

國立交通大學

電子物理研究所

碩士論文

光子晶體與量子點及量子井耦合  
之光譜研究



**Spectroscopic studies of coupling between  
photonic crystal cavity and quantum dots/wells**

研究生：呂國榮

指導教授：張文豪 教授

中華民國一百年七月

光子晶體與量子點及量子井耦合之光譜研究

**Spectroscopic studies of coupling between  
photonic crystal cavity and quantum dots/wells**

研究生：呂國榮

Student : Kuo-Jung Lu

指導教授：張文豪 教授

Advisor : Prof. Wen-Hao Chang

國立交通大學

電子物理系



Submitted to Department of Electrophysics  
College of Science  
National Chiao Tung University  
in partial Fullfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in  
Electrophysics

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月

# 光子晶體與量子點及量子井耦合之光譜研究

研究生：呂國榮

指導教授：張文豪 教授

國立交通大學電子物理研究所

## 摘要

本論文第一部份透過改變功率及時間解析光譜研究光子晶體 D0 結構量子井雷射的特性。我們利用光激螢光光譜、近場光學實驗以及模擬的比對，確認了 D0 共振腔的三種共振膜態。接著利用變功率之時間解析光譜研究光子晶體在雷射化過程中的光譜特性改變。最後利用雷射速率方程式的模擬，計算光子晶體雷射的自發性輻射耦合效率、雷射臨界功率。論文第二部分藉由 Hanbury-brown and Twiss (HB-T) 干涉儀研究 L3 共振腔中的量子點多重激子之相干性。我們利用變功率和變溫 PL 實驗辨別量子點與共振膜態訊號。接著利用時間解析光譜及 HB-T 實驗觀察量子點發光的相干性，最後利用六能階速率方程式的計算探討其中的物理特性。

# **Spectroscopic studies of coupling between photonic crystal cavity and quantum dots/wells**

Student : Kuo-Jung Lu

Advisor : Dr. Wen-Hao Chang

Department of Electrophysics  
National Chiao Tung University

## **Abstract**

Photonic crystal D0 cavity InGaAsP quantum well laser have been studied by photoluminescence (PL). The monopole, WG, and dipole mode have been clarified by the  $\mu$ PL, SNOM, and FDTD simulation. By power-dependent PL, we study the spectral change of lasing process in the D0 photonic crystal structure. By the calculating the rate equation of lasing, we can acquire the spontaneous coupling factor  $\beta$  and the lasing threshold power. Then we study the photon correlation of the multi-excitonic states in quantum dots (QDs) embedded in photonic crystal L3 structure by HB-T interferometer. We can clarify the QD emission and the cavity mode by power- and temperature-dependent PL measurement. And we use time-resolved PL and HB-T experiment to study the photon correlation between multi-excitonic states in QD. The six-level rate equation has been set to simulate the photon correlation behaviors.

## 致謝

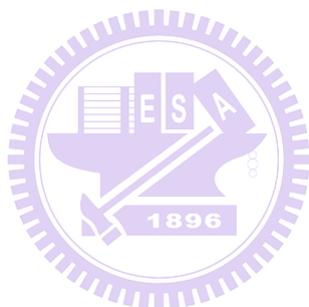
英國作家薩克雷說：“生活就是一面鏡子，你笑，它也笑；你哭，它也哭。”一路走來的感謝，它讓我的生活對著我微笑迎向人生下個階段。感謝我的指導教授 張文豪老師，除了學術研究的諄諄教誨及做人處世的苦口婆心外，更教會我真正的認清自己和感受到身為教育學者的風範與氣度。感謝 徐子民教授、林聖迪教授、李柏聰教授及周武清教授於口試的建議，讓論文得以更完善。

實驗室的大家就是一個團隊。而團隊從來就不只是縱向的服從與命令，更重視橫向交流與溝通，博士班的學長姐盡善的扮演兩種的角色。佺哲學長，是實驗室灑下最多青春與汗水的熱血學長。從弄壞儀器的挫折沮喪至享受畢業果實的甜美悸動，他與我一起灑下青春回憶在新竹的每個角落。林萱學姊，是負責任既細心的可愛學姊。從她身上學習不僅於學術見解還有那些年的八卦和電影日劇的看法。家賢學長，是個邏輯很好個性體貼的學長。他總是可以適時關心及建議，讓我覺得我不曾是一個人奮戰。瑋廷學長，是能力很強的溫和學長。總是一直幫著我，面對著無知的我時，他可以不急不徐的解釋給我聽，而這份從容成了我口試前的安全感。謝謝，你們付出的點滴。

而我的同儕，很高興與你們一起奮鬥，相信這兩年產生的革命情感使彼此都成長不少。詠盛，謝謝你無私的付出與信任，讓我感激至

今。峰菖，謝謝你幫忙和加油鼓勵，讓我可以順利完成這一切。健家，謝謝你的衝勁，讓我不是在實驗室獨自奮鬥，而是有人可以彼此相互監督和鼓勵。

還有感謝芳葦無私的幫助，讓我省去很多不必要的擔心與麻煩。道偉、珽凱、勃亨謝謝你們與我共創打籃球和一起開玩笑聊是非的時光。翊瑩、韋辰、若榕、詩涵、柏維，這些有活力的學弟妹們，謝謝你們與我一起胡鬧搞怪的時光，特別謝謝翊瑩實驗上的幫忙與協助。



# 目錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
致謝 .....	iii
目錄 .....	v
圖目錄 .....	vii
表目錄 .....	x
第一章 簡介 .....	1
第二章 實驗架構 .....	2
2.1 光激發螢光光譜(Photoluminescence spectra , PL) .....	2
2.2 時間解析光譜(Time-Resolved Photoluminescence , TRPL) .....	3
2.3. Hanbury-brown and Twiss (HB-T)干涉儀 .....	5
第三章 結果與討論 .....	8
3.1 光子晶體 D0 結構共振腔與量子井耦合特性 .....	8
3.1.1 光子晶體 D0 結構共振腔模態特性研究 .....	8
3.1.2 D0 共振腔光子晶體雷射的光學特性 .....	13
3.1.3 雷射速率方程式推導 .....	16
3.1.4 臨界功率(threshold power) .....	20

3.1.5 自發性輻射耦合效率( $\beta$ )與品質因子(Q)對雷射臨界功率的模擬 .....	21
3.1.6 光子晶體雷射實驗和理論分析 .....	22
3.1.7 變功率時間解析螢光光譜 .....	25
3.1.8 雷射激發不同位置的空間解析 .....	26
3.2 光子晶體 L3 結構共振腔內多重激子的相干性 .....	28
3.2.1 光子晶體 L3 結構共振腔 .....	28
3.2.2 多重激子的相干性(correlation of multi-excitonic states) .....	29
3.2.3 六能階模擬 .....	33
3.2.4 六能階系統模擬與實驗擬合 .....	38
第四章 結論 .....	39
參考文獻 .....	40

## 圖目錄

【圖 2.1】	光激發螢光系統。	2
【圖 2.2】	時間解析螢光系統。	3
【圖 2.3】	NIR-PMT 的儀器反應函數。	5
【圖 2.4】	APD 的儀器反應函數。	5
【圖 2.5】	HB-T 系統架設圖。	6
【圖 2.6】	兩個 APD 同時接受雷射光之比較圖。	7
【圖 3.1】	D0 結構光子晶體。	9
【圖 3.2】	不同 $r'/a$ 值共振腔模態模擬譜圖。	9
【圖 3.3】	D0 結構共振腔模態模擬場圖。	9
【圖 3.4】	(a)不同 $r'/a$ 的光子晶體，利用波長為 785 nm 連續波雷射 (CW) 的螢光光譜。(b)不同不同 $r'/a$ 的光子晶體，利用波長為 785 nm 脈衝雷射(Pulse)的螢光光譜。	10
【圖 3.5】	D0 結構 SEM 圖。	11
【圖 3.6】	(a)WG <sub>2,1</sub> 模擬場圖。(b)WG <sub>2,1</sub> 的 SNOM 結果。(c)Monopole 模擬場圖。(d)Monopole 的 SNOM 結果。(e)利用氦氖(HeNe)雷射激發的光譜圖。	12

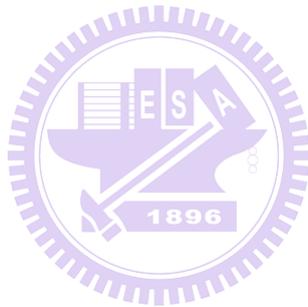
【圖 3.7】	(a)隨著功率上升功率，雷射模態的譜線圖。(b)利用線性 (linear) 函數擬合功率和強度線性分布圖。.....	13
【圖 3.8】	變功率譜線之擬合圖。.....	15
【圖 3.9】	光子晶體雷射分析模擬模型示意圖。.....	20
【圖 3.10】	不同自發性輻射耦合效率( $\beta$ )與臨界功率( $P_{th}$ )的關係圖。..	22
【圖 3.11】	品質因子(Q)與臨界功率( $P_{th}$ )的關係圖。.....	22
【圖 3.12】	改變自發性輻射耦合效率( $\beta$ )與實驗數據的擬合圖。.....	23
【圖 3.13】	不同功率下的時間解析光譜。.....	25
【圖 3.14】	功率與生命期關係圖。.....	25
【圖 3.15】	(a)雷射激發不同位置時， $WG_{2,1}$ 模態的強度分布圖。(b)在 $X=0.8 \mu m$ 時， $WG_{2,1}$ 模態縱向 Y 軸的強度分布圖。(c) 雷 射激發不同位置時，Monopole 模態的強度分布圖。(d) 在 $X=0.8 \mu m$ 時，Monopole 模態縱向 Y 軸的強度分布圖。..	27
【圖 3.16】	(a)光子晶體 L3 結構共振腔立體圖。(b)移動中心共振腔兩 旁的空氣柱調變共振腔。(c)由 SEM 拍攝的實際樣品圖。 .....	28
【圖 3.17】	(a)PL 光譜圖。(b)隨著功率上升，強度變化圖。.....	29
【圖 3.18】	(a)不同溫度下的 PL 譜線圖。(b)溫度與波長關係圖。 ....	30

【圖 3.19】 X1、X2 及 X3 的時間解析光譜圖。	.....31
【圖 3.20】 X1、X2 及 X3 彼此間的 HB-T 譜圖。	.....33
【圖 3.21】 六能階示意圖。	.....34
【圖 3.22】 模擬 $X^+$ 、X 及 $XX^+$ 彼此間的 HB-T 譜圖。	.....36
【圖 3.23】 (a) $X^+ \rightleftharpoons X$ (b) $X \rightleftharpoons X^+$ 示意圖。	.....37
【圖 3.24】 (a) $XX^+ \rightleftharpoons X$ (b) $X \rightleftharpoons XX^+$ 示意圖。	.....37
【圖 3.25】 (a) $XX^+ \rightleftharpoons X^+$ (b) $X^+ \rightleftharpoons XX^+$ 示意圖。	.....37
【圖 3.26】 模擬不同功率下 $g^{(2)}(\tau)$ 的改變，並擬合實驗數據。	.....38



## 表目錄

【表 3.1】光子晶體參數對照表.....	18
【表 3.2】D0 共振腔雷射參數.....	24



## 第一章 簡介

近年來，光電半導體的技術提升，各種光電元件也隨著各種應用被發明創新。其中，半導體雷射更是被廣泛的應用而成為人類日常生活中不可或缺的一部份。例如：光纖通訊、光學滑鼠、光碟機讀寫頭、印表機及雷射筆等。其中通訊網路中從電纜線進化成光纖通訊，更成為近年來科學家們的研究重點。

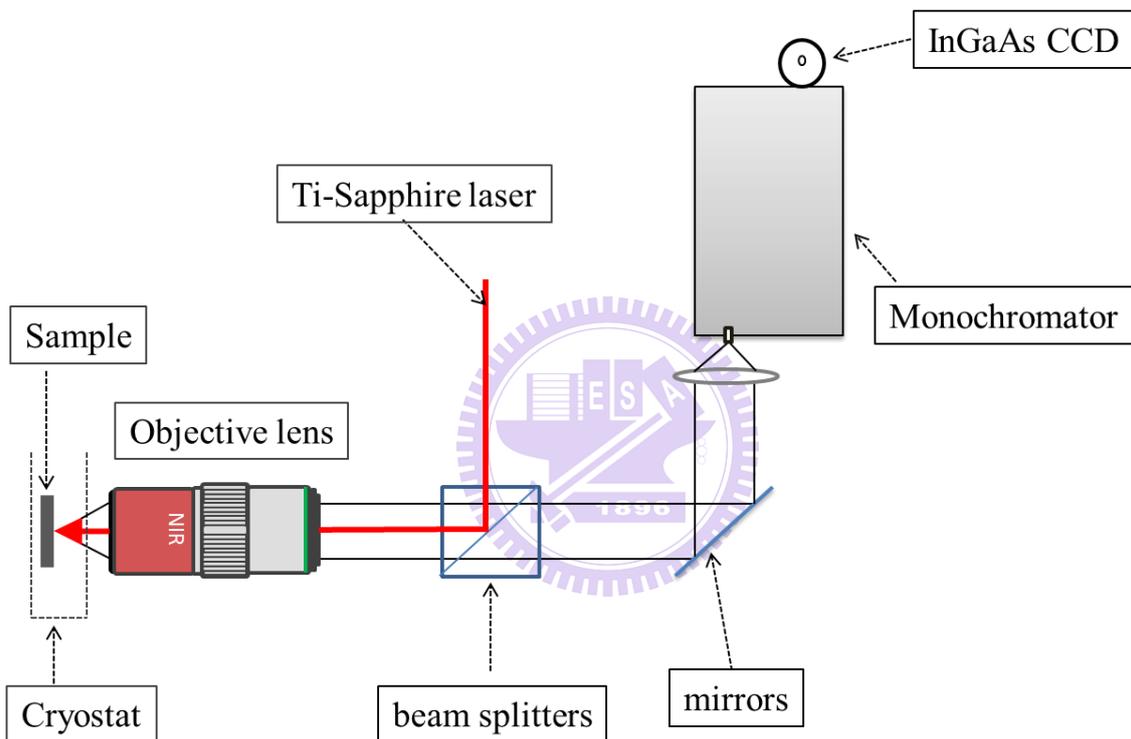
由於奈米製程技術的突破，許多傳統半導體雷射被微(奈)米共振腔的雷射所取代，其被應用在光通訊、光積體電路中的系統，常見的微(奈)共振腔半導體雷射有微型柱、微碟及光子晶體共振腔等結構，其中微型柱和微碟的變異性較低，無法藉由結構的調變來改善元件性能，而光子晶體共振腔具有高結構調變性，可藉由簡單結構調變來改善光子晶體共振腔性能。可製造出低臨界功率、高速操作[1]及高頻寬高效率的光子晶體半導體雷射。

