

國立交通大學

物理研究所

碩士論文

單根錫摻雜氧化銦奈米線的普適電導漲落

Universal Conductance Fluctuation of
Individual Indium Tin Oxide Nanowires

研究生：楊秉諭

指導教授：林志忠 教授

中華民國一百年七月

單根錫摻雜氧化銦奈米線的普適電導漲落

Universal Conductance Fluctuation of
Individual Indium Tin Oxide Nanowires

研究生：楊秉諭

Student : Ping-Yu Yang

指導教授：林志忠

Advisor : Juhn-Jong Lin

國立交通大學

物理研究所

碩士論文

A Thesis

Submitted to Institute of Physics

College of Science

National Chiao Tung University

In partial Fulfillment of the requirements

for the Degree of

Master

In

Physics

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月

單根錫摻雜氧化銦奈米線的普適電導漲落

學生:楊秉諭

指導教授:林志忠

國立交通大學物理研究所碩士班

摘要

ITO 是一種具透光性的良好導體，被廣泛應用在顯示面板。我們量測 ITO 奈米線的磁電阻後發現，在低溫條件下，ITO 奈米線帶有明顯的弱局域效應，我們利用弱局域理論擬合出不同溫度下的相位破壞長度，得到很合理且準確的結果。

量測磁電阻的過程中，我們同時觀察到另外一種有趣的量子干涉效應：普適電導漲落。我們發現在低溫下的磁電阻數據，都帶有一些隨溫度降低而變大的非週期性電阻漲落。這些漲落大小以電導表示，都是在 e^2/h 的大小。而且漲落的圖案，在低溫下是可以重複量測的，這是普適電導漲落很重要的特色，而漲落的圖案反應了雜質與缺陷的組成。我們把樣品升回室溫，再下低溫量測後發現，漲落的圖案改變了，這說明了室溫的熱能改變了 ITO 的雜質與缺陷位置。

我們知道弱局域效應是很成熟的理論，擬合出來的結果也很準確，因此我們利用弱局域效應所擬合出來的相位破壞長度，和普適電導漲落算出來的相位破壞長度作比較。粗略的來說，我們得到一致的結果，兩個理論的部分結果是吻合的。但是普適電導漲落沒辦法算出比較準確結果，這需要再進一步的討論。

Universal Conductance Fluctuation of Individual Indium Tin Oxide Nanowires

Student : Ping-Yu Yang

Advisor : Prof. Juhn-Jong Lin

Institute of Physics
National Chiao Tung University

ABSTRACT

ITO is a good conductor with high optical transparency, and widely used in display panels. We measured the magnetoresistance of ITO nanowires and found that at low temperature conditions, ITO nanowires have a significant weak-localization effect. We use the weak localization theory to fitting dephasing length at different temperature, and to be very reasonable and accurate results. From the magnetoresistance, we also observed another interesting quantum interference effect: Universal Conductance Fluctuations.

We found that the magnetoresistance data have some aperiodic resistance fluctuations at low temperatures, and these fluctuations increase as temperature decrease. The size of the conductance fluctuations is in the order of e^2/h . And the fluctuation pattern is Reproducible at low temperature, which is the important feature of UCF. Fluctuation pattern reflects the composition of impurities and defects of sample.

We put the sample back to room temperature and cool down again, we found that the fluctuation pattern changes under low-temperature measurements, indicating that the heat of room temperature could changes the position of the ITONWs' impurities and defects.

We know that weak-localization effect is a very mature theory, the results of fitting is very accurate, so we use weak-localization effect to fitting out of the dephasing length, and compare with the dephasing length which calculated from UCF theory. Roughly speaking, we got a consistent result, and some results of two theoretical are not contradictory. But no way to calculate the universal conductance fluctuations in a more accurate result, which requires further discussion.

致 謝

感謝林志忠老師讓我有機會進入實驗室，給我一個十分有趣又富挑戰性的題目，並提供相當充足的研究資源，以及仔細的指導，這份論文才有可能完成。

感謝口試委員朱仲夏教授與林俊源教授對於實驗結果的寶貴意見，有你們的指導，我的論文才能更加完整。

感謝實驗室的邱紹斌學長、賴佑仁學長，謝謝你們在實驗上仔細的教學，以及對物理觀念上的釐清，特別是賴佑仁學長陪我熬夜作實驗，在實驗操作上給我很大的幫助。謝謝林永翰學長在實驗觀念方面細心的指導，以及對於實驗數據的討論。謝謝電物所的王律堯學長在理論、數據方面的討論，以及幫忙修改論文。

謝謝許耀文、蔡林宗學長，對於儀器操作的教學，特別是許耀文學長帶領我學習完整的樣品製作流程。

謝謝實驗室的學弟汪瑞泰、黃宗熙、喻祖祥、徐維哲分擔實驗室雜事，讓我們有多餘的時間專心做實驗。

感謝一同進實驗室的俊哥、小游、佩蓉、瑞康，我不會忘記和你們一起修課和作實驗的有趣時光，讓我在繁重的課業與實驗之間有很多快樂的時刻。

最後感謝爸、媽、奶奶、姐、哥，有你們的支持，我才能沒有負擔的完成學業。感謝小珮的陪伴，讓我度過有趣難忘的碩班生活。

目 錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	III
目錄	IV
表目錄	VI
圖目錄	VII
一、	緒論.....	1
1-1	無序系統的傳輸特性.....	1
1-2	ITO 奈米線的電性量測.....	2
二、	基本理論.....	3
2-1	相位破壞長度 (dephasing length).....	3
2-2	普適電導漲落(Universal Conductance Fluctuations)	5
2-2-1	普適電導漲落的發現.....	5
2-2-2	理論預測漲落大小.....	7
2-2-3	Correlation field (B_c)	9
2-2-4	以 Autocorrelation function 計算 $L\phi$ 值.....	10
2-3	弱局域效應(Weak localization effect)	12
2-3-1	粒子波動性與粒子性與無序程度的關係.....	12
2-3-2	弱無序效應物理圖像.....	14
2-3-3	弱局域效應對電阻率的修正.....	16
2-4	相位破壞機制.....	18
2-4-1	電子-聲子散射.....	19
2-4-2	電子-電子散射.....	20
2-4-3	自旋-軌道散射.....	20
2-5	一維系統的磁電阻修正.....	22
三、	實驗方法與原理.....	23
3-1	樣品來源與製作.....	23
3-1-1	光微影.....	24
3-1-2	電子束微影.....	25
3-1-3	掃描式電子顯微鏡.....	26
3-1-4	電子槍蒸鍍系統.....	28
3-2	量測方法與低溫量測技術介紹.....	29
3-2-1	四點量測.....	29
3-2-2	雜訊隔離.....	30

3-2-3	靜電防護	31
3-3	低溫致冷器與降溫原理	31
3-3-1	HelioxVL 結構說明	32
3-3-2	降溫原理	34
3-3-3	超導磁鐵	37
四、	實驗結果與分析	38
4-1	樣品資訊與實驗數據	38
4-1-1	樣品資訊	38
4-1-2	電阻率隨溫度變化	39
4-1-3	垂直磁場下的磁電阻	42
4-1-4	電阻隨時間變化	46
4-2	以弱局域效應分析垂直磁場下的磁電阻	47
4-2-1	以弱局域效應分析 ITO_100924d 得擬合結果	48
4-2-2	以弱局域效應分析 ITO_110222c 得擬合結果	52
4-3	相位破壞長度分析	59
4-3-1	ITO_100924d 相位破壞長度分析	59
4-3-2	ITO_110222c 相位破壞長度分析	61
4-4	普適電導漲落(UCF)對磁電阻的影響	63
4-4-1	ITO_100924d 兩次 cool down 的普適電導漲落(UCF)	64
4-4-2	ITO_110222c 三次 cool down 的普適電導漲落(UCF)	66
4-4-3	電導漲落大小的分析	68
4-5	以普適電導漲落(UCF)分析 ΔG_{UCF} 的 B_c	71
4-5-1	Correlation field(B_c)對 ITO_100924d 兩次 cool down 所擬合出的 $L\phi$	71
4-5-2	Correlation field(B_c)對 ITO_110222c 三次 cool down 所擬合出的 B_c 與 $L\phi$	74
4-6	以普適電導漲落(UCF)分析磁電阻 $\text{Var}(\Delta G_{UCF})$	77
五、	結論	80
附錄		81
參考文獻		82

表 目 錄

表 4-1	樣品尺寸與室溫電阻率.....	38
表 4-2	樣品溫度特性.....	40
表 4-3	ITO_100924d 1st cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果.....	49
表 4-4	ITO_100924d 2nd cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果.....	51
表 4-5	ITO_110222c 1st cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果.....	53
表 4-6	ITO_110222c 2nd cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果.....	55
表 4-7	ITO_110222c 3rd cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果.....	57
表 4-8	ITO_100924d 相位破壞長度擬合結果與 Aee 理論值.....	60
表 4-9	ITO_110222c 相位破壞長度擬合結果與 Aee 理論值.....	62
表 A-1	電阻率和費米能量關係.....	81

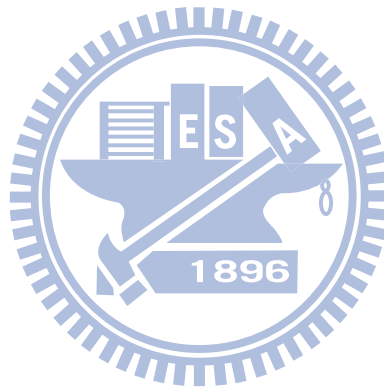


圖 目 錄

圖 1-1	完美晶格與無序晶格在低溫下電阻率的變化.....	1
圖 2-1	發生量子干涉效應時的物理圖像.....	3
圖 2-2	(a)金屬環 (b)金屬環電阻隨磁場的變化圖 (c) Au ₄₀ Pd ₆₀ line 電阻隨磁場的變化圖.....	5
圖 2-3	(a) MOSFET' s 結構(b) MOSFET' s 不同 gate voltage 的電導漲落(c)電阻漲落大小與樣品長度 L 和 L ₀ 的關係.....	6
圖 2-4	不同系統下的 UCF 電導漲落.....	7
圖 2-5	一維系統下 L _{in} 與樣品長度關係.....	8
圖 2-6	相位同調區域.....	9
圖 2-7	不同無序程度下的電子傳輸行為.....	13
圖 2-8	電子從 A 點傳導到 B 點有多種可能的路徑，其中 3 號路徑會形成迴圈.....	14
圖 2-9	加入弱局域效應得干涉項後，電子在空間的機率分佈圖.....	15
圖 2-10	電子經過 0 點的路徑示意圖.....	16
圖 3-1	光微影鍍上的大電極圖案.....	23
圖 3-2	光微影鍍上大電極並灑上奈米線後的電子顯微鏡照片.....	24
圖 3-3	電子束微影鍍上小電極後的結果.....	24
圖 3-4	小電極壓在奈米線上的結果.....	24
圖 3-5	光微影技術流程.....	25
圖 3-6	電子顯微鏡示意圖.....	27
圖 3-7	電子鎗蒸鍍系統的基本構造.....	28
圖 3-8	四點量測接法示意圖.....	29
圖 3-9	³ He refrigerator 構造圖.....	33
圖 3-10	³ He 與 ⁴ He 壓力對溫度圖.....	35
圖 3-11	cryo 放進液氮桶的透視圖.....	35
圖 3-12	³ He 冷卻裝置圖.....	36
圖 3-13	超導磁鐵示意圖.....	37
圖 4-1	ITO 奈米線與電極的 SEM 影像.....	38
圖 4-2	ITO_100924d 電阻對溫度關係圖.....	39
圖 4-3	ITO_110222c 電阻對溫度關係圖.....	39
圖 4-4	電阻率隨 LogT、 $\sqrt{T(K)}$ 的變化.....	41
圖 4-5	ITO_100924d 1st cool down 的磁電阻數據.....	42
圖 4-6	ITO_100924d 2nd cool down 的磁電阻數據.....	42
圖 4-7	ITO_110222c 1st cool down 的磁電阻數據.....	43
圖 4-8	ITO_110222c 2nd cool down 的磁電阻數據.....	43

