

國立交通大學

光電工程研究所

碩士論文

利用同步多曲面方法設計側光式方向性背光模組

Directional Side-lit Configuration via SMS Method

研究生：林至宏

指導教授：田仲豪 博士

中華民國九十九年八月

利用同步多曲面方法設計側光式方向性背光模組

學生：林至宏

指導教授：田仲豪 博士

國立交通大學光電工程研究所碩士班

摘要

近年來由於環保意識抬頭，綠色環境(Green Environment)已被各個產業視為永續發展的重要議題，一般來說，基於 Eco-Display 對於背光模組的訴求，除了可使用 LED 做為背光模組的光源外，亦能藉由調控背光模組的出光角度，來增加面板出光後的利用率，而要做到控制背光的出光角度，通常會採用雙光源系統的方式，或是利用雙層液晶的結構來達到目的，但這些方式容易造成背光模組的光機架構繁複，故光源出光效率無法有效提升!

因此，本研究主要目的是基於側光式背光模組的機構，透過一層導光板的設計，配合上非成像曲面的設計方法，使得 LED 出光至導光板時能有效控制在特定角度內，進而達成方向性背光的目的!

Directional Side-lit Configuration via SMS Method

Student : Zhi-Hong Lin

Advisor : Dr. Chung-Hao Tien

**Department of Photonics
National Chiao Tung University**

ABSTRACT

Recently, green technologies have been taken as an important issue for the sustainable development due to environmental consciousness. In general, to fit the requirements of Eco-Display in terms of backlight modules, we use the LED as the source of backlight and modulate the viewing angles to increase the efficiency of outgoing rays from backlight. Conventional viewing angle modulation can be achieved by two ways, including a dual light source system and a dual liquid crystal layers design. But multiple optical structures make them face some problems about energy saving.

In this study, we take advantage of conventional side-it configuration, which enables viewing angle modulation by the design of simultaneous multiple surface lens and a light guide plate. The proposed mechanism would confine the viewing angles of backlight module to get the purpose of directional backlight.

致謝

在完成論文的同時，首先我要感謝田仲豪老師的諄諄教誨，不論是在研究學習、做人處事乃至於生涯規劃上，老師的意見惠我良多，使我能順利在碩士修業的期間完成自由形曲面應用的相關研究。

而在實驗室的日子裡，感謝簡銘進學長對我研究上的多方指導和建議，使論文內容臻於完善，同時，也感謝實驗室的鄭璧如學姐、洪健翔學長、陸彥行學長、藍子翔學長和江松柏學長提供的寶貴建議，使我研究的過程更加順遂，其次，感謝陳筱儒、李家豪、何展燁、蔡玉麟以及鍾岳和鍾議寬同學，有你們的加油打氣，讓我對研究的信心得以提升，還有，感謝古明嫻小姐、鄭榮安學長和其他學弟妹們，謝謝你們在生活中提供的支持和協助，豐富了我在研究生的這段日子。

此外，感謝陳皇銘教授、趙昌博教授和李企桓教授對我論文提出的相關建議，讓研究的內容能更加充實、完備。

最後，我要感謝我的父母和哥哥，在求學的日子，有了你們在背後默默支持和鼓勵，才使我能在面對挫折時還能勇往直前，歡欣雀躍時還有分享對象，投入研究時能無後顧之憂，對你們的感恩將永存於心，謝謝！

目錄

摘要 (Chinese).....	i
Abstract (English).....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
圖表目錄.....	vi
第一章 緒論	1
1.1 非成像曲面的發展	2
1.2 方向性背光的發展	4
1.3 研究動機	6
1.4 論文架構	8
第二章 基本理論	10
2.1 不變量(Etendue).....	10
2.2 Hermite interpolation	15
2.3 同步多曲面(Simultaneous Multiple Surface)	16
2.4 複合式拋物面收光器(Compound Parabolic Concentrator)	21
2.5 RR、RX、XR、XX、RXI 光學系統	24
第三章 準直背光光源設計	27
3.1 同步多曲面演算流程推導	27
3.2 Lighttools™ 模擬驗證	31
3.2.1 成像系統測試	31
3.2.2 非成像系統測試	33

3.2.3 逆介質系統測試	37
3.3 二次光學架構特性分析	40
3.3.1 透鏡架構的非成像系統	40
3.3.2 逆介質透鏡架構的非成像系統	43
第四章 方向性背光模組	47
4.1 方向性背光原理	47
4.2 模擬驗證與分析	50
第五章 結論與未來工作	56
5.1 工作回顧	56
5.2 結論	56
5.3 未來工作	57
參考資料.....	58



圖表目錄

圖 1-1(a) 太陽能集光器示意圖	3
圖 1-1(b) CPC 架構示意圖	3
圖 1-2 LED 自由形曲面設計	3
圖 1-3 方向性背光與使用情境之示意圖	5
圖 1-4 TRVL 液晶層方向性背光架構	5
圖 1-5 雙光源方向性背光	6
圖 1-6 方向性光場與顯示器視角示意圖	7
圖 2-1(a) 真空中的光線傳播(I)	11
圖 2-1(b) 真空中的光線傳播(II)	11
圖 2-2 光線於介質間(折射係數 n)的傳播	11
圖 2-3 三維不變量之示意圖	12
圖 2-4 二維不變量之示意圖	12
圖 2-5 光線從 dA_3 到 dA_4 的不變量示意圖	14
圖 2-6 光線從 dA_4 到 dA_3 的不變量示意圖	14
圖 2-7 點對點的 Cartesian oval	17
圖 2-8(a) 點對波前的 Cartesian oval	18
圖 2-8(b) 波前間的 Cartesian oval	18
圖 2-9 點對點的 SMS 示意圖	19
圖 2-10 點對點的 SMS 計算流程	20
圖 2-11(a) SMS 曲面編織流程(I)	20
圖 2-11(b) SMS 曲面編織流程(II)	20
圖 2-12(a) CPC 反射曲面建置流程(I)	21
圖 2-12(b) CPC 反射曲面建置流程(II)	21

圖 2-13 CPC 曲面建置完成圖	22
圖 2-14 CPC 入光條件示意圖	22
圖 2-15 CPC 幾何結構示意圖	22
圖 2-16 CPC 波前行進示意圖	22
圖 2-17 RX 光學系統示意圖	24
圖 2-18 RXI 光學系統示意圖	25
圖 2-19 RX 系統的 SMS 求解流程	25
圖 3-1 SMS 透鏡建置條件示意圖	27
圖 3-2 SMS 透鏡不變量守恆示意圖	28
圖 3-3 SMS 透鏡邊緣條件的光追跡	29
圖 3-4 SMS 透鏡設計流程(I).....	29
圖 3-5 SMS 透鏡設計流程(II).....	31
圖 3-6(a) SMS 透鏡內插計算流程(I)	31
圖 3-6(b) SMS 透鏡內插計算流程(II)	31
圖 3-7 點對點 SMS 建置條件示意圖	32
圖 3-8 點對點 ray-fan 模擬圖	32
圖 3-9 成像面照度分布圖	33
圖 3-10 LED 角度限制條件示意圖	34
圖 3-11 光學模組參數示意圖	34
圖 3-12 SMS 透鏡架構模擬圖	35
圖 3-13(a) SMS 透鏡 ray-fan 示意圖.....	36
圖 3-13(b) SMS 透鏡光場分布圖	36
圖 3-14 LED 光場分布圖	36
圖 3-15(a) CPC 大角度收光示意圖.....	37
圖 3-15(b) CPC 限制條件示意圖	37

圖 3-16 逆介質 SMS 架構示意圖	38
圖 3-17 逆介質架構模擬圖	38
圖 3-18 逆介質 ray-fan 示意圖	39
圖 3-19 逆介質架構之光場分布	39
圖 3-20 逆介質結合 LGP 架構示意圖	40
圖 3-21 出光角度與模組長度關係圖	41
圖 3-22 收光角度與模組長度示意圖	41
圖 3-23 不同 LED 大小間模組長度和出光角度的關係	42
表 3-1 模組長度和參數間的關係表	42
圖 3-24 逆介質收光角度和模組長度關係圖	43
圖 3-25 逆介質出光角度和模組長度關係圖	43
圖 3-26 逆介質中不同光源大小間關係比較圖	44
圖 3-27 模擬比較效率的兩光學架構	45
表 3-2 逆介質和一般透鏡兩者效率比較表	46
圖 4-1 側光式 LED 背光架構	48
圖 4-2(a) 側光式背光與微結構俯視圖	48
圖 4-2(b) 側光式背光與微結構側視圖	48
圖 4-3 側光式架構之 X-Z 平面圖	49
圖 4-4 側光式架構旋轉排列	50
圖 4-6 側光式背光 LGP 出光角度示意	51
圖 4-8 LGP 出光強度分布圖	51
圖 4-9(a) 3 LEDs 側光式架構示意	52
圖 4-9(b) 3 LEDs 側光式之 LGP 光強分布圖	52
圖 4-10(a) 5 LEDs 側光式架構	52
圖 4-10(b) 5 LEDs 側光式之 LGP 光強分布圖	52

圖 4-11(a) 7 LEDs 側光式架構	53
圖 4-11(b) 7 LEDs 側光式之 LGP 光強分布圖	53
表 4-1 多角度光強比較表	53
圖 4-12 方向性背光示意圖	54
圖 4-13 (a)背光輝度沿 X 軸方向分布圖	54
圖 4-13 (b)背光輝度沿 Y 軸方向分布圖	54
圖 4-14 透鏡架構示意圖(10 度)	55
圖 4-15 光強度分布圖(10 度)	55
圖 4-16 背光架構示意圖(10 度)	55
圖 4-17 背光輝度沿 X 軸方向分布圖(10 度)	55



第一章 緒論

本章目錄:

1.1 非成像曲面的發展

1.2 方向性背光的發展

1.3 研究動機

1.4 論文架構

近年來由於環保意識抬頭，綠色環境(Green Environment)已被各個產業視為永續發展的重要議題。以液晶顯示器(Liquid-Crystal Display, LCD)產業為例，具環境保護的綠色顯示器(Eco-Display)被視為未來重要的研究主軸，許多研發單位已著手研究如何增加光學系統的效率、減少生產製作中材料本身的有毒物質、降低加工製造過程中能量的浪費，甚至透過更便捷的交通運輸方式，來控制整體二氧化碳的排放量等等。因此，對於一個 Eco-Display 的背光模組而言，高亮度、高均勻度、高穩定度等傳統設計訴求已不能滿足現今的市場期待，如何在不大幅增加生產成本的前提下，使用對環境無害的材料並實現高效率、低耗能的方向，從產業永續發展的角度來看顯得更為重要。

在環境保護的議題上，含汞元件有汙染環境的疑慮，所以歐洲及日本等國家均對於汞的使用及進出口有其嚴格的限制。如歐盟 RoHS 已嚴格規範從 2006 年 7 月開始，包含汞等六種有毒物質，限制使用在電子產品當中；而荷蘭甚至早於 1999 年起即禁止進口或生產任何含汞產品，再加上 LED 通常具有低耗能、壽命長、耐用度高、反應時間快速、高色彩飽和度...等良好的燈源特性，因此，採用無汞 LED 作為光源之背光模組，勢必會在未來逐漸取代傳統含汞之冷陰極燈管(Cold Cathode Fluorescent Lamp, CCFL)背光模組。此外，若以 LED 光源配合上側

光式背光模組的設計，使得其液晶面板的後方不需再配置 LED 模組，即能有效減少面板厚度，打造出兼具環保與輕薄的背光模組!

一般來說，基於 Eco-Display 對於背光模組的訴求，除了可使用 LED 做為背光模組的光源外，亦能藉由調控背光模組的出光角度，來增加面板出光後的利用率，而要做到控制背光的出光角度，通常會採用雙光源的方式，或是利用雙層液晶的結構來達到目的，但這些方式容易造成背光模組的體積厚重，且光源出光效率也不高(約一般背光模組的 70%-80%)，故本研究主要目的是基於側光式背光模組的機構，透過一層導光板的設計，配合上非成像曲面的設計方法，使得 LED 出光至導光板時能有效控制在特定角度內，進而達成方向性背光的目的!

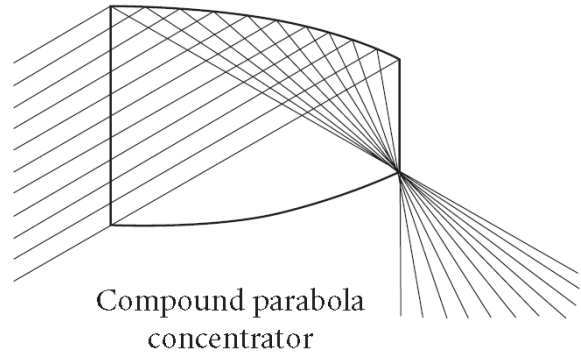
1.1 非成像曲面的發展

一個成像光學系統包含了三個主要部分:物體、光學元件、影像，而其中物體通常又可視為一組一組的點光源向四面八方出射，當每一組光線被光學元件所接收後，就會被集中到影像上的一點，所以可以藉由點對點的分析，來得到像差、放大率、MTF(Modulation Transfer Function)...等資訊。

不過，對於一個非成像光學系統而言，並不考慮物體和影像的問題，取而代之的是光源和接收面，其中的影像之於成像光學系統，就如同非成像光學系統所產生的輻照度分布。而最早的非成像光學系統是應用在收光器的設計上，如圖 1-1(a) [1]所示，藉由設計收光器的光學結構，使收光器的效率逼近理論最大的極值(熱力學定律)，像複合式拋物面收光器(Compound Parabolic Concentrator)就是第一個被設計出來的二維收光器，示意圖如圖 1-1(b) [2]，隨著 CPC 成功地應用在實務上後，非成像光學的發展才逐漸嶄露頭角!



圖 1-1 (a)太陽能集光器示意圖[1]



(b) CPC 架構示意圖[2]

而目前非成像曲面的設計發展已日趨成熟且繁複，從早期只能針對點光源和軸對稱的光學系統來設計，到現在已有許多方法來解決面光源以及非軸對稱的光學系統，其中較為運用的是自由形曲面的光學設計方法，主要是因為此光學設計的方法有較大的設計維度和自由度，如圖 1-2 [3]所示，能廣泛應用在各式各樣的光源和接收面的結構，不過，也由於設計的條件較不受限，故對設計者來說，其數學模型的建立和解決的流程也相對困難。

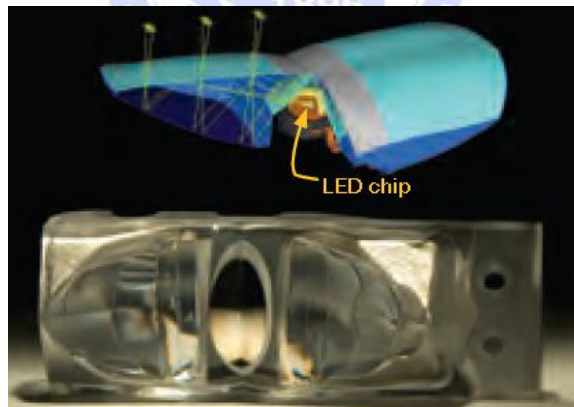


圖 1-2 LED 自由形曲面設計[3]

自由形曲面的設計方法，通用於各種折射式或反射式光學界面的排列組合，主要方法可分為三大類：複合參數法 (Multi-parameter Optimization Design method)，偏微分方程法 (Partial Differential Equations method)，以及同步多曲面法 (Simultaneous Multiple Surface method)。複合參數法是先將未知曲面表示成一

個 N 階多變數的多項式表示式，此時，可依照設計需求來決定接收面的評價函數，而評價函數會隨著不同的變數參數值有所變動，故可將設計流程轉為尋找評價函數的全域極值之數學問題；偏微分方程法則主要是針對點光源的條件下，利用軸對稱或非軸對稱的接收面輻照度分佈，配合上光追跡的向量場 Snell's Law 可推導出一組偏微分方程，此方程組的解即為曲面各點的位置向量；而同步多曲面法是利用 Fermat's principle 來預測光線從光源行進至接收面的路徑，藉以編織未知曲面中各點的位置向量及其法向量，此方法放寬了光源的條件限制，使得點光源或面光源皆能符合其應用條件，對於非單一光源和接收面的問題也有對應的設計流程。

1.2 方向性背光的發展

視角一直是液晶顯示技術中重要的一環，除了藉由視角的調變可增加顯示器出光後的利用率外，在各種應用層面上，如發展廣視角的視聽劇院，或因保密與隱私而設計的窄視角螢幕(ATM、手機、個人辦公)等，皆是利用視角控制的技巧，而近來針對適應各種情況做寬窄視角切換的文獻和專利逐漸增加，也顯現出此塊市場的需求正快速成長。

一般而言，考慮到顯示器的使用情形，其外部的條件如觀測者的位置、人數與觀賞環境的亮暗等，此時，藉由顯示器的視角調變技術便能達到節能的目的。如圖 1-3 所示，有別於一般多觀測者(multiple users)在明亮的環境下觀賞顯示器時，顯示器必須提供一高亮度、廣視角之光場，才能提供每個觀測者最佳的視覺感受，當顯示器只被單一觀測者(single user)所使用，或在環境亮度較低的情況下，此時顯示器僅需提供一窄視角的光場，即能滿足單一觀測者的使用需求，而對單一觀測者來說，視覺感受上雖然並沒有太大的差異，但視角之外的光卻因此被大幅節省下來。

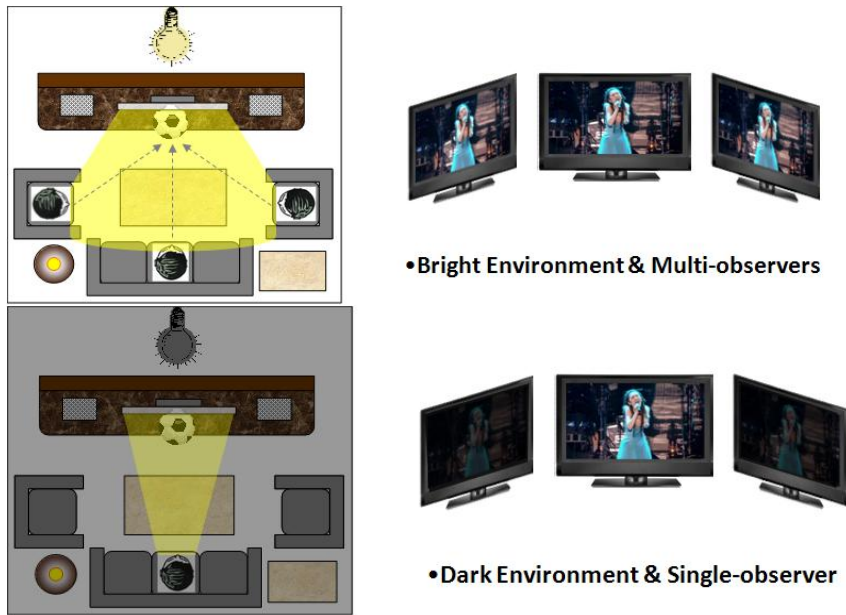


圖 1-3 方向性背光與使用情境之示意圖

在目前相關文獻中，視角的調控主要分為兩種方式，一種是加一層視角變化面板(Viewing Angle Switching, VAS)如：TRVL(Thermally Retardation Variable Layer)液晶層，另一種則是利用多光源和多層幾何架構的光學機制；而利用液晶層來控制視角又有兩大方向，其一是降低螢幕亮暗態對比度，但低對比度將造成灰階反轉以及色彩偏移，使得顯示器影像難以辨識與閱讀。其二則是藉由降低非正向視角的光穿透率(Outcome Transmittance)，來達到視角控制的目的，就現有技術而言，降低非正向光強度較降低對比度更易達到窄視角的目的，但除了原有液晶層外，必須再增加一層以上的液晶層做灰階控制之用，如圖 1-4 [4]所示，而這卻會造成顯示器整體亮度過暗的狀況。

