

# 國立交通大學

光電工程系

碩 士 論 文

有效率多通道光纖布拉格光柵設計的演算法

An Efficient Algorithm for Multichannel Fiber Bragg Grating Designs



研 究 生：張郁欣

指 導 教 授：陳瓊華 教授

中 華 民 國 九 十 九 年 六 月

有效率多通道光纖布拉格光柵設計的演算法  
An Efficient Algorithm for Multichannel Fiber Bragg Grating Designs

研究生：張郁欣

Student : Yu-Hsin Chang

指導教授：陳瓊華

Advisor : Chyong-Hua Chen

國立交通大學  
光電工程系  
碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Photonics & Institute of Electro-Optical Engineering

College of Electrical Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electro-Optical Engineering

June 2010

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十九年六月

# 有效率多通道光纖布拉格光柵設計的演算法

學生：張郁欣

指導教授：陳瓊華

國立交通大學光電工程學系（研究所）碩士班

## 摘 要

本論文提出一個應用於分波多工通訊系統中的多通道光纖布拉格光柵元件設計演算法。由於使用於分波多工通訊系統中的光纖布拉格光柵元件其各個通道特性除了中心波長、常數相位和群延遲不同外，其他之反射光譜特性皆相同，因此我們可將此元件之多通道反射光譜視為擁有不同中心波長的單通道反射光譜疊加。透過使用離散剝皮法我們發現光纖布拉格光柵反射光譜和其對應之光柵耦合係數具有近似傅立葉轉換關係，因此多通道光柵耦合係數可以藉由疊加一系列被載以因不同中心波長而產生之射頻載波於某一單通道的光柵耦合係數而獲得。為了配合目前光纖布拉格光柵的製程技術，透過模擬熱退火法我們最佳化各個通道之常數相位及群延遲以減緩光柵結構的複雜度。接著使用優化所得之常數相位及群延遲建構此元件之實際多通道反射光譜特性，並以離散剝皮法計算獲得此元件的多通道光柵耦合係數。此演算法的優化參數為常數相位及群延遲，與通道個數相關，相較於目前文獻上的演算法皆與光譜的切割波長數相關，此法具有較低之演算量。最後，我們使用所提出之演算法，設計應用於分波多工通訊系統中的十六通道無色散濾波器及十六通道色散補償濾波器。

# **An Efficient Algorithm for Multichannel Fiber Bragg Grating Designs**

Student : Yu-Hsin Chang

Advisors : Dr. Chyong-Hua Chen

Institute of Electro-Optical Engineering  
National Chiao Tung University

## **ABSTRACT**

We present a novel approach to synthesize multichannel fiber Bragg gratings (FBGs) for the applications of wavelength division multiplexing (WDM) optical communication systems. A multichannel fiber Bragg grating has the same reflection spectrum in each channel except the center wavelength, constant phase and group delay of each channel and thus we view this multichannel reflection spectrum as the superposition of these single channel reflection spectra with different center wavelengths. Based on approximate Fourier transform relation between the reflection spectrum and corresponding coupling coefficient in discrete layer-peeling method, the coupling coefficients for this multichannel design become a superposition of the coupling coefficients of each single channel multiplied by a carrier wave with the carrier frequency relevant to its center wavelength. From the point of view of practical fabrication, we utilize the simulated annealing algorithm to optimize constant phases and group delay of channels to reduce the complexity of the designed FBG structure. The final realistic reflection spectrum implemented with these optimal phases and group delays is then obtained and the corresponding coupling coefficients are calculated by using discrete layer-peeling method. In this method, the optimized parameters are constant phases and group delays of all channels, related to the number of channels but not wavelength sampling number, and therefore the algorithmic complexity is significantly reduced. Two examples of a 16-channel dispersion-free and a dispersion-compensation FBG filters for the applications of WDM systems are demonstrated.

## 誌 謝

本論文得以順利完成，承蒙指導教授陳瓊華老師的指正引導，感謝老師的啟發及教誨，謹此致上最誠摯的謝意。此外，感謝口試委員李柏聰老師、鄒志偉老師及何符漢博士提出的寶貴建議。同時，感謝系上所有老師的諄諄教誨，亦謹在此一併致謝。

其次要感謝實驗室的所有成員，感謝已畢業學長洪瑋倫學長和侯少璿學長的經驗分享，讓我在人生的道路上有嶄新的思考模式，感謝范日華學長的勉勵，給予我精神上莫大的鼓勵，感謝邱家祥學長的協助，使我得以順利使用實驗室設備，感謝翁一正學弟的幫忙，令我碩班生活更為有趣及充實。

接著要感謝大學的同學們，在升上碩班後，依舊受到大家的照顧，其中特別感謝與我同一層樓中，最常聊天說笑的三位同學：陳宏山同學、朱庭玉同學和葉苡柔同學，謝謝你們帶來的愉悅氣氛。

最後，將此論文獻給我最親愛的家人，感謝爸爸、媽媽及哥哥對我的關懷和照顧，讓我能無後顧之憂地順利完成學業，以此篇論文表達由衷的感謝。

張郁欣 謹誌  
民國九十九年六月

# 目 錄

中文摘要	.....	i
英文摘要	.....	ii
誌謝	.....	iii
目錄	.....	iv
表目錄	.....	v
圖目錄	.....	vi
符號說明	.....	viii
第一章	緒論.....	1
1-1	前言.....	1
1-2	多通道光纖布拉格光柵的設計法.....	3
1-3	研究動機.....	6
1-4	論文架構.....	6
第二章	理論.....	7
2-1	耦合模態理論.....	7
2-2	轉移矩陣法.....	9
2-3	離散剝皮法.....	10
2-4	模擬熱退火法.....	13
第三章	設計方法.....	15
3-1	設計概念及原理.....	15
3-2	設計優化.....	21
3-3	設計流程.....	23
第四章	多通道光纖布拉格光柵的設計例子.....	24
4-1	無色散帶通濾波器.....	24
4-2	色散補償濾波器.....	35
第五章	結論.....	45
參考文獻	.....	46

## 表 目 錄

表(1.1) 多通道 FBG 設計法之優缺點比較表 .....	6
表(4.1) 16 通道無色散濾波器設計之 FBG 結構特性比較表 .....	34
表(4.2) 16 通道無色散濾波器設計之 FBG 反射光譜特性比較表 .....	34
表(4.3) 16 通道色散補償設計之 FBG 結構特性比較表 .....	43
表(4.4) 16 通道色散補償設計之 FBG 反射光譜特性比較表 .....	43



## 圖 目 錄

圖(1.1)	多波分工通訊系統示意圖 .....	1
圖(1.2)	多通道濾波元件(a)薄膜濾波器(b)陣列波導光柵(c)光纖布拉格光柵 .....	2
圖(1.3)	多通道 FBG 元件的運作方式(a)無色散濾波器(b)色散補償濾波器 .....	2
圖(1.4)	「疊加法」示意圖 .....	3
圖(1.5)	「取樣法」示意圖 .....	4
圖(1.6)	「逆散色法」示意圖 .....	5
圖(2.1)	均勻 FBG 兩端光場的關係可利用轉移矩陣 T 表示 .....	9
圖(2.2)	非均勻 FBG 的轉移矩陣 T 可由連乘各均勻層的轉移矩陣 $T_j$ 而獲得 .....	10
圖(2.3)	「離散剝皮法」的光柵模型(a)離散均勻光柵模型(b)離散反射鏡組模型 .....	11
圖(2.4)	「離散剝皮法」之流程圖 .....	12
圖(2.5)	「模擬熱退火法」優化機制示意圖 .....	13
圖(2.6)	「模擬熱退火法」之流程圖 .....	14
圖(3.1)	多通道 FBG 設計示意圖 .....	15
圖(3.2)	多通道反射光譜模型 .....	16
圖(3.3)	多通道反射光譜示意圖 .....	18
圖(3.4)	多通道反射光譜與相對應光柵耦合係數之關係圖 .....	20
圖(3.5)	兩個單通道疊加為雙通道的建構方式(a)兩個單通道光譜疊加為雙通道光譜(b)兩個單通道結構建設性疊加為雙通道結構(c)兩個單通道結構破壞性疊加為雙通道結構(d)兩個單通道結構平移至彼此峰值間距為光柵長度的一半後疊加為雙通道結構 .....	22
圖(3.6)	提出的多通道 FBG 設計流程 .....	23
圖(4.1)	16 通道濾波器之目標反射率光譜示意圖 .....	24
圖(4.2)	單通道無色散帶通濾波器設計中之(a)光柵耦合係數的振幅(b)光柵耦合係數的相位(c)折射率調變的振幅(d)折射率調變的相位(e)反射率反射光譜(d)帶通內群延遲反射光譜 .....	26
圖(4.3)	多通道無色散帶通濾波器未優化設計中之(a)折射率調變的振幅(b)折射率調變的相位(c)反射率反射光譜(b)帶通內群延遲反射光譜 .....	28
圖(4.4)	優化常數相位多通道無色散帶通濾波器設計中之(a)各個通道的常數相位(b)折射率調變的振幅(c)折射率調變的相位(d)反射率反射光譜 (e)帶通內群延遲反射光譜 .....	30



圖(4.5)	優化通道相位多通道無色散帶通濾波器設計中之(a)各個通道的常數相位(b)各個通道的空間位移量(c)折射率調變的振幅(d)折射率調變的相位(e)反射率反射光譜 (f)帶通內群延遲反射光譜 .....	33
圖(4.6)	單通道色散補償濾波器設計中之(a)光柵耦合係數的振幅(b)光柵耦合係數的相位(c)折射率調變的振幅(d)折射率調變的相位(e)反射率反射光譜(d)帶通內群延遲反射光譜 .....	37
圖(4.7)	多通道色散補償濾波器未優化設計中之(a)折射率調變的振幅(b)折射率調變的相位(c)反射率反射光譜(d)帶通內群延遲反射光譜 .....	38
圖(4.8)	優化常數相位多通道色散補償濾波器設計中之(a)各個通道的常數相位(b)折射率調變的振幅(c)折射率調變的相位(d)反射率反射光譜(e)帶通內群延遲反射光譜係 .....	40
圖(4.9)	優化通道相位多通道色散補償濾波器設計中之(a)各個通道的常數相位(b)各個通道的空間位移量(c)折射率調變的振幅 (d)折射率調變的相位(e)反射率反射光譜(f)帶通內群延遲反射光譜 .....	42



## 符 號 說 明

- $acp$  : 同一溫度內，鄰近解取代現有解的次數
- AMG : 陣列波導光柵(arrayed waveguide grating)
- $b_{\pm 1}(z)$  : 往前及往後傳輸模式的係數
- $c$  : 光速
- $D$  : 色散係數
- $D_{11}(z)$  : 定義為  $D_{11}(z) = [(k/2n_{co}) \int (n_1^2 - n_0^2) \Psi^2 dA] / (\int \Psi^2 dA)$
- DLP : 離散剝皮法(discrete-layer peeling)
- $E_x$  : 總電場
- $E(x)$  : 欲優化的多變數函數
- FBG : 光纖布拉格光柵(fiber Bragg grating)
- FIR : 有限脈衝響應(finite impulse response)
- FTTH : 光纖到府(fiber to the home)
- $h(\tau)$  : 脈衝響應函數
- $h_j(\tau)$  :  $r_j$  的脈衝響應函數
- $h_m(\tau)$  : 多通道脈衝響應函數
- $h_s(\tau)$  : 單通道脈衝響應函數
- $h'(\tau)$  : 調變後的脈衝響應函數
- GHz : 千兆赫(Gigahertz)
- $itr$  : 同一溫度內，產生鄰近解的次數
- ITU : 國際電信聯盟(international telecommunication union)
- $k$  : 傳播波數
- $k_r$  : 常數，定義為  $\max(|q_s|) \sim k_r \delta_{S-BW}$
- $L_F$  : 欲補償單模光纖的長度
- L : FBG 的總長度
- $m$  : 通道編號
- $M$  : FBG 的取樣層數
- $Max_{acp}$  : 最大的  $acp$
- $Max_{itr}$  : 最大的  $itr$
- $Max_{rej}$  : 最大的  $rej$
- $n(z)$  : 折射率調變的振幅

$n_0$	: 未微擾光纖的折射率分佈
$n_1$	: 微擾光纖的折射率分佈
$n_{cl}$	: 未微擾光纖的包層折射率
$n_{co}$	: 未微擾光纖的纖心折射率
$n_{eff}$	: 未微擾光纖的模態等效折射率
$n_s$	: 單通道光柵折射率調變
$N$	: 通道數目
$q$	: 光柵耦合係數
$q_j$	: 第 $j$ 層光柵的光柵耦合係數
$q_m$	: 多通道光柵耦合係數
$q_s$	: 單通道光柵耦合係數
$q'$	: 調變後的光柵耦合係數
$r$	: 反射係數光譜
$r_0$	: 目標反射係數光譜
$r_j$	: 第 $j$ 至第 $M$ 個離散反射鏡所組構的反射係數光譜
$r_s$	: 單通道反射係數光譜
$r_m$	: 多通道反射係數光譜
$rand$	: 產生區間 (0,1) 標準均勻分佈的亂數
$randi$	: 由集合 $\{-2,-1,0,1,2\}$ 內產生亂數
$randn$	: 標準常態分佈的亂數
$rej$	: 同一溫度內，連續捨去鄰近解，維持現有解的次數
$r'$	: 調變後的反射係數光譜
$\mathbb{R}$	: 實數
$t$	: 群延遲
$t_m$	: 通道編號 $m$ 的通道群延遲
THz	: 兆赫(Terahertz)
$T$	: 轉移矩陣
$T_{heat}$	: 加熱溫度
$T_i$	: 初始加熱溫度
$T_j$	: 第 $j$ 層光柵的轉移矩陣
$T_{min}$	: 最低加熱溫度

$T_\rho$	: 離散反射鏡的轉移矩陣
$T_\Delta$	: 均勻長度 $\Delta$ 的轉移矩陣
TFF	: 薄膜濾波器(thin film filter)
TMM	: 轉移矩陣法(transfer matrix method)
$u(z)$	: 向前傳輸光場強度
$v(z)$	: 向後傳輸光場強度
WDM	: 分波多工(wavelength division multiplexing)
$x_i$	: 初始解
$x_{new}$	: 產生的鄰近解
$x_{opt}$	: 最小化的解
$x_{old}$	: 現有解
$z$	: 光纖光軸方向
$z_m^{(opt)}$	: 優化的通道空間平移量
$z_{sh}$	: 空間平移量
$\mathbb{Z}$	: 整數
$\alpha$	: 降溫係數, $\alpha \in [0, 1]$
$\beta$	: 傳播常數
$\beta_2$	: 傳播常數對頻率的二次微分
$\gamma$	: 定義為 $\gamma^2 =  q ^2 - \delta^2$
$\delta$	: 解調波數, 定義為 $\delta = \beta - \pi / \Lambda_0$
$\delta_{cen}$	: 光譜中心解調波數
$\delta_m$	: 通道編號 $m$ 的通道中心解調波數
$\delta_{M-BW}$	: 多通道光譜的解調波數頻寬
$\delta_{PB}$	: 定義為 $0.5\delta_{S-BW}$
$\delta_{S-BW}$	: 單通道光譜的解調波數頻寬
$\delta_{sh}$	: 解調波數平移量
$\delta_w$	: 解調波數窗口
$\lambda_0$	: 中心光柵反射波長
$\lambda_m$	: 通道編號 $m$ 的通道中心反射波長
$\Delta$	: FBG 的取樣長度
$\Delta E$	: 定義為 $E(x_{new}) - E(x_{old})$
$\Lambda_0$	: 中心光柵周期



- $\theta(z)$  : 折射率調變的相位  
 $\rho_j$  : 第  $j$  個離散反射鏡的反射係數  
 $\rho_m$  : 多通道離散反射鏡的反射係數  
 $\rho_s$  : 單通道離散反射鏡的反射係數  
 $\tau$  : 脈衝響應函數的時間  
 $\tau_{\max}$  : 脈衝響應函數最大值的時間  
 $\tau_m^{(opt)}$  : 優化的通道時間平移量  
 $\tau_{sh}$  : 脈衝響應函數的時間平移量  
 $\varphi$  : 常數相位  
 $\varphi_m$  : 通道編號  $m$  的通道常數相位  
 $\varphi_m^{(opt)}$  : 優化的通道常數相位  
 $\Psi(x, y)$  : 橫方向相關的模態  
 $\omega$  : 頻率

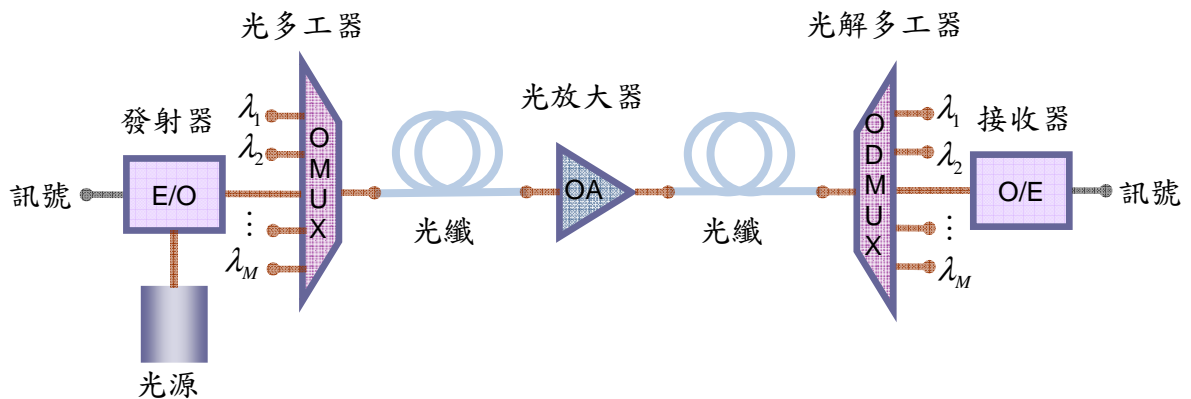


# 第一章 緒論

## 1-1 前言

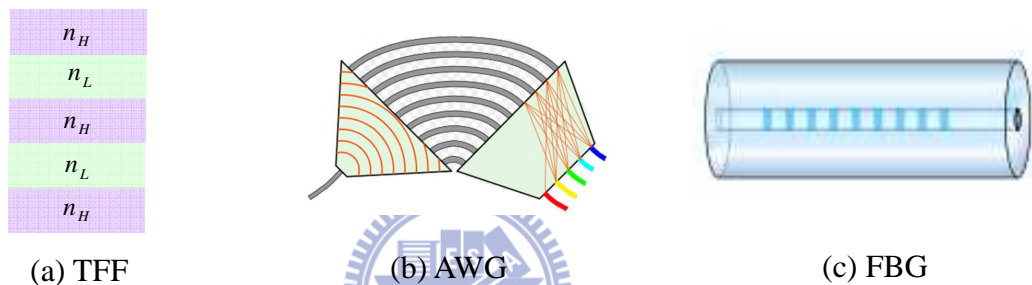
相較於傳遞電子資訊的同軸電纜(coaxial cable)，傳遞光子資訊的光纖(fiber)具有兩大優點：分別為(1)較大的傳輸頻寬及(2)較低的傳輸損耗。光纖的傳輸頻寬約為 60 THz，而同軸電纜的傳輸頻寬約為 6 GHz，顯示光纖的傳輸容量較同軸電纜的傳輸容量大。此外，現今的光纖製程足以消除光纖內大部份雜質，製作出超純矽玻璃(ultrapure glass)，其衰減量(attenuation)約為 0.2 dB/Km，遠低於同軸電纜的衰減量，而低損耗的光纖不僅可延長傳輸的距離，且能提升通訊的品質。因此，隨著資料傳遞所需頻寬越來越大及傳遞距離越來越長，利用光纖傳輸是現今不可抵擋的趨勢。

根據光纖到戶委員會(FTTH council)發佈的報告，全球佈建光纖網路的國家正逐漸增加，其中台灣的光纖普及率更超過 12%，但隨著網際網路的快速發展，已鋪設的光纖纜線早已不敷使用，為了在不破壞現有設備下降低架設光纜的成本，並同時達到供應需求以滿足不斷增加的傳輸量，分波多工(wavelength division multiplexing, WDM)技術隨之而研發出，其系統架構如圖(1.1)所示，首先利用發射器(transmitter)將電子訊號轉換為載於不同波長的訊號，接著藉由光多工器(optical multiplexer)將眾多訊號同時傳遞於相同光纖內，增加傳輸量，最後藉由光解多工器(optical demultiplexer)將不同波長的訊號分開傳至不同的接受器(receiver)，讀出電子訊號。