圖 4-9	ITO_110222c 3rd cool down 的磁電阻數據.....	44
圖 4-10	(a)量測到的磁電阻漲落與雜訊(noise) (b)增加電流後的磁電阻	45
圖 4-11	ITO_100924d 2nd cool down 的電阻對時間變化圖.....	46
圖 4-12	ITO_110222c 1st cool down 的電阻對時間變化圖.....	46
圖 4-13	ITO_100924d 1st cool down 的磁電阻擬合圖.....	48
圖 4-14	ITO_100924d 2nd cool down 的磁電阻擬合圖.....	50
圖 4-15	ITO_100924d 弱局域擬合出的 $L\phi$ 對溫度的關係圖.....	51
圖 4-16	弱局域效應對 ITO_110222c 1st cool down 擬合結果.....	52
圖 4-17	弱局域效應對 ITO_110222c 2nd cool down 擬合結果.....	54
圖 4-18	弱局域效應對 ITO_110222c 3rd cool down 擬合結果.....	56
圖 4-19	ITO_110222c 弱局域擬合出的 $L\phi$ 對溫度的關係圖.....	58
圖 4-20	ITO_100924d 1st cool down 相位破壞長度擬合結果.....	59
圖 4-21	ITO_100924d 2nd cool down 相位破壞長度擬合結果.....	60
圖 4-22	ITO_110222c 1st cool down 相位破壞長度擬合結果.....	61
圖 4-23	ITO_110222c 2nd cool down 相位破壞長度擬合結果.....	61
圖 4-24	ITO_110222c 3rd cool down 相位破壞長度擬合結果.....	62
圖 4-25	計算 ΔG_{UCF} 示意圖.....	63
圖 4-26	ITO_100924d 1st cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})	64
圖 4-27	ITO_100924d 2nd cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})	64
圖 4-28	ITO_100924d 1st cool down/2nd cool down 最低溫的 ΔG_{UCF} 比較	65
圖 4-29	ITO_110222c 1st cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})	66
圖 4-30	ITO_110222c 2nd cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})	66
圖 4-31	ITO_110222c 3rd cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})	67
圖 4-32	ITO_110222c 最低溫的三組 ΔG_{UCF} 比較 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$	67
圖 4-33	各組 ΔG_{UCF} 變化在不同溫度的方均根(root mean square)	68
圖 4-34	各組 ΔG_{UCF} 變化在不同溫度的 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$	69
圖 4-35	ITO_100924d ΔG_{UCF} 的變異數(Variance)	69
圖 4-36	ITO_100924d 2nd cool down 磁電阻數據(高溫的四條線有作平移)	70
圖 4-37	ITO_100924d 2nd cool down 磁電阻數據.....	70
圖 4-38	ITO_100924d 1st cool down 弱局域擬合的 $L\phi$ 與 LT 比較圖.....	71
圖 4-39	$L\phi$ (WL)/LT 關係圖.....	71
圖 4-40	ITO_100924d 1st cool down Correlation field (B_c)值.....	72
圖 4-41	ITO_100924d 2nd cool down Correlation field (B_c)值.....	72
圖 4-42	ITO_100924d 1st cool down Correlation field (B_c)擬合結果	73
圖 4-43	ITO_100924d 2nd cool down Correlation field (B_c)擬合結果	73
圖 4-44	ITO_110222c 三次 cool down 的 Correlation field (B_c)值...	74

圖 4-45	ITO_110222c 1st cool down Correlation field (Bc)擬合結果	75
圖 4-46	ITO_110222c 2nd cool down Correlation field (Bc)擬合結果	75
圖 4-47	ITO_110222c 3rd cool down Correlation field (Bc)擬合結果	76
圖 4-48	ITO_100924d 變異數擬合 L_ϕ 結果	77
圖 4-49	ITO_110222c 變異數擬合 L_ϕ 結果	77
圖 4-50	ITO_100924d 1st cool down 變異數理論值與實驗值比較	78
圖 4-51	ITO_110222c 3rd cool down 變異數理論值與實驗值比較	78



一、緒論

1-1 無序系統的傳輸特性

導電電子的傳輸行為，最早是被視為像氣體分子一般，假設系統是完美的晶格，電子在系統中可以自由運動。這就是所謂的自由電子氣模型(free electron gas model)。在這樣的模型下，電阻來自於電子與晶格的聲子碰撞所造成的，在低溫下聲子會開始大量減少，電阻會趨向零(圖 1-1 (a))。然而一般導體不是完美的晶格，結構會有缺陷，帶有不純的雜質，使得周期性的結構被破壞，也就是所謂的無序(disorder)系統，這些缺陷和雜質會和電子散射。因此在低溫時，電子與晶格的作用對電阻貢獻趨於零，但電阻仍然會趨於一個殘餘電阻值，就是因為系統的無序所造成的(圖 1-1 (b))。

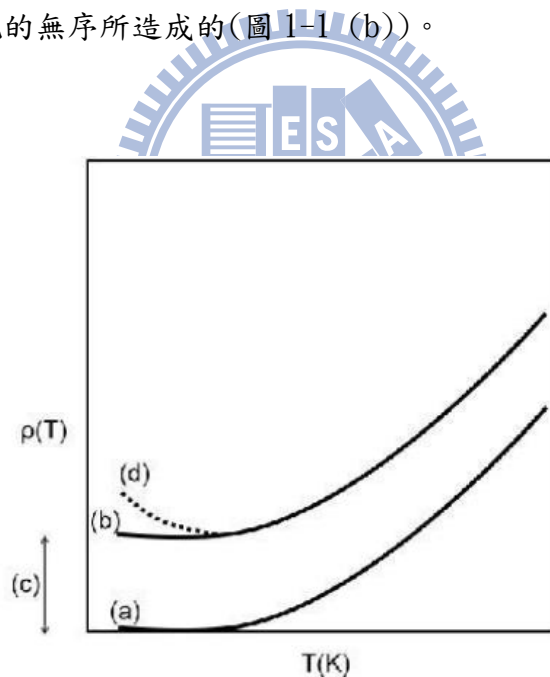


圖 1-1 完美晶格與無序晶格在低溫下電阻率的變化

- (a)完美晶格在低溫下電阻率為零
- (b)無序晶格在低溫時電阻率會趨近一個定值
- (c)殘餘電阻率
- (d)無序系統下對電阻率的修正

當系統的無序程度夠高時，低溫的電阻不會趨向一個常數，而是會隨著溫度的降低而變大(圖 1-1 (d))。這時候電阻無法用古典的波茲曼傳輸理論來描述，考慮量子力學的修正。這是因為溫度的降低，使得電子的波動性開始顯著，我們必須引進波的概念來解釋電阻的變化。這些電阻隨溫度降低而上升的現象，可以用兩種理論解釋，「弱局域效應」和「因無序而增強的電子-電子交互作用」，其中的弱局域效應(Weak localization)是相當成熟的理論，是因為電子本身的相位相干所造成的。透過量測磁電阻，我們可以觀察弱局域效應對電阻的修正。

1-2 ITO 奈米線的電性量測

我們對 ITO 奈米線作電阻量測，發現低溫下電阻隨溫度降低有明顯的上升，由先前實驗室的許耀文學長的實驗，我們已經很清楚這是由弱局域效應所造成的 [18]，我們會利用弱局域理論分析磁電阻變化。在我們的系統中，我們亦觀察到另一種有趣現象：普適電導漲落(Universal conductance fluctuations)。電阻會隨著磁場作非週期性的漲落，這些漲落有其特別之處，在越低溫的條件，漲落會越明顯。普適電導漲落和弱局域效應都是因為低溫下，電子的波動性顯著，而發生的量子干涉效應，以下我們各別介紹兩種理論。

二、基本理論

我們在這章介紹兩種量子干涉效應：普適電導漲落(Universal Conductance Fluctuations)與弱局域效應(Weak localization effect)。

2-1 相位破壞長度 (dephasing length)

相位破壞長度在量子干涉效應中是很重要的一個參數，干涉效應的前提是同調性，因此相位破壞長度反應了，發生量子干涉效應的區域大小。我們以下面的圖來理解發生量子干涉效應時，dephasing length(L_ϕ)和平均自由徑(l)的關係。

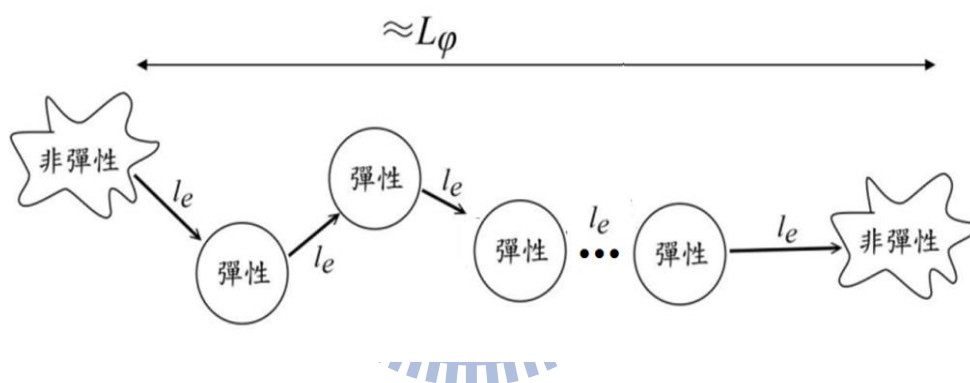


圖 2-1 發生量子干涉效應時的物理圖像

發生量子干涉效應的情況，是當電子彈性碰撞的平均自由路徑小於同調長度時($l < L_\phi$)，或是說電子發生彈性碰撞的時間(τ_{elastic})比發生非彈性碰撞的時間(τ_ϕ)還要來的快或短，電子能維持一段較長的相位同調路徑，那麼這些維持相位同調的路徑，就有較多的機會發生量子干涉效應。

