積分得到俯仰角變化角度。因此設計了如圖 4.1 的控制器：

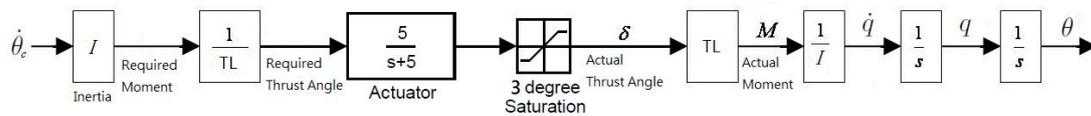


圖 4.1 第一階段控制器

其中 TL 為推力(T)乘以火箭質心至尾部的距離(L)。由於可達到預期的成效，所以不需要再做回授補償。

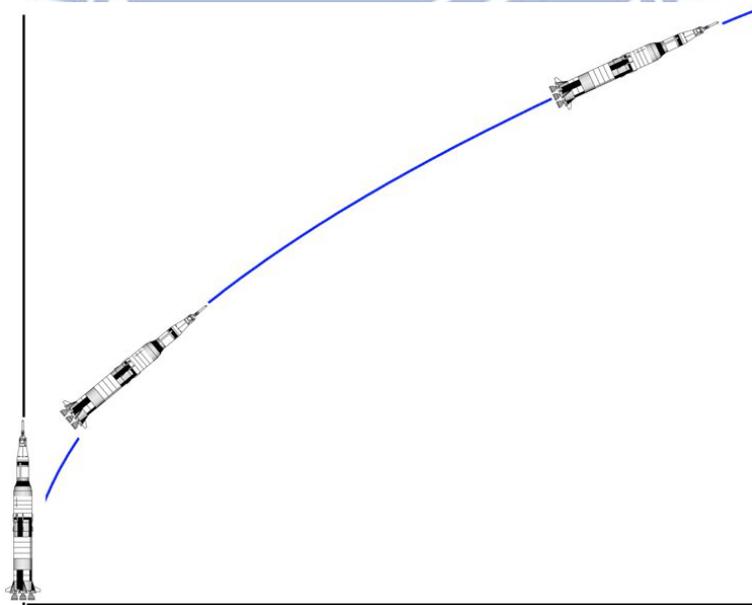


圖 4.2 火箭在重力轉彎導引下典型的飛行軌跡[4]

重力轉彎造成的效果是將攻角趨近於 0，意即推力方向趨近與速度方向重合。在重力轉彎的導引下，速度、飛行路徑角和高度的變化如下：

$$\begin{aligned}
 a = \dot{v} &= \frac{\dot{T}}{m} - g \sin \gamma \\
 \dot{\gamma} &= -\frac{g \cos \gamma}{V} \\
 \dot{h} &= V \sin \gamma
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

4.1.2 線性大幅度轉彎

為了讓火箭能在第三階段開始之前將火箭姿態得以趨近平飛，因此在第二階段採用線性大幅度轉彎，將俯仰角以線性下降，導引即為：

$$\dot{\theta}_c = -c
 \tag{4.3}$$

其中 c 為常數，單位為 度/秒。

控制器如同圖 4.1，利用線性降低俯仰角的方式來牽引迫使飛行路徑角(γ)下降，使得加速方向趨平，火箭姿態也得以控制平飛，使入軌時的飛行路徑角為 0 度。設計尚須考量到在第二階段燃燒結束後，是否達到巡航的條件。在此測試 $c=0.5$ 、 $c=0.55$ 和 $c=0.6$ 時的飛行情形如圖 4.2：

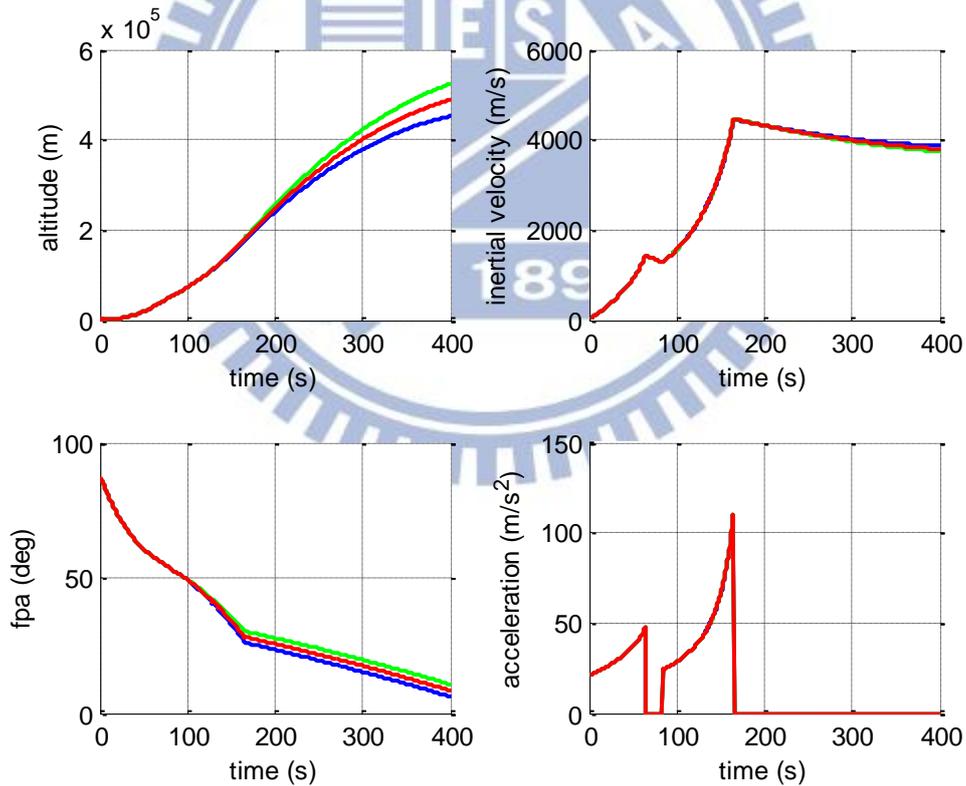


圖 4.3 第二階段不同角速度的線性大幅度轉彎飛行情形

綠色為 $c=0.5$ 、紅色為 $c=0.55$ 、藍色為 $c=0.6$

由圖 4.2 可知，三組例子都能有效地降低飛行路徑角(γ)，但是就飛行高度而言， $c=0.55$ 的飛到低於目標高度僅 20 公里較理想，因此決定第二階段線性大幅度轉向俯仰角以線性下降的角速度為每秒下降 0.55 度。