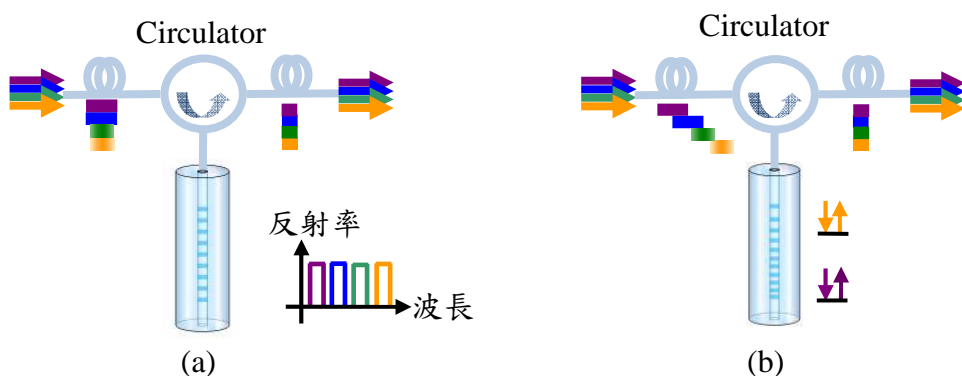
圖(1.1) 分波多工通訊系統示意圖。

WDM 技術可將眾多載於不同波長的訊號同時傳遞於光纖內，擴充既有光纖纜線的傳輸通道，提升光纖傳輸的容量，因此，WDM 快速發展成為現今光纖通訊的主要傳輸方式，而依分波多功原理開發出來並決定 WDM 系統優劣的多通道濾波元件，成為近年熱門的光纖被動元件。目前主要有三種濾波元件，如圖(1.2)所示包含 (1)薄膜濾波器(thin film filters, TFF) (2)陣列波導光柵(arrayed waveguide grating, AWG) (3)光纖布拉格光柵(fiber Bragg grating, FBG)，其中，TFF 對製程要求相當高，當濾波通道數上升時，TFF 的厚度將厚至無法製作；AWG 的資本高、體積龐大且無法直接與光纖接合；FBG 則具有許多優點，例如：易與其他光纖元件或系統相容、低插入損耗(insertion loss)、小體積、高信賴性(reliability)、不靈敏於非線性效應及偏極化的影響...等。



圖(1.2) 多通道濾波元件 (a)薄膜濾波器 (b)陣列波導光柵 (c)光纖布拉格光柵

除此之外，藉由設計多通道 FBG 的結構，可獲得整合其他效能的波長濾波器，以提升光纖通訊系統的傳輸品質。如圖(1.3a)的多通道無色散濾波 FBG 可避免訊號因通過元件而造成的失真，和圖(1.3b)的色散補償濾波 FBG 能改善因色散效應所造成的訊號失真問題。然而，隨著傳輸通道的上升，FBG 的結構越來越複雜，為了簡化 FBG 的結構，多通道 FBG 的設計演算法越來越趨於重要。



圖(1.3) 多通道 FBG 元件的運作方式 (a)無色散濾波器 (b)色散補償濾波器

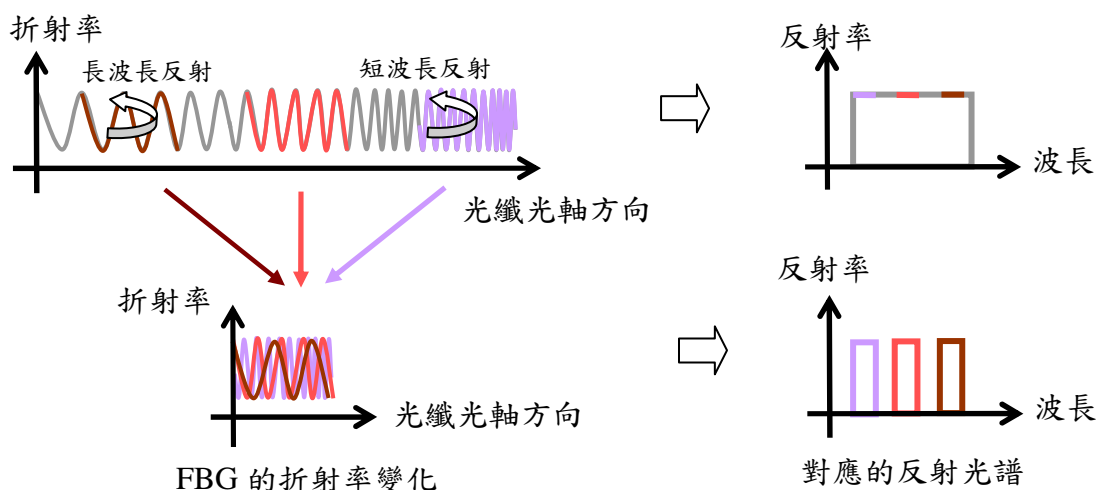
## 1-2 多通道光纖布拉格光柵的設計法

在本節中，將介紹目前應用於多通道通訊系統中的 FBG 設計法，主要分為三種：「疊加法」(superimposed method)、「取樣法」(sampling method)和「逆散射法」(inverse scattering method)。

### (1) 疊加法(superimposed method)

「疊加法」指的是疊加不同通道 FBG 結構於同一段光纖內的方法，圖(1.4)顯示此方法的設計概念，折射率週期隨位置變化的啞啞形 FBG(chirped FBG)可使得不同波長的光於 FBG 中不同的位置被反射，故長度越長的啞啞形 FBG[1,2]，可獲得的反射光譜頻寬也越寬，且為了擷取所需要的多通道，可先去除傳輸中不需要波段的 FBG 結構，並將剩餘一段段代表不同通道的 FBG 結構，複寫於同一段光纖上，以形成疊加 FBG(superimposed FBG)[3,4]。

利用製程寫入周期不同的光柵的「疊加法」是透過切割啞啞形 FBG 的寬頻光譜來獲得多通道光譜，並藉由重複寫入各個通道的 FBG 結構來獲得多通道 FBG，因此，「疊加法」在設計上無迭代的需求，設計概念也非常的易懂且直接，然而，當通道的數目越多時，寫入次數越多、光罩對位越不易、所耗時間越長及成功的機率也越低。



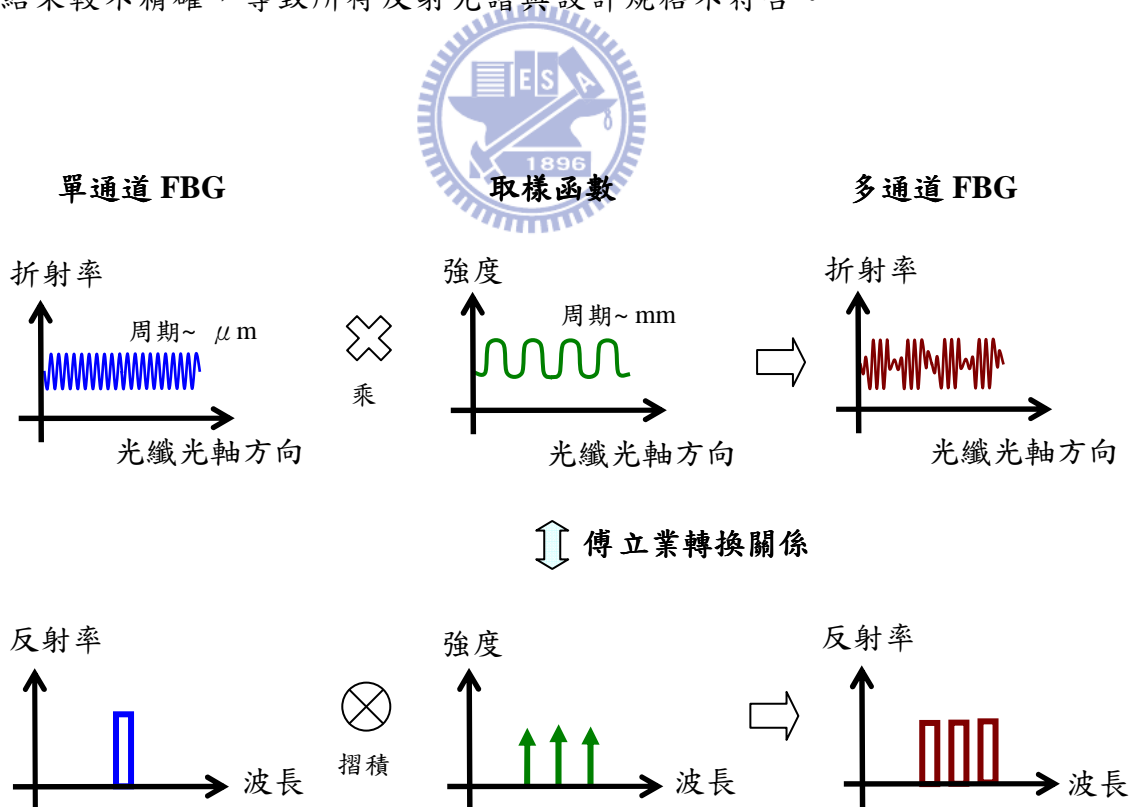
圖(1.4) 「疊加法」示意圖：將周期隨位置變化的 FBG 分割為代表不同通道的 FBG，並重複寫入不同通道的 FBG 於同一段光纖內，以形成多通道 FBG



## (2) 取樣法 (sampling method)

「取樣法」指的是利用長週期的取樣函數調變一短周期的單通道 FBG 折射率分佈，以形成多通道 FBG。圖(1.5)顯示這個方法的設計概念，其中，根據傅立葉轉換關係，由於取樣函數的頻譜響應為離散脈衝串 (impulse chain)，因此多通道 FBG 反射光譜是單通道反射光譜與離散脈衝串的摺積 (convolution)。除此之外，透過設計取樣函數，可獲得不同類型的多通道 FBG 以因應不同的需求，例如：為了提升 FBG 利用效率的交插 (interleaved) 取樣 FBG [5]、為了增加通帶內的能量轉換效率 (繞射效率) 的振幅 (amplitude) 取樣 FBG [6]、為了降低 FBG 結構的複雜度的相位 (phase) 取樣 FBG [7] 及為了降低計算量的雙 (double) 取樣 FBG [8]... 等等。

基於傅立葉轉換法的「取樣法」在設計上僅需利用傅立葉正轉換及反轉換法迭代出不同功能的取樣函數，因此，「取樣法」的設計演算量少，然而，當 FBG 反射率大時，通道內會產生干涉導致反射光譜形變，故根據傅立葉轉換關係的設計結果較不精確，導致所得反射光譜與設計規格不符合。

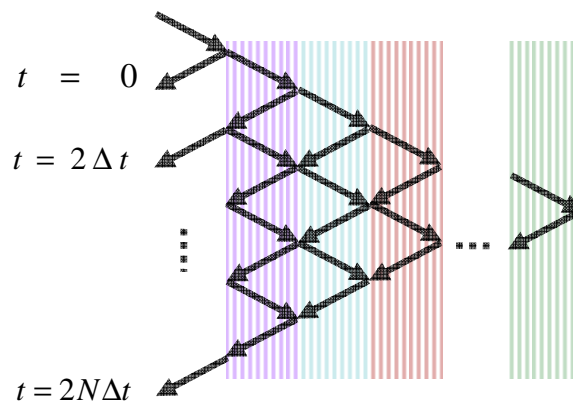


圖(1.5) 「取樣法」示意圖：藉由反射光譜與折射率分佈間的傅立葉轉換關係，透過周期性的取樣函數調變單通道折射率分佈，以獲得多通道 FBG

### (3) 逆散射法(inverse scattering method)

「逆散射法」泛指用來求解非線性偏微分方程式初始值問題的數值方法，在 FBG 設計中包含較具複雜度的「積分法」[9,10]及較簡單實用的「微分法」[11-19]。其中，「微分法」源自於地球物理學家鑑定一層層地質結構的種類，類比於地質鑑定，先將 FBG 分為一層一層的介質，接著藉由傳遞目標反射光場傳遞於 FBG 中，並計算不同時間的反射狀況，重建每一層 FBG 的結構[11,12]，圖(1.6)所示。之後，Johannes Skaar 等人整理「微分法」的設計概念，提出名為「離散剝皮法(discrete-layer peeling method, DLP method) [13]」的 FBG 設計演算法，透過反覆疊代「離散剝皮法」[14-17]最佳化目標反射係數，不僅能將有限長度的 FBG 作最大的利用，並且藉由犧牲一些通帶內訊號至通帶外雜訊，降低折射率調變，化簡 FBG 的設計結構。

藉由數值方法求解 FBG 偏微分方程式的「逆散射法」，在設計上給定目標的反射光譜，即可求出對應的 FBG 結構，因此，所設計 FBG 的相對應反射光譜符合多通道反射光譜規格——通道頂部平坦和通道串音(cross-talk)小，而且即使設計的反射光譜擁有不同的通道特性，透過「逆散射法」，仍可重建多通道 FBG 的結構。然而，當通道數越高時，任意給定的目標反射光譜，所得之 FBG 結構通常難以製作，故必須重複迭代「逆散射法」[14-19]，獲得符合製程需求的 FBG 結構。



圖(1.6) 「逆散色法」示意圖：利用傳遞光場於不同時間的反射狀況，獲得多通道 FBG 設計

### 1-3 研究動機

第 1-2 節所介紹三種設計法的優缺點整理如表(1.1)所示。其中，「疊加法」設計簡單，但當通道數上升時，製作困難；「取樣法」設計演算量低，但當通道數上升時，所得的 FBG 反射光譜形變劇烈，將與規格不符；「逆散射法」設計所得反射光譜與規格相符，但當通道數上升時，為使得結構可製作，須反覆迭代「逆散射法」，導致演算量相對龐大。因此，隨著通道數的上升，目前文獻上多通道 FBG 設計及製程的複雜度也隨之大幅提升。在本論文中，我們將提出一有效率的多通道 FBG 設計演算法，用來設計符合 WDM 系統規格，並配合於目前 FBG 製程技術的多通道濾波 FBG，進而提高光纖通訊的品質，達到資訊大量且快速的傳輸願景。

表(1.1) 多通道 FBG 設計法之優缺點比較表

	優點	缺點
疊加法	簡單且直覺的設計法	製作困難
取樣法	低演算量	所得反射光譜與規格不符
逆散射法	所得反射光譜與規格相符	製作困難

### 1-4 論文架構

本篇論文中，我們將提出一個多通道 FBG 的設計法。共分為五部分：第一章介紹多通道 FBG 於 WDM 通訊系統的重要性及比較目前文獻上的多通道 FBG 設計方法。第二章簡述本論文用來計算 FBG 結構之反射光譜和計算 FBG 反射光譜之結構的理論，以及用來優化 FBG 設計之參數的演算法。第三章介紹多通道 FBG 的設計方法、設計原理及設計流程。第四章介紹兩個應用於 WDM 通訊系統的設計例子。最後，第五章總結整篇論文。

## 第二章 理論

本章節將介紹提出之多通道 FBG 設計演算法所用到的四個理論，第 2-1 節，將介紹「耦合模態理論(coupling mode theory)」，用以描述 FBG 光譜及結構的特性。第 2-2 節，將介紹「轉移矩陣法(transfer matrix method, TMM)」，計算已知 FBG 結構的反射光譜。第 2-3 節，將介紹「離散剝皮法(discrete layer-peeling method, DLP method)」，計算給定反射光譜的相對應 FBG 結構。第 2-4 節，將介紹可整合入 FBG 設計的優化演算法：「模擬熱退火法(simulated annealing algorithm)」。

### 2-1 耦合模態理論 (coupled-mode theory)

「耦合模態理論」[20]將 FBG 內的光柵結構視為外加於單模光纖上的微擾，並透過拆解波方程式，推導出連結光譜及結構特性的耦合模態方程式。

假設光纖光軸的方向為  $z$  方向，則未微擾光纖的折射率  $n_0(x, y)$  與  $z$  方向無關，而微擾後光纖的折射率  $n_1(x, y, z)$  與  $z$  方向相關。此外，基於單模光纖在討論波長範圍內無損耗且為弱導，可令  $n_0 \cong n_1 \cong n_{eff} \cong n_{cl}$ ，其中  $n_{eff}$  及  $n_{cl}$  分別為未微擾光纖的模態等效折射率及光纖包層(cladding)的折射率。

將 FBG 內的總電場表示為往前傳輸與往後傳輸的模態疊加：

$$E_x(x, y, z) = b_+(z)\Psi(x, y) + b_-(z)\Psi(x, y) \quad (2.1)$$

其中，係數  $b_{\pm}(z)$  為描述與  $z$  方向相關的所有分量，包含與頻率  $\omega$  相關的諧和傳播常數因數  $e^{\pm i\beta(\omega)z}$ ；函數  $\Psi(x, y)$  為描述與橫向方向相關的模態，滿足未微擾光纖的純量波方程式：

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 n_0^2(x, y) - \beta^2 \right] \Psi(x, y) = 0 \quad (2.2)$$

而總電場  $E_x(x, y, z)$  滿足微擾光纖的純量波方程式：

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 n_1^2(x, y) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] E_x(x, y, z) = 0 \quad (2.3)$$

將(2.1)式帶入(2.3)式，可得：

$$\frac{d^2}{dz^2}(b_1 + b_{-1})\Psi(x, y) + \left\{ \beta^2 + k^2 [n_1^2(x, y) - n_0^2(x, y)] \right\} (b_1 + b_{-1})\Psi(x, y) = 0 \quad (2.4)$$

透過正交(orthogonal)特質，乘上  $\Psi(x, y)$  並對整個 x-y 平面積分後可得：

$$\frac{d^2}{dz^2}(b_1 + b_{-1}) + \left[ \beta^2 + 2kn_{co}D_{11}(z) \right] (b_1 + b_{-1}) = 0 \quad (2.5)$$

其中，光纖纖心折射率  $n_{co} \cong n_{eff}$ ，係數  $D_{11}(z)$  定義為：

$$D_{11}(z) = \frac{\frac{k}{2n_{co}} \int (n_1^2 - n_0^2) \Psi^2 dA}{\int \Psi^2 dA} \quad (2.6)$$

將(2.5)式拆解為一個一階微分方程組：

$$\begin{cases} \frac{db_1}{dz} = i(\beta + D_{11})b_1 + iD_{11}b_{-1} \\ \frac{db_{-1}}{dz} = -i(\beta + D_{11})b_{-1} - iD_{11}b_1 \end{cases} \quad (2.7)$$

若將 FBG 的折射率微擾表示為：

$$n_1 - n_0 = n(z) \cos \left( \frac{2\pi}{\Lambda_0} z + \theta(z) \right) \quad (2.8)$$

其中  $\Lambda_0$  為中心光柵周期、 $n(z)$  為折射率調變的振幅及  $\theta(z)$  為折射率調變的相位，則：

$$\begin{cases} b_1(z) = u(z) \exp(i \frac{\pi}{\Lambda_0} z) \\ b_{-1}(z) = v(z) \exp(-i \frac{\pi}{\Lambda_0} z) \end{cases} \quad (2.9)$$

其中， $u(z)$  及  $v(z)$  分別為向前傳輸光場強度  $u(z)$  及向後傳輸光場強度  $v(z)$ ， $\lambda_0 = 2n_{eff}\Lambda_0$  為中心光柵周期  $\Lambda_0$  所反射的波長。將(2.9)式代入(2.7)式，並忽略劇烈震盪項後，可獲得耦合模態方程式：

$$\begin{cases} \frac{du(z, \delta)}{dz} = i\delta u(z, \delta) + q(z)v(z, \delta) \\ \frac{dv(z, \delta)}{dz} = i\delta v(z, \delta) + q^*(z)u(z, \delta) \end{cases} \quad (2.10)$$

