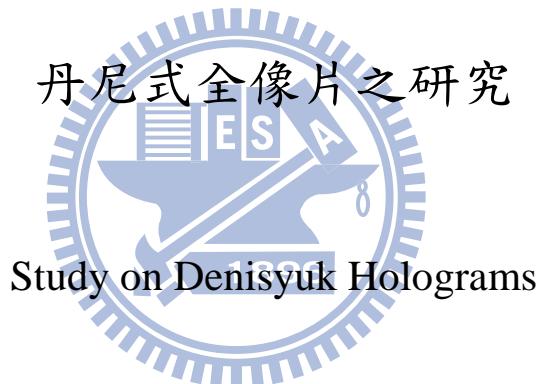


國立交通大學

光電工程學系

碩士論文



研究生：朱怡安

指導教授：許根玉 教授

中華民國一百年七月

丹尼式全像片之研究

Study on Denisyuk Holograms

研究 生：朱怡安

Student : Yih-An Chu

指 導 教 授：許根玉

Advisor : Ken-Yuh Hsu



Submitted to Department of Photonics

College of Electrical and Computer Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master

in

Electro-Optical Engineering

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月

丹尼式全像片之研究

學生：朱怡安

指導教授：許根玉教授

國立交通大學光電工程學系碩士班

摘要

本篇論文研究丹尼式全像片的原理並且實驗證實。我們使用氦氖雷射來記錄全像片，為了找到適合的展示光源，我們使用雷射與不同的 LED 來重建全像片，並測量各種光源的特性且研究其對全像片重建的影響。為了提高影像對比度與解析度，我們使用兩道光的方式拍攝，並提出使用柱狀透鏡近距離打光的方式，來拉近物體與底片間之距離。最後，在使用透鏡成像與翻拍的方法，使重建影像浮在全像片上，但透鏡之 F-NUMBER 會限制影像可視角，且成像會受透鏡像差影響；使用翻拍的方式，可視角與像差的問題皆可以被改善。

Study on Denisyuk Holograms

Student : Yih-An Chu

Advisor : Dr. Ken-Yuh Hsu

Institute of Electro-Optical Engineering

National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this thesis, we investigate the principle and experimental demonstrations of Denisyuk holograms. The holograms are recorded with a He-Ne laser. In order to find a suitable way for hologram exhibition, the holograms are reconstructed with laser and different LEDs. The characteristics of each light source are measured and the properties of the hologram reconstruction are investigated. In order to improve image contrast and resolution, we used two-beam illumination for hologram recording and use a cylindrical lens to focus the light into the object which is close to the holographic plate. Imaging and hologram transfer technique is used to make the image floating effect. The viewing angle is limited by the f-number, and the image quality is affected by lens aberration. By using the transfer method the viewing angle and the aberration problems have been improved.

誌 謝

在論文要繳交的這一刻，我的兩年碩士生涯終於告一個段落，從電機轉到光電，許多人都為我的決定感到惋惜，但讀了這兩年的光學，我仍然堅信當初的選擇，因為下一世代是“光世代”呀！因為跨領域的關係，我發現不同領域的人對事情的看法與表達都有所差異，感謝老師及實驗室的夥伴們常常與我討論，讓我們的思考可以互相碰撞出美麗的火花！

在這裡我一定要感謝我的指導老師—許根玉老師，感謝許老師不只在研究上給我指導，更給我一個自由發展的空間，讓我可以放膽的去嘗試，就算失敗，還時常鼓勵我，讓我了解所有的努力都有其價值。也要謝謝林烜輝老師在研究及實驗上的指導。謝謝從保加利亞來的Vera，對我拍攝的全像作品給了很多意見和鼓勵。

謝謝光學計算實驗室的夥伴們，陪我度過這兩年精彩時光。感謝仁崇學長，在研究上耐心地指導我。感謝啟新學長，一步步地教我如何做光學實驗。感謝工六的柏霖學長、俊華學長，常常出借實驗儀器給我，並給我很多建議。謝謝男哥，教了我很多報告的技巧。感謝阿龍學長、阿倫學長、翊安學長及信甫，跟你們吃喝玩樂、打網球，真的很開心！謝謝昶慶、功賀及小個，在研究上的相互扶持。最後，謝謝翁俊仁學長，組織了讀書會，讓我在交大光電這個新環境、新領域，認識一群可以討論功課的學長。

最感謝的還是爸爸、媽媽及姊姊，謝謝你們的支持與幫助，這本論文中的實驗材料有好大部分是爸、媽開著車，帶我在大街小巷中穿梭才找齊的。最後，將我的論文獻給我最摯愛的家人！

目 錄

摘要	i
ABSTRACT	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
一、 緒論	1
1.1 研究動機與目的	1
1.2 全像發展回顧	2
1.3 論文架構	6
二、 反射式全像原理	7
2.1 全像基本原理	7
2.2 薄全像與厚全像片	9
2.3 穿透式全像片與反射式全像片	14
2.4 反射式全像片原理	16
2.4.1 成像	18
2.4.2 波長濾波器	20
2.5 全像記錄材料—鹵化銀底片	21
2.5.1 曝光時間	21
2.5.2 沖洗底片	22
三、 記錄光源與重建光源量測	26
3.1 雷射光的同調性	26
3.1.1 空間同調	26
3.1.2 時間同調	27
3.2 LED 重建光源量測	31
3.2.1 發光光譜量測	31
3.2.2 光強度分布	34
四、 光學實驗	38
4.1 Denisyuk 全像片之記錄與重建	38

4.1.1	Denisyuk 全像片記錄	38
4.1.2	Denisyuk 全像片重建	40
4.2	全像片之改良實驗.....	44
4.2.1	物體光的打光方式	45
4.2.2	全像片之改良實驗	50
4.3	漂浮全像片實驗.....	53
4.3.1	透鏡成像	54
4.3.2	翻拍全像片	57
五、	結論	63
	參考文獻	65



表 目 錄

表 1	JD-4 A 劑成分.....	23
表 2	JD-4 B 劑成分.....	23
表 3	JD-4 漂白藥劑成分.....	24
表 4	實驗用 LED 光源.....	31
表 5	雷射光重建之實驗結果	42
表 6	紅光 LED 模組重建之實驗結果	42
表 7	白光 LED 模組重建之實驗結果	43
表 8	MR-16LED 燈杯重建之實驗結果.....	43
表 9	打光方式[15].....	46
表 10	測量光強與曝光時間表	52
表 11	一道光與兩道光反射式全像片之重建影像	52
表 12	透鏡成像實驗結果	55
表 13	翻拍全像片實驗結果.....	61



圖 目 錄

圖 1	Lippmann 彩色照片製作與底片膠質之駐波圖形示意圖	2
圖 2	Garbor 的電子顯微鏡[4]	3
圖 3	Denisyuk 全像片的記錄與重建	4
圖 4	穿透式全像片的記錄與重建	5
圖 5	反射式全像片的記錄與重建	5
圖 6	全像術的基本原理(a)離軸記錄(b)離軸重建	8
圖 7	物體光、參考光及光柵向量示意圖	11
圖 8	厚全像片重建之布拉格條件示意圖	12
圖 9	重建虛像及實像之波向量關係圖	13
圖 10	穿透式全像片與反射式全像片之記錄	15
圖 11	穿透式全像片與反射式全像片之干涉條紋	15
圖 12	穿透式全像片與反射式全像片之重建	16
圖 13	反射式全像片三部分	17
圖 14	波向量之空間示意圖	17
圖 15	反射式感光膠質內的光柵分布與重建光繞射示意圖	20
圖 16	底片化學反應過程示意圖	24
圖 17	空間同調示意圖[12]	27
圖 18	邁克森干涉儀的實驗架構圖	28
圖 19	CCD 灰階與光強關係測量架構	29
圖 20	光強度與 CCD 灰階之關係圖	29
圖 21	光程差與明視度關係圖	30
圖 22	測量 LED 光譜之架構圖	32
圖 23	紅光 LED 模組頻譜分布	32
圖 24	白光 LED 模組頻譜分布	33
圖 25	MR-16 紅光 LED 杯燈頻譜分布	33
圖 26	測量 LED 強度分布之架構圖	35
圖 27	紅光與白光 LED 模組光強分布	35
圖 28	MR-16LED 燈杯光強分布圖	36
圖 29	理想點光源光強分布圖	37

圖 30	Denisyuk 反射式全像片記錄架構.....	38
圖 31	拍攝物體—陶瓷貓	39
圖 32	底片沖洗步驟	40
圖 33	Denisyuk 全像片展示示意圖	46
圖 34	反射式全像片打光示意圖	47
圖 35	物體與底片距離對解析度之關係	48
圖 36	照射光的型態和物體與底片距離的關係圖	49
圖 37	使用柱狀透鏡聚焦打光	50
圖 38	實驗二拍攝物體—驢子	51
圖 39	兩道光反射式全像片拍攝架構	52
圖 40	打光光源光軸與拍攝架構示意圖	53
圖 41	透鏡成像之漂浮全像片拍攝架構圖	54
圖 42	透鏡成像與可視距離示意圖	56
圖 43	f-number 與可視角	57
圖 44	全像片翻拍示意圖	58
圖 45	第一張全像片 H1 之拍攝架構	59
圖 46	第一張全像片 H1 之重驗共軛實像	60
圖 47	第二張全像片 H2 之拍攝架構圖	60
圖 48	翻拍全像片之可視距離與可視角	62

一、緒論

1.1 研究動機與目的

人們都期待便利的生活，因此在通訊、醫學、娛樂等各方面推陳出新了許多電子產品，運用電腦幫人類解決各種問題，而電腦與人們之間的溝通是透過顯示器，經過顯示器展示來確認人類輸入的需求與電腦運算的成果。現今常見的顯示器都是二維影像，這與我們生活的三度立體空間有很大的差異，容易造成訊息的誤判，也不貼近真實的生活，所以追求逼真的三維顯示器成為目前熱門的研究課題。

現在在市面上流行的三維顯示器是將兩張二維的圖片分離，只讓一隻眼睛看到一張圖，利用視差讓人腦合成三維影像，但運用雙眼視差產生的立體影像，立體合成影像與真實看到的兩張二維圖之對焦位置不同，使得人眼動眼肌肉控制之雙眼光角(Convergence)與水晶體的曲度之調節(Accommodation)不一致，迫使大腦必須去調整光角與調節之間的距離差異，導致觀看這些立體影像時會覺得不自然或者容易產生視覺疲累，甚至會有暈眩噁心與神經緊繃的現象[1]，因此以更自然的媒材來表現三維影像是顯示器的最終目標。

全像術與一般視差產生的三維立體不同，它是利用干涉的方式記錄影像，因而將物體反射的光場完整的記錄下來。不同於一般的照相術只記錄到影像的光強度，全像片不只記錄了光場的光強度還記錄光場的相位資訊，也就是說，物體的資訊被完整的記錄下來，當重建時，即可看到如同真實物體般的三維影像，因為是確實重建光場資訊，而不是靠人眼視差來合成立體影像，所以在觀賞全像片的三維影像時，並不會讓人有疲勞與不適的感覺。

一般全像片的拍攝需要使用雷射光，因為雷射具有高同調光源的特性，才能將干涉條紋記錄清楚；在重建全像片時，也需要用與記錄時相同的雷射作為光源才得以重建出近似原物體之影像。但是雷射光源攜帶不便且價格昂貴，並不是一般社會大眾家庭中的常備照明，若拍攝好的全像片可以在白光下重建，就能突破重建光源的限制，這對於全像片的普及性有著實的貢獻，也將為全像顯示帶來無限的經濟價值。

本篇論文將研究可用白光重建的丹尼式全像片。丹尼式全像片不但可以用白光來重建，且光學架構十分簡單，不需要透鏡成像就可以拍攝出三維的影像，且因不受光學元件大小限制，適合拍攝大型全像片。本篇論文將討論丹尼式全像片的原理與其拍攝方法，使用各種不同光源重建，分別來討論其對重建影像之影響，並提出近距離打光的方式，來提高重建影像的品質。最後，再使用透鏡成像與翻拍的方法，使重建影像浮在全像片前。

1.2 全像發展回顧

在 1894 年，人們還沒發明彩色底片時，Lippmann 利用光的干涉現象，將色彩的資訊記錄在黑白底片上^{[2][3]}。Lippmann 彩色照片的製作過程是將物體用透鏡成像，並在底片感光膠質後加上一面水銀反射層，利用水銀反射影像，反射的影像與原影像干涉形成駐波條紋，並在感光膠質上曝光，如圖 1 之左圖。

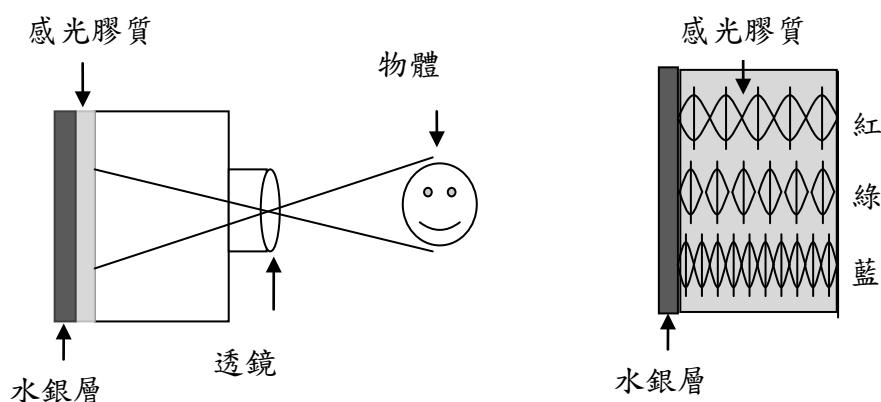


圖 1 Lippmann 彩色照片製作與底片膠質之駐波圖形示意圖

反射光與入射光干涉形成駐波條紋，如圖 1 之右圖，不同頻率的單頻光形成的駐波條紋週期也會不同，在駐波的腹點(Antinode)上，光強最強，鹵化銀被曝光，造成銀粒子的沉澱。經過顯影的過程，銀粒子沉澱的條紋近乎平行於表面，這就像一個共振反射濾波器一樣，當光照射到底片，只有原來影像會被選擇而反射出來，Lippmann 也因為這項研究，在 1908 年得到諾貝爾物理獎。使用 Lippmann 照相術之底片的結構不容易被破壞，因此影像可以被長久保存，像是在倫敦科學博物館的早期 Lippmann 相片，就還保持著當時的色彩。

全像的最關鍵發展，應該要從 Dennis Garbor 開始算起。因為當時電子透鏡組受到球面像差的影響，使得電子顯微鏡的解析度極限在 5\AA 左右，Garbor 捨棄直接改良電子顯微鏡的物鏡像差之途徑，採用改良 Bragg 的 X 光繞射技術的做法來得到較高解析度的放大影像[4]。他提出將一個電子源(e-beam)點光源打向半透明的物體，如圖 2，被物體繞射出來的光稱為物體光，由物體周圍通過的光稱為參考光，用底片記錄兩道光干涉的圖像。記錄下來的干涉圖像稱為全像片(Hologram)，在希臘文中，Hолос 是英文 whole 的意思，而 gram 代表 information，這就表示全像片是將物體所有資訊都記錄起來的意思。

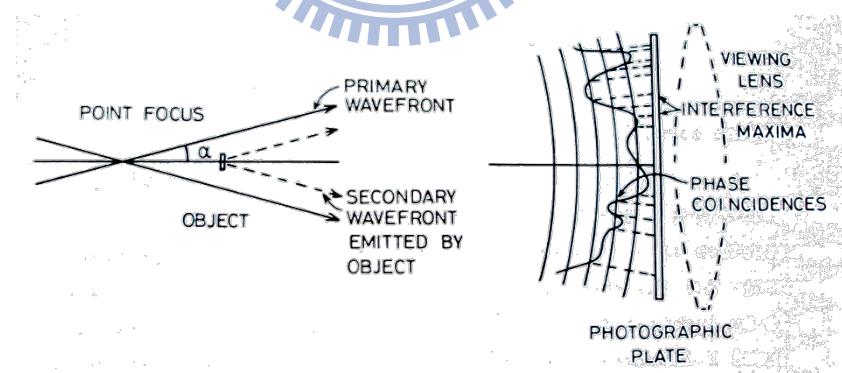


圖 2 Garbor 的電子顯微鏡[4]

當使用類似原始電子源的光源去重建時，部分入射光會被全像片繞射出來，重建出放大的影像，而放大率就是重建光源與電子光源的波長比[4][5]。Garbor 因為波前重建的理論，在 1971 年得到諾貝爾獎。

記錄全像片需要具有高同調性的光源，在雷射還沒發明前，是使用汞燈經過濾波取出一條譜線成為單頻光，然後再把光線透過針孔成為點光源，以便產生具同調性的光，這個光相當的弱，所以記錄全像片需要很長的曝光時間。Garbor 的全像片記錄架構是將物體光與參考光放在同一直線上，稱為”同軸全像片”，然而不幸的是，拍射出來的全像片會有共軛像的問題。經過許多研究，有三種替代的記錄方式被提出來，這三種方法都讓光柵有選擇性，因而避開不願看到的共軛像。第一種是在 1962 年時，Denisyuk 因 Lippmann 照相術而想到的全像照相方法[6]，如圖 3 所示。

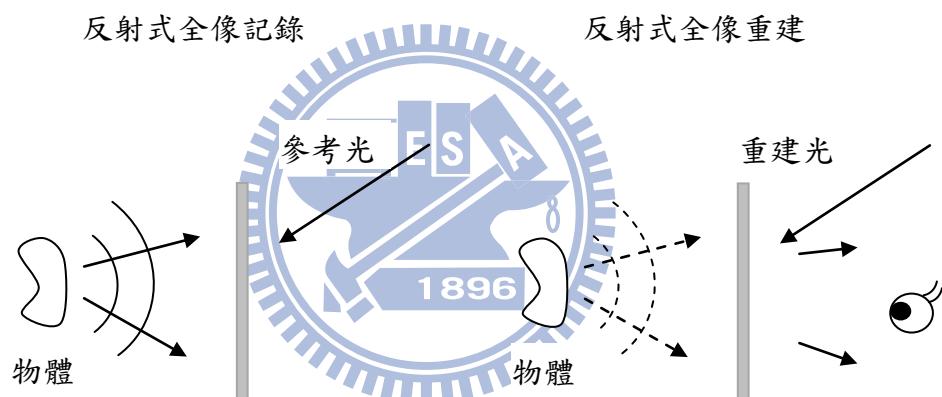


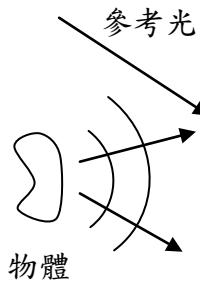
圖 3 Denisyuk 全像片的記錄與重建

Denisyuk 的全像片是將參考光斜向入射到全像底片，並將物體放置在底片的另一側，參考光穿過全像片打中物體，物體表面的反射光視為物體光，而全像底片將記錄物體光與參考光的干涉條紋。此種方法依然允許用低同調的光源記錄，而且此種方法特別方便，只要用一道光就可以記錄了，不過它最大的好處還是在於可以用白光來重建影像，並且觀察者可以在重建光源同側看到重建之影像，這將非常適合應用在展示上。

在 1960 年雷射發明後，第二種方法被提出來[7]，1962 年 Leith 和 Upatnieks 利用同調性好的雷射光來記錄全像片，如圖 4，記錄時參考光與物體光都在全像片的同側，不過讓參考光以適當的角度入射，在重建時，

就可以避開重建光的背景光與共軛光，因而欣賞到正確的影像，此種方法我們稱為”離軸”的全像片。而記錄時，物體光與參考光在底片同側，重建時，觀賞者要在重建光的另一側才可看見重建的像，這就好像重建光穿透全像片後繞射出正確的影像，因此稱為”穿透式全像片”。

穿透式全像記錄



穿透式全像重建

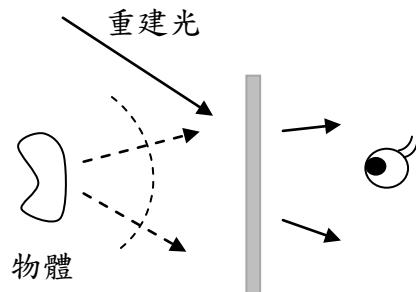
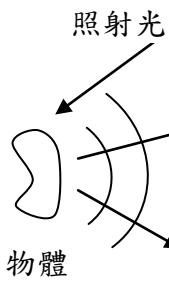


圖 4 穿透式全像片的記錄與重建

同樣類似 Denisyuk 全像片的方法，1966 年時 Stroke 和 Labeyrie 提出第三種可以避開共軛像方法[8]，如圖 5。一道光斜向入射底片，而將物體擺放在底片的另一側，用另一道光照射物體，讓物體表面散射形成物體光，將兩道光的干涉記錄在底片上。重建時，觀賞者與重建光在底片同側時，可以看到重建的像，這就像重建光入射全像片後反射出來的正確影像一般，所以稱為”反射式全像片”，也是廣義的”Denisyuk 全像片”。