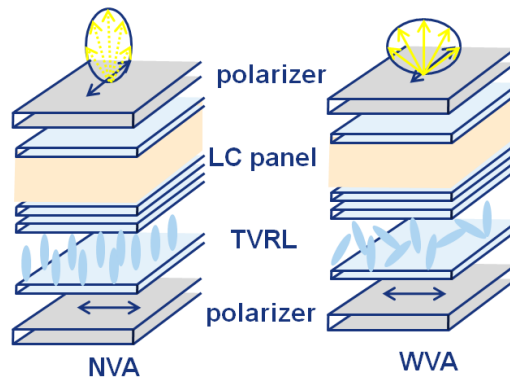


圖 1-4 TRVL 液晶層方向性背光架構[4]

除了上述利用液晶層的方法以外，另一種構想為多光源配合多層幾何結構的光學機制，利用不同光源對應到不同光路的方式，使得光源出光角度能有效控制在特定範圍，像是疊加了兩個獨立供光的側光式背光系統，如圖 1-5 [5]所示，便可藉由光路設計的不同來達到寬窄視角切換的目的，當單獨開啟上層具有微溝槽的導光板時，背光會提供一窄視角光場以供正向觀賞，反之，若開啟下層一般網點印刷導光板，則能供給一廣視角光場至各個觀賞方向。除了仍然是各方向無差別供給光線外，可明顯看出這種多層光學架構的缺失，亦即多層導光板的設計容易造成較下層的導光板出光效率過低(最高可達上層光學效率的 82%)的情況，而這無疑造成了不必要的能源浪費。

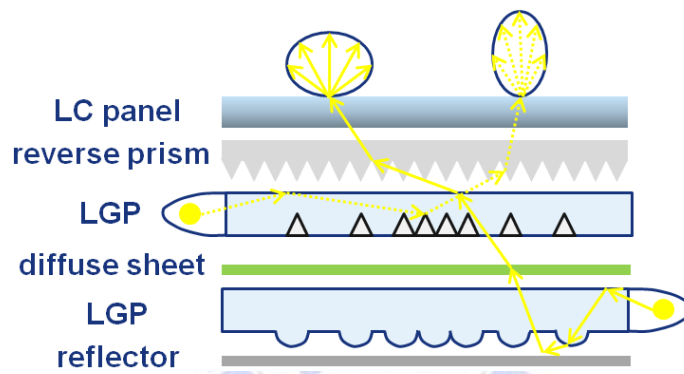


圖 1-5 雙光源方向性背光[5]

1.3 研究動機

視角的可調性對於環保意識高漲的現今社會來說，是一項值得發展的綠色技術，但目前針對此項需求所發展出來的技術有許多缺失仍待克服，以液晶架構來說，雖然可藉由液晶排列方式的改變，達到漸變的多視角切換，但由於液晶分子運動的特性，難以做到高速切換視角的設計，此外，通常這種液晶架構需配合直下式背光模組，使得背光厚度無法有效降低，若以光學效率來看，多層的光學結構設計不僅會讓整體出光效率降低，也會增加背光厚度，而寬視角的光場和窄視角大幅重疊的部分，使得面板出光後的利用率亦無法有效提升。

針對上述課題，為了使背光模組在高空間和高光學利用率下做到視角切換，本研究提出一新型背光系統：結合非成像曲面設計與側光式背光架構，做出一光軸對稱之發光源單元。對於從不同角度觀賞面板的人來說，利用軸上與離軸的 LED 切換，可提供面板適當角度的光場變化，觀賞區域之外將不會提供光線，可避免無謂的能量浪費。如圖 1-6 所示：(a)觀賞者位於窄視角區域內，不需提供寬角度的光場即可達到欣賞的目的，故背光系統僅需提供正向光場(Zone I)；(b)假設觀賞者位於寬視角區，則不一定需要提供正向能量，故背光系統僅需提供寬視角區域的光場(Zone II)；(c)在多觀賞者的情形下，若在不同的視角區域中皆有觀賞者，此時背光系統就需要各方向的光場，故全區光場分布皆開啟，各個視角區域均提供光線 (Zone I+II)。

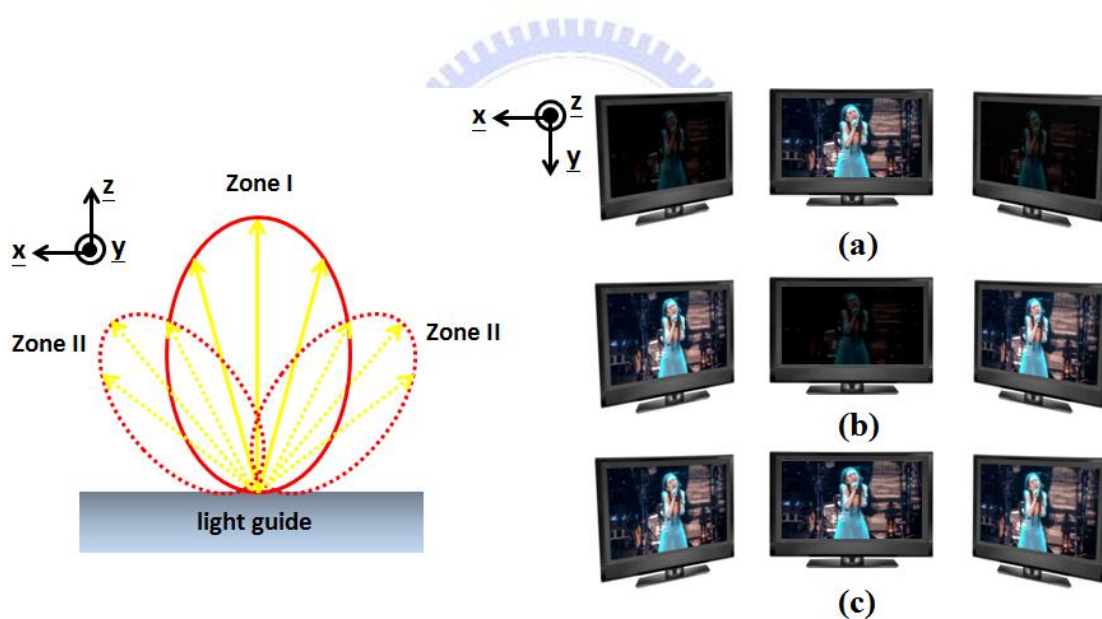


圖 1-6 方向性光場與顯示器視角示意圖

這種背光模組的設計概念，主要是利用具有方向性的光源配合上側光式背光架構，使得出光方向得以控制在特定區域，而本研究為了使 LED 光源具有方向性的調變，先利用非成像曲面的方法設計一組二次光學，讓 LED 出光至導光板的角度隨著二次光學的設計改變，此二次光學的架構可經由同步多曲面法 (Simultaneous Multiple Surface method)求得，如此一來便可將演算流程程式化，

優化的過程也能隨著設計需求來改變輸入的參數，進而可得一二次光學最佳效率和方向性調變的數值解，此外，藉由側光式架構的設計，也使本研究的方向性背光模組具有輕薄的特性，故能在高空間和光學利用率的條件下，建立出一較佳的方向性背光模組。

1.4 論文架構

本研究的演算法主要建立在非成像曲面下的同步多曲面法，故在第二章會先介紹 Cartesian oval 的理論基礎、同步多曲面法的演算流程、複合式拋物面收光器以及不變量守恆的基本概念，並引入一個多項式內插的數值方法 Hermite interpolation，來逼近各個數值點間真實存在的多項式關係，使得本研究所需的非成像光學元件得以建立。

第三章會利用同步多曲面法建構出可讓背光準直的二級光學元件，並根據研究所需的限制條件推導出相對應的同步多曲面演算流程，以期能在限制條件下達到透鏡架構的最佳光學效率，故會藉由不同的參數條件測試，多方面地分析同步多曲面法中最佳透鏡架構的特性，以數值方式建立出透鏡架構的特性解，接著利用上述參數條件的分析結果，會在透鏡架構下引入複合式拋物面收光器的概念，應用複合式拋物面收光器的設計理論，使得光源大角度的光線能被充分利用，並同時將收光器的架構參數化，分析透鏡架構結合收光器的光學特性，最後為了增加光路的空間利用率，我們提出一種逆介質的光機架構，使得設計出來的二級光學元件能在高空間、高光學利用率下達成本研究的設計目標。此外，在光學設計的過程中，參數調變的結果皆以光學模擬軟體 Lighttools™ 驗證理論計算的正確性，分析並比較兩者的差異性，最後再根據模擬結果找出符合限制條件的最佳光學元件參數。

第四章是將第三章所設計出來的準直性背光光源的二次光學機構加以利用，運用第三章所提的同步多曲面演算流程及其光學機構的特性，考慮入多光源和側光式背光的設計條件，使得設計出來的光學機構能藉由軸上與離軸的光源切換，提供面板適當角度的光場變化，進而達到寬窄視角切換的目的，並同樣利用光學模擬軟體 Lighttools™ 做理論計算上的驗證，分析比較理論值和模擬數據的差異，在較佳的方向性光場分布和背光出光效率的條件下，找到側光式方向性背光的最佳光學機構，第五章則為本研究的結論和未來展望。



第二章 基本理論

本章將非成像光學的相關概念引入系統設計之中，其中包含了光學系統特性的描述:不變量、多項式內插數值點的方法: Hermite interpolation、非成像曲面的設計方法之:同步多曲面法(Simultaneous Multiple Surface)和複合式拋物面收光器(Compound Parabolic Concentrator)設計流程，最後是非成像系統的專有名詞介紹與應用。

本章目錄:

2.1 不變量(Etendue)

2.2 Hermite interpolation

2.3 同步多曲面(Simultaneous Multiple Surface)

2.4 複合式拋物面收光器(Compound Parabolic Concentrator)

2.5 RR、RX、XR、XX、RXI 光學系統



2.1 不變量(Etendue)

當光線欲經過一光學系統時，此光線需要面積和角度空間來傳播，而不變量的大小正好表示出此一光學系統的特性。如圖 2-1(a) [6]所示，假設我們有一個半徑為 r 的球形光源 S_R ，當光線從球形光源發射傳播至半徑為 d_1 的球面 A_1 時，對於球面 A_1 上的每一個點，從球形光源 S_R 所傳播出來的光線都會被限制到角度 θ_1 內，其中角度 θ_1 可由 $\sin \theta_1 = r/d_1$ 求得，故可把球形光源的表面積表示成 $A_s = 4\pi r^2 = 4\pi d_1^2 \sin^2 \theta_1 = A_1 \sin^2 \theta_1$ 。

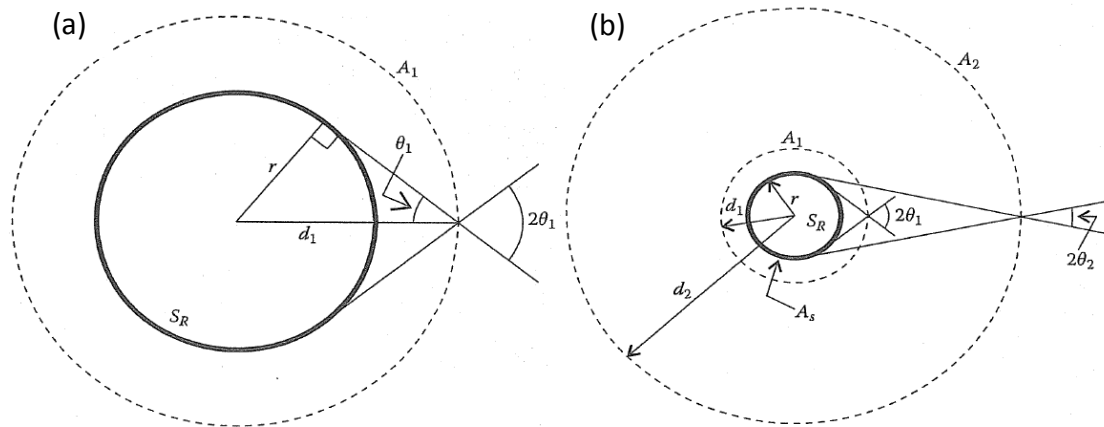


圖 2-1 真空中光線傳播之示意圖[6]

同樣地，當光線繼續傳播至球面 A_2 時，如圖 2-1(b) [6] 所示，我們也可以利用上述的關係式，將球形光源的表面積表示成 $A_s = A_1 \sin^2 \theta_1 = A_2 \sin^2 \theta_2$ ，因此可發現到當光線傳播距離越遠時，雖然光線所利用到的角度空間越小，但利用的面積空間卻越來越大，故 $A_k \sin^2 \theta_k$ 對於光線在真空中的傳播來說為一不變量，若考慮在不同介質中傳播時，如圖 2-2[6] 所示，則可寫成 $A_s = A_2 n_1^2 \sin^2 \theta_2 = A_2 n_2^2 \sin^2 \theta_2^*$ ，

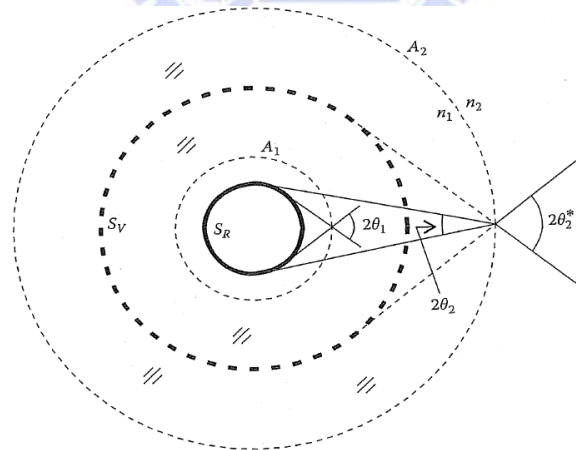


圖 2-2 光線於介質間(折射係數 n)的傳播[6]

此時不變量為 $A_k n_k^2 \sin^2 \theta_k$ ，所以我們定義三維的不變量為：

$$dU_{3-D} = n^2 dA \cos \theta d\Omega \quad (2.1)$$

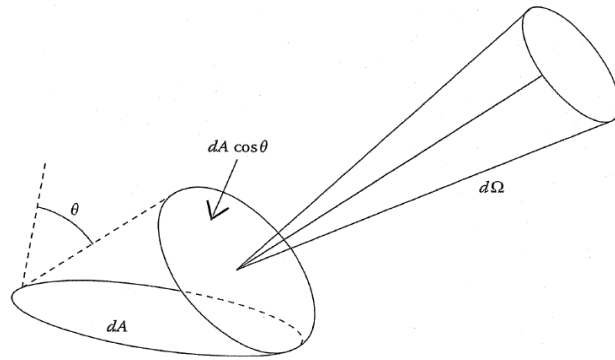


圖 2-3 三維不變量之示意圖[6]

如圖 2-3 [6]所示，其中 $dA \cos \theta$ 為光線傳播的有效面積， $d\Omega$ 則為光線傳播的單位立體角，而二維的不變量也可寫成式子(2.2):

$$dU_{2-D} = nda \cos \theta d\theta \quad (2.2)$$

如圖 2-4 [6]所示，其中 $da \cos \theta$ 為單位有效長度， $d\theta$ 則為光線傳播的單位張角。

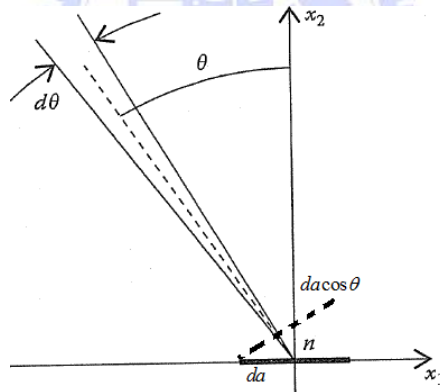


圖 2-4 二維不變量之示意圖[6]

假使我們考慮一個無損耗的光學系統，也就是光線在傳播的過程中所有的能量皆未損失，每一處傳播的接收面和出射面都符合黑體輻射的定義，此時，光學系統為了滿足熱力學第二定律，不變量必守恆。其證明如下：

由於輝度的定義如式子(2.3)，

$$L = \frac{d\Phi}{dA \cos \theta d\Omega} \quad (2.3)$$

所以我們可以將光通量寫成式子(2.4):

$$d\Phi = \frac{L}{n^2} n^2 dA \cos \theta d\Omega = L^* n^2 dA \cos \theta d\Omega = L^* dU \quad (2.4)$$

其中 n 為折射係數， $L^* = L/n^2$ 為基礎輝度，接著因為界面符合黑體輻射條件，可將基礎輝度改以黑體輻射輝度表示，如式子(2.5)，

$$L^* = \frac{\sigma_v T^4}{\pi} \quad (2.5)$$

其中 $\sigma_v = 5.670 \times 10^{-8} (W/m^2 K^4)$ 為真空中的 Boltzmann 常數， $T(K)$ 為黑體輻射的絕對溫度；然後考慮到系統為無損耗系統，系統總能量不會變化，亦即 $L^* = \frac{\sigma_v T^4}{\pi}$ 中的系統溫度 T 為一定值，若以此系統中任一傳播區段 dA_3 到 dA_4 來看，此時每個介面的基礎輝度必相同，即 $L_3^* = L_4^*$ ， L_3^* 和 L_4^* 分別表示 dA_3 和 dA_4 面上的基礎輝度，此外，其系統單位光通量也必須是定值，這樣才表示光的能量不會損失在系統之中，如式子(2.6)所示，

$$d\Phi = L_3^* dU_{34} = L_4^* dU_{43} \quad (2.6)$$

可發現在式子中 $dU_{34} = dU_{43}$ ，其中 dU_{34} 表示當光線由 dA_3 傳播到 dA_4 時，對於射出面 dA_3 所觀察到的不變量，如圖 2-5 [6] 所示，

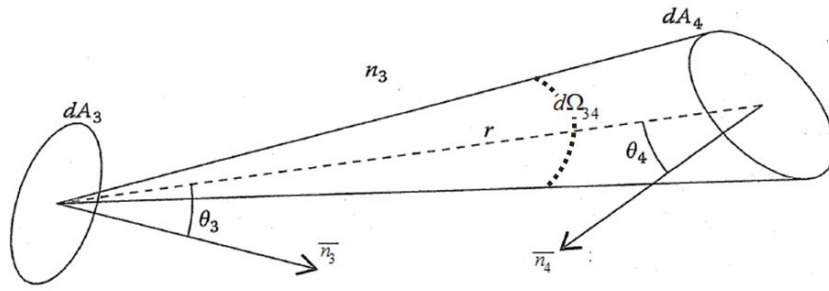


圖 2-5 光線從 dA_3 到 dA_4 的不變量示意圖[6]