4.2 入軌前的控制

4.2.1 高度回授

衛星經過前兩階段的導引及轉向後，飛到近500km的高空，但若只靠第一、二階段之轉向並無法精準進入固定軌道，若要以正確角度以及高度航行，必須進行速度方向及高度的控制。

由於高度的變化量由(2.2)式得知可表示為：

$$\dot{h} = V \sin \gamma \quad (4.4)$$

而在 θ 很小時又可簡化出線性關係：

$$\dot{h} = V \gamma \quad (4.5)$$

因此，針對高度及高度變化率的回授，我們可以設計出一關於高度修正之控制。該控制設計如圖4.4所示

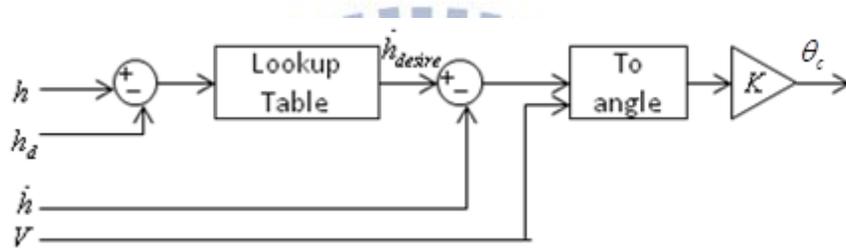


圖4.4 高度回授 θ_c 的計算

首先將目前高度與目標高度相減後之差距查表，得到期望的高度變化率 \dot{h}_d 。火箭飛至某高度時的高度變化率，代表此時的瞬時高度變化速率，如果低於目標高度越多，則要使火箭上升越快，因此高度變化率越大，反之亦然。最後決定如表4.1：

距目標高度	預期的高度變化率	距目標高度	預期的高度變化率
-20	400		
-10	390		
-8	310		
-7	300		
-6	280		
-5	260	5	-260
-4	250	4	-250
-3	240	3	-240
-2.5	230	2.5	-230
-2	220	2	-220
-1.7	200	1.7	-200
-1.4	180	1.4	-180
-1.1	150	1.1	-140
-0.9	130	0.9	-100
-0.7	100	0.7	-60
-0.5	80	0.5	-40
-0.3	60	0.3	-20
-0.2	40	0.2	-10
-0.1	20	0.1	-5
-0.05	7	0.05	-1
0	0		

表4.1 載具距目標高度與預期的高度變化率對照表

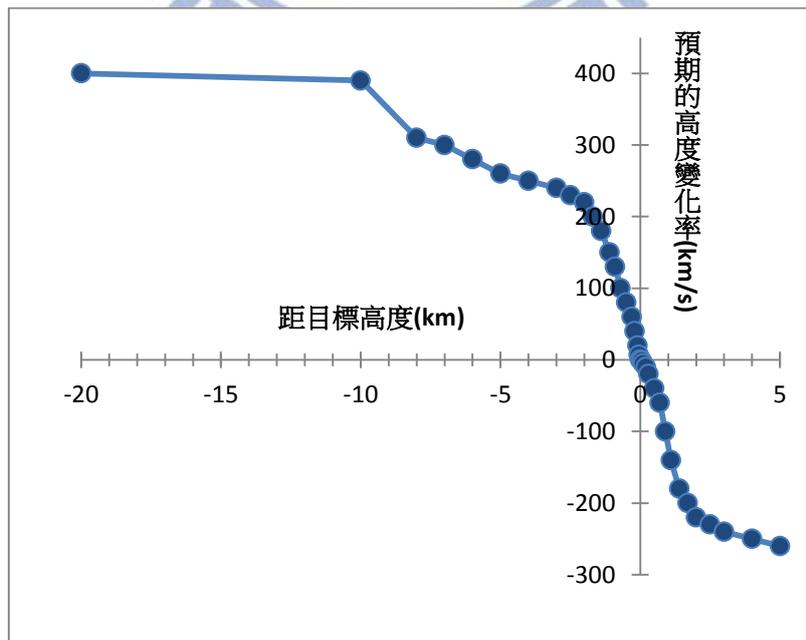


圖4.5 載具距目標高度與預期的高度變化率函數關係

由表4.1查出預期的高度變化率後，以實際高度變化率 \dot{h} 回授，代入下式：

$$\theta_c = \frac{K(\dot{h}_d - \dot{h})}{V} \quad (4.6)$$

經過放大器後得到的訊號即為指定的俯仰角(θ_c)。而放大器K的決定，一方面會影響 \dot{h} 趨近 \dot{h}_d 的速度以外，K如果太小會造成 θ_c 太小，導致第三階段啟動之前的俯仰角(θ)跟 θ_c 相差太大，造成當第三階段啟動的當下噴嘴擺動幅度太大，使得系統會較不穩定，K如果太大則會放大雜訊也會使得系統較不穩定。因此在以上因素的考量下，最後選擇K=14。

設計的控制器如圖4.6：

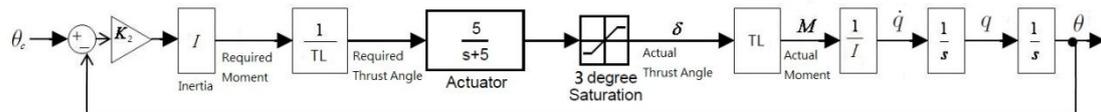


圖4.6 第三階段控制器

將指定的俯仰角(θ_c)經由目前俯仰角(θ)的回授，通過放大器 K_2 可得到欲求的角速度，因此 K_2 的選擇決定了 θ_c 趨近 θ 的速度，但是若 K_2 太大則會放大雜訊也會使得系統較不穩定。最後選擇 $K_2=800$ 。

4.2.2 迫使平飛控制

在第三階段中後段抵達目標高度附近並且趨近於平飛時，為了精準地讓飛行路徑角(γ)更趨近於0，設定 $\theta_c=0$ 用以控制推力方向更平行於地表，來迫使飛行路徑角(γ)更趨近於0。

此時的控制系統如同圖4.5，但是選擇 $K_2=1000$ 。

4.2.3 衛星脫節條件

由於已經固定高度，可以由速度的計算得到脫節時機，達到條件後便讓衛星脫離，自行繞行地球，速度的條件由向心力計算如(4.6)式：

$$g = \frac{V^2}{R} \quad (4.7)$$

$$V = \sqrt{gR}$$

其中R為載具所在位置與地心的距離。當速度值達到 \sqrt{gR} 時，第三節即進行脫節，使衛星在軌道上進行等速率圓周運動。利用以上所述高度回授和迫使平飛方法做精準的高度控制，可以做出在不同高度下維持高度進行加速的運動，只要適當選擇第三階段啟動時間就能達到不同高度入軌的需求。