其中， $\delta = \beta - \pi/\Lambda_0$  為解調波數， $q(z)$  為光柵耦合係數函數，其與(2.8)式折射率微擾的關係為：

$$q(z) = i \frac{\pi n(z)}{\lambda_0} e^{i\theta(z)} \quad (2.11)$$

因此，根據「耦合模態理論」，若已知(2.8)式的 FBG 折射率調變，由(2.11)式可獲得振幅正比和相位平移  $\pi/2$  於折射率調變的光柵耦合係數函數  $q(z)$ ，再藉由(2.10)式的耦合模態方程式，連結光場強度  $u(z)$  和  $v(z)$  與 FBG 結構的特性。

## 2-2 轉移矩陣法 (transfer matrix method , TMM)

「轉移矩陣法」為利用矩陣表示相鄰兩層光場的關係，並將各層光場不斷地轉換迭代出第一層與最後一層光場的關係，以計算出整體的反射率。

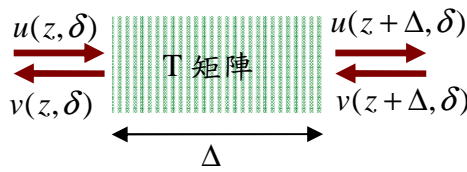
透過  $2 \times 2$  的轉移矩陣  $T$ ，可將均勻 FBG 兩端光場的關係式表為：

$$\begin{bmatrix} u(z+\Delta, \delta) \\ v(z+\Delta, \delta) \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u(z, \delta) \\ v(z, \delta) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

其中，如圖(2.1)所示， $\Delta$  為此均勻 FBG 的長度， $u(z, \delta)$  與  $v(z, \delta)$  分別代表均勻 FBG 前端的向前傳輸光場強度與向後傳輸光場強度， $u(z+\Delta, \delta)$  和  $v(z+\Delta, \delta)$  分別代表均勻 FBG 後端的向前傳輸光場強度與向後傳輸光場強度。將均勻 FBG 的光柵耦合係數函數為  $q(z)$  以常數  $q$  表示，並藉由分析(2.10)式的耦合模態方程式，可獲得  $M$  矩陣內的元素：

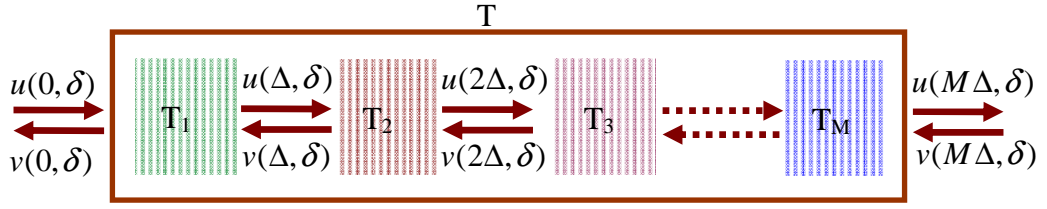
$$T = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma\Delta) + i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) & \frac{q}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) \\ \frac{q^*}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) & \cosh(\gamma\Delta) - i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma\Delta) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

其中  $\gamma^2 = |q|^2 - \delta^2$ 。



圖(2.1) 均勻 FBG 兩端光場的關係可利用轉移矩陣  $T$  表示

當考慮非均勻 FBG 時，可先將非均勻 FBG 切割為  $M$  層長度為  $\Delta$  的 FBG，再將每一層的 FBG 近似為均勻 FBG，因此，第  $j$  層的光柵耦合係數  $q_j$  為  $q(j\Delta)$ 。利用轉移矩陣的特性，將第一層往前傳輸光場強度  $u(0, \delta)$  與往後傳輸光場強度  $v(0, \delta)$  乘上第一層的轉移矩陣  $T_1$ ，可獲得第二層往前傳輸光場強度  $u(\Delta, \delta)$  與往後傳輸光場強度  $v(\Delta, \delta)$ ，同理，將第二層的光場強度  $u(\Delta, \delta)$  與  $v(\Delta, \delta)$  乘上第二層的轉移矩陣  $T_2$ ，可獲得第三層的光場強度  $u(2\Delta, \delta)$  與  $v(2\Delta, \delta)$ ，如此不斷地轉換迭代，可獲得描述非均勻 FBG 兩端光場的轉換矩陣  $T$ ，如圖(2.2)所示。



圖(2.2) 非均勻 FBG 的轉移矩陣  $T$  可由連乘各均勻層的轉移矩陣  $T_j$  而獲得

因此，一個非均勻 FBG 兩端光場的關係式可表示為：

$$\begin{bmatrix} u(N\Delta, \delta) \\ v(N\Delta, \delta) \end{bmatrix} = T_M(\delta)T_{M-1}(\delta)\dots T_1(\delta) \begin{bmatrix} u(0, \delta) \\ v(0, \delta) \end{bmatrix} = T(\delta) \begin{bmatrix} u(0, \delta) \\ v(0, \delta) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

其中  $T_j(\delta)$  為(2.13)式中  $q$  以  $q_j = q(j\Delta)$  代入的轉移矩陣，用來描述各層均勻 FBG 的光場轉換特性。一旦求得  $T(\delta)$ ：

$$T(\delta) = \begin{bmatrix} T_{11}(\delta) & T_{12}(\delta) \\ T_{21}(\delta) & T_{22}(\delta) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

並代入最後一層無向前光場的邊界條件  $v(M\Delta, \delta) = 0$ ，非均勻 FBG 的反射係數可由(2.14)式推得以下關係式求得：

$$r(\delta) = \frac{v(0, \delta)}{u(0, \delta)} = -T_{21}(\delta)/T_{22}(\delta) \quad (2.16)$$

最後，藉由改變解調波數  $\delta = \beta - \pi/\Lambda_0$  後，可獲得非均勻 FBG 的反射係數光譜。

因此，透過「轉移矩陣法」，當已知 FBG 結構參數  $q$  時，可將 FBG 切割為  $M$  層均勻 FBG，並藉由(2.13)式表示出各層的轉移矩陣，再經(2.14)式計算出整個 FBG 的轉移矩陣，最後利用(2.16)式，獲得 FBG 的反射係數光譜。

### 2-3 離散剝皮法(discrete layer-peeling method , DLP method)

「離散剝皮法」[12]將繁複的 FBG 離散化成一系列固定間距的反射鏡組系統，並藉由反射鏡組系統來組構所欲得的目標反射係數光譜，再透過分析傳遞光場的反射狀況，以疊代的方式剝除及計算反射鏡組系統中的反射鏡及反射係數，最後反推相對應於反射鏡組系統之光柵耦合係數來獲得 FBG 結構。

此方法的光柵結構模型如圖(2.3)所示，將長度為  $L$  的 FBG 切割為  $M$  段長度  $\Delta$  的離散均勻光柵，並將每一段均勻光柵的等效反射係數為  $\rho_j, j=1,2,\dots,M$ ，因此，整個 FBG 可視為以  $\Delta$  為間格排列的反射鏡組系統。為獲得反射鏡組系統中各個反

射鏡之反射係數  $\rho_j, j=1,2,\dots,M$ ，將「轉移矩陣法」中表示均勻光柵的(2.13)式轉移矩陣  $T_j$  分解為  $T_\rho T_\Delta$ ，其中， $T_\rho$  描述個別離散反射鏡的轉移矩陣， $T_\Delta$  描述光場經  $\Delta$  距離傳輸的轉移矩陣。當不考慮耦合時，令  $T_j$  中  $|q| \rightarrow 0$ ，可求得  $T_\rho$ ：

$$T_\rho = \frac{1}{\sqrt{1-|\rho|^2}} \begin{bmatrix} 1 & -\rho^* \\ -\rho & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

其中， $\rho$  為離散反射器的反射係數：

$$\rho = -\tanh(|q|\Delta) \frac{q^*}{|q|} \quad (2.18)$$

反之，若將所有的耦合放在單一點上  $|q| \rightarrow \infty$ ，則可求出純粹描述場的傳輸的  $T_\Delta$ ：

$$T_\Delta = \begin{bmatrix} \exp(i\delta\Delta) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta\Delta) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$



圖(2.3)「離散剝皮法」的光柵模型 (a) 離散均勻光柵模型 (b) 離散反射鏡組模型

因此，從離散反射鏡模型中的(2.19)式可知，FBG的目標反射係數光譜  $r_0(\delta)$  可以以  $e^{i\delta 2\Delta}$  的多項式展開，表示為離散形式之傅立葉轉換(傅立葉級數)：

$$r_0(\delta) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} h_0(\tau) e^{i\delta\tau 2\Delta} \quad (2.20)$$

其中  $h_0(\tau)$  為脈衝響應函數(impulse response function)。將脈衝響應函數  $h_0(\tau)$  經有限脈衝(Finite impulse response, FIR)濾波器設計中窗口程序(windowing procedure)的處理，迫使窗口外及窗口內之脈衝響應分別為 0 及漸近式變化，以留下  $M$  個脈衝響應值及使得所對應的光譜不會有劇烈振盪，並將修正後的脈衝反應，移至以  $\tau=0$  為起始點，獲得新的脈衝響應函數  $h_1(\tau)$ ，建構出可施行於「離散剝皮法」的反射係數光譜：

$$r_1(\delta) = \sum_{\tau=0}^M h_1(\tau) e^{i\delta\tau 2\Delta} \quad (2.21)$$

利用時域因果(causality)特性，分析傳遞光場的反射狀況。當時間  $\tau=0$  時，由於光場於此離散反射鏡組系統中無足夠的時間可傳遞到第二面或更後面的反射鏡，故  $\tau=0$  時的脈衝響應只與第一面反射鏡之反射係數相關：



$$\rho_1 = h_1(0) = \frac{\Delta}{\pi} \int_{-\pi/2\Delta}^{\pi/2\Delta} r_1(\delta) d\delta \quad (2.22)$$

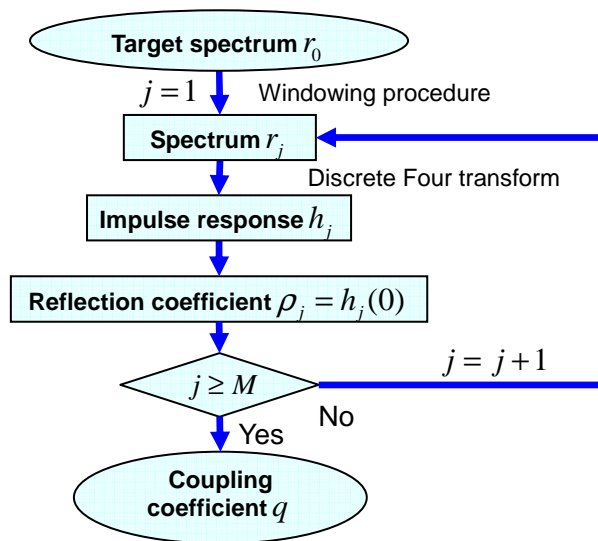
當獲得反射係數  $\rho_1$  後，可由(2.17)式及(2.19)式，推得反射係數光譜於某個離散反射鏡作用前後變化關係為：

$$r_{j+1}(\delta) = e^{-2i\delta\Delta} \frac{r_j(\delta) - \rho_j}{1 - \rho_j^* r_j(\delta)} \quad (2.23)$$

以獲得由  $\rho_2 \sim \rho_M$  反射鏡組的反射係數光譜  $r_2(\delta)$ 。此時，在第二面反射鏡的狀況，與之前在第一面反射鏡所討論的完全相同，但第一面反射鏡在此時已被剝除，重新選擇第二個反射鏡為參考平面，離散傅立葉轉換反射係數光譜  $r_2(\delta)$ ，可獲得一新脈衝響應函數  $h_2(\tau)$ ，並且第二面反射鏡之反射係數  $\rho_2 = h_2(0)$ 。如此重覆上述步驟，即可獲得全部反射鏡反射係數  $\rho_j, j=1,2,\dots,M$ ，並藉由(2.18)式，獲得原本相對應之 FBG 光柵耦合係數函數。

因此，圖(2.4)顯示出「離散剝皮法」的流程，其步驟如下：

- (1) 將目標反射光譜  $r_0(\delta)$  經數位訊號處理，使之成為實際多通道的反射光譜  $r_1(\delta)$ 。
- (2) 將  $r_1(\delta)$  代入(2.22)式求出反射鏡之反射係數  $\rho_1$ 。
- (3) 利用轉換矩陣(2.17)式至(2.19)式或者由(2.23)式求出  $r_2(\delta)$
- (4) 重複步驟(2)直到求出所有反射鏡之反射係數  $\rho_j$
- (5) 利用(2.18)式將反射鏡之反射係數  $\rho_j$  轉換為光柵耦合係數函數  $q$

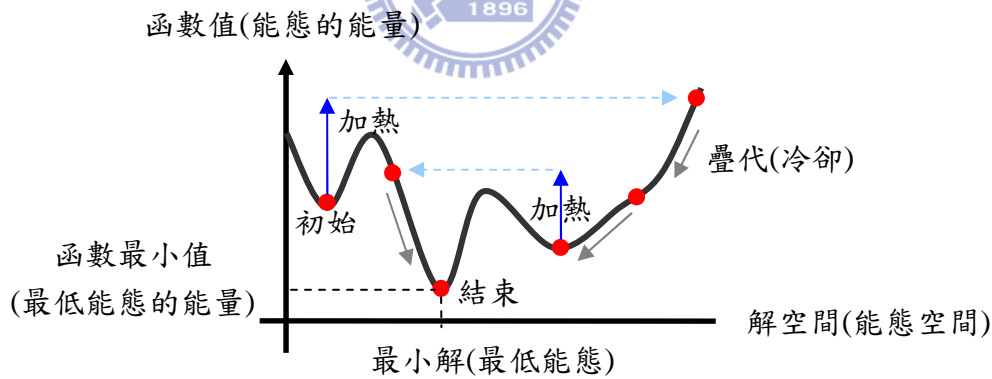


圖(2.4) 「離散剝皮法」之流程圖

## 2-4 模擬熱退火法 (simulated annealing algorithm)

「模擬熱退火法」最早是由 Metropolis 等人於 1953 年提出[21]，S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt 和 M. P. Vecchi 等人於 1983 年將其運用在求最佳化的問題[22]，用來尋找使給定多變數函數  $E(x)$  全局(global)最小化的解  $x_{opt}$ 。「模擬熱退火法」的名稱源自於冶金學，熱退火的意義是藉由控制材料加熱的溫度及冷卻溫度的過程，增大晶粒體積及減少晶格缺陷，此方法的優點在於當材料加熱時，材料中的原子可從局部(local)最小的能量處跳脫，並隨著冷卻的過程，隨機移動找到比原先更低能量處，以趨近於全局最小值。

透過類比於熱退火的物理過程，「模擬熱退火法」的優化機制如圖(2.5)所示。搜尋空間的每個解  $x$ ，可類比為物理系統中的不同能態(state)；欲優化的函數  $E(x)$ ，可類比為系統能態的能量；欲求的最小值解  $x_{opt}$ ，則可類比系統內的最低能態。而在「模擬熱退火法」中的每一步中，隨機產生的鄰近解  $x_{new}$ ，將選擇性地取代現有解  $x_{old}$ ，而選擇的參數包含加熱溫度參數  $T_{heat}$  及現有解  $x_{old}$  與鄰近解  $x_{new}$  的函數值差  $E(x_{new}) - E(x_{old})$ 。當加熱溫度高  $T_{heat}$  時，現有解的函數值  $E(x_{old})$  將亂數地改變，但隨著加熱溫度  $T_{heat}$  逐步的降低，現有解的函數值  $E(x_{old})$  遞減性將越來越顯著。

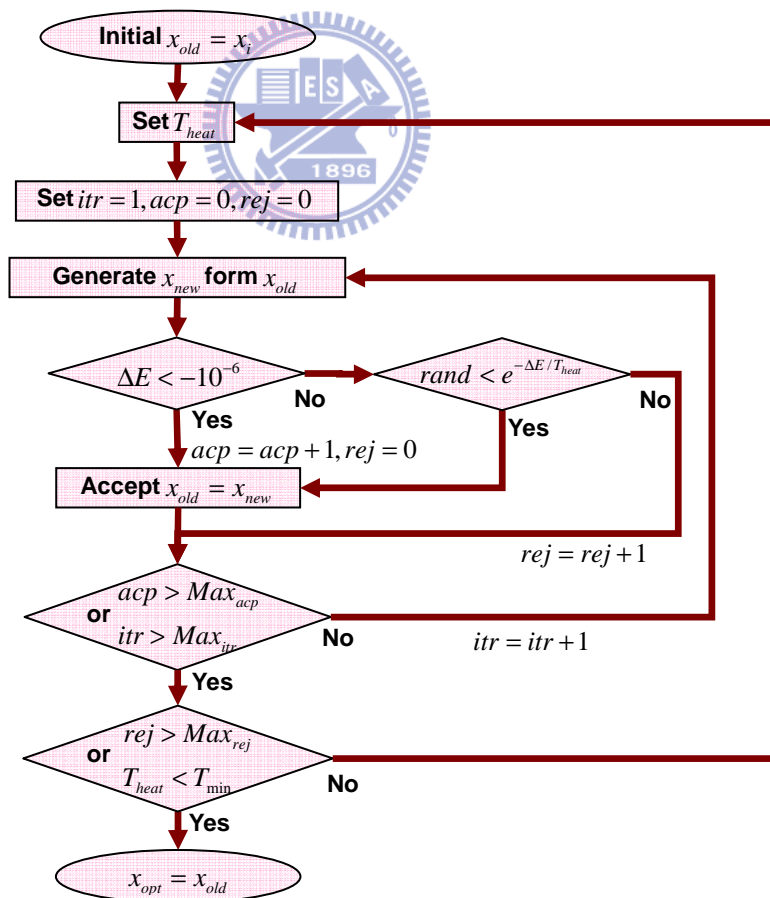


圖(2.5) 「模擬熱退火法」優化機制示意圖

此外，為了確保「模擬熱退火法」順利疊代及停止，通常會設定計數器參數及跳出疊代參數兩種參數，在計數器參數方面，包含  $itr$ 、 $acp$  及  $rej$ ，其意義如下： $itr$  代表同一溫度內，產生鄰近解的次數； $acp$  代表同一溫度內，鄰近解取代現有解的次數； $rej$  代表同一溫度內，連續捨去鄰近解，維持現有解的次數。在跳出疊代參數方面，包含  $Max_{itr}$ 、 $Max_{acp}$ 、 $Max_{rej}$  及  $T_{min}$ ，其功能如下：當疊代次數  $itr$  大於  $Max_{itr}$  或接受鄰近解的次數  $acp$  大於  $Max_{acp}$  時，則停止產生或接受現有加熱溫度  $T_{heat}$  下的鄰近解；當連續拒絕鄰近解的次數  $rej$  大於  $Max_{rej}$  或加熱溫度  $T_{heat}$  小於  $T_{min}$

時，則停止演算法。

「模擬熱退火法」的演算流程如圖(2.6)所示，首先，設定初始解  $x_i$  為現有解  $x_{old}$ 、初始溫度  $T_i$  為加熱溫度  $T_{heat}$ 、計數器  $itr=1$ 、計數器  $acp=0$  及計數器  $rej=0$ 。接著，根據現有解  $x_{old}$  隨機產生鄰近解  $x_{new}$ ，若鄰近解  $x_{new}$  與現有解  $x_{old}$  的函數值差  $\Delta E = E(x_{new}) - E(x_{old}) < -10^{-6}$ ，則取代現有解  $x_{old}$  為鄰近解  $x_{new}$ ，並將計數器  $acp$  加 1，計數器  $rej$  歸零，其中，判斷值選擇  $-10^{-6}$  而非 0 的原因在於忽略數值計算所造成的誤差。若  $\Delta E \geq -10^{-6}$ ，根據熱力學定律，比較由區間 (0,1) 隨機產生標準均勻分佈 (standard uniform distribution) 的亂數及加熱溫度  $T_{heat}$  下的機率  $e^{-\Delta E/T}$ ，若前者小於後者，則將現有解  $x_{old}$  取代為鄰近解  $x_{new}$ ；反之，若前者大於後者，則捨去鄰近解  $x_{new}$  維持現有解  $x_{old}$ ，並將計數器  $rej$  加 1。最後，若計數器  $acp$  大於  $Max_{acp}$  或  $itr$  大於  $Max_{itr}$ ，則往下一步，反之，則重新隨機產生鄰近解  $x_{new}$ ，並將計數器  $itr$  加 1。若計數器  $rej$  大於  $Max_{rej}$  或加熱溫度  $T_{heat}$  小於  $T_{min}$ ，則結束演算法，反之，則降低加熱溫度  $T_{heat} = \alpha T_{heat}$ ， $\alpha \in [0,1]$ ，重設計數器，並重複步驟產生鄰近解  $x_{new}$ 。