圖中 n_3 為傳遞介質的折射係數， θ_3 和 θ_4 分別為 dA_3 和 dA_4 面上的法向量與中心距離 r 的夾角，故利用三維不變量的定義，可將 dU_{34} 寫成式子(2.7)，

$$dU_{34} = n_3^2 dA_3 \cos \theta_3 d\Omega_{34} = n_3^2 dA_3 \cos \theta_3 \frac{dA_4 \cos \theta_4}{r^2} \quad (2.7)$$

dU_{43} 則為當光線由 dA_4 傳播到 dA_3 時，出射面 dA_4 所觀察到的不變量，如圖 2-6 [6] 所示，

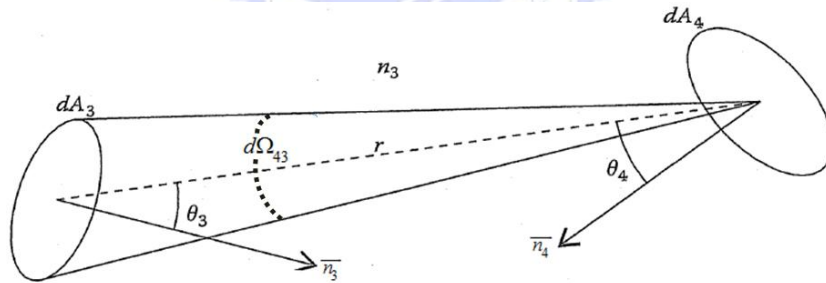


圖 2-6 光線從 dA_4 到 dA_3 的不變量示意圖[6]

dU_{43} 亦可寫成式子(2.8)，

$$dU_{43} = n_3^2 dA_4 \cos \theta_4 d\Omega_{43} = n_3^2 dA_4 \cos \theta_4 \frac{dA_3 \cos \theta_3}{r^2} \quad (2.8)$$

所以當我們要假設一無損耗的光學系統時，其不變量守恆為其必要條件。

2.2 Hermite interpolation [8]

在數值分析的方法中，Hermite interpolation 是一個內插資料點的多項式方法，此方法所產生的 Hermite 多項式和 Newton 多項式皆是藉由計算資料點間的差分來取得，不過，與 Newton 多項式不同之處在於 Hermite 多項式必須同時代入資料點的值和該點的一階微分值，也就是說初始條件除了要給資料點 $x_i, (i=0,1,..n)$ 所對應的值 $y_i, (i=0,1,..n)$ ，同時也要給其對應的一階微分值 $z_i = y'_i, (i=0,1,..n)$ 值，如此才可藉由這些初始條件求得階數最高為 $2n+1$ 的 Hermite interpolation 多項式。

如式子(2.9)所示，考慮一組資料點 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ ，以及該組資料點的一階微分值 $(x_0, z_0), (x_1, z_1), \dots, (x_n, z_n)$ ：

$$P_{2n+1}(x_i) = y_i, \quad P'_{2n+1}(x_i) = z_i, \quad i=0,1,2\dots n \quad (2.9)$$

其中 $P_{2n+1}(x)$ 為 Hermite interpolation 多項式，定義為式子(2.10):

$$P_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^n [H_k(x)y_k + K_k(x)z_k] \quad (2.10)$$

此式子中的 $H_k(x)$ 和 $K_k(x)$ 分別為：

$$H_k(x) = [L_k(x)]^2(1 - 2L'_k(x_k)(x - x_k)) \quad (2.11)$$

$$K_k(x) = [L_k(x)]^2(x - x_k) \quad (2.12)$$

其中 $L_k(x)$ 為 Lagrange polynomial，定義為：

$$L_k(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \quad (2.13)$$

故利用上述所整理的式子，即可在有限的資料點中，以內差一個 Hermite interpolation 多項式的方法，來逼近在各個資料點間距裡，資料點彼此之間所真實存在的多項式關係。

2.3 同步多曲面(Simultaneous Multiple Surface)

同步多曲面法或被稱為 Minano-Benitez 設計法，是一種非成像曲面的光學設計方法，一開始是由 Minano 和 Benitez 於 1990 年代初期所發展出來的一套二維曲面計算方法，直到 1999 年 Benitez 才將這套設計方法的維度拓展到三維，這種方法主要是將入射波前耦合成出射波前的過程數學化，以利計算大量且複雜的波前耦合，而其特色在於每對入射波前和對應的出射波前都是同時被考慮進來設計的，也就是說當考慮的波前有 N 對時，則此光學系統必須要設計至少 N 個曲面才能同時滿足 N 對波前的需求!

同步多曲面法的數學流程可視為像是一段段 Cartesian oval 的一般性計算，故為了瞭解同步多曲面法，首先必須先知道 Cartesian oval，我們可以定義其為：當一光源發出的波前欲透過一介面產生所需要的目標波前時，光源波前的行進須遵守 Fermat 原理的條件，故當光程 S 決定後，光源波前的行進方向和路徑即被固定，此時，會在介面產生唯一曲線或曲面的解，使得光源波前在行進光程 S 後轉變為目標波前，此介面的解即為 Cartesian oval。

以點光源為例，如圖 2-7 [6]所示，式子(2.14)表示如下，我們可以將 Cartesian oval 上的每點都用一位置向量 \vec{P} 來表示，

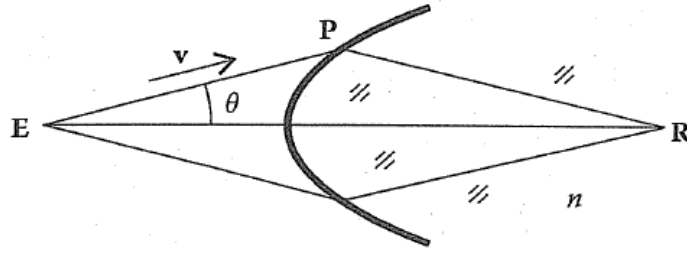


圖 2-7 點對點的 Cartesian oval[6]

$$\vec{P} = \vec{E} + \vec{v}t \quad (2.14)$$

其中 \vec{E} 為光源的位置向量， \vec{v} 為從點 \vec{E} 到點 \vec{P} 的單位向量，如圖 2-7 [6] 所示，可將 \vec{v} 寫成 $\vec{v} = (\cos \theta, \sin \theta)$ ，而 t 則為兩者間的距離，接著寫下從光源 \vec{E} 出發到目標面 \vec{R} 所走的光路以及相對應的光程 S ，

$$d_{PR} = \sqrt{(\vec{R} - \vec{P}) \cdot (\vec{R} - \vec{P})} \quad (2.15)$$

$$S = t + n\sqrt{(\vec{E} + \vec{v}t - \vec{R}) \cdot (\vec{E} + \vec{v}t - \vec{R})} \quad (2.16)$$

其中 d_{PR} 為 Cartesian oval 到目標面 \vec{R} 的距離， n 為介質中的折射係數，此時光程 S 的表示式(2.16)中只剩下一未知數 $t(\theta)$ ，其中 θ 為自變數，故解出式子(2.16)中的 t 之後，即可得此問題中 Cartesian oval 的位置向量 \vec{P} ，此一方法也可應用在球面波對應到平面波，如圖 2-8(a) [6] 所示，甚至更一般性的光源波前 w_1 到目標波前 w_2 的計算上，如圖 2-8(b) [6] 所示。

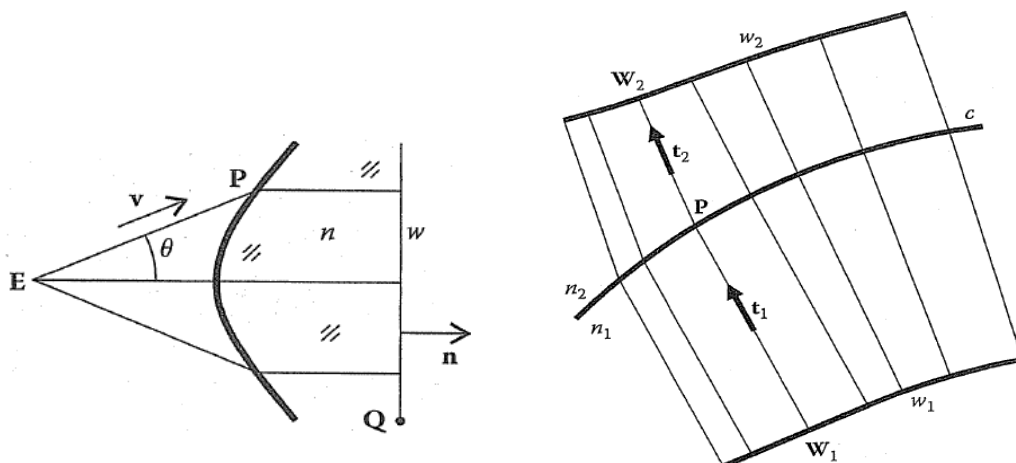


圖 2-8 (a)點對波前的 Cartesian oval[6] (b)波前間的 Cartesian oval[6]

但不同的地方在於 Cartesian oval 所算出來的解只有對單一光源來說是完美的，因為 Cartesian oval 同一時間只考慮一個光源的波前變化，可是在很多實作上，如 LED 通常會延展成不均勻的線光源甚至是面光源而非完美的單一光源，所以若用單一光源的解來逼近線光源或面光源真實解的時候，往往會造成光學效率降低，所以一般在使用 Cartesian oval 時，都會再加上一個疊代設計的動作，才能優化單一光源對應到延展性光源的解，而與之相左的，同步多曲面法並不需要利用優化迴圈，這方法本身就是利用光源的延展做為輸入的參數，來建立所需的光學曲面去滿足光源，所以比較能接近光學效率的極限！

而 Cartesian oval 的計算方式，同樣也被運用在同步多曲面法上，只是同步多曲面法的設計流程和 Cartesian oval 相比，最大的不同在於同步多曲面法同時考慮了兩個(含)以上的波前耦合，以一軸對稱的 RR 光學系統來看，若考慮光線欲從兩光源 $\overline{E_1}$ 和 $\overline{E_2}$ 分別傳遞到接收器 $\overline{R_1}$ 和 $\overline{R_2}$ 點上，如圖 2-9 [6]所示，

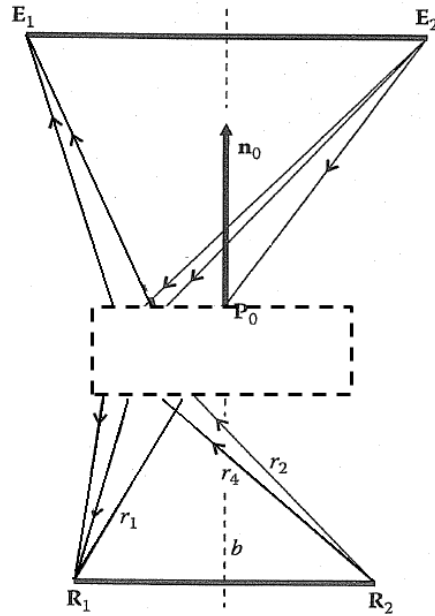


圖 2-9 點對點的 SMS 示意圖[6]

此時需先假設一初始點 \vec{P}_0 和該點的單位法向量 \vec{n}_0 ，便可將 \vec{E}_2 到 \vec{R}_1 的光程表示成式子(2.17)，

$$S = [\vec{E}_2, \vec{P}_0] + n[\vec{P}_0, \vec{P}_1] + [\vec{P}_1, \vec{R}_1] \quad (2.17)$$

其中的中括號表示兩點位置向量之間的距離，而我們可以發現此式子中要求的未知數 \vec{P}_1 和求 Cartesian oval 的解一樣，只要把式子中的未知向量 \vec{P}_1 整理成只剩下一未知數 t 即可，如式子(2.18)所示，

$$S - [\vec{E}_2, \vec{P}_0] = nt + \sqrt{(\vec{P}_0 + \vec{v}t - \vec{R}_1) \cdot (\vec{P}_0 + \vec{v}t - \vec{R}_1)} \quad (2.18)$$

其中 t 為 \vec{P}_0 到 \vec{P}_1 的距離， n 為介質中的折射係數， \vec{v} 則為 \vec{P}_0 到 \vec{P}_1 的單位向量，故可解出未知數 t 來求得 \vec{P}_1 的位置向量及該點的單位法向量 \vec{n}_1 ，而且因為考慮到軸對稱的因素， \vec{E}_1 到 \vec{R}_2 的光程同樣也可寫成式子(2.19)，

$$S = [\overline{R_2}, \overline{P_1}] + n[\overline{P_1}, \overline{P_2}] + [\overline{P_2}, \overline{E_1}] \quad (2.19)$$

如此便解出 $\overline{P_2}$ ，同樣的流程可陸續求出 $\overline{P_3}$ 、 $\overline{P_4}$ 、 $\overline{P_5}$ 一直到 $\overline{P_n}$ 點，如圖 2-10 [6]

所示，

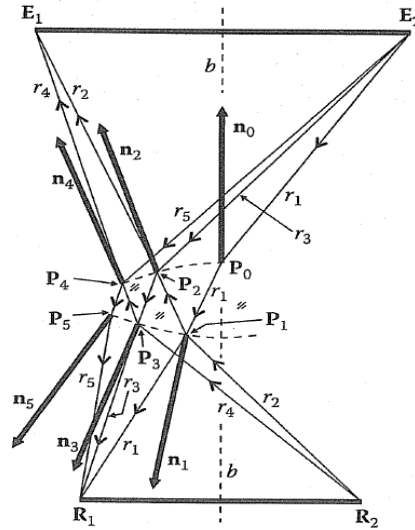


圖 2-10 點對點的 SMS 計算流程[6]

接著，我們利用軸對稱系統的特性，把 $\overline{P_1}$ 對光軸作一鏡射點 $\overline{Q_1}$ ，此時 $\overline{Q_1}$ 也會滿足 Cartesian oval 的解，然後利用 Hermite interpolation 在 $\overline{Q_1}$ 和 $\overline{P_1}$ 間插入一多項式，此多項式即表示我們在 $\overline{Q_1}$ 和 $\overline{P_1}$ 間所假設的面，同時在此面上取任意 K 點內插點，同樣地再對內插的 K 點做一次次 Cartesian oval 的計算，反覆計算便可陸續得到 $\overline{P_0}$ 到 $\overline{P_2}$ 、 $\overline{P_1}$ 到 $\overline{P_3}$ 之間的曲面，如圖 2-11(a) [6]到圖 2-11(b) [6]所示，

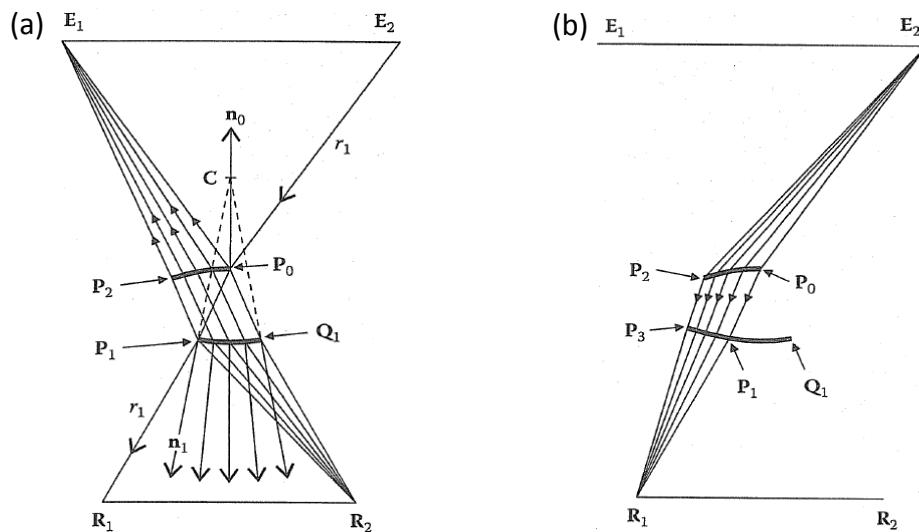


圖 2-11 SMS 曲面編織流程[6]

最後利用軸對稱特性將計算出來的點都鏡射到光軸的另一側，便可以得到一完整的 RR 光學系統，此計算流程可應用在各式各樣波前之間的耦合，此外還能配合 Etendue 守恆的設計方法，讓系統效率逼近熱力學的理论值!

在同步多曲面法的計算流程中，我們可以發現到在兩對波前之間耦合的條件下，不管是對於每個點 $\overline{P_1}$ 、 $\overline{P_2}$ 、 $\overline{P_3} \dots \overline{P_n}$ ，或是對於每個 $\overline{P_n}$ 到 $\overline{P_{n+2}}$ 的曲面來說，都必須要同時符合兩次 Cartesian oval 的計算，也就是說利用這樣的計算方法，使我們可以在編織 N 個曲面的同時，也滿足了 N 對波前之間耦合的條件!