第五章 模擬結果與討論

5.1 軌道高度 500km 入軌模擬結果

以上述設計之火箭設定目標為海拔 500km 圓形軌道入軌結果，其中挑出入軌成功的例子繪圖如圖 5.1。

5.1.1 入軌情形

模擬結果如下：

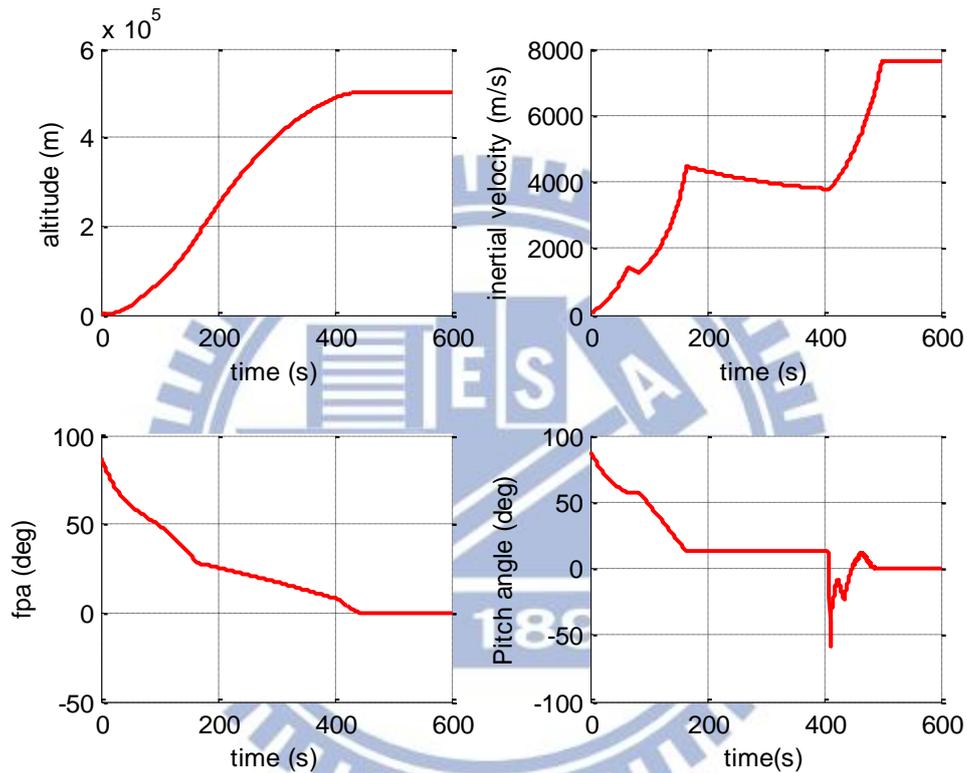


圖 5.1 海拔 500km 高空入軌情形 (高度、速度、飛行路徑角、俯仰角)

如圖 5.1 所示，約在 499.2 秒處速度大小已達到滿足等速率圓周運動的條件，因此將衛星脫節結束控制。此時衛星的高度為海拔 499.98 km，速度為 7609.2 m/s，飛行路徑角(γ)為 0.0049 度，誤差很小。