L_ϕ 與 τ_ϕ 的關係可用擴散方程式來表示

$$L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi} \quad (2-1)$$

其中 D 為擴散常數。

但是假使電子平均自由路徑大於 L_ϕ ，也就是電子的每次碰撞，都會破壞相位，電子就不會有同調性，量子干涉效應將不會發生。

電子在導體中傳輸，每次碰撞的平均路徑為平均自由徑，而兩次非彈性碰撞所走的距離為平均非彈性自由路徑 L_{in} 。假如在兩次非彈性碰撞中，發生許多次的彈性碰撞，我們稱在兩次非彈性碰撞間所行走的長度為 L_ϕ 。因為我們可以確定此單一電子在行走 L_ϕ 長度的過程中，因為電子都是發生彈性碰撞，電子的能量並沒有改變且是維持同調性的，我們習慣上稱平均非彈性自由路徑 L_{in} 為相位破壞長度 L_ϕ (dephasing length)。



2-2 普適電導漲落(Universal Conductance Fluctuations)

2-2-1 普適電導漲落的發現

1980 年代在極低溫下對於奈米等級的金屬線和金屬環的量測(圖 2-2),發現電阻隨磁場變化有非周期性不規則的漲落。這些漲落與一般的雜訊不同,一般雜訊是隨機的,隨著時間有所變化,與樣品無直接關係的。然而這些實驗上得到的不規則漲落,對同一樣品重複量測會得到一樣的結果,而且溫度越低漲落會越明顯。實驗指出這些漲落的圖案是樣品相關的(sample-specific),相同的漲落圖案只能在同一樣品上得到,因此這些圖案被稱作磁指紋(Magnetofingerprint)。

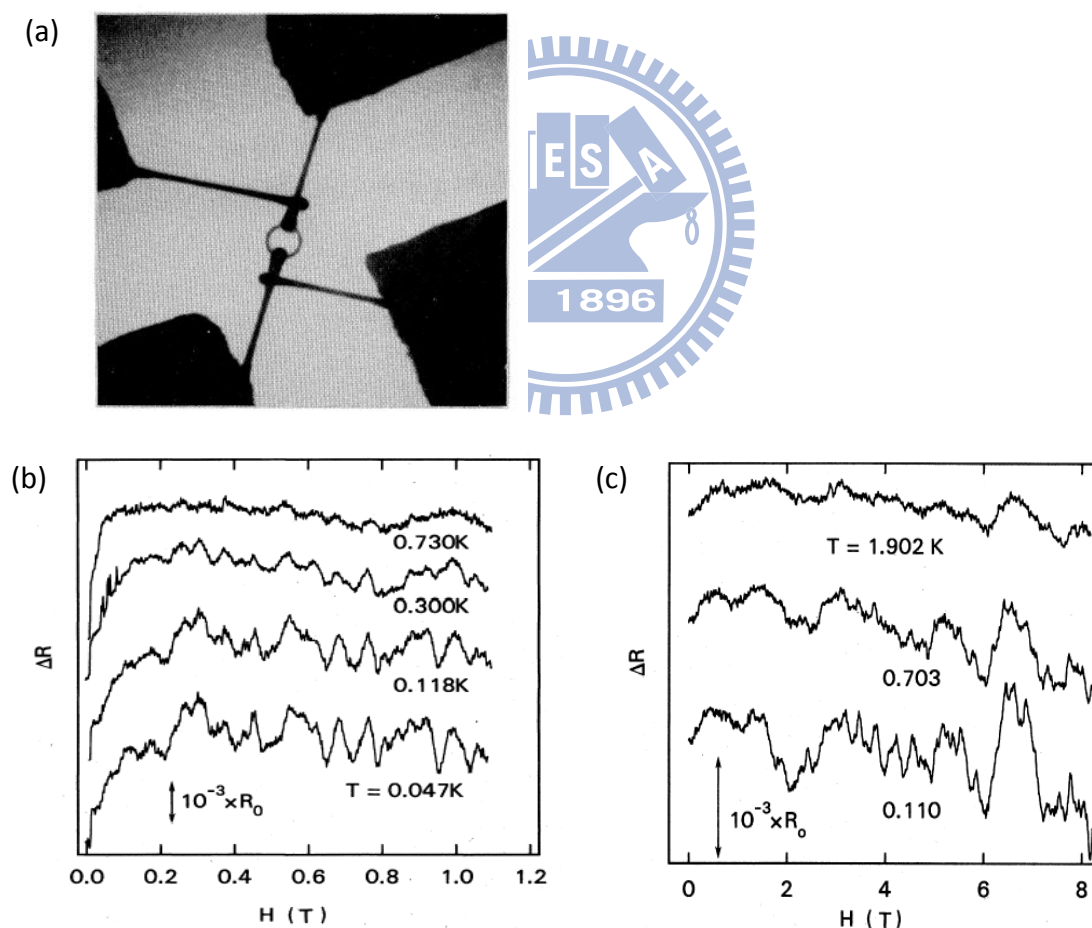


圖 2-2 (a)金屬環 (b)金屬環電阻隨磁場的變化圖

(c) $\text{Au}_{40}\text{Pd}_{60}$ line 電阻隨磁場的變化圖 [1]

類似的漲落也在 MOSFET' s 的樣品中看到。在 MOSFET' s 的金屬區域量測磁電阻或是改變 MOSFET' s 的 gate voltage 會看到類似的電阻漲落，漲落的圖案會因為 gate voltage 而改變，而漲落大小會跟系統的長度 L 與 L_ϕ (dephasing length) 有關，當 $L > L_\phi$ 時，漲落大小會與系統長度無關， $L < L_\phi$ 時，漲落大小會與系統長度呈現負相關[2]。

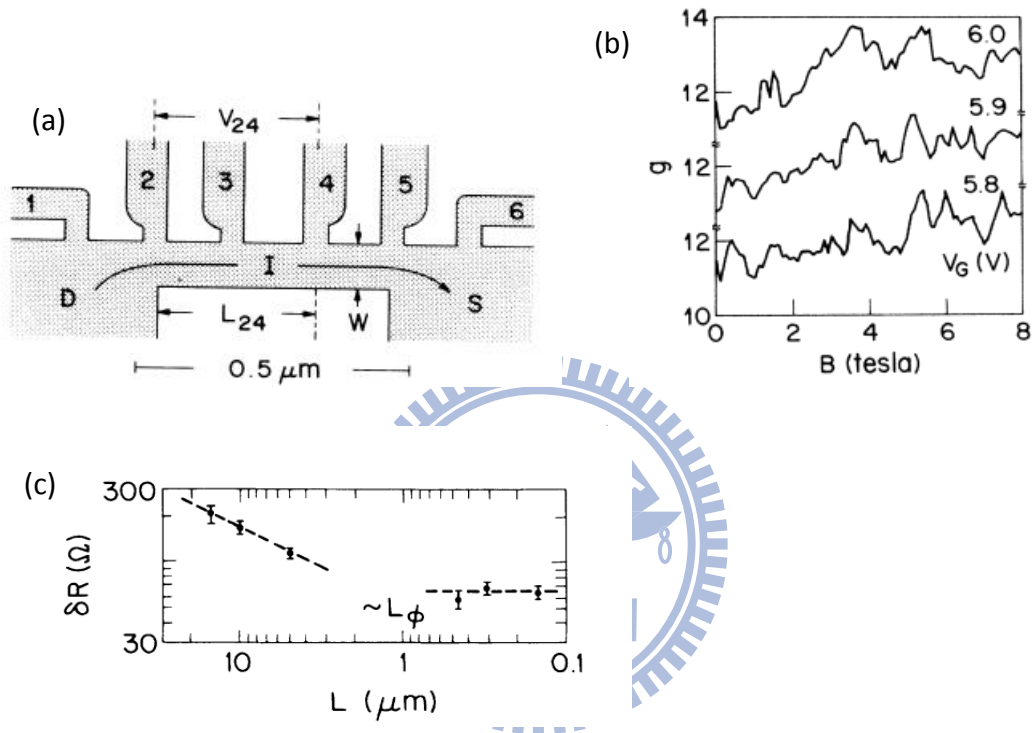


圖 2-3 (a) MOSFET' s 結構(b) MOSFET' s 不同 gate voltage 的電導漲落
(c)電阻漲落大小與樣品長度 L 和 L_ϕ 的關係[19][20]

P. A. Lee、A. D. Stone 與 H. Fukuyama[3]的理論指出，任何的金屬樣品在絕對零度時，電導隨磁場 B 或化學位 μ 有一個普適的大小的變化，與樣品的尺寸和無序程度無關，大小約在 e^2/h 的量級(圖 2-4)。在溫度高於絕對零度時，漲落大小會開始與溫度相關，隨著溫度的上升，而變得不明顯。他們也指出漲落圖案與樣品的內部雜質結構有關，只有在系統的狀態保持不變的情況下，才可以重複的漲落圖案。這些特殊的漲落後來被稱作普適電導漲落(Universal Conductance Fluctuations)。

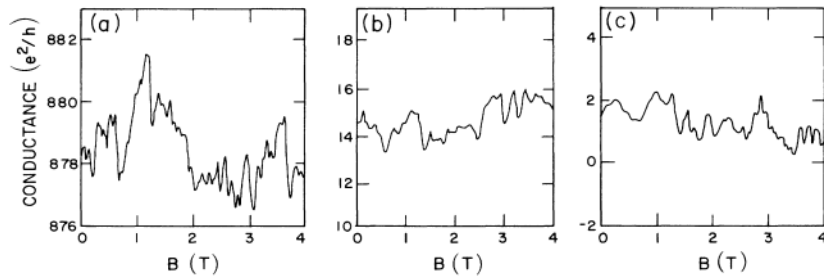


FIG. 1. Comparison of aperiodic magnetoconductance fluctuations in three different systems. (a) $g(B)$ in 0.8- μm -diam gold ring, analysis of data from Refs. 3 and 4, reprinted with the permission of Webb *et al.* (the rapid Aharonov-Bohm oscillations have been filtered out). (b) $g(B)$ for a quasi-1D silicon MOSFET, data from Ref. 9, reprinted with the permission of Skocpol *et al.* (c) Numerical calculation of $g(B)$ for an Anderson model using the technique of Ref. 11. Conductance is measured in units of e^2/h , magnetic field in tesla. Note the 3 order-of-magnitude variation in the background conductance while the fluctuations remain order unity.