2.4 複合式拋物面收光器(Compound Parabolic Concentrator)

複合式拋物面收光器的設計原理是利用邊緣光線的追跡，來保證只有在特定角度內的光線才會被吸收，假設一二維收光器的長度為 $[\overline{A}, \overline{B}]$ ，如圖 2-12(a) [6] 所示，若想要收到 $\pm\theta$ 角度內的光線，此時需先設一反射斜面 $[\overline{B}, \overline{D_1}]$ 和 $[\overline{A}, \overline{C_1}]$ ，使得當 $-\theta$ 角度的光線打到 $\overline{D_1}$ 點或 $+\theta$ 角度的光線 $\overline{C_1}$ 點後，會分別反射到 \overline{A} 點及 \overline{B} 點上，

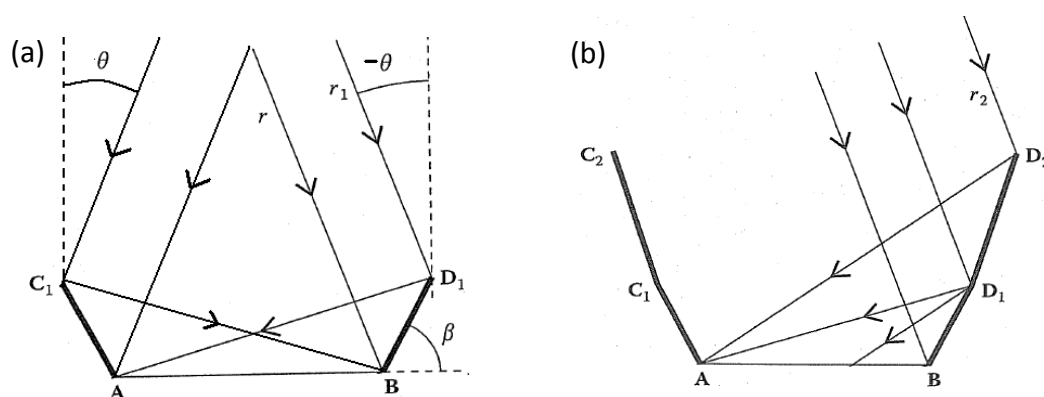


圖 2-12 CPC 反射曲面建置流程[6]

接著可用相同的方式繼續找到下一段 $[\overline{C_n}, \overline{C_{n+1}}]$ 和 $[\overline{D_n}, \overline{D_{n+1}}]$ ，如圖 2-12(b) [6] 所

示，直到 $\overline{C_{n+1}}$ 碰到 $-\theta$ 角的平行光線或 $\overline{D_{n+1}}$ 碰到 $+\theta$ 角的平行光線時就停止建置曲

面，如圖 2-13 [6]所示，這種曲面的建制方式其實跟拋物線的原理有異曲同工之妙，也就是說曲面上的任何一點都是以 \vec{A} 、 \vec{B} 點為焦點的線段，所以才被稱為是拋物面收光器！

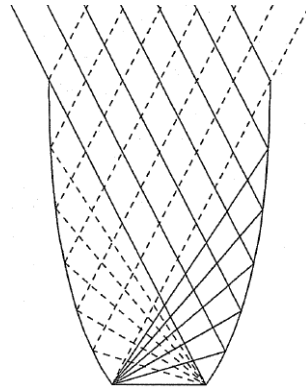


圖 2-13 CPC 曲面建置完成圖[6]

此外，我們可以發現到這樣建置的二維曲面，主要有三大特性，首先是可以有效收到 $\pm\theta$ 角度內的光線，當角度超過 $\pm\theta$ 時則不會影響收光器，如圖 2-14 [6]所示，

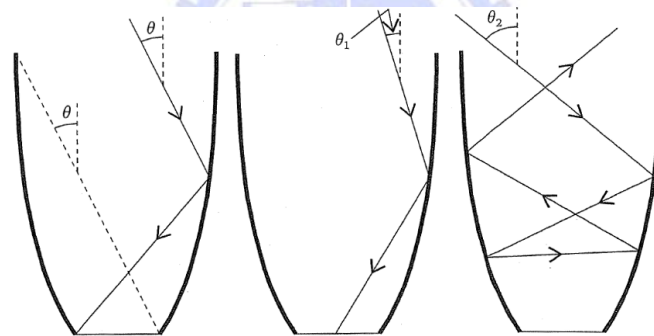


圖 2-14 CPC 入光條件示意圖[6]

其次，經由複合式拋物面收光器的收光角度和幾何結構關係式子(2.20)，如圖 2-15 [6]所示，可發現當設計的收光角度越小時，所付出的空間代價 h 就會越大，

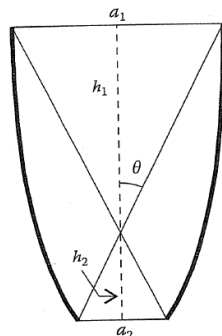


圖 2-15 CPC 幾何結構示意圖[6]

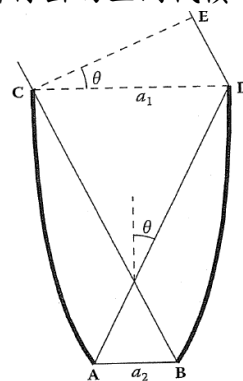


圖 2-16 CPC 波前行進示意圖[6]

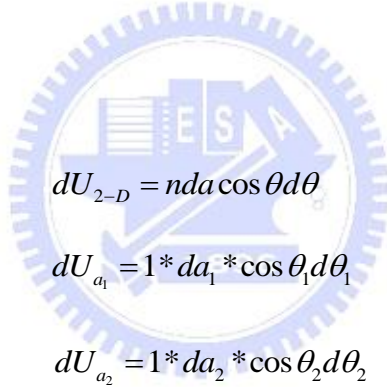
$$h = \frac{a_1/2}{\tan \theta} + \frac{a_2/2}{\tan \theta} = a_1 \frac{1 + \sin \theta}{2 \tan \theta} \quad (2.20)$$

其中 a_1 和 a_2 的關係亦可寫成式子(2.21)，如圖 2-16 [6]所示，是利用平行波前 $[\vec{C}, \vec{E}]$ 經由 \overline{BD} 拋物曲面會反射至焦點 \vec{A} 的特性；

$$[\vec{C}, \vec{B}] + a_2 = [\vec{E}, \vec{D}] + [\vec{D}, \vec{A}] \Leftrightarrow a_2 = a_1 \sin \theta \quad (2.21)$$

最後，利用這關係式(2.21)，我們也可證明這樣的設計方式是滿足不變量(etendue)守恆的條件，也就是會逼近熱力學的極限，式子證明如下：

利用二維不變量的定義式(2.22)，可將 a_1 和 a_2 上觀察到的不變量分別寫成式子(2.23)和式子(2.24)，



$$dU_{2-D} = nda \cos \theta d\theta \quad (2.22)$$

$$dU_{a_1} = 1 * da_1 * \cos \theta_1 d\theta_1 \quad (2.23)$$

$$dU_{a_2} = 1 * da_2 * \cos \theta_2 d\theta_2 \quad (2.24)$$

分別作積分後分別可得式子(2.25)和式子(2.26)，

$$U_{a_1} = a_1 \int_{-\theta}^{+\theta} \cos \theta_1 d\theta_1 = 2a_1 \sin \theta \quad (2.25)$$

$$U_{a_2} = a_2 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta_2 d\theta_2 = 2a_2 \quad (2.26)$$

又利用 a_1 和 a_2 的關係式 $a_2 = a_1 \sin \theta$ ，便可得到 $U_{a_1} = U_{a_2}$ 的證明！

2.5 RR、RX、XR、XX、RXI 光學系統

在同步多曲面的方法中，會依照設計的光學系統種類給予不同的命名，主要有 RR、RX、XR、XX、RXI 五大類，利用這種分類方式，不僅將設計的系統模型做了初步的分門別類，也讓設計者可以有效地找到對應的數學流程，來做為設計時的參考與評估。

這些系統的命名都有其依循的規則和定義，像是命名中若有字母 R，表示光線在此系統會經過一折射介面，字母 X 代表一反射介面，而 I 則表示光線會在介面產生全反射的現象，此外，這些字母的順序也暗示設計者在光學系統中，所考慮的光學介面先後順序，像是 RX 即表示系統的光路會先考慮折射介面再考慮反射介面，如圖 2-17 [6] 所示，光源出發的波前 w_1 和 w_2 先後經過一折射和一反射介面後傳遞到接收面 $\overline{R_1}, \overline{R_2}$ 上，

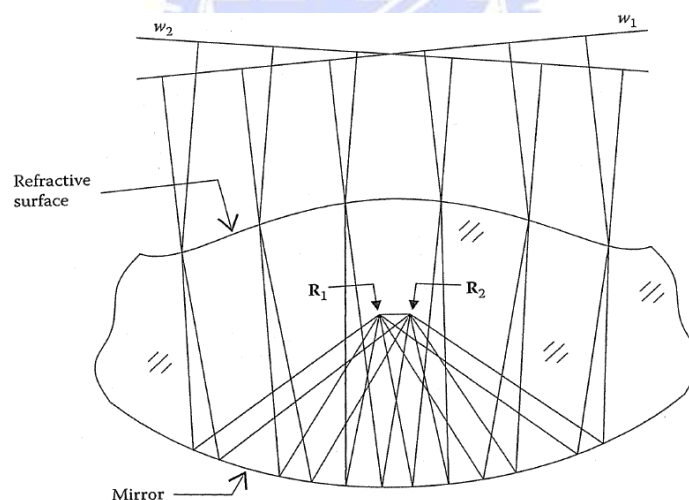


圖 2-17 RX 光學系統示意圖[6]

以此類推，RXI 是先經過 RX 光學系統後再考慮一全反射的介面，如圖 2-18 [6] 所示，以光源波前 w_1 上的 $\overline{W_3}$ 點為例，考慮的光路分別會在 $\overline{P_3}$ 、 $\overline{Q_3}$ 和 $\overline{S_3}$ 點發生折射、反射和全反射的現象，

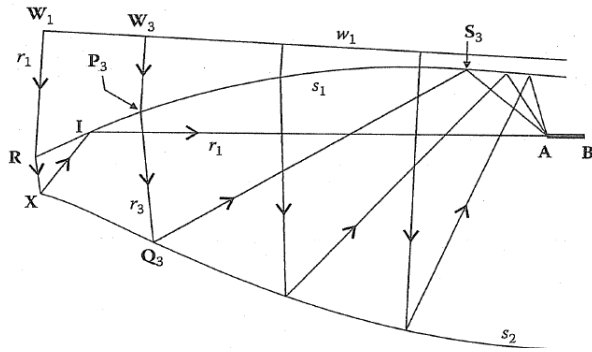


圖 2-18 RXI 光學系統示意圖[6]

其他 RR、XR、XX 光學系統也是相同的命名方式，而從這些命名即可決定所用的 Cartesian oval 公式，以 RX 光學系統為例，光程表示式如式子(2.27)，解的流程如圖 2-19 [6]所示，

$$S = [\overline{W_2}, \overline{P_0}] + n[\overline{P_0}, \overline{P_1}] + n[\overline{P_1}, \overline{R_1}] \quad (2.27)$$

可將式子整理成式子(2.28)，

$$S - [\overline{W_2}, \overline{P_0}] = nt + n\sqrt{(\overline{P_0} + \vec{v}t - \overline{R_1}) \bullet (\overline{P_0} + \vec{v}t - \overline{R_1})} \quad (2.28)$$

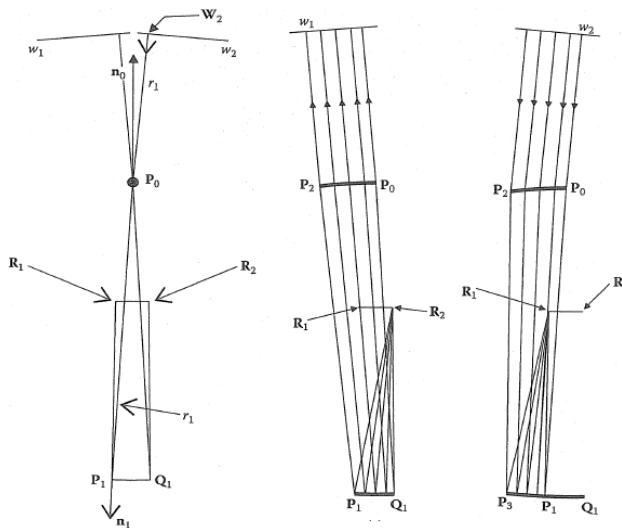


圖 2-19 RX 系統的 SMS 求解流程[6]

其中 $\overline{P_0}$ 為假設的起始點， \overline{n} 為 $\overline{P_0}$ 點上的單位法向量， \overline{v} 則表示 $\overline{P_0}$ 到 $\overline{P_1}$ 點的單位向量，故式子可整理成只含未知數 t 的 Cartesian oval，然後藉由 t 的解可求得 $\overline{P_1}$ 和該點法向量 $\overline{n_1}$ ，接著便能陸續算出 $\overline{P_2}$ 、 $\overline{P_3}$... $\overline{P_n}$ ，因此，我們可以發現流程跟前述的 RR 光學系統求解過程幾乎一樣，只差光線在 $\overline{P_{2n+1}}$ (n 為正整數) 點上的向量變化會和 RR 系統不同，故熟知這些命名對應的數學流程有助於我們在處理複雜的光學系統，也就是說當系統包含了各式各樣的介面時，可將複雜的 Cartesian oval 表示式以這些已知數學式子間的排列組合來取代，能縮減設計的流程!



第三章 準直背光光源設計

本章將利用同步多曲面法建構出可讓背光光源準直的二次光學元件，並根據限制條件推導出相對應的同步多曲面演算流程，藉由不同的參數條件測試，多方面地分析同步多曲面法中最佳透鏡架構的特性，接著會在透鏡架構下引入複合式拋物面收光器的概念。在光學設計的過程中，參數調變的結果皆以光學模擬軟體 Lighttools™ 驗證理論計算的正確性，分析並比較兩者的差異性，最後再根據模擬結果找出符合限制條件的最佳光學元件參數。

本章目錄:

3.1 同步多曲面演算流程推導

3.2 Lighttools™ 模擬驗證

3.3 二次光學架構特性分析

3.1 同步多曲面演算流程推導

本研究為了控制 LED 出光在特定角度內，欲利用 SMS 的方法設計一透鏡，使出光至透鏡的光線都會收到特定角度內，所以我們先以 LED 發光邊緣的兩點 \vec{E}_1 、 \vec{E}_2 為出光光源，並將目標波前 w_1 、 w_2 分別設為在 $\pm\theta$ 角度上的平面波，這種利用邊緣光線的條件所建立的 SMS 透鏡，就能保證 LED 上所有經過 SMS 透鏡出來的光線都會落在 $\pm\theta$ 角度內，示意圖如圖 3-1，

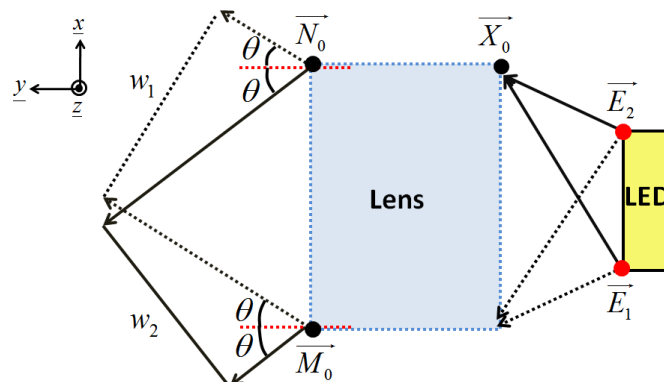


圖 3-1 SMS 透鏡建置條件示意圖

此外，為了使設計的 SMS 透鏡滿足不變量守恆的條件，本研究以側邊 SMS 編織的設計方法為主，此方法主要特點在於設計的起始點是從透鏡的邊緣開始，而非從透鏡的中心，如此一來便能限制透鏡在邊界的條件，同時也能確保透鏡滿足不變量守恆。

在此光學架構下，對於透鏡入光面來說不變量為 $U_1 = 2([\overline{X}_0, \overline{E}_1] - [\overline{X}_0, \overline{E}_2])$ ，其中 $[\overline{X}_0, \overline{E}_1] - [\overline{X}_0, \overline{E}_2]$ 為 \overline{X}_0 到 \overline{E}_1 和 \overline{E}_2 兩點的光程差 $2a$ ，故當光程差 $2a$ 固定時， \overline{X}_0 點的位置軌跡可視為焦點在 \overline{E}_1 、 \overline{E}_2 兩點的雙曲線，表示式如式子(3.1)，

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.1)$$

其中 $a^2 + b^2 = c^2$ ， c 為 $\frac{[\overline{E}_1, \overline{E}_2]}{2}$ ，而透鏡出光面 $[\overline{M}_0, \overline{N}_0]$ 的不變量則為

$U_2 = 2[\overline{M}_0, \overline{N}_0] \sin \theta$ ，故其守恆條件式可寫成式子(3.2)，示意圖如圖 3-2，

$$U_1 = U_2 \Rightarrow [\overline{M}_0, \overline{N}_0] = \frac{[\overline{X}_0, \overline{E}_1] - [\overline{X}_0, \overline{E}_2]}{\sin \theta} = \frac{2a}{\sin \theta} \quad (3.2)$$

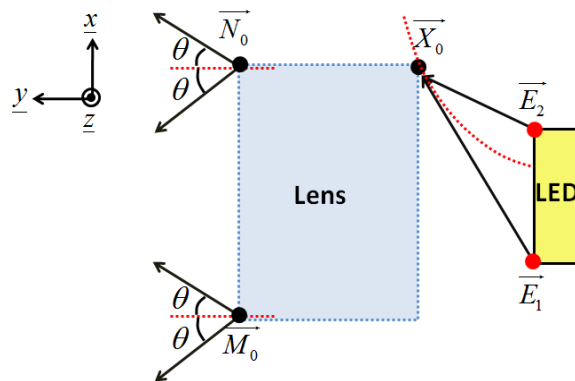


圖 3-2 SMS 透鏡不變量守恆示意圖

如此便可分別求得不變量守恆的邊界條件 \vec{N}_0 點和 \vec{X}_0 點，接下來利用 Snell's

Law，可藉由已知的向量 $\vec{E}_1\vec{X}_0$ 、 $\vec{X}_0\vec{N}_0$ 和目標波前向量 \vec{n}_{w_2} 找出 \vec{N}_0 點和 \vec{X}_0 點上的

法向量 \vec{n}_{N_0} 和 \vec{n}_{X_0} ，示意圖如圖 3-3，

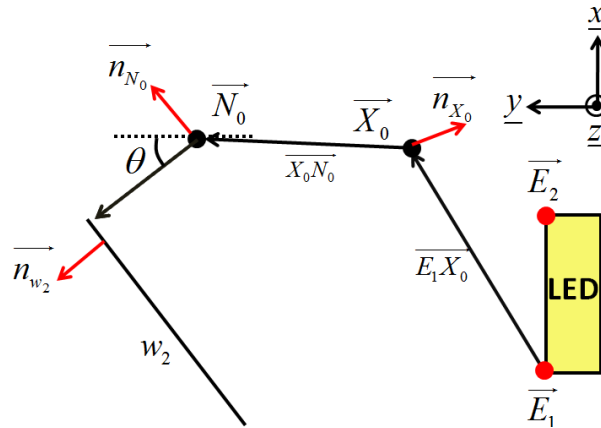


圖 3-3 SMS 透鏡邊緣條件的光追跡

同時，為了使 \vec{E}_2 打到 \vec{X}_0 點上時也能傳播至波前 w_2 ，必須將光程寫成式子(3.3)，

如此一來總光程便可寫成式子(3.4)，示意圖如圖 3-4，

$$S_1 = n[\vec{N}_0, \vec{X}_0] + [\vec{N}_0, w_2] = n[\vec{N}_0, \vec{N}_2] + [\vec{N}_2, w_2] \quad (3.3)$$

$$S = S_1 + [\vec{E}_2, \vec{X}_0] = [\vec{E}_2, \vec{X}_0] + n[\vec{N}_0, \vec{N}_2] + [\vec{N}_2, w_2] \quad (3.4)$$

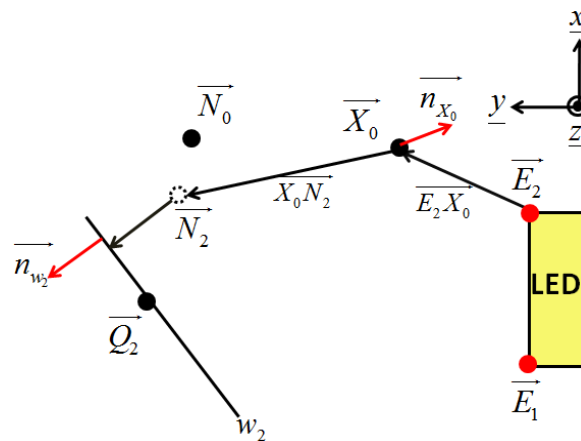


圖 3-4 SMS 透鏡設計流程(I)

接著可將式子(3.4)整理成式子(3.5):

$$nt_1 + (\vec{Q}_2 - \vec{X}_0 - \vec{X}_0 \vec{N}_2 t_1) \bullet \vec{n}_{w_2} = S - [\vec{E}_2, \vec{X}_0] \quad (3.5)$$

$$\vec{N}_2 = \vec{X}_0 + \vec{X}_0 \vec{N}_2 t_1 \quad (3.6)$$

其中 \vec{Q}_2 為目標波前 w_2 上任取一點， t_1 和 $\vec{X}_0 \vec{N}_2$ 則分別為 \vec{X}_0 到 \vec{N}_2 的距離及單位向量，這樣便可將未知數整理成只剩下 t_1 的表示式(3.7)，並求出 t_1 得到 \vec{N}_2 的位置向量，

$$t_1 = \frac{S - [\vec{E}_2, \vec{X}_0] - (\vec{Q}_2 - \vec{X}_0) \bullet \vec{n}_{w_2}}{n - \vec{X}_0 \vec{N}_2 \bullet \vec{n}_{w_2}} \quad (3.7)$$