繞地運行情形：

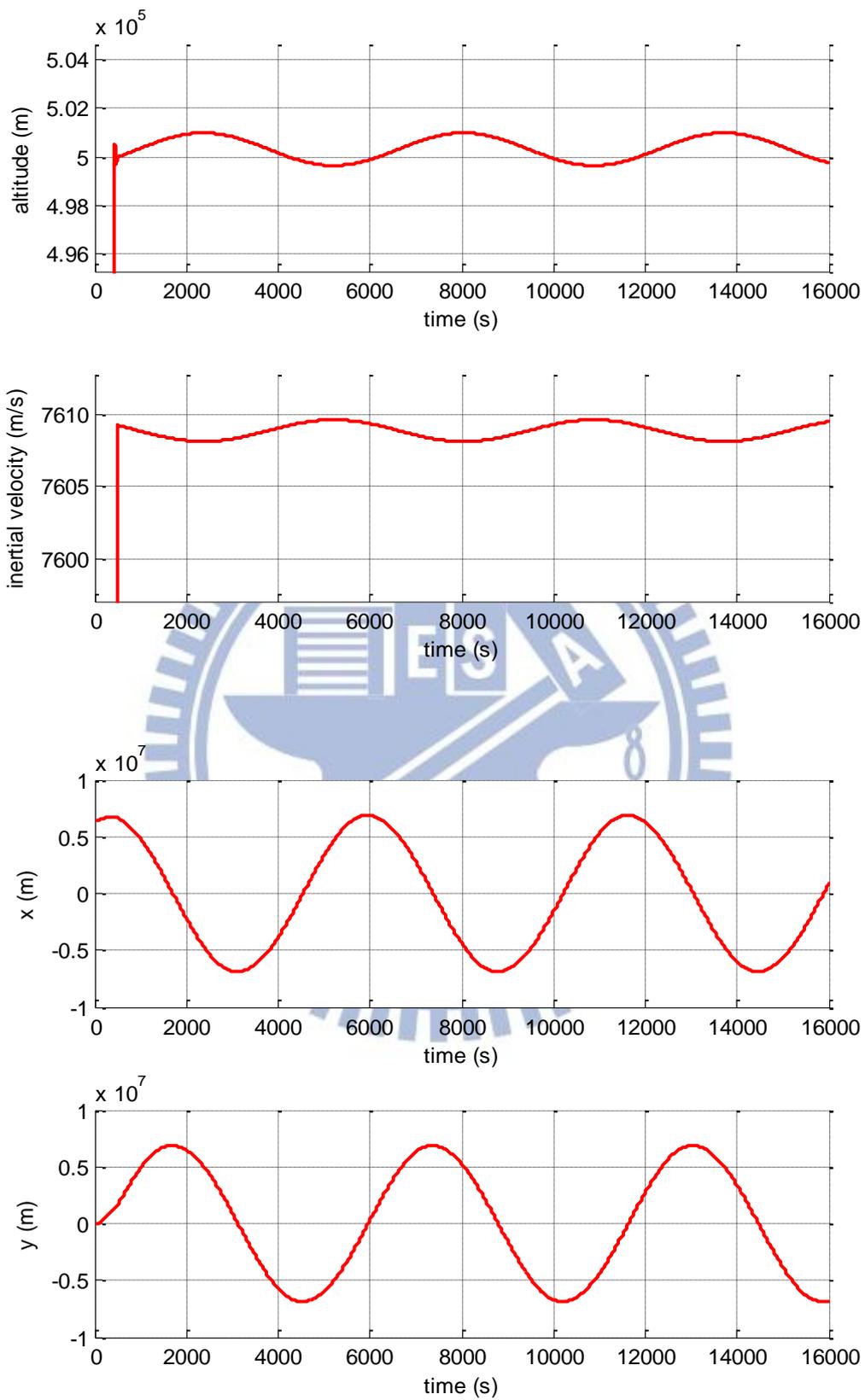


圖 5.2 海拔 500km 高空入軌後繞地運行情形

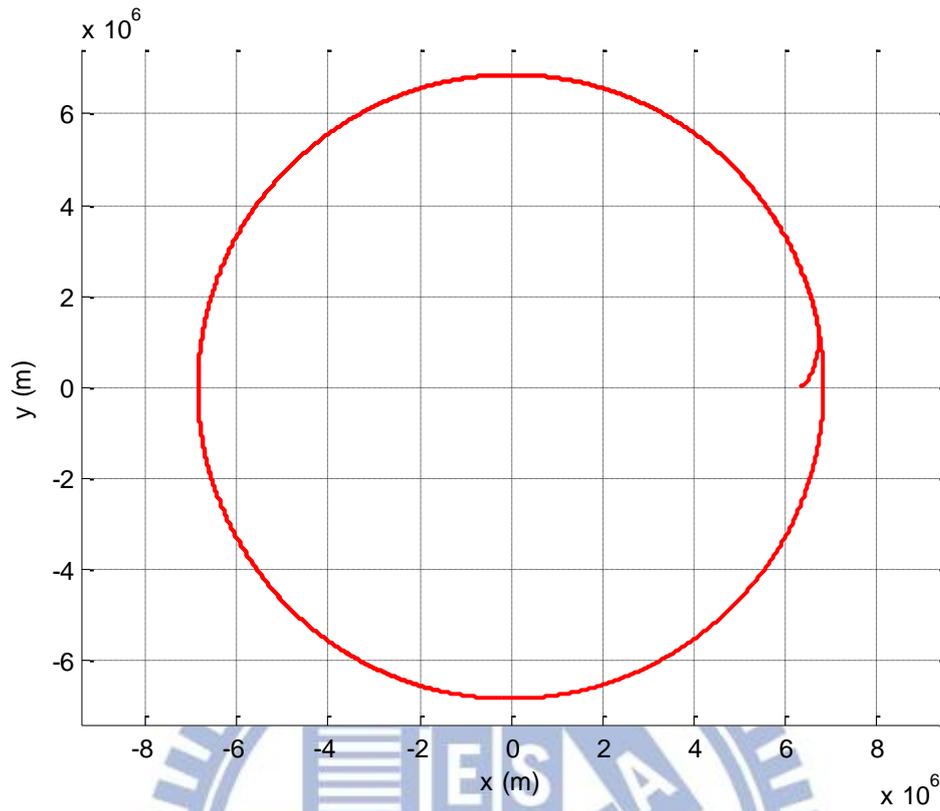


圖 5.3 海拔 500km 高空入軌後飛行軌跡在慣性坐標系(S_i)的呈現情形

如圖 5.2 和圖 5.3 所示，衛星成功繞地球飛行，高度上僅有正負 0.7 km 左右的振幅，衛星得以離地心 6867.5 km 處，以幾乎正圓形的軌道運行，而且座標的變化也相當規律，約 6000 秒繞地球一圈。

5.1.2 加上時間誤差

在第三階段啟動時間上加上正負 5 秒的誤差，模擬結果如圖 5.3：

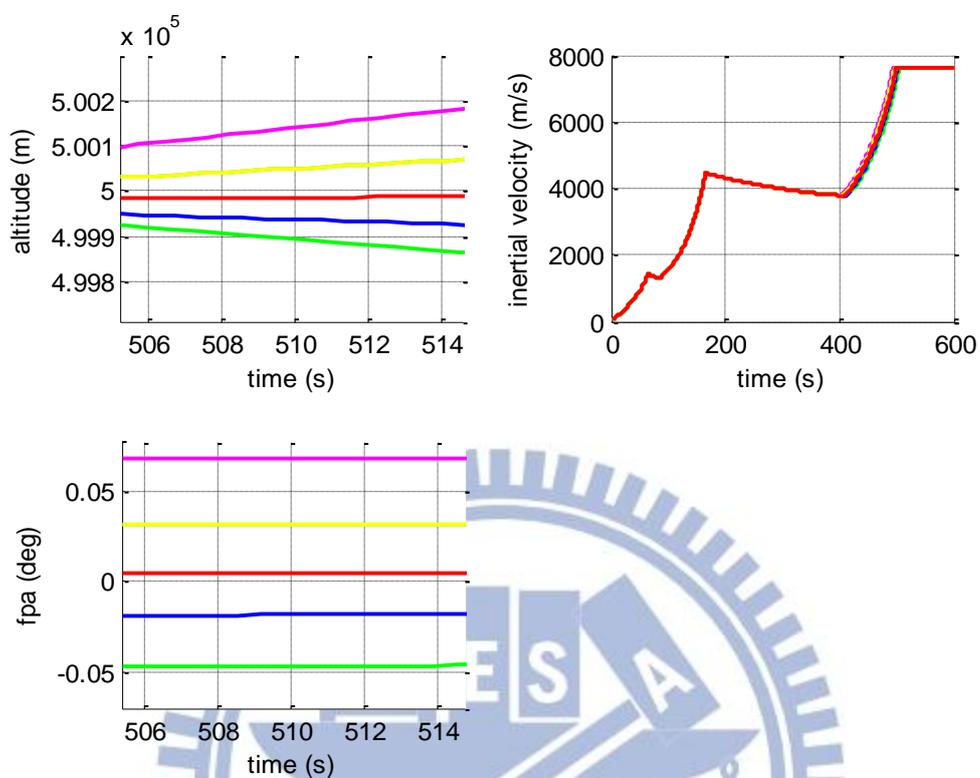


圖 5.4 第三階段啟動時間誤差(-5s~+5s)自由飛行 (高度、速度、飛行路徑角)
紅色為預設，藍色為+2s，綠色為+5s，黃色為-2s，紫色為-5s

由圖 5.3 可知，第三階段啟動時間誤差造成的高度誤差不大，僅約 0.4~0.5km 左右， γ 角維持在一定角度，因此在控制設計上不需要做特別的調整即可穩定地以固定高度入軌。