圖(2.6) 「模擬熱退火法」之流程圖

### 第三章

### 設計方法

本章節將介紹本論文用來設計多通道 FBG 的演算法，第 3-1 節，將介紹多通道 FBG 的設計概念及原理。第 3-2 節，將描述多通道 FBG 的設計優化。第 3-3 節，將提出多通道 FBG 的設計演算流程。

#### 3-1 設計概念及原理

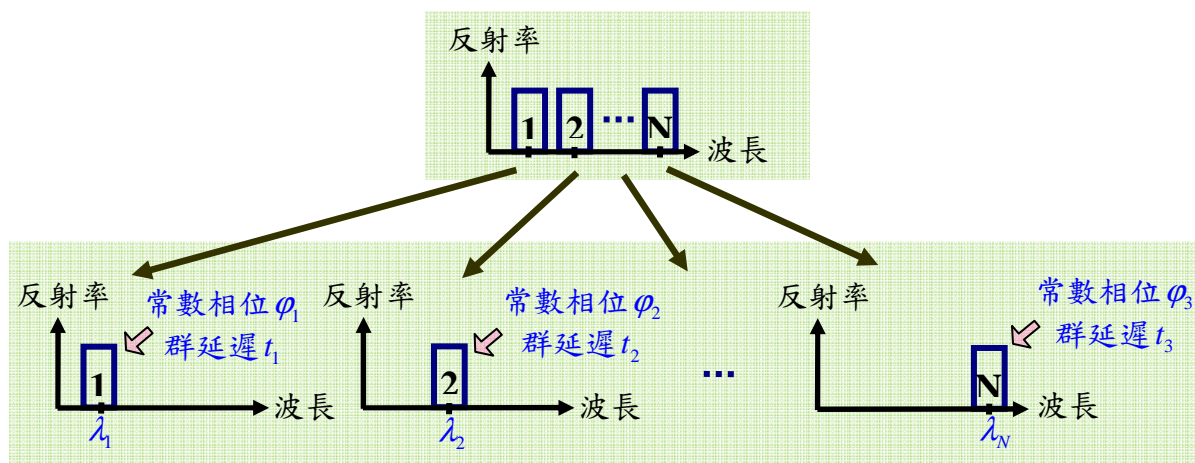
在多通道 FBG 設計系統中，如圖(3.1)所示，會先給定多通道反射光譜的規格，並希望經由一套設計演算法，獲得符合光譜規格及製程需求的多通道結構。其中，多通道反射光譜包含振幅及相位的資訊，對於振幅而言，其參數包含通道的數目  $N$ 、通道的頻寬、通道間的串音、通道的最大反射率...等等；對於相位而言，其參數包含常數相位  $\varphi$ 、與相位一階微分相關的群延遲  $t$ 、與相位二階微分相關的色散係數  $D$ 、與相位三階微分相關的色散斜率...等等。



圖(3.1) 多通道 FBG 設計示意圖

對於多通道光譜而言，如圖(3.2)所示，可將多通道 FBG 反射光譜拆解為數個單通道反射光譜，除此之外，經由分析用於 WDM 通訊系統的反射光譜規格，發現多通道反射光譜除了中心波長、常數相位及群延遲不同外，其餘特性如頻寬、反射率及色散常數...等等皆相同，因此，當給定任一個單通道的反射光譜時，對此已知的單通道反射光譜進行波長平移、調變常數相位或調變群延遲運算，可獲得其餘通道的反射光譜，進而建構出多通道反射光譜。舉例來說，若一個  $N$  通道反射光譜的各個通道的中心波長、常數相位及群延遲分別為  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 、 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$  及  $0, 0, \dots, 0$ ，且通道編號  $m=1$  的反射光譜為  $r_s(\lambda)$ ，則  $N$  通道的反射光譜可表示為：

$$r_m(\lambda) = \sum_{m=1}^N r_s(\lambda - (\lambda_m - \lambda_1)) e^{i(\varphi_m - \varphi_1)} \quad (3.1)$$



圖(3.2) 多通道反射光譜模型

其次，由於利用「離散剝皮法」可獲得反射光譜相對應之FBG結構，因此我們接著將透過分析「離散剝皮法」的演算流程，推導多通道反射光譜模型及相對應結構模型的關係。其中，「離散剝皮法」的演算流程是利用傅立業轉換，計算出反射光譜的脈衝響應，接著利用光的因果性及反覆的疊代，獲得離散反射鏡反射係數，再將離散反射鏡反射係數轉換為光柵耦合係數，獲得最後的光柵結構，因此，光譜及結構映像(mapping)關係的推導流程將如下：(1)介紹反射光譜與脈衝響應的傅立業轉換關係。(2)描述脈衝響應與離散反射鏡反射係數的轉換關係。(3)描述離散反射鏡反射係數與光柵耦合係數的轉換關係。(4)將根據前三項的轉換關係：反射光譜與脈衝響應的傅立業轉換關係、脈衝響應與離散反射鏡反射係數的轉換關係和離散反射鏡反射係數與光柵耦合係數的轉換關係，推得反射光譜與光柵耦合係數的轉換關係。

### (1) 反射光譜 $r(\delta)$ 與脈衝響應 $h(\tau)$ 的轉換關係

根據傅立業轉換關係可知，若脈衝響應  $h(\tau)$  的傅立業轉換為反射光譜  $r(\delta)$ ，則調變後的脈衝響應  $h'(\tau)$  及反射光譜  $r'(\delta)$  可表式如下：

$$\text{位移: } r'(\delta) = r(\delta + \delta_{sh}) \Leftrightarrow h'(\tau) = h(\tau)e^{i2\delta_{sh}\Delta\tau} \quad (3.2)$$

$$\text{常數相位: } r'(\delta) = r(\delta)e^{i\varphi} \Leftrightarrow h'(\tau) = h(\tau)e^{i\varphi} \quad (3.3)$$

$$\text{群延遲: } r'(\delta) = r(\delta)e^{i\delta\tau_{sh}2\Delta} \Leftrightarrow h'(\tau) = h(\tau - \tau_{sh}) \quad (3.4)$$

其中，(3.2)式的  $\delta_{sh} \in \mathbb{R}$ ，表示將反射光譜平移  $\delta_{sh}$ 。(3.3)式的  $\varphi \in \mathbb{R}$ ，表示外加一常數相位  $\varphi$  於光譜上；(3.4)式的  $\tau_{sh} \in \mathbb{Z}$ ，表示外加一群延遲  $t = 2\tau_{sh}\Delta/c$  於光譜上。

當給定一組單通道反射光譜  $r_s(\delta)$  及相對應的脈衝響應  $h_s(\tau)$  時，透過(3.2)式至(3.4)式，可將多通道反射光譜  $r_m(\delta)$  及相對應的脈衝響應  $h_m(\tau)$  以單通道反射光譜  $r_s(\delta)$  及相對應的脈衝響應  $h_s(\tau)$  展開。舉例來說，若一個  $N$  通道反射光譜表示為：

$$r_m(\delta) = \sum_{m=0}^{N-1} r_s(\delta + m\delta_{sh}) e^{i\varphi_m} e^{im\delta\tau_{sh}2\Delta} \quad (3.5)$$

則相對應的  $N$  通道脈衝響應可表示為：

$$h_m(\tau) = \sum_{m=0}^{N-1} h_s(\tau - m\tau_{sh}) e^{im\delta_{sh}2\Delta\tau} e^{i\varphi_m} \quad (3.6)$$

因此，透過傅立葉轉換關係，可得知調變單通道反射光譜相對應的單通道脈衝響應調變，進而獲得多通道反射光譜模型下相對應的多通道脈衝響應。

## (2) 脈衝響應 $h(\tau)$ 與離散反射鏡反射係數 $\rho(\tau)$ 的轉換關係

在「離散剝皮法」的離散反射鏡模型中，光於任一時間點上無足夠的時間行經兩個以上反射鏡，因此，光對 FBG 所造成的脈衝響應與單一面反射鏡反射係數相關，對於整個 FBG 而言，脈衝響應  $h(\tau)$  可近似為離散反射鏡反射係數  $\rho(\tau)$ ：

$$h(\tau) \sim \rho(\tau) \quad (3.7)$$

若假設  $h(\tau)$  絕對值最大的時間點為  $\tau_{\max}$ ， $|h(\tau)| \leq |h(\tau_{\max})|$ ，當「離散剝皮法」剝去一層層的反射鏡，整體反射率將降低，導致時間大於  $\tau_{\max}$  點時，離散反射鏡反射係數  $\rho(\tau)$  與脈衝響應  $h(\tau)$  絕對值差增大，因此時間大於  $\tau_{\max}$  點後，(3.7)式的誤差會增大。除此之外，(3.7)式的近似條件還包含了 (1) 反射光譜必須是物理上可行，使得脈衝響應  $h(\tau)$  具有因果性 (2) FBG 的長度必需要足夠長，使得其能實現反射光譜的特性 (3) FBG 取樣的寬度必須要夠小，使得反射光譜不會發生混疊 (aliasing)，而這三個條件也同時是能使用「離散剝皮法」的條件。

當給定一組單通道脈衝響應  $r_s(\delta)$  及相對應的離散反射鏡反射係數  $\rho_s(\tau)$  時，透過(3.7)式，可將多通道脈衝響應  $r_m(\delta)$  及相對應的離散反射鏡反射係數  $\rho_m(\tau)$  以單通道反射光譜  $r_s(\delta)$  及相對應的脈衝響應  $h_s(\tau)$  展開。舉例來說，若一個  $N$  通道脈衝響應表示為：

$$h_m(\tau) = \sum_{m=0}^{N-1} h_s(\tau - m\tau_{sh}) e^{im\delta_{sh}2\Delta\tau} e^{i\varphi_m} \quad (3.8)$$

則相對應的  $N$  通道離散反射鏡反射係數可近似為：

$$\rho_m(\tau) \sim \sum_{m=0}^{N-1} \rho_s(\tau - m\tau_{sh}) e^{im\delta_{sh}2\Delta\tau} e^{i\varphi_m} \quad (3.9)$$

因此，透過(3.7)式，可得知調變單通道脈衝響應相對應的離散反射鏡反射係數調變，進而獲得多通道脈衝響應相對應的多通道離散反射鏡反射係數。

### (3) 離散反射鏡反射係數 $\rho(\tau)$ 與光柵耦合係數 $q(z)$ 之關係

由「離散剝皮法」可知離散反射器反射係數  $\rho(\tau)$  與光柵耦合係數  $q(z)$  之關係式為：

$$\rho = -\tanh(|q|\Delta) \frac{q^*}{|q|} \quad (3.10)$$

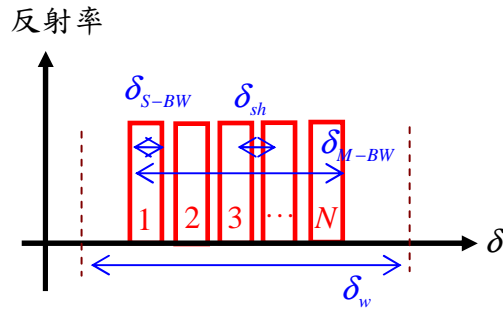
為了要將光柵耦合係數  $q(z)$  表示為離散反射器反射係數  $\rho(\tau)$ ，利用  $\tanh(x)$  的泰勒展式：

$$\tanh(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \dots, \quad |x| < \frac{\pi}{2} \sim 1.5708 \quad (3.11)$$

將關係式展開：

$$\rho = -\Delta q^* + \frac{1}{3} |q|^2 \Delta^3 q^* - \frac{2}{15} |q|^4 \Delta^5 q^* + \dots \quad (3.12)$$

其中為了證明收斂半徑  $|q|\Delta < 1.5708$ ，考慮窗口  $\delta_w$  內的一個  $N$  通道反射光譜，其光譜頻寬為  $\delta_{M-BW}$ ，通道頻寬為  $\delta_{S-BW}$ ，通道間距為  $\delta_{sh}$ ，如圖(3.3)所示：



圖(3.3) 多通道反射光譜示意圖

假設單通道之光柵耦合係數為  $q_s$ ，則對於  $N$  個單通道而言  $|q|\Delta = N|q_s|\Delta$ ，又由於  $N = \delta_{M-BW} / \delta_{sh}$ 、 $\Delta = \pi / \delta_w$  和  $|q_s| < \max(|q_s|) \sim k_r \delta_{S-BW}$ ，故

$$|q|\Delta = N|q_s|\Delta < \frac{\delta_{M-BW}}{\delta_{sh}} k_r \delta_{S-BW} \frac{\pi}{\delta_w} \quad (3.13)$$

重新排列後：

$$|q|\Delta < \frac{\delta_{S-BW}}{\Delta\delta} \frac{\delta_{M-BW}}{\delta_w} k_r \pi \quad (3.14)$$

一般而言  $k_r \sim 0.38$ ，且由於  $\delta_{S-BW} < \delta_{sh}$  且  $\delta_{M-BW} < \delta_w$ ，故泰勒展示成立。除此之外，泰勒展式的二階項與零階項相比：

$$\frac{2^{nd} \text{ term}}{1^{st} \text{ term}} = \frac{1}{3} |q|^2 \Delta^2 < \frac{1}{3} \left( \frac{\delta_{S-BW}}{\delta_{sh}} \frac{\delta_{M-BW}}{\delta_w} k_r \pi \right)^2 \quad (3.15)$$

為確保高階項可忽略，可選取較大的窗口頻寬  $\delta_w$ 。忽略泰勒展示的高階項，離散反射鏡反射係數  $\rho(\tau)$  與光柵耦合係數  $q(z)$  之關係為：

$$\rho(\tau\Delta) \sim -\Delta q^*(z) \quad (3.16)$$

當給定一組單通道離散反射鏡反射係數  $\rho_s(\tau)$  及相對應的單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$  時，透過(3.16)式，可將多通道離散反射鏡反射係數  $\rho_m(\tau)$  及相對應的多通道光柵耦合係數  $q_m(z)$  以離散反射鏡反射係數  $\rho_s(\tau)$  及相對應的單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$  展開。舉例來說，若一個  $N$  通道脈衝響應表示為：

$$\rho_m(\tau) = \sum_{m=0}^{N-1} \rho_s(\tau - m\tau_{sh}) e^{im\delta_{sh} 2\Delta\tau} e^{i\varphi_m} \quad (3.17)$$

則相對應的  $N$  通道脈衝響應可近似為：

$$q_m(z) \sim \sum_{m=0}^{N-1} q_s(z - mz_{sh}) e^{-im\delta_{sh} 2z} e^{-i\varphi_m} \quad (3.18)$$

其中  $z_{sh} = \tau_{sh}\Delta$  為空間平移量，所造成的群延遲為  $t = 2\tau_{sh}\Delta/c$ 。

因此，透過(3.16)式，可得知調變單通道離散反射鏡反射係數相對應的光柵耦合係數調變，進而獲得多通道離散反射鏡反射係數相對應的多通道光柵耦合係數。

#### (4) 反射光譜 $r(\delta)$ 與光柵耦合係數 $q(z)$ 的轉換關係

綜合(3.2)式至(3.4)式、(3.7)式及(3.16)式，可推得 FBG 光譜  $r(\delta)$  與結構  $q(z)$  的轉換關係：

$$\text{位移: } r'(\delta) = r(\delta + \delta_{sh}) \Leftrightarrow q'(z) = q(z) e^{-i2\delta_{sh}z} \quad (3.19)$$

$$\text{常數相位: } r'(\delta) = r(\delta) e^{i\varphi} \Leftrightarrow q'(z) = q(z) e^{-i\varphi} \quad (3.20)$$

$$\text{群延遲: } r'(\delta) = r(\delta) e^{i2\delta z_{sh}} \Leftrightarrow q'(z) = q(z - z_{sh}) \quad (3.21)$$



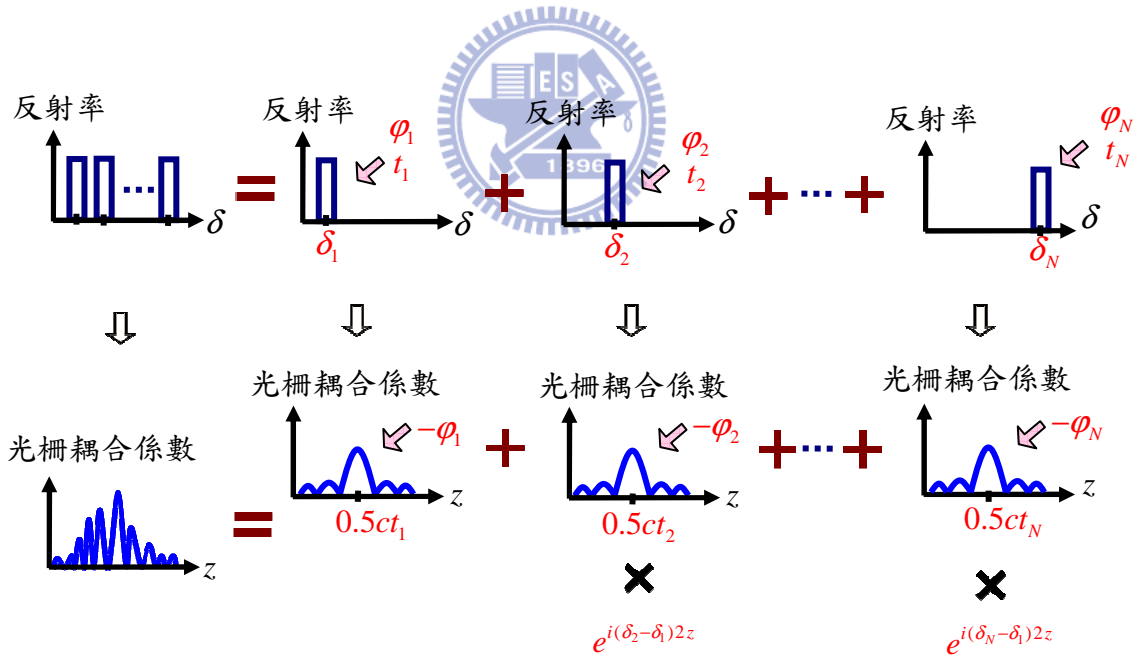
因此，在給定目標的多通道 FBG 反射光譜後，透過「離散剝皮法」求出單一通道之 FBG 結構，並利用(3.19)式至(3.21)式的轉換關係特性，可求出調變多通道反射光譜的相對應多通道 FBG 結構。換句話說，若一個  $N$  通道反射光譜表示為：

$$r_m(\delta) = \sum_{m=0}^{N-1} r_s(\delta + m\delta_{sh}) e^{i\varphi_m} e^{im\delta 2z_{sh}} \quad (3.22)$$

則相對應的多通道脈衝響應可近似為：

$$q_m(z) \sim \sum_{m=0}^{N-1} q_s(z - mz_{sh}) e^{-im\delta_{sh} 2z} e^{-i\varphi_m} \quad (3.23)$$

透過以上的分析，可推得 FBG 光譜及結構的映像關係，獲得光譜波長平移、調變常數相位或調變群延遲的相對應結構調變，故若求得給定單通道反射光譜的相對應單通道結構，對此單通道結構進行相對應於波長平移、常數相位調變或群延遲調變的結構運算，即可獲得其餘單通道反射光譜的相對應單通道結構，進而建構多通道結構，如圖(3.4)所示。



圖(3.4) 多通道反射光譜與相對應光柵耦合係數之關係圖

然而，雖然利用單通道反射光譜組構多通道反射光譜並無任何誤差，但利用單通道光柵耦合係數組構的多通道光柵耦合係數，與直接將多通道反射光譜經「離散剝皮法」所獲得的多通道光柵耦合係數僅為近似關係，因此，在我們的演算法中，此近似多通道光柵耦合係數僅適用於優化過程內，其中，將透過最佳化

各個通道相關之參數，減緩光柵結構的複雜度，使 FBG 結構符合製程需求，而對應的優化方式將於第 3-2 小節呈現。最後，將會利用所獲得與通道相關之優化參數建構實際多通道反射光譜，並以「離散剝皮法」求得最後的多通道 FBG 設計結構，使得設計結果符合反射光譜規格，而設計演算法的流程將於第 3-3 小節呈現。