同樣的方法也適用在從目標波前 w_1 回推到 \vec{E}_1 點上，由於考慮的光學系統存在對稱性，可將總光程寫成式子，並將式子整成只剩下 t_2 的表示式(3.10)，求出 t_2 得到 \vec{N}_1 的位置，示意圖如圖 3-5，

$$nt_2 + \sqrt{(\vec{N}_0 + \vec{N}_0 \vec{N}_1 t_2 - \vec{E}_1) \bullet (\vec{N}_0 + \vec{N}_0 \vec{N}_1 t_2 - \vec{E}_1)} = S - [\vec{N}_0, w_1] \quad (3.8)$$

$$\vec{N}_1 = \vec{N}_0 + \vec{N}_0 \vec{N}_1 t_2 \quad (3.9)$$

$$t_2 = \frac{2[(S - [\vec{N}_0, w_1])n + (\vec{N}_0 - \vec{E}_1) \bullet \vec{N}_0 \vec{N}_1] - \sqrt{4[(S - [\vec{N}_0, w_1])n + (\vec{N}_0 - \vec{E}_1) \bullet \vec{N}_0 \vec{N}_1]^2 - 4(n^2 - 1)[(S - [\vec{N}_0, w_1])^2 - |\vec{N}_0 - \vec{E}_1|^2]}}{2(n^2 - 1)} \quad (3.10)$$

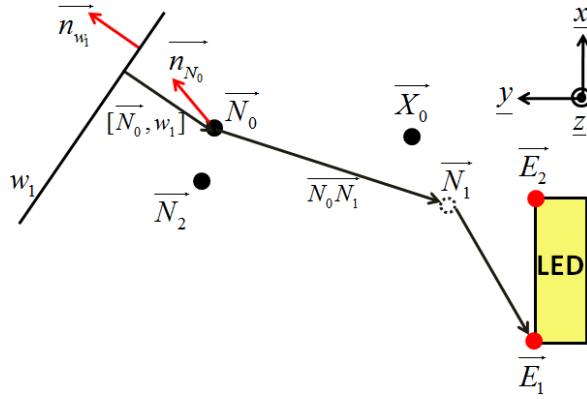


圖 3-5 SMS 透鏡設計流程(II)

求出 \vec{N}_1 和 \vec{N}_2 後，即可知道各個端點的位置和向量，接著利用 Hermite interpolation 分別在 \vec{X}_0 到 \vec{N}_1 內、 \vec{N}_0 到 \vec{N}_2 內內插一多項式，並取其中 K 點內插點，重複上述求點的方法，即可陸續找到透鏡曲面上的點，示意圖如圖 3-6(a)和圖 3-6(b)，

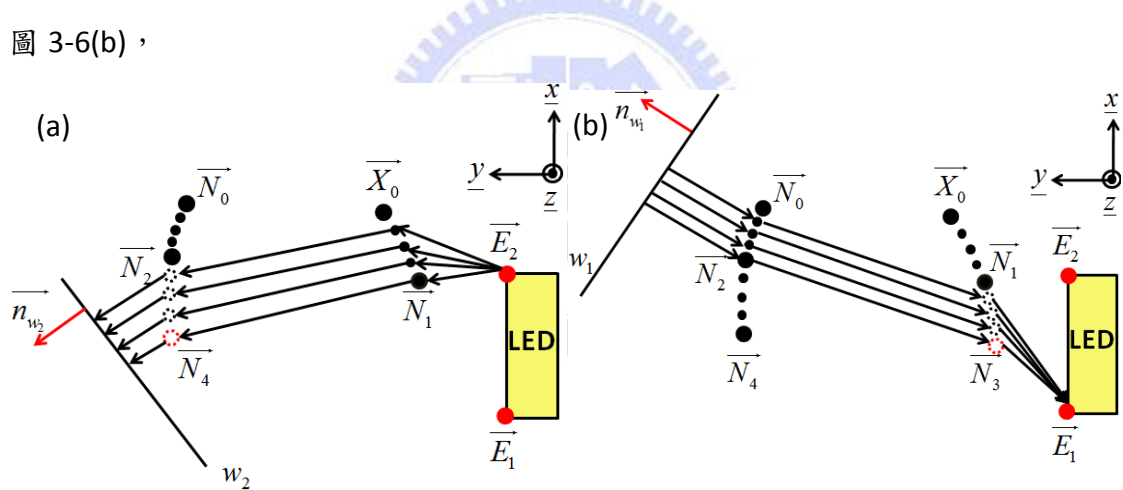


圖 3-6 SMS 透鏡內插計算流程

最後算到與 LED 光軸最近的點，再利用光學系統存在對稱性的特性，將求出來的點以 LED 光軸當對稱軸找出鏡射點，即可得一完整的 SMS 透鏡曲面！

3.2 Lighttools™ 模擬驗證

3.2.1 成像系統測試

為了驗證推導的 SMS 演算流程，我們先以一個兩點對兩點的的成像系統做為測試目標，假設光源 \vec{E}_1 、 \vec{E}_2 的位置向量分別為 $(-0.5, -2)$ 和 $(0.5, -2)$ ，且成像

的位置向量分別是(1,2)和(-1,2)，其中透鏡折射係數為 1.49，示意圖如圖 3-7，

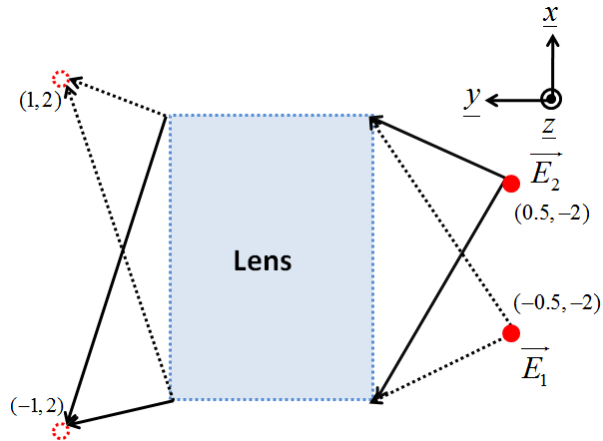


圖 3-7 點對點 SMS 建置條件示意圖

利用上述推導的 SMS 演算流程，可得一組透鏡曲面的位置向量和該點法向量：

$$\left\{ \begin{array}{l} (0.721,-0.62,0.778,0.627) (0.673,-0.917,0.531,-0.847) \\ (0.634,-0.549,0.50658,0.86218) (0.575,-0.505,0.617219,0.7867) \\ (0.446,-0.424,0.4633849,0.88615) (0.295,-0.3508,0.38824,0.921556) \\ (0.047,-0.28938,0.06918,0.9976) (0.581,-0.95042,0.189745,-0.9818) \\ (0.514,-0.97367,0.373099,-0.92779) (0.396,-1.01018,0.24369,-0.9698) \\ (0.245,-1.0496,0.238707,-0.97109) (0.048,-1.07979,0.05279,-0.9986) \end{array} \right. \quad (3.11)$$

接著，由於考慮的光學系統具有對稱性，可將這些算出來的數值點以 $X = 0$ 為對稱軸，找到其鏡射點，並算出一完整的透鏡曲面，然後將數值代入 Lighttools™ 中做模擬驗證，其 ray-fan 示意圖如圖 3-8，

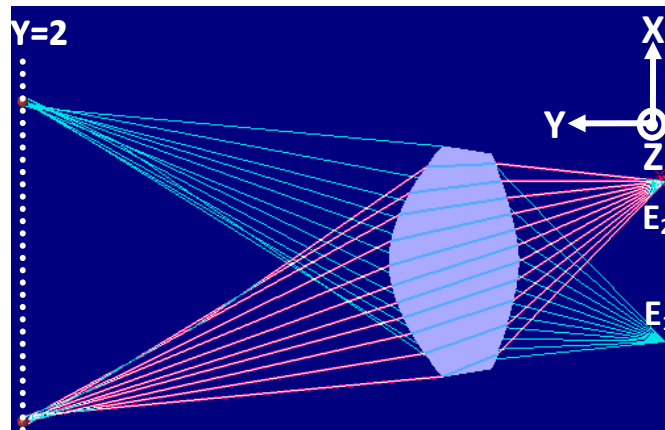


圖 3-8 點對點 ray-fan 模擬圖

在目標面 $Y=2$ 上的照度分布則如圖 3-9 所示。

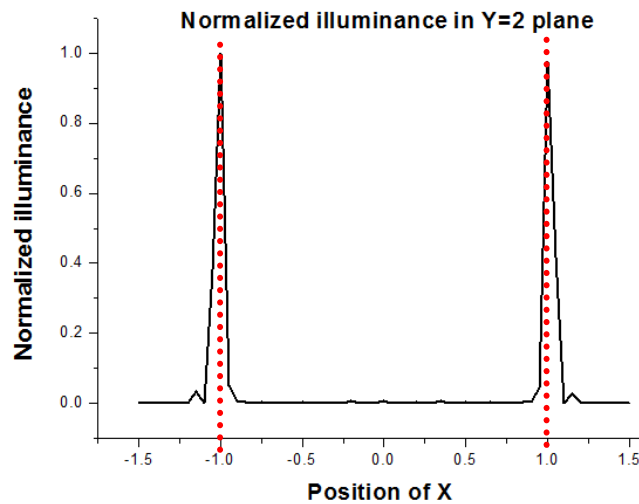


圖 3-9 成像面照度分布圖

結果不論是從 ray-fan 示意圖或是照度分布圖中，我們皆可發現從點光源 \vec{E}_1 、 \vec{E}_2 位置向量上所發出來的光線幾乎都會收在 $(1,2)$ 和 $(-1,2)$ 的位置上，雖然並不是所有光線，但考量透鏡曲面並非完美的光滑曲面，而是藉由數值內插得來的，故結果仍符合當初預期。

3.2.2 非成像系統測試

接下來我們把光源從點光源拓展到面光源，目標位置也從點變成波前，亦即欲將 LED 所有經過 SMS 曲面的光都收在特定角度內，故必須先考慮 LED 發光邊緣的兩點 \vec{E}_1 、 \vec{E}_2 ，並將兩點對應的目標波前 w_1 、 w_2 分別設在 $\pm\theta$ 角度的平面波上，這種利用 LED 邊緣光線建立的 SMS 透鏡，由於是取 LED 入光至 SMS 曲面的角度極值，就能保證 LED 其他經過透鏡出來的光線都會落在 $\pm\theta$ 角度內，示意圖如圖 3-10，

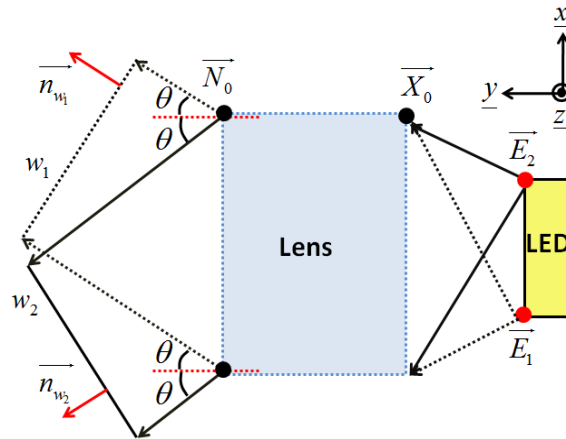


圖 3-10 LED 角度限制條件示意圖

此時，為了方便後面的理論計算和數據分析，我們先將構成此光學系統的主要因子予以參數化，分別有 LED 光源的大小(Size, S)、光學模組的總長度(Total length of the module, T)、光學元件的收光角度(Receiving angle, θ_0)以及目標波前的出光角度(Convergence angle, θ_1)，各個參數的示意圖如圖 3-11 所示，如此一來便能在得到計算結果同時，分析此光學系統中各個參數之間的數值關係，而這些解也有助於評估之後的設計方向。

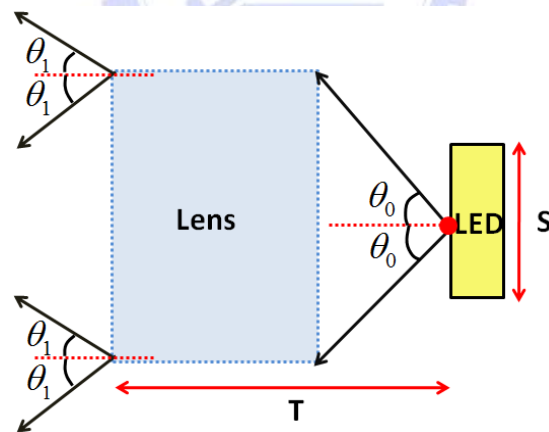


圖 3-11 光學模組參數示意圖

然後我們先以現有的 LED 規格大小做為模擬的光源，考慮一 Lambertian 光場分布的 LED 光源，其大小為 $2.3 \text{ mm} * 0.5 \text{ mm} * 0.5 \text{ mm}$ ，目標波前的出光角度設在正負 2.5 度，透鏡的收光角度則為正負 50 度，此時將參數代入上述 SMS 演算流程，即可得到一組起始條件(3.12):

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = (-1.15, 0) \\ \vec{E}_2 = (1.15, 0) \\ \vec{N}_0 = (20.656, 16.5, 0.99887, 0.0476) \\ \vec{X}_0 = (20.0011, 15.84786, -0.49226, -0.8705) \\ \vec{n}_{w_1} = (\sin(2.5 * \pi / 180), \cos(2.5 * \pi / 180)) \\ \vec{n}_{w_2} = (\sin(-2.5 * \pi / 180), \cos(-2.5 * \pi / 180)) \end{cases} \quad (3.12)$$

其中 \vec{N}_0 和 \vec{X}_0 的前兩項為邊界條件的位置向量，且藉由上述 SMS 流程可知此位置向量必同時滿足 Snell's Law 和不變量守恆的條件，而後兩項則為該位置向量上的法線方向，然後將條件代入推導的 SMS 演算法中，便可陸續得到一組透鏡曲面的解，其光學架構示意圖如圖 3-12 所示，

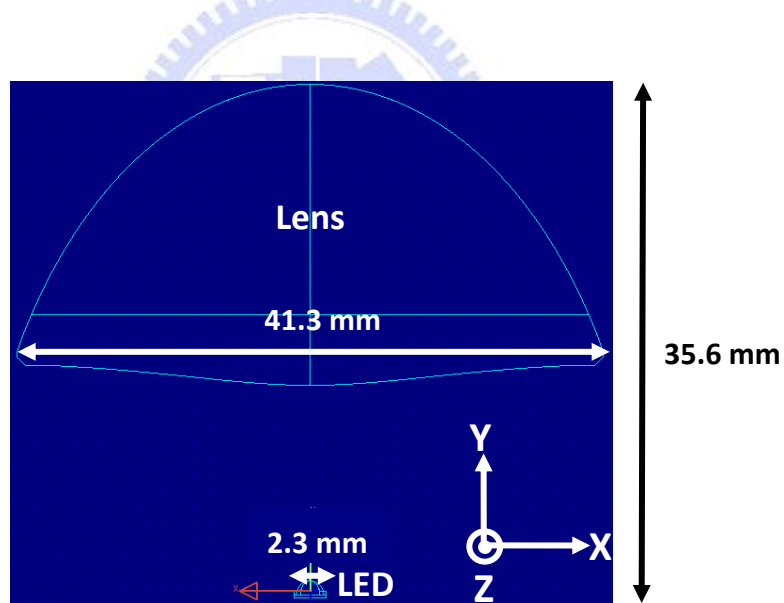


圖 3-12 SMS 透鏡架構模擬圖

我們可以發現利用這組初始條件算出來的光學模組總長度為 3.56 公分，寬度為 4.13 公分，其 ray-fan 示意圖和光強度分布圖則分別如圖 3-13(a)及圖 3-13(b)所示。

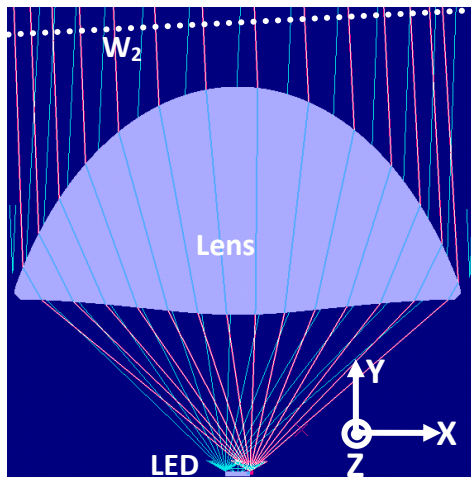


圖 3-13(a) SMS 透鏡 ray-fan 示意圖

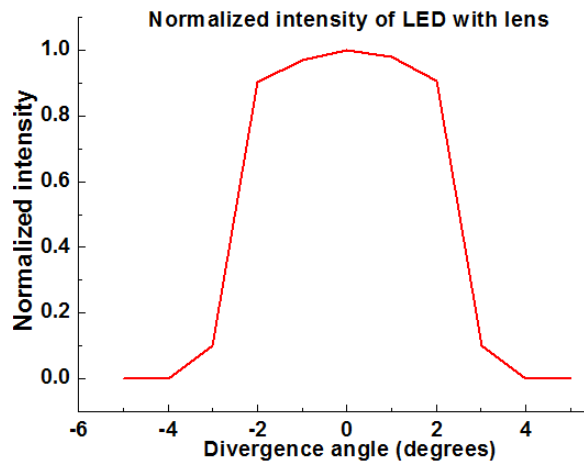


圖 3-13(b) SMS 透鏡光場分布圖

將模擬出來的光強度分布圖與 LED 未加光學結構的 Lambertian 光場分布圖 (圖 3-14)做一比較後，可以明顯看出 LED 在正負 50 度內所發出的光線都能被有效收集到正負 2.5 度內，故模擬結果仍符合當初 SMS 預設條件的運算結果，不過大於 50 度以外的光卻被浪費，亦即此架構無法完全將 LED 的出光完全收進透鏡內，此時，可利用一 CPC 反射罩將大角度的光線收入透鏡內，示意圖如圖 3-15(a)，但如此一來則必須放寬 LED 長度大小(Size, S)的條件，這樣才能保證由 CPC 反射至透鏡的光能有效收在預設的角度內，示意圖如圖 3-15(b)，