圖 2-4 不同系統下的 UCF 電導漲落[3]

2-2-2 理論預測漲落大小

理論分析漲落大小時，常使用歸一化的(normalized)電導 g 。

$$g = \frac{G}{e^2/h} \quad (2-2)$$

且使用兩種統計量：方均根(root mean square)與變異數(variance)，我們用 $\text{rms}(x)$ 和 $\text{Var}(x)$ 表示。定義如下：

$$\text{rms}(x) = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n}} \quad (2-3)$$

$$\text{Var}(x) = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad (2-4)$$

這兩統計量是相似的，主要差異在變異數 $\text{Var}(X)$ 會減掉平均值，所以當 x 的平均值為 0 時， $\text{rms}(x) = \sqrt{\text{Var}(x)}$ 。UCF 理論只單純地討論電導變化量，也就是說不會考慮電導的相對量，可以把電導平均值視為 0，所以理論分析時，可以把兩個統計量當作是等價的 $\text{rms}(x) = \sqrt{\text{Var}(x)}$ 。

P. A. Lee、A. D. Stone 與 H. Fukuyama[3]的理論指出，在絕對溫度為零時($T=0$)，電導漲落的方均根值 $rms(G)$ 會約等於 e^2/h ，與樣品的材料、形狀、尺寸無關。

$$rms(G) \sim \frac{e^2}{h} \quad (2-5)$$

然而一般實驗的條件是遠大於絕對零度的。實驗上看到 UCF 漲落的大小和樣品長度和 L_{in} (inelastic length) 有關(圖 2-3(c)[20])有關。

當溫度高到一個程度，使得 L_{in} (inelastic length) 開始小於樣品的長度時，這些漲落大小，會開始和溫度有相關。 L_{in} 是量子干涉重要的一個參數，發生非彈性碰撞後，電子的相位會改變，就不會發生電子干涉效應，所以在相位維持一樣的區域干涉效應才會明顯。當 L_{in} 小於樣品長度 L 時，我們可以想像樣品是由很多相位維持一樣的區域，所串連起來(圖 2-5)，樣品的干涉效應會因為串連而被平均掉，因此大樣品很難看到 UCF 的漲落。

以 $L > L_{in}$ 的一維系統為例，如下圖。

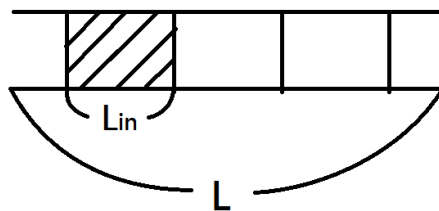


圖 2-5 一維系統下 L_{in} 與樣品長度關係

當長度越長，漲落會變得越小。這就是為什麼我們在奈米等級的樣品，才看到的到 UCF 的漲落。理論預測，當考慮 $L > L_{in}$ ，漲落大小與長度 L 和 L_{in} 有下面關係：

$$rms[g(T)] \sim rms[g(L_{in})](L_{in}/L)^{4-d} \quad \text{when } L_{in} \ll L \quad (2-8)$$

考慮熱平均效應，引入 thermal length L_T

$$L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{k_B T}} \quad D \text{ 是擴散常數}$$

$$\begin{cases} rms[g(L_{in})] \sim L_T / L_{in} & \text{for } d=1 \text{ and } L_T \ll L_{in} \\ rms[g(L_{in})] \sim 1 & \text{for } d=1 \text{ and } L_{in} \ll L_T \end{cases} \quad (2-9)$$

(2-9)代入式(2-8)

考慮熱平均效應， $L > L_{in}$ 的情況下，一維系統的漲落大小，可以表示如下：

$$\begin{cases} rms[g(T)] \sim \frac{L_T}{L} \left(\frac{L_{in}}{L} \right)^{1/2} & \text{for } d=1 \text{ and } L_T \ll L_{in} \ll L_z \\ rms[g(T)] \sim \left(\frac{L_{in}}{L} \right)^{3/2} & \text{for } d=1 \text{ and } L_{in} \ll L_T \ll L_z \end{cases} \quad (2-10)$$

2-2-3 Correlation field (B_c)

電子的同調性對量子干涉效應是很重要的參數。考慮一維系統，也就是 L_{in} 大於線寬 W 時，我們可以定義一個特徵的磁場大小 correlation field(B_c)如下：

$$B_c \times L_{in} \times W = \phi_0$$

$$\phi_0 = h/e \text{ 是磁通量量子}$$

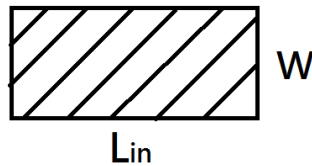


圖 2-6 相位同調區域

這個特徵磁場的意義在於，當磁場等於 B_c 時，相位同調區域的磁通量會等於磁通量量子(ϕ_0)的大小。 B_c 與樣品尺寸關係可改寫成下式：

$$B_c(T) \sim \frac{\phi_0}{L_{in} L_x} \text{ for } d=1 \text{ and } L_y, L_x < L_{in} < L_z \quad (2-11)$$

($\phi_0 = h/e$ and L_x is the dimension normal to both the field and current flow.)

2-2-4 以 Autocorrelation function 計算 $L\phi$ 值

C. W. Beenakker and H. van Houten [4] 利用 Autocorrelation function 對上面的理論做了整理，我們可以同時計算 $\text{Var}(x)$ 以及 Correlation field 的大小。

Autocorrelation function 定義如下：

$$F(\Delta B) \equiv \langle \delta G(B) \delta G(B + \Delta B) \rangle \quad (2-12)$$

$$\delta G \equiv G(B) - \langle G(B) \rangle$$

$G(B)$ is conductance in magnetic field B.

(1) 當 $\Delta B = 0$ 時， $F(0)$ 會等於 $\text{Var}(G)$ 。

$$\begin{aligned} F(0) &\equiv \langle \delta G(B) \delta G(B) \rangle = \langle (\delta G(B))^2 \rangle \\ &= \langle (G - \langle G \rangle)^2 \rangle = \text{Var}(G) \end{aligned} \quad (2-11)$$

因為 $\text{Var}(G) = \text{rms}(G) = \text{rms}(g) \times \left(\frac{e^2}{h}\right) \cdot L_{\text{in}} = L\phi$ ，由式(2-10)我們可以得到下式：

$$F(0) = \text{Var}(G) = \alpha \left(\frac{e^2}{h}\right)^2 \left(\frac{l_\phi}{L}\right)^3 \quad \text{if } l_\phi \ll l_T, \quad (2-12)$$

$$= \beta \left(\frac{e^2}{h}\right)^2 \frac{l_T^2 l_\phi}{L} \quad \text{if } l_\phi \gg l_T. \quad (2-13)$$

$$\alpha = 6, \beta = \frac{4\pi}{3}$$

以上是在兩個極限下的結果，若是 $l_\phi \approx l_T$ 的情況，有以下的式子：

$$F(0) \approx 6 \left(\frac{e^2}{h}\right)^2 \left(\frac{l_\phi}{L}\right)^3 \left(1 + \frac{9}{2\pi} \left(\frac{l_\phi}{l_T}\right)^2\right)^{-1} \quad (2-14)$$

(2)當 $\Delta B \neq 0$ ，我們可以利用 $F(0)$ 計算 $G(B)$ 與自己的相關性。 $F(\Delta B)$ 會隨著 ΔB 的變大開始變小，當 $\Delta B = Bc$ 時， $F(\Delta B)$ 會只剩下二分之一。

我們可以利用這樣的性質計算相位同調長度 $L\phi$ 。

$$\begin{aligned}
 F(Bc) &= \frac{1}{2} F(0) \\
 \phi_c &\equiv BcWl_\phi = \gamma \times (h/e) \\
 l_\phi &= \gamma(h/e)(1/B_cW) \quad (2-15) \\
 \gamma &= 0.95, l_\phi \gg l_T \\
 \gamma &= 0.42, l_\phi \ll l_T
 \end{aligned}$$

γ 是與 l_ϕ, l_T 相關的參數，理論計算只算出 $l_\phi \gg l_T, l_\phi \ll l_T$ 兩個條件下的

γ 值，所以我們沒辦法得到 $l_\phi \approx l_T$ 時的 $L\phi$ 值。

這兩個計算方法 $L\phi$ 值的方法，分別從漲落 $\text{Var}(x)$ 的和 correlation field 分析，計算 $\text{Var}(x)$ 我們可以得到， l_ϕ, l_T 在不同關係下的結果，但是計算 correlation field，只能得到 $l_\phi \gg l_T, l_\phi \ll l_T$ 兩個條件下的結果。



2-3 弱局域效應(Weak localization effect)

如果電子在乾淨的金屬中移動，沒有雜質缺陷影響，電子會以彈道式傳輸，但是在無序程度高的環境中，電子會和雜質缺陷作碰撞，而以隨機的布朗運動作擴散式的傳輸。在量子力學中，考慮電子的波動性，因為電子會和雜質缺陷作碰撞，會使得電子的波函數形成兩個互相干涉的波。這樣的量子干涉效應，使得原本的行進波被限制在散射位置的區域，這樣的效應稱作「局域效應」。

2-3-1 粒子波動性與粒子性與無序程度的關係

要了解電子傳輸時的粒子性與波動性的強弱，才能知道是否有局域效應。我們知道 $k_F = 2\pi/\lambda_F$ ， k_F 值越小代表波長越長，也代表電子的波動性越強越明顯，同樣的道理 l 所代表的是電子彈性碰撞的平均自由路徑，此物理的模型中是將電子視為一顆一顆的古典剛體粒子，也就是自由電子氣模型，故 l 越大代表物質的粒子性越強。

因為 $k_F l$ 的單位維度為 0，所以我們可藉由計算 $k_F l$ 的值，來討論此物質所呈現的是粒子性明顯或波動性，當 $k_F l$ 值越大代表粒子性越強，當 $k_F l$ 值越小代表波動性越強。

當 $k_F l \gg 1$ ，代表材料的無序程度很小，電子彈性碰撞的距離 l 甚大於電子波長 λ_F ，亦即電子與雜質或邊界的碰撞次數甚少，也就是所謂的彈道式傳輸，在整個空間中電子的傳輸行為可用延展態來描述，位於某個位置的不確定性為無窮大 $\Delta X \rightarrow \infty$ ，這在完美晶格中較容易發生。