另外關於半導體量子點發光源，被稱之非古典光源的研究，也是近年內廣泛被科學家所研究的課題。探討量子密碼學及量子計算，研究單一光子源對於這些量子訊息的傳遞，是不可或缺的。

## 第二章 實驗架構

### 2.1 光激發螢光光譜(Photoluminescence spectra, PL)

光激螢光光譜系統架設如【圖 2.1】所示。雷射光經過分光鏡分光，再經由物鏡聚焦至樣品。接著利用一透鏡蒐集螢光訊號至光譜儀，透過光譜儀分光後利用偵測器(InGaAs CCD)偵測訊號。

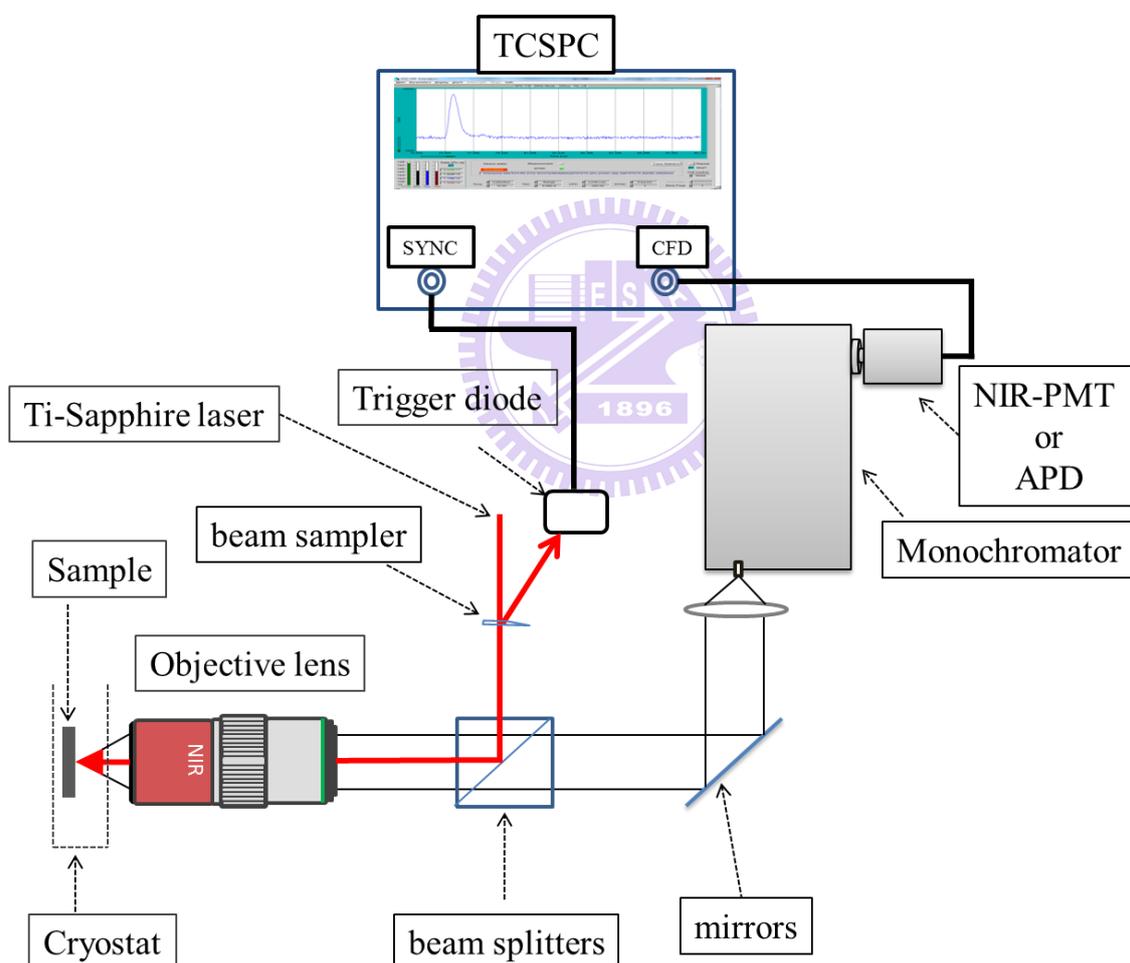


【圖 2.1】光激發螢光系統。

光激發螢光光譜的解析度主要取決於光譜儀本身，包括：光柵、焦距、及狹縫寬度。在考慮以上三項的影響以及訊號不失真的情況，可得最高解析度為每釐米 0.12 奈米(0.12 nm/mm)，利用此解析度來量測。

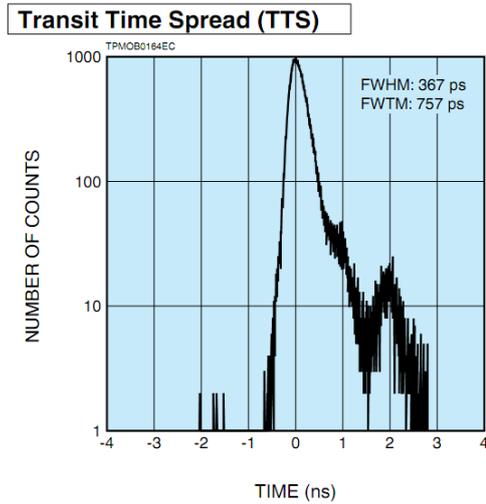
## 2.2 時間解析光譜(Time-Resolved Photoluminescence, TRPL)

時間解析光譜架設如【圖 2.2】所示。其架構與光激發螢光光譜系統類似，不同的是激發光源為脈衝雷射，先經過分光鏡將反射光入射至觸發二極體(trigger diode)將訊號接至時間相關單光子計數器(time-correlated single photon counting, TCSPC)的參考端(reference)，偵測器需選用具時間解析能力的超快偵測器，將可得到螢光訊號隨時間的衰減曲線。

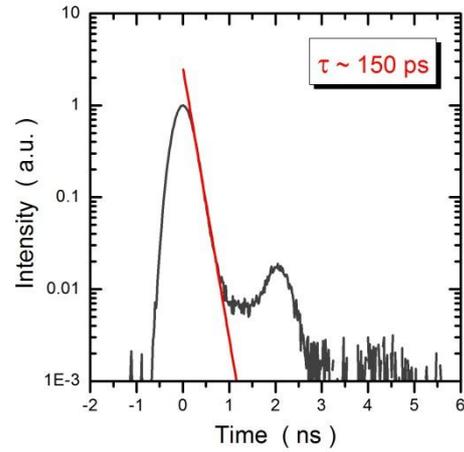


【圖 2.2】時間解析螢光系統。

時間解析光譜的解析度主要取決於偵測器的時間反應。在此我們因訊號發光波長分別使用兩個偵測器。其一為超快進紅外光電倍增管(near infrared photomultiplier tube, NIR-PMT)，適用於近紅外波段(950 nm 至 1700 nm)。其時間解析能力取決於傳輸時間分布(transit time spread, TTS)，如【圖 2.3(a)】，其傳輸的半高全寬(Full Width at Half Maximum, FWHM)為 296 皮秒(picosecond, ps)。為了得知系統的時間解析度，我們利用脈衝寬為 100 飛秒(femtosecond, fs)的鈦藍寶石(Ti-Sapphire)雷射來得到系統解析。將雷射波長調整至 958 nm 後蒐集雷射散射光得到時間衰減曲線如【圖 2.3(b)】。我們以單一自然指數衰減(single exponential decay)函數擬合數據，得到系統解析為 150 ps。所以我們僅可以量測在 150 ps 以上的載子生命期，並且當量測的生命期越接近系統解析，分析將會受到傳輸時間分布的影響而使訊號失真。其二為雪崩光電二極體(avalanche photodiode, APD)，適用於 400 nm 至 1000 nm 的波段。我們利用 Ti-Sapphire 脈衝雷射，波長為 750 nm，蒐集雷射散射光得到衰減曲線，如【圖 2.4】。利用單一自然指數衰減函數擬合數據，得到系統解析為 180 ps。

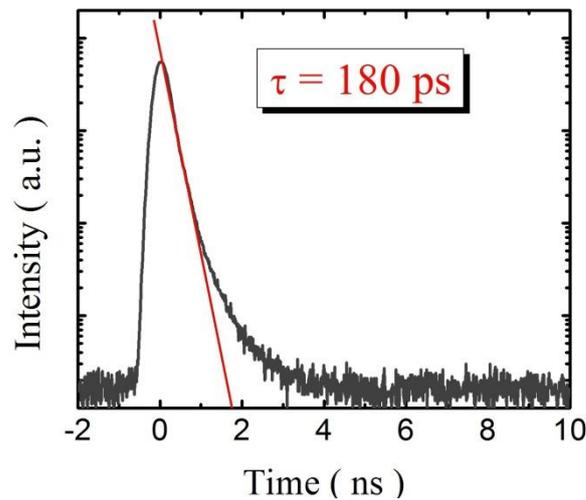


(a)



(b)

【圖 2.3】NIR-PMT 的儀器反應函數。

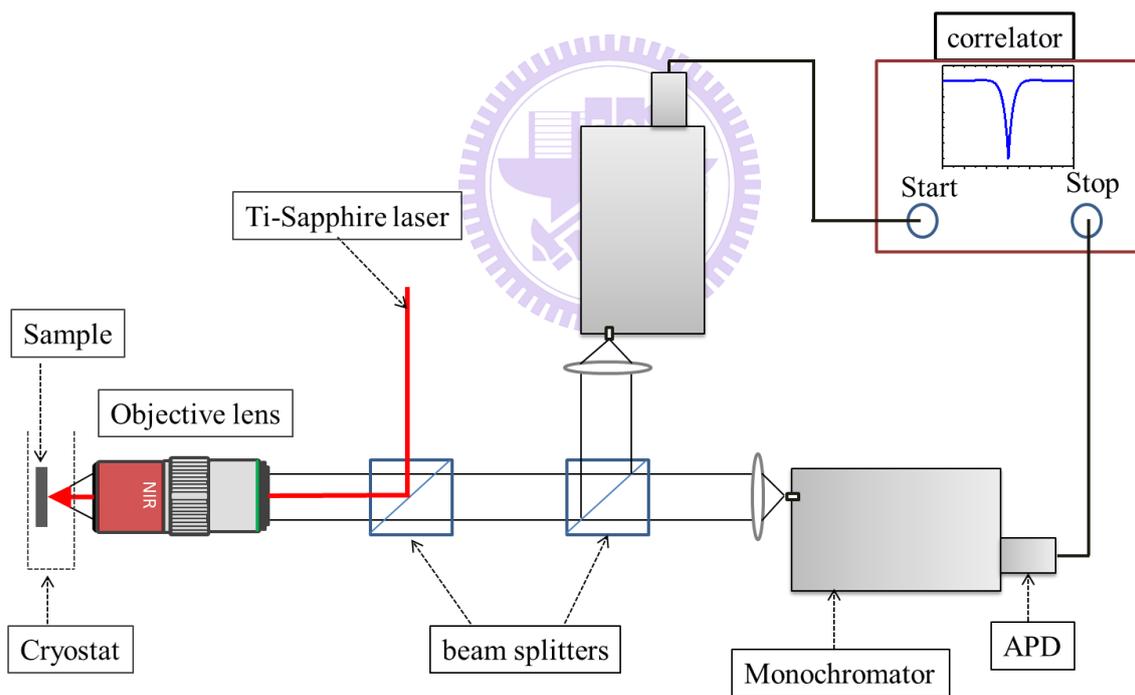


【圖 2.4】APD 的儀器反應函數。

### 2.3. Hanbury-brown and Twiss (HB-T)干涉儀

HB-T 干涉儀架設如【圖 2.5】，其架構與時間解析光譜系統類似，不同在於 HB-T 干涉儀需要兩個具時間解析的偵測器，在此我們使用兩個 APD，我們將可量測螢光訊號間的強度相干性。通常以第二相干函數  $g^{(2)}(\tau)$  來表示，其中  $\tau$  代表兩個偵測器所偵測到光子間的時間差，而相干特性  $g^{(2)}(\tau, \tau=0)$  可視

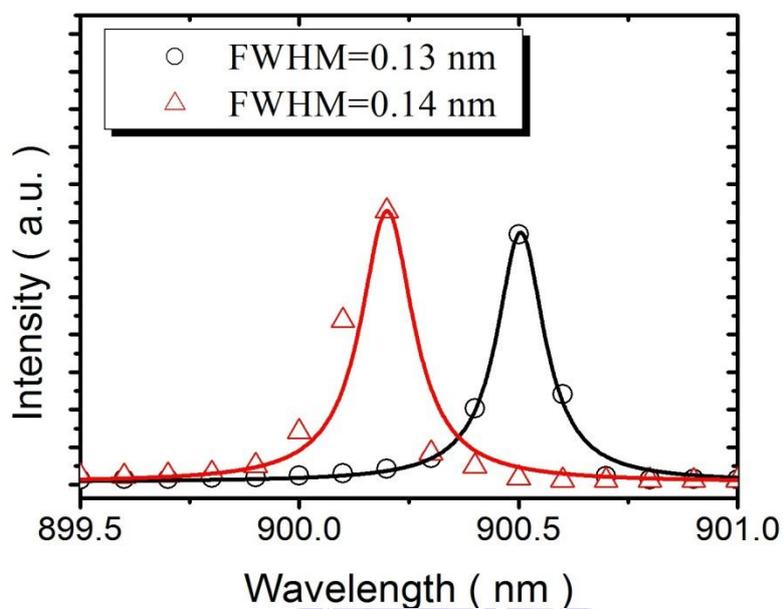
為兩個偵測器同時偵測到光子的機率。當  $g^{(2)}(\tau=0) > 1$  時，表示兩個偵測器同時偵測光子的機率增加，可以說是入射光子在時間上有正相干性。光子是玻色子(boson)，其在相同量子態時傾向聚集在同一能階而同時到達兩個偵測器，因此光子的正相干性又被稱作集束(bunching)效應。而量子光學理論不只解釋光子集束效應，同時也預測出在某些情況下會發生反集束(anti-bunching)效應。若系統有反擊束效應，則表示同一時間只會放出一顆光子，而這種系統被稱作單光子光源(single photon source)。