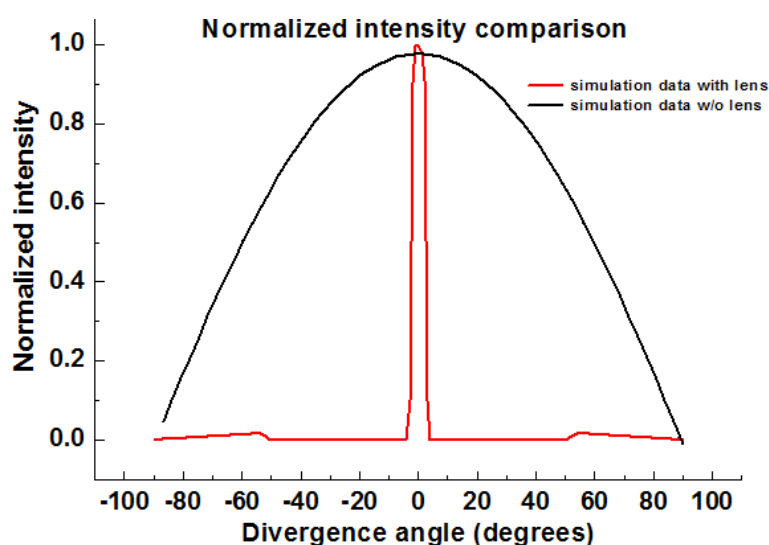


圖 3-14 LED 光場分布圖

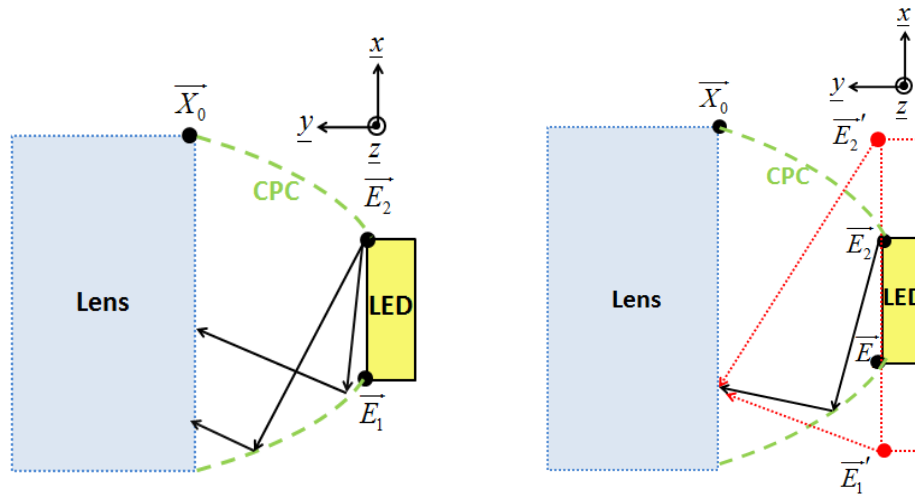


圖 3-15 (a) CPC 大角度收光示意圖

(b) CPC 限制條件示意圖

其中綠色虛線表示 CPC 反射罩的位置，而紅色虛線則是一開始要代入 SMS 流程的初始條件，意即我們可以透過 E_1' 和 E_2' 這兩個虛擬的點光源，藉由放寬 LED 大小的初始條件，同時增加透鏡收集光線的角度，使得我們可以在不影響出光角度的前提下，得以建置 CPC 於透鏡架構之中，但這種利用增加 LED 大小的方式很明顯會讓邊界變寬鬆，光學模組的總長度(Total length of the module, T)也會跟著變長，而為了避免這種情形發生，我們提出了一種利用逆介質光機架構的解決方案。

3.2.3 逆介質系統測試

所謂的逆介質架構是將傳統光線的傳遞路線顛倒過來，意即光線不是從空氣進入到介質，而是從介質進入空氣來改變其行進方向，使得光線考慮介面的順序變成要逆向思考，示意圖如圖 3-16，如此一來便能控制 LED 出光角度在較小的範圍內，而 SMS 設計的收光角度(Receiving angle, θ_0)也能因此變小。

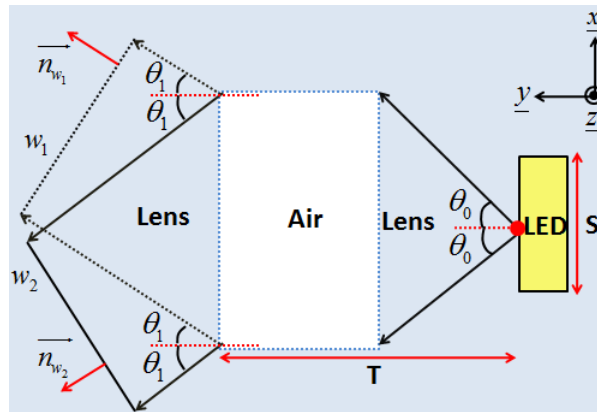


圖 3-16 逆介質 SMS 架構示意圖

接著我們仍以現有的 LED 作為模擬光源，其大小為 2.3 mm * 0.5mm * 0.5mm，目標波前的出光角度設在正負 2.5 度，限制條件中和前面非成像系統測試唯一不同的地方在於 LED 的出光角度可放寬至正負 90 度，也就是說 SMS 設計的收光角度只要大於 $\theta_c = \sin^{-1}(\frac{1}{n})$ 即可，以一般 PMMA 的材料為例，此時只需設在 critical angle $\theta_c = \sin^{-1}(\frac{1}{1.49}) \cong 42.155^\circ$ ，然後將條件代入上述 SMS 流程做計算，即可得一組曲面解，其結構示意圖如圖 3-17，

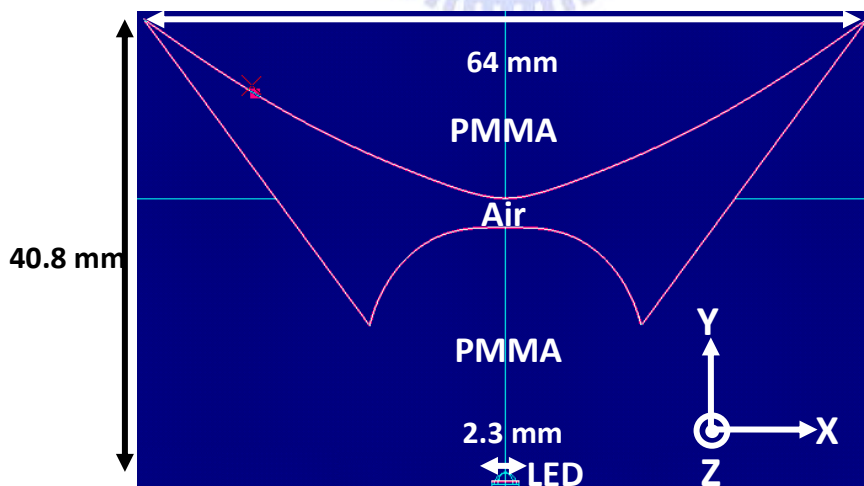


圖 3-17 逆介質架構模擬圖

其 ray-fan 示意圖和光強度分布圖則分別如圖 3-18 和圖 3-19 所示，

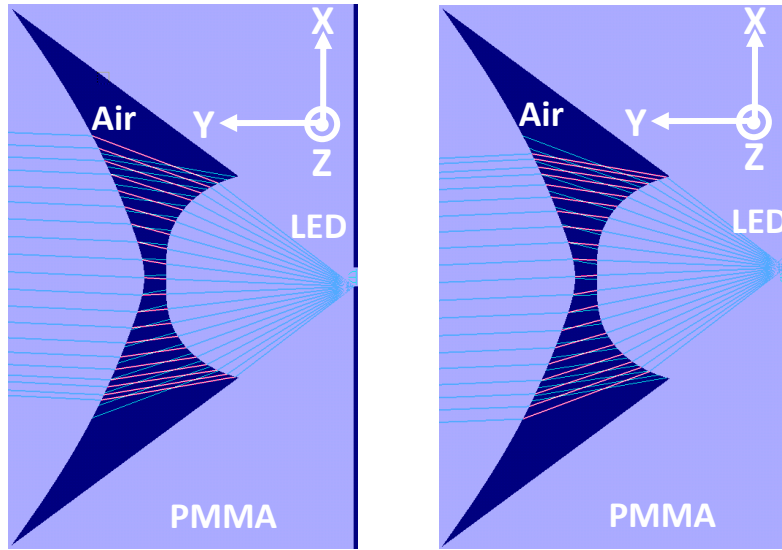


圖 3-18 逆介質 ray-fan 示意圖

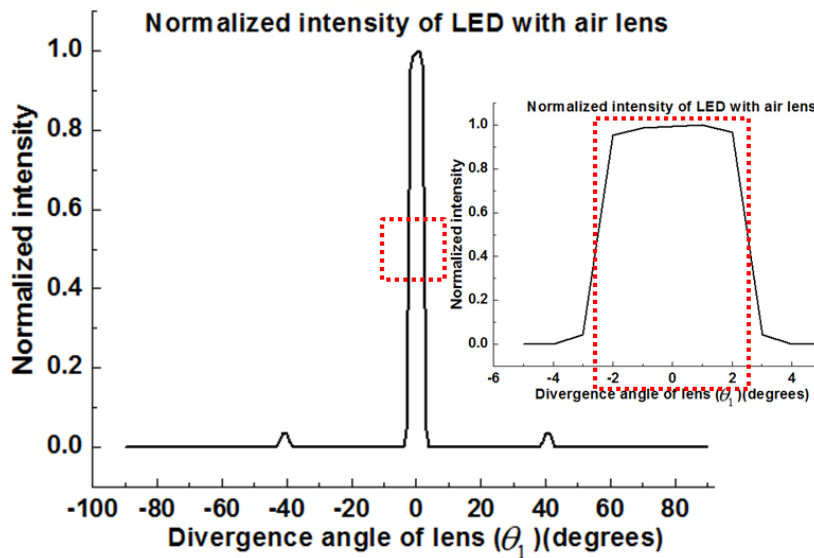


圖 3-19 逆介質架構之光場分布

不論是從光場分布圖或示意圖中都可以發現出光角度大多落在正負 2.5 度內，且此時元件的收光角度可接收 LED 正負 90 度的出光，意即利用這樣的架構，可使設計元件在相同的收光角度(θ_0)下，LED 進光比例大幅增加，故理論上元件整體效率容易比一般透鏡來得高，此外，跟前面透鏡結構比較起來，逆介質架構的透鏡元件還能直接結合導光板，示意圖如圖 3-20。

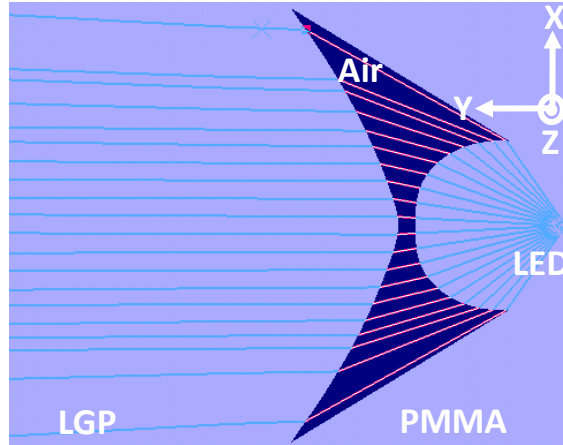


圖 3-20 逆介質結合 LGP 架構示意圖

3.3 二次光學架構特性分析

為了進一步了解 SMS 計算流程中各個參數條件之間的關係，我們將主要參數分成下列幾項來討論，其中包括：LED 光源的大小(Size, S)、光學模組的總長度(Total length of the module, T)、光學元件的收光角度(Receiving angle, θ_0)和目標波前的出光角度(Convergence angle, θ_1)等，這些參數條件的特性不僅是構成 SMS 曲面架構的主要元素，也可做為之後相關延伸設計的參考資料，本節將考慮一般的非成像系統以及逆介質系統，並分別對其參數加以分析，其參數示意圖如圖 3-11 和圖 3-16 所示。

3.3.1 透鏡架構的非成像系統

首先固定光學元件的收光角度和 LED 的大小，考慮光學模組的總長度和目標波前出光角度之間的關係，如圖 3-21 所示，可發現到當限制的出光角度越小，光學模組的總長度也會隨之變長，且兩者成非線性負相關，關係式可用數值方法逼近寫成式子(3.13)，

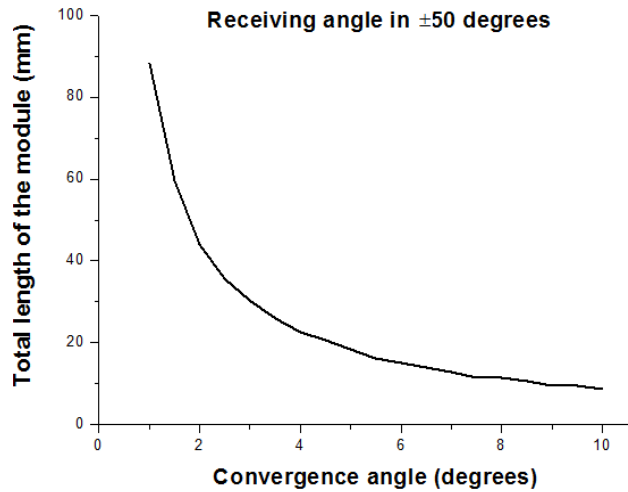


圖 3-21 出光角度與模組長度關係圖

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 50, 2.3) = 90.055 * \theta_1^{-1.005} \quad (3.13)$$

其中以 T 代表 Total length of the module，S 則表示 LED 的 Size，接著，我們固定目標波前的出光角度和光源大小，考慮元件收光角度和光學模組總長度之間的關係，示意圖如圖 3-22，可看出兩者間有一非線性正相關，同樣也可以用數值方法將關係式寫成式子(3.14)，

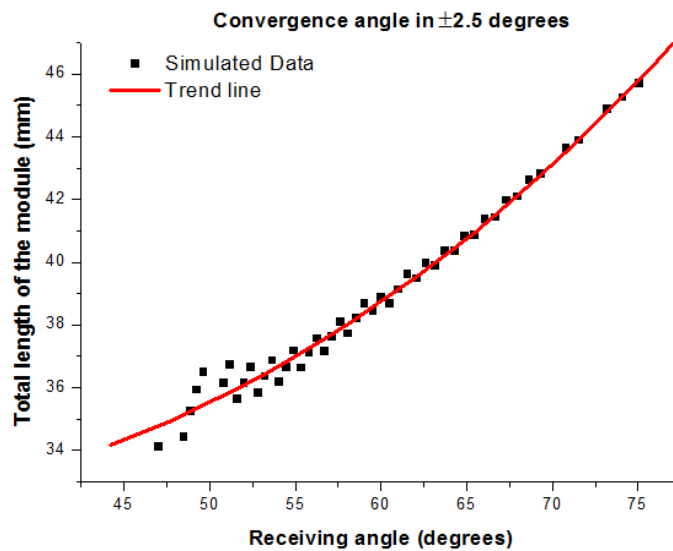


圖 3-22 收光角度與模組長度示意圖

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(2.5, \theta_0, 2.3) = 0.0059 * \theta_0^2 - 0.3336 * \theta_0 + 37.381 \quad (3.14)$$

最後考慮的變數是 LED 的大小(Size, S)對 SMS 透鏡設計的影響，我們選擇了其中三種 LED size 做為模擬的參數，分別是 2.3 mm、10.3 mm 以及 18.3 mm 大小的 LED，接著將參數代入上述 SMS 計算流程，得到了三組出光角度和光學模組總長度之間的關係圖以及其數值解，如圖 3-23 所示，數值解如式子(3.15)和式子(3.16)

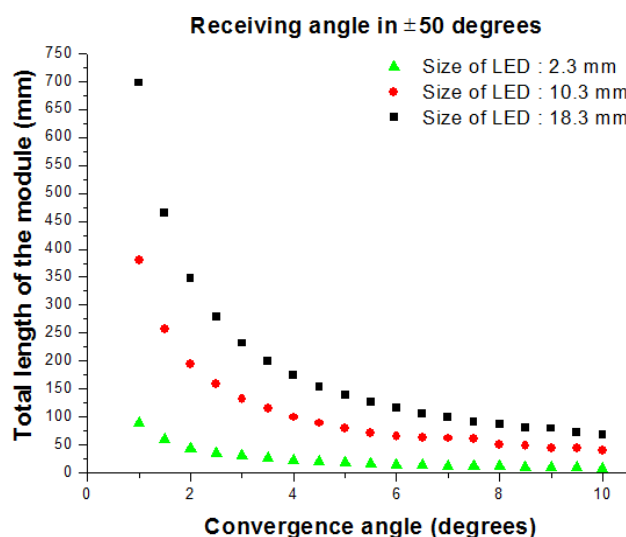


圖 3-23 不同 LED 大小間模組長度和出光角度的關係

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 50, 10.3) = 380.05 * \theta_1^{-0.963} \quad (3.15)$$

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 50, 18.3) = 697.86 * \theta_1^{-1.004} \quad (3.16)$$

可以發現當選擇的 LED 大小變大時，此架構下設計出來的 SMS 透鏡模組也會隨之變長，但 LED 大小變化和模組長度兩者間並非線性相關，此外，經由測試計算 $T(\theta_1, \theta_0, S)$ 中的三項參數後，可整理出模組長度和參數間的關係表(表 3-1)。

表 3-1 模組長度和參數間的關係表

相關性	LED 大小(S)	元件收光角度(θ_0)	波前出光角度(θ_1)
模組長度(T)	+	+	-

3.3.2 逆介質透鏡架構的非成像系統

現在，同樣的測試流程也適用在逆介質架構，我們在逆介質條件下分別測試了 $T(\theta_1, \theta_0, S)$ 與其三項參數間的關係，首先是元件收光角度和模組長度，如圖 3-24 所示，數值逼近如式子(3.17)，

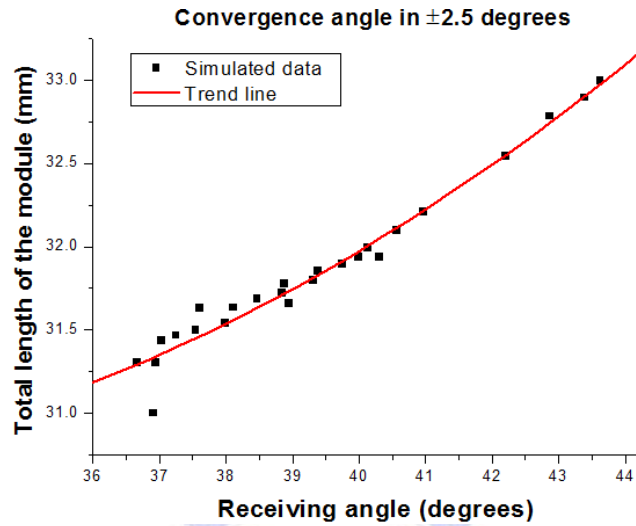


圖 3-24 逆介質收光角度和模組長度關係圖

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(2.5, \theta_0, 2.3) = 0.0103 * \theta_0^2 - 0.5861 * \theta_0 + 38.919 \quad (3.17)$$

接著是波前出光角度和模組長度的測試，關係圖如圖 3-25，式子則表示成(3.18)，

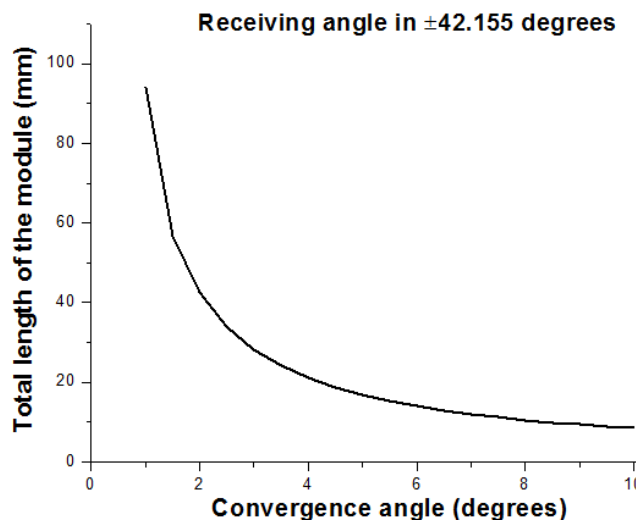


圖 3-25 逆介質出光角度和模組長度關係圖

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 42.155, 2.3) = 88.396 * \theta_1^{-1.006} \quad (3.18)$$