當 $k_F l \ll 1$ ，代表材料的無序程度很強，相較之下電子彈性碰撞的距離 l 甚短，可想像成電子不斷的遇到碰撞就幾乎被局域在某個空間，我們稱此電子為處於局域態，位於某個位置的不確定性 Δx 為有限值，電子波函數的干涉效應較明顯，這在絕緣體中容易發生。

存在這兩種極端情形之間的是 $k_F l \geq 1$ ，電子的碰撞事件之間不能再視為獨立的個別事件，電子波函數之間的干涉效應就不能再被忽略，此時我們將電子的狀態稱為弱局域狀態，而對應到的系統為弱無序系統，我們認為電子所做的運動為擴散式運動，亦即隨機無規則行走，因為所遭受的碰撞是無規則的，如圖 2-6 所示。

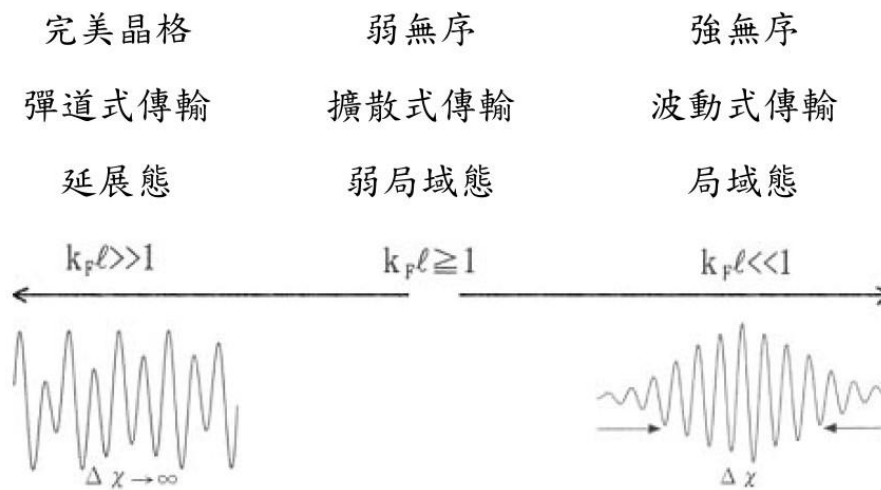


圖 2-7 不同無序程度下的電子傳輸行為

2-3-2 弱無序效應物理圖像

在高溫時，電子的傳輸電性主要是由電子和聲子的非彈性碰撞所主導，但是低溫時，因為聲子大量減少，傳輸電性主要是由電子和雜質或缺陷碰撞所主導。在弱無序系統中，因為電子被雜質或缺陷散射的機率很高，造成電子傳輸有很多可能的路徑，如圖 2-7，當電子由 A 點走到 B 點的過程，有很多可能的路徑，

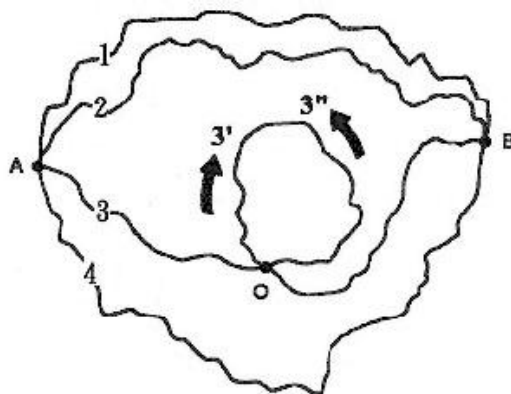


圖 2-8 電子從 A 點傳導到 B 點有多種可能的路徑，其中 3 號路徑會形成迴圈

A 點走到 B 點運動的總機率為：

$$P(A,B) = \left| \sum_i A_i \right|^2 = \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i \neq j} A_i A_j^* \quad (2-16)$$

其中 A_i 式電子沿著 i 條路徑傳輸的機率振幅。這些路徑可以視為電子從 A 到 B 事件的各種解。我們假設電子走的路徑上遇到的都是彈性碰撞，因此，散射後的雜質離子還是維持一樣的原子態，而電子還是維持相位同調。等號右邊的第一項是電子沿各路徑傳輸的機率之和，等於古典框架下的 $P(A, B)$ ；第二項是代表不同路徑之機率振幅的干涉效應。因為電子和雜質的散射是隨機式的，各路徑長度不同，所以各電子波的相位差異很大。由統計原理得知，干涉效應的總和結果為 0。但是，對於一些特殊的路徑，例如在圖 2-2 中的路徑 3' 以及 3''，它們的干涉項就會造成不同的影響。路徑 3 中間會形成一個迴路，電子可以順時針也可以逆時針繞回 O 點，這兩種情況都是「電子從 O 點經一連串碰撞回到 O 點的事件」

的解。它們的路徑長度相等，牽涉到相同的碰撞事件，但發生的順序相反。這就是時間反演對稱。這兩個分波回到 0 點時，因為都是經過彈性碰撞，相位還是一樣的，所以會產生建設性干涉的現象。在 0 點發現電子的機率會是古典機率的兩倍。

$$\begin{aligned}
 P(O,O) &= \left| \sum_i A_i \right|^2 = \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i \neq j} A_i A_j^* \\
 &= \sum_i |A_i|^2 + \sum_{i',i''} A_{i'} A_{i''}^* = 2 \sum_i |A_i|^2 \quad (2-17)
 \end{aligned}$$

在這樣的情況下，電子在 0 點的機率變高，代表著電子在 0 點會比古典情況停得更久，也就是說 A 點到 B 點間的電阻會上升。這就是為什麼弱無序系統，在低溫下電阻不會趨向殘餘電阻值的一個原因。這是在 1983 年，Bergmann [5] 提出的弱局域效應物理圖像

電子在整個空間的機率分佈如圖 2-8 所示，在 0 點機率為原來的兩倍。因弱局域效應所加進的干涉項對電子從 0 點回到 0 點的機率變化大小，則和古典機率相等，即 $|P_{cla}(O,O)|^2 = |P_{int}(O,O)|^2$ (2-18)

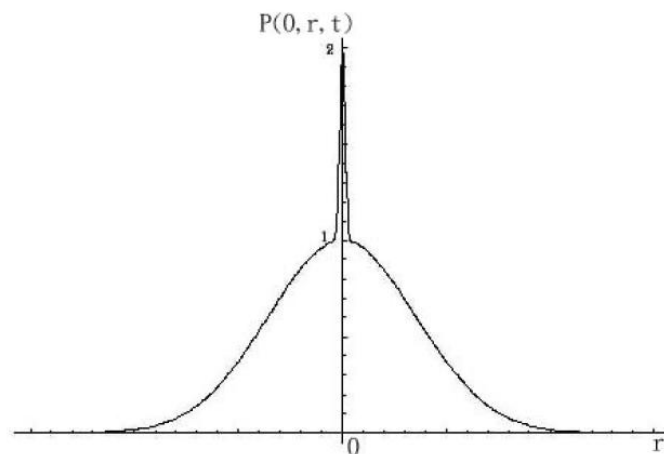


圖 2-9 加入弱局域效應的干涉項後，電子在空間的機率分佈圖

2-3-3 弱局域效應對電阻率的修正

接下來我們將用機率統計的原理來說明弱局域效應的導電率修正。設想電子在隨機分佈的散射點中，做無規行走 (random walk) 的運動。所以我們可以用古典的擴散理論來估計電子回到它的出發點的機率。

從時間 $t=0$ ，由原點出發後，在時間 t ，位置 \vec{r} ，單位體積內找到電子的機率為：

$$P(\vec{r}, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} e^{-r^2/4Dt} \quad (2-19)$$

D 是擴散常數， d 是系統維度。根據弱局域理論，電子回到原出發點 $O(\vec{r}=0)$ 的機率為：

$$P(O, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} \times 2 \quad (2-20)$$

乘以 2 是考慮弱局域效應的結果。

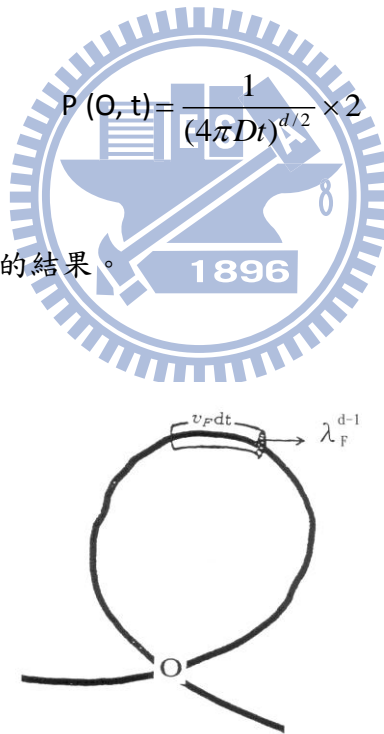


圖 2-10 電子經過 O 點的路徑示意圖

圖 2-9 散射截面約為 λ_F^{d-1} ，電子在時間 dt 內，以費米速度 v_F 掃過的體積 $\lambda_F^{d-1} v_F dt$ 電子相位同調的時間越長，掃過的體積就越多，它停留在 O 點的機率就越大。

我們考慮電子在經歷非彈性散射前所掃出的體積內，找到電子的機率是 $P(\tau_\Phi)$ ：

$$P(\tau_\Phi) \cong \int_{\tau}^{\tau_\Phi} P(0,t) \cdot \lambda_F^{d-1} v_F dt = \int_{\tau}^{\tau_\Phi} \frac{2\lambda_F^{d-1} v_F dt}{(4\pi Dt)^{d/2}} \quad (2-21)$$

其中 τ 是電子遭遇碰撞的最短時間，在低溫無序系統中接近於彈性散射時間。 τ_Φ 是同調相位破壞時間，也可以稱為相位同調時間，因為在這段時間內電子波的相位都是同調的。電子如遇到破壞相位同調的散射，例如非彈性散射，兩分波的干涉效應會變得混亂無法預測，弱局域效應也會因此消滅。

$P(\tau_\Phi)$ 是反散射掃過的體積和散射體積 $(4\pi Dt)^{d/2}$ 的比值，它也代表擴散常數 D 因局域效應而減少的比例，亦即 $P(\tau_\Phi) \cong \Delta D / D$ 。由波茲曼傳輸理論，我們可以得到愛因斯坦關係式：

$$\sigma = e^2 DN(E_F) \quad (2-22)$$

由此關係式，我們得知：

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta \sigma}{\sigma_0} = -\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = -P(\tau_\Phi) \quad (2-23)$$

$$\Rightarrow \Delta \sigma = -\frac{\Delta \rho}{\rho_0} \sigma_0 = -P(\tau_\Phi) \sigma_0 \quad (2-24)$$