反射式全像記錄



反射式全像重建

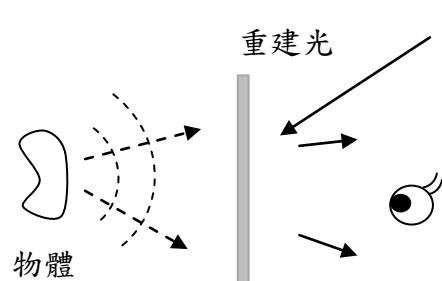


圖 5 反射式全像片的記錄與重建

穿透式的全像片，除非特別去注意記錄時光的方向，不然成像非常容易受到高階繞射的影響，在記錄時，應採用離軸的方法去避開不需要的共軛像，記錄的技術需求較高，而且穿透式全像片高色散的特性使得它們只能用單頻光重建，也造成展示上的不便。另一方面，反射式全像片有相當良好的選擇性，它可以完全阻止不需要的共軛像產生，此外具有波長的選擇性和色散小的特性，適合用於白光展示。

1.3 論文架構

本篇論文的架構如下，第一章為緒論，說明研究反射式全像片的動機與目的，並且概述全像片的發展過程。第二章沿襲第一章的歷史說明全像片的原理，更進一步介紹反射式全像片，最後，介紹全像記錄材料—鹵化銀的記錄原理。第三章量測記錄時所使用之雷射光同調性與重建光源—LED的波長與強度分佈特性。依照這些量測特性，作為設計丹尼式全像片拍攝及重建架構的基礎。第四章為光學實驗設計與實作，光學實驗分為三個部分，第一部分主要探討不同的重建光源對重建影像之影響，拍攝一道光之丹尼式全像片，並分別使用雷射與各種LED重建其影像。第二部分使用近距離打光之方法，來控制參考光與物體光之比例，提高重建影像的對比度。第三部分使用透鏡成像與翻拍全像片兩種方法，使繞射影像浮在全像片上。第五章為結論，對丹尼式全像片的研究做一個總結。

二、反射式全像原理

2.1 全像基本原理

全像術是利用干涉技術將光波資訊記錄在底片上，然後利用光波繞射將底片上記錄的資訊重建出來。全像術能將物體波的振幅和相位資訊同時記錄在感光底片上，其中的關鍵就是物體光與參考光的干涉作用。圖 6 (a) 為全像記錄的幾何架構，假設全像片放置在 x-y 平面上($z=0$)，參考光為一平面波，以 θ_0 的角度入射全像底片，振幅為 A_r ，複振幅為 $\exp[-ik(-x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)]$ ；物體的散射光振幅為 $A_o(x, y, z)$ ，將其相位表示為 $\varphi(x, y, z)$ 。在全像底片上，也就是 $z = 0$ 處，假設光之偏振均為 y 方向，則參考光與物體光可以分別表示為以下形式

$$\text{參考光} \quad E_r(x, y) = A_r \exp(ikx \sin \theta_0) \quad (1)$$

$$\text{物體光} \quad E_o(x, y) = A_o(x, y) \exp[-ik\varphi(x, y)] \quad (2)$$

在底片上兩道光的干涉強度可以寫成：

$$\begin{aligned} I = EE^* &= [E_r(x, y) + E_o(x, y)] [E_r(x, y) + E_o(x, y)]^* \\ &= A_r^2 + A_o(x, y)^2 \\ &\quad + A_r A_o(x, y) \exp[-ik\varphi(x, y)] \exp(-ikx \sin \theta_0) \\ &\quad + A_r A_o(x, y) \exp[ik\varphi(x, y)] \exp(ikx \sin \theta_0) \\ &= A_r^2 + A_o(x, y)^2 + 2A_r A_o(x, y) \cos[k(\varphi(x, y) + x \sin \theta_0)] \quad (3) \end{aligned}$$

常用之感光材料通常為鹵化銀底片、光學晶體或感光高分子材料，這些感光材料對曝光能量起反應，若操作在曝光能量 (Optical exposure E) 線性響應區，則全像片之穿透率 τ 與光強度和曝光時間 t 成正比

$$\begin{aligned}\tau &= Ct EE^* \\ &= Ct\{A_r^2 + A_o(x, y)^2 + 2A_r A_o(x, y) \cos[k(\varphi(x, y) + x \sin \theta_0)]\},\end{aligned}\quad (4)$$

其中 C 為受材料影響之常數。

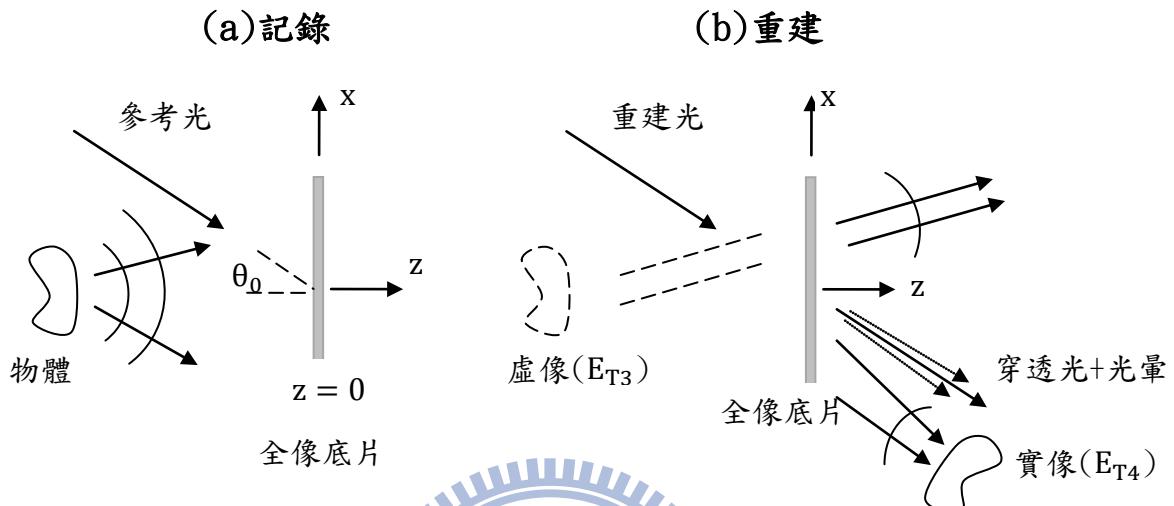


圖 6 全像術的基本原理(a)離軸記錄(b)離軸重建

在全像片記錄完之後，可以使用重建光來還原全像片，假設重建光與參考光相同，物體的光波資訊就會被重現，而產生物體的影像，如圖 6 (b) 所示。

假設入射全像片的重建光場為 $E_p = E_r$ ，全像片的穿透函數為 τ ，穿透光場為 E_T ，由基礎光學可以將穿透光場 E_T 寫成

$$E_T(x, y) = E_p(x, y)\tau(x, y). \quad (5)$$

將(4)式代入(5)式，可以得到四項

$$E_T(x, y) = E_{T1}(x, y) + E_{T2}(x, y) + E_{T3}(x, y) + E_{T4}(x, y), \quad (6)$$

其中

$$E_{T1} = Ct \cdot A_r^3 \exp(ikx \sin \theta_0)$$

$$E_{T2} = Ct \cdot A_r A_o (x, y)^2 \exp(ikx \sin \theta_0)$$

$$E_{T3} = Ct \cdot A_r^2 A_o (x, y) \exp[-ik\varphi(x, y)]$$

$$E_{T4} = Ct \cdot A_r^2 A_o (x, y) \exp[ik\varphi(x, y)] \exp(i2kx \sin \theta_0)$$

第一項 E_{T1} 是直接透射的均勻平面波，第二項 E_{T2} 之傳播方向與重建參考光相同方向，並且帶有物體的資訊，造成光暈的空間變化。第三項 E_{T3} 是物體波乘上常數因子，若是重建光與參考光相同，就可以確實重建物體的正確振幅與相位，重建的物體是一個三維的虛像，與重建光之穿透光分隔 θ_0 的角度。第四項 E_{T4} 包含 E_o^* ，是物體的共軛實像，其傳播方向與 z 軸之夾角為 $2\theta_0$ 。另外也可以將第一項與第二項視為零階繞射的結果，而欲觀賞到的第三項之物體虛像為第一階繞射，共軛物體實像為負一階繞射之結果。

因此，離軸全像片的記錄方式可以使透射全像片的光沿著不同方向傳播，如果角度夠大的話，則各階繞射出來的光線就可以分開而不互相干擾。

2.2 薄全像與厚全像片

全像片的影像重建是一種光波繞射的現象。在 2.1 節中，將全像片的特性以一個平面的透光函數表示，當重建光照射全像片時，透射全像片的光波為入射光波與透射函數的乘積 $E_T(x, y) = E_p(x, y)\tau(x, y)$ ，但這是在全像片的厚度很薄的假設下才成立的。實際上，全像片具有一定的厚度，重建光波在通過具有厚度的全像片之中時，光波的繞射現象已經發生。一般定義 Q 因子(Q -factor)來做為薄全像片或厚全像片的判定參數，其定義如下：

$$Q = 2\pi \frac{\lambda_0 d}{n\Lambda^2} , \quad (7)$$

其中 λ_0 為在真空中的波長， d 為全像記錄材料的厚度， n 為全像記錄材料

的折射係數，以及 Λ 代表干涉條紋的間距。當 Q 因子小於 1 時，我們將此全像片視為薄全像片或平面全像片；當 Q 因子大於 10 時，我們將此全像片稱為厚全像片或體積全像片。

在 Q 因子中，有一個 Λ 的參數，它代表干涉條紋的間距，此間距的大小與記錄波長以及參考光與物體光之夾角相關。記錄時，假設以兩個平面波來干涉記錄全像片且在材料內參考光與物體光夾角為 θ ，如圖 7 所示，將兩個平面波分別表示為

$$\text{物體光 } E_0(\vec{r}) = |a|e^{-i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \Phi_a)} \quad (8)$$

$$\text{參考光 } E_R(\vec{r}) = |A|e^{-i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \Phi_A)} \quad (9)$$

其中 Φ_a 與 Φ_A 為物體光與參考光的起始相位， \vec{k}_R 與 \vec{k}_0 為參考光與物體光之傳播向量(propagation vector)，且 $|\vec{k}_R| = |\vec{k}_0| = |\vec{k}| = n \frac{2\pi}{\lambda_0}$ ， λ_0 為在空氣中的記錄波長， n 為全像記錄材料的折射係數。則干涉圖形為

$$I(x) = |A|^2 + |a|^2 + 2|A||a| \cos[(\vec{k}_0 - \vec{k}_R) \cdot \vec{r} - \Phi_a + \Phi_A] \quad (10)$$

在圖 7 中，參考光之波峰以紅色虛線表示；物體光之波峰以藍色虛線表示，兩道光波峰相交的點，形成建設性干涉，干涉條紋以黑線表示，我們稱這些干涉條紋為光柵，另外定義光柵向量(grating vector) \vec{K} 為

$$\vec{K} = \vec{k}_0 - \vec{k}_R \quad (11)$$

以向量圖表示，如圖 7

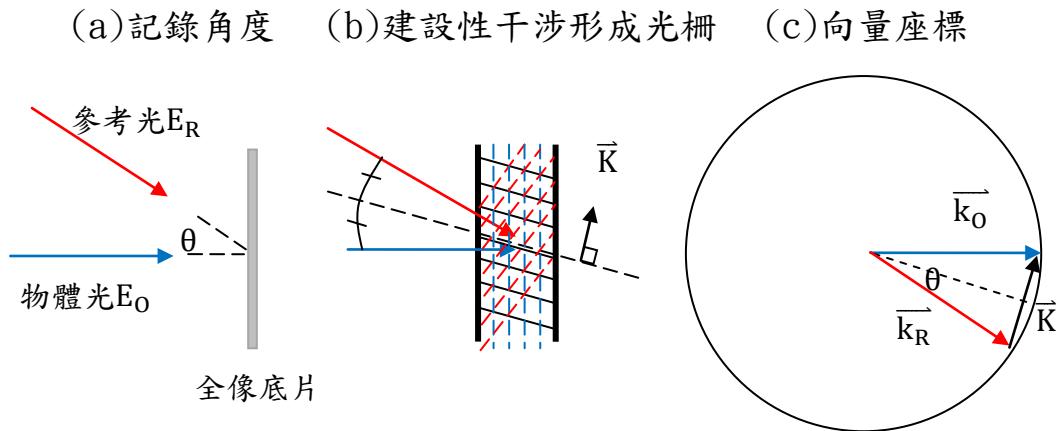


圖 7 物體光、參考光及光柵向量示意圖

由圖 7 可知，

$$|\vec{K}| = |\vec{k}_R| \sin \frac{\theta}{2} + |\vec{k}_0| \sin \frac{\theta}{2} = 2k \sin \frac{\theta}{2} = 2n \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \frac{\theta}{2} \quad (12)$$

又可以將 $|\vec{K}|$ 以干涉條紋之間距 Λ 表示

$$|\vec{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (13)$$

由(12)式與(13)式可將干涉條紋之間距 Λ 表示為

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2 n \sin \frac{\theta}{2}} \quad (14)$$

將(14)式代回(7)式可得到

$$Q = \frac{8\pi n d}{\lambda_0} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (15)$$

如果在相同的波長下記錄在相同記錄材料時，也就是記錄波長 λ_0 及材料的折射率 n 與厚度 d 皆相同時，當參考光與物體光的夾角越大，則 Q 值也就越大，抑是此全像片越接近厚全像片。當參考光與物體光之夾角大於

九十度時，也就是參考光與物體光分別在底片的兩側作記錄，此時之 Q 值在一般全像記錄材料與波長之條件下，屬於厚全像片，另外當物體光與參考光在異側記錄時，又稱此全像片為反射式全像片或 Denisyuk 全像片。

厚全像片在重建時，由重建光 $E_P(\vec{r})$ 入射全像底片，光波在傳播路徑中碰到不同介質則有反射，稱之為 Fresnel 反射，干涉條紋記錄在全像片之體積中，造成介質吸收率或折射率的週期性調制，這些條紋就像週期性的部分反射鏡，如果由相鄰週期之條紋的反射光為建設性干涉，則所有條紋之反射光皆為建設性干涉，此時該方向將得到最強之繞射光 $E_d(\vec{r})$ ，設其波向量為 \vec{k}_d 。換言之，若要重建繞射光，則入射光波 $E_P(\vec{r})$ 必須滿足適當條件才能得到建設性干涉而產生繞射光 $E_d(\vec{r})$ 。

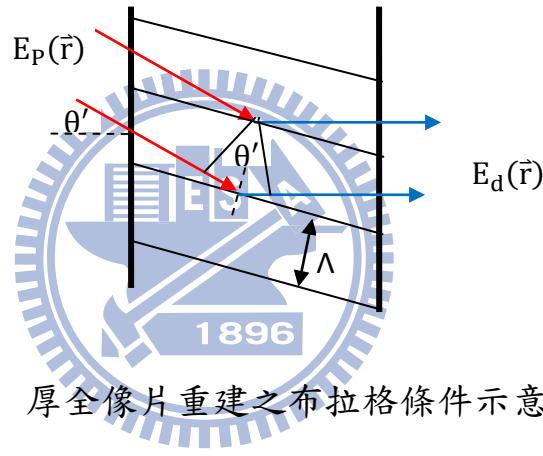


圖 8 厚全像片重建之布拉格條件示意圖

由圖 8 可知，當重建光 $E_P(\vec{r})$ 以角度 θ' 入射至全像底片中的週期條紋時，相鄰一個周期 Λ 之兩條條紋的反射光光程差為 $2\Lambda \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right)$ ，光程差必須為波長之整數倍時，才會發生建設性干涉而得到最強的繞射光波，故產生繞射光 $E_d(\vec{r})$ 的條件為

$$2\Lambda \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) = N \frac{\lambda_0'}{n} \quad (16)$$

考慮一階繞射光($N=\pm 1$)，則

$$\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) = \pm \frac{\lambda'_0}{2n\Lambda} , \quad (17)$$

由(14)式代入(17)式中，可以得到

$$\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) = \pm \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) . \quad (18)$$

當重建厚全像片時，重建光之波長 λ'_0 及重建光入射角度 θ' 必須滿足(18)式，才可以得到最強的重建繞射影像，此條件稱之為布拉格條件(Bragg condition)。

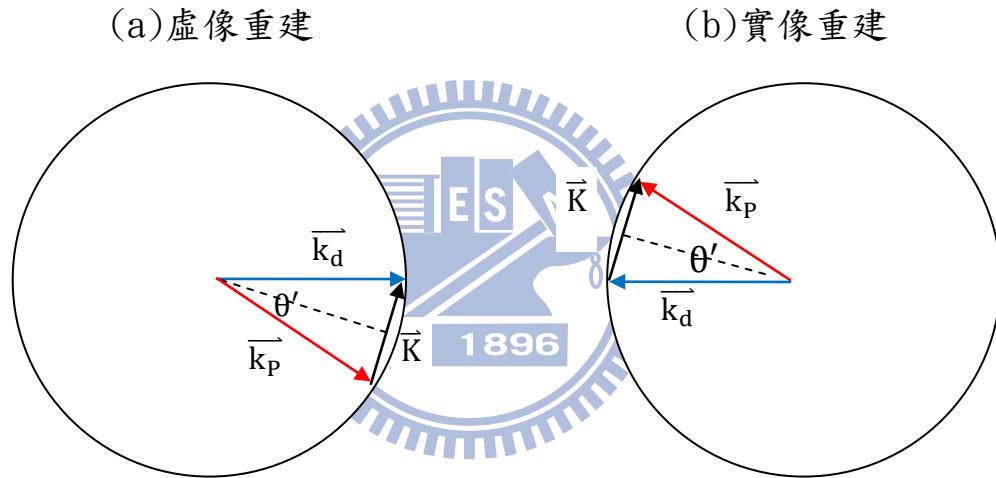


圖 9 重建虛像及實像之波向量關係圖

布拉格條件也可以在波向量空間中來解釋，假設 \vec{k}_p 與 \vec{k}_d 分別表示為重建光與一階繞射之波向量，而在波向量空間中須滿足動量守恆與能量守恆兩個條件下，繞射光才可以被重建出來，如圖 9 所示，三個向量形成一個封閉三角形，由動量守恆可以知道

$$\vec{k}_d = \vec{k}_p + \vec{K} , \quad (19)$$

而能量守恆則代表

$$|\vec{k}_d| = |\vec{k}_P| . \quad (20)$$

當重建光與參考光相等時，即 $\vec{k}_P = \vec{k}_R$ ，並將(11)式代入(19)式，得到

$$\begin{aligned} \vec{k}_d &= \vec{k}_P + \vec{K} \\ &= \vec{k}_R + (\vec{k}_0 - \vec{k}_R) \\ &= \vec{k}_0 , \end{aligned} \quad (21)$$

由此可得物體之虛像，如圖 9(a)所示；而當使用共軛參考光為重建光源時，即 $\vec{k}_P = -\vec{k}_R$ ，則由圖 9(b)可知

$$\begin{aligned} \vec{k}_d &= \vec{k}_P - \vec{K} \\ &= -\vec{k}_R - (\vec{k}_0 - \vec{k}_R) \\ &= -\vec{k}_0 . \end{aligned} \quad (22)$$

所以，以共軛參考光重建全像片，可以得到共軛實像。

2.3 穿透式全像片與反射式全像片

在 2.1 節中，用穿透式全像片來說明全像記錄與重建的原理，利用離軸的方式將物體的穿透光與共軛物體光分開，進而使物體光容易觀察。在 2.2 節中，我們解釋了厚全像片與薄全像片的差異，並了解厚全像片的繞射條件必須要符合布拉格條件。因此，我們可以知道要避免共軛物體光的干擾，除了使用離軸穿透式的記錄方法之外，也可以將全像片記錄成厚全像片的形式。在記錄波長與記錄材料確定之條件下，要達到厚全像片的條件，即 Q 值要夠大，可以使用反射式的全像記錄方式來拍攝全像片。本節先來說明穿透式全像片與反射式全像片的差異。

首先，從記錄方式與觀賞位置的差異來說明。穿透式全像片在記錄時，物體光與參考光在底片的同側；反射式全像片在記錄時，物體光與參考光

要在底片的不同側，如圖 10 所示。

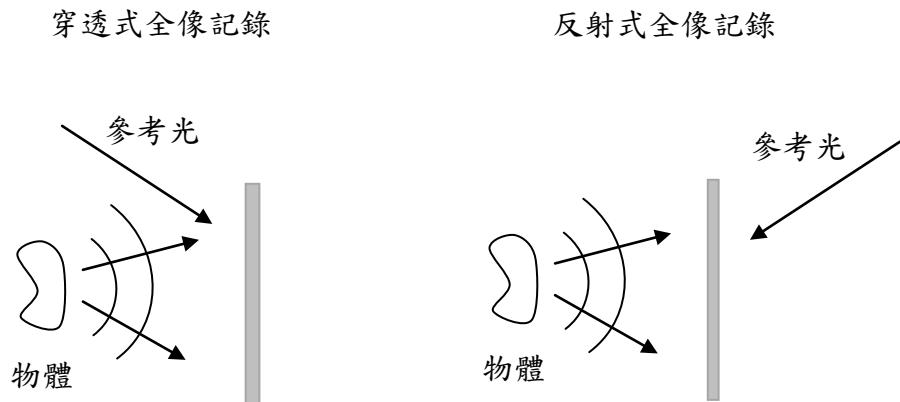


圖 10 穿透式全像片與反射式全像片之記錄

兩道光干涉後，曝光在底片上，兩道光的干涉條紋因此被記錄。穿透式全像片之干涉條紋方向與反射式全像片之干涉條紋方向也有不同，如圖 11 所示。穿透式全像片的條紋分佈近乎垂直感光膠質表面，而反射式全像片的條紋則大致與感光膠質表面平行。