【圖 2.5】HB-T 系統架設圖。

HB-T 干涉儀的系統校正取決於兩個 APD 的解析度與強度的一致性，而透鏡聚焦的位置與入射波長有關。為了有效校準 HB-T 干涉儀，我們選在接近樣品發光位置，波長為 900 nm 雷射來當作校準的光源。【圖 2.6】為同

時接收到雷射光訊號，利用羅倫茲函數(Lorentzian function)擬合數據，觀察兩個訊號間的強度及 FWHM 的一致性，若兩個訊號間強度比例相差太大會使 HB-T 干涉儀的量測訊號失真。



【圖 2.6】兩個 APD 同時接受雷射光之比較圖。

## 第三章 結果與討論

本章節將分為兩部分討論。第一部分我們研究了半導體量子井與光子晶體 D0 共振腔的耦合關係。首先，我們利用實驗與模擬的比對，確認了此型共振腔的三種共振膜態。接著我們利用變功率的時間解析光譜探討光譜在雷射化(lasing)過程中的改變，並配合速率方程式的計算探討其中的物理。第二部分我們研究了光子晶體 L3 共振腔內量子點(quantum dots, QD)多重激子(multi-exciton)間的相干性(correlation)。我們利用變功率和變溫 PL 實驗辨別量子點與共振膜態訊號。接著利用時間解析 PL 及 HB-T 實驗觀察量子點發光的相干性，最後利用六階能量的速率方程式的計算探討其中的物理特性。

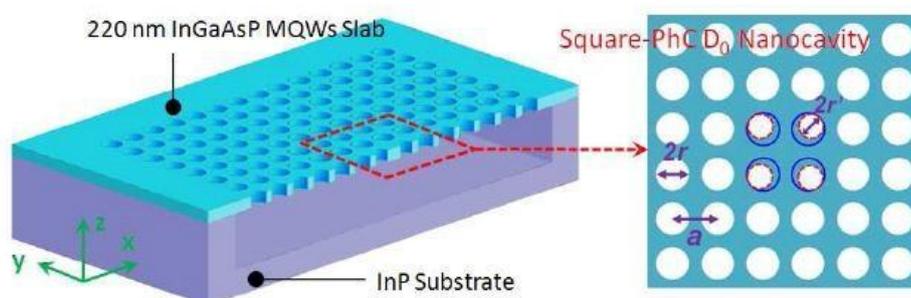


### 3.1 光子晶體 D0 結構共振腔與量子井耦合特性

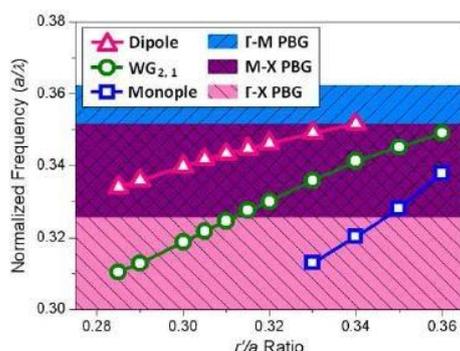
#### 3.1.1 光子晶體 D0 結構共振腔模態特性研究

實驗使用的試片是由交通大學光電工程學系李柏聰教授團隊所設計與製造。光子晶體 D0 結構共振腔為建立在方形晶格(square lattice)光子晶體架構下的共振腔結構。如【圖 3.1】所示，我們將中間的四個空氣柱向外移動後，將在四個空氣柱中心產生缺陷模態(defect mode)。在此我們利用 Bandsolve 方式求解 D0 結構缺陷模態的能量與場圖分佈[2]。如【圖 3.2】所

示，D0 結構中共存在三個不同的缺陷模態，能量由低到高分別為 monopole、 $WG_{2,1}$  及 dipole 三種模態，而其對應的場圖分佈則示於【圖 3.3】。

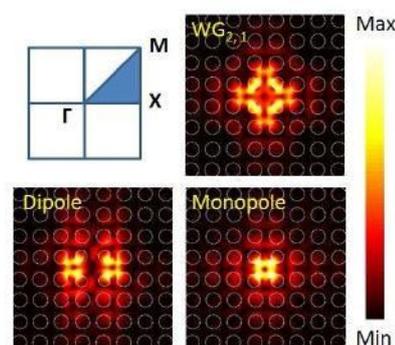


【圖 3.1】D0 結構光子晶體。



【圖 3.2】

不同  $r'/a$  值共振腔模態模擬譜圖。

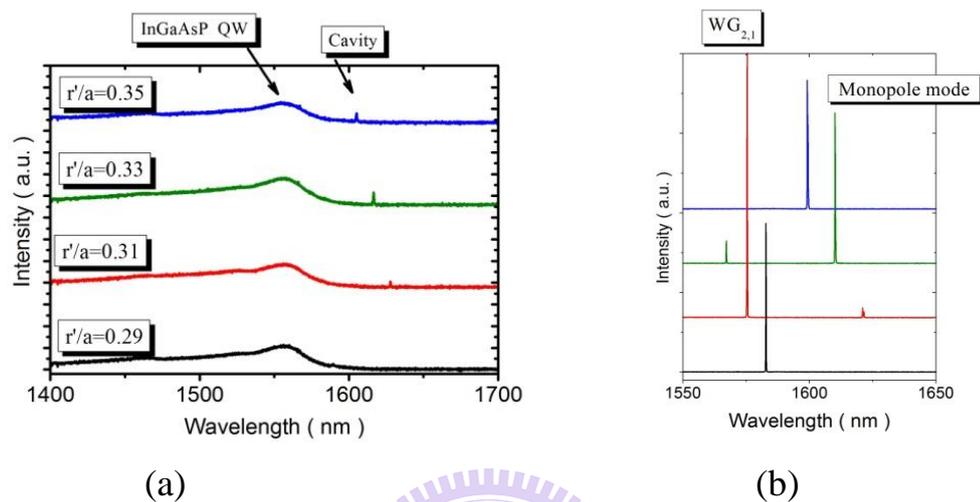


【圖 3.3】

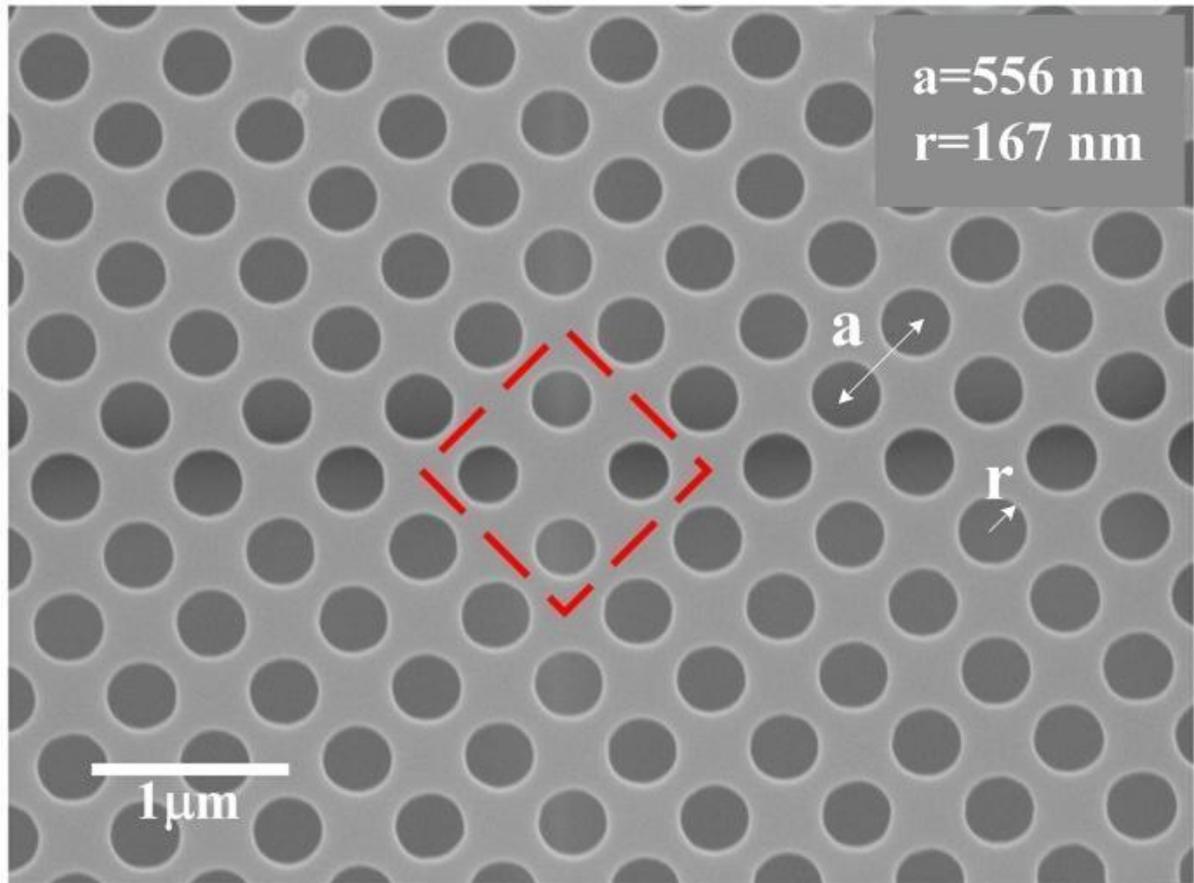
D0 結構共振腔模態模擬場圖。

為了瞭解光子晶體缺陷模態隨著  $r'/a$  的變化，我們利用波長為 785 nm 的脈衝雷射激發樣品，【圖 3.4(b)】為不同  $r'/a$  值的  $\mu$ PL 譜線圖。當  $r'/a$  值越大時，模態呈現藍移的現象。而【圖 3.4(a)】是利用 785 nm 的連續波 (continuous wave) 雷射激發樣品的譜線圖。從圖上顯示 1556 nm 處可以觀察到 InGaAsP 量子井及共振腔模態的發光。為了得知  $r$  和  $a$  的實際大小，我

們利用掃描電子束顯微鏡(scanning electron microscope, SEM)來觀察樣品的結構。【圖 3.5】在放大倍率為 20000X 的情況下觀察到  $r$  值為 171 nm， $a$  值為 500 nm。



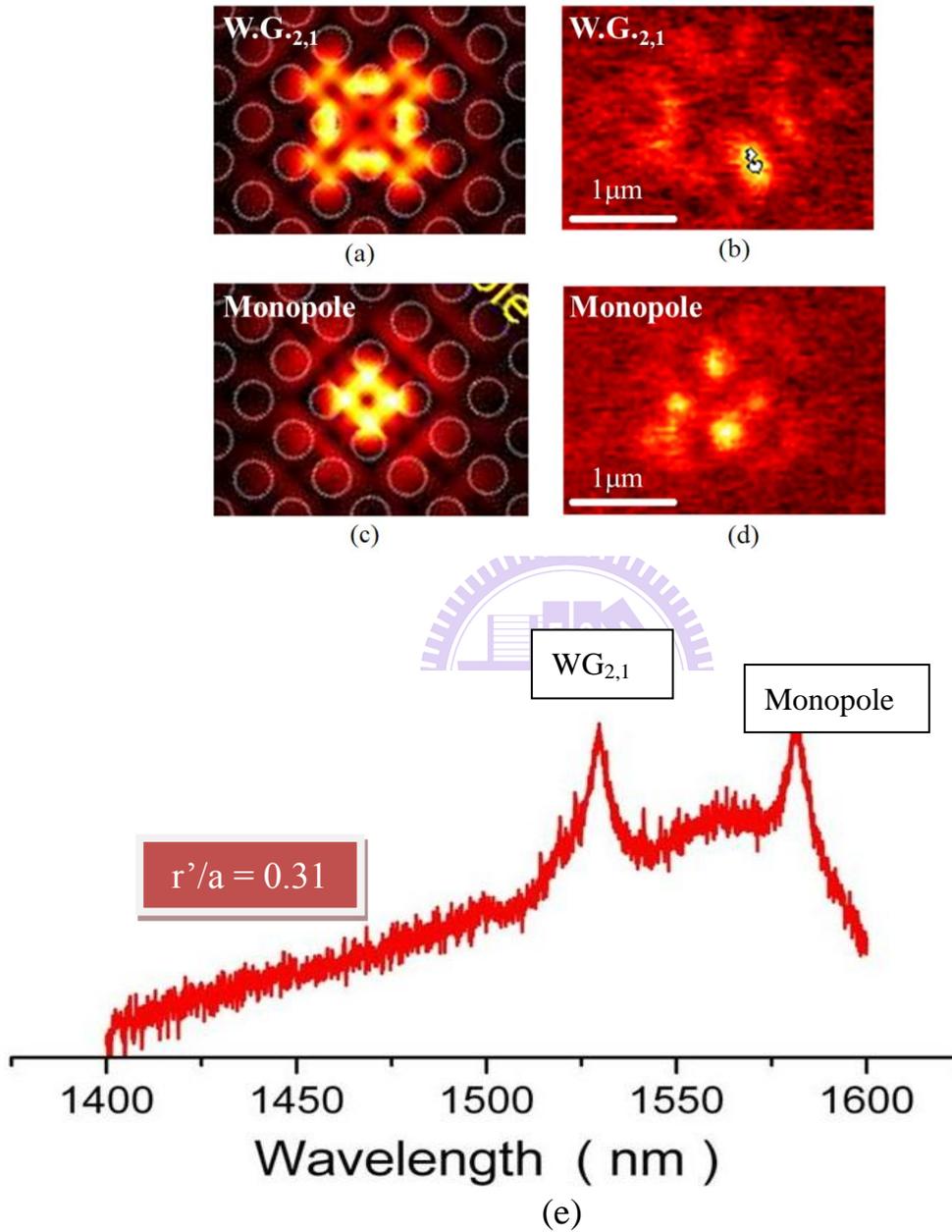
【圖 3.4】(a)不同  $r'/a$  的光子晶體，利用波長為 785 nm 連續波雷射(CW)的螢光光譜。(b)不同不同  $r'/a$  的光子晶體，利用波長為 785 nm 脈衝雷射(Pulse)的螢光光譜。