### 3-2 設計優化

本小節中將透過與通道相關的優化參數，化簡多通道光柵耦合係數的複雜度。其中，FBG 優化參數需滿足以下的兩個條件：第一，參數的變動不改變多通道 FBG 光譜的濾波器效能，使 FBG 仍符合應用所需，第二，參數的變動可降低多通道 FBG 結構的複雜度及最大折射率調變振幅，使 FBG 符合製程需求。在本節中將介紹兩種符合上述條件的優化參數：(1)將介紹通道常數相位優化參數對反射光譜及結構的影響；(2)將介紹通道群延遲優化參數對反射光譜及結構的影響。

#### (1)通道常數相位優化參數

外加常數相位於各個通道，對於 FBG 光譜而言，並不影響群延遲值及色散值，因此，不同通道的訊號可同時輸出元件，且不會因色散而造成訊號形變。而利用(3.20)式，連結 FBG 反射光譜及結構的常數相位調變轉換關係，可知對於 FBG 結構而言，不同通道的結構有相位差而非建設性地疊加，可降低 FBG 的最大折射率調變至可製作的範圍內。

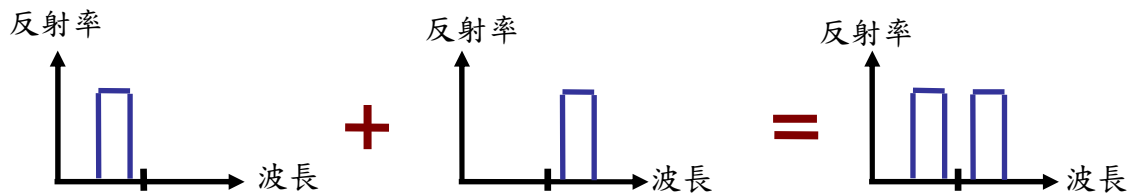
#### (2)通道群延遲優化參數

外加群延遲於各個通道，對於 FBG 光譜而言，不影響色散值，故不會因色散而造成訊號形變，此外，雖然不同通道的訊號會在不同時間輸出元件，但由於通道間彼此的訊號不相關，因此整體上的傳輸效能將不受影響。同樣地，利用(3.21)式，連結 FBG 反射光譜及結構的群延遲調變轉換關係，可知對於 FBG 結構而言，由於不同通道的結構疊加時，有位置位移，使各個通道的峰值處可錯開疊加，因此，在限定的最大折射率調變下，FBG 可容納的通道數量將提升。

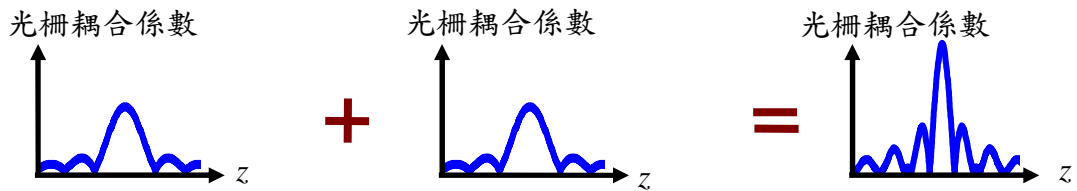
舉例來說，若目標反射光譜如圖(3.5a)所示為兩個單通道反射光譜所組構而成的雙通道反射光譜，圖(3.5b)顯示同相位疊加的狀況：相對應的雙通道 FBG 結構由兩個單通道結構建設性疊加而成；圖(3.5c)顯示有常數相位差  $\pi$  疊加的狀況：相對應的雙通道 FBG 結構由兩個單通道結構破壞性疊加而成；圖(3.5d)顯示

有群延遲差疊加的狀況：相對應的雙通道 FBG 結構由兩個單通道結構平移疊加而成。

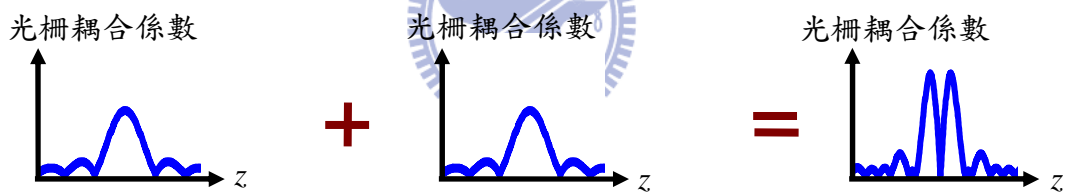
### 目標



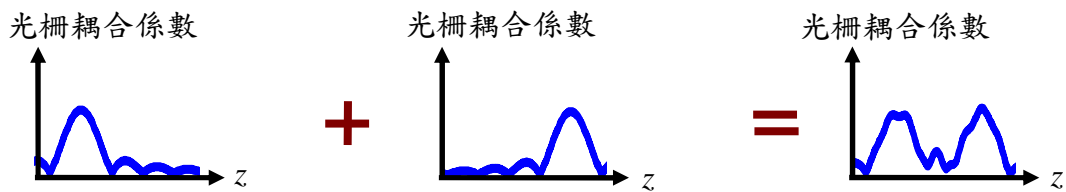
(a)



(b)



(c)



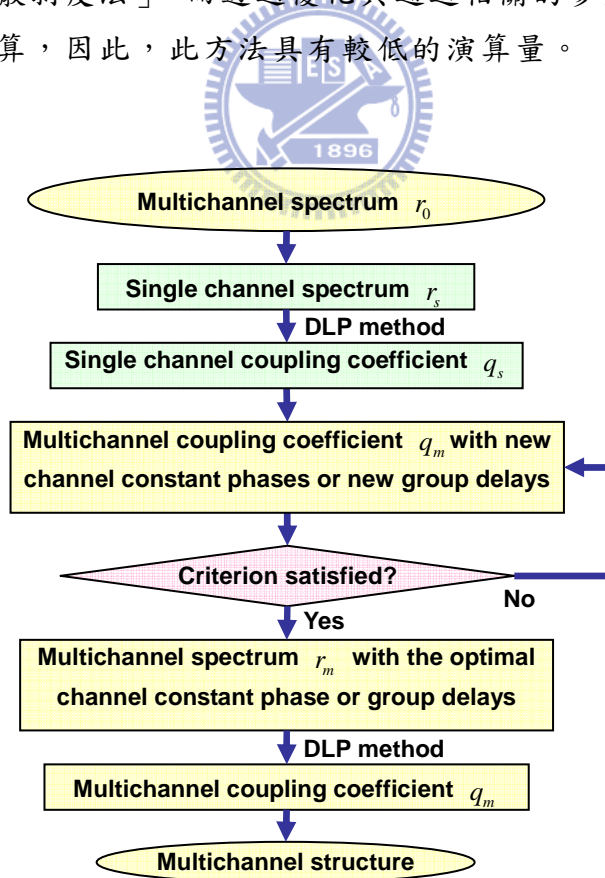
(d)

圖(3.5) 兩個單通道疊加為雙通道的建構方式 (a)兩個單通道光譜疊加為雙通道光譜 (b)兩個單通道結構建設性疊加為雙通道結構 (c)兩個單通道結構破壞性疊加為雙通道結構 (d)兩個單通道結構平移至彼此峰值間距為光柵長度的一半後疊加為雙通道結構

### 3-3 設計流程

圖(3.6)顯示提出的多通道 FBG 結構設計流程。當給定目標的反射光譜規格時  $r_0$ ，根據 3.1 節的設計概念及原理，選擇多通道反射光譜中的一個單通道反射光譜  $r_s$ ，並經「離散剝皮法」獲得相對應的單通道 FBG 光柵耦合係數  $q_s$ 。接著，為了降低因通道數目增加而複雜化的 FBG 結構，加入第 3-2 節的優化參數通道常數相位或是通道群延遲於各個通道，並透過(3.19)式至(3.21)式的轉換關係，獲得相對應的多通道 FBG 光柵耦合係數  $q_m$ ，並利用第 2-4 節的「模擬退火法」優化與通道相關之常數相位或群延遲，使多通道 FBG 結構達到製程所需。

最後，將優化所獲得之通道常數相位或通道群延遲及原單通道 FBG 之脈衝響應，透過(3.2)式至(3.4)式的轉換關係特性，建構多通道 FBG 之脈衝響應，並施行「離散剝皮法」於經離散反傅立葉轉換的多通道反射光譜  $r_m$ ，獲得代表多通道 FBG 結構特性的多通道光柵耦合係數  $q_m$ ，或再透過(2.11)式獲得具有物理意義的 FBG 折射率調變係數。其中，透過 FBG 光譜及結構的映像關係，可省去於優化過程中施行「離散剝皮法」，而透過優化與通道相關的參數，可將低因波長切割數帶來的繁複運算，因此，此方法具有較低的演算量。



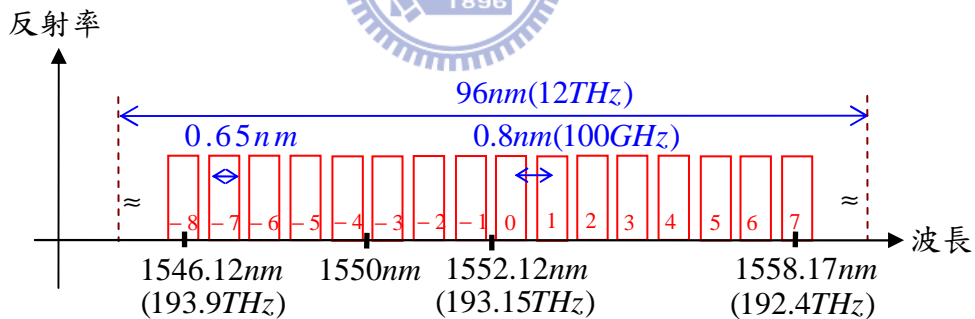
圖(3.6) 提出的多通道 FBG 設計流程

## 第四章

## 多通道光纖布拉格光柵的設計例子

在本章節中，將根據第三章所提出的演算法，設計兩種 16 通道的 FBG 濾波器，分別為提供訊號於通帶內無失真及損耗的無色散帶通濾波器，及具有改善色散問題及濾掉雜訊的色散補償濾波器。

兩種例子的設計參數選擇如下：在反射光譜參數的設定方面，根據國際電信聯盟(international telecommunication union, ITU)所制定的分波多工系統，選擇光譜頻率中心為 193.15 THz 及通道頻率間距為 100 GHz，因此可設定光譜兩端的通道中心頻率分別為 192.4 THz 及 193.9 THz，並將通道由短波長至長波長分別編號為  $m = -8, -7, \dots, 0, \dots, 6, 7$ ，如圖(4.1)所示。在結構參數的設定方面，FBG 的等效折射率為  $n_{eff} = 1.455$ 、中心光柵周期為  $\Lambda_0 = \lambda_0 / 2n_{eff} \sim 532.64nm$ ，其中  $\lambda_0 = 1550nm$  為中心光柵周期所反射的波長。在數值模擬參數的設定方面，僅考慮以  $\lambda_0$  為中心，12 THz 窗口內的頻譜響應，其相對應之解調窗口為  $\delta_w = 3659.34cm^{-1}$ ，根據取樣理論，可得每一層光柵長度為  $\Delta = \pi / \delta_w = 8.59\mu m$ 。



圖(4.1) 16 通道濾波器之目標反射率光譜示意圖

### 4-1 無色散帶通濾波器

本節中將設計長度為  $L = 3cm$  的無色散帶通濾波 FBG，其中，FBG 切割的總光柵層數  $M \sim L/\Delta \sim 3495$ 。首先，將設計單通道 FBG 無色散帶通濾波器，以建構出用於優化中的多通道 FBG 結構。第二部分，將設計三個具有十六通道無色散帶通濾波功能之 FBG 結構，分別為未優化通道參數、優化通道常數相位和優化通道常數相位及群延遲的多通道 FBG。最後一部分，將討論並比較三種 FBG 設計結構及其光譜的特性。

#### 4-1.1 單通道無色散帶通濾波器設計

為了獲得頻寬及最大反射率分別為  $0.65\text{nm}$  及  $0.9$  的頂部平坦目標的單通道數學式子，可利用 14 次超高斯的指數函數描述反射光譜：

$$r_s(\delta) = \sqrt{0.9} e^{-\ln 2 \left(\frac{\delta}{\delta_{PB}}\right)^{14}} \quad (4.1)$$

其中  $\delta_{PB} = 0.5 \times (0.65\text{nm}) \times (2\pi n_{eff} / \lambda_0^2) = 12.37\text{cm}^{-1}$ 。

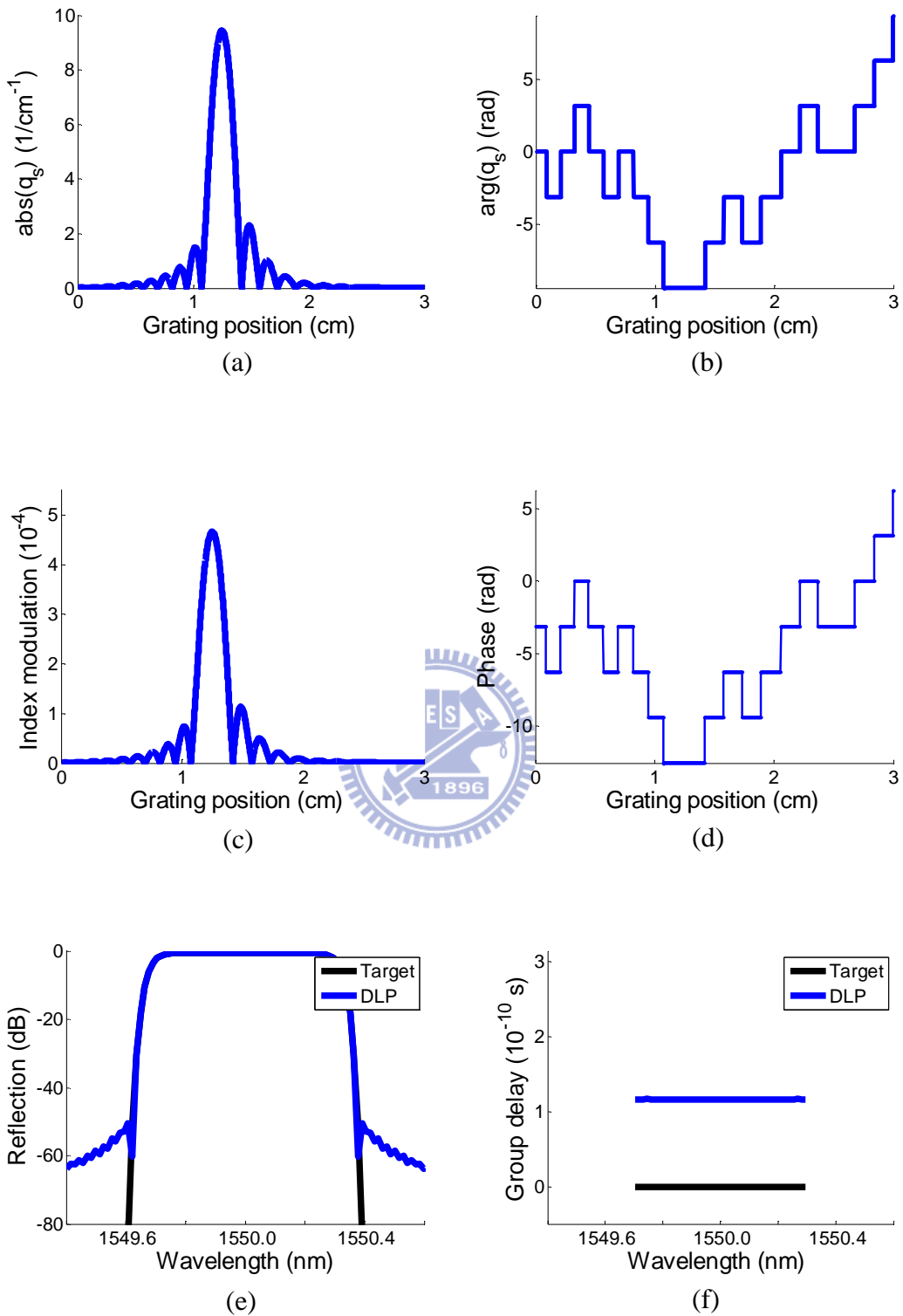
將(4.1)式目標反射光譜經矩形窗口處理程序，可獲得平移  $0.4M \sim 1398$  的單通道脈衝響應函數  $h_s(\tau)$ ，接著經「離散剝皮法」流程後，獲得單通道離散反射鏡反射係數  $\rho_s(\tau)$ ，再透過(2.18)式，獲得單通道光柵耦合係數函數  $q_s(z)$ 。由於單通道反射光譜的傅立業轉換為 sinc 函數，因此，光柵耦合係數函數具有 sinc 函數的特性，如圖(4.2a)及圖(4.2b)所示。

為了獲得具有實際物理意義的單通道光柵折射率調變  $n_s(z)$ ，透過(2.11)式將光柵耦合係數函數  $q_s(z)$  轉換為折射率調變函數  $n_s(z)$ 。圖(4.2c)顯示折射率調變的最大振幅為  $4.66 \times 10^{-4}$ ；圖(4.2d)顯示折射率調變的  $\pi$  相位移(phase shift)個數為 18，符合 FBG 折射率調變的最大振幅可達  $5 \times 10^{-3}$  及單位相位移數約可達  $10/0.1\text{mm}$  的製程限制。

所設計之 FBG 結構經「轉移矩陣法」所得的反射光譜與(4.1)式目標反射光譜的比較如圖(4.2e)及圖(4.2f)所示，其中，群延遲為光譜之相位對頻率一次微分：

$$t \triangleq \frac{d \arg(r)}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c n_{eff}} \frac{d \arg(r)}{d\lambda} = \frac{n_{eff}}{c} \frac{d \arg(r)}{d\delta} \quad (4.2)$$

藉由觀察群延遲光譜，不僅可知不同波長的群延遲時間，更可由微分及斜率分別得知不同波長的相位特性及色散係數。圖(4.2e)顯示設計所得反射光譜與目標反射光譜的反射率於波長範圍  $1549.62 \sim 1550.38\text{nm}$  無差異，圖(4.2f)顯示設計所得反射光譜與目標反射光譜於帶通內的群延遲差約為常數  $1.166 \times 10^{-10}\text{s}$ ，其物理意義為光經 FBG 傳輸而反射所消耗的時間  $t = 2 \times (0.4L) \times (n_{eff} / c)$ ，且由於群延遲為常數，故色散值為零，表示訊號於通帶內不因色散效應而造成訊號形變。



圖(4.2) 單通道無色散帶通濾波器設計中之 (a) 光柵耦合係數的振幅 (b) 光柵耦合係數的相位 (c) 折射率調變的振幅 (d) 折射率調變的相位 (e) 反射率反射光譜 (f) 帶通內群延遲反射光譜

## 4-1.2 多通道無色散帶通濾波器設計

### 4-1.2.1 未優化通道參數

此小節中，直接利用第 4-1.1 小節所求出之單通道脈衝響應函數  $h_s(\tau)$ ，根據(3.2)式建構目標多通道反射光譜，其中，通道間距解調波數及光譜中心解調波數分別為  $\delta_{sh} = 100(\text{GHz}) \times (2\pi n_{eff} / c) = 30.49\text{cm}^{-1}$  和  $\delta_{cen} = -95.80\text{cm}^{-1}$ 。此反射光譜經「離散剝皮法」流程後，可獲得一個多通道 FBG 折射率調變  $n(z)$  的設計。此外，若直接調變單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$  為多通道光柵耦合係數，則可獲得另一組多通道 FBG 折射率調變  $T\{n_s(z)\}$  的設計。

$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  之比較圖，如圖(4.3a)及圖(4.3b)所示。圖(4.3a)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  的折射率調變最大振幅分別為  $70.33 \times 10^{-4}$  及  $66.19 \times 10^{-4}$ ；圖(4.3b)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  的折射率調變相位的單位相位移數約皆為  $20/0.1\text{mm}$ ，而相鄰相位移間之斜率約皆為  $slope = -161.3\text{cm}^{-1}$ ，根據(2.8)式可知：

$$2\pi/\Lambda = slope + 2\pi/\Lambda_0 \quad (4.3)$$

因此，實際光柵周期  $\Lambda$  所對應的解調波數為  $80.65\text{cm}^{-1}$ ，即為光譜的中心頻率  $193.15\text{THz}$ 。