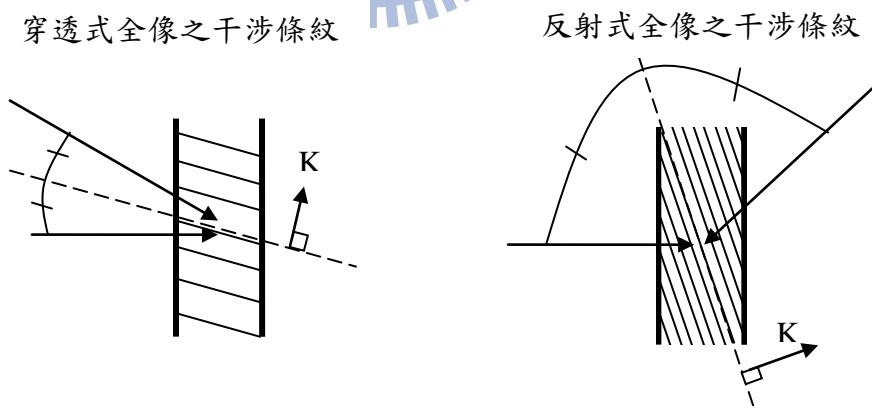


圖 11 穿透式全像片與反射式全像片之干涉條紋

由於雷射光取得不易，所以想要讓全像影像更普及，就必須讓全像片在一般的白光光源下也可以重建。使用白光重建全像片時，穿透式薄全像

片會將白光中的各種波長繞射至不同的位置成像，使得重見影像會有色散的情形，也會因此讓影像模糊；反射式全像片為厚全像片，只有符合布拉格條件的光會被繞射出來，因此具有位置與波長的選擇特性，即使使用白光去照射反射式全像片，觀賞者也可以看到單一波長重建的影像，少了色散的影響，重建出來的影像品質也會提升。

另外，以觀賞者觀賞全像片的位置來討論，穿透式全像片的觀賞位置在重建光源之異側，而反射式全像片的觀賞位置與重建光源在同側，如圖 12。觀賞者與作品的重建光(畫作之打光)在同一側，與一般博物館中的藝術品展示方式較相符。由於反射式全像片在白光重建下有較好的影像品質並且觀賞方式較方便，所以展示用的全像片經常使用反射式之方式來做記錄。

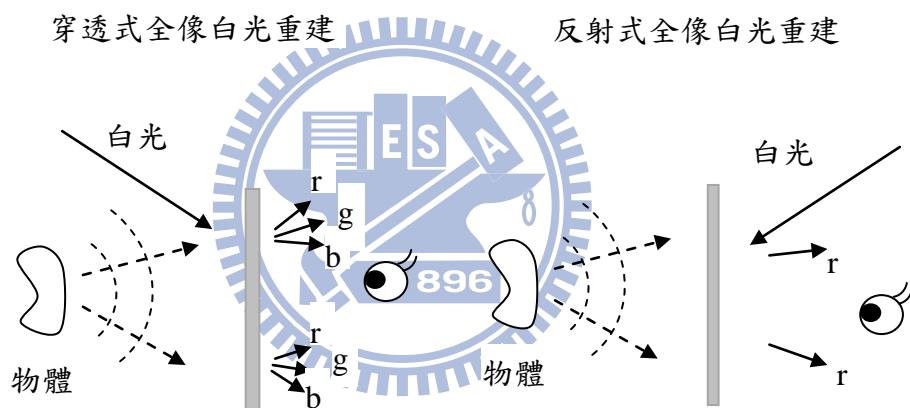


圖 12 穿透式全像片與反射式全像片之重建

2.4 反射式全像片原理

反射式全像片之重建可以分成三個部分來說明[9]，分別為成像、反射及波長濾波器，如圖 13。

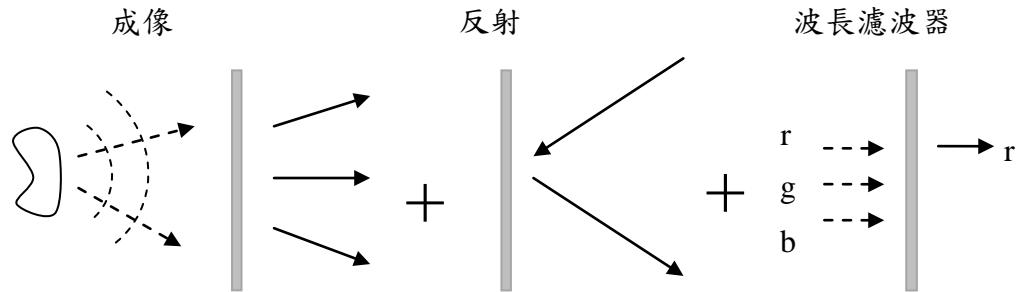


圖 13 反射式全像片三部分

顯然地，反射的部分是由重建光打到全像片後的反射光，至於成像與濾波器的部分，我們將用空間頻譜上的波向量來解釋。假設一個波向量分布在 x-z 平面上，角度為 θ ，如圖 14，可將這波向量分解成 X 方向分量與 Z 方向分量，

$$X \text{ 方向} : k \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \quad (23)$$

$$Z \text{ 方向} : k \cos \theta' = \frac{2n\pi}{\lambda} \cos \theta' \quad (24)$$

因為 Snell 定律並不會影響 X 方向的分量，所以直接將折射率 n 消掉；而 Z 方向上的 θ' 代表材料內的角度，此角度可由 Snell 定律求得。

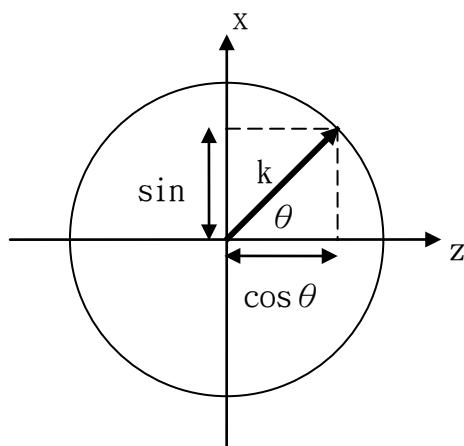


圖 14 波向量之空間示意圖

同理，我們可以將(11)式與(19)式光柵向量整理並分成X方向分量與Z方向分量

$$X\text{方向} : \frac{1}{\lambda'_0}(\sin \theta_{\text{image}} - \sin \theta_p) = \frac{1}{\lambda_0}(\sin \theta_o - \sin \theta_r) \quad (25)$$

$$Z\text{方向} : \frac{n'}{\lambda'_0}(\cos \theta'_{\text{image}} - \cos \theta'_p) = \frac{n}{\lambda_0}(\cos \theta'_o - \cos \theta'_r) \quad (26)$$

式中的 λ_0 與 λ'_0 分別代表記錄波長與重建波長、n與n'分別代表記錄前的折射率與重建時的折射率、 θ 與 θ' 分別代表材料外的角度與材料內的角度，而腳碼 image、p、o 及 r 則分別代表重建影像、重建光、物體光及參考光。X方向上的 sine 方程式所造成的光柵垂直底片膠質表面，有“薄全像片”的特性，它代表著全像片的繞射成像部分；Z方向上的 cosine 方程式造成的光柵平行於底片膠質，具有“厚全像片”的特性，它代表全像片的濾波部分，以下將說明全像片的成像與濾波之部分：

2.4.1 成像

由(25)式我們可以得到(27)式，稱此式為“Sine-Theta”方程式[9]，此方程式代表全像片繞射成像的部分。

$$\sin \theta_{\text{image}} = \frac{\lambda'_0}{\lambda_0}(\sin \theta_o - \sin \theta_r) + \sin \theta_p \quad (27)$$

利用光追跡(Ray-Tracing)與近軸近似來表示全像片的成像位置，首先，假設光追跡的高度為h，且在近軸近似的假設之下， $\sin \theta \approx \tan \theta = h/z$ 且 $h_{\text{image}} \approx h_o \approx h_r \approx h_p = h$ ，可以將(27)式改寫為

$$\begin{aligned} \frac{h}{z_{\text{image}}} &= \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \left(\frac{h}{z_o} - \frac{h}{z_r} \right) + \frac{h}{z_p} \\ \Rightarrow \frac{1}{z_{\text{image}}} &= \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \left(\frac{1}{z_o} - \frac{1}{z_r} \right) + \frac{1}{z_p} , \end{aligned} \quad (28)$$

由此可以得到全像片在 z 軸方向成像的位置。

將其拓展到三維平面，由(27)式，我們可得到

$$\begin{aligned} \frac{x_{\text{image}}}{z_{\text{image}}} &= \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \left(\frac{x_o}{z_o} - \frac{x_r}{z_r} \right) + \frac{x_p}{z_p} \\ \Rightarrow x_{\text{image}} &= z_{\text{image}} \left[\frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \left(\frac{x_o}{z_o} - \frac{x_r}{z_r} \right) + \frac{x_p}{z_p} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

同理可得到

$$y_{\text{image}} = z_{\text{image}} \left[\frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \left(\frac{y_o}{z_o} - \frac{y_r}{z_r} \right) + \frac{y_p}{z_p} \right] \quad (30)$$

我們也可以計算成像的横向放大率(lateral magnification, M_t)與縱向放大率(longitudinal magnification, M_a)

$$\begin{aligned} M_t &= \frac{\partial x_{\text{image}}}{\partial x_o} = \frac{\partial y_{\text{image}}}{\partial y_o} \\ &= \frac{\lambda'_0 z_{\text{image}}}{\lambda_0 z_o} = \left(1 - \frac{z_o}{z_r} + \frac{\lambda_0 z_o}{\lambda'_0 z_p} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} M_a &= \frac{\partial z_{\text{image}}}{\partial z_o} = z_{\text{image}}^{-2} \cdot z_o^{-2} \cdot \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \\ &= \frac{\lambda_0}{\lambda'_0} M_t^2 = \frac{\lambda_0}{\lambda'_0} \left(1 - \frac{z_o}{z_r} + \frac{\lambda_0 z_o}{\lambda'_0 z_p} \right)^{-2} \end{aligned} \quad (32)$$

從放大率中，我們可以發現，當記錄波長與重建波長相同並且參考光位置與重建光位置相等時，横向放大率與縱向放大率為一，也就是說，重建出來的影像與原物體相同。若當波長或是位置不相等時，就會使放大率不為一，讓成像產生變形，但如果在記錄時的物距很小(z_o 很小)，會使放大率較趨近於一，使得波長或位置不匹配所產生的變形減少。

2.4.2 波長濾波器

厚全像片的濾波特性也可以從(26)式中得知，整理(26)式可得

$$\cos \theta'_{\text{image}} = \frac{n\lambda'_0}{n'\lambda_0} (\cos \theta'_0 - \cos \theta'_r) + \cos \theta'_p \quad (33)$$

(33)式就是反射式全像片的布拉格條件，因此只有滿足布拉格條件之中心波長才會被繞射出來。

反射式全像片可以使用白光來重建，是因為其具有波長濾波的作用。反射式全像片的光柵分布，就如同是好幾層鏡子，每層鏡子反射光的相位差為 2π 時，會產生建設性干涉，因而繞射出影像，如圖 15 所示。

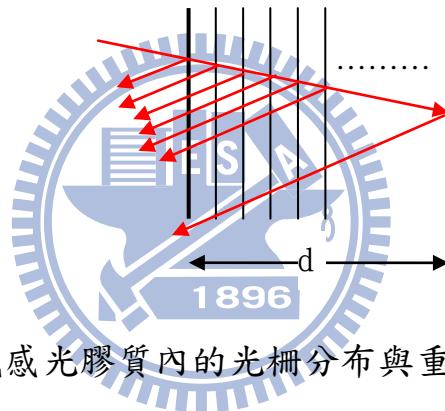


圖 15 反射式感光膠質內的光柵分布與重建光繞射示意圖

假設全像材料厚度為 d ，重建光之中心波長為 λ ，若波長偏移量為 $\Delta\lambda$ ，則第一層與最後一層的相位差為

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{2nd}{\lambda - \Delta\lambda} - 2\pi \frac{2nd}{\lambda} \approx 2\pi \cdot 2nd \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad (34)$$

當相位差 $\Delta\phi$ 為 2π 時，影像才會因建設性干涉而重建出來。因此可以得知

$$\Delta\phi \approx 2\pi \cdot 2nd \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 2\pi$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nd} \quad (35)$$

這代表只有滿足(35)式之中心波長附近的波長偏移量，才會被繞射出來。當全像片的厚度越來越厚，這種波長的選擇現象就越明顯，利用這種厚全像片波長選擇的特性，我們就可以使用白光來重建全像片，而影像也不會有色散的影響。

2.5 全像記錄材料—鹵化銀底片

本篇論文使用鹵化銀底片做為全像之記錄材料，鹵化銀底片是在還沒產生數位相機前，一般照相底片最常使用的感光膠質；對於全像片記錄來說，鹵化銀底片也是常用來當作記錄的材料。鹵化銀底片有很高的敏感度，而且可以藉由沉積的染料來決定膠質感光的波長，所以此膠質常在實驗室被用來做成全像照片或藝術產品。在全像片膠質中的鹵化銀晶體非常小，平均的晶體直徑大約在 10~100nm 之間[10]，因此全像底片的解析度比一般底片還要高出許多，一般底片的解析度大約為 100 lines/mm，而全像底片可以達到 5000 lines/mm 以上的解析度。在本節中，將會解釋底片記錄與沖洗的基本原理，從底片的曝光時間至底片沖洗的顯影、漂白等機制將會有仔細的討論。

2.5.1 曝光時間

底片的曝光(Exposure)H 定義為入射光強度 E 與曝光時間 t 的乘積，

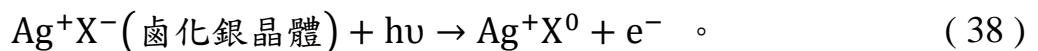
$$H = Et。 \quad (36)$$

入射光強度通常用輻照度(irradiance)來作單位，常用的單位為每平方公分所受的光通量(watt/cm²)，一般全像片感光膠質的敏感度(sensitivity)的單位為 $\mu J/cm^2$ ，所以知道底片的敏感度與入射底片的總光強，就可以推算出這張全像片需要曝光的時間 t

$$t = \frac{\text{sensitivity}}{\text{irrasiance}} \quad (37)$$

2.5.2 沖洗底片

鹵化銀晶體是一個 n 型的光導體(n-type photoconductor)，當全像底片曝光時，光子被晶體吸收，晶體得到足夠能量後，使晶體內的電子從價帶跳到導帶，釋放出來的電洞產生自由的鹵素原子，化學式寫成



跳到導帶的自由電子會被晶體中的銀離子抓住而形成銀原子



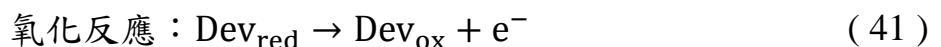
不過這種銀原子 Ag^0 生命週期只有 1 秒鐘，其會再與銀離子和電子形成雙銀原子，此種雙原子的型態可以在室溫下穩定。



此種曝光使鹵化銀分解的過程稱為光解作用，而三、四個以上的銀原子團會形成潛像(latent image)，潛像形成的區域在顯影時會產生催化的作用，加速鹵化銀還原成黑色的金屬銀粒子，如圖 16 (A)所示。

本實驗使用 Slavich 公司所出產的 PFG-03M 底片來做實驗，此底片搭配 JD-4 沖洗藥劑組來沖洗。以下將說明這些沖洗藥劑對底片產生的反應。

底片曝光後，需要經過顯影劑顯影，顯影劑是一種還原劑，讓底片上的鹵化銀還原成金屬銀粒子，



潛像產生的區域對氧化還原反應有催化的作用，它會加速銀離子還原成金屬銀粒子，使得銀粒子沉澱的分布就會與我們實驗中曝光的強度分布相同。

JD-4 的沖洗藥劑中顯影劑分成 A 與 B 兩種成分[11]，如表 1、表 2 所示

表 1 JD-4 A 劑成分

配方	劑量
Metol or Elon (p-Methylaminophenol sulfate)	4 克
Ascorbic Acid (powder)	25 克
調配方法	加蒸餾水至 1000 毫升

表 2 JD-4 B 劑成分

配方	劑量
Sodium Carbonate, Anhydrous(Na_2CO_3)	70 克
Sodium Hydroxide(NaOH)	15 克
調配方法	加蒸餾水至 1000 毫升

藥劑 A 中的 Metol 與 Ascorbic Acid 皆是還原劑，Metol 可以還原灰階區域的曝光，但缺點是其對比度不明顯；Ascorbic Acid 則是對比度大但缺乏灰階的細節。所以常將兩種藥劑混合作為顯影劑中的還原劑。

還原劑中的還原能力與溶液中的 PH 值有很大的關係，一般都要保持在 PH 值為 11 左右，因此藥劑 B 扮演提供鹼性環境的活化劑角色，藉此維持還原劑的活性。

銀離子經過化學顯影後，原先顆粒狀的鹵化銀結晶會變成細條狀的銀粒子，如圖 16 所示。底片中銀粒子密度分布會與曝光時的光強度相互對應，在影像亮處則曝光量高，金屬銀粒子的密度較高，底片的透光度就比較低；

反之，在影像暗處則曝光量低，銀粒子之密度較低，底片透光度較低。由底片的透光度來顯示曝光時之光強度分布，稱此種底片稱為振幅型的底片。

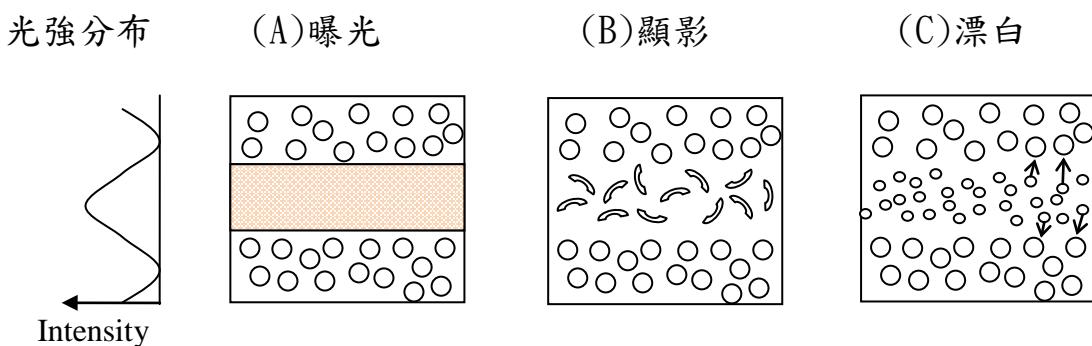


圖 16 底片化學反應過程示意圖

因為振幅型的底片只有部分的光會被繞射出來，所以繞射效率比較低，將此振幅型底片漂白以後，可以得到相位型的全像片。相位型的底片是將曝光時之光強度的變化轉換成底片中折射率的變化，其繞射效率理想上可高達 100%，所以為了提高繞射效率，顯影完的振幅型全像片會再經過漂白的步驟，讓其轉換成相位型的全像片。

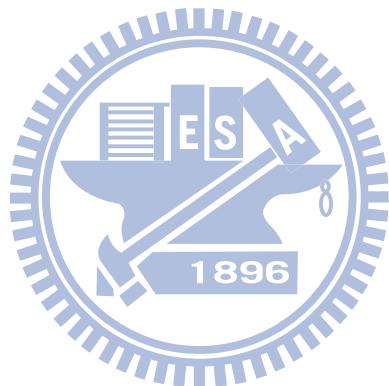
JD-4 沖洗藥劑中之漂白劑配方，如表 3 所示

表 3 JD-4 漂白藥劑成分

漂白藥劑	劑量
Copper Sulfate, Pentahydrate($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$)	35 克
Potassium Bromide(KBr)	100 克
Sodium Bisulfate, Monohydrate($\text{NaHSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$)	5 克
調配方法	加蒸餾水至 1000 毫升

漂白中的 Copper Sulfate, Pentahydrate 與 Potassium Bromide 是當作氧化劑，將銀粒子還原成溴化銀，漂白會使感光膠質稍微變軟，讓溴化銀會產

生擴散的現象，如圖 16，這可以使全像片有高繞射效率與低散射雜訊之特性[10]，在顯影時還原反應要在鹼性溶液中才會反應；反之，在漂白時的氧化反應，也需要在酸性溶液中才會作用。漂白藥劑中的 Sodium Bisulfate 就是提供一個酸性環境，讓底片中的銀粒子與氧化劑作用。