5.2 以不同高度入軌的情形

為了討論該控制器是否可適用於其他目標軌道下，利用第三章所述之設計法則，重新設計一可爬升至 600km 之發射載具如表 5.1：

	第1階段	第2階段	第3階段
總質量(kg)	180000	45000	600
燃料質量(kg)	144000	36000	480
I_{sp}	250	250	250
燃料質量比率	80%	80%	80%
啟動時間(sec)	t=0	t=85	待定
燃燒時間(sec)	65	80	100

表 5.1 目標 600km 高空的衛星物理參數

由於飛行高度較高，重量增加是必然的，然而為了使火箭在燃燒完第一階段時能爬升更高，所以降低二、三節總重所佔的重量比率為 25%。 I_{sp} 以及燃料比率皆與 5.1 節之例子相同。目標為利用此載具以同樣的控制方式入軌海拔 600km 的圓形軌道。根據第二階段啟動前火箭飛行情形，適宜調整在第二階段線性大幅度轉彎中俯仰角下降的角速度，並根據第二階段結束後巡航情形決定啟動第三階段的時間，最後再以高度回授來精準控制入軌高度，並且以迫使平飛控制使得速度方向得以符合條件。

實際模擬情形如下：

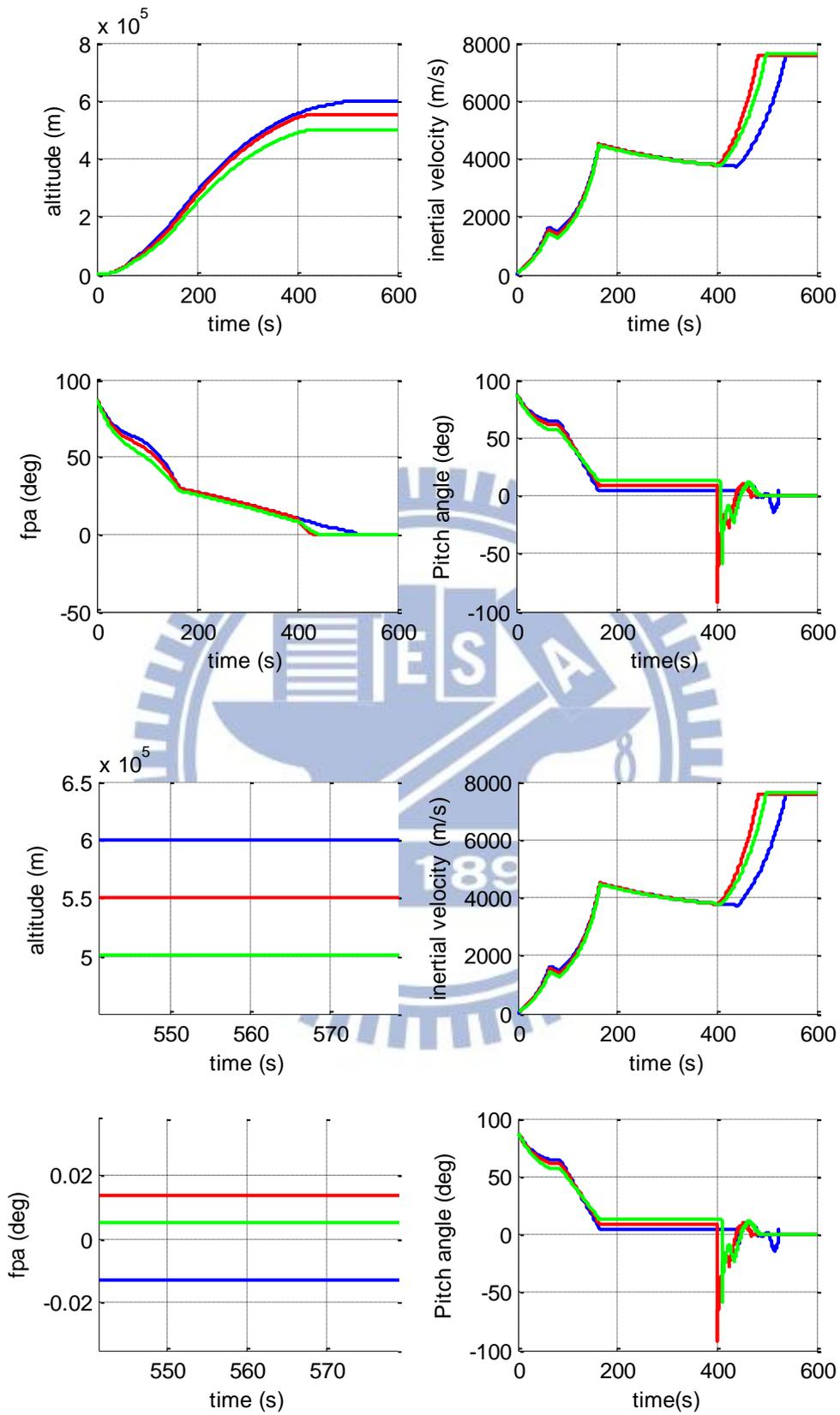


圖 5.5 以不同高度入軌情形 (高度、速度、飛行路徑角、俯仰角)