【圖 3.5】D0 結構 SEM 圖。

為了證實模擬以及  $\mu\text{PL}$  分析的正確性，在此我們利用近場光學顯微術 (scanning near-field optical microscopy, SNOM) 來解析光子晶體共振腔的場圖分佈。實驗中我們利用熔拉的光纖探針做為掃描的工具，在無鍍金屬的情況下對樣品做均勻的雷射激發。而樣品的發光則透過同一光纖探針收集後送至光譜儀並經由偵測器分析。【圖 3.6(e)】所示為氦氖(HeNe)雷射激發樣品收集而得的螢光訊號，由圖可清楚看到 InGaAsP QW 以及兩個光子晶體模態的發光，共振模態分別位於 1532.6 nm 以及 1581.6 nm。【圖 3.6(b)、(d)】所示為針對這兩個共振模態所做 SNOM 的掃描分析，由圖中的亮暗對比我們可清楚觀察出此兩者的不同，在與理論計算[2]比對後【圖 3.6(a)、(b)】，

我們確認了位於 1532.6 nm 的模態為  $WG_{2,1}$  而位於 1581.6 nm 的模態則為 monopole。

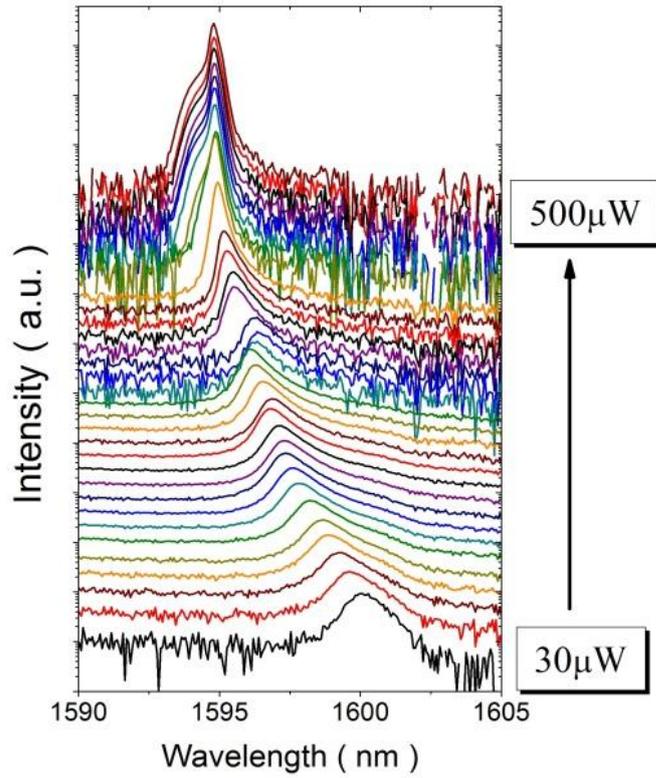


【圖 3.6】 (a) $WG_{2,1}$  模擬場圖。(b) $WG_{2,1}$  的 SNOM 結果。(c)Monopole 模擬場圖。(d)Monopole 的 SNOM 結果。(e)利用氦氖(HeNe)雷射激發的光譜圖。

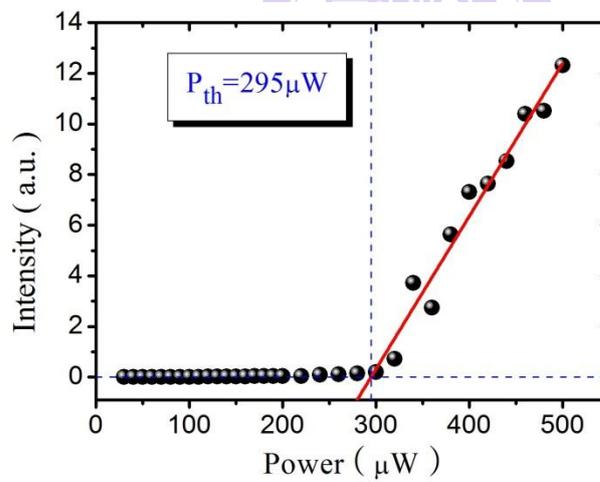
### 3.1.2 D0 共振腔光子晶體雷射的光學特性

#### 變功率光激發螢光光譜

在此我們利用變功率之光激發螢光光譜來觀察隨著激發功率上升樣品螢光的變化。【圖 3.7(a)】所示為隨著不同功率的  $\mu\text{PL}$  光譜，隨著激發功率的上升，缺陷模態有發光波長藍移、半高全寬(Full Width at Half Maximum, FWHM)變窄以及強度急遽上升的現象。【圖 3.7(b)】所示為功率對強度的線性關係，利用線性(linear)擬合觀察到臨界值功率(threshold power)約為 295  $\mu\text{W}$ 。【圖 3.8(a)-(c)】所示則為經羅倫茲函數擬合後所得到的發光波長、FWHM、以及發光強度的光輸出曲線(Light in - Light out curve)。發光波長隨激發功率上升而藍移的現象係由載子電漿效應(carrier plasma effect)造成的折射率下降所致[3]。而 FWHM 隨著功率變窄及強度對數關係的 L-L 曲線為 S 型(S shape)則是因為當功率變大時，提高載子居量反轉(Population inversion)的機率，從自發性輻射(spontaneous emission)轉換成激發性輻射(stimulated emission)而形成雷射所造成。



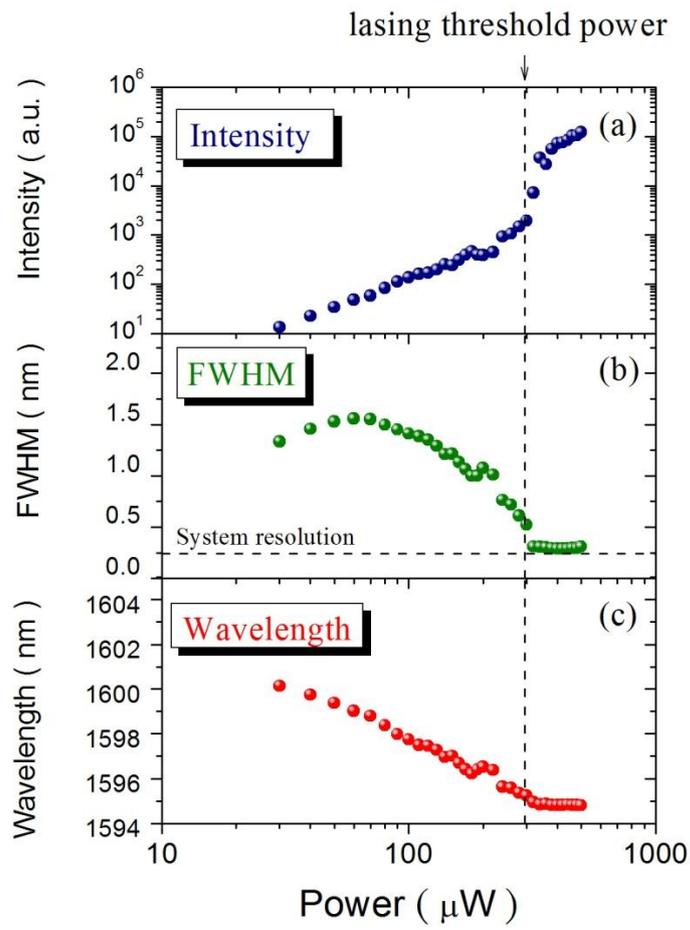
(a)



(b)

【圖 3.7】 (a)隨著功率上升功率，雷射模態的譜線圖。

(b)利用線性(linear)函數擬合功率和強度線性分布圖。



【圖 3.8】變功率譜線之擬合圖。

### 3.1.3 雷射速率方程式推導

本節將探討載子和光子於光子晶體共振腔內的行為，我們利用速率方程式(rate equation)來分析光子晶體雷射的特性。在穩態(steady state)條件下，計算自發性輻射和激發性輻射的變化，並推導光子晶體雷射臨界功率(lasing threshold power)。

從雷射方程式進行推導[4-7]，方程式(3.1.3-1)描述了光子晶體共振腔內的載子密度(carrier density)的變化，其邊界條件表示於方程式(3.1.3-2)，方程式(3.1.3-2)描述了光子晶體共振腔雷射模態光子密度(photon density)變化。

$$\frac{dN}{dt} = R_p - \frac{N}{\tau_{sp}} - C_A N^3 + DV^2 N - \Gamma V_g g(N)P \quad (3.1.3-1)$$

$$\frac{dP}{dt} = \Gamma V_g g(N)P + \beta \frac{N}{\tau_{sp}} - \frac{P}{\tau_p} \quad (3.1.3-2)$$

$$e N \nabla_s = - e \nabla \quad (\text{at semiconductor/air boundaries}) \quad (3.1.3-3)$$

$N$  和  $P$  分別代表載子密度和雷射模態光子密度， $R_p$  為激發速率(pumping rate)， $R_p$  的表示如方程式(3.1.3-4)。

$$R_p = \eta_i \frac{L_m \lambda_m}{hcV_a} \quad (3.1.3-4)$$

$\Gamma$  為侷限係數(confinement factor,  $\Gamma = \frac{V_a}{V_m}, V_m = 5.5 \left( \frac{\lambda_{out}}{2n_{eff}} \right)^3$ )、 $V_g$  為光子的群速度

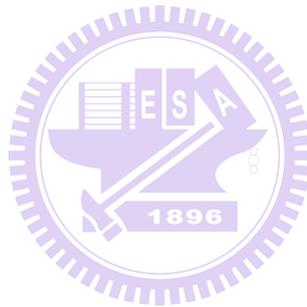
(group velocity,  $V_g = \frac{c}{n_{eff}}$ )、 $V_s$  為表面複合速率(surface recombination velocity)、

$C_A$  為歐傑複合係數(Auger recombination coefficient)、 $D$  為載子擴散係數(carrier diffusion constant)、 $\beta$ 為自發性輻射耦合效率(spontaneous emission coupling efficiency)、 $g(N)$ 為主動層的增益函數(gain function)，我們設為線性增益，表示為方程式(3.1.3-5)

$$g(N) = a(N - N_r) \quad (3.1.3-5)$$

$\tau_p$  為腔體內光子生命週期(photon lifetime)與光子晶體共振腔的品質因子有關，表示成方程式(3.1.3-6)

$$\tau_p = \frac{Q\lambda_{out}}{2\pi c} \quad (3.1.3-6)$$



【表 3.1】光子晶體參數對照表

參數	意義	單位	參數	意義	單位
$R_p$	激發速率 (pumping rate)	$m^{-3} sec^{-1}$	$N_{tr}$	透明點載子密度 (transparent carrier density)	$m^{-3}$
$\eta_i$	主動層吸收效率 (active region absorption efficiency)	%	$N_{th}$	臨界載子密度 (threshold carrier density)	$m^{-3}$
$\eta_0$	輸出功率效率 (output power efficiency)	%	$V_m$	模態體積 (lasing mode volume)	$m^3$
$a$	微分增益 (differential gain)	$m^2$	$V_a$	主動層體積 (the volume of active region)	$m^3$
$g(N)$	增益函數 (gain function)	$m^{-1}$	$Q$	品質因子 (quality factor)	
$\Gamma$	侷限係數 (confinement factor)		$n_{eff}$	有效折射率 (effective refraction index)	
$V_g$	光子群速度 (group velocity)	$m sec^{-1}$	$\tau_{sp}$	自發性輻射生命週期 (spontaneous emission lifetime)	sec
$V_s$	表面複合速率 (surface recombination velocity)	$m s^{-1}$	$\tau_p$	共振腔內光子生命週期 (photon lifetime)	sec
$\lambda_{in}$	雷射入射光波長 (input light wavelength)	m	$L_{in}$	輸入功率 (input power)	W
$\lambda_{out}$	螢光波長 (output light wavelength)	m	$L_{out}$	輸出功率 (output power)	W
$\beta$	自發性輻射耦合效率 (spontaneous emission coupling efficiency)	%	$L_{th}$	雷射臨界功率 (threshold power)	W

我們探討穩態條件下載子和光子密度(即微分項為 0)，利用方程式

(3.1.3-2)可得到載子和光子密度的關係(3.1.3-7)

$$N = \frac{\tau_{sp} (P + a N_{tr} \Gamma V_g \tau_p P)}{\tau_p (a \tau_{sp} \Gamma V_g P + \beta)} \quad (3.1.3-7)$$

再將方程式(3.1.3-4)代入(3.1.3-1)得光子密度與激發速率的關係式(3.1.3-8)

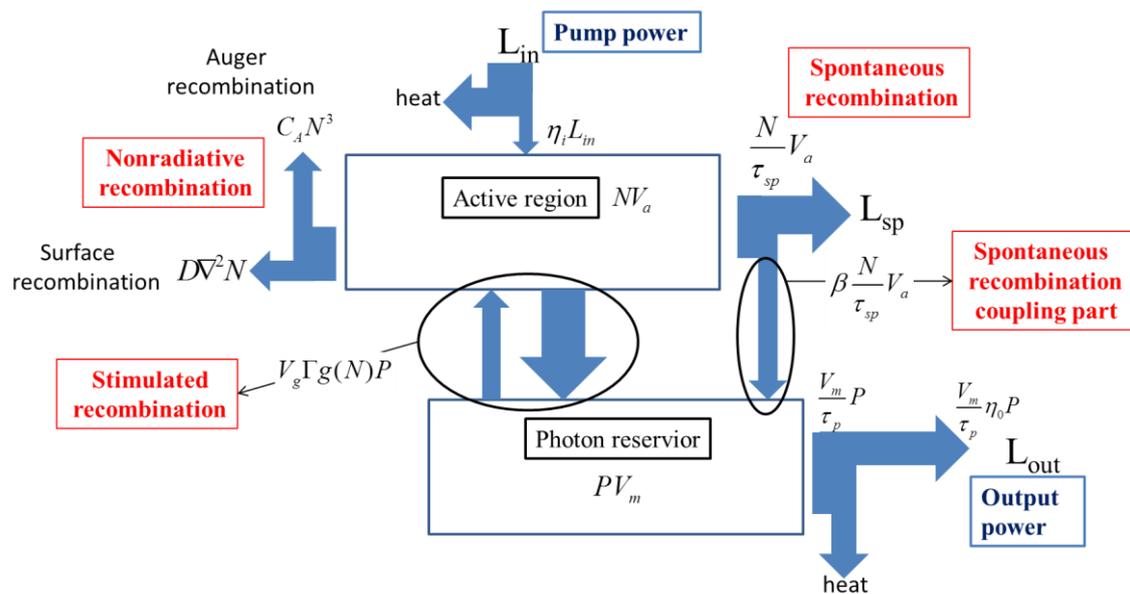
$$R_p = \frac{\tau_{sp}^3 C_A (P + a N_{tr} \Gamma V_g \tau_p P)^3}{\tau_p^3 (a \tau_{sp} \Gamma V_g P + \beta)^3} + \frac{P + a N_{tr} \Gamma V_g \tau_p P}{\tau_p (a \tau_{sp} \Gamma V_g P + \beta)} + \frac{V_s^2}{D} \tau_{sp} (P + a N_{tr} \Gamma V_g \tau_p P) + a \Gamma V_g P \left( -N_{tr} + \frac{\tau_{sp} (P + a N_{tr} \Gamma V_g \tau_p P)}{\tau_p (a \tau_{sp} \Gamma V_g P + \beta)} \right) \quad (3.1.3-8)$$