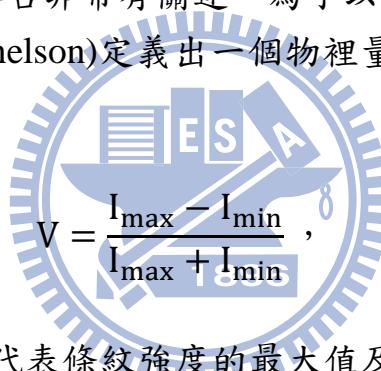


三、記錄光源與重建光源量測

全像片最主要分作記錄與重建兩個部分，本章將探討記錄與重建的光源，記錄時使用雷射光做記錄，測量拍攝使用之雷射的同調特性，進而決定拍射物體的厚度與參考光與物體光之光程差限制；重建光源選用一般市面上電子材料行購買的 LED 燈，對燈源的光譜及發光強度做測量，因而決定記錄全像片實驗時，所用參考光之類型。

3.1 雷射光的同調性

全像片記錄兩道光的干涉條紋，因此，干涉條紋是否被記錄清楚，就與全像片拍攝的成功與否非常有關連。為了以實驗結果判斷是否為良好的干涉條紋，邁克森(Michelson)定義出一個物裡量，條紋的明視度 V (Visibility of fringes)為


$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (43)$$

其中的 I_{\max} 與 I_{\min} 分別代表條紋強度的最大值及最小值。因為條紋的明視度正比於光源的同調性，所以拍攝光源之同調性對於全像片之拍攝是非常重要的。光源的同調性分析又可以分作空間同調與時間同調，分別以下來做說明。

3.1.1 空間同調

空間同調是在描述同一時間上，一個光波場上不同的兩個點，它們強度或振幅的相關性。可以藉由雙狹縫干涉實驗(Young's Double Slit Experiment)得到驗證，如圖 17 所示。當光源具有完全同調特性時，干涉條紋的強度分布會在兩道光的總和平方及零之間震盪；而當部分同調時，條紋的對比度就會下降。

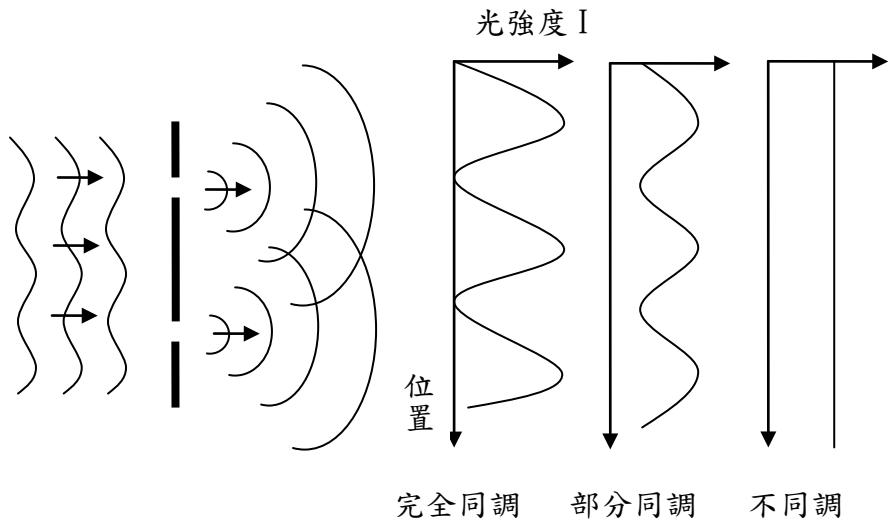


圖 17 空間同調示意圖[12]

雷射在單一橫向模態共振，例如 TEM₀₀，它就具有完全空間同調的特性；當雷射允許多種橫向模態存在時，此雷射的空間同調特性就會下降，因為橫向模態會有不同的頻率，也就是說，不同相位會隨著時間作變化[12]。本論文拍攝的光源使用 Meredith Instruments 公司所出產之 20mW 波長為 633nm 的氦氖雷射[13]，該雷射只有 TEM₀₀ 模態，因此有良好的空間同調性。

3.1.2 時間同調

在現實的光源中即使是雷射，其發出的光波之相位也無法完全穩定，我們定義光源相位保持穩定的平均連續時間為同調時間 Δt_c ， $\Delta t_c = \frac{1}{\Delta v}$ ， Δt_c 是光源頻寬(frequency bandwidth) Δv 的倒數。另外，定義光在同調時間內行進的距離為同調長度 l_c ， $l_c = c \cdot \Delta t_c = \frac{c}{\Delta v}$ ，其中 c 為光速。雷射的同調長度將決定物體光與參考光的光程差之最大值，以及所拍攝物體的大小和景深，所以，測量拍攝全像片雷射光源之同調長度是非常重要的。

欲觀察時間同調性，就要在空間中固定一個點，但在不同時間上觀察光波的複數振幅關係。我們使用邁克森干涉儀(Michelson interferometer)來測

量同調長度。

邁克森干涉儀的實驗架構圖，如圖 18 所示：

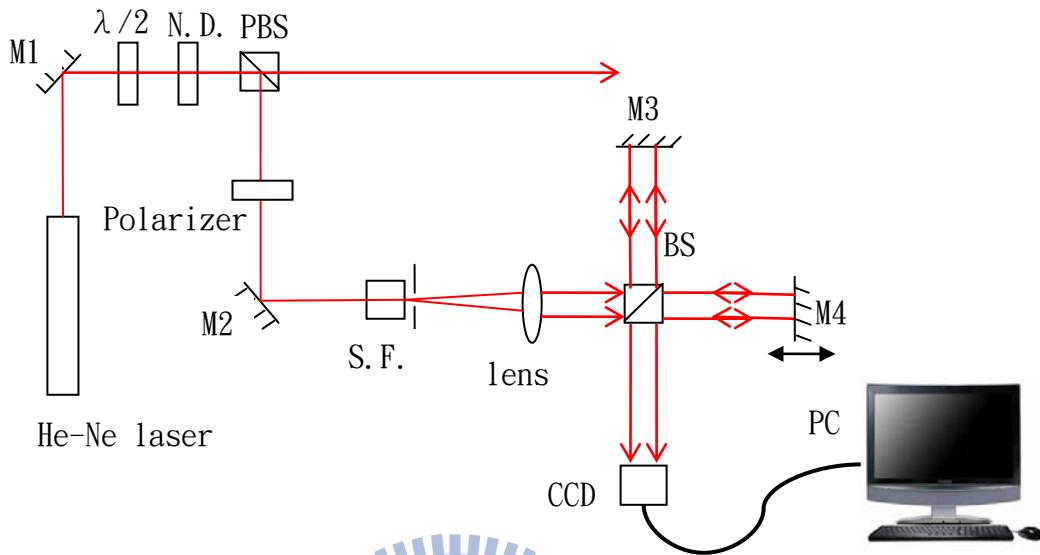


圖 18 邁克森干涉儀的實驗架構圖

因為 CCD 感光元件無法偵測太強的光，所以，首先在干涉儀前使用半波板(half wave plate, $\lambda/2$)、衰減片(Neutral Density filter, ND) 以及偏振分光鏡(Polarizer beam splitter, PBS)和偏振片(Polarizer)來降低光的強度。之後，光經過空間濾波器(Spatial filter, S.F.)與透鏡(lens)，擴束成為平行光，平行光經過分光鏡(Beam Splitter, B.S.)分成兩道光，一道向右繼續直進向前，打到 M4 反射回來，再經過分光鏡反射到 CCD；分光鏡分出的另一道光則是先反射向上，打到 M3 的鏡子，反射回來，穿過分光鏡而到 CCD，兩道光在此干涉，干涉條紋將被 CCD 接收後，存入電腦做處理。

CCD 接收到的是灰階的圖案，所以我們先測試 CCD 的灰階與光強的轉換關係。

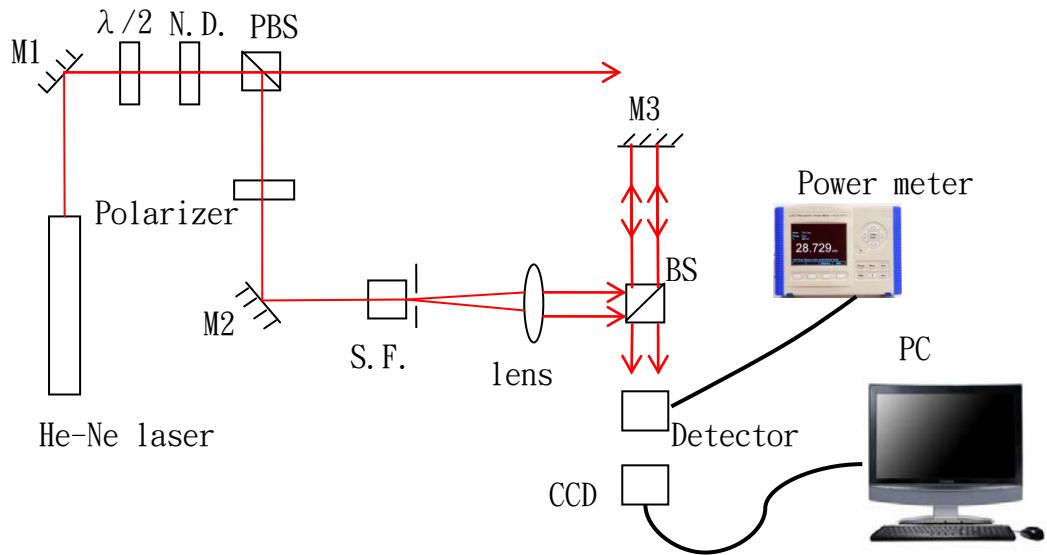


圖 19 CCD 灰階與光強關係測量架構

圖 19 是測量 CCD 灰階與光強關係的光學架構，為了真實量測 CCD 受到的感光強度，我們先將邁克森干涉儀架構中之其中一道光擋住，直接將光偵測器放在 CCD 之前測量一道光束的光強；之後，將光偵測器移開，再用 CCD 撷取光點影像，經過電腦處理，取得灰階值。將 CCD 測到的圖片之灰階值與光偵測器偵測到的光強度關係繪製，如圖 20 所示。

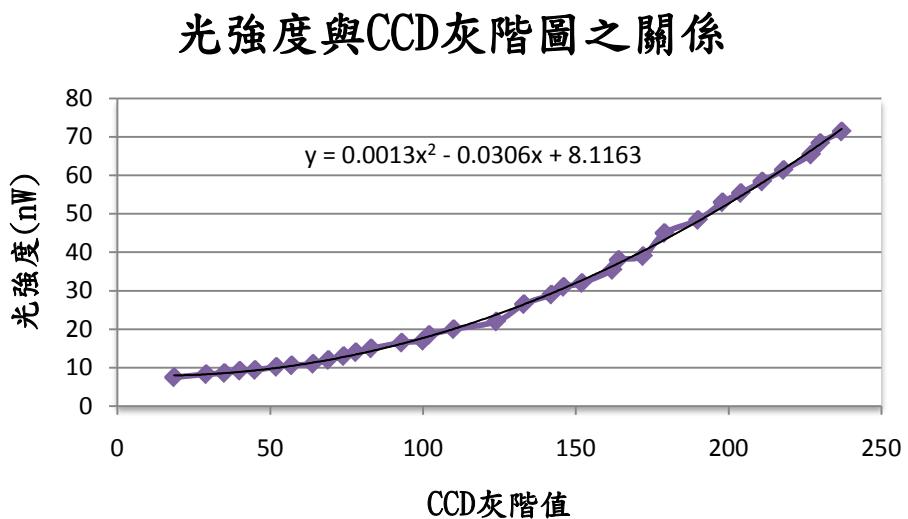


圖 20 光強度與 CCD 灰階之關係圖

使用二次多項式逼近，找到灰階值與光強度的關係為 $y = 0.0013x^2 - 0.0306x + 8.1163$

$0.0306x + 8.1163$ ，也就是將灰階值代入 x 即可找到相對應的光強度 y 。

有了光強度與 CCD 灰階圖之關係，我們就可以利用 CCD 去擷取干涉條紋，並利用轉換得到干涉條紋的最大強度與最小強度。

回到邁克森干涉實驗。一開始，先讓 M_3 到 BS 與 M_4 到 BS 的距離相等，CCD 偵測到的影像代表兩道光的光程差為零時的干涉條紋。移動 M_4 的鏡子，讓 M_4 到 BS 的距離改變，因為光會經過反射鏡，所以光程差為移動的距離之兩倍。依序用 CCD 去擷取不同光程差的干涉條紋，並將干涉條紋的灰階值轉換成光強度，代入(43)式得到明視度 V 與光程差的關係圖，如圖 21：

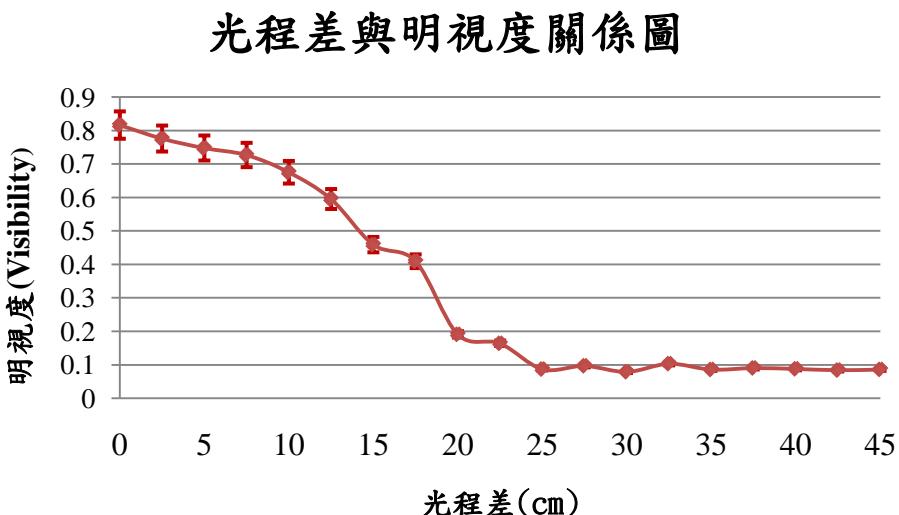


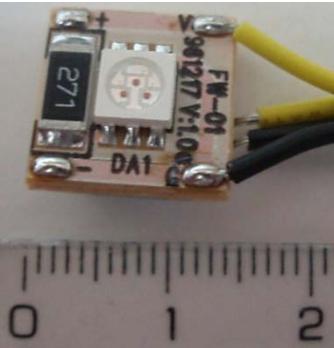
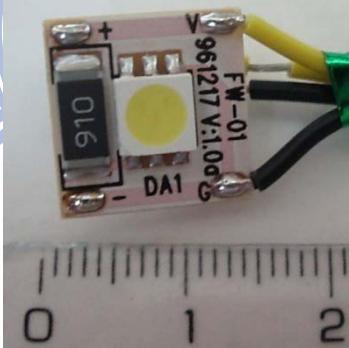
圖 21 光程差與明視度關係圖

通常定當 $V = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$ 時，兩道光程差就是雷射的同調長度。從本實驗可以知道，我們實驗使用的雷射同調長度為 7.5 公分，因此在設計拍攝全像片之光路設計時，必須讓物體光與參考光的光程差小於 7.5 公分，或是拍攝的物體之尺寸或景深必須要小於 3.75 公分以內，全像片的干涉條紋才可以被清楚記錄。

3.2 LED 重建光源量測

拍攝完全像片以後，最重要的是要如何重建影像，讓原來拍攝的物體可以清楚地被重建出來。由第二章所敘述之全像原理可以知道，最完美的重建就是重建光要與參考光相同，所以最理想的重建光應該是與拍攝時相同之雷射光。不過雷射光並不是隨處可得，而且攜帶不便，這並不利於全像片的展示。現今，LED 發展成熟，耗電量低、使用壽命長，LED 是離散光譜並且可以由製程控制發光光譜範圍，這將可以提升重建光的使用效率。本節選擇紅光高功率 LED 模組、白光高功率 LED 模組以及 MR-16 紅光 LED 杯燈，其型號分別為 S5050-12R、S5050-12W 與 MR16-1-01NR，如表 4，這些 LED 在一般的電子材料行皆容易取得，本節將量測其發光光譜分布與光強度之分布，並與記錄時所用的氮氛雷射做比較。

表 4 實驗用 LED 光源

		
紅光 LED 模組 1W	白光 LED 模組 1W	MR-16 紅光 LED 杯燈 3W

3.2.1 發光光譜量測

使用 Ocean Optics 公司所出產的 HR2000 光譜儀來量測 LED 的光譜，量測的架構圖，如圖 22。給 LED 適當的電壓讓 LED 發光，將光譜儀與電腦做連接，並將光譜儀的接收器對準光源，在電腦中讀取 LED 的光譜分布資料。

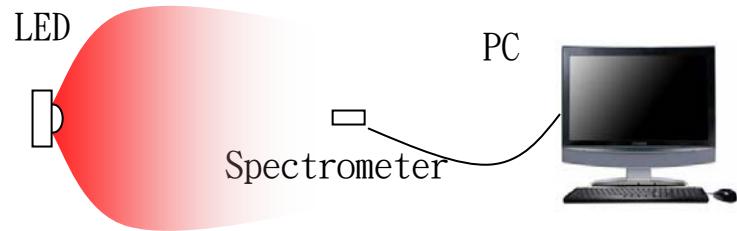


圖 22 測量 LED 光譜之架構圖

本實驗所用之光譜儀是將光由光接收器接收，接收到的光經過光柵將不同光譜的光分開，再由 CCD 接收。因此光譜儀所測量到的光譜強度是相對值，通常以 CCD 接收到電子記數值(Counts)為單位，圖 23、圖 24 及圖 25 分別是紅光 LED 模組、白光 LED 模組及 MR-16 紅光 LED 杯燈用光譜儀量測到的 LED 光譜分布，橫軸代表波長其單位為 nm，縱軸代表各種波長之相對強度，單位為 counts，紅線代表此 LED 的光譜分布曲線，而藍線則是標定記錄時雷射之波長 633nm。