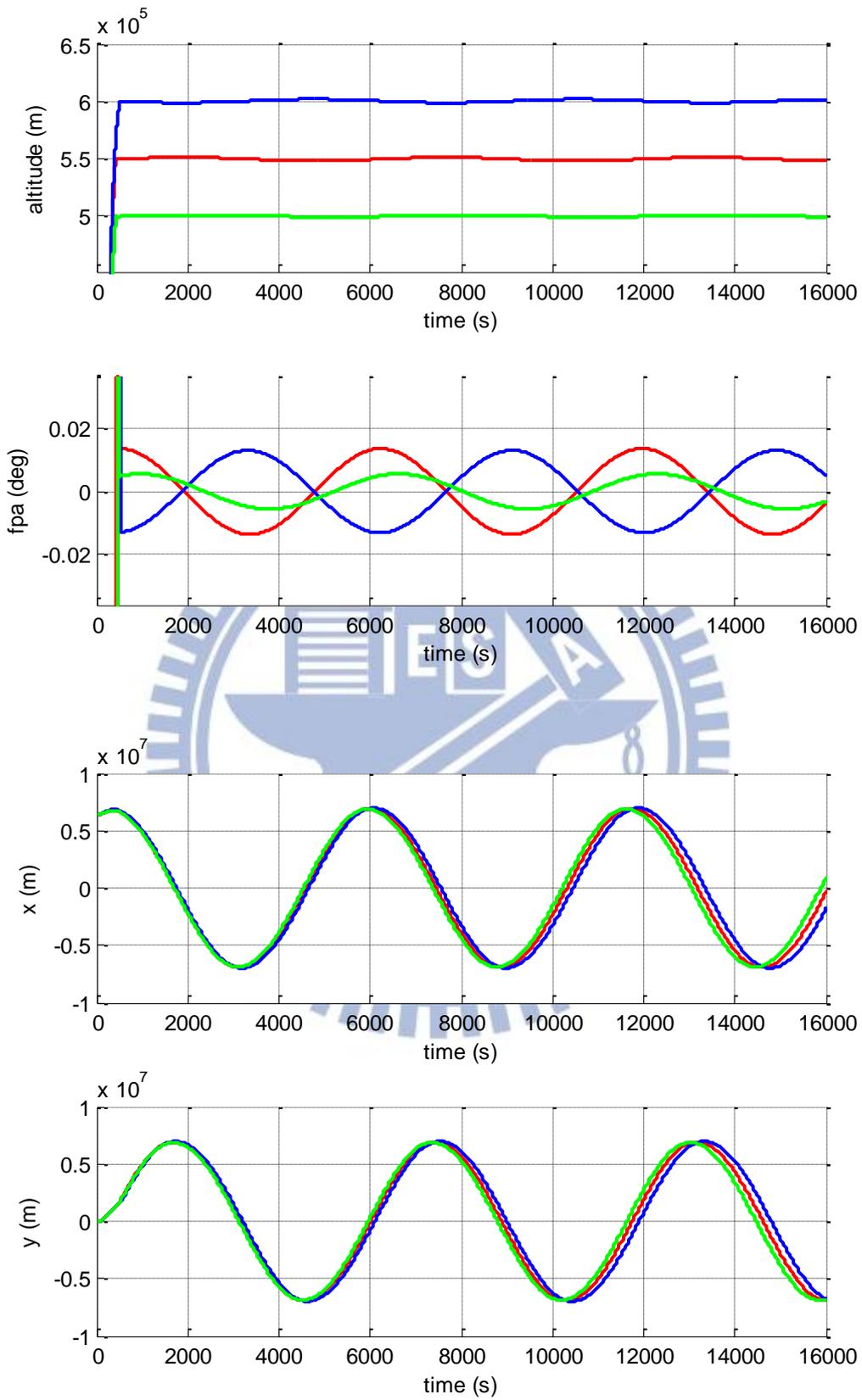


圖 5.6 以不同高度入軌後繞地運行情形

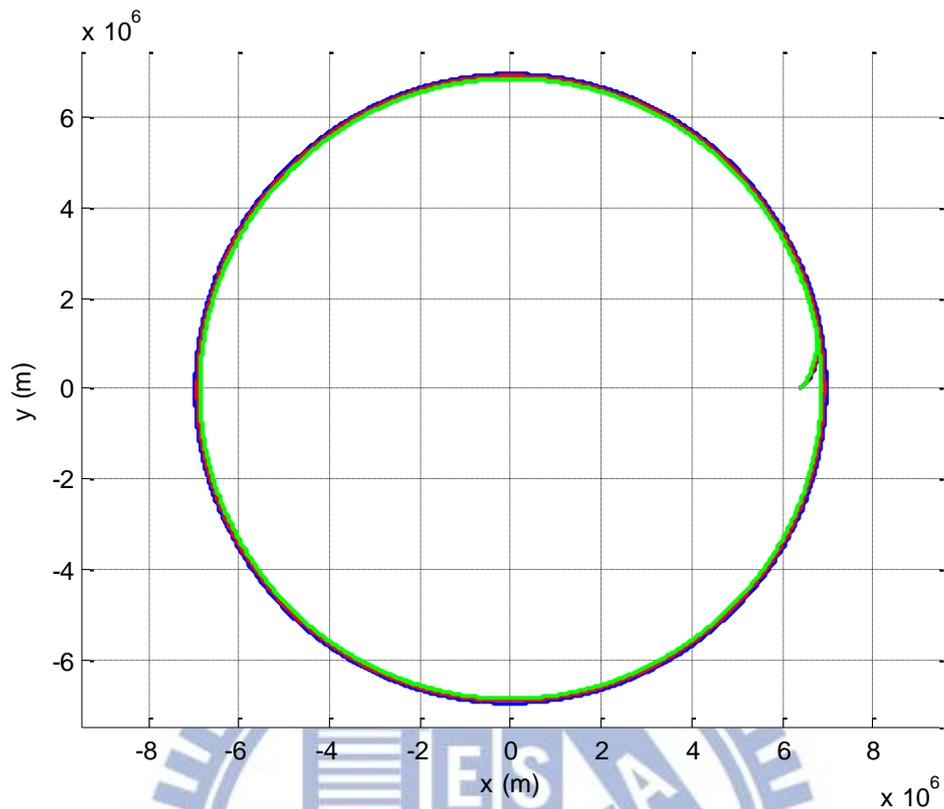


圖 5.7 以不同高度入軌後飛行軌跡在慣性坐標系(S_I)的呈現情形

圖 5.5~5.7 的三個入軌情形，藍色、紅色和綠色分別是目標為海拔 600km、550km 以及 500km 的入軌情形，均可以不到一公里的誤差長時間飛行，飛行路徑角(γ)也在能接受的小角度之內，不同入軌高度也有不同的速度要求，而本例中速度也有因高度不同而有不同的修正而成功入軌。將三組模擬結果整理如下：

	Case 1	Case 2	Case 3
目標高度	500km	550km	600km
第 1 階段總質量	100000	132000	180000
第 2 階段總質量	30000	36000	45000
第 3 階段總質量	600	600	600
I_{sp}	250	250	250
燃料質量比率	0.8	0.8	0.8
第2階段俯仰角下降角速度	每秒下降 0.55 度	每秒下降 0.65 度	每秒下降 0.75 度
各階段啟動時間	t=0; t=85; t=410	t=0; t=85; t=400	t=0; t=85; t=443
各階段燃燒時間	65; 80; 100	65; 80; 100	65; 80; 100
成功入軌	是	是	是