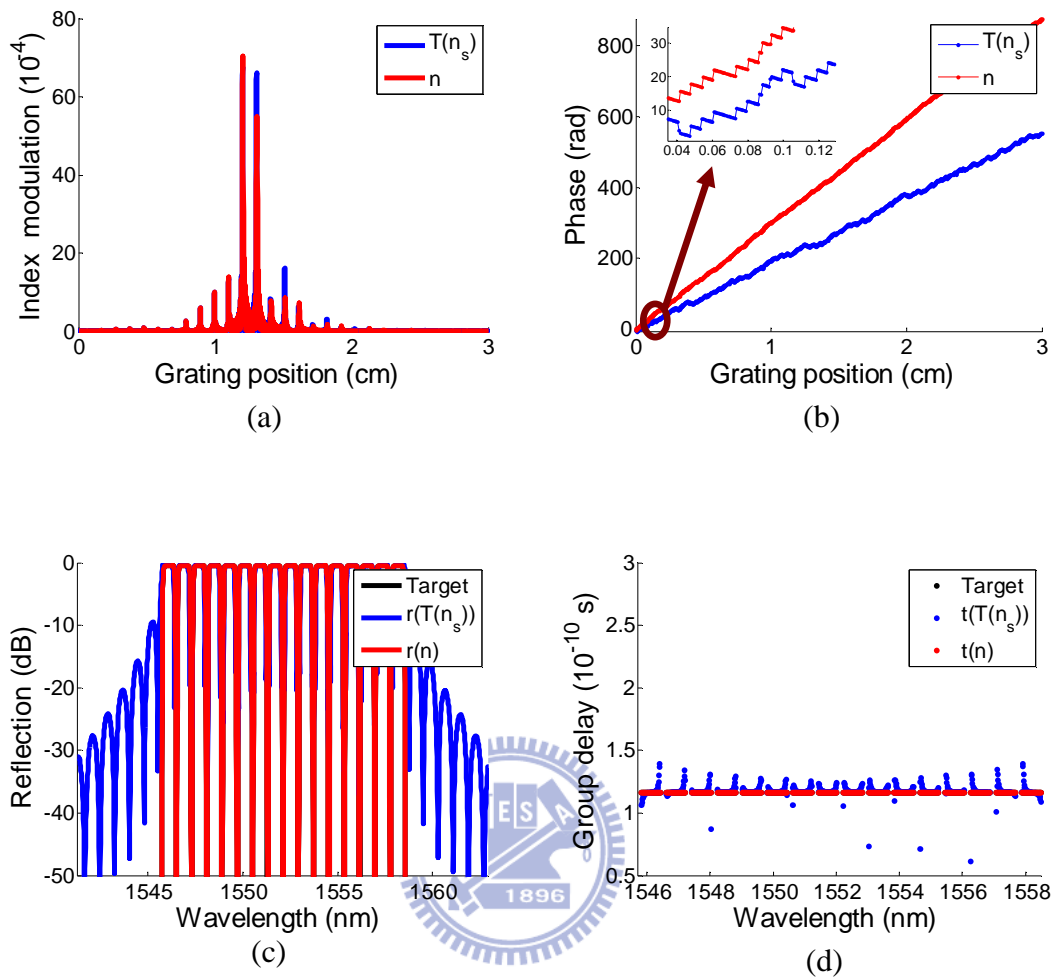
$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  相對應之反射光譜與目標多通道光譜，如圖(4.3c)及圖(4.3d)所示。圖(4.3c)顯示  $n(z)$  的反射光譜與目標反射光譜之反射率無差異，通道間的串音低於  $-50\text{dB}$ ，但  $T\{n_s(z)\}$  的反射率光譜的串音平均僅約為  $-20\text{dB}$ ，且通道內有形變和帶通外有雜訊；圖(4.3d)顯示  $n(z)$  的反射光譜與目標反射光譜之通道內群延遲無明顯差異，但  $T\{n_s(z)\}$  的反射光譜在通道邊緣處有劇烈上升的群延遲，將導致訊號受色散效應影響。

### 4-1.2.2 優化通道常數相位

此小節中，將透過「模擬熱退火法」優化各個通道的常數相位  $\varphi_m, m = -8 \sim 7$ ，設計多通道 FBG 無色散帶通濾波器。

優化參數方面，選擇初始溫度  $T_i = 80$ 、最低溫度  $T_{min} = 10^{-8}$  及降溫係數  $\alpha = 0.8$ ，並給定初始解  $x_i$  為零矩陣。在計數器設定方面，設定同一溫度內，產生鄰近解次數的最大值  $Max_{irr} = 30$ 、鄰近解取代現有解次數的最大值  $Max_{acp} = 20$ 、連續捨去鄰近解以維持現有解次數的最大值  $Max_{rej} = 1000$ 。在優化選擇法方面，鄰近解  $\varphi_{new}$  的產生法為一次只變動一個通道的相位值且變動的大小為標準常態分配亂數乘上  $\pi/100$ ：





圖(4.3) 多通道無色散帶通濾波器未優化設計中之 (a) 折射率調變的振幅 (b) 折射率調變的相位 (c) 反射率反射光譜 (d) 帶通內群延遲反射光譜

$$\varphi_{new} = \varphi_{old} + randn \frac{\pi}{100} \quad (4.4)$$

其中  $\varphi_{old}$  代表現有解， $randn$  為  $1 \times 16$  的矩陣，其內元素，先依據亂數選擇一個元素，並設定其值由標準常態分配(standard normal distribution)亂數產生，而剩下的 15 個元素皆設為零。

藉由找尋

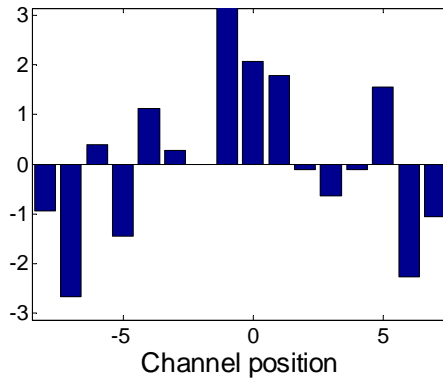
$$\sum_z \left[ \text{diff} \left\{ n(z; \varphi_m^{(opt)}) \right\} \right]^2 = \min_{\varphi_m} \sum_z \left[ \text{diff} \left\{ n(z; \varphi_m) \right\} \right]^2 \quad (4.5)$$

中的  $n(z; \varphi_m^{(opt)})$ ，可獲得各個通道優化的常數相位  $\varphi_m^{(opt)} = [-0.95, -2.67, 0.40, -1.45, 1.13, 0.28, -0.01, 3.41, 2.07, 1.78, -0.11, -0.63, -0.11, 1.55, -2.27, -1.05]$ ，如圖(4.4a)所示。利用優化所獲得之  $\varphi_m^{(opt)}$  及單通道無色散 FBG 脈衝響應函數  $h_s(\tau)$ ，可建構目標多通道 FBG 反射光譜，此反射光譜經「離散剝皮法」流程後，可獲得一個多通道光柵折射率調變  $n(z)$  的設計。此外，若直接調變單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$  為多通道光柵耦合係數，則可獲得另一組多通道光柵折射率調變  $T\{n_s(z)\}$  的設計。

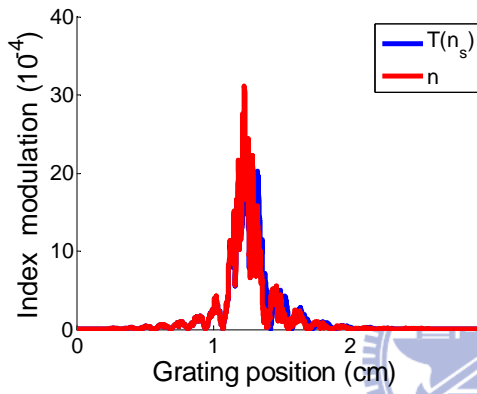


$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  之比較圖，如圖(4.4b)及圖(4.4c)所示。圖(4.4b)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  的折射率調變最大振幅分別為  $31.20 \times 10^{-4}$  及  $26.03 \times 10^{-4}$ ，約分別為單通道折射率調變最大振幅的 6.6 倍及 5.5 倍。圖(4.4c)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  折射率調變相位的單位相位移個數約為  $1/0.1mm$ ，相鄰相位移間具斜率變化。

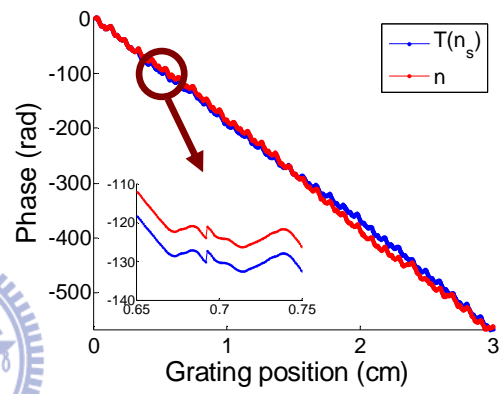
$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  相對應之反射光譜與目標多通道反射光譜，則如圖(4.4d)及圖(4.4e)所示。圖(4.4d)顯示  $n(z)$  的反射率光譜與目標反射率光譜較接近，而  $T\{n_s(z)\}$  的反射率光譜，通道內有形變，通道間有串音現象。圖(4.4e)顯示  $n(z)$  的群延遲反射光譜與目標群延遲反射光譜於通道內無差異，而  $T\{n_s(z)\}$  的群延遲反射光譜，在通道邊緣處，會因色散效應導致訊號形變。



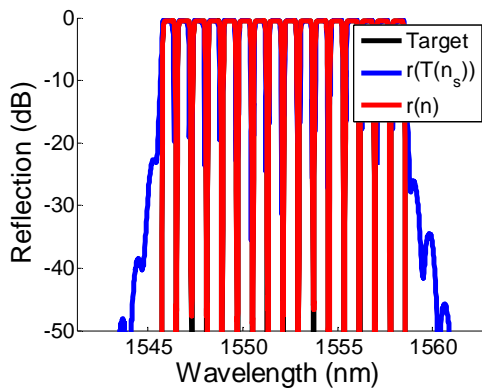
(a)



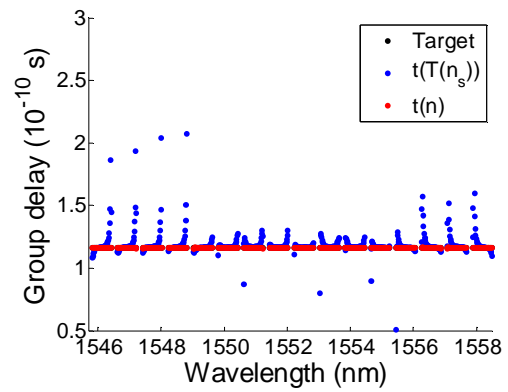
(b)



(c)



(d)



(e)

圖(4.4) 優化常數相位多通道無色散帶通濾波器設計中之 (a) 各個通道的常數相位 (b) 折射率調變的振幅 (c) 折射率調變的相位 (d) 反射率反射光譜 (e) 帶通內群延遲反射光譜

### 4-1.2.3 優化通道常數相位及群延遲

此小節中，將透過優化通道常數相位及群延遲，設計多通道 FBG 無色散帶通濾波器，優化參數包含通道常數相位  $\varphi_m$  及對應於通道群延遲的時間平移量  $\tau_m$ 。優化參數擇與 4-1.2.2 小節中的優化參數相同。為使得不同通道的結構疊加時，有空間位置位移以錯開各個通道的峰值處，降低最大折射率調變，故設定初始時間平移量  $\tau_m = [2830, 2684, 2538, 2393, 2247, 2101, 1956, 1810, 1665, 1519, 1373, 1228, 1082, 936, 791, 645]$  呈線性變化。鄰近時間平移量  $\tau_{new}$  的產生法為：

$$\tau_{new} = \tau_{old} + randi \quad (4.6)$$

其中  $\tau_{old}$  代表現有解， $randi$  為  $1 \times 16$  的矩陣，其內元素，先依據亂數選擇一個元素，並設定其值由集合  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  亂數取一，而剩下的 15 個元素皆設為零，此外，在產生鄰近解時，依據亂數，選擇改變通道相位和改變空間位移數的其中一種改變法，換句話說，當依據(4.4)式改變通道相位時，空間位移數維持相同；當依據(4.6)式改變空間位移數時，通道相位維持相同。

藉由找尋：

$$\sum_z \left[ \text{diff} \left\{ n(z; \varphi_m^{(opt)}; \tau_m^{(opt)}) \right\} \right]^2 = \min_{\varphi_m \& \tau_m} \sum_z \left[ \text{diff} \left\{ n(z; \varphi_m; \tau_m) \right\} \right]^2 \quad (4.7)$$

中的  $n(z; \varphi_m^{(opt)}; \tau_m^{(opt)})$ ，可獲得經優化得的參數  $\varphi_m^{(opt)}$  及  $\tau_m^{(opt)}$ ，可獲得各個通道的優化通道常數相位  $\varphi_m^{(opt)} = [0.83, 2.63, -5.48, 3.25, -3.11, -1.09, -4.47, -1.31, 3.57, -0.43, 4.00, -2.12, -1.43, 4.55, 2.07, -3.79]$  及時間平移量  $\tau_m = [2825, 2688, 2541, 2412, 2250, 2056, 1946, 1807, 1669, 1516, 1370, 1229, 1089, 930, 786, 634]$ ，如圖(4.5a)及圖(4.5b)所示，其中，圖(4.5b)為將時間平移量  $\tau_m^{(opt)}$  乘上  $\Delta$  以得到實際空間平移量  $z_m^{(opt)}$ 。

利用優化所獲得之  $\varphi_m^{(opt)}$  和  $\tau_m^{(opt)}$  及原單通道 FBG 之脈衝響應  $h_s(\tau)$ ，建構多通道 FBG 之目標光譜，將此反射光譜經「離散剝皮法」流程後，可獲得一個多通道光柵折射率調變  $n(z)$  的設計。此外，若直接調變單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$  為多通道光柵耦合係數，則可獲得另一組多通道光柵折射率調變  $T\{n_s(z)\}$  的設計。

$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  之比較圖，如圖(4.5c)及圖(4.5d)所示。圖(4.5c)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  的折射率調變最大振幅分別為  $9.43 \times 10^{-4}$  及  $8.88 \times 10^{-4}$ 。圖(4.5d)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  折射率調變相位的相位移數少且斜率變化近乎連續，此外，可觀察到 FBG

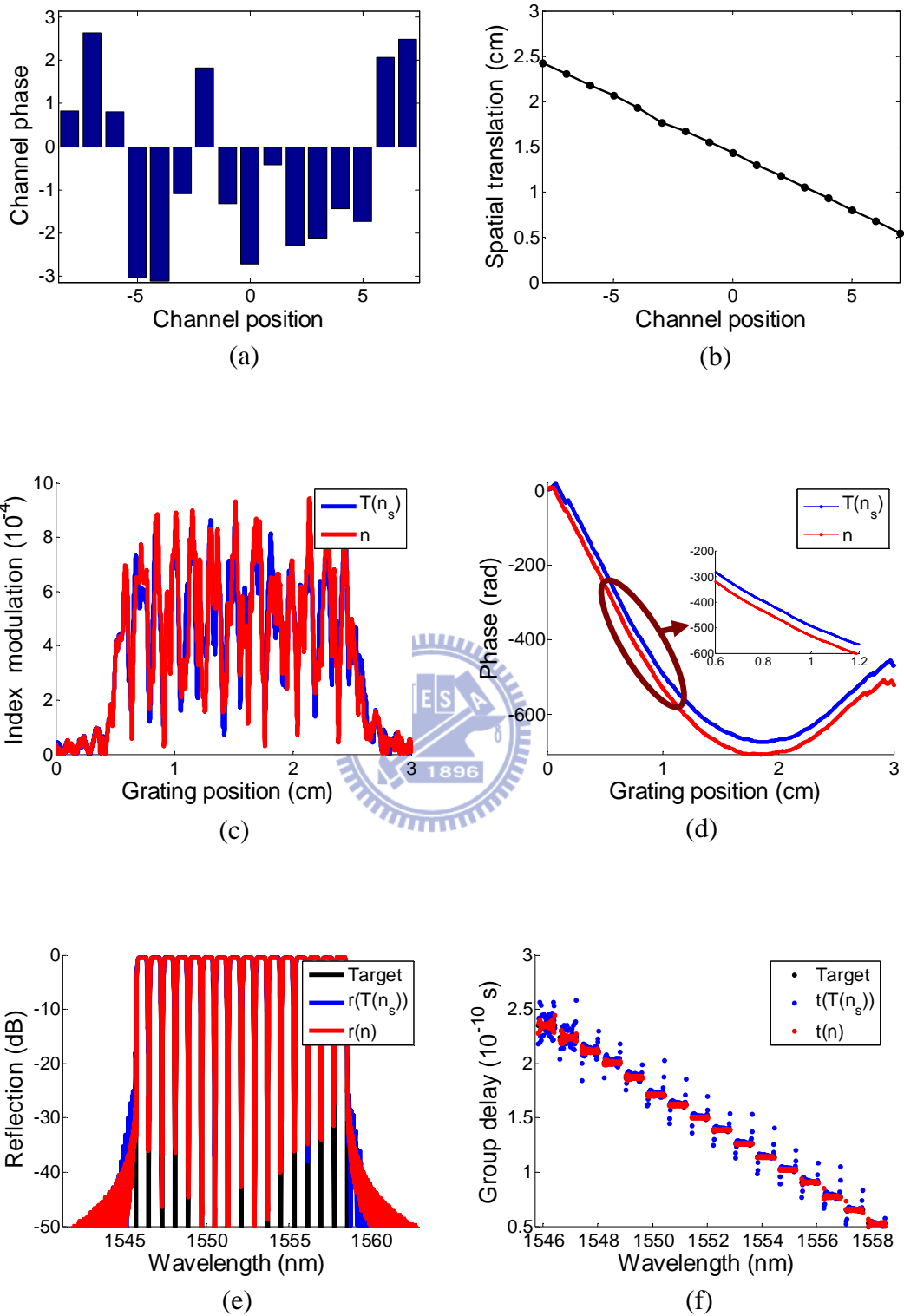
前端的斜率小於後端的斜率，根據(4.3)式可知相位的斜率：

$$\text{slope} = 2\delta = 2\left(\frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda} - \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda_0}\right) \quad (4.8)$$

因此，長波長的信號將於 FBG 前端被反射，而短波長的信號將於 FBG 後端被反射，舉例來說，斜率為零處的光柵位置約為  $1.8\text{cm}$ ，代表  $1550\text{nm}$  的波長約在光柵位置  $1.8\text{cm}$  處被反射。

$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  相對應之反射光譜與目標多通道反射光譜，如圖(4.5e)及圖(4.5f)所示。圖(4.5e)顯示  $n(z)$  的反射率光譜與目標反射率光譜於通帶內較接近，而  $T\{n_s(z)\}$  的反射率光譜則於通帶內有形變，於通道間有串音現象， $n(z)$  的最低反射率平均約為  $-35\text{dB}$ ，而  $T\{n_s(z)\}$  的最低反射率平均約為  $-15\text{dB}$ 。圖(4.5f)顯示  $n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  的群延遲反射光譜與目標群延遲反射光譜於通道內具有相同的特性，短波長的群延遲大於長波長的群延遲，代表於 FBG 結構中，短波長被反射的位置較長波長被反射的位置後面，例如在光柵位置  $1.8\text{cm}$  處被反射的  $1550\text{nm}$  波長，其群延遲預估約為  $2 \times (1.8\text{cm}) \times (n_{\text{eff}} / c) = 1.75 \times 10^{-10}\text{s}$ ，而圖(4.5f)中  $1550\text{nm}$  波長的群延遲約為  $1.72 \times 10^{-10}\text{s}$  與預估值相近。





圖(4.5) 優化通道相位多通道無色散帶通濾波器設計中之 (a) 各個通道的常數相位 (b) 各個通道的空間位移量 (c) 折射率調變的振幅 (d) 折射率調變的相位 (e) 反射率反射光譜 (f) 帶通內群延遲反射光譜