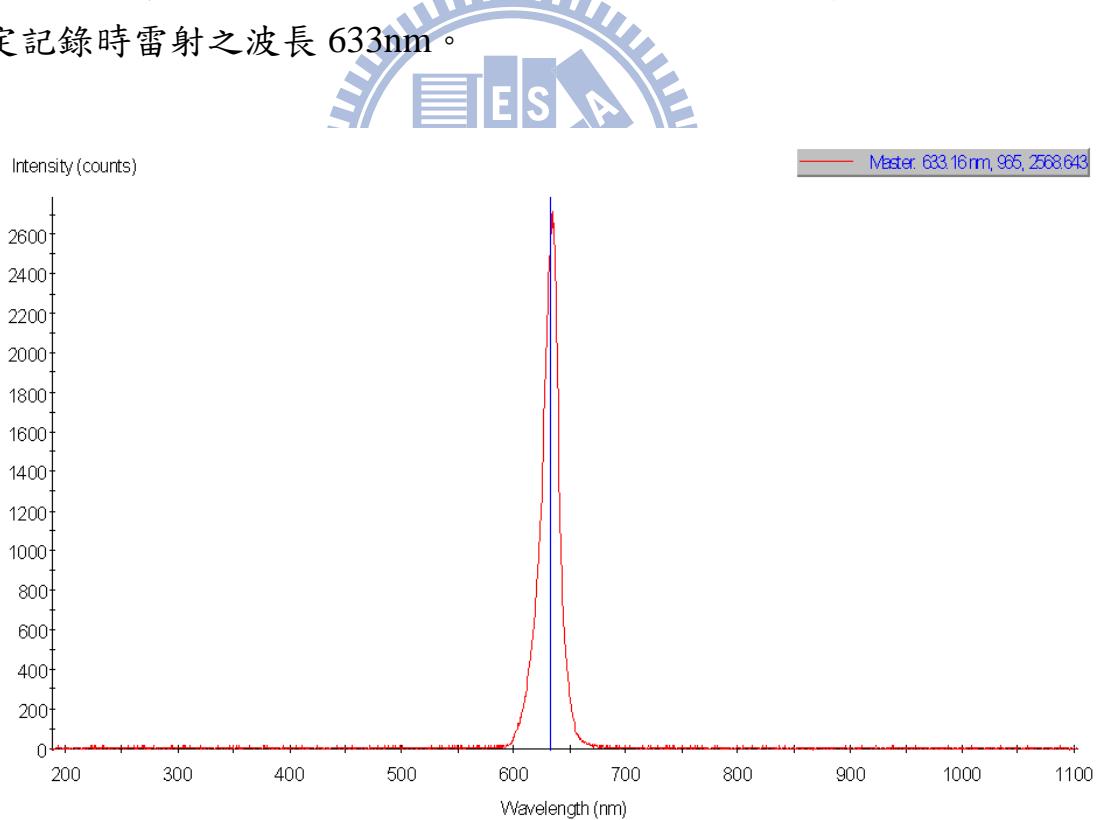


圖 23 紅光 LED 模組頻譜分布

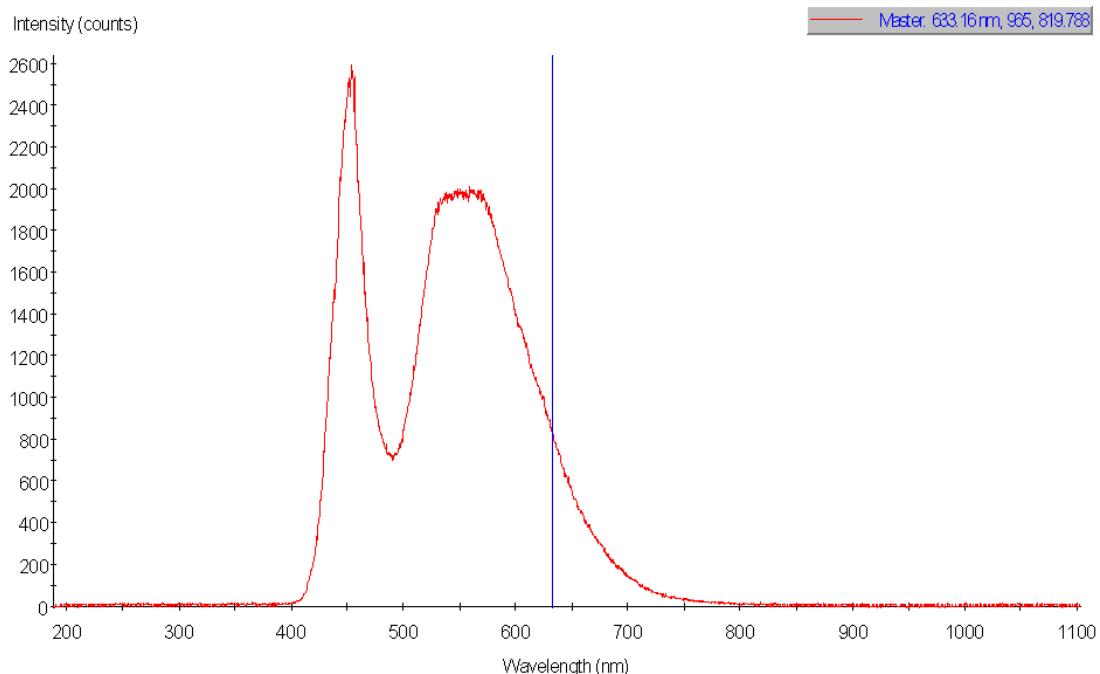


圖 24 白光 LED 模組頻譜分布

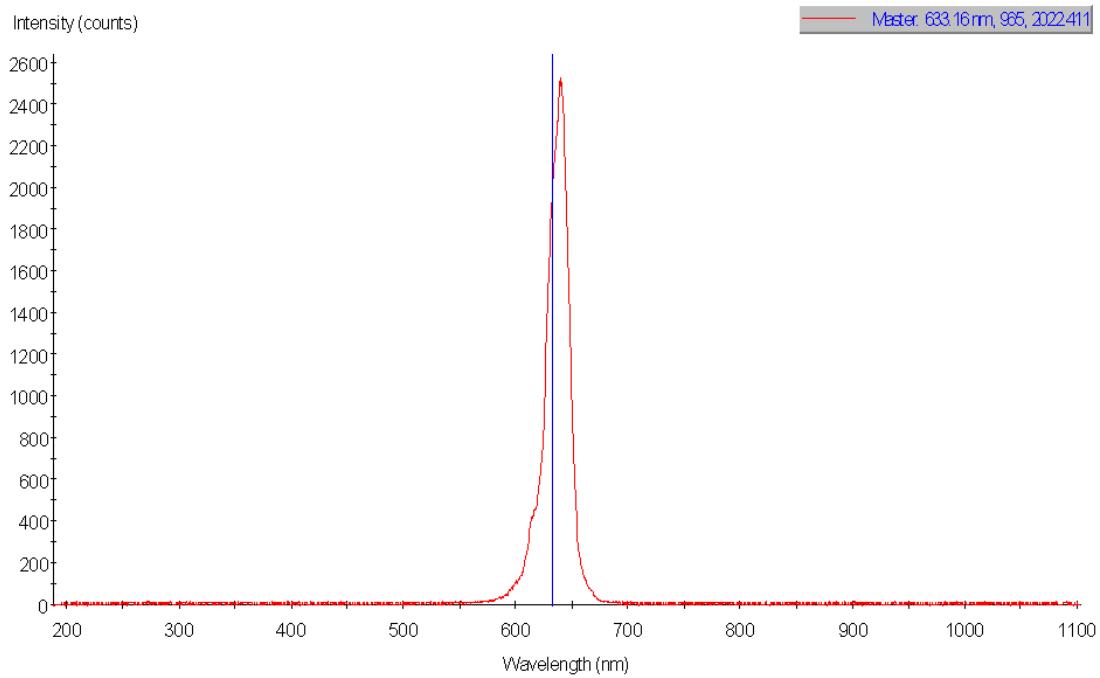


圖 25 MR-16 紅光 LED 杯燈頻譜分布

紅光 LED 模組的中心光譜與記錄時的雷射光譜雷同，中心波長約為 633nm，半高寬約為 16nm，頻譜分布從 600nm 到 655nm；白光 LED 模組是由藍光 LED 單晶片加上 YAG 黃色螢光粉(Y₃Al₅O₁₂:Ce；鈇鋁石榴石)所組成的白光，因此 633nm 附近的紅光只占了整體 LED 發光光譜的一部分，頻譜分布從 420nm 到 750nm。MR-16 紅光 LED 杯燈的發光光譜中心波長較雷射波長長，中心波長約為 640nm，半高寬約為 20nm，頻譜分布從 580nm 到 670nm。

由 2.4.4 節的(35)式中，我們可以知道全像片重建繞射出來的波長與中心波長、記錄材料之折射率以及記錄材料之厚度有關。記錄材料的折射率 n 為 1.569、感光膠質厚度 d 為 $7\mu\text{m}$ ，再將雷射光的中心波長 $\lambda=633\text{nm}$ 代入(35)式，我們可以得到 $\Delta\lambda=18\text{nm}$ ，也就是波長從 615nm 到 651nm 的波長都會被繞射出來。因此使用紅光 LED 模組來重建全像片，因為光譜集中，波長分布從 625nm 到 641nm，幾乎 100% 的光都可以繞射成像。若是使用 MR-16 紅光 LED 燈來重建影像，中心波長與記錄波長相比飄移了 7nm，使得只有在波長為 630nm 到 642nm 才會被繞射出來，也就是說幾乎 100% 的光可以被繞射出來。而使用白光 LED 模組來重建全像片，LED 發出的光譜分布大約從 400nm 到 700nm，但只有波長從 615nm 到 651nm 的光才會被繞射出來，光的使用效率較低。

3.2.2 光強度分布

本實驗挑選的三個 LED 中，其中的紅光與白光 LED 模組是沒有額外加上聚光透鏡或聚光杯燈的 LED，而 MR-16LED 則是將平面封裝之 LED 加上杯燈聚光，以下我們將在各種距離與各角度分別量測這兩種不同封裝型態之 LED 的光強度分布，並且將此分布與理想點光源的光強度分布做比較。

量測的架構圖，如圖 26。將 LED 固定在旋轉平台上，並將光偵測器設定為對波長 633nm 感光，光偵測器從距離 LED 兩公分的位置開始量起，先將光偵測器之距離固定，將光偵測器與 LED 正向連線訂為零度，旋轉 LED 每 10 度讀取一次光偵測器上之數據，從 -50 度測量到 +50 度。之後將光偵

測器向後移動兩公分，在距離 LED 四公分的位置重複量測各角度之光強度，以此類推，我們量測 LED 從兩公分到三十公分的各角度光強度，將這些數據經過電腦處理，繪出兩種封裝 LED 之各距離與各角度的光強度等高線分布圖，分別如圖 27 與圖 28

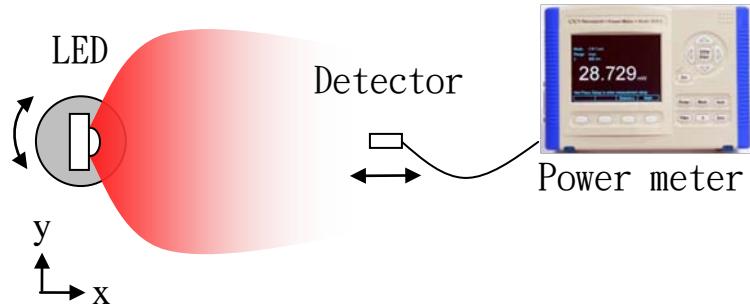


圖 26 測量 LED 強度分布之架構圖

圖 27 及圖 28 之橫軸與縱軸皆代表光偵測器與 LED 在 xy 平面上之距離，單位為公分，此圖為歸一化後的等高線圖，每條線強度相差 0.01。圖 27 代表紅光與白光 LED 模組之光強分布；圖 28 代表 MR-16LED 燈杯光強之分布。

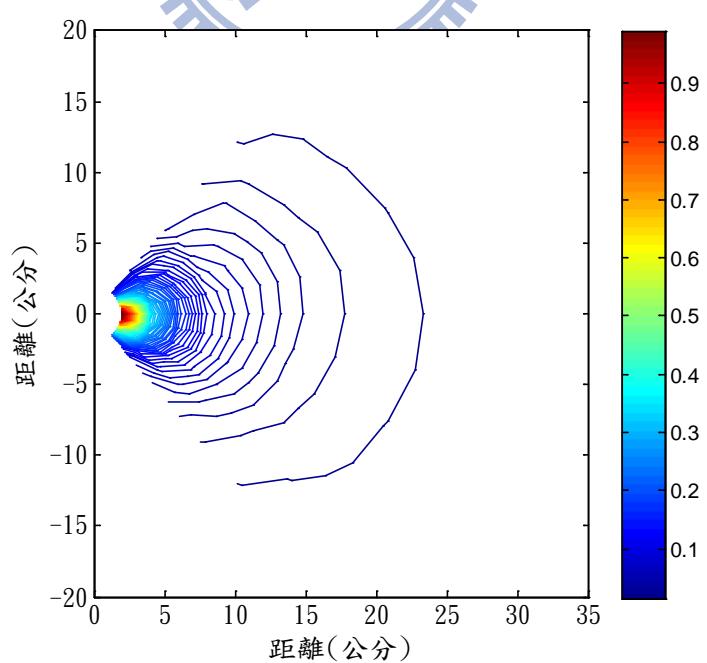


圖 27 紅光與白光 LED 模組光強分布

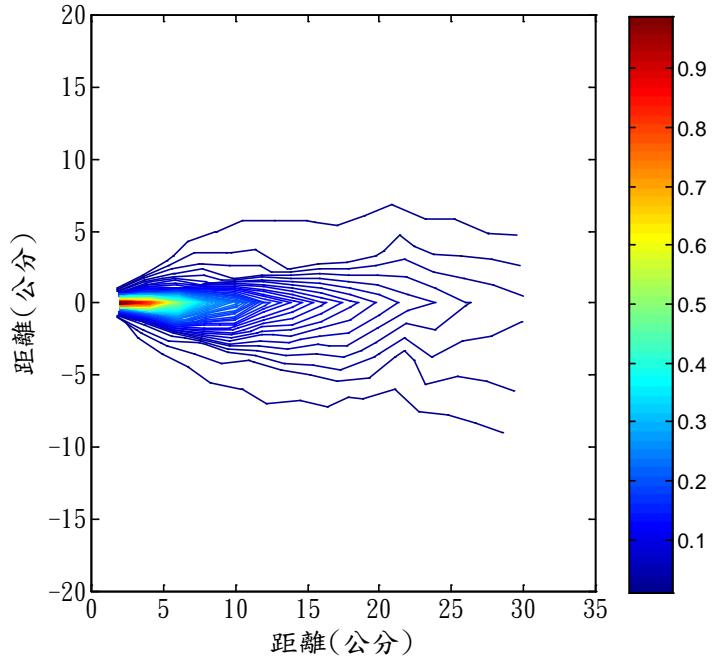


圖 28 MR-16LED 燈杯光強分布圖

拍攝全像片時最常使用點光源或是平行光來當作參考光，而以上兩種 LED 的光源強度分布大致上是向四面八方擴散，並且強度隨著距離衰減。因此我們將這兩種封裝型態的 LED 與理想的點光源做比較。

當雷射光源通過空間濾波器，我們將假設其為一個理想的點光源。理想點光源可表示為

$$E(r) = \frac{A_0}{r} \exp(-ikr) , \quad (44)$$

其中 A_0 為常數， r 為離光源之距離， k 為波數(wavenumber)，

所以點光源之光強度為

$$I(r) = |E(r)|^2 = \frac{|A_0|^2}{r^2} . \quad (45)$$

由(45)式可知，點光源的強度會與距離的平方成反比，用數學軟體 Matlab 繪圖，如圖 29。橫軸與縱軸代表與點光源之距離，單位為公分，此

圖為歸一化後的等高線圖，每條線強度相差 0.01。

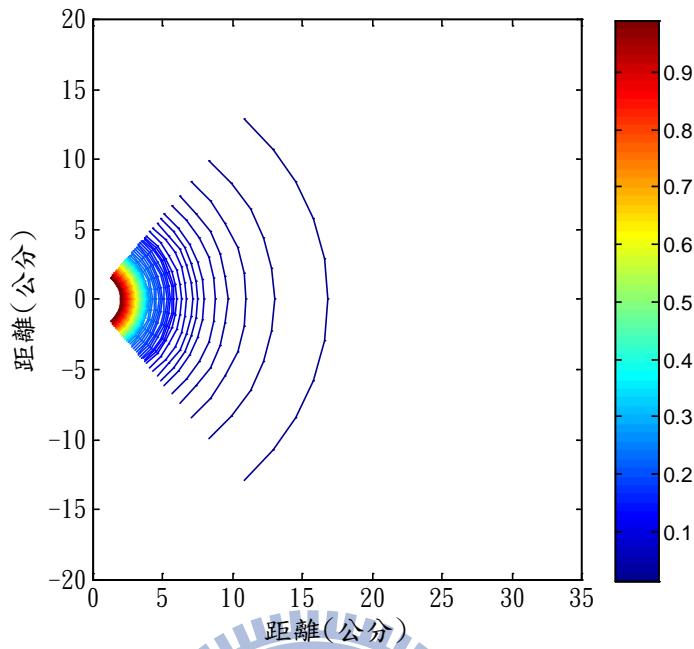


圖 29 理想點光源光強分布圖

與圖 29 的理想點光源比較，LED 模組的光強分布與點光源的光強分布相當接近；MR-16LED 燈杯雖然加了凹面燈杯聚光，光強度比較集中，但是強度分布與點光源差異極大，不過光源正中心處附近的光強度變化，隨著距離增加，其強度分布也會越來越接近點光源之分布。

四、光學實驗

本章將根據前兩章的原理與實驗設備來設計實驗，實驗分成三個部分，第一部分觀察雷射與不同型號 LED 重建全像片的效果，首先，拍攝單道光的 Denisyuk 反射式全像片後，將其分別以雷射、LED 紅光模組、LED 白光模組以及 MR-16 紅光 LED 杯燈來重建。第二部分，將探討參考光與物體光的比例對拍攝全像片影響，拍攝物體選擇反射率差的絨毛驢來拍攝，並提出的近距離打光方法，來比較單道光與兩道光拍攝之全像片差異。第三部分使用透鏡成像和翻拍兩種方法，使重建影像浮在全像片上。

4.1 Denisyuk 全像片之記錄與重建

4.1.1 Denisyuk 全像片記錄

單道光的 Denisyuk 全像片光學架構，如圖 30。本實驗使用 3.1 節之氦氖雷射作為光源，其同調長度為 15 公分，也就是指物體光與參考光的光程差必須控制在 15 公分之內才會記錄到良好的干涉條紋，本實驗是拍攝單道光的反射式全像片，沒有另外對物體打一道光，所以此光程差的限制就是物體本身的厚度。

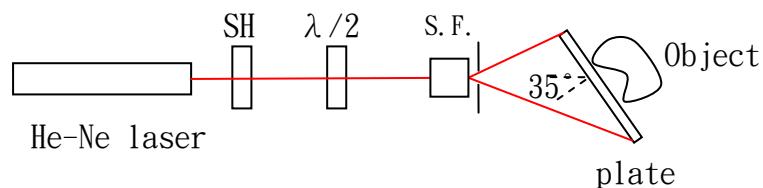


圖 30 Denisyuk 反射式全像片記錄架構

物體選用反射率良好的陶瓷貓，如圖 31，來拍攝，陶瓷貓的大小為高 5 公分、寬 3 公分而其厚度為 3 公分，在容許的光程差範圍之內。在雷射之

後，我們放上了快門(shutter)來用電腦控制曝光時間，並加上了半波板(half-wave plate)，使雷射光偏振態轉成 S 偏振。經過由物鏡和針孔組成的空間濾波器之後，雷射光束形成球面波照射到底片，此實驗空間濾波器與底片相距 15 公分。



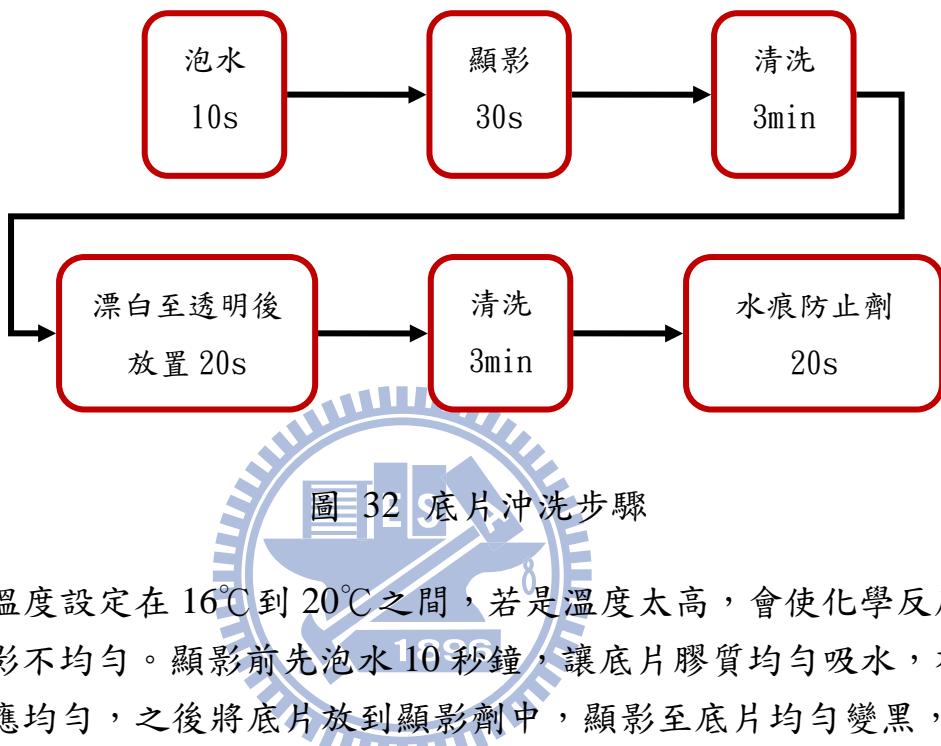
圖 31 拍攝物體—陶瓷貓

底片使用 Slavich 公司所出產的 PFG-03M 底片，我們使用以玻璃為基板，大小皆為 6.3 公分的正方形全像底片，將物體緊貼在底片之後，陶瓷貓的鼻子與左腳幾乎觸碰至底片(未接觸，十分接近，距離 $\approx 1\text{mm}$)。

光學架構配置完成之後，量測入射底片之光強，由此來決定曝光時間，使用光偵測器垂直對準光源，測得光強為 $180\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ，又因底片與光源夾角 35° ，所以入射至底片的參考光光強為 $180\cos(35^\circ)=147\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 。接下來量測物體的反射光，將光偵測器面向物體，在底片的位置上測量，量到光強 $5\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ，此光強為物體光光強，將物體光與參考光光強相加，就可以得知入射底片的總光強為 $152\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 。另外，此底片的敏感度為 $1500\sim2000\mu\text{J}/\text{cm}^2$ ，所以由 2.5 節中(37)式 可估計曝光時間，我們取敏感度之中間值 $1750\mu\text{J}/\text{cm}^2$ 來計算，可得曝光時間為 11.5 秒。

將空調關閉，並在曝光前設定一段穩定時間，使拍攝環境穩定沒有任何擾動，以確保全像片記錄的條紋清晰度，之後使用 Labview 控制快門的開關時間，完成底片曝光。

底片曝光完，準備顯影與漂白藥劑，讓干涉條紋確實記錄在底片上。本實驗使用 JD-4 沖洗藥劑組，其配方與原理在第二章有詳細說明，將 A 劑與 B 劑以 1:1 之比例混合成顯影劑，準備六個淺盤來盛放藥水，兩個淺盤分別倒入顯影劑與漂白劑，另三個淺盤皆倒入去離子水，最後一個淺盤則倒入洗底片專用的水痕防止劑，清洗的順序如圖 32 所示。