最後是 LED 大小和模組長度的計算，此時 LED 大小分別取在 2.3 mm、6.3 mm 和 10.3 mm，如圖 3-26 所示，關係式可寫成式子(3.19)和式子(3.20)，

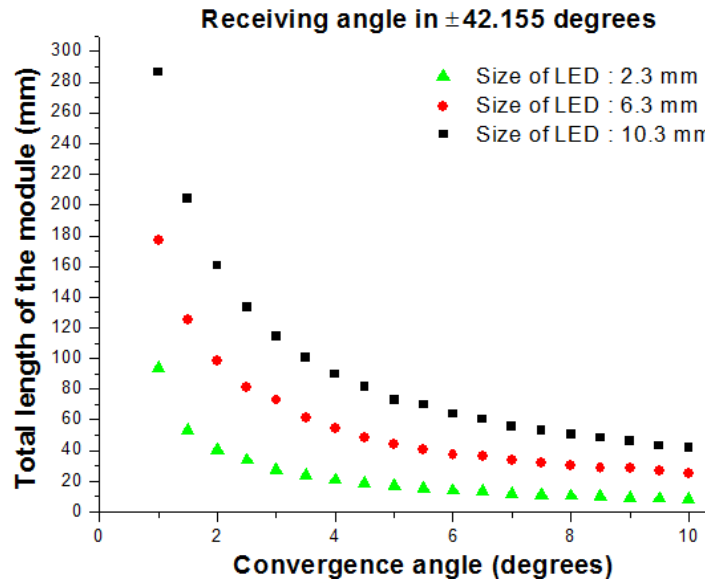


圖 3-26 逆介質中不同光源大小間關係比較圖

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 42.155, 6.3) = 177.24 * \theta_1^{-0.852} \quad (3.19)$$

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 42.155, 10.3) = 286.68 * \theta_1^{-0.837} \quad (3.20)$$

經過 $T(\theta_1, \theta_0, S)$ 三項參數的測試後，結果得到了幾乎和一般透鏡架構相同的趨勢關係，不過，這邊值得注意的是，我們在逆介質透鏡下，元件收光角度的測試只需考慮到 $\theta_0 = \theta_c = \sin^{-1}(\frac{1}{1.49}) \cong 42.155^\circ$ 即可，意即同樣的測試條件跟一般透鏡相比，元件收光角度可收到 LED 正負 90 度的光場，超越了一般透鏡的正負 50 度，除此之外，若將兩種架構做個對照，還能發現逆介質架構雖然收光角度比一般透鏡大，但在其他條件均相同下的模組長度卻沒有大幅增加，如式子(3.21)和式子(3.22)所示，

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 50, 2.3) = 90.055 * \theta_1^{-1.005} \quad (3.21)$$

$$T(\theta_1, \theta_0, S) = T(\theta_1, 42.155, 2.3) = 88.396 * \theta_1^{-1.006} \quad (3.22)$$

最後，我們利用 Fresnel loss 公式(3.23)將這兩種二維曲面做簡易的效率計算，並透過 Lighttools™ 模擬，來驗證逆介質系統是否真具有較高的光學效率，比較兩種架構效率的差異，示意圖如圖 3-27 所示，

$$\begin{cases} r_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \\ r_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \\ T = 1 - R = 1 - |r^2| \end{cases} \quad (3.23)$$

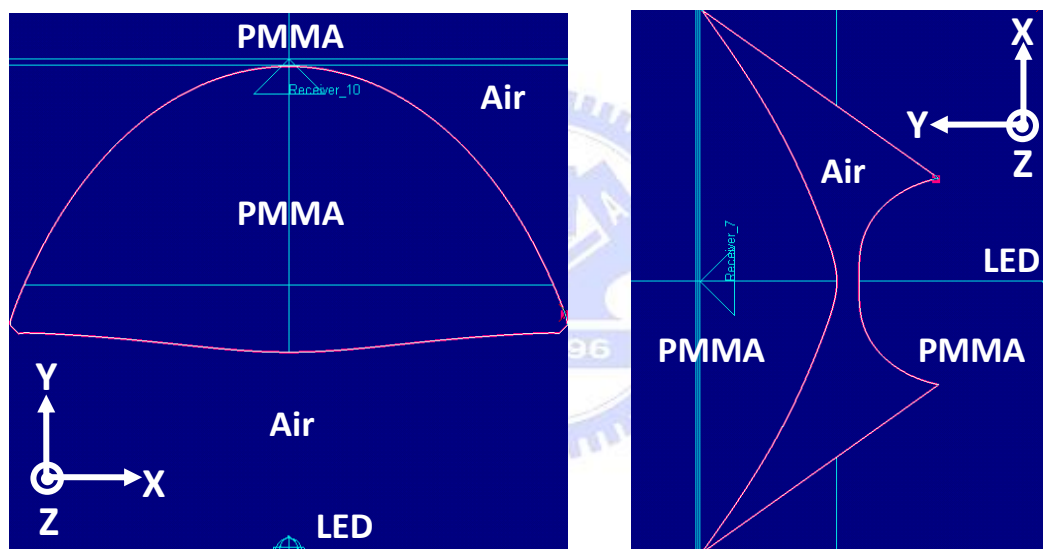


圖 3-27 模擬比較效率的兩光學架構

其中光學效率的計算流程是從 LED→SMS 下曲面→SMS 上曲面→LGP，故模擬如圖 3-27 所示，接著把算出來的 SMS 曲面代入式子計算後，可將逆介質和一般透鏡兩者效率的比較整理成下表(表 3-2)，

表 3-2 逆介質和一般透鏡兩者效率比較表

	$T(\theta_1, \theta_0, S)$	θ_1	θ_0	S	光學效率比
一般透鏡系統	3.56 cm	2.5°	50°	2.3 cm	0.727
逆介質系統	4.08 cm	2.5°	90°	2.3 cm	1

從表 3-2 中數據可看出逆介質系統在收光角度遠大於一般透鏡的情形下，的確具有較佳的光學效率，但此時仍會犧牲掉些許的模組長度，而此光學效率比和 Lambertian 光源直接做角度積分的值是很接近的，如式子(3.24)所示，故可推測兩者在 SMS 曲面上的 Fresnel loss 差異並不大!

$$\frac{\text{Flux in normal lens system}}{\text{Flux in air lens configuration}} = \frac{I_0 \int_0^{\theta_{0_lens}} \cos\theta d\theta}{I_0 \int_0^{\theta_{0_Air_lens}} \cos\theta d\theta} = \frac{\int_0^{5\pi/18} \cos\theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta} \approx 0.766 \quad (3.24)$$



第四章 方向性背光模組

本章將利用前章所設計出來的準直性背光光源的二次光學機構，運用同步多曲面演算流程及其光學機構的特性，考慮入多光源和側光式背光的設計條件，使得設計出來的光學機構能藉由軸上與離軸的光源切換，提供面板適當的角度變化，進而達到寬窄視角切換的目的，並同樣利用光學模擬軟體 Lighttools™ 做理論計算上的驗證，在較佳的方向性光場分布和背光出光效率的條件下，找到側光式方向性背光的最佳光學機構。

本章目錄:

4.1 方向性背光原理

4.2 模擬驗證與分析

4.1 方向性背光原理

本研究利用傳統的側光式背光模組配合具有指向性的光源，使得面板出光能控制在特定角度內，亦即當光線在進入導光板傳遞時具有方向性，則若此時將導光板垂直並排，就能在導光板出光的水平方向上得到以某特定角度為主的光場分布，接下來，我們會用示意圖佐以主光線追跡的推導式子來做方向性背光原理的細部說明。

以傳統側光式 LED 背光系統為例，當光線進入一二維的二次光學架構後如圖 4-1 所示，會在 xy 平面上改變光線的傳遞，意即在 LGP(Light guide plate)內光線往特定方向傳遞，則此時光線傳遞的單位向量可以式子(4.1)來表示，

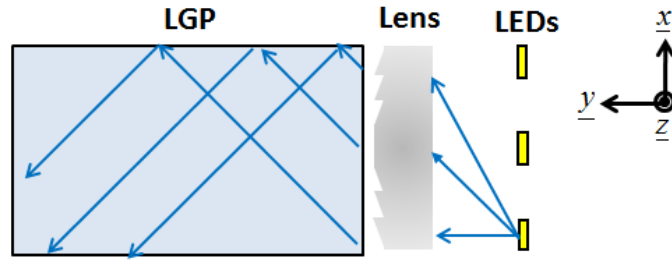


圖 4-1 側光式 LED 背光架構

$$\overrightarrow{Ray} = a\vec{x} + b\vec{y} + c\vec{z}, \quad \frac{b}{a} = const \quad (4.1)$$

其中 \overrightarrow{Ray} 是光線在 LGP 中傳遞的方向， a 、 b 和 c 則分別表示光線在 \vec{x} 、 \vec{y} 和 \vec{z} 方向上的分量，此外，我們在 LGP 一側做上二維的 V-cut 微結構的反射面，讓光線得以藉由 V-cut 反射出 LGP 外，俯視圖和側視圖分別如圖 4-2(a)和圖 4-2(b)所示，光線經反射後的單位向量表示式則如式子(4.2)，

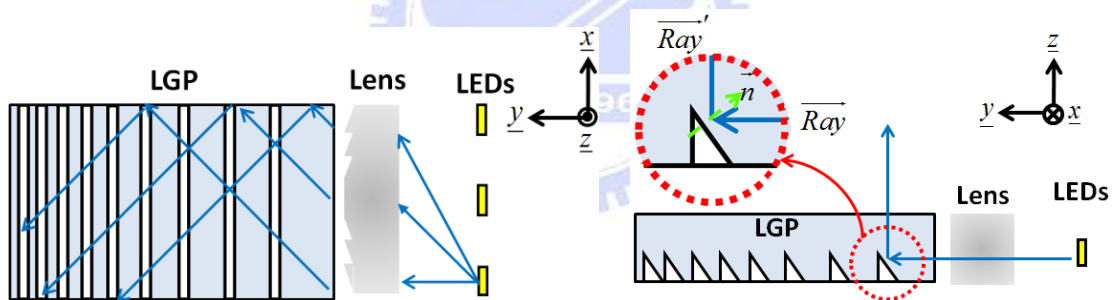


圖 4-2 (a)側光式背光與微結構俯視圖

(b)側光式背光與微結構側視圖

$$\frac{\overrightarrow{Ray}' - \overrightarrow{Ray}}{|\overrightarrow{Ray}' - \overrightarrow{Ray}|} = \vec{n} \quad (4.2)$$

其中 \vec{n} 為 V-cut 表面的單位法向量，若以一個 45 度 V-cut 切角來看，此時 \vec{n} 可表示成式子(4.3)，

$$\vec{n} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{y} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{z} \quad (4.3)$$

反射後光線 \overrightarrow{Ray}' 的表示式則寫成式子(4.4)，

$$\overrightarrow{Ray}' = a'\vec{x} + b'\vec{y} + c'\vec{z} = a\vec{x} + \left(-\frac{K}{\sqrt{2}} + b\right)\vec{y} + \left(\frac{K}{\sqrt{2}} + c\right)\vec{z} \quad (4.4)$$

其中，

$$K = \left| \overrightarrow{Ray}' - \overrightarrow{Ray} \right| = \sqrt{2}(b-c) \quad (4.5)$$

而從反射後光線 \overrightarrow{Ray}' 的表示式(56)中，可以發現光線在 \vec{x} 方向上的分量是不變的，意即光線在 LGP 中傳遞之前就已經被二次光學の出光所決定，故二次光學架構對於 \vec{x} 向量的影響決定了 LGP 出光後光線在 \vec{x} 方向上的分量大小，接著，為了利用此一光學架構的特性，我們再以旋轉 90 度後的視角來觀察整個側光式架構，示意圖如圖 4-3，

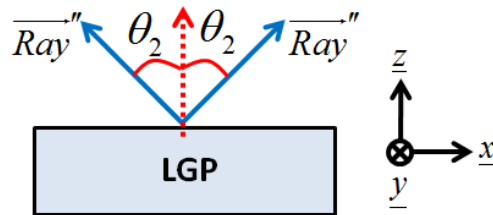


圖 4-3 側光式架構之 X-Z 平面圖

其中 θ_2 定義為光線在 $x-z$ 平面上出光的發散角，可看出利用這種架構使光線偏折的特性正與方向性背光的設計理念不謀而合，故我們將以這樣側光式機構的排列做為方向性背光的基礎，如圖 4-4 所示，其方向性實際應用的示意圖則如圖 4-5 所示，

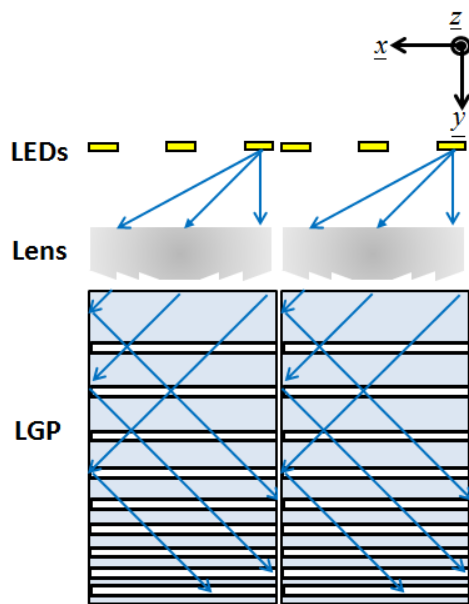


圖 4-4 側光式架構旋轉排列

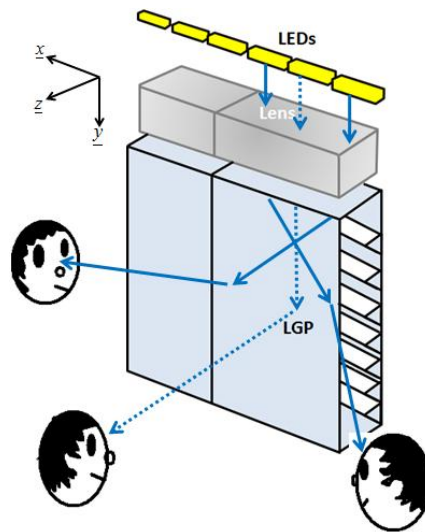


圖 4-5 方向性背光應用示意圖

因此，我們可以從上述光追跡的式子和圖中發現，為了利用此架構達到方向性背光的目標，必須先設計出一光學元件使 LED 傳遞至 LGP 的光線具有方向性，而這正好運用了第三章準直背光元件的設計概念，配合上側光式機構的特性，即能藉由軸上和離軸的多光源切換達到背光多視角切換的目的。

4.2 模擬驗證與分析

為了驗證此一想法的可行性，我們利用第三章算出來的 SMS 曲面，其參數條件為 $T(\theta_1, \theta_0, S) = T(2.5, 50, 2.3) = 3.56(\text{cm})$ ，並用 Lighttools™ 模擬軟體建立一側光式背光模組，示意圖如圖 4-6 所示，其 Lighttools™ 模擬實驗架構則如圖 4-7，

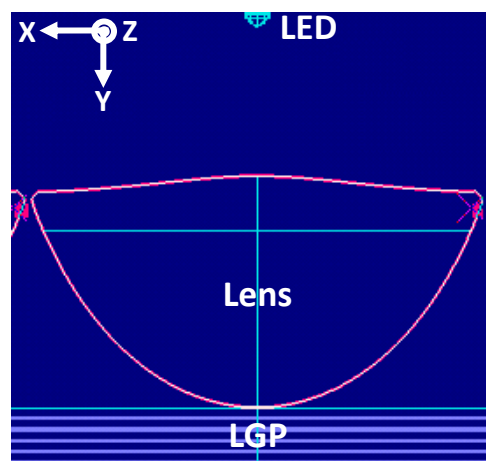
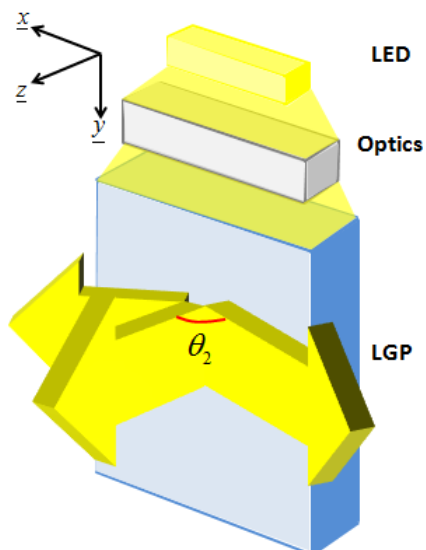


圖 4-6 側光式背光 LGP 出光角度示意

圖 4-7 模擬驗證的側光式背光模組

接著，先測試中間原始 LED 光源的出光狀況，理論上 LGP 出光發散角 θ_2 會受 SMS 透鏡 θ_1 的條件限制，亦即經過 V-cut 反射後，出光仍應要在正負 2.5 度內，其光強分布的模擬結果如圖 4-8 所示，

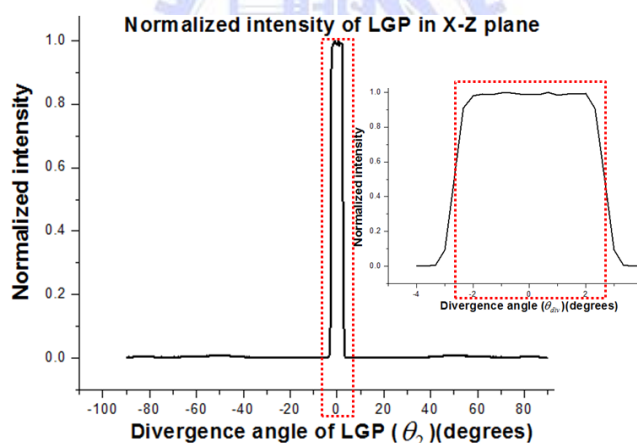


圖 4-8 LGP 出光強度分布圖

可以發現 LGP 出光的發散角 θ_2 的確大部分都被控制在正負 2.5 內，接下來為了增加 LGP 出光的發散角 θ_2 ，我們選擇用 LED 離軸排列的方式來增加出光角度 θ_1 的分布，分別以原始 LED 的光軸為原點，在光軸對稱的兩側陸陸續續放置了多顆 LED，藉此來測試此架構的分光可行性，其中，為了使分光效果得以凸顯出來，每個分光的間距都設計在 10 度以上，而 LED 放置的位置則以逆向的光線追跡來確認。