再由方程式(3.1.3-9)可獲得輸入功率和輸出功率的關係。

$$L_{out} = \frac{\eta_0 hc V_m P}{\lambda_{out} \tau_p} \quad (3.1.3-9)$$

關於光子晶體雷射參數計算，在此不加以敘述，如表面複合速率

(surface recombination velocity,  $V_s$ )、主動層吸收效率(active region absorption efficiency,  $\eta_i$ )、輸出功率效率(output power efficiency,  $\eta_0$ )等我們參考文獻記載[7]。藉此我們建立一個模型來分析光子晶體共振腔的機制，如【圖 3.9】所示。接著我們利用此模型，模擬光子晶體自發性輻射耦合效率( $\beta$ )對雷射特性的影響。



【圖 3.9】光子晶體雷射分析模擬模型示意圖。

### 3.1.4 臨界功率(threshold power)

臨界功率定義為，在穩態條件下，激發性輻射隨入射功率上升而增加，直到克服共振腔內的損失(photon loss rate)，此時對應的入射功率為臨界功率[6]，由臨界功率定義可得方程式(3.1.4-1)，求得臨界載子密度( $N_{th}$ )。

$$N_{th} = \frac{1}{\frac{V_m \beta}{\Gamma V_g a \tau_{sp}} + 1} \left( N_{tr} + \frac{V_a}{\Gamma V_g a \tau_p} \right) \quad (3.1.4-1)$$

在計算光子晶體雷射時，由於其具有較高的自發性輻射耦合效率，臨界功率又稱量子臨界點定義(quantum threshold definition)[6]，在此定義雷射臨界點(threshold point)伴隨著物理現象的轉換，例如：光場的時間同調性增加或是量子效益的提升等特性。使雷射由線性操作(linear regime)特性轉變為非線性操作(non-linear)特性，物理上定義腔體雷射模態內的平均光子數(mean photon number)等於 1，即  $p_{th}=1(p = \frac{P}{V_m})$ [6]代入求得臨界功率。利用方

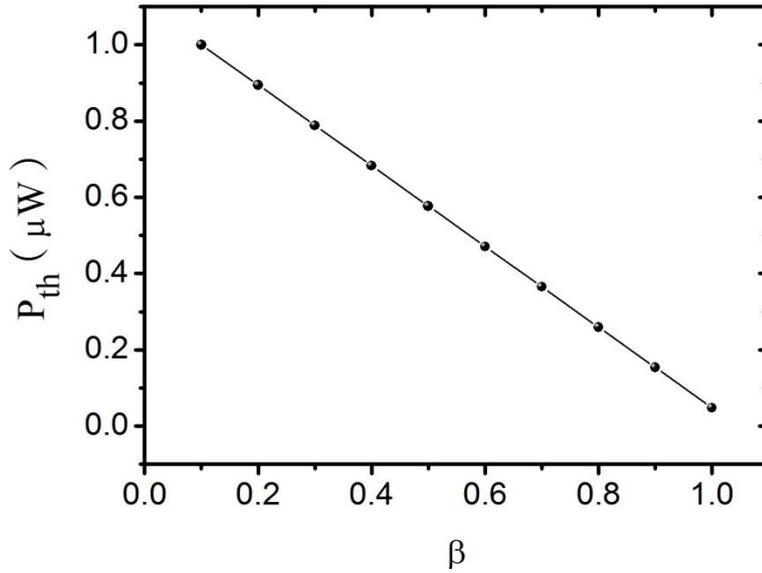
程式(3.1.3-1)、(3.1.3-2)、(3.1.3-3)進行化減求得方程式(3.1.4-2)

$$L_{th} = \frac{hcV_a}{\lambda_{in}\eta_i} \left[ \frac{(1-\beta)N_{th}}{\tau_{sp}} + C_A N_{th}^3 + D\nabla^2 N_{th} + \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (3.1.4-2)$$

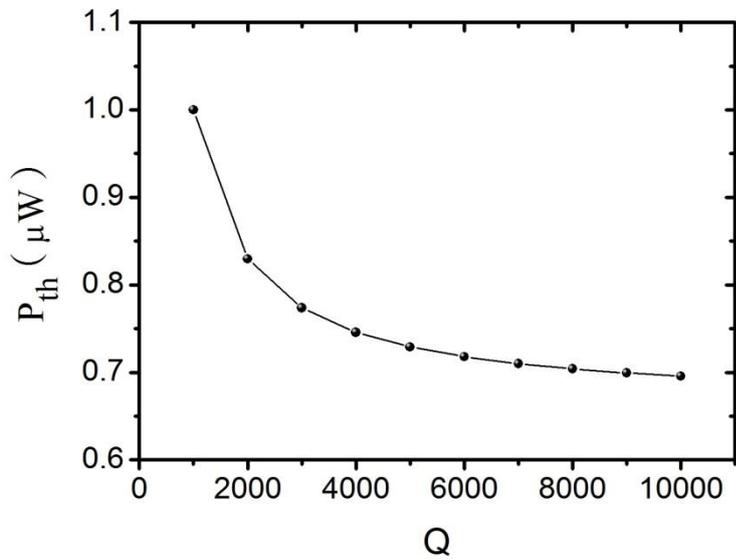
再將方程式(3.1.4-1)求得  $N_{th}$  帶入方程式(3.1.3-11)而得  $L_{th}$ 。

### 3.1.5 自發性輻射耦合效率( $\beta$ )與品質因子(Q)對雷射臨界功率的模擬

利用上述的模型，藉由調變自發性輻射耦合效率( $\beta$ )及品質因子(Q)對雷射臨界功率的影響。調變 $\beta$ 如【圖 3.10】所示，當自發性耦合效率越高，臨界載子密度越小，在低激發速率下，光子密度提升速度變快，其對應的臨界功率也會變小。由【圖 3.9】可以看出，自發性輻射耦合效率越大，使自發性輻射轉變成雷射模態的部分變大，相對的貢獻到雷射模態的光子數需求變少，因此透明點載子密度的載子量變少[8]，而造成臨界載子密度下降及雷射臨界功率降低的原因。調變 Q 如【圖 3.11】所示，由於 Q 值變高，使光子越不容易跑出腔體外，雷射模態內的光子數增多，而使得臨界功率下降的原因，但侷限的光子數到達一定數量時，而驅使著臨界功率平緩。



【圖 3.10】不同自發性輻射耦合效率( $\beta$ )與臨界功率( $P_{th}$ )的關係圖。

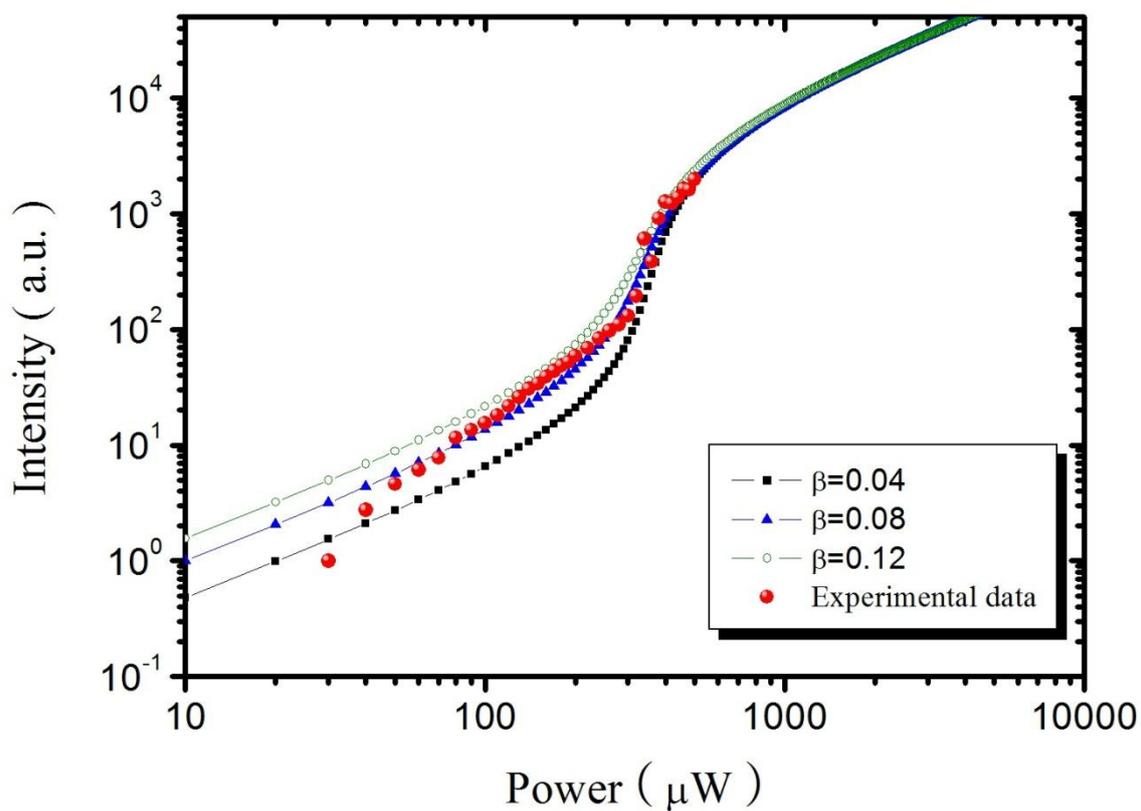


【圖 3.11】品質因子(Q)與臨界功率( $P_{th}$ )的關係圖。

### 3.1.6 光子晶體雷射實驗和理論分析

此部分主要分析光子晶體雷射實驗值和理論值的擬合，根據 D0 結構光子晶體的實驗結果將品質因子( $Q \sim 5000$ )和自發性輻射生命週期( $\tau_{sp} \sim 170$  ps)，而微分增益( $a$ )和透明點載子密度( $N_{tr}$ )是由材料特性決定，而在此參考文獻紀

載[7]。藉此改變 $\beta$ 值來擬合實驗數據，可以合理估計出共振腔雷射的自發性耦合效率( $\beta$ )為 0.08，如【圖 3.12】。而【表 3-2】為光子晶體雷射參數。



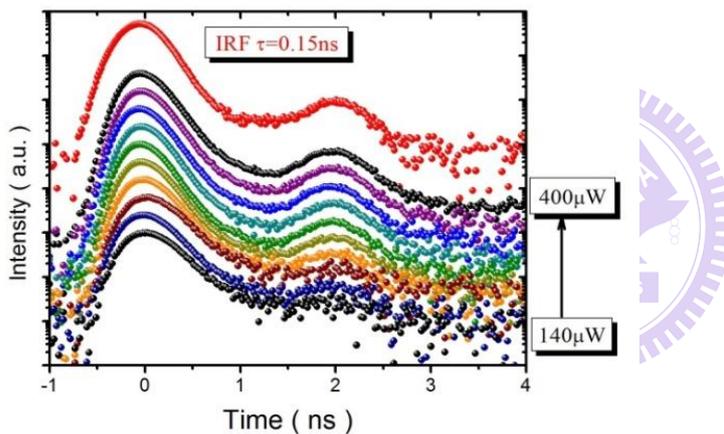
【圖 3.12】改變自發性輻射耦合效率( $\beta$ )與實驗數據的擬合圖。

【表 3.2】 D0 共振腔雷射參數

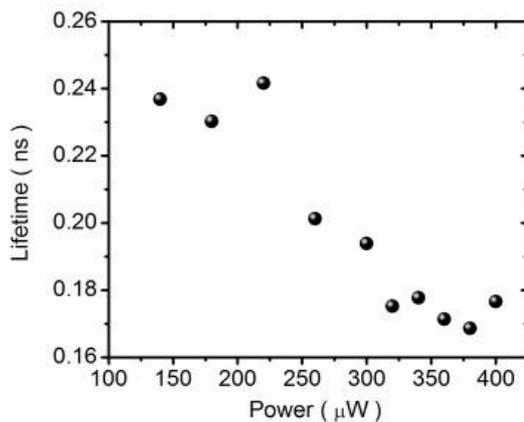
參數	意義	數值
$N_{tr}$	transparent carrier density	$1.5 \times 10^{24} (\text{m}^{-3})$
$N_{th}$	threshold carrier density	$1.64 \times 10^{24} (\text{m}^{-3})$
$a$	differential gain	$1 \times 10^{-19} (\text{m}^2)$
$\lambda_{in}$	input light wavelength	$638 \times 10^{-9} (\text{m})$
$\lambda_{out}$	output light wavelength	$1595 \times 10^{-9} (\text{m})$
$\eta_i$	active region absorption efficiency	0.11
$\eta_0$	output power efficiency	0.02
$V_a$	the volume of active region	$1.29 \times 10^{-20} (\text{m}^3)$
$V_m$	lasing mode volume	$7.10 \times 10^{-20} (\text{m}^3)$
$V_g$	group velocity	$8.82 \times 10^7 (\text{m}^{-1} \text{s})$
$\Gamma$	confinement factor	0.18
$\tau_p$	photon lifetime	$4.23 \times 10^{-12} (\text{s})$
$\tau_{sp}$	spontaneous emission lifetime	$0.17 \times 10^{-9} (\text{s})$
$Q$	quality factor	5000
$C_A$	Auger recombination coefficient	$2.5 \times 10^{-41} (\text{m}^6 \text{s}^{-1})$
$V_s$	surface recombination velocity	$2 \times 10^2 (\text{ms}^{-1})$
$D$	carrier diffusion constant	$2 \times 10^{-4} (\text{m}^2 \text{s}^{-1})$