沖洗溫度設定在 16°C 到 20°C 之間，若是溫度太高，會使化學反應太迅速，讓顯影不均勻。顯影前先泡水 10 秒鐘，讓底片膠質均勻吸水，有助於顯影時反應均勻，之後將底片放到顯影劑中，顯影至底片均勻變黑，大約是 30 秒，顯影時間會隨顯影劑溫度以及顯影劑之氧化程度有微幅差異，若是顯影太久，會使顯影劑對沒曝光的鹵化銀產生還原反應，使影像模糊，像是有層薄霧(fogging)在上面一樣。顯影過後，將底片放入去離子水中清洗，清洗三分鐘，把顯影劑清洗乾淨。接下來是漂白的步驟，將底片放入漂白劑中，將其漂白至透明後放置 20 秒鐘，之後再放入去離子水中清洗三分鐘，將漂白劑洗去。在底片陰乾時，若是有水痕留在底片上，則會影響觀賞的影像，所以將漂白劑清洗乾淨之後，我們會將底片放入水痕防止劑中，降低水的表面張力，使底片上不會有水珠形成，陰乾後也不會造成水痕。

4.1.2 Denisyuk 全像片重建

拍攝完成的全像片是一片透明的玻璃，直接觀賞是看不到影像的，我們必須用重建光去照射全像片，才可以看到重建的影像。當重建光與參考

光相同時，可以得到最理想的重建影像。我們拍攝時，是在離底片 15 公分處，使用雷射光做成的點光源當作參考光，重建時，我們將重建光源從 10 公分移動到 30 公分，並將相機放在 15 公分處取像，得到重建圖形如表 5、表 6、表 7 以及表 8。表 5 是使用雷射光距離底片不同位置所重建出來的圖形。從 3.2 節中的理想點光源光強模擬圖可以知道，點光源的光強與距離平方成反比，隨著距離越遠，入射光的光強就越低，重建出來的繞射影像也就不清楚。另外，因為雷射光是同調性十分良好的光源，打在散射面上的繞射光會因為干涉而產生光斑(speckle)的現象，表 5 貓身上細微的小點就是光斑。

為了降低光斑的產生，我們可以使用同調性較差的 LED 來重建全像片，使用 3.2 節所測量的紅光 LED 模組、白光 LED 模組以及 MR-16 紅光 LED 杯燈來重建全像片，其結果分別如表 6、表 7 及表 8。

在 3.2 節中，我們有量測 LED 模組與 MR-16 LED 杯燈的光強分布，從圖 27 之分布中可以看到 LED 模組的光強分布曲線與理想點光源十分接近，所以紅光 LED 模組與白光 LED 模組重建的影像都很清晰，如表 6 與表 7，也與原物體十分接近，並且因為 LED 是非同調光源，所以重建影像沒有光斑的現象，影像品質十分清晰。

MR-16 紅光 LED 杯燈因為有聚光杯將光線匯聚，使得光強分布與點光源差異較大，距離光源近時，等高線光強在空間上的分布呈現尖狀分布；距離光源遠時，等高線光強在空間上的分布才較為圓滑，如圖 28。使用 MR-16 紅光 LED 杯燈當重建光源，重建影像如表 8。由圖中可以觀察到，當光源離全像片距離近時，因為重建光強分布與記錄時光源的光強分布相差很多，所以影像是模糊的，不過因為貓的鼻子與左腳距離底片非常近，因此相較之下較清楚；隨著距離增加，重建光源的強度分布曲線較圓滑，與點光源的曲線分布也較接近，使得重建影像的品質也越來越清晰。

表 5 雷射光重建之實驗結果

影像					
重建光位置	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm

表 6 紅光 LED 模組重建之實驗結果

影像					
重建光位置	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm

表 7 白光 LED 模組重建之實驗結果

影像					
重建光位置	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm

表 8 MR-16LED 燈杯重建之實驗結果

影像					
重建光位置	10cm	15cm	20cm	25cm	30cm

另外，我們可以分別觀察紅光 LED 模組與白光 LED 模組的繞射強度。LED 模組的強度分布都十分趨近點光源，所以重建出來的影像品質都十分良好。但是，紅光 LED 重建出來的繞射影像強度明顯比白光 LED 重建出來的影像強，在 3.2 節中對 LED 的頻譜量測就可以解釋此現象，紅光 LED 的頻譜大部分都在雷射波長 633nm 附近，換句話說，就是整顆 LED 大部分的光都可以被繞射出來；而白光 LED 的頻譜主要是由藍光 LED 加上黃色螢光粉所組成的，使得 633nm 附近波長的光強只占整顆 LED 發光光強的一小部分，因此繞射出來的光也就比較弱。

從此實驗中，我們可以知道，重建光源與參考光源越相似時，重建影像的品質就會越好。使用 LED 模組來重建全像片，因為此 LED 的強度分布與理想點光源十分相近，所以可以得到很清晰的重建影像，另外，使用 LED 光源來重建全像片，不但攜帶展示方便、普及性高，更可以解決使用雷射同調光源產生的光斑問題，提升影像品質。在 MR-16 紅光 LED 杯燈中，我們可以觀察到，LED 光源的強度分布越接近拍攝時的點光源時，重建影像的品質就會越好，而且即使在重建光與拍攝時之參考光差異很大時，越接近底片的物體，重建出來的影像也會比較不受重建光的影響，所以物體越接近底片，也可以讓重建影像品質提升。

4.2全像片之改良實驗

干涉條紋之明視度除了會被同調長度影響，也會受兩道光的強度影響。將(3)改寫成較簡單的形式，如(46)式

$$I = A_r^2 + A_o^2 + 2A_rA_o \cos(\Phi - \Psi) , \quad (46)$$

其中 A_r 與 A_o 分別為參考光和物體光的振幅， Φ 與 Ψ 分別為參考光與物體光之相位。由(46)式可知，若參考光與物體光為同調光，則 $\Phi - \Psi$ 就是一個定值，因此干涉條紋的最亮與最暗會發生在 $\cos(\Phi - \Psi) = \pm 1$ 時。當參考光與物體光相位差為零或 2π 的整數倍時，我們可以得到亮紋 $I_{\max} = A_r^2 + A_o^2 + 2A_rA_o$ ；而當相位差為 π 時，兩道光為破壞性干涉，得到暗紋 $I_{\min} = A_r^2 + A_o^2 - 2A_rA_o$ 。

$2A_rA_o$ 。將 I_{\max} 與 I_{\min} 代入式(43)，得到明視度為

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2A_rA_o}{A_r^2 + A_o^2} = 2 \frac{\sqrt{\frac{I_r}{I_o}}}{1 + \frac{I_r}{I_o}} \quad (47)$$

其中 I_r 為參考光的光強度，而 I_o 為物體光的光強度。由(47)式可以知道，當 $\frac{I_r}{I_o} = 1$ 時，明視度最高，條紋的對比度最好，但因為物體光是物體反射的光，反射光的光強度會因為物體表面反射率、照明光源角度與距離等因素的不同，使得物體光入射至底片各處的光強度並不是均勻的定值，所以我們在拍攝一般物體時，只能控制參考光與物體光的比值在 1 附近。又因為物體光的反射光會自干涉，產生內部調變(Intermodulation)，使雜訊產生且會使記錄過程落入底片的非線性區，為了避免此現象的產生，對於一般物體，參考光與物體光的比例必須大於 1。通常，拍攝反射式全像片參考光的光強度比上物體光的光強度大致選在 1.5:1 與 3:1 之間[14]。

對於單道光的 Denisyuk 全像片來說，沒辦法調整物體光的光強度，只能由物體本身的反射率來決定，若是使用表面反射率高的東西當物體，例如：金屬、陶瓷、石膏等，拍攝出來的效果清晰；若是拍攝物體的表面反射率不高，例如：布、絨毛玩具等，拍攝出來的對比度就不好。因此，為了要拍攝出高對比度的影像，可以採用兩道光的反射式全像片拍攝方法，一道光當作參考光，另一道照射物體，其反射光當作物體光，藉此調整兩道光的比例，來達到高對比的干涉條紋。

4.2.1 物體光的打光方式

一般 Denisyuk 全像片的展示方式習慣在全像片上方以重建光照明，因此重建光之反射光就不會因人左右移動，直射入觀賞者眼睛而影響觀賞效果，如圖 33 所示。

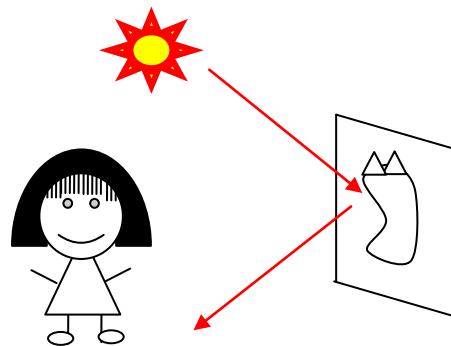


圖 33 Denisyuk 全像片展示示意圖

因為重建光是從全像片的頂端入射，所以在拍攝物體時，物體也應從頂端打光，這樣光影的變化才不會有不一致的感覺。

在攝影打光技巧中，從正面打光，打光主燈主要分成平行光、半側光、正側光、正頂光、正底光[15]，如表 9 所示：

表 9 打光方式[15]



平行光	半側光	正側光	正頂光	正底光

平行光是從物體的正前方打光，可以充分描述物體的輪廓，但光影反差低，無法製造強烈立體感、半側光是在物體側邊 45° 打光，光線自然而富有立體感，正側光、正頂光與正底光分別是從物體側邊 90° 、上方 90° 與底部 90° 打光，立體感最強烈，但嚴重的陰影也會使部分物體輪廓看不清楚。綜合以上打光方法，在拍攝全像片時，我們選用半頂光的方式來對物體打光，即在物體頂端大約 45° 角方向打光，不但輪廓清晰並且立體感豐富。

為了讓全像片干涉條紋的對比度提高，需要調整參考光與物體光的比例，所以應該讓參考光與物體光分為兩道，在拍攝時可以獨立調整參考光與物體光的光強度。圖 34 為反射式全像片參考光與物體光打光的示意圖，圖 34(a)為一般 Denisyuk 單道光拍攝，可以讓物體與底片的距離非常靠近，並且將物體的正面正對底片，不過此種方法只用一道光做記錄，無法調整光強度的比例，若是拍攝表面反光率低的物體，會使拍出來的影像對比度降低；圖 34(b)對物體另外打一道照射光，物體的反射光稱為物體光，為了讓照射光只照射物體，不照射到底片，我們必須將物體與底片之距離拉遠。使用兩道光拍攝全像片，可以藉由調整照射光的強度來得到不同強度的物體光，由此調整參考光與物體光的光強比例。但是，為了維持物體打光的角度，物體與底片的距離就必須拉遠，若是將物體旋轉一個小角度，照射光對物體的照射角度不變，但光線可斜角切入底片與物體之間，並且只照射到物體，不會照射到底片，如圖 34(c)，由此可以拉近物體與底片的距離。

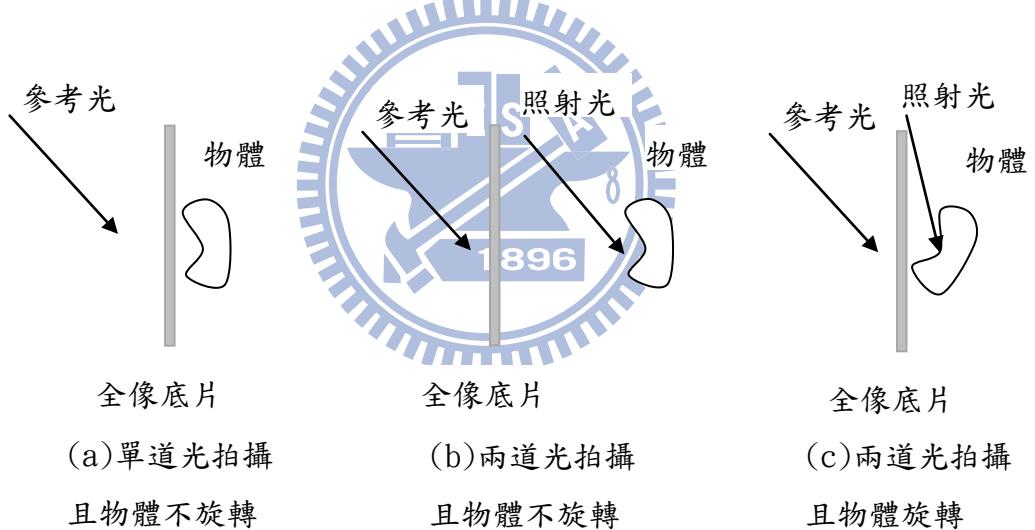


圖 34 反射式全像片打光示意圖

物體與底片之間的距離會與重建影像的變形以及物體解析度有關，由(31)式與(32)式可以知道，當物距越小時，重建影像的橫向與縱向放大率越接近於1，也就是重建出來的像與原始物體越相近；而物體與底片的距離對解析度的關係，我們可用空間頻率的觀念來解釋，如圖 35。 h_p 代表底片的長度、 o 代表物體的長度、 z 代表物體到底片的距離、 α 為物體最邊緣到底片另一邊緣之夾角，虛線則是代表波前。

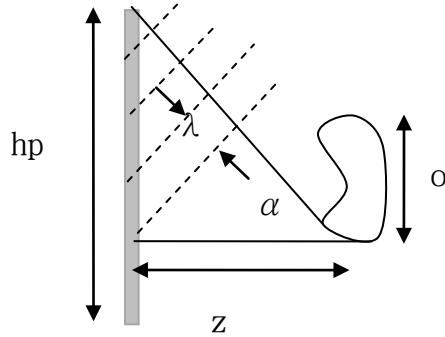


圖 35 物體與底片距離對解析度之關係

物體的最大空間頻率可以表示為 $u_{max} = \frac{1}{\Lambda} = \frac{\lambda}{\sin \alpha}$ ，其單位為 lines/mm，也可以代表物體到底片上的最高解析度。由圖 35 中的幾何關係與在近軸近似的假設下可以知道

$$\tan \alpha_{max} = \frac{\frac{h_p}{2} + \frac{o}{2}}{z} = \lambda u_{max} \quad (48)$$

整理之後，可以得到

$$u_{max} = \frac{1}{\lambda} \frac{h_p + o}{2z} \quad (49)$$

由(49)式可以知道，當物體距離底片越近時， u_{max} 越大，亦即可以記錄在底片上的物體解析度會越高，記錄的圖案會越清晰。

綜合以上的理由，我們會希望物體離底片的距離是越近越好，由圖 34 我們可以知道，若是將物體旋轉一個角度，對物體打光照射時，物體與底片的距離就可以縮小。以下我們將進一步討論，以期更了解照射光的型態和物體與底片距離的關係。

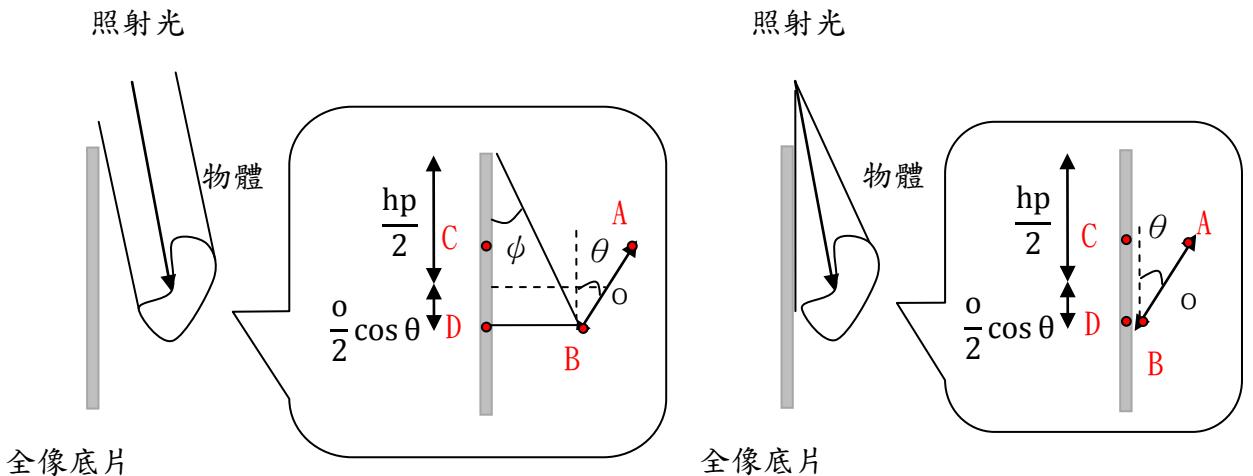


圖 36 照射光的型態和物體與底片距離的關係圖

我們分別考慮使用平行光與點光源照射物體的案例，如圖 36， hp 代表底片的長度、 o 代表物體的長度，物體與底片中心在同一直線上，假設將物體以中心旋轉 θ ，照射光線之光軸與底片側邊夾角為 ψ ， A 、 B 兩點分別為物體正面寬度之兩邊頂點， C 、 D 分別為 A 、 B 兩點在底片上的投影。圖 36 中的左圖，是用平行光照射物體，照射光邊緣的角度與光軸相同，為了避免光線照射到底片，必須將由幾何關係可以知道， B 點與底片的距離為

$$\overline{BD} = \left(\frac{hp}{2} + \frac{o}{2} \cos \theta \right) \tan \phi \quad (50)$$

物體另一側與底片之距離為

$$\overline{AC} = \left(\frac{hp}{2} + \frac{o}{2} \cos \theta \right) \tan \phi + o \sin \theta \quad (51)$$

當使用點光源去照射物體，如圖 36 中的右圖，我們將光線的邊緣與底片平行，可以拉近物體與底片之距離，使 $\overline{BD} = 0$ ，讓物體與底片之距離最遠為

$$\overline{AC} = o \sin \theta \quad (52)$$

因此可以知道，使用點光源去照射物體，可以縮短物體到底片間的距離。

不過因為點光源會隨著距離擴散，光強隨著距離變化衰減很快，容易造成打光不均勻，所以在不影響底片與物體距離的方向，我們還是選用平行光來打光以維持光強度的均勻。我們將平行光通過柱狀透鏡來聚焦打光，如圖 37，柱狀透鏡只有在 x-z 平面上有聚焦的作用，在 y 方向依然維持平行光的特性，在 x-z 平面上聚焦後擴散的特性，類似點光源的擴散，利用此特點打光可以拉近物體與底片之距離；而 y 方向平行光不擴散的特性，又可以讓物體 y 方向的打光均勻。

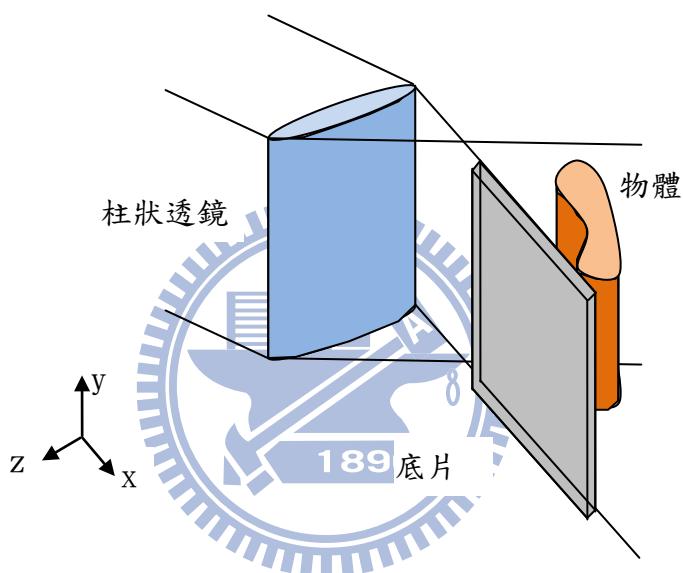


圖 37 使用柱狀透鏡聚焦打光

4.2.2 全像片之改良實驗

本節實驗使用 4.2.1 所提出的近距離打光方法，來拍攝兩道光的反射式全像片，並驗證兩道光記錄的全像片影像對比度會比一道光記錄的好。物體選用表面反射率差的絨毛玩具一驢子來拍攝，圖 38。

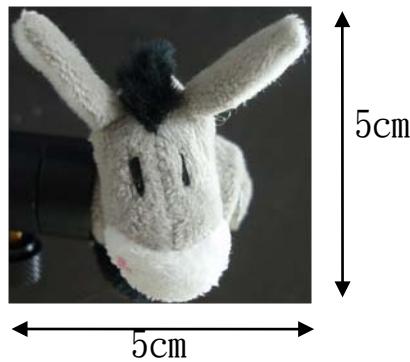


圖 38 實驗二拍攝物體—驢子

一道光的記錄方式如同 4.1 節的架構圖，圖 30；兩道光的記錄方式，如圖 39，使用柱狀透鏡(Cylindrical lens)聚焦打光。

圖 39 中的 SH 代表快門，控制曝光時間。M1 到 M5 皆為反射鏡，利用反射鏡來達到兩道光之光程差為零。PBS 代表偏振分光鏡，將光束分成 S 偏振與 P 偏振。 $\lambda/2$ 代表半波板，第一片半波板用來控制兩道光的光強，第二片半波板則是用來將 P 偏振轉成 S 偏振態。S.F. 代表空間濾波器而 C.L. 則代表柱狀透鏡用來聚焦對物體打光，柱狀透鏡的焦距為 10 公分。我們將物體旋轉 15° ，讓此物體能被打光均勻，物體表面與底片最遠距離為 $5 \sin 15^\circ \approx 1.3(\text{cm})$ 。