### 4-1.3 多通道無色散帶通濾波器設計結果的討論

此小節中，將根據第 4-1.2 小節中的兩個未優化通道相位、兩個優化通道常數相位及兩個優化通道常數相位及群延遲的 16 通道設計結果，進行比較討論及評估。第 4-1.2 小節中的六個設計結構特性比較，如表(4.1)所示，而相對應的光譜特性比較如表(4.2)所示。

表(4.1) 16 通道無色散濾波器設計之 FBG 結構特性比較表

	FBG 結構之振幅特性		FBG 結構之相位特性	
	最大折射率調變 ( $10^{-4}$ )	零點數目	相位移個數 (個/0.1 mm)	兩相位移間之 相位斜率變化
未優化 圖(4.3a)、圖(4.3b)	for n : 70.33	~210	~20	無變化
	for T(n) : 66.19			
優化 $\varphi_m$ 圖(4.4b)、圖(4.4c)	for n : 31.20	~17	~1	不連續變化
	for T(n) : 26.03			
優化 $\varphi_m$ 和 $\tau_m$ 圖(4.5c)、圖(4.5d)	for n : 9.43	~6	~0	連續變化
	for T(n) : 8.88			

表(4.2) 16 通道無色散濾波器設計之 FBG 反射光譜特性比較表

	FBG 反射光譜之 反射率特性		FBG 反射光譜之 通道內群延遲特性		
	平均串音	通道內	通道邊緣	邊緣通道	
未優化 圖(4.3c)、圖(4.3d)	for n	< -50dB	頂部平坦	無色散	同中間通道
	for T(n)	~ -20dB	些微形變	有些微色散	同中間通道
優化 $\varphi_m$ 圖(4.4d)、圖(4.4e)	for n	~ -50dB	頂部平坦	無色散	同中間通道
	for T(n)	~ -17dB	些微形變	有些微色散	同中間通道
優化 $\varphi_m$ 和 $\tau_m$ 圖(4.5e)、圖(4.5f)	for n	~ -35dB	頂部平坦	有些微色散	輕微色散
	for T(n)	~ -15dB	些微形變	有些微色散	輕微色散

表(4.1)顯示，在未優化通道相位的兩個設計，不僅最大折射率調變超過材料極限，而且單位長度內有過多的相位移數，零點數也過多，因此即使其相位斜率無變化，仍難以製作出。反觀優化常數相位的兩個設計，不僅最大折射率調變降低了一半，單位長度內的相位移數降為二十分之一，折射率調變的零點個數也大幅下降，雖然相鄰相位移間之斜率變化較多，但仍可透過選擇不同光柵製做周期而獲得。而優化通道相位的兩個設計，具有最小的最大折射率調變及最少的零點個數，其相位移間之斜率變化緩慢，為三種 FBG 設計中，最為容易的製作的。

然而，表(4.2)顯示，優化通道相位的兩個設計，其雜訊反射率為三種 FBG 設計中最高，且其各個通道邊緣及帶通邊緣通道，皆有色散效應，造成訊號失真。此外，三種 FBG 設計中，雖然  $T\{n_s(z)\}$  的運算量及最大折射率調變皆小於  $n(z)$ ，但  $T\{n_s(z)\}$  的反射光譜於通道內皆有些微形變，且雜訊反射率多了約 20dB 左右。

## 4-2 色散補償濾波器

本節中將設計長度為  $L=12\text{cm}$  的 FBG，以補償色散係數為  $D=17\text{ps/nm-km}$  的  $20\text{km}$  單模光纖，其中 FBG 切割的總光柵層數  $M \sim L/\Delta=13978$ 。首先，將設計單通道 FBG 色散補償濾波器，以建構出做為多通道 FBG 設計的 FBG 光譜及結構。第二部分，將設計三種具有十六通道色散補償濾波功能之 FBG 結構，分別為未優化通道相位、優化常數相位及優化通道相位的多通道 FBG。最後一部分，將討論及比較三種 FBG 設計結構及其光譜的特性。

### 4-2.1 單通道色散補償濾波器設計

利用(4.1)式單通道無色散反射光譜及二次相位函數產生目標單通道色散補償反射光譜：

$$r_s(\delta) = \sqrt{0.9} e^{-\ln 2 \left(\frac{\delta}{\delta_{PB}}\right)^4} e^{-i \frac{\beta_2 L_F}{2} \left(\frac{c\delta}{n_{eff}}\right)^2} \quad (4.9)$$

其中  $\delta_{PB}$  為頻寬、 $\beta_2$  為單模光纖之傳輸常數  $\beta$  對頻率  $\omega$  的二次微分 and  $L_F$  為欲補償的單模光纖長度，分別設為  $\delta_{PB} = 12.37\text{cm}^{-1}$ 、 $\beta_2 = (17\text{ps/nm-km}) / (-2\pi c / \lambda_0^2) = -21.7\text{ps}^2/\text{km}$  和  $L_F = 20\text{km}$ 。

將(4.16)式目標反射光譜經矩形窗口處理程序，可獲得一平移  $0.5M \sim 6989$  的單通道脈衝響應函數  $h_s(\tau)$ ，接著經「離散剝皮法」流程後，可獲得單通道離散反射鏡反射係數  $\rho_s(\tau)$ ，再透過(2.18)式，可獲得單通道光柵耦合係數函數  $q_s(z)$ 。由於目標反射光譜為單通道帶通濾波函數與二次相位函數相乘，經傅立葉轉換後，脈衝響應函數將正比於類 sinc 函數與二次相位函數的摺積，因此色散補償單通道光柵耦合係數函數的寬度較無色散單通道光柵耦合係數函數寬，相位則與二次函數相似，分別如圖(4.6a)及圖(4.6b)所示。

為獲得具有實際物理意義的折射率調變  $n_s(z)$ ，透過(2.11)式將光柵耦合係數函數  $q_s(z)$  轉換為折射率調變  $n_s(z)$ ，圖(4.6c)顯示折射率調變最大振幅為  $1.6132 \times 10^{-4}$ ，圖(4.6d)



顯示折射率調變的相位呈緩慢變化，可藉由改變光柵周期而製作出。

此 FBG 結構經「轉移矩陣法」所得的反射光譜與(4.16)式目標光譜的比較如圖(4.6e)及圖(4.6f)所示。圖(4.6e)顯示設計所得反射光譜與目標反射光譜的反射率無差異，圖(4.5f)顯示設計所得反射光譜與目標反射光譜於帶通內的群延遲的斜率及兩者的差分別約為 $-340\text{ps}/\text{nm}$ 及 $5.825\times 10^{-10}\text{s}$ ，斜率的物理意義為補償因傳輸造成的色散效應，可補償色散係數 $D=17\text{ps}/\text{nm}-\text{km}$ 的 $20\text{km}$ 單模光纖所造成的群延遲 $340\text{ps}/\text{nm}$ ，兩者群延遲差的物理意義為光經 FBG 傳輸而反射所消耗的時間

$$t = 2 \times (0.5L) \times (n_{\text{eff}} / c)。$$

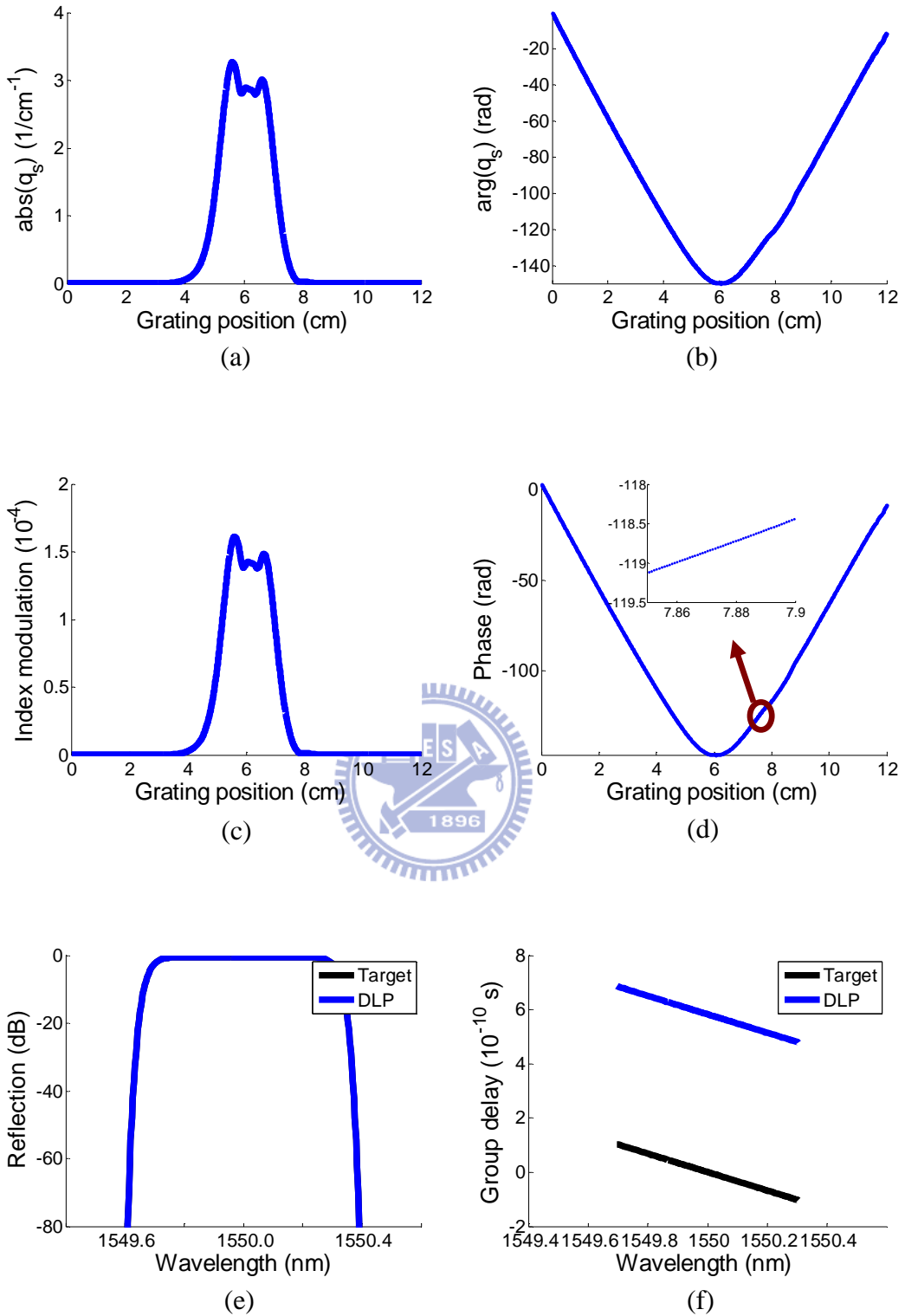
## 4-2.2 多通道色散補償濾波器設計

### 4-2.2.1 未優化通道參數

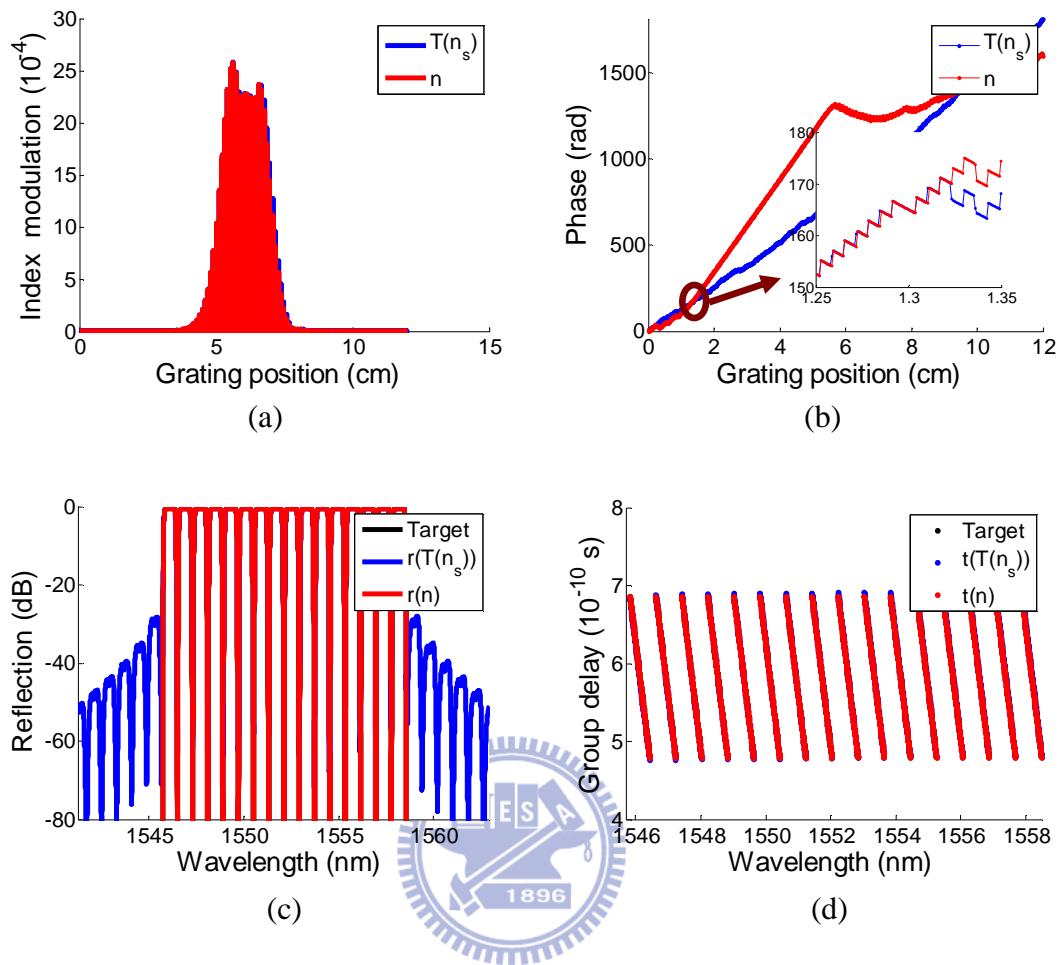
此小節中，直接利用第4-2.1小節所求出之單通道脈衝響應函數 $h_s(\tau)$ ，建構目標多通道反射光譜，此反射光譜經「離散剝皮法」流程後，可獲得一個多通道 FBG 折射率調變 $n(z)$ 的設計。此外，若直接調變單通道光柵耦合係數 $q_s(z)$ 建構多通道光柵耦合係數，可獲得另一組多通道 FBG 折射率調變 $T\{n_s(z)\}$ 的設計。

$n(z)$ 與 $T\{n_s(z)\}$ 之比較圖，如圖(4.7a)及圖(4.7b)所示。圖(4.7a)顯示 $n(z)$ 及 $T\{n_s(z)\}$ 的折射率調變最大振幅分別為 $25.76\times 10^{-4}$ 及 $25.79\times 10^{-4}$ ；圖(4.7b)顯示 $n(z)$ 及 $T\{n_s(z)\}$ 折射率調變的單位相位移個數為 $15/0.1\text{mm}$ 。

$n(z)$ 與 $T\{n_s(z)\}$ 相對應之反射光譜與目標多通道反射光譜，如圖(4.7c)及圖(4.7d)所示。圖(4.7c)顯示 $n(z)$ 的反射光譜與目標反射光譜之反射率無差異，通道間 $n(z)$ 的最低反射率低於 $-80\text{dB}$ ，但「 $T\{n_s(z)\}$ 的反射率光譜」的最低反射率平均約為 $-70\text{dB}$ 且通道間有些微串音現象。圖(4.7d)則顯示 $n(z)$ 的反射光譜、 $T\{n_s(z)\}$ 反射光譜及目標反射光譜之通道內群延遲無明顯差異，皆可補償因色散係數 $D=17\text{ps}/\text{nm}-\text{km}$ 的 $20\text{km}$ 單模光纖所造成的群延遲 $340\text{ps}/\text{nm}$ 。



圖(4.6) 單通道色散補償濾波器設計中之 (a) 光柵耦合係數的振幅 (b) 光柵耦合係數的相位 (c) 折射率調變的振幅 (d) 折射率調變的相位 (e) 反射率反射光譜 (f) 帶通內群延遲反射光譜



圖(4.7) 多通道色散補償濾波器未優化設計中之 (a)折射率調變的振幅 (b) 折射率調變的相位 (c) 反射率反射光譜 (d)帶通內群延遲反射光譜

#### 4-2.2.2 優化通道常數相位

此小節中，將透過優化通道常數相位  $\varphi_m, m = -8 \sim 7$ ，設計多通道 FBG 色散補償濾波器。優化參數及優化策略選擇與第 4-1.2.2 小節相同。經第 3-4 小節中描述多通道 FBG 設計的演算法，可獲得各個通道的優化相位  $\varphi_m^{(opt)} = [-1.74, -0.02, 0.13, 1.06, 1.85, 2.25, -0.99, 1.94, 2.05, -0.60, 2.56, 1.51, 0.84, -0.02, -0.54, -2.06]$ ，如圖(4.8a)所示。利用優化所獲得之  $\varphi_m^{(opt)}$  及單通道色散補償 FBG 之脈衝響應  $h_s(\tau)$  建構目標多通道 FBG 反射光譜，並將此反射光譜經「離散剝皮法」流程後，可獲得一個多通道光柵折射率調變  $n(z)$  的設計。此外，直接調變單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$ ，可獲得另一組多通道光柵折射率調變  $T\{n_s(z)\}$  的設計。

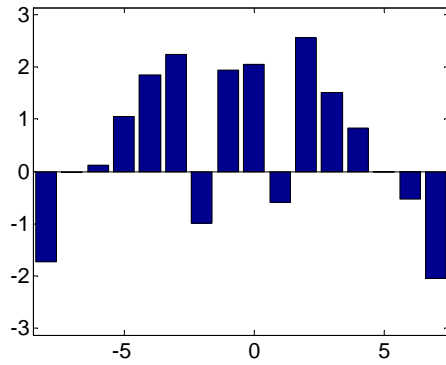
$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  之比較圖，如圖(4.8b)及圖(4.8c)所示。圖(4.8b)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  的折射率調變最大振幅分別為  $8.31 \times 10^{-4}$  及  $8.11 \times 10^{-4}$ ；圖(4.8c)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  折射率調變相位幾乎無相位移且斜率變化緩慢。

$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  相對應之反射光譜與目標多通道反射光譜，則如圖(4.8d)及圖(4.8e)所示。圖(4.8d)顯示  $n(z)$  的反射率光譜與目標反射率光譜較接近，最低反射率低於  $-80\text{dB}$ ，但  $T\{n_s(z)\}$  的反射率光譜，通道內有些微形變，通道間有些微串音現象，最低反射率低於  $-60\text{dB}$ 。圖(4.8e)顯示  $n(z)$  的反射光譜、 $T\{n_s(z)\}$  反射光譜及目標反射光譜的之通道內群延遲無明顯差異。

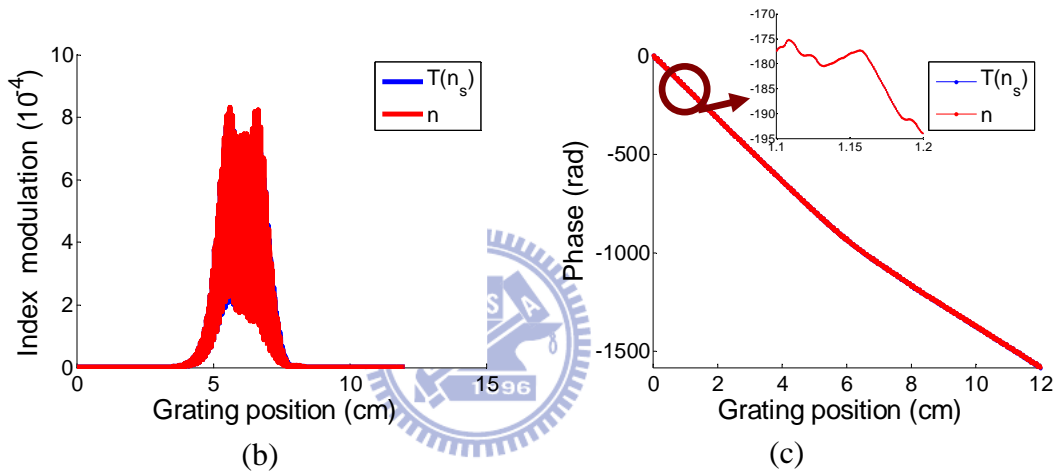
#### 4-2.2.3 優化通道常數相位及群延遲

此小節中，將優化通道相位設計多通道 FBG 無色散帶通濾波器，優化參數包含通道常數相位  $\varphi_m$  及與通道線性相位相關的時間平移量  $\tau_m$ 。設定初始時間平移量  $\tau_m = [11318, 10736, 10153, 9571, 8989, 8406, 7824, 7241, 6659, 6076, 5494, 4912, 4329, 3747, 3164, 2582]$ ，以使得不同通道的結構疊加時，有空間位置位移，錯開各個通道的峰值處，降低最大折射率調變。其餘優化參數及優化策略皆與 4-1.2.3 小節中的優化參數相同。