### 3.1.7 變功率時間解析螢光光譜

接著我們利用時間解析螢光光譜來瞭解功率隨著生命期(lifetime)的變化。【圖 3.13】是不同功率下的時間解析光譜。【圖 3.14】利用單一指數函數(single exponential decay)擬合曲線，結果指出當功率增大時，生命期越短。此因功率變大載子密度變多，非輻射複合速率變快，造成載子損失(carrier loss)的程度越大[7]，載子生命期就越短。其中非輻射複合包含歐傑非輻射複合和表面非輻射複合。



【圖 3.13】不同功率下的時間解析光譜。



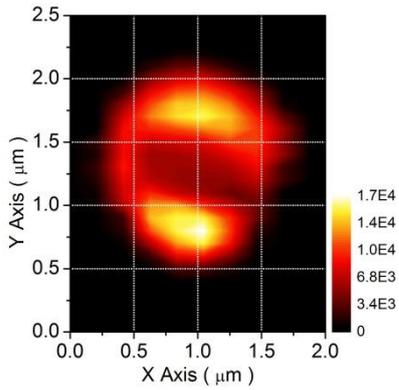
【圖 3.14】功率與生命期關係圖。

### 3.1.8 雷射激發不同位置的空間解析

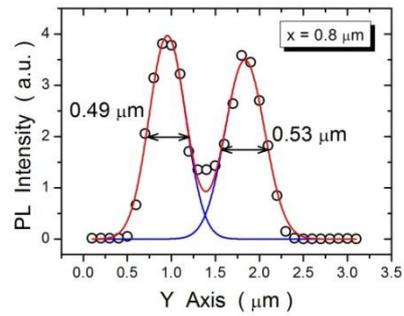
從【圖 3.4(b)】在特定的  $r'/a$  會有 W.G.和 Monopole 模態同時產生，為了釐清模態的產生是否和雷射激發位置有關，我們利用雷射激發不同位置的實驗。我們使用數值孔徑(Numerical Aperture, N.A.)為 0.9 的 100X 物鏡，從繞射極限的公式，如方程式 3.1.8-1

$$D = 1.22 \frac{\lambda}{\sin\theta} = 1.22 \frac{\lambda}{N.A.} \quad 3.1.8-1$$

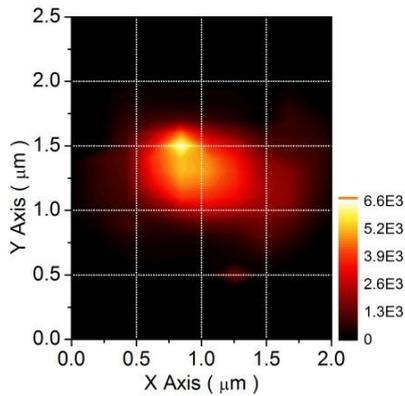
D 為雷射光聚焦點的直徑， $\lambda$  為雷射光的波長，因此可以推算出系統可解析的極限為  $1.02 \mu\text{m}$ 。【圖 3.15】為雷射激發不同位置的強度分布圖。【圖 3.15(a)】觀察到當雷射激發在 W.G.<sub>2,1</sub> 模態時，對其模態作空間解析強度圖，形成上下強度較強的環狀圖。而【圖 3.15(c)】雷射激發在 Monopole 模態時，對其模態作空間解析，強度形成以中心強度最強的強度分布圖。得知雷射激發不同的位置其影響不同模態的產生。【圖 3.15(b),(d)】分別為當  $X = 0.8 \mu\text{m}$  (Y 有強度極大值)，Y 的強度分布圖。利用高斯(Gaussian)函數擬合，觀察到強度分布圖的平均半高寬為  $0.53 \mu\text{m}$  小於系統可解析的極限。這是由於光子晶體雷射光輸出曲線的非線性輸出所額外得到的優點，在此我們發現隨著雷射激發不同的位置，而造成不同模態的 lasing。



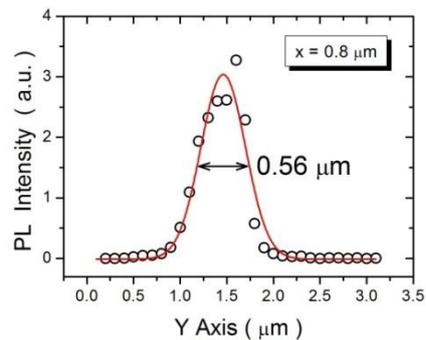
(a)



(b)



(a)



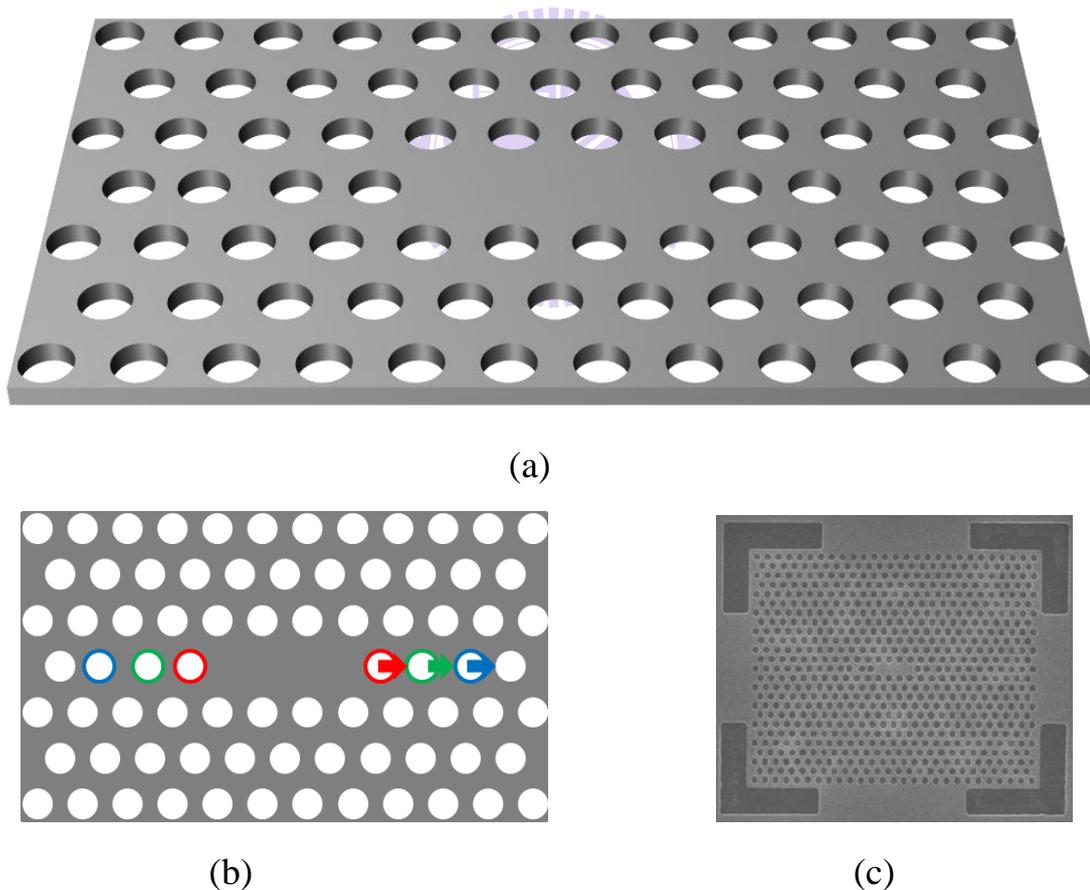
(d)

【圖 3.15】(a)雷射激發不同位置時， $WG_{2,1}$  模態的強度分布圖。(b)在  $X=0.8 \mu\text{m}$  時， $WG_{2,1}$  模態縱向  $Y$  軸的強度分布圖。(c) 雷射激發不同位置時，Monopole 模態的強度分布圖。(d) 在  $X=0.8 \mu\text{m}$  時，Monopole 模態縱向  $Y$  軸的強度分布圖。

## 3.2 光子晶體 L3 結構共振腔內多重激子的相干性

### 3.2.1 光子晶體 L3 結構共振腔

實驗使用的試片是由交通大學光電工程學系李柏聰教授團隊所設計與製造。光子晶體 L3 結構共振腔[9]建立在三角形晶格(triangular lattice)光子晶體架構下的共振腔結構。如【圖 3.16(a)】所示，將中心一直線的三個空氣柱去除所構成，藉由移動左右三個空氣柱的距離，如【圖 3.16(b)】來調變中心形成的缺陷模態(defect mode)。【圖 3.16(c)】為 SEM 拍攝的實際樣品圖。

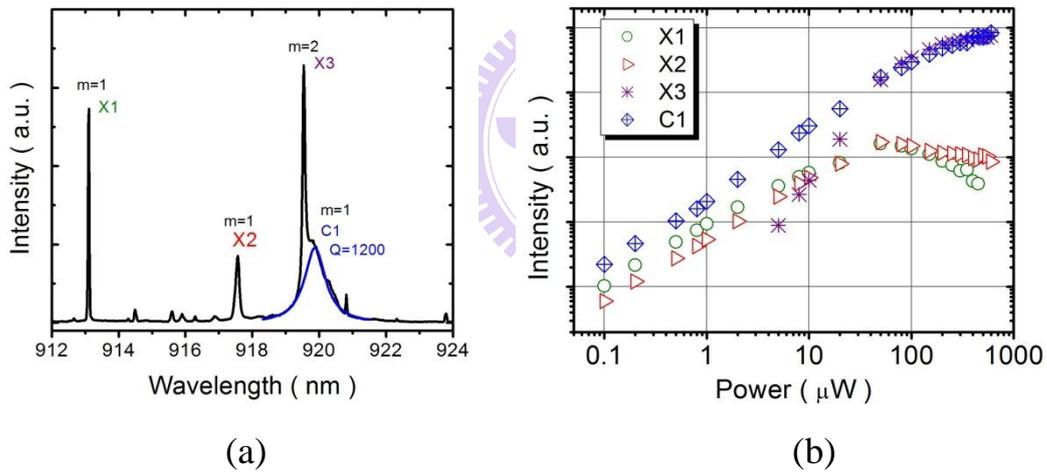


【圖 3.16】(a)光子晶體 L3 結構共振腔立體圖。(b)移動中心共振腔兩旁的空氣柱調變共振腔。(c)由 SEM 拍攝的實際樣品圖。

### 3.2.2 多重激子的相干性(correlation of multi-excitonic states)

#### 變功率的光激發發光光譜

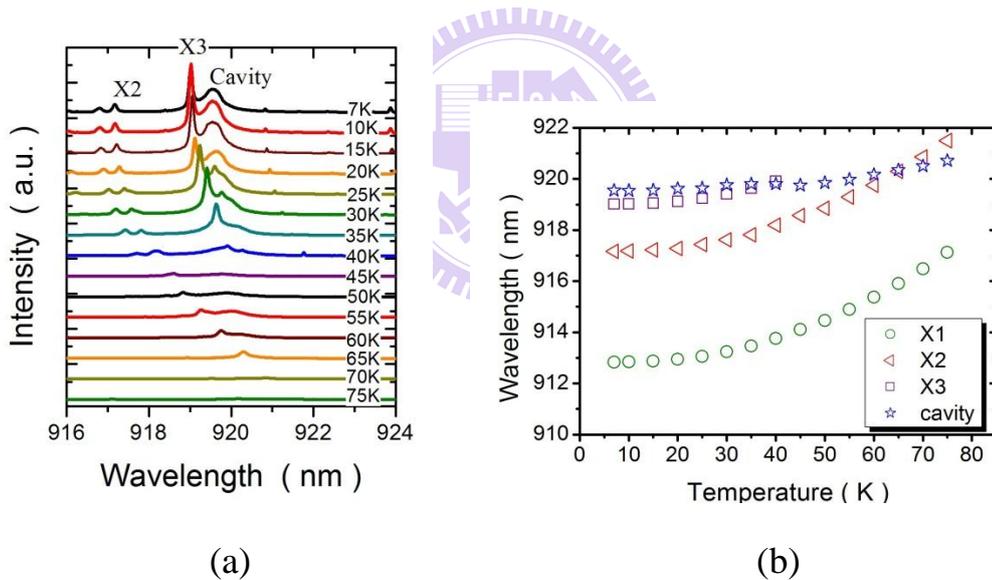
首先，為了觀察量子點和共振腔模態隨著功率上升與強度的關係，我們利用鈦藍寶石(Ti-Sapphire)連續波(continuous wave, CW)雷射，波長為 750 nm 當作激發光源，【圖 3.17(a)】所示為功率 20  $\mu\text{W}$  的螢光光譜圖。【圖 3.17(b)】所示為 0.1  $\mu\text{W}$  至 600  $\mu\text{W}$  利用羅倫茲(Lorentzian)函數分析強度對功率的關係圖。觀察到 X1、X2、C1 的強度與功率成線性關係(斜率為 1)，X3 成平方關係(斜率為 2)。



【圖 3.17】 (a)PL 光譜圖。(b)隨著功率上升，強度變化圖。

### 變溫光激發螢光光譜

接著為了辨別量子點和共振腔模態訊號，利用溫度變化來觀察。【圖 3.18(a)】是不同溫度的光譜圖，觀察到 X1、X2、X3 及 C1 訊號皆紅移。利用羅倫茲函數來擬合譜線，如【圖 3.18(b)】所示，溫度從 7K 至 40K，X1、X2、X3 的紅移量為 1 nm，C1 紅移量為 0.3 nm，由此可推斷出 C1 為共振腔模態訊號。當溫度上升時，量子點與共振腔模態受溫度紅移成因不同而有不同的偏移量。半導體材料的能隙(band gap)會變小，使得量子點發光波長紅移；共振腔模態受折射率(refractive index)的改變，使得模態波長紅移。