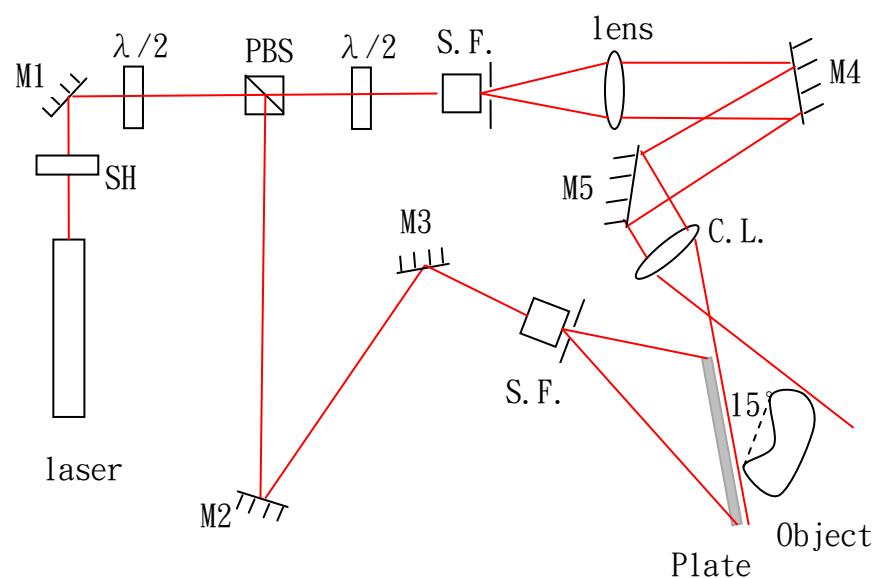


圖 39 兩道光反射式全像片拍攝架構

實驗測量的光強與曝光時間如表 10，曝光時間的算法如同實驗一

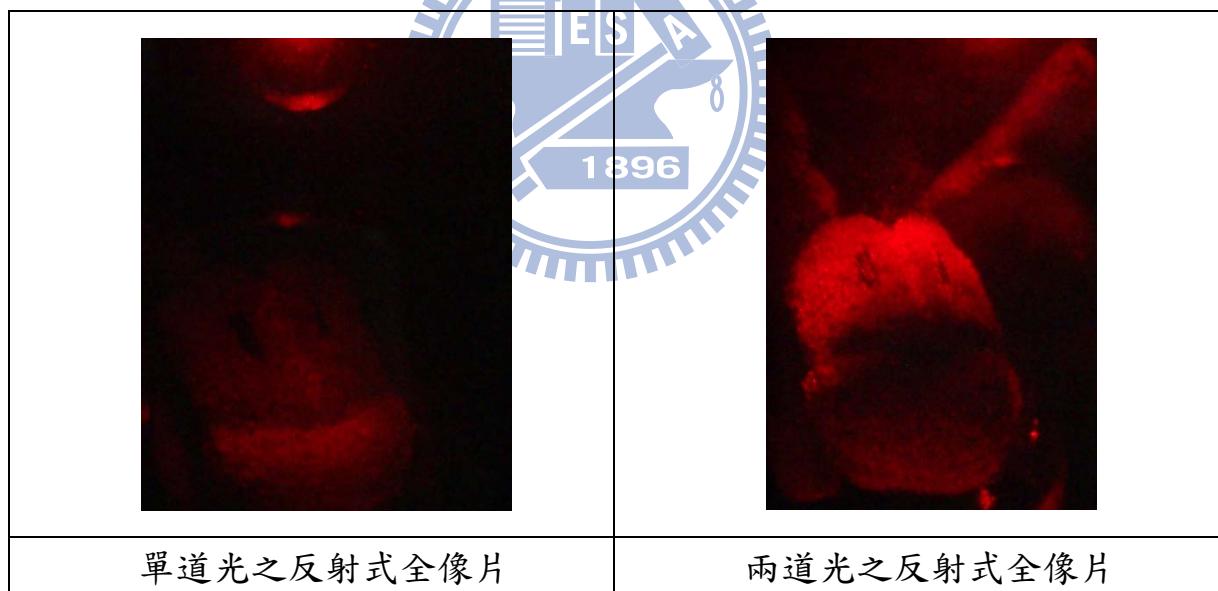
表 10 測量光強與曝光時間表

	參考光(μW)	物體光(μW)	曝光時間(s)
單道光	98.3	2	17.5
兩道光	7.3	7	121.5

拍攝完後，沖洗底片的步驟如同圖 32 的底片沖洗流程圖。沖洗完後，平放陰乾，全像片就製作完成了。

使用雷射光重建全像片，重建影像結果如表 11。

表 11 一道光與兩道光反射式全像片之重建影像



由重建結果可以很清楚的觀察到兩道光的對比度比單道光的好很多，但是也可以看到單道光的物體打光分布在驢子的嘴巴部分；而兩道光的物體打光，光線則在驢子頭部較強。這可用圖 40 來說明，圖 40(a)中，是由參考光透射底片後才對物體打光，若是物體放置在底片中間，則參考光之光軸會交在物體的底部，使得驢子的嘴巴物體光強度比較強；圖 40(b)中，照射光為球面波，光強度會隨著距離衰減，由於物體的上半部較接近照射

光源，所以驢子頭部的物體光較強。

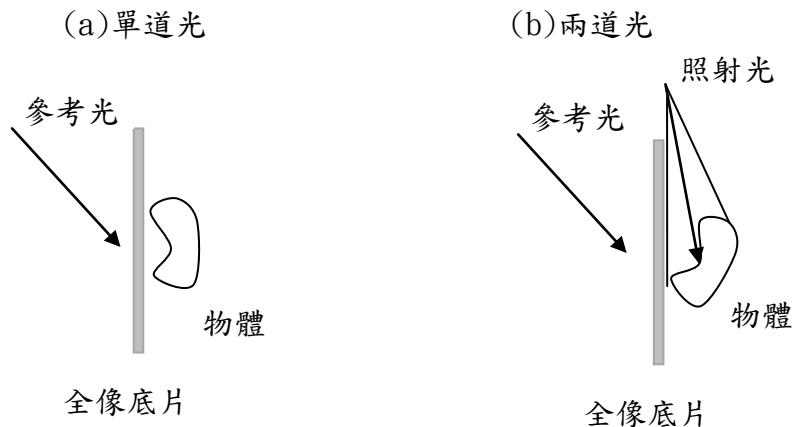


圖 40 打光光源光軸與拍攝架構示意圖

由此實驗可以了解，參考光與物體光的比例會對重建影像的對比度有很大的影響，所以在拍攝反射式全像片時，為了拍攝高對比度的影像，應該另外打物體光，以調整參考光與物體光的比例。另外，使用柱狀透鏡聚光來對物體打光，在物體與底片之共同平面上，應採用球面波打光，讓物體與底片之距離可以拉近，以增加物體的解析度並且減少重建光源不匹配所造成的變形；在另一平面上，柱狀透鏡沒有曲率的變化，因此光場分布為一平面波，這可以使在此平面方向上的打光強度均勻。在物體與底片之共同平面上，球面波的光場分布會使得接近光源的物體光較強，遠離光源的物體光較弱，若是物體需要各方向皆均勻打光時，則應該考慮多加一道光，使用三道光或是多道光來拍攝全像片，對物體打光不均勻處補光。

4.3 漂浮全像片實驗

一般 Denisyuk 全像片是將物體放置在底片後拍攝，重建時，使用與參考光相同的光源重建，可以看到影像繞射出來，繞射出來的虛像在底片後面，與拍攝時原物體具有相同的光場分布，稱之為正像(orthoscopic image)；若使用共軛的參考光重建，則會繞射出共軛實像，實像在底片前匯聚成像，共軛像與原物體在軸向的位置變化方向相反，稱為膺像(pseudoscopic image)，此種影像的景深變化方向與原物相反，看起來不自然且眼睛會不舒服。

為了讓繞射影像浮在全像片上，我們使用兩種方法來達到此效果。第一種是將物體使用透鏡成像，讓影像成像位置在全像片之前；第二種方法是將全像片翻拍，形成兩次膺像，兩次膺像的光場分布就會與原物體相同，成為浮在全像片前的正像，以下兩小節將設計並實作兩種漂浮全像片的實驗。

4.3.1 透鏡成像

選用 4.1 節所使用的陶瓷貓作為拍攝物體，拍攝架構如圖 41。

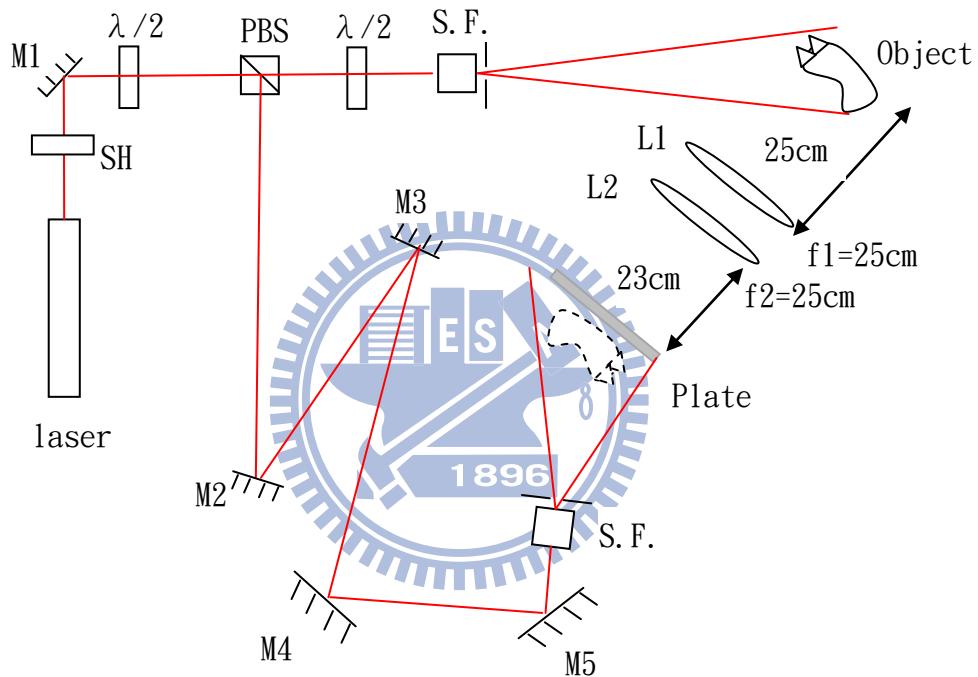


圖 41 透鏡成像之漂浮全像片拍攝架構圖

SH 為快門，控制曝光時間。M1 至 M5 皆為反射鏡，用來反射光路，使參考光與物體光的光程差為零，第一片的半波板($\lambda/2$)用來調整參考光與物體光之光強比，在經過 PBS 分光後，分成兩道光，在直進的 P 偏振光路上，再加上一片半波板($\lambda/2$)，將偏振轉成 S 偏振，以增加干涉強度。

照射物體的光經過空間濾波器擴束後，照射到陶瓷貓，在其反射之物體光的方向分別放上焦距皆為 25 公分的透鏡 L1 及 L2，成像公式如(53)式

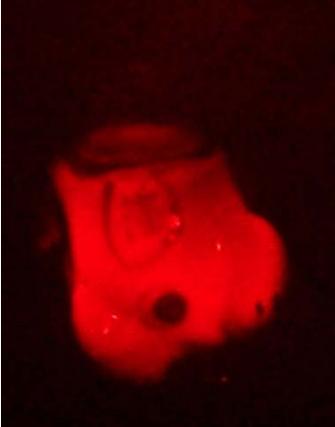
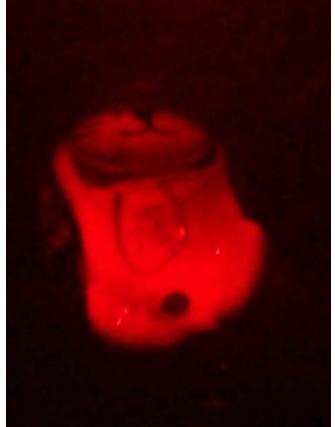
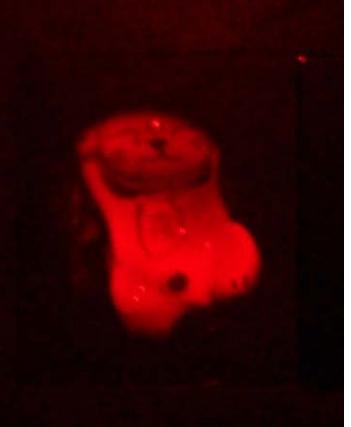
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (53)$$

其中 p 為物距， q 為像距， f 為透鏡焦距。由(53)式可以知道物體經過第一面透鏡 L_1 ， $p_1=25\text{cm}$ ， $f_1=25\text{cm}$ ，可求得 $q_1=\infty$ ，成像在無窮遠處。在透鏡 L_1 後放上焦距相同為 25cm 的透鏡 L_2 ，代入成像公式(53)式， $p_2=q_1=\infty$ ， $f_2=25\text{cm}$ ，因此 $q_2=25\text{cm}$ ，可在透鏡 L_2 後 25 公分處得到物體所成的實像，並且其放大率為 1 ，是一個與原物體相同的實像。在透鏡後 23cm 處放上全像底片，使清楚成像面在全像底片前 2cm 處成像。另外一道光，經由空間濾波器擴束成點光源分布之光場，做為參考光源，空間濾波器大約放置在底片前 15cm 處，即參考光為點光源，在 15cm 處照射全像底片。

使用光功率計(Power meter)來測量參考光與物體光的光強，本實驗測量時，參考光的光強為 $7\mu\text{W}$ ，物體光的光強為 $4\mu\text{W}$ ，總光強為 $11\mu\text{W}$ ，代入(37)式，可得曝光時間大約為 160 秒。沖洗全像底片之流程如圖 32 所示，沖洗完成後陰乾，就完成全像片之拍攝。

使用 LED 紅光模組在全像片 15 公分處重建影像，相機定位在影像中心，移動相機，從距離 15cm 到 40cm ，每隔 5cm 取一張相片，重建結果如表 12，

表 12 透鏡成像實驗結果

影像			
觀賞位置	15cm	20cm	25cm

影像			
觀賞位置	30cm	35cm	40cm

從表 12 可以看到，隨著觀賞距離增加，可看到影像的範圍會變大，也就是可以看到較完整的影像。

可視影像之大小被透鏡收光的孔徑與物體和透鏡間之距離限制，我們定義在光軸上可看到全部影像之距離為可視距離 x ，示意圖如圖 42

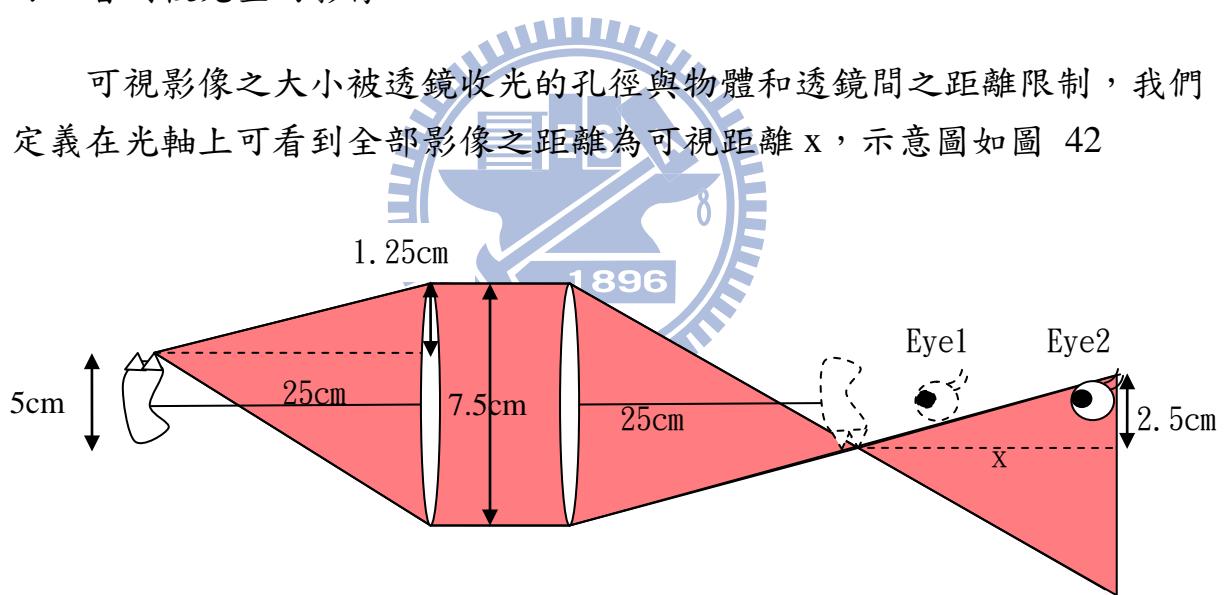


圖 42 透鏡成像與可視距離示意圖

拍攝物體高度為 5cm，使用的兩個成像透鏡孔徑為 7.5cm，物體距離透鏡 25cm，在圖 42 中紅色的區域代表貓咪耳朵所發出的光線，眼睛在光軸上前後移動，若是在 eye1 的位置，眼睛沒有接收到貓咪耳朵的光線，所以看不到耳朵的影像，若是在 Eye2 的位置，眼睛會接收到耳朵所發出的光，因此看得到貓咪的耳朵。

因為眼睛在光軸上移動觀賞，所以貓咪耳朵的光線必須發散至光軸，眼睛才能看到貓咪耳朵的影像。因為上下對稱，可以從圖 42 的虛線相似三角形中，可估計出在多遠處可以看到完整的貓咪影像。設距離 x 處可看到完整的貓咪影像，由相似三角形，我們可以知道可視距離 $x=25/1.25*2.5=50$ ，因此可以知道大約在 50 公分處可以看到完整的貓咪影像。

另外，以成像透鏡之 f-number 來說明可視角的概念，如圖 43，

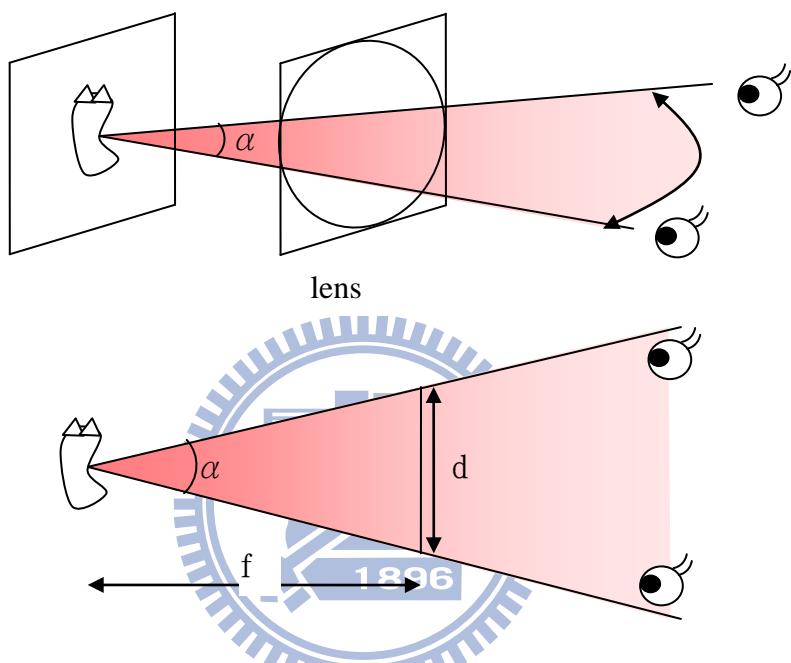


圖 43 f-number 與可視角

一般定義透鏡的 f-number(N)為透鏡焦距(f)對透鏡孔徑大小(d)之比例，即

$$N=f/d, \text{ 透鏡孔徑與焦距限制了可視角的大小, } \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2f} = \frac{1}{2N}$$

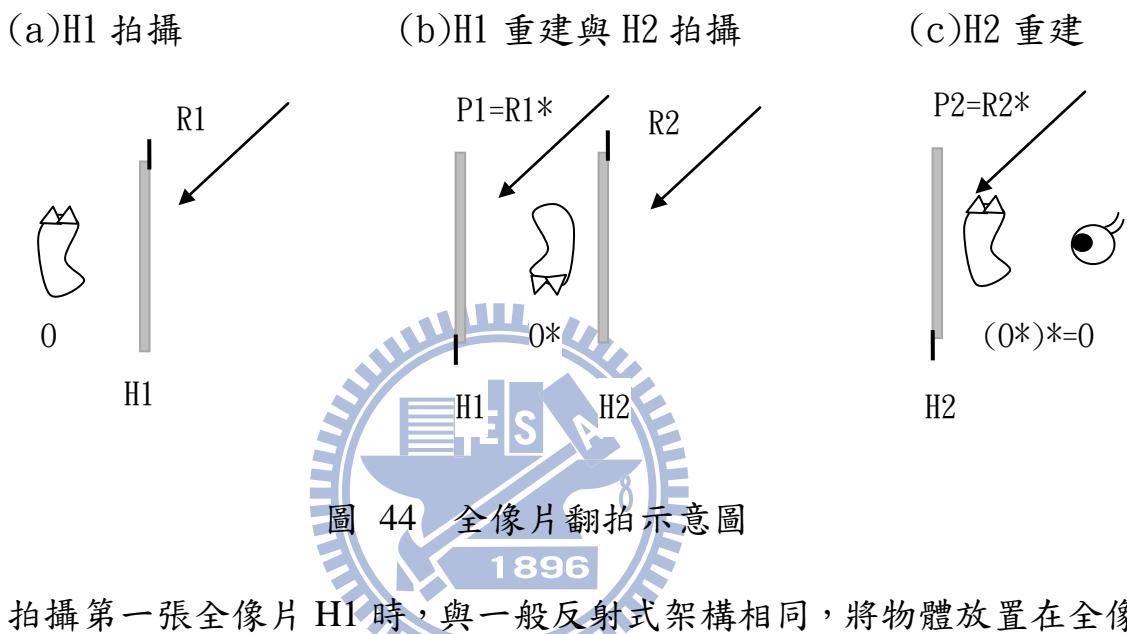
透鏡孔徑為 $d=7.5\text{cm}$ ，透鏡焦距 $f=25\text{cm}$ ，由此可得知，使用透鏡成像的可視角 α 為 17° ，因此如果想要增加可視角，就必須選用 f-number 小的透鏡成像。