首先，我們在離光軸最近的位置上放置了兩顆 LED，設計出的光波前在 10° 到 15° 之間，其示意圖如圖 4-9(a)所示，光強度分布圖則如圖 4-9(b)，

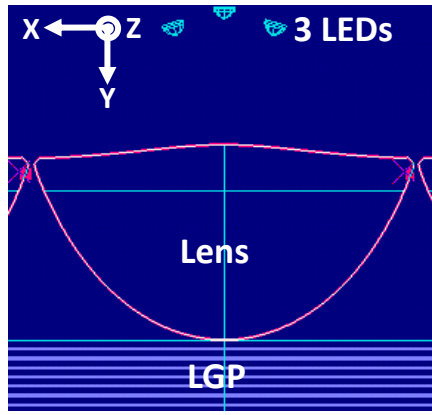
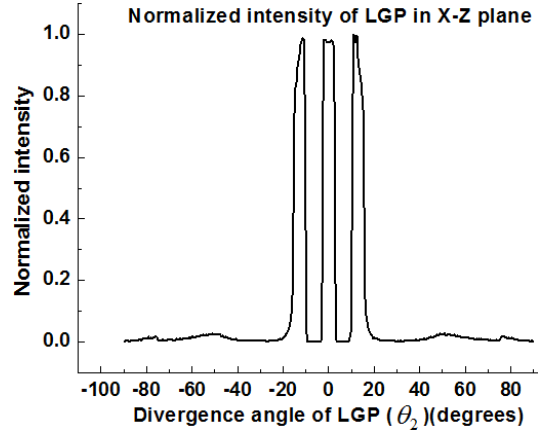


圖 4-9 (a) 3 LEDs 側光式架構示意



(b) 3 LEDs 側光式之 LGP 光強分布圖

可以看出在離光軸很近的情況下，LGP 光線的發散角 θ_2 仍然被有效控制範圍之內，不過也可發現在設計條件邊緣的光場分布比起原始設計的 LED，邊緣條件的限制效果相對較差，如圖 4-9(b)所示，接著，我們依序再設計了 20° 到 25° 以及 35° 到 40° 的出光波前，並在對應位置上放置 LED，示意圖如圖 4-10(a)和圖 4-11(a)，LGP 的光強度分布圖則分別如圖 4-10(b)和圖 4-11(b)所示，

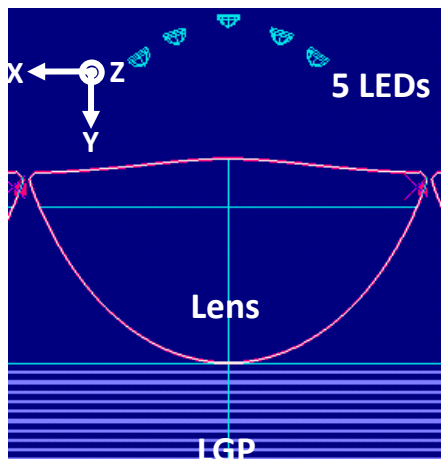
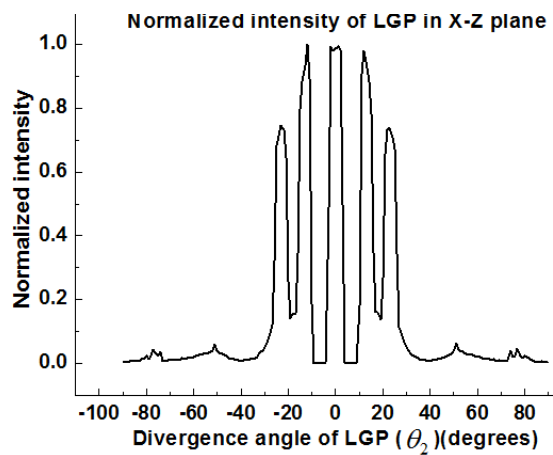


圖 4-10 (a) 5 LEDs 側光式架構



(b) 5 LEDs 側光式之 LGP 光強分布圖

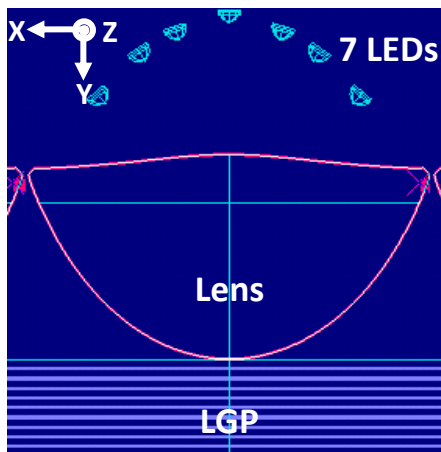
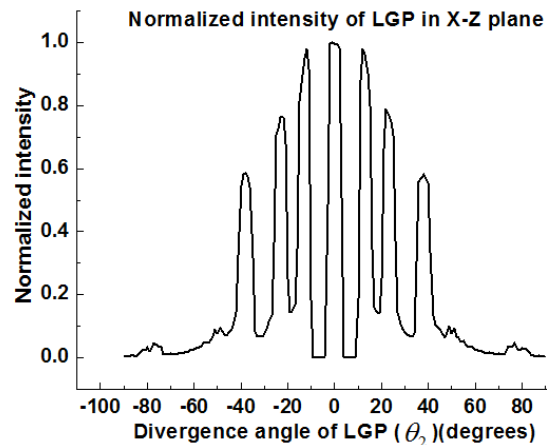


圖 4-11 (a) 7 LEDs 側光式架構



(b) 7 LEDs 側光式之 LGP 光強分布圖

我們將多顆 LED 的出光測試強度比整理如下：

表 4-1 多角度光強比較表

出光角度(θ_2)	0°	$\pm 12.5^\circ$	$\pm 22.5^\circ$	$\pm 37.5^\circ$
光強度比	1	0.981	0.762	0.584

可從表 4-1 及圖中觀察到這種離軸 LED 放置的設計，不僅能增加 LGP 出光的範圍 ($0^\circ \sim 40^\circ$)，還可有效控制各個出光角度 ($-2.5^\circ \sim +2.5^\circ$)，故很容易做到多角度分光的控制，但是，隨著 LED 顆數變多、位置離光軸越遠或 LGP 出光角度 θ_2 越大時，LGP 出光的光場強度就會慢慢減弱，且邊界也會漸漸不受到條件限制，這主要跟一開始 SMS 透鏡的設計條件有關係，亦即當初透鏡設計的限制條件是以中間那顆 LED 為主，故使得 LED 置放的位置會隨著離軸距離越遠而慧差的現象益發嚴重，此外，這種排列的方式也易造成模組間的 Crosstalk，讓 LGP 的出光增添了許多雜訊。

最後，為了使方向性背光更具實用價值，除了要了解背光的方向性之外，我們還必須知道該背光模組的出光均勻度，故設計一背光大小為 20 (cm)*12 (cm)，示意圖如圖 4-12，背光上的輝度分布則分別如圖 4-13 (a)和圖 4-13 (b)所示，

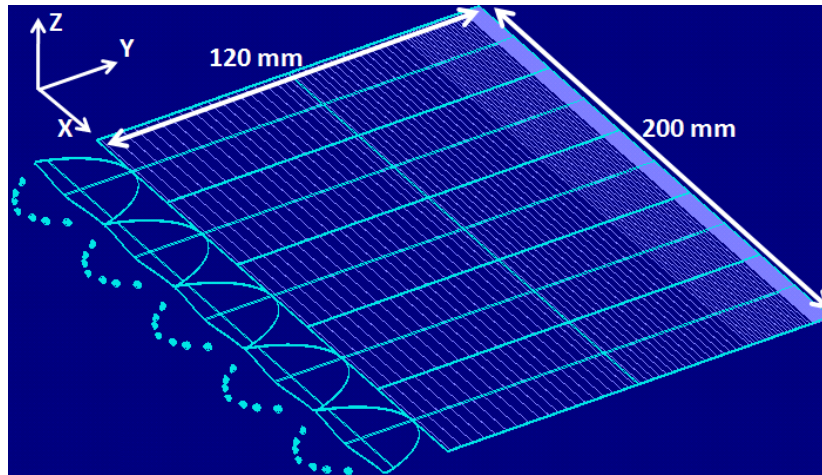


圖 4-12 方向性背光示意圖

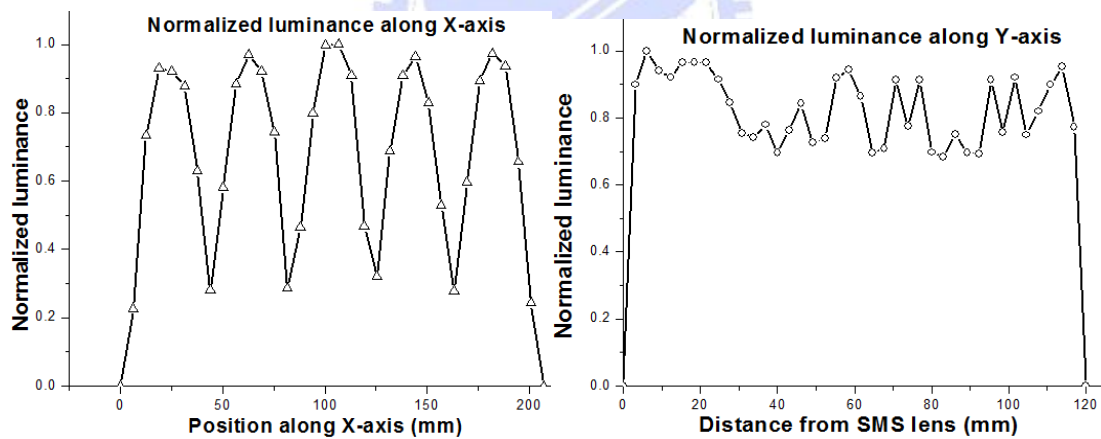


圖 4-13 (a)背光輝度沿 X 軸方向分布圖

(b)背光輝度沿 Y 軸方向分布圖

可明顯發現到，在此架構下，雖然沿 Y 軸上的輝度分布可藉由 V-cut 分布密度來改善均勻度，大約可到 70%左右，甚至能藉著不斷地疊代 V-cut 密度來達到更高的值，但沿 X 軸方向上的輝度分布卻由於透鏡的體模過大，使得出光分布相當不均勻，大約只能到 24%，故我們設計了另一個透鏡，希望藉由放寬出光角度(θ_1)來縮小透鏡體模，進而增加背光沿 X 軸向的輝度均勻度，其透鏡架構示意圖如圖

4-14 所示，光強度分布則如圖 4-15，

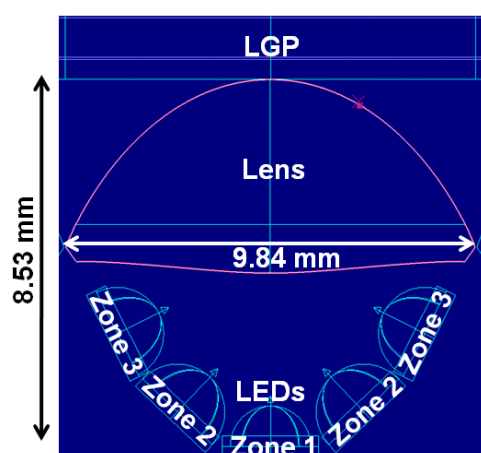


圖 4-14 透鏡架構示意圖(10 度)

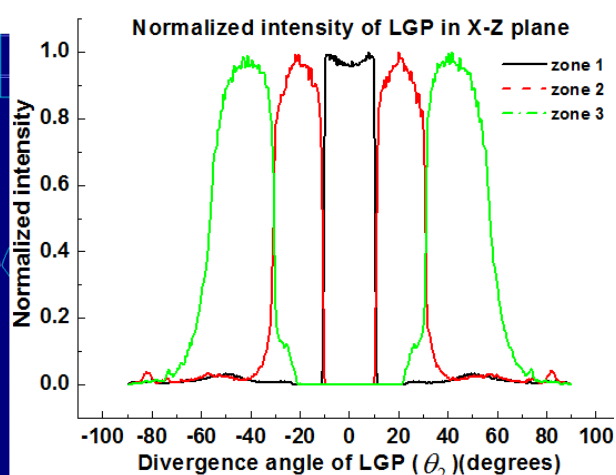


圖 4-15 光強度分布圖(10 度)

從圖中可知此透鏡設計的出光角度(θ_1)為正負 10 度，故透鏡大小比起前述的透鏡(正負 2.5 度)小上許多，接著，在同樣的背光尺寸架構下，如圖 4-16 所示，也對其 X 軸上的均勻度做了分析，如圖 4-17 所示，

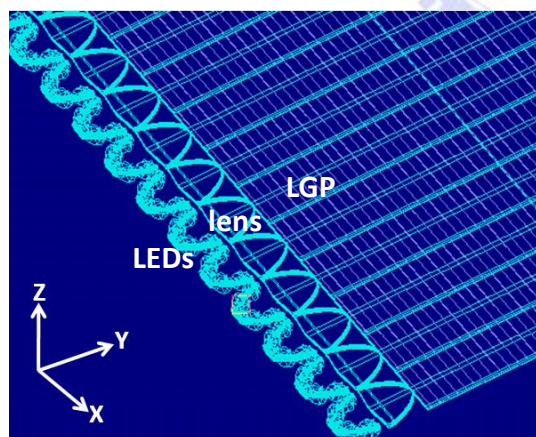


圖 4-16 背光架構示意圖(10 度)

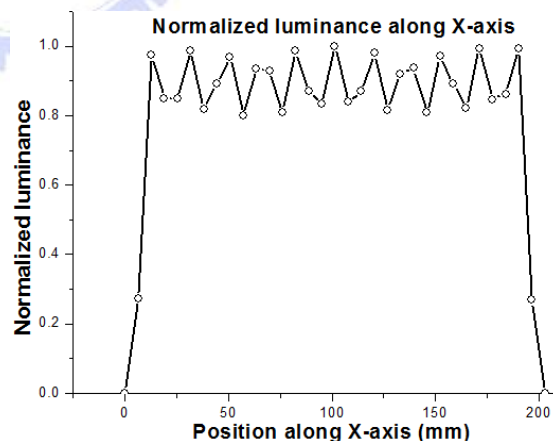


圖 4-17 背光輝度沿 X 軸方向分布圖(10 度)

可看出沿 X 軸向的均勻度已提升至 80%左右，但與前面的透鏡背光架構相比，這樣放寬出光角度的做法不僅可選擇的出光角度較少，連方向性的控制也較差，故可知在此種背光架構下，均勻度和方向性之間會有 trade-off，需隨設計目的而定!

第五章 結論與未來工作

本章目錄:

5.1 工作回顧

5.2 結論

5.3 未來工作

5.1 工作回顧

本研究利用非成像曲面設計方法中的同步多曲面法推導出一準直光學機構的演算流程，並藉由此 SMS 演算流程設計出 LED 光源的二次光學結構，使 LED 出光得以控制在特定角度內，接著，運用 Lighttools™ 模擬軟體來驗證演算流程的正確性，並提出多種可控制 LED 光源出光的光學架構，包含了一般透鏡及介質轉換的結構，此外，還利用演算法來分析各種參數條件對這種 SMS 二次光機架構的影響，找到了各個參數之間的數值關係，使得此光學架構的特性得以分析，最後則是運用了準直光機架構和側光式背光的特性，讓側光式的方向性背光得以實現，並藉由光機軸上和離軸 LED 的切換，達到多視角切換的目的，使本研究的準直光機架構演算法更具實用價值。

5.2 結論

近來的方向性背光研究應用已相當廣泛，不論是為了個人隱私或是節能的目的是，方向性背光都有其必要之處，舉例來說，個人金融服務、辦公或通信環境皆需窄視角的顯示環境，相對的，在多人使用顯示器的情況下，如視聽劇院、示範教學或視訊會議等則需較寬視角的條件，故能在寬窄視角間做切換，甚至更進一步的多視角切換，對顯示器來說，不但符合光源使用的經濟效益外，也是方便配合使用者使用情境的一項功能，而經由本文的研究和分析，提出了一多角度切換的側光式背光系統，讓多角度切換的顯示器得以輕薄，使得方向性背光的應用範

圍更為廣泛。

5.3 未來工作

在本文中，方向性背光的光源運用了二維 SMS 曲面的演算流程，使得透鏡架構在第三個維度上得以選擇較輕薄的厚度，但對於 LED 光源來說，這樣設計的方法仍無法完全滿足 LED 各個角度出光的限制條件，尤其是當使用光源為體積較大的面光源時，光源第三維度的出光對 LGP 出光造成的影響會更加劇烈，亦即會偏離本文分析的結果，使得方向性出光除了水平方向分光外，垂直方向也會有多餘的光線，故此時需配合三維 SMS 的演算流程來解決此問題，不能單靠二維 SMS 的分析，此外，在此方向性架構下，若能在考慮方向性背光的光場角度分布外，再將背光的均勻性和 LED 的排列方式也寫成參數並考慮進演算流程中分析，甚至進一步配合優化的演算規則，即能使設計出來的側光式方向性背光系統更加完善！



參考文獻

- [1] http://thefraserdomain.typepad.com/energy/2006/03/huge_concentrat.html
- [2] Michael Bass, "HANDBOOK of OPTICS," 3rd edition, OSA Vol. **2**, 39.1–39.41, (2010).
- [3] Pablo Benitez and Juan C. Minano, "The future of illumination design," *Optics and Photonics News*, Vol. **18**, Issue 5, 20-25, (2007).
- [4] Jin Seog Gwag, You-Jin Lee, In-Young Han, Chang-Jae Yu and Jae-Hoon Kim, " LCD with Tunable Viewing Angle by Thermal Modulation of Optical Layer," *Journal of Information Display* Vol. **10**, No. 1, 19-23, (2009).
- [5] Ko-Wei Chien, Yu-Ju Hsu and Hsin-Ming Chen, "Dual Light Source for Backlight Systems for Smart Viewing-Adjustable LCDs," *Society for Information Display Digest* **38.3**, 1425-1427, (2006).
- [6] Julio Chaves, "Introduction to NONIMAGING OPTICS," CRC 55-115, 271-324, 467-512, (2008).
- [7] Oliver Dross, Rubén Mohedanoa, and Pablo Beníteza, Juan C. Miñano, Julio Chaves, Jose Blen, Maikel Hernández and Fernando Muñoz, "Review of SMS Design Methods and Real World Applications," *Proceeding of SPIE* Vol. **5529**, 35-47, (2004).
- [8] Endre Süli and David F. Mayers, "An Introduction to Numerical Analysis," *Cambridge University* 179-191, (2003).

[9] Po-Chou Chen, Hui-Hsiung Lin, Cheng-Huan Chen, Chi-Hung Lee and Mao-Hong Lu, "Color separation system with angularly positioned light source module for pixelized backlighting," *OPTICS EXPRESS* Vol. **18**, No. 2, 645-655, (2010).

[10] Adrian Travis, Tim Large, Neil Emerton, and Steven Bathiche, "Collimated light from a waveguide for a display backlight," *OPTICS EXPRESS* Vol. **17**, No. 22, 19714-19719, (2009)

[11] Keita Imai and Ichiro Fujieda, "Illumination uniformity of an edge-lit backlight with emission angle control," *OPTICS EXPRESS* Vol. **16**, No. 16, 11969-11974, (2008)

[12] Jin Seog Gwag, In-Young Han, Chang-Jae Yu, Hyun Chul Choi, and Jae-Hoon Kim, "Continuous viewing angle-tunable liquid crystal display using temperature-dependent birefringence layer," *OPTICS EXPRESS* Vol. **17**, No. 7, 5426-5432, (2009)

[13] Adrian Travis, Neil Emerton, Tim Large, Steven Bathiche, and Bernie Rihn, "Backlight for View-Sequential Autostereo 3D," *Society for Information Display Digest* **16.2**, 215-217, (2010).

[14] Juan C. Miano and Juan C. Gonzalez, "New method of design of nonimaging concentrators," *APPLIED OPTICS* Vol. **31**, No. 16, 3051-3060, (1992)