利用第 3-4 小節中描述多通道 FBG 設計的演算法，獲得各個通道的優化相位  $\varphi_m^{(opt)} = [-3.35, -2.66, 0.54, -2.75, -0.05, -4.99, 3.26, 0.18, 4.90, 0.44, 2.13, 3.13, -0.09, 2.68, 1.58, 1.48]$ ，如圖(4.9a)所示。各個通道的時間平移量  $\tau_m = [11321, 10749, 10161, 9573, 8980, 8403, 7829, 7260, 6654, 6075, 5495, 4912, 4318, 3741, 3168, 2584]$ ，將空間位移數  $\tau_m^{(opt)}$  乘上  $\Delta$  可得實際空間平移量  $z_m^{(opt)}$ ，如圖(4.9b)所示。

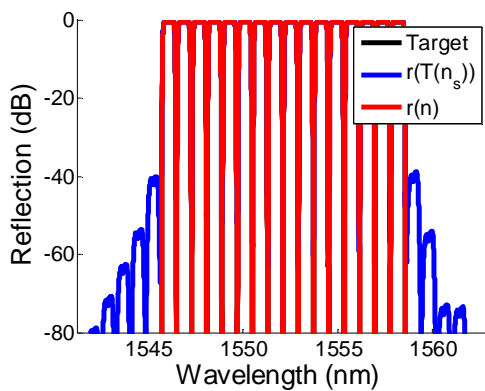


(a)

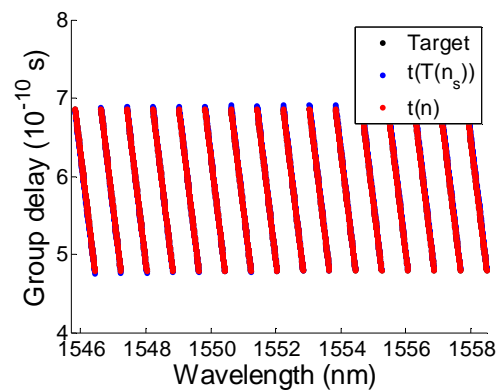


(b)

(c)



(e)



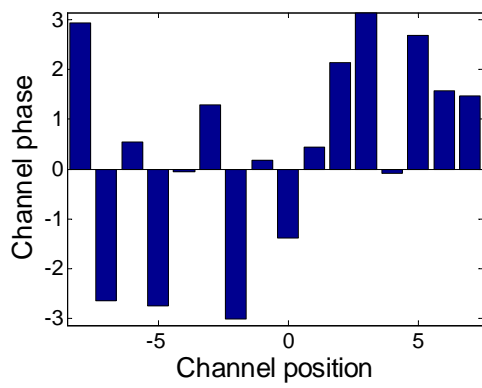
(f)

圖(4.8) 優化常數相位多通道色散補償濾波器設計中之 (a) 各個通道的常數相位 (b) 折射率調變的振幅 (c) 折射率調變的相位 (d) 反射率反射光譜 (e) 帶通內群延遲反射光譜

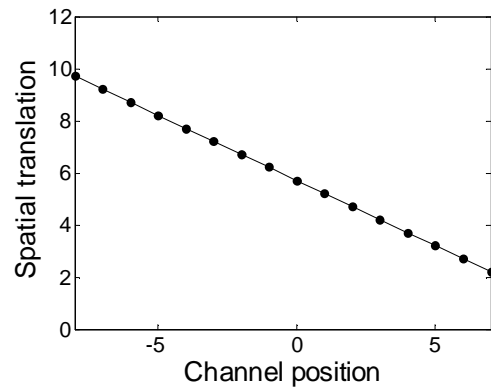
利用優化所獲得之  $\varphi_m^{(opt)}$  和  $\tau_m^{(opt)}$  及原單通道 FBG 之脈衝響應  $h_s(\tau)$ ，建構多通道 FBG 之目標光譜，此反射光譜經「離散剝皮法」流程後，獲得一個多通道光柵折射率調變  $n(z)$  的設計。此外，直接調變單通道光柵耦合係數  $q_s(z)$ ，獲得另一組多通道光柵折射率調變  $T\{n_s(z)\}$  的設計。

$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  之比較圖，如圖(4.9c)及圖(4.9d)所示。圖(4.9c)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  的最大折射率調變分別為  $4.40 \times 10^{-4}$  及  $4.15 \times 10^{-4}$ 。圖(4.9d)顯示  $n(z)$  及  $T\{n_s(z)\}$  折射率調變的相位，不僅相位移數極少，且斜率變化近乎連續，此外，可觀察到 FBG 前端的斜率小於後端的斜率，故長波長的信號將於 FBG 前端被反射，而短波長的信號將於 FBG 後端被反射，而斜率為零處的光柵位置約為  $7.2\text{cm}$ ，代表  $1550\text{nm}$  的波長約在光柵位置  $7.2\text{cm}$  處被反射。

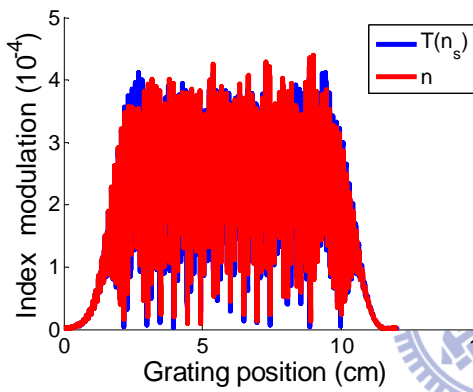
$n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  相對應之反射光譜與原多通道目標光譜，則如圖(4.9e)及圖(4.9f)所示。圖(4.9e)顯示  $n(z)$  的反射率光譜與目標反射率光譜於通帶內較接近，而  $T\{n_s(z)\}$  的反射率光譜則於通帶內有形變，於通道間， $n(z)$  的最低反射率平均約為  $-70\text{dB}$ ，而  $T\{n_s(z)\}$  的最低反射率平均約為  $-40\text{dB}$ 。圖(4.9f)顯示  $n(z)$  與  $T\{n_s(z)\}$  的群延遲反射光譜與目標群延遲反射光譜於通道內具有相同的特性，短波長的群延遲大於長波長的群延遲，代表於 FBG 結構中，短波長被反射的位置較長波長被反射的位置後面，換句話說，例如在光柵位置  $7.2\text{cm}$  處被反射的  $1550\text{nm}$  波長，其群延遲預估約為  $2 \times (7.2\text{cm}) \times (n_{eff} / c) = 6.99 \times 10^{-10}\text{s}$ ，而圖(4.8f)中  $1550\text{nm}$  波長的群延遲約為  $7.00 \times 10^{-10}\text{s}$  與預估值相近。



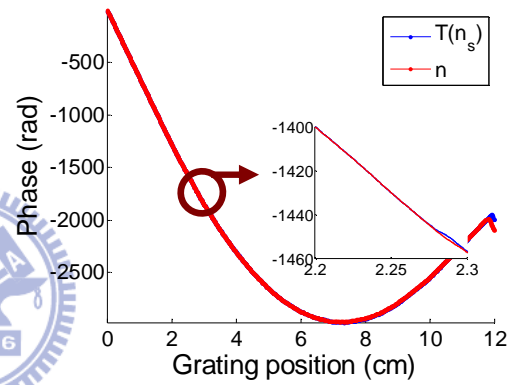
(a)



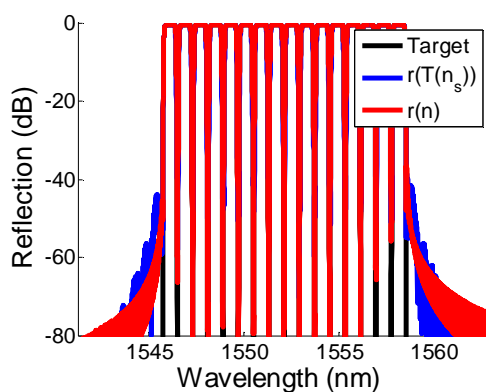
(b)



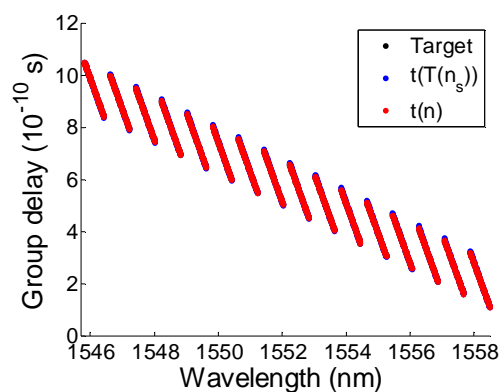
(c)



(d)



(e)



(f)

圖(4.9) 優化通道相位多通道色散補償濾波器設計中之 (a) 各個通道的常數相位 (b) 各個通道的空間位移量 (c) 折射率調變的振幅 (d) 折射率調變的相位 (e) 反射率反射光譜 (f) 帶通內群延遲反射光譜

### 4-2.3 多通道色散補償濾波器設計結果的討論

此小節中，將根據第 4-2.2 小節將根據第 4-2.2 小節中的兩個未優化通道相位、兩個優化通道常數相位及兩個優化通道常數相位及群延遲的 16 通道設計結果，進行比較討論及評估。第 4-2.2 小節中的六個設計結構特性比較，如表(4.3)所示，而相對應的光譜特性比較如表(4.4)所示。

表(4.3) 16 通道色散補償設計之 FBG 結構特性比較表

	FBG 結構之振幅特性		FBG 結構之相位特性	
	最大折射率調變 ( $10^{-4}$ )	零點數目	相位移個數 (個/0.1 mm)	兩相位移間之 相位斜率變化
未優化通道相位 圖(4.7a)、圖(4.7b)	for n : 25.76	~840	~15	連續變化
	for T(n) : 25.79			
優化常數相位 圖(4.8b)、圖(4.8c)	for n : 8.31	~12	~0	不連續變化
	for T(n) : 8.11			
優化通道相位 圖(4.9c)、圖(4.9d)	for n : 4.40	~6	~0	連續變化
	for T(n) : 4.15			

表(4.4) 16 通道色散補償設計之 FBG 反射光譜特性比較表

	FBG 反射光譜之 反射率特性		FBG 反射光譜之 通道內群延遲特性		
	平均串音	通道內	通道邊緣	邊緣通道	
未優化通道相位 圖(4.7c)、圖(4.7d)	for n	< -80dB	頂部平坦	無色散	同中間通道
	for T(n)	~ -70dB	些微形變	無色散	同中間通道
優化常數相位 圖(4.8d)、圖(4.8e)	for n	< -80dB	頂部平坦	無色散	同中間通道
	for T(n)	~ -60dB	些微形變	有些微色散	輕微色散
優化通道相位 圖(4.9e)、圖(4.9f)	for n	~ -70dB	頂部平坦	有些微色散	輕微色散
	for T(n)	~ -40dB	些微形變	有些微色散	輕微色散

表(4.3)顯示，在未優化通道相位的兩個設計，不僅最大折射率調變超過材料極限，而且單位長度內有過多的相位移數，零點數也過多，因此即使其相位斜率變化緩慢，仍難以製作出。反觀優化常數相位的兩個設計，不僅最大折射率調變降低了一半，單位長度內的相位移數幾乎降為零，折射率調變的零點個數也大幅下降，雖然相鄰相位移間之斜率變化較多，但仍可透過選擇不同光柵製做周期而獲得。而優化通道相位的兩個設計，具有最小的最大折射率調變及最少的零點個數，其相位移間之斜率變化緩慢，為三種 FBG 設計中，最為容易的製作的。



然而，表(4.4)顯示，優化通道相位的兩個設計，其雜訊反射率為三種 FBG 設計中最高，且其各個通道邊緣及帶通邊緣通道，皆有色散效應，造成訊號失真。此外，三種 FBG 設計中，雖然  $T\{n_s(z)\}$  的運算量及最大折射率調變皆小於  $n(z)$ ，但  $T\{n_s(z)\}$  的反射光譜於通道內皆有些微形變，且雜訊反射率平均多了約 20dB 左右。

總而言之，對 FBG 製程而言，相位斜率可由改變光柵製做周期獲得，但最大折射率調變受限於材料，而單位長度相位移數受限於製程，此外折射率調變中的零點，會造成拓撲奇異點，將導致相位誤差的上升。對 FBG 的光譜特性而言，通道外之雜訊反射率及通道內之色散效應，一般來說，是越低越好，但實際在應用時，雜訊反射率及色散效應，僅需低到不影響訊號的判讀即可。因此，在設計時，可根據所擁有的製程條件及欲得的光譜特性，選擇較為有利的設計方法。



## 第五章 結論

我們提出了一個適用於分波多工通訊系統中具有多通道多功能之 FBG 設計演算法。我們發現應用於分波多工通訊系統之 FBG 元件的各個通道反射光譜除了中心波長、常數相位及群延遲不同外，其他反射光譜特性，如頻寬、色散常數... 等等皆相同，故可將擁有相同通道特性的多通道反射光譜，視為數個不同波長平移量、通道常數相位及通道群延遲的單通道反射光譜疊加，換句話說，藉由調變多通道反射光譜中的一個單通道，即可組構出整個多通道反射光譜。

透過近似於傅立葉轉換之關係，各個通道的相對應之光柵耦合係數可由經離散剝皮法求得單通道光柵耦合係數再加以調變而獲得，而其調變之頻率與通道中心波長間距相關、調變之相位與通道常數相位相關，而調變之位移與通道群延遲相關，因此，多通道 FBG 結構可視為數個不同調變的單通道 FBG 光柵耦合係數疊加。

為了減緩多通道光柵耦合係數的劇烈變化，透過優化常數相位避免不同通道 FBG 光柵耦合係數建設性疊加，或透過優化群延遲避免不同通道 FBG 光柵耦合係數的峰值疊加於同一處，利用模擬退火法所獲得的最佳化通道常數相位或通道群延遲來建構新的多通道反射光譜，接著以 DLP 法計算獲得相對應於此新多通道反射光譜的 FBG 光柵耦合係數，最後將光柵耦合係數轉換為折射率調變係數，即為欲得到的多通道 FBG 結構。

此演算法的優點在於僅需施行離散剝皮法兩次，分別為求取單通道 FBG 光柵耦合係數及求取最後的多通道 FBG 光柵耦合係數，由於施行離散剝皮法的次數不隨著通道數的增多而有所改變，因此具有較低之演算量。兩種十六個通道濾波器的設計例子顯示此方法所獲得之 FBG 結構繁複程度低，其相對應之反射光譜均勻度良好，能將光纖內傳遞的非通帶雜訊穿透，可提供通帶內訊號低損耗的反射，藉此增加訊號雜訊比(SNR)，減低訊號間之串音雜訊(crosstalk)，除此之外，兩種十六個通道濾波器整合了其他效能的波長濾波器，分別為避免訊號因通過元件而造成的失真及改善因色散效應所造成的訊號失真問題。

## 参 考 文 献

1. B. Eggleton, P. A. Krug, L. Poladian, and F. Oullette, "Long periodic superstructure Bragg gratings in optical fibers," *Electron. Lett.*, vol. 33 no. 19, pp 1620-1622, Sep 1994.
2. M. Durkin, M. Ibsen, M. J. Cole, and R. I. Laming, "1 m long continuously-written fibre Bragg gratings for combined second- and third-order dispersion compensation," *Electron. Lett.*, vol. 33, no. 22, pp 1891-1893, Oct 1997.
3. A. Othonos, X. Lee, and R. M. Measures, "Superimposed multiple Bragg gratings," *Electron. Lett.*, vol. 33, no. 23, pp 1972-1974, Nov 1994.
4. Y. Painchaud, H. Chotard, A. Mailloux, and Y. Vasseur, "Superposition of chirped fibre Bragg grating for third-order dispersion compensation over 32 WDM channels," *Electron. Lett.*, vol. 38, no. 24, Nov 2002.
5. W. H. Loh, F. Q. Zhou, and J. J. Pan, "Sampled fiber grating based-dispersion slope compensator," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, no. 10, Jun 1999.
6. M. Ibsen, M. K. Durkin, M. J. Cole, and R. I. Laming, "Sinc-sampled fiber Bragg gratings for identical multiple wavelength operation," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 10, no. 6, Jun 1998.
7. H. Lin, M. Li, and J. Hayashi, "Ultrahigh channel-count phase-only sampled fiber Bragg grating covering the S-, C- and L- band," *Opt. Lett.*, vol. 34, no. 7, Apr 2009.
8. M. Li, X. Chen, J. Hayashi, and H. Li, "Advanced design of the ultrahigh-channel-count fiber Bragg grating based on the double sampling method," *Opt. Express*, vol. 17, no. 10, May 2009.
9. G. H. Song and S. Y. Shin, "Design of corrugated wave guided filter by the Gel'fand-Levitan-Marchenko inverse-scattering method," *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 2, no. 11, pp. 1905-1915, Nov. 1985.
10. E. Preal, J. Camany, and J. Marti, "Iterative solution to the Gel'fand-Levitan-Marchenko couple equations and application to synthesis of fiber gratings," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 32, no. 12, pp. 2078-2084, Dec. 1996.
11. R. Feced, M. N. Zervas, and M. A. Muriel, "An efficient inverse scattering algorithm for the design of nonuniform fiber Bragg gratings," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 35, pp. 1105-1115, Aug. 1999.

12. J. Skaar, L. Wang, and T. Erdogan, "On the synthesis of fiber Bragg grating by layer-peeling," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 37, no. 2, pp. 165–173, Feb. 2001.
13. J. Skaar, O. II. Waagaard, "Design and characterization of finite length fiber grating," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 39, no. 10, pp. 1038–1245, Oct. 2003.
14. H. Li, and Y. Sheng, "Direct Design of Multichannel Fiber Bragg grating with discrete layer-peeling algorithm," *IEEE. Photonics Tech. Lett.*, vol. 15, no. 9, pp. 1252-1254, Sep. 2003.
15. H. Li, T. Kumagai, and Kazuhiko Ogusu, "Advanced design of a multichannel fiber Bragg grating based on a layer-peeling method," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 21, no.11, pp. 1929-1938 , Sep. 2004.
16. H. Li, M. Li, Y. Sheng, and J. E. Rothenberg, "Advances in the design and fabrication of high-channel-count fiber Bragg gratings," *J. Lightwave Tech.*, vol. 25, no. 9, pp. 2039-2750, Sep. 2007.
17. M. Li, J. Hayashi, and H. Li, "Advanced design of a complex fiber Bragg grating for a multichannel asymmetrical triangular filter," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 26, no. 2, pp.228-234, Feb. 2009
18. K. Kolossovski, R. A. Sammut, A. V. Buryak, and D. Y. Stepanov, "Three-step design optimization for multi-channel fiber Bragg gratings," *Opt. Express*, vol. 11, no. 9, pp.1029-1039, May. 2003
19. Y. Ouyang, Y. Sheng, M. Bernier, and G. Oaul-Hus, "Iterative layer-peeling algorithm for designing fiber Bragg gratings with fabrication constraints," *J. Lightwave Tech.*, vol. 23, no. 11, pp. 3924-3927, Nov. 2005.
20. A Yariv, "Coupled-mode theory for guide-wave optics," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-9, no.9, Sep. 1973
21. N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller, "Equations of state calculations by fast computing machines," *J. Journal of Chemical Physics*, vol.21, no.6, 1953
22. Kirkpatrick, S., C.D. Gelatt, M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *Science*, vol.220, no.4589, May 1983