負號表示對電導的修正是負的。

將不同的維度放入式子後 P. A. Lee 和 T.V. Ramakrishnan 提到對電導的修正為[6]：

$$\text{quasi-1d} \quad \Delta G \sim s \frac{e^2}{h} \times \frac{L_\varphi}{L} \quad (2-25)$$

$$d=2 \quad \Delta G \sim s \frac{e^2}{\pi h} \ln \frac{L_\varphi}{l_e} \quad (2-26)$$

$$d=3 \quad \Delta G \sim s \frac{e^2}{2\pi h} \left(\frac{L}{l_e} - \frac{L}{L_\varphi} \right) \quad (2-27)$$

s 為電子的自旋，這邊我們 $s = 2$ ， L 為樣品的長度， L_φ 為相位破壞長度， l_e 為電子碰撞的平均自由路徑。

另外 Eric Akkermans 和 Gilles Montambaux 對於弱局域效應對導電率的修正，也有同樣的結果 [7]

$$\text{quasi-1d} \quad \Delta\sigma \sim s \frac{e^2}{h} \frac{1}{S} (L_\phi - l_e) \quad (2-28)$$

$$\text{d=2} \quad \Delta\sigma \sim s \frac{e^2}{\pi h} \ln \frac{L_\phi}{l_e} \quad (2-29)$$

$$\text{d=3} \quad \Delta\sigma \sim s \frac{e^2}{2\pi h} \left(\frac{1}{l_e} - \frac{1}{L_\phi} \right) \quad (2-30)$$

2-4 相位破壞機制

我們知道電子的相位記憶，對量子干涉效應是很重要的。一旦電子的相位被破壞，因為無法產生建設性干涉，量子干涉效應就壞被破壞。因此了解電子相位如何被破壞，被哪些物理機制所影響是很重要的，相位破壞時間受各種機制影響可以表示成下列式子：

$$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_{in}} + \frac{1}{\tau_{so}} + \frac{1}{\tau_{ss}} + \dots \quad (2-31)$$

$$\frac{1}{\tau_{in}} = \frac{1}{\tau_{ep}} + \frac{1}{\tau_{ee}} \quad (2-32)$$

(2-29)為主要的幾種相位破壞因素，包含非彈性碰撞散射率 (τ_{in}^{-1}) 、自旋軌道散射率 (τ_{so}^{-1}) 、自旋-自旋散射率 (τ_{ss}^{-1}) ，其中非彈性碰撞散射率包含了電子-聲子非彈性碰撞與電子-電子非彈性碰撞(2-30)。

此外，磁場也會破壞電子的同調性，磁場越大電子的同調性會破壞得更多，也就是磁場可以抑制弱局域效應對電阻的影響，因此我們可以透過量測磁電阻分析弱局域效應。

2-4-1 電子-聲子散射

當存在非彈性散射時，因為電子相位變化量不再相同，即無法產生建設性干涉，只要溫度不在絕對零度，晶格中的離子受熱擾動而發生震盪情形就會存在，將此震盪的波包量子化即為聲子(phonon)，電子和聲子的散射，在高溫區域對電阻有很大的貢獻。令聲子震盪的頻率為 ω 且波向量為 \vec{q} ，和能量為 $E_{\vec{k}_i}$ 且波向量為 \vec{k}_i 的電子發生散射，散射後的電子的波向量和能量為

$$\vec{k}_f = \vec{k}_i \pm \vec{q} + \vec{g}, \quad E_{\vec{k}_f} = E_{\vec{k}_i} \pm \hbar\omega \quad (2-33)$$

因為波向量改變了，所以這一定是一種非彈性的碰撞過程，其中 \vec{g} 為符合能量守恆而寫下的位能，此散射發生於週期性晶格時稱為 umklapp scattering，若發生在無序系統則稱為 pseudo-umklapp scattering。

電子-聲子散射的週期我們記為 τ_{ep} ，在完美晶格中已有一致且公認的結果，當溫度 $T \ll \theta_D$ 時，在費米能階上電子-聲子散射率和溫度的關係式為 $\tau_{ep}^{-1} \propto T^3$ ，但是 τ_{ep} 在無序的系統都還沒有公認明確的結果。1973 年 Takayama[8] 表示雜質對電子-聲子散射率的貢獻，在 $T \ll \theta_D$ 應修正為

$$\frac{1}{\tau_{ep}} = \frac{2\pi^2 C (k_B T)^2}{k_F \hbar^2 \omega_D} \propto T^2 l^{-1} \quad (2-34)$$

然而對於非完美週期性晶格系統的 τ_{ep} 值仍是眾說紛紜，在此僅列出 Takayama 的理論觀點作為參考，目前對 τ_{ep} 與溫度的關係已有的共識為 $\tau_{ep}^{-1} \propto T^p$ 且 $p \geq 2$ ，但正確的 p 值與無序程度的關係，就需要我們繼續的研究與探討。

2-4-2 電子-電子散射

在毫無缺陷的金屬中，電子-電子散射的週期 τ_{ee} 和溫度的關係為 $\tau_{ee}^{-1} \propto T^2$

[9]。但是在無序系統中，三維下的電子-電子散射率為[10]

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = \frac{\pi(k_B T)^2}{8\hbar E_F} + \frac{\sqrt{3}(k_B T/k_F l)^{3/2}}{2\hbar\sqrt{E_F}} \quad (2-35)$$

當系統接近完美晶格時由第一項所主導，當接近強無序系統時由第二項主導，即

$\tau_{ee}^{-1} \propto T^{3/2}$ 。考慮二維無序系統則是 $\tau_{ee}^{-1} \propto T \ln T$ ，考慮一維無序系統則是

$\tau_{ee}^{-1} \propto T^{2/3}$ 。

2-4-3 自旋-軌道散射

我們知道電子的自旋量包含在波函數的相位裡面，當傳導電子進入正離子軌域時，在軌道中繞行的帶負電電子將產生一磁矩，如果轉換座標系來看，電子感受到的是正離子繞行電子而產生磁矩，此磁矩對電子而言相當於一磁場，電子本身帶有的自旋將會受到磁場的影響，我們把電子繞行軌道的磁矩和電子自旋的磁矩這兩磁矩的交互作用，稱為自旋-軌道散射(spin-orbit scattering)。傳導中的電子在短時間內所佔據的軌道通常為最外層軌道，電子繞行越外層的軌道所產生的磁矩越大，又正離子的原子量越大，外層的軌域越多，傳導電子則會暫時佔據更加外層的軌域產生更大的磁矩，因此，在系統中若存在較重的原子，則此系統就存在較大的自旋-軌道耦合效應。

電子的相位和其能量有關，我們令 $\vec{\mu}_1 = \vec{\sigma}_z$ 為電子自旋的磁矩， $\vec{\mu}_2 \propto \vec{k} \times \vec{k}'$ 為電子繞行軌道所產生的磁矩，則兩磁矩的交互作用的能量大小正比於 $\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2$ ，即

$$\vec{\sigma}_z \cdot (\vec{k} \times \vec{k}') = \vec{k} \cdot (\vec{k}' \times \vec{\sigma}_z) = \vec{k}' \cdot (\vec{\sigma}_z \times \vec{k}) \quad (2-36)$$

所以我們可以從 $|\vec{\sigma}_z \times \vec{k}|$ 的大小，來討論電子波函數的相位變化。相位干涉的兩波函數，自旋方向有上下兩種可能性，當兩波函數自旋方向相同，在不同時間點遇到同一自旋軌道散射點時，兩事件波向量方向相差一負號，即兩事件的 $|\vec{\sigma}_z \times \vec{k}|$ 值相差一負號，兩波函數回到原點的相位因此改變。若兩波函數的自旋方向相反，在不同時間點遇到同一自旋軌道散射點時，兩事件的 $|\vec{\sigma}_z \times \vec{k}|$ 值即相等，回到原點的兩波函數相位還是維持一樣。

我們將兩電子看成一個系統，波函數形式可寫為 $\psi = \phi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)\chi$ ，其中 $\phi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ 為空間波函數， χ 為與自旋相關的波函數，可由三態和單態的自旋波函數來表示

$$\chi = \begin{cases} \phi_{11} = \uparrow\uparrow \\ \phi_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \\ \phi_{1-1} = \downarrow\downarrow \\ \phi_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \end{cases} \quad (2-37)$$

所以考慮上述電子自旋的影響，機率應修正為

$$I = \frac{1}{2}(|\phi_{11}|^2 + |\phi_{10}|^2 + |\phi_{1-1}|^2 + |\phi_{00}|^2) \quad (2-38)$$

然而在弱局域效應中，當電子的自旋態為對稱時，電子回到原點的相位改變就無法再有建設性干涉，因此 $|\phi_{11}|^2 = |\phi_{10}|^2 = |\phi_{1-1}|^2 \approx 0$ ，而 $|\phi_{00}|^2$ 則能保留住，所以機率為

$$I = \frac{1}{2}|\phi_{00}|^2 \quad (2-39)$$

因為電子在原點的機率大小為古典機率的一半，造成系統電阻較古典預測電阻值來的小，如圖 2-17 所示。因為考慮自旋-軌道散射所造成電阻下降的現象，與

弱局域效應造成系統電阻上升的現象相反，所以在弱局域效應系統中，我們稱自旋-軌道散射為反弱局域效應。

Abrikosov and Gorkov[11]首次提出電子-自旋軌道散射時間 τ_{so} 為

$$\tau_{so} = \frac{\tau_e}{(\alpha Z_i)^4} + \frac{\tau_e}{(\alpha Z)^4} \quad (2-40)$$

Z_i 和 Z 分別是雜質和主要元素的原子序， α 為精細常數， τ_e 為電子平均彈性散射時間，且因為角動量守恆的關係，所以自旋-軌道散射與溫度高低無關。

2-5 一維系統的磁電阻修正

低溫系統中，非彈性散射率小，藉由外加磁場量測磁電阻，我們可以對弱局域效應中的相位破壞長度作分析，Triofi[12]和 Pierre[13]都提到一維磁電阻修正公式：

$$R(B) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{R(0)^2}{L} \left\{ 3 \left[\left(L_\phi^{-2} + \frac{4}{3L_{so}} + \frac{1}{12} \left(\frac{W}{L_B^2} \right)^2 \right)^{-1/2} - \left(L_\phi^{-2} + \frac{4}{3L_{so}^2} \right)^{-1/2} \right] - \left[\left(L_\phi^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{W}{L_B^2} \right)^2 \right)^{1/2} - L_\phi \right] \right\} + R(0) \quad (2-41)$$

其中 $L_B = \sqrt{\hbar/2eB}$ ， L 為樣品的長度， W 為樣品的寬度，所以我們從公式中可以直接得到同調長度 L_ϕ 和自旋-軌道散射長度 L_{so} 。