4.3.2 翻拍全像片

由透鏡成像拍攝出來的影像漂浮全像片，其可視物體全貌之距離會受到透鏡孔徑與透鏡和物體的距離影響，另外，經由透鏡成像，還會有像差

影響影像的品質，因此我們在本節中，將成像透鏡系統換成全像片，來改善透鏡 f-number 的限制，並減少成像的像差變形。

全像片的翻拍概念由圖 44 所示， H_1 與 H_2 分別代表第一張全像片與第二張全像片， R_1 和 R_2 分別代表第一張全像片記錄時所使用的參考光與第二張全像片記錄時所使用的參考光， P_1 與 P_2 則分別代表第一張全像片的重建光及第二張全像片的重建光， O 代表物體， $*$ 則是光場的共軛符號。



拍攝第一張全像片 H_1 時，與一般反射式架構相同，將物體放置在全像片之後，並在全像片的另一側入射參考光 R_1 ，如圖 44(a)，完成 H_1 的拍攝。之後再使用共軛參考光重建 H_1 全像片，可以使用同一道光路，將全像片翻轉，則對 H_1 全像片來說，原先 R_1 方向來的光，就是共軛的參考光 R_1^* ，使用共軛光重建全像片，會繞射出共軛的物體光，如 2.2 節中的(22)式所示，將第二張全像片放置在共軛實像之後，在 H_2 的另一側入射參考光 R_2 ，如圖 44(b)所示，完成 H_2 的拍攝。以共軛參考光 R_2^* 重建第二張全像片 H_2 ，繞射出共軛物體光的共軛光場，也就是與原物相同的物體光場，並且此物體光場在第二張全像片前匯聚成實像，亦即完成漂浮實像全像片之製作。

第一張全像片 H_1 的拍攝架構如圖 45，由於重建時，我們要避開重建光的反射光，只取繞射的共軛實像作為第二次拍攝的物體光，所以在拍攝 H_1 時，參考光必須大角度的入射全像片，並且物體也需要離全像片一段距離，本實驗將物體與全像片 H_1 之距離訂為 7cm。

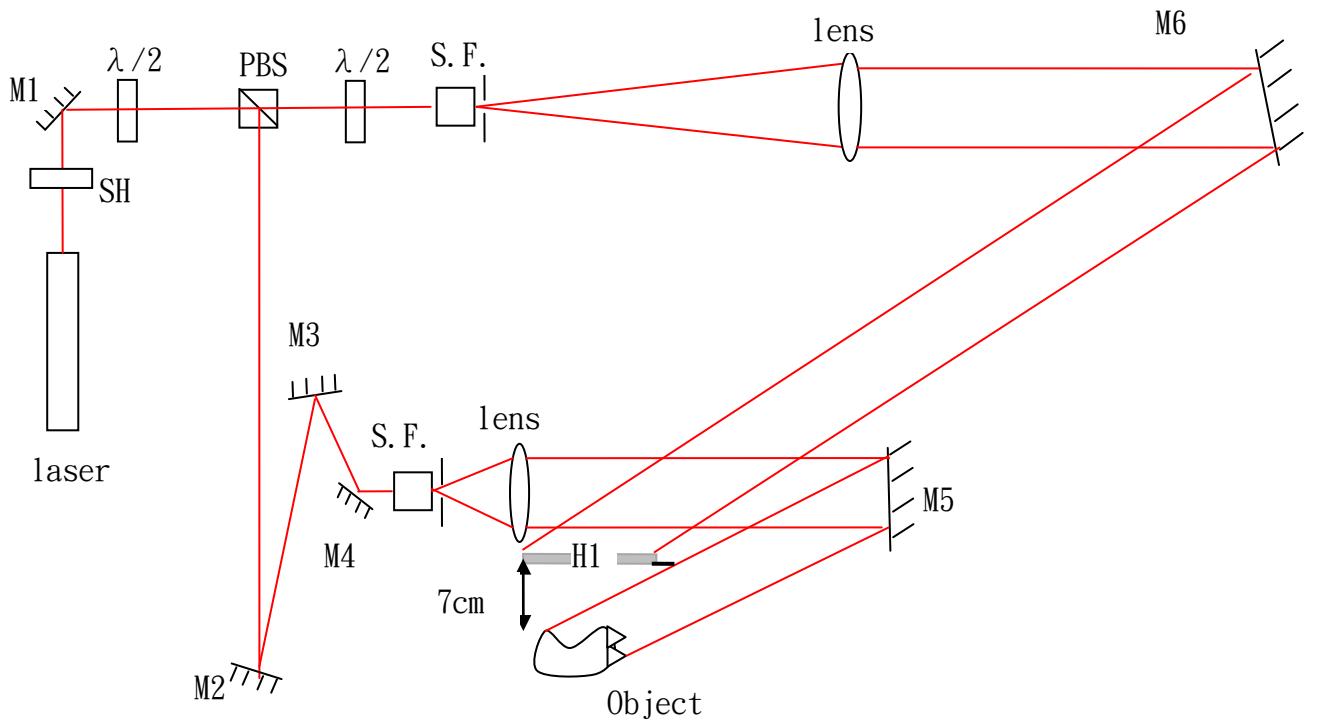


圖 45 第一張全像片 H1 之拍攝架構

在圖 45 中，SH 為快門，M1 到 M6 為反射鏡，PBS 為偏振分光器，S.F. 為空間濾波器。因為物體距離底片 7cm，距離夠遠，並且為了打光亮度均勻，我們採用平行光來對物體打光，而參考光的部分，為了方便翻拍時，需要用共軛光來重建，所以我們使用平行光來做為參考光，在翻拍時，只要將底片翻轉，就相當於入射共軛參考光重建。使用光偵測器測量參考光與物體光的光強，參考光的光強為 $10\mu\text{W}$ ，物體光的光強為 $3\mu\text{W}$ ，曝光時間由(37)式可知，曝光 134 秒。沖洗全像片的步驟如圖 32，沖洗完後陰乾就完成 H1 的拍攝。

圖 46 為第一張全像片 H1 以共軛參考光重建的結果，在距離全像片 7cm 的紙屏上可以看到清楚的成像面，此為共軛實像。

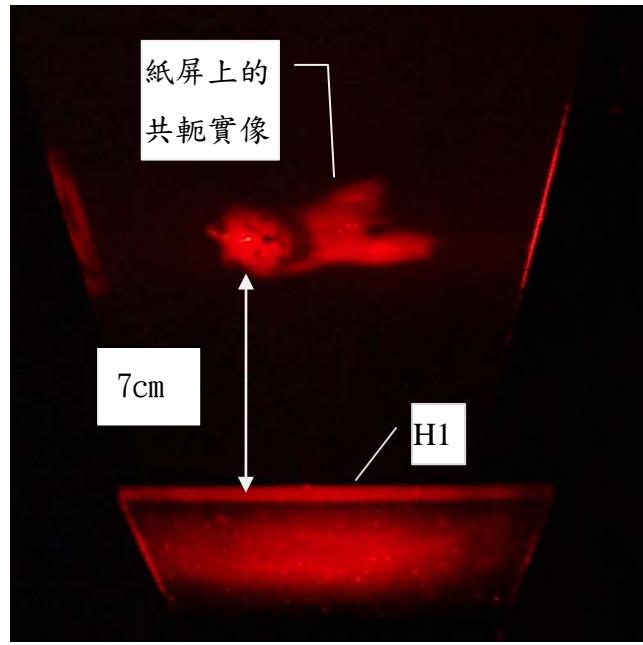


圖 46 第一張全像片 H1 之重驗共軛實像

圖 47 為第二張全像片 H2 的拍攝架構圖，將第一張全像片 H1 翻面，使用共軛參考光去重建全像片，可以在大約 7cm 處得到共軛實像，在距離第一張全像片 9cm 處放上第二張全像片 H2。

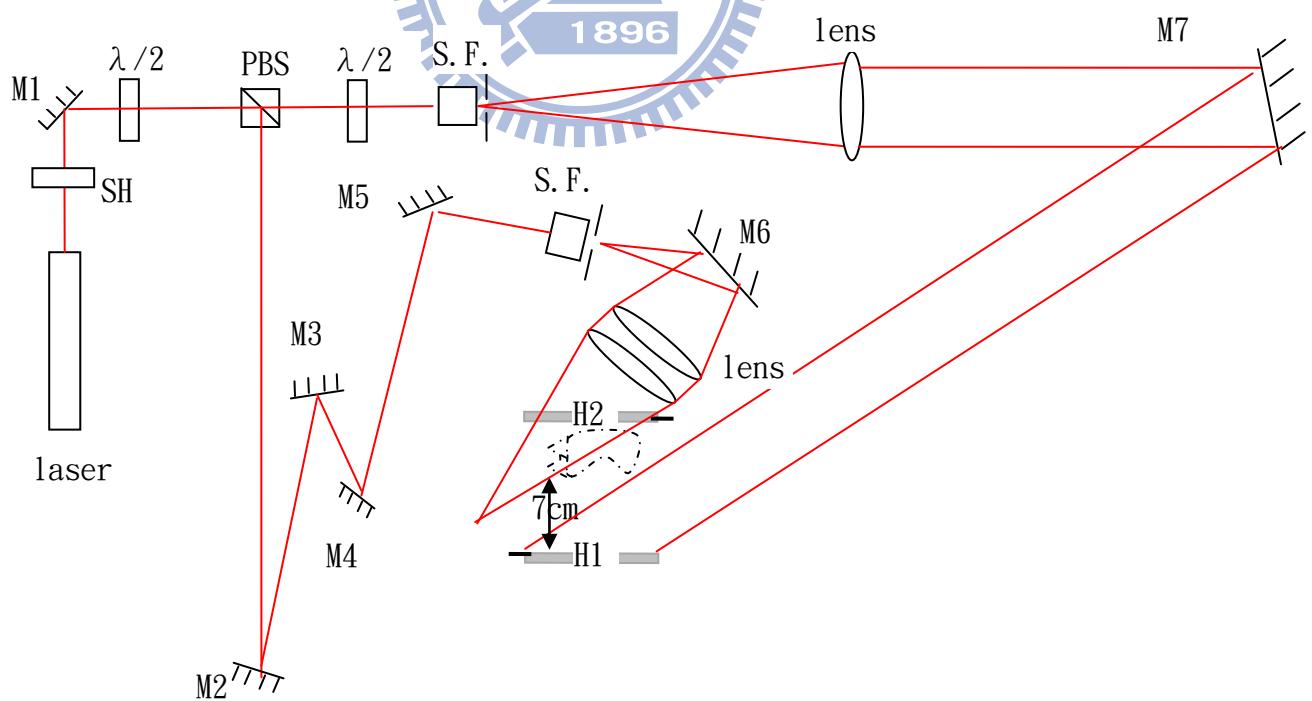


圖 47 第二張全像片 H2 之拍攝架構圖

因為我們要使用 LED 點光源重建，所以在架設第二張全像片的參考光 R2 時，我們先利用空間濾波器及透鏡製造出一平面光，之後再使用另一透鏡，讓透鏡的焦點落於與實像同側，如圖 47，實驗中，收斂球面參考光的焦點距離底片大約 20cm，亦即在重建時，將點光源放置在 20cm 處，就是對第二張全像片入射共軛參考光重建。使用光功率劑量測參考光與物體光的光強，測得參考光為 $17\mu\text{W}$ ，物體光為 $15\mu\text{W}$ ，曝光時間由(37)式可知，曝光 55 秒。沖洗全像片的步驟如圖 32，沖洗完後陰乾就完成 H2 的拍攝。

使用 LED 紅光模組重建全像片，將第二張全像片翻面重建，LED 放置在距離全像片 20cm 處，重建結果如表 13 所示。

表 13 翻拍全像片實驗結果

影像				
觀賞位置	15cm	20cm	25cm	30cm

由重建影像可以知道，使用翻拍的全像片在 15cm 時就可以看到完整的影像，可視距離小於 15cm，以下以實際數值來推導理論上的可視距離，示意圖如圖 48。

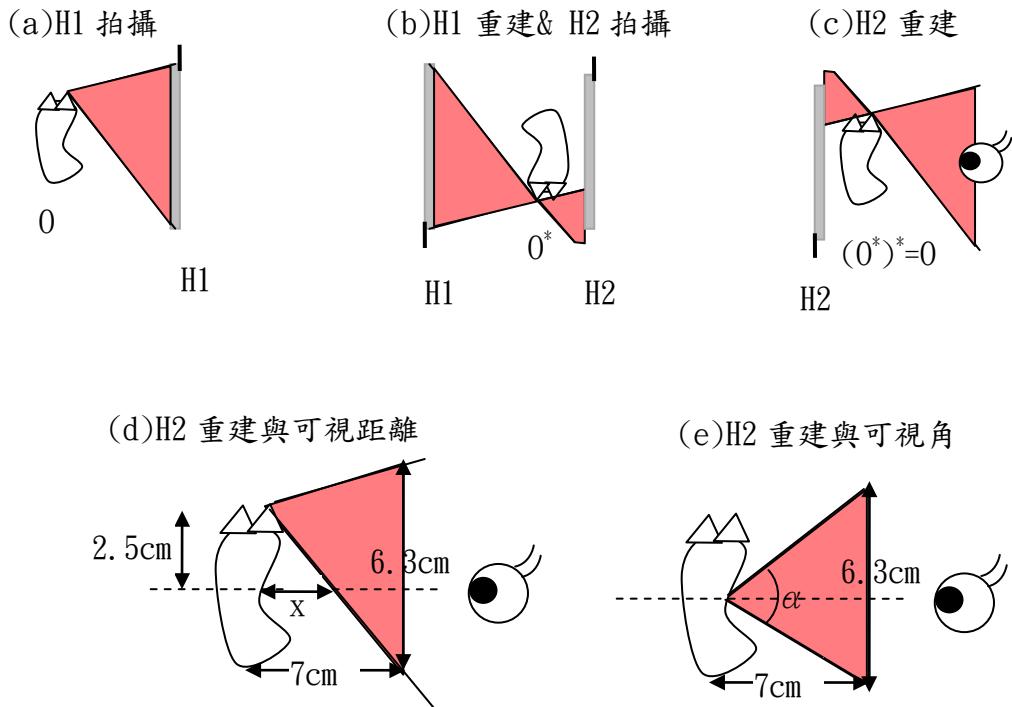


圖 48 翻拍全像片之可視距離與可視角

圖 48 紅色區域代表貓咪耳朵在拍攝與重建全像片時所記錄與繞射出來的光場，圖 48 (a)與圖 48 (c)的紅色區域是經由翻拍，複製物體的光場，所以為相似三角形的關係，而圖 48 (b)則是圖 48 (a)的共軛光場分布，光場分布之幾何為以 H1 為中心的鏡射關係，圖 48(d)圖為 H2 重建圖 48(c)之放大圖，在圖中之可視距離 x，我們可以由幾何關係知道 $x = 2.5 / (6.3/2 + 2.5) * 7 = 3.1\text{cm}$ ，即可以在近距離就看到影像的全貌。我們可以將 H1 視為一個成像透鏡，H1 的大小就相當於透鏡的孔徑大小 d，物體與 H1 的距離視為透鏡的焦距 f，由此可得可視角 α 約為 48.5° 。

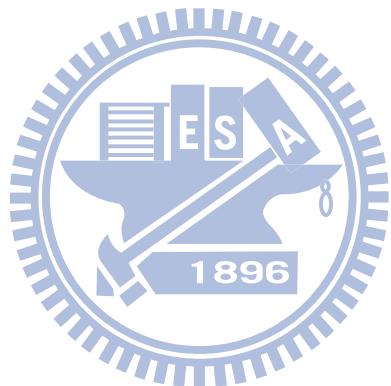
因此使用全像片翻拍，就相當於使用一個短焦距且孔徑大的透鏡成像，也就是使用一個低 f-number 的透鏡，不但可以讓可視距離縮短，可視角增大，並且不是使用透鏡成像，也少了成像的像差影響。

五、結論

本論文研究丹尼式全像片的記錄與重建原理，並且針對實驗器材作量測，依照量測的數據設計丹尼式全像片的拍攝實驗，從拍攝結果我們可以得知以下幾點：

1. 重建光源的強度分布與參考光源的強度分布越接近，重建影像品質會越好，所以若是要使用常規的燈源來重建，就必須設計記錄時參考光的光場強度分布，本論文找到的 LED 模組，光強度的分布與點光源分布極為相似，因此，在記錄全像片時，使用點光源做為參考光，重建時，使用 LED 模組當重建光源，有良好的重建影像，而且因 LED 光源不同調，更減少了雷射光重建會出現光斑的缺點。更進一步，若是需要重建影像的光強度增加，應使用波長越接近記錄光源之窄頻光重建，使得大部分的能量都能被重建出來，而不會因布拉格條件使波長被篩選而喪失部分能量。
2. 參考光與物體光的比例會嚴重影響影像的對比度，而物體與底片的距離又會對解析度及變形造成影響，為了使物體與底片的距離靠近，並且又打兩道光來控制記錄時參考光與物體光的比例，我們使用柱狀透鏡來對物體打光，確實可以達到物體與底片距離近又能使用兩道光記錄全像片，調控光強比例。若是物體亮度依然不均勻，可以採用多道光的記錄方式，讓物體打光更均勻。
3. 若欲將丹尼式全像片的繞射影像浮在全像片上，可以使用透鏡成像或是翻拍的方法。使用透鏡成像拍攝，只需要一個步驟就可以拍攝完全像片，但成像品質會受到透鏡成像像差的影響，且透鏡的 f-number 會影響可視角與觀賞的物體大小，可選用 f-number 低的透鏡以及消像差之透鏡組來達到較高品質的成像。使用全像片翻拍的方法，雖然需要兩個步驟才可以完成拍攝，但是使用共軛光重建的影像不會受到像差

影響，並且可以藉由全像片的大小與第一張全像片拍攝物體放置的位置，來控制 f-number 的大小，藉此達到低 f-number 的需求，使觀賞視角增加。



參考文獻

- [1] Robert Patterson, Aris Silzars, “Immersive stereo displays, intuitive reasoning, and cognitive engineering”, Journal of the SID, 17/5, 2009.
- [2] G. Lippmann, “On Colour Photography by the Interferential Method”, Proceedings of the Royal society of London, Vol. 60, 1897.
- [3] Gabriel Lippmann, “Colour photography”, Nobel Lecture, December 14, 1908.
- [4] D. Gabor, “A new microscopic principle”, Nature 161, 777-778, 1949.
- [5] D. Gabor, “Microscopy by reconstructed wave-fronts”, Proc. R. Soc. London Ser. A 197, 454-487, 1949.
- [6] Yu. N. Denisyuk, “Photographic reconstruction of the optical properties of an object in its scattered radiation field”, Soviet Physics Doklady, Vol. 7, 543, 1962.
- [7] Emmett N. Leith, Juris Upatnieks, “Reconstructed Wavefronts and Communication Theory”, J. Opt. Soc. Am. 52, 1123-1128, 1962.
- [8] G.W. Stroke, A.E. Labeyrie, “White-light reconstruction of holographic images using the Lippmann-Bragg diffraction effect”, Physics Letters, Volume 20, number 4, 1966.
- [9] Stephen A. Benton, V. Michael Bove JR., Holographic Imaging, Wiley, U.S.A., 2007.
- [10] H.I. Bjelkhagen, Silver-Halide Recording Materials, second edition, Springer-Verlag, Heidelberg, New York, 1993.
- [11] <http://www.integraf.com/Downloads/JD-4.pdf>
- [12] Gerhard K. Ackermann, Jürgen Eichler, Holography, Wiley-Vch, Berlin, 2007.
- [13] http://www.mi-lasers.com/hene-lasers-hene-systems-c-17_32/20mw-633nm-hene-laser-system-p-4
- [14] Graham Saxby, Practical Holography, 2nd, Prentice Hall, Cambridge, 1994.
- [15] 崔峰豪, 原來光影是這麼回事, 松崙資產管理(股)公司, 台北, 2009。