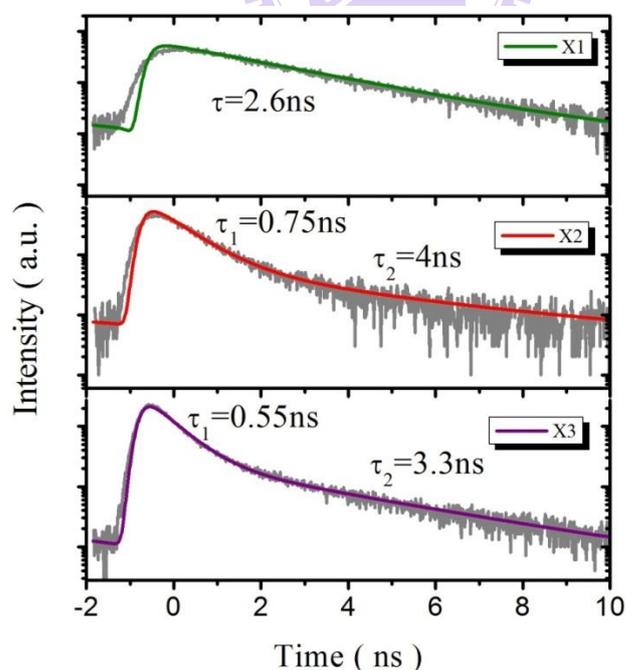


【圖 3.18】(a)不同溫度下的 PL 譜線圖。(b)溫度與波長關係圖。

### 時間解析螢光光譜

探討多重激子的相干性，激子的生命期(lifetime)扮演很重要角色。我們利用 Ti-Sapphire 的脈衝雷射，波長為 750 nm 激發樣品來探測量子點訊號的生命期。【圖 3.19】所示為 X1、X2 與 X3 的生命期，可以觀察到 X1 單一自

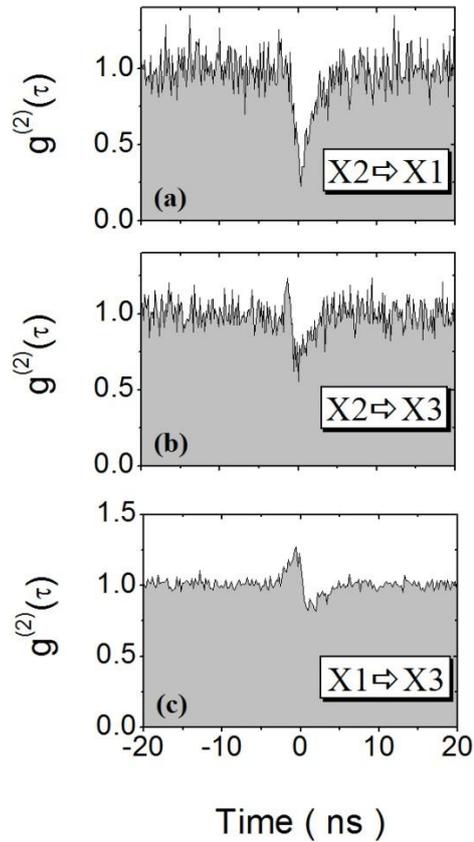
然指數(single exponential)生命期，X2 和 X3 是雙重自然指數(double exponential)生命期。利用儀器反應函數(Instrument Response Function , IRF)與自然指數(exponential)函數的褶積(convolution)來擬合，其中 X1 生命期為 2.6 ns，X2 的生命期分別為 0.75 ns 和 4 ns。X3 生命期為 0.55 ns 和 3.3 ns。X1 量子點的生命期較於典型量子點生命期(1 ns)還長，此因是 X1 發光能量位於光子晶體的能隙(energy gap)內，其抑制 X1 放光使得生命期較長。反之，X2 與 X3 受共振腔模態的影響，提高 X2 與 X3 的發光速率，使其生命期較於典型量子點生命期短。而 X2 和 X3 為兩段生命期的成因，我們推測可能是受到明激子(bright exciton)和暗激子(dark exciton)的影響[13]或 X2 及 X3 受共振腔影響使生命期有雙重自然指數的行為，在此並未詳細論述。



【圖 3.19】X1、X2 及 X3 的時間解析光譜圖。

## HB-T 光譜

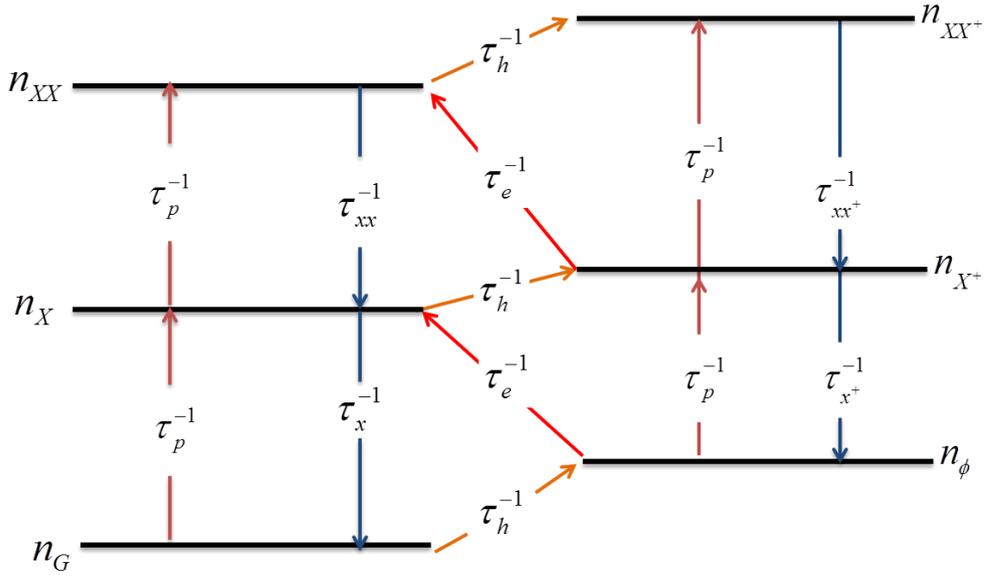
為了能夠辨別 X1、X2 及 X3 各個能階，我們利用 HB-T 的實驗來判斷。使用 Ti-Sapphire 連續波(CW)雷射，波長為 750 nm，低功率(20  $\mu$ W)激發樣品來觀察訊號相干性。【圖 3.20】為 X1、X2 及 X3 彼此間的交叉相干性(cross correlation)，【圖 3.20(a)】觀察正時間軸演化，從  $g^{(2)}(\tau=0)$  至  $g^{(2)}(\tau=20)\approx 1$  的上升斜率與負時間軸演化( $g^{(2)}(\tau=0)\rightarrow g^{(2)}(\tau=-20)\approx 1$ )相較，負時間軸演化的上升斜率較於正時間軸的大。再加上變功率實驗得知，X1 及 X2 斜率皆為 1 來推斷，X2 為激子(exciton, X)，X1 為帶電激子(charged exciton, trion,  $X^*$ )。接著從變功率實驗得知，X3 斜率為 2，推斷 X3 為雙激子(biexciton, XX)或帶電雙激子(charged biexciton,  $XX^*$ )。【圖 3.20 (b)】 bunching 峰值往負時間軸演化的斜率相較於【圖 3.20(c)】來的大，代表 X3 轉變成 X2 的機率小於 X3 轉變成 X1，因此推斷出 X3 為帶電雙激子(charged biexciton,  $XX^*$ )。接著從 X 與  $X^*$  的能量間距[10]判斷出， $X^*$  為帶正電激子( $X^+$ )。最後得到 X1 為帶正電激子( $X^+$ )，X2 為激子(X)，X3 為帶正電雙激子( $XX^+$ )，而下節將討論其物理機制。



【圖 3.20】 X1、X2 及 X3 彼此間的 HB-T 譜圖。

### 3.2.3 六能階模擬

探討上述實驗的物理機制，我們利用六能階的模型來解釋之[11]。【圖 3.21】為六能階系統的示意圖。利用此模型列各個能階的速率方程式(rate equation)，如方程式(3.2.3-1(a))，將此方程式(3.2.3-1(a))改寫成矩陣型式(3.2.3-1(b))，解  $6 \times 6$  矩陣的本徵值(eigenvalue)及本徵函數(eigen function)。



【圖 3.21】六能階示意圖。

$$\begin{cases}
 \frac{dn_G}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_h}\right)n_G + \frac{1}{\tau_x}n_x \\
 \frac{dn_\phi}{dt} = \frac{1}{\tau_h}n_G - \left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_e}\right)n_\phi + \frac{1}{\tau_{x^+}}n_{x^+} \\
 \frac{dn_x}{dt} = \frac{1}{\tau_p}n_G + \frac{1}{\tau_e}n_\phi - \left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_x} + \frac{1}{\tau_h}\right)n_x + \frac{1}{\tau_{xx}}n_{xx} \\
 \frac{dn_{x^+}}{dt} = \frac{1}{\tau_p}n_\phi + \frac{1}{\tau_h}n_x - \left(\frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_{x^+}} + \frac{1}{\tau_h}\right)n_{x^+} + \frac{1}{\tau_{xx^+}}n_{xx^+} \\
 \frac{dn_{xx}}{dt} = \frac{1}{\tau_p}n_x + \frac{1}{\tau_p}n_{x^+} - \left(\frac{1}{\tau_{xx}} + \frac{1}{\tau_h}\right)n_{xx} \\
 \frac{dn_{xx^+}}{dt} = \frac{1}{\tau_p}n_{x^+} + \frac{1}{\tau_h}n_{xx} - \frac{1}{\tau_{xx^+}}n_{xx^+}
 \end{cases} \quad (3.2.3-1(a))$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} n_G \\ n_\phi \\ n_x \\ n_{x^+} \\ n_{xx} \\ n_{xx^+} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\tau_p^{-1} + \tau_h^{-1}) & 0 & \tau_x^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ \tau_h^{-1} & -(\tau_p^{-1} + \tau_e^{-1}) & 0 & \tau_{x^+}^{-1} & 0 & 0 \\ \tau_p^{-1} & \tau_e^{-1} & -(\tau_p^{-1} + \tau_x^{-1} + \tau_h^{-1}) & 0 & \tau_{xx}^{-1} & 0 \\ 0 & \tau_p^{-1} & \tau_h^{-1} & -(\tau_p^{-1} + \tau_{x^+}^{-1} + \tau_e^{-1}) & 0 & \tau_{xx^+}^{-1} \\ 0 & 0 & \tau_p^{-1} & \tau_p^{-1} & -(\tau_{xx}^{-1} + \tau_h^{-1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau_p^{-1} & \tau_h^{-1} & -\tau_{xx^+}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_G \\ n_\phi \\ n_x \\ n_{x^+} \\ n_{xx} \\ n_{xx^+} \end{bmatrix} \quad (3.2.3-1(b))$$

從時間解析光譜分析得知 $\tau_x^+$ 、 $\tau_x$ 、及 $\tau_{xx}^+$ ，而無法得知 $\tau_{xx}$ 、 $\tau_e$ 、及 $\tau_h$ ，我們合理的將 $\tau_{xx}$ 、 $\tau_e$ 、及 $\tau_h$ 假設如方程式 3.2.3-2[12]。我們可以調變入射功率的大小，即入射光的生命期( $\tau_p$ )，生命期越短，功率越大，反之亦然。

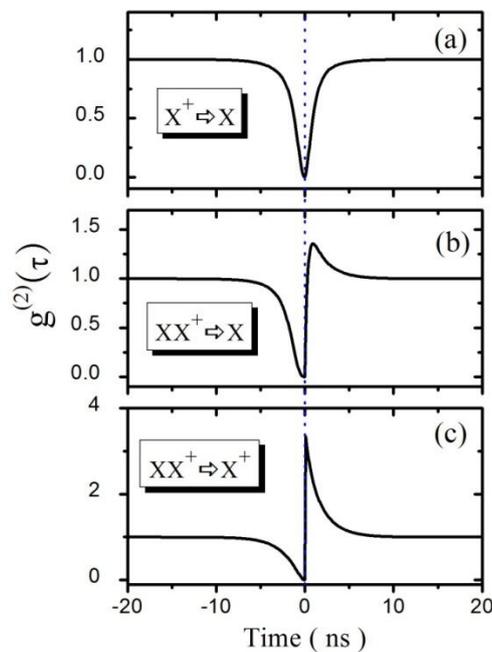
$$\tau_{xx} = 0.5\tau_x, \tau_e = 1.2\tau_p, \tau_h = 0.08\tau_p \quad (3.2.3-2)$$

利用上述關係式模擬 $\tau_x$ 、 $\tau_x^+$ 、及 $\tau_{xx}^+$ 彼此間的 cross correlation，如【圖 3.22】。【圖 3.22(a)】 $X^+ \rightleftharpoons X$  正時間軸演化時，在觀察  $X^+$  發光後再接收到  $X$  發光的機率( $g^{(2)}(\tau, \tau > 0)$ )，示意的物理圖像為【圖 3.23(a)】，當  $X^+$  發光時，需要再捕捉一個電子形成  $X$  發光，而有 anti-bunching 現象。 $X^+ \rightleftharpoons X$  負時間的演化時，在觀察  $X$  發光後再接受到  $X^+$  發光的機率( $g^{(2)}(\tau, \tau < 0)$ )，當  $X$  發光時，需再捕捉一個電子兩個電洞形成  $X^+$  發光，而有 anti-bunching 現象，其物理圖象為【圖 3.23(b)】。從此過程可以推斷  $g^{(2)}(\tau, \tau > 0)$  的機率大於  $g^{(2)}(\tau, \tau < 0)$ ，因此觀察正時間軸演化，從  $g^{(2)}(\tau, \tau = 0)$  回復到  $g^{(2)}(\tau, \tau = 20) = 1$  的時間，會快於負時間軸從  $g^{(2)}(\tau, \tau = 0)$  回復到  $g^{(2)}(\tau, \tau = -20) = 1$  的時間，導致正時間軸演化的斜率相較於負時間軸大。