三、實驗方法與原理

3-1 樣品來源及製作流程

本論文所使用的 ITO 奈米線是由清華大學開執中教授與陳福榮教授所提供。奈米線是先利用 VLS 機制成長 In_2O_3 奈米線後，再以加速器作離子佈植，將錫離子摻雜到 In_2O_3 奈米線中。利用 X-ray diffraction (XRD, Mac Science MXP-18) 和 high-resolution transmission electron microscopy (TEM, JEM-2010FX)，我們知道成長的 In_2O_3 奈米線結構是 cubic bixbyite 結構，為完美的單晶結構且成長方向為 [100]。由 Energy dispersive x-ray spectroscopy (EDS, JOEL JEM-2010) 和 Inductively coupled plasma atomic emission spectrometry (ICP-OES Perkin Elmer Optima-3000DV) 可知 Sn/In 的重量比約為 4.4%。[21]

要量測奈米線電性，必須連接奈米等級的金屬電極作，才能進行量測。我們利用光微影技術搭配電子束微影技術來製作金屬電極，之後金屬電極再以銀膠接銅線作量測。金屬電極是先以光微影技術在基板上製作大電極(圖 3-2、圖 3-3)，再把長有奈米線的基板放在氧化層的矽基上輕壓，奈米線就會因為凡德瓦力附著在矽基板上(圖 3-3)。最後利用電子束微影技術，鍍上小電極連接奈米線與大電極，就完成樣品的製作(圖 3-4、圖 3-5)。

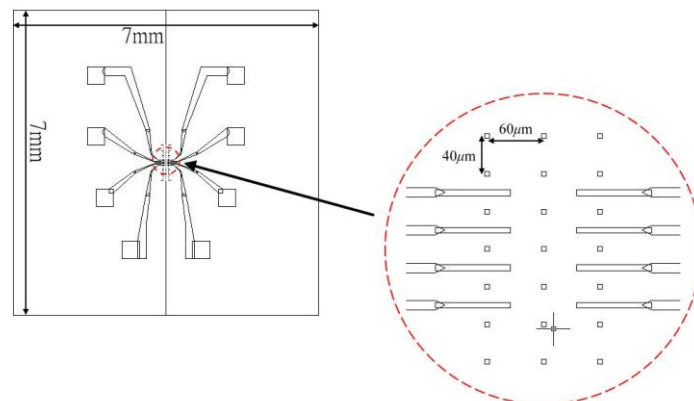


圖 3-1 光微影鍍上的大電極圖案

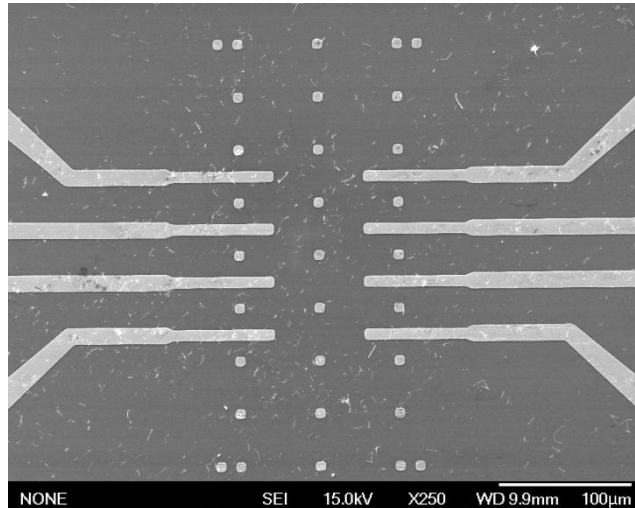


圖 3-2 光微影鍍上大電極並灑上奈米線後的電子顯微鏡照片

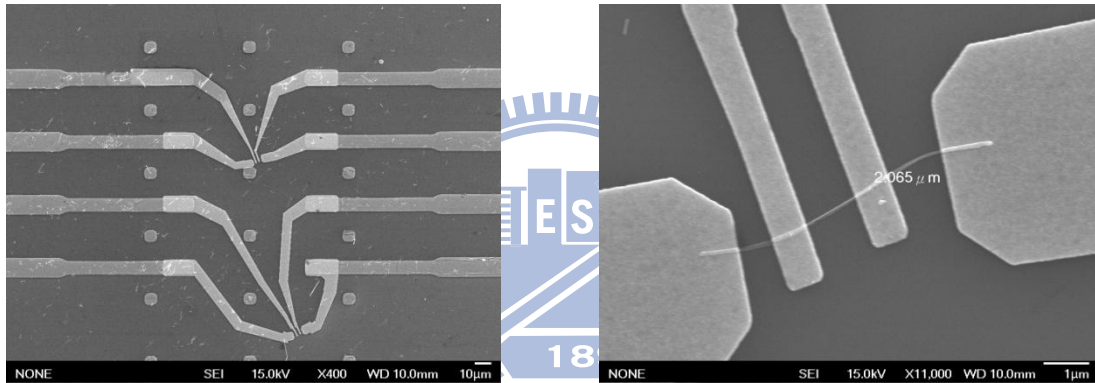


圖 3-3 電子束微影鍍上小電極後的結果

圖 3-4 小電極壓在奈米線上的結果

3-1-1 光微影

我們把市面上買到的矽晶圓洗淨後，成長 500nm 的氧化層當作絕緣層，再送到交大奈米中心，以光微影技術曝光出圖(3-1)的圖案，之後以蒸鍍機先鍍上 10nm 的鈦與在鍍上 60nm 的金當作電極。鈦的功用是當作黏著劑，因為金與 SiO_2 黏著力不好，而鈦對兩種材質都有很好的黏著力。最後再以丙酮舉離，就可以得到我們想要的大電極圖案(圖 3-2、圖 3-3)。

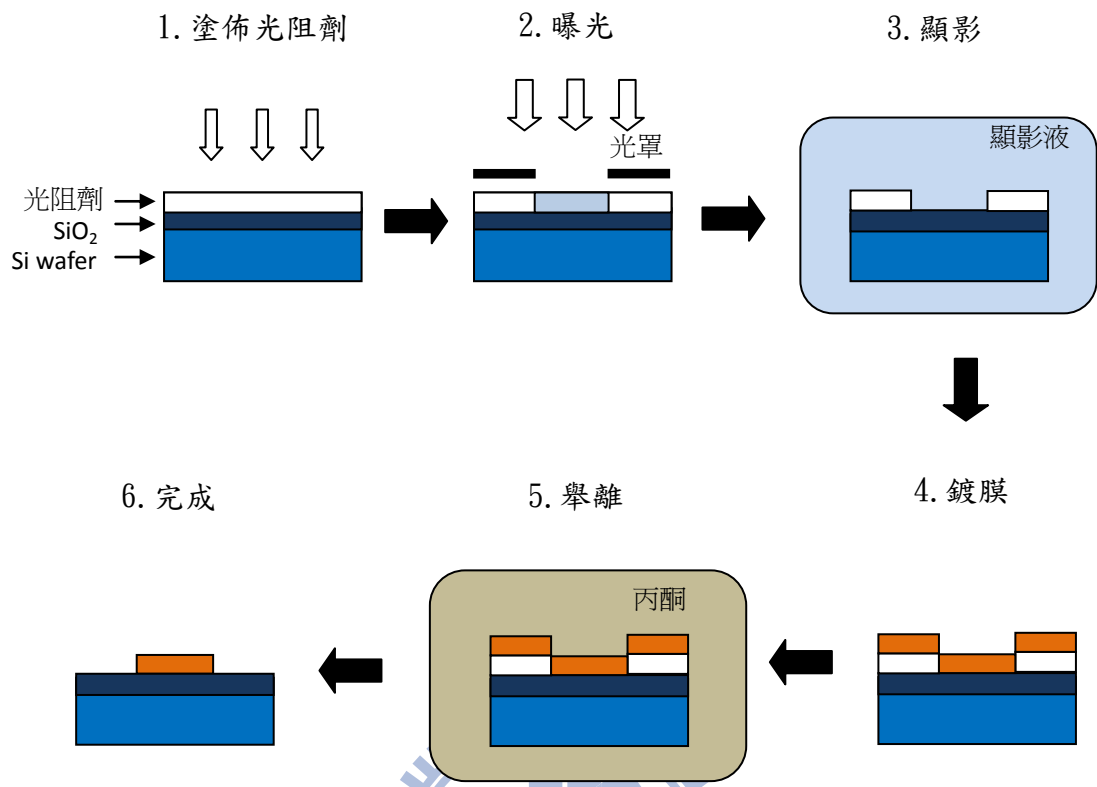


圖 3-5 光微影技術流程

3-1-2 電子束微影

電子束微影原理和光微影原理一樣，只是光阻劑改成電子阻劑 PMMA，而曝光過程，直接以程式控制電子束掃出希望的圖案即可。這套系統是架設在熱游離式電子顯微鏡(electron scanning microscopy, SEM)由於電子的波長相較於光的波長小很多，相較於光微影比較不會有繞射的情況，所以有更好的解析度，但是缺點是電子束微影需要電子束在設計的圖案上慢慢掃過，所以比光微影要花費更長的時間曝光。

3-1-3 掃描式電子顯微鏡

掃描式電子顯微鏡(scanning electron microscopy, SEM)主要是由電子槍、電子鏡柱、真空系統、腔體偵測系統、顯示及紀錄系統所組成如圖 3-6。

- 電子槍 利用高電壓($\sim 10^8\text{V/cm}$)或熱游離使燈絲在真空中放出電子，放出之電子強度即為 SEM 之主要光源。電子槍的必要特性是亮度要高、電子能量散佈(Energy Spread)要小。而我們實驗室中型號 JSM-7000 的 SEM 是屬於場發射型，而 JSM-6380 則是屬於熱游離型。

- 電子鏡柱

電子槍發散出來的電子由兩組透鏡聚焦，也可用來控制電子束的尺寸，掃描線圈的作用在偏折電子束使其能在試片的表面作二維的掃描工作。電子束經過物鏡就如同光學顯微鏡原理一樣，但此時是調整項圈(coil)所造成的磁場來控制電子束做最後的對焦動作完成對焦後，即可進行最後的轟擊試片表面。

- 真空系統

為保持整個系統之真空狀態，使電子束的聚集不受干擾，真空系統是最基本的要求。由旋轉幫浦(Rotary Pump)及真空擴散幫浦(diffusion Pump)組成，真空度可達 10^{-6} torr。此系統清潔與否直接影響到整個系統的真空度，故需經常保持這部份之清潔，使用時任何可能污染的 sample 都不得進入，也需要定期維護保養。

- 腔體及偵測系統

腔體內需密閉並維持良好的真空度，以利電子束照射樣品。樣品置放作台有外控之水平、垂直、旋轉、高低之調整鈕。這裡可以增加偵測器或其他特殊功能之組件如：EDS、EWDS、CL、E-Beam writer。電子束照射樣品所產生之反應訊號，可裝置不同偵測器檢收，我們常用的為：二次電子偵測器，背像散射電子偵測器。