表 5.2 三組不同高度入軌模擬結果

在目標高度較高的情形下，用降低第二、三階段佔總重比例的方式，使得第一階段上升較快，相對地飛行路徑角(γ)下降較慢，所以在第二階段的線性大幅度轉彎中俯仰角下降的角速度必須調高，使得火箭姿態得以較有效率地在第二階段結束後轉變為平飛。在經過巡航進入第三階段時，則是以同樣的高度回授和迫使平飛控制，使得火箭可以在目標高度下維持水平飛行，速度達到要求後衛星便脫節。所以在討論範圍內，本論文採用的控制器可以使火箭在不同高度下成功入軌。



5.3 不同燃料比率的模擬

利用前述之火箭物理參數設計方法，設計三組同質量規格的火箭，每組火箭三階段的總質量都分別是 100000kg、30000kg 和 600kg，目標同樣是海拔 500km 的軌道， I_{sp} 都是 250，三組火箭的燃料比率分別是 0.85、0.8 和 0.75，三組火箭在第一階段的模擬結果如圖 5.8 所示：

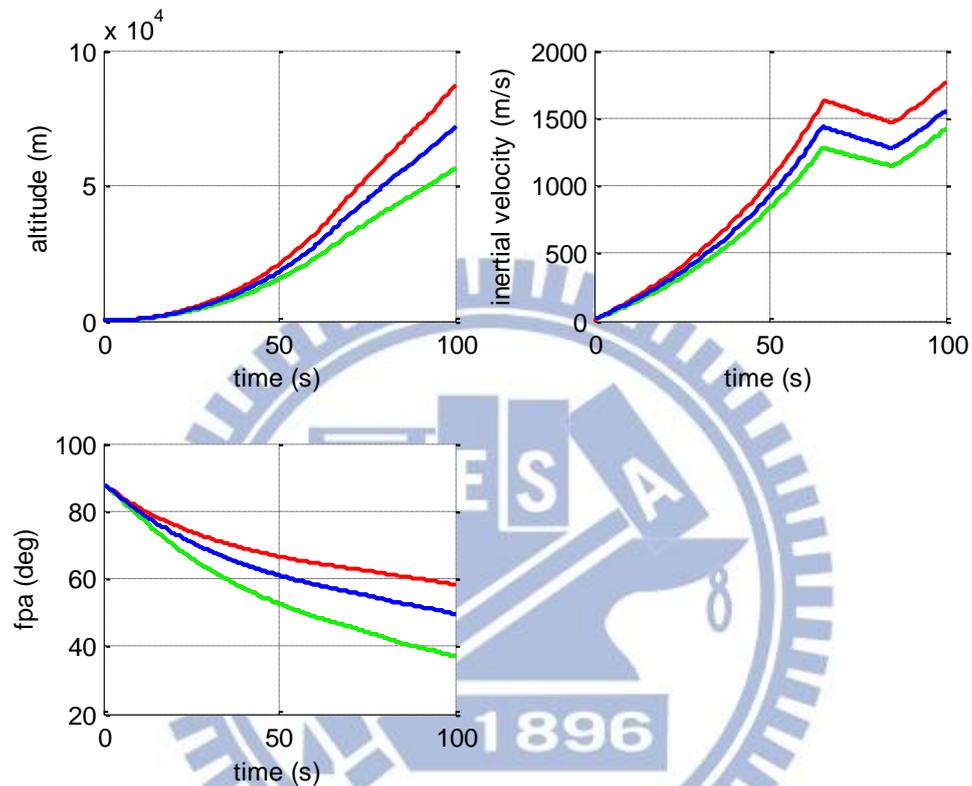


圖 5.8 不同燃料比率在第一階段模擬情形 (紅色為 0.85、藍色為 0.8、綠色為 0.75)

再將模擬情形整理如表 5.3：

	Case 1	Case 2	Case 3
燃料比率	0.85	0.8	0.75
第 1 階段總質量	100000	100000	100000
第 2 階段總質量	30000	30000	30000
第 3 階段總質量	600	600	600
I_{sp}	250	250	250
第1階段結束時 (t=65)高度(km)	38.8	33.3	27.4
第1階段結束時 (t=65)飛行路徑角	63.9 度	57.2 度	47.3 度

表 5.3 不同燃料比率在第一階段測試結果

由於燃料比率 0.75 者在第一階段燃燒完時不但高度僅 27.4 公里，而且飛行路徑角(γ)只剩下 47.3 度，不利於高度上的爬升，因此無法符合要求而不納入考慮，所以再設計一組同質量規格，燃料比率為 0.82 的火箭，與另外兩組進行入軌模擬。同樣地，根據第二階段啟動前火箭飛行情形，適宜調整在第二階段線性大幅度轉彎中俯仰角下降的角速度，並根據第二階段結束後巡航情形決定啟動第三階段的時間，最後再以高度回授來精準控制入軌高度，並且以迫使平飛控制使得速度方向得以符合條件。

實際模擬情形如下：

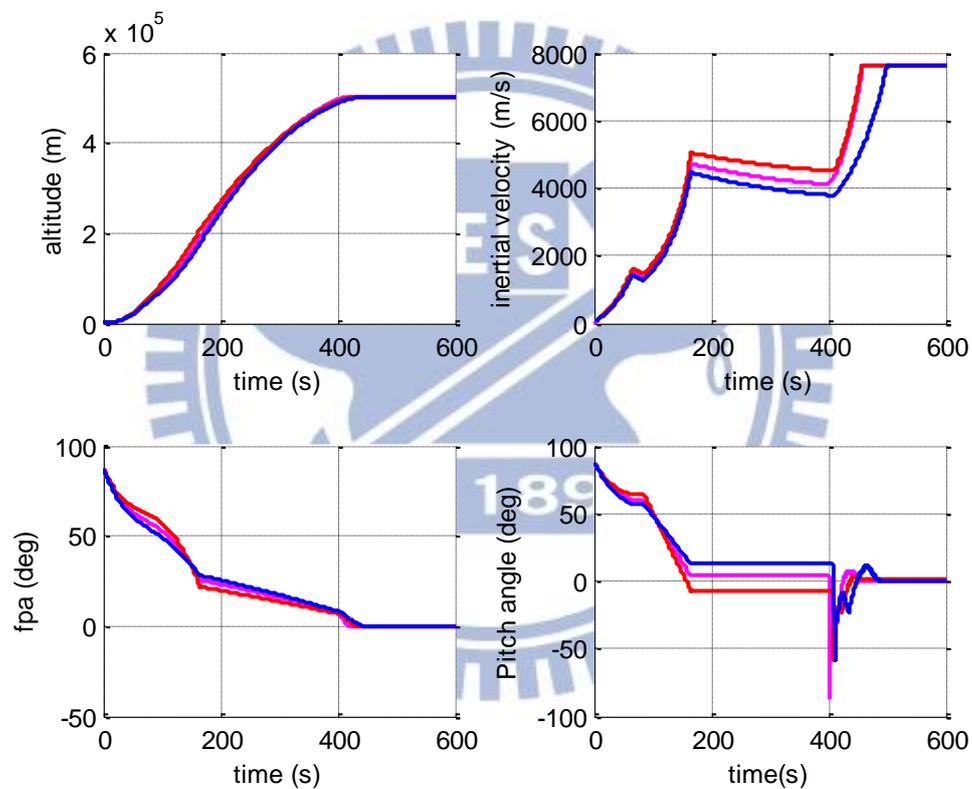


圖 5.9 不同燃料比率入軌情形 (紅色為 0.85、藍色為 0.8、紫色為 0.82)