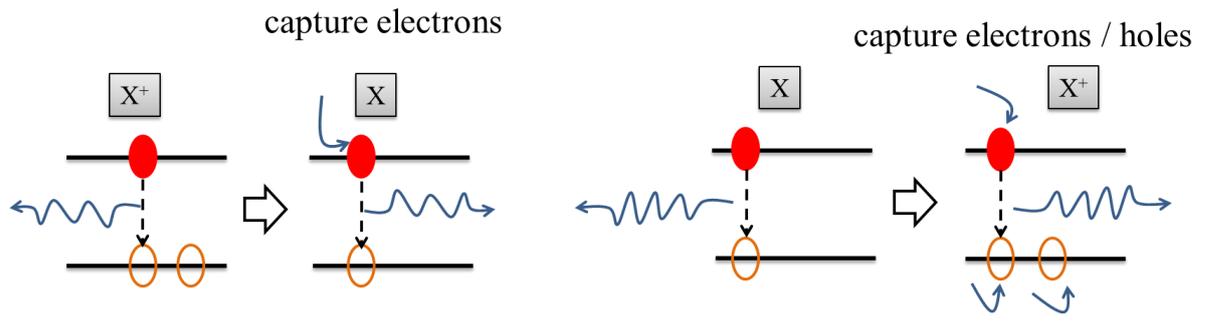
【圖 3.22(b)】 $XX^+ \rightleftharpoons X$  的正時間演化在觀察  $XX^+$  發光後再接收到  $X$  發光的機率( $g^{(2)}(\tau, \tau > 0)$ )，示意的物理圖像為【圖 3.24(a)】，當  $XX^+$  發光時，會有兩種方式產生以  $X$  發光。其一是會以  $XX$  立即形成  $X$  的形式發光而產生了 bunching 現象，如【圖 3.24(a)-I】；其二是會以  $X^+$  發光再捕捉一個電子形

成 X 發光，如【圖 3.24(a)-II】，因為  $\tau_{XX^+} < \tau_X$ ，所以結果是【圖 3.24(a)-I】  
 在主導而有 bunching 現象。 $XX^+ \rightleftharpoons X$  於負時間軸演化時，代表在觀察 X 發  
 光後再接收到  $XX^+$ 發光的機率( $g^{(2)}(\tau, \tau < 0)$ )，示意物理圖像為【圖 3.24(b)】，  
 當  $X^+$ 發光時，需再捕捉三個電洞兩個電子形成  $XX^+$ ，產生 anti-bunching 現  
 象。

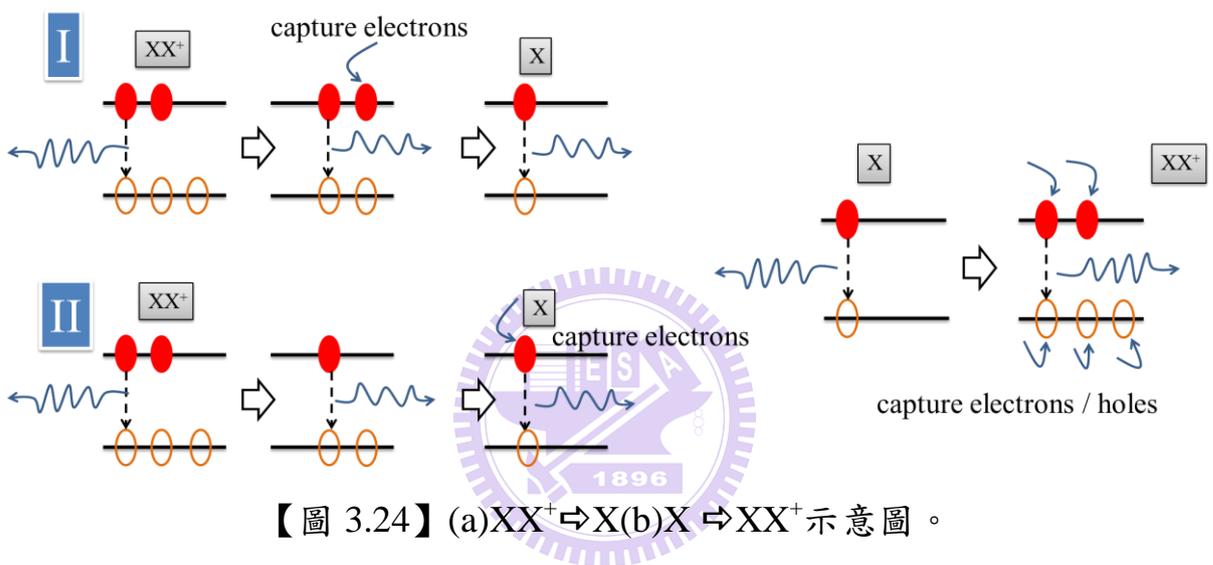
【圖 3.22(c)】 $XX^+ \rightleftharpoons X^+$ 於正時間軸演化時，代表在觀察  $XX^+$ 發光後再  
 接收到  $X^+$ 發光的機率( $g^{(2)}(\tau, \tau > 0)$ )，示意物理圖像為【圖 3.25(a)】，當  $XX^+$   
 發光時，立即形成  $X^+$ 的型式再發光，而有 bunching 現象發生。 $XX^+ \rightleftharpoons X^+$ 於  
 負時間軸演化時，是在觀察  $X^+$ 發光後再接收到  $XX^+$ 發光的機率( $g^{(2)}(\tau, \tau < 0)$ )，  
 示意物理圖像為【圖 3.25(b)】，當  $X^+$ 發光時，需要一段時間捕捉電子電洞，  
 再以  $XX^+$ 的形式發光，而有 anti-bunching 現象發生。



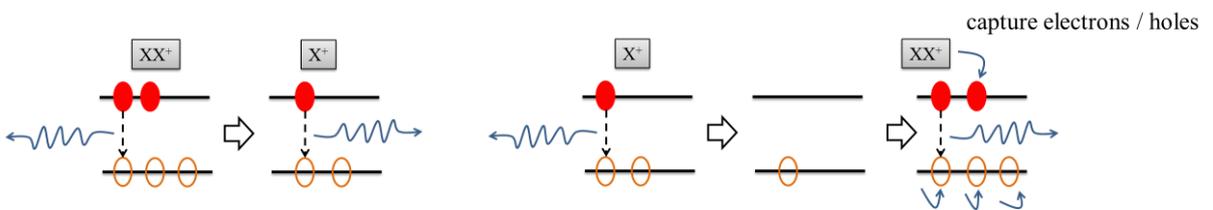
【圖 3.22】模擬  $X^+$ 、 $X$  及  $XX^+$ 彼此間的 HB-T 譜圖。



【圖 3.23】(a) $X^+ \rightleftharpoons X$ (b) $X \rightleftharpoons X^+$ 示意圖。



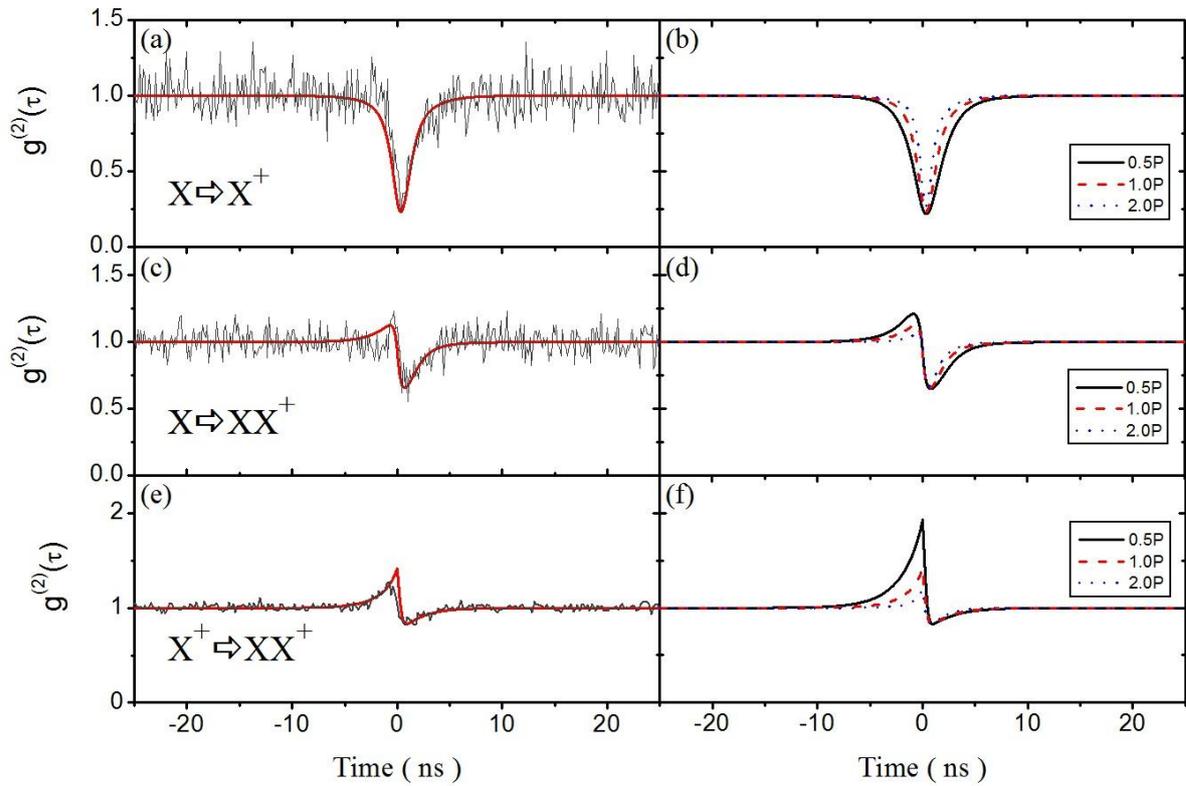
【圖 3.24】(a) $XX^+ \rightleftharpoons X$ (b) $X \rightleftharpoons XX^+$ 示意圖。



【圖 3.25】(a) $XX^- \rightleftharpoons X^-$ (b) $X^- \rightleftharpoons XX^-$ 示意圖。

### 3.2.4 六能階系統模擬與實驗擬合

利用上述的模型，調變 $\tau_p$ 的大小，加上 $g^{(2)}(\tau)$ 與高斯函數的摺積和實驗時量測的背景(dark count)值來擬合實驗數據，如【圖 3.26】，當 $\tau_p=8$  ns 時(1.0P)最擬合譜線。從模擬 $g^{(2)}(\tau)$ 及方程式 3.2.3-2 觀察到隨著激發功率的增加，其影響 $\tau_e$ 和 $\tau_h$ 較大而造成每個能階停留的時間不同而產生 $g^{(2)}(\tau)$ 的改變。



【圖 3.26】模擬不同功率下 $g^{(2)}(\tau)$ 的改變，並擬合實驗數據。

## 第四章 結論

我們利用變功率螢光光譜探討以量子井當主動層的光子晶體 D0 共振腔雷射的特性。藉由建立一個模型來分析光子晶體共振腔雷射，由雷射速率方程式推導，引用量子臨界功率的定義，探討自發性輻射耦合效率和品質因子對雷射臨界功率的關係，並擬合實驗數據，推斷出自發性耦合效率值為 0.08。接著我們以量子點當主動層的光子晶體 L3 共振腔，探討其多重激子的相干性。藉由變功率及變溫辨別量子點與共振腔訊號，接著利用 HB-T 實驗判斷出量子點的能階。因此建立了六能階模型，利用時間解析光譜的分析量子點生命期當作參數，來模擬  $g^{(2)}(\tau)$  函數並解釋其物理機制。最後再利用  $g^{(2)}(\tau)$  與高斯函數摺積加上實驗量測的背景值，進行改變功率擬合，觀察到隨著激發功率的增加  $g^{(2)}(\tau)$  的改變，而推斷出激發速率生命期 ( $\tau_p$ ) 為 8 ns 為最擬合數據。

## 参考文献

- [1] Intel Technology Journal, Vol. 8, 2 (2004)
- [2] Tsan-Wan Lu, Pin-Tso Lin, Kuan-Un Sio, and Po-Tsung Lee, “Square lattice photonic crystal point-shifted nanocavity with lowest-order whispering-gallery mode”, Opt.Express, Vol.18, No.3, 2566 (2010)
- [3] S. Murata, A. Tomita, and A. Suzuki, “Influence of Free Carrier Plasma Effect on Carrier-Induced Refractive Index Change for Quantum-Well Lasers”, IEEE Photon. Technol. Lett., Vol.5, 16 (1993)
- [4] L.A.Coldren, and S.W.Corzine, Diode Laser and Photonic Integrated Circuits, Wiley, New York (1995)
- [5] Hatice Altug and Jelena Vučković, “Photonic crystal nanocavity array laser”, Opt. Express, Vol.13, No.22, 8819-8828 (2005)
- [6] G. Bjork and Y. Yamamoto, “Definition of a laser threshold”, Phys. Rev. A, Vol. 50, No. 2,1675 (1994)
- [7] Kengo Nozaki, Shota Kita and Toshihiko Baba, “Room temperature continuous wave operation and controlled spontaneous emission in ultrasmall photonic crystal nanolaser”, Opt. Express. Vol. 15, 7506 (2007)
- [8] G. Bjork and Y. Yamamoto, “Analysis of Semiconductor Microcavity Lasers Using Rate Equations”, IEEE J. Quantum Electron.Vol.27, No.11, 2386 (1991).
- [9] Yoshihiro Akahane, Takashi Asano, Bong-Shik Song, and Susumu Noda, “High-Q photonic nanocavity in a two dimensional photonic crystal”, Nature, Vol.425, 944 (2003)

- [10]Y. Igarashi, M. Shirane, Y. Ota, M. Nomura, N. Kumagai, S. Ohkouchi, A. Kiriwara, S. Ishida, S. Iwamoto, S. Yorozu, and Y. Arakawa, “Spin dynamics of excited trion states in a single InAs quantum dot”, Phys. Rev. B, Vol. 81, 245304 (2010)
- [11]J. Persson, T. Aichele, V. Zwiller, L. Samuelson, and O. Benson, “Three-photon cascade from single self-assembled InP quantum dots”, Phy. Rev. B, Vol. 69, 233314 (2004)
- [12]E. Moreau, I. Robert, L. Manin, V. Thierry-Mieg, J. M. Gérard, and I. Abram, “Quantum Cascade of Photons in Semiconductor Quantum Dots”, Phys. Rev. L. , Vol. 87, No. 18, 183601 (2001)
- [13]Paul A. Dalgarno, Jason M. Smith, Brian D. Gerardot, Alexander O. Govorov, Khaled Karrai, Pierre M. Petroff, Richard J. Warbuton, “Dark exciton decay dynamics of a semiconductor quantum dot”, phys. stat. sol. (a), No. 14, 2591 (2005)