從圖 5.9 得知，三組均可以順利地在海拔 500 公里高空入軌，飛行路徑角(γ)也在能接受的小角度之內。再將三組模擬結果整理如下：

	Case 1	Case 2	Case 3
目標高度	500km	500km	500km
第 1 階段總質量	100000	100000	100000
第 2 階段總質量	30000	30000	30000
第 3 階段總質量	600	600	600
I_{sp}	250	250	250
燃料質量比率	0.85	0.8	0.82
第2階段俯仰角下降角速度	每秒下降 0.88 度	每秒下降 0.55 度	每秒下降 0.7 度
各階段啟動時間	t=0; t=85; t=410	t=0; t=85; t=410	t=0; t=85; t=400
各階段燃燒時間	65; 80; 100	65; 80; 100	65; 80; 100
成功入軌	是	是	是

表 5.4 三組不同燃料比率入軌模擬結果

燃料比率較高時，產生的推力就會較大，使得第一階段上升較快，相對地飛行路徑角(γ)下降較慢，所以在第二階段的線性大幅度轉彎中俯仰角下降的角速度必須調高，使得火箭姿態得以較有效率地在第二階段結束後轉變為平飛。在經過巡航進入第三階段時，則是以同樣的高度回授和迫使平飛控制，使得火箭可以在目標高度下維持水平飛行，速度達到要求後衛星便脫節。然而第三階段啟動時間必須慎選，因為燃料比率較高時同時速度較快，在第三階段中會較快達到衛星脫節條件，所以必須在更接近目標高度且姿態更平時才可啟動第三階段。本論文採用的控制器可以使火箭在燃料比率 0.8~0.85 間成功達到海拔 500 公里高空入軌。

第六章 結論與展望

由本研究中可以得到以下幾點結論：

- 一、第一階段利用重力轉彎飛行。接著在第二階段以線性降低俯仰角的方式做轉向，最後階段固定高度平飛，使載具能在一定的高度入軌。
- 二、在第三階段利用高度回授進行修正，並且在中後段使用迫使平飛控制，以利精準控制軌道的位置、速度、角度等等。
- 三、本論文中的控制方法應用於不同高度的軌道入軌，須考量到很多方面情況的改變，要同時修改物理參數和時間參數，以及調整轉向的幅度。

衛星入軌是一個相當困難且深具挑戰的課題。從已經試射的幾枚台灣探空火箭的成果可以看出，目前我國的載具研究已漸趨成熟，但是要如何將載具精準地送達目標高度，並精準地控制其速度方向以達成平飛，使得衛星能順利入軌，則是目前理論技術上較不完備的部分。透過控制各種變因以達成上述的任務是相當複雜的工作。

本研究是在二維平面模擬衛星發射至入軌的控制。其中具體貢獻包括在第二階段使用線性大幅度轉彎，利用固定的俯仰角下降角速度使得火箭姿態轉為平飛；在第三階段的高度回授中，有高度變化率對照表之設計，並在其中後段設計迫使平飛控制。此外，在進行不同目標高度的火箭飛行模擬時，更改各時間參數和物理參數來達成。包含設計總質量與各階段質量比例，以使火箭在第一階段結束時達到理想的高度，並提供後續飛行所需的部分動能；調整第二階段線性大幅度轉彎時的俯仰角下降角速度，使火箭的飛行姿態接近水平；最後，設定第三階段適當的啟動時間，讓衛星得以順利入軌。

目前世界各國中，已成功發射人造衛星升空入軌的僅有俄、美、英、法、日、以、印、伊朗、中國大陸等少數國家，但各已開發國家無不致力投入研究。如南韓曾於 2009 年及 2010 年各發射一枚 Naro 號衛星，雖皆以失敗告終，但韓國政府仍堅持要研發、試射到成功為止。

本論文的研究雖然是在二維平面上做模擬，但是在這當中所發展出的控制方式以及各項載具參數，亦有提供後續研究者參考之價值。未來本人計畫將這些方法推廣至三維立體空間並進行模擬，探討本論文的控制方式在三維立體空間下的適用性，希望能在未來的太空科技發展上有所助益。

參考文獻

1. C. A. Lin, "Six Degree-of-Freedom Simulation of Launch Vehicle Dynamics A Preliminary Report", Jan 2, 2007.
2. Satellite, from Wikipedia <http://en.wikipedia.org/wiki/Satellite>
3. Wikipedia Low Earth Orbit http://en.wikipedia.org/wiki/Low_Earth_orbit
4. Robert Stengel, "Space System Design," Princeton University <http://www.princeton.edu/~stengel/MAE342Lectures.html>
5. Wikipedia CZ-1D <http://en.wikipedia.org/wiki/CZ-1D>
6. Wikipedia Titan IIIB http://en.wikipedia.org/wiki/Titan_IIIB
7. Wikipedia List of rockets http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_rockets
8. Martin Turner, "Rocket and Spacecraft Propulsion Principles, Practice and New Developments", Springer Praxis Books, p.135-164 "Chapter 5: Launch Vehicle Dynamics"
<http://www.springerlink.com/content/j719961708rj2615/>
9. Taurus® Launch System Payload User's Guide March 2006 Release 4.0, <http://www.orbital.com/NewsInfo/Publications/taurus-user-guide.pdf>
10. R.H. Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, AIAA Education Series, New York, NY. 1987.
11. Paul Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, Vol. 176, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington DC, 1997, pg. 263-289.
12. John E. White, "Guidance and Targeting for the Strategic Target System," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.15, No. 6, 1992, pg. 1313-1319
13. N.A. Bletsos, "Launch Vehicle Guidance, Navigation and Control."
<http://www.aero.org/publications/crosslink/winter2004/06.html>