- 顯示及紀錄系統

SEM 之顯示系統為陰極射線管(CRT)偵測系統在樣品上做二維的掃描並且此動作與 CRT 上的掃描動作同步。電子被偵測到後，經過訊號處理放大後送到 CRT，由於樣品表面任意點所產生的強度，是一一對應到 CRT 上的亮度，所以，樣品表面的形貌、特徵可藉由此種同步成像的方式，而一一表現出來。

- 成像原理

電子束照射在樣品上，會產生二次電子、反射電子、吸收電子、Auger 電子、特性 X 光…等，而在 SEM 上主要是偵測二次電子，及反射電子，以形成影像。

表面的二次電子被擊出時，其能量約 $< 50\text{eV}$ 。由於是低能量電子，所以只有在距離試片表面約 50~500 埃深度範圍內所產生之二次電子，才有機會逃離試片表面而被偵測到。由於二次電子產生的數量，會受到試片表面起伏狀況影響，所以二次電子影像可以觀察出試片表面之形貌特徵。

當二次電子脫離試片表面時，二次電子偵測器(E-T detector)表面上的金屬網會通以 250V 正電壓，藉以吸引二次電子進入偵測器內撞擊閃爍器。因為閃爍器上含有 Eu 可將電子轉換成光子，這些光子經過光電倍增導管傳送並轉換放大成電子脈衝訊號(約放大 10^5 - 10^6 倍)後再經 PC 處理後顯示在螢幕上，即完成二次電子成像。

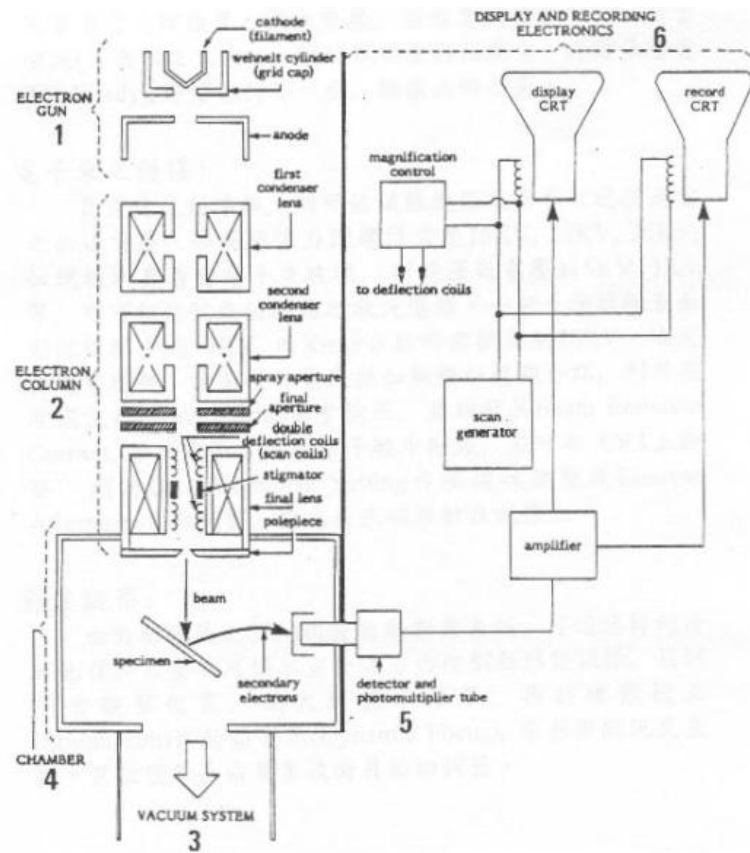


圖 3-6 電子顯微鏡示意圖。結構主要分成：

1. 電子槍
2. 電子鏡柱
3. 真空系統
4. 腔體
5. 偵測系統
6. 顯示及記錄系統

3-1-4 電子鎗蒸鍍系統

電子鎗蒸鍍系統是物理氣相沉積的一種，藉由電子束加熱固態材料使其氣化，然後再使蒸氣在基板表面上凝結，形成固態的薄膜。我們利用電子鎗蒸鍍系統，在樣品上連續鍍上鈦和金的薄膜當作電極。電子鎗蒸鍍系統的基本構造如下：

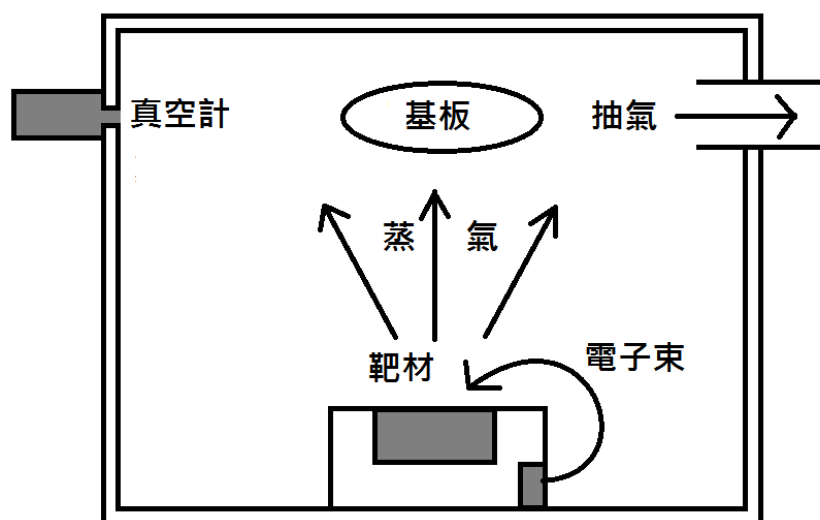


圖 3-7 電子鎗蒸鍍系統的基本構造

蒸鍍前我們必須以丙酮酒精仔細清潔腔體，以確保蒸鍍的過程中，不會有太多雜質從腔體逸散出來，影響鍍膜的品質。另外為了鍍膜品質，腔體必須維持在高真空(2×10^{-6} torr)的條件，為了維持這樣的真空度，抽氣端必須以機械幫浦串接渦輪幫浦。

3-2 量測方法與低溫量測技術介紹

3-2-1 四點量測

一般量測電阻都是用兩點量測，這樣的方法對於精密量測存在很大的問題。兩點量測得到的電阻會包含導線電阻與接點電阻，導線電阻對於小電阻的量測時，是不能忽略的，而低溫下接點電阻會隨著溫度降低而急遽上升，有些樣品的接點電阻甚至可達 $M\Omega$ 等級。我們就採用四點量測的方法來避開問題(圖 3-8)，透過這樣的量測方法，就能量到樣品真正的電阻值。

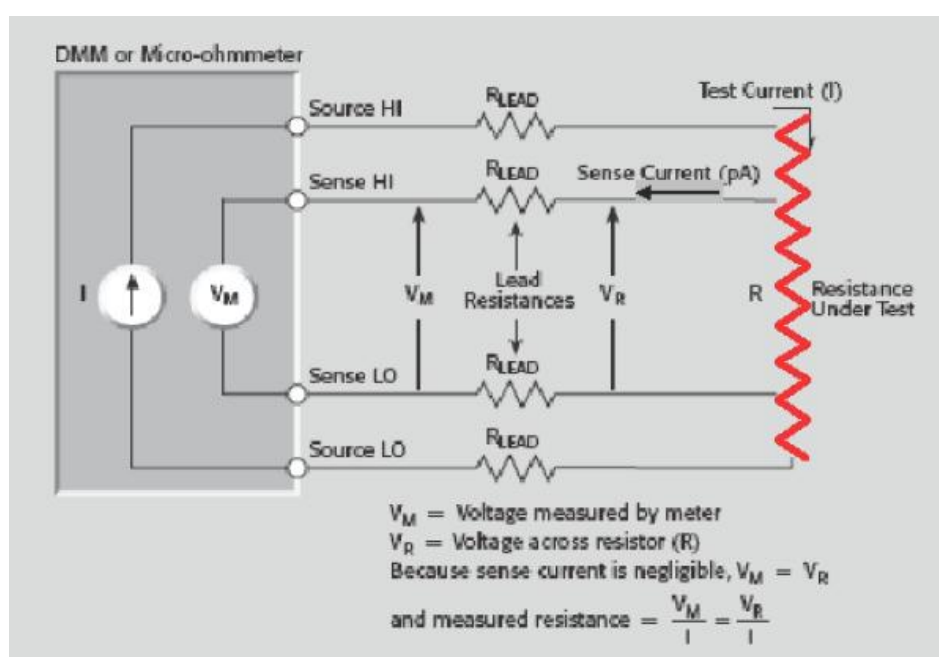


圖 3-8 四點量測接法示意圖

圖中是送 I 量 V 的四點量測，由於流經電壓計的 Sense Current 甚小，所以 $V_M = V_R$ ，又 Test Current \gg Sense Current，電流計所顯示的電流，約等於實際流過樣品的電流，因此待測的樣品電阻就會等於 V_M/I 。

3-2-2 雜訊隔離

對於樣品作精密量測，我們常使用很小電流、電壓作測量，因此所得到的訊號也會很小，這時候外界的雜訊和訊號比較，是不能被忽略的，我們必須把外界的雜訊隔離，才能得到乾淨的數據。此外，對於敏感的樣品，外界的雜訊干擾也有可能影響樣品的特性，這我們也要特別注意。以下介紹雜訊的來源，以及如何有效地隔絕雜訊。

1. 量測儀器配有獨立的不斷電系統(Uninterruptible Power Supply, UPS)

其電源波形和原先電力公司送來的不同，且 UPS 有濾波的功能，相較於電力公司，他能提供很穩定的電源。然而 UPS 平常為開啟充電的狀態，但是在實驗的過程，此電池為一強大的雜訊源，因此我們在實驗過程中，會將此 UPS 改為不充電狀態。

2. 注意實驗室中與量測系統共用相同接地的儀器

當很多儀器共用相同的接地時，會在地下形成一個迴路 (Ground loop)，造成每個儀器互相干擾，尤其是在儀器剛開啟時的突波更為明顯。其中頻率相近的電表也開著的時候，對訊號也有一定程度的干擾，所以在量測的過程中，預避免這些儀器的影響。

3. 注意元件製程的細節並確定樣品與儀器的接觸良好

雜訊的來源有時來自電子隨機被某些散射點散射所導致，所以在製程中要注意製程的環境是否乾淨，避免雜質進到元件裡，譬如蒸鍍過程中的真空度夠低、鍍電極前是否清除乾淨。此外，樣品與儀器的接觸包含了樣品和銅線間的銀膠還有銅線和樣品座的接觸是否牢固。

4. 外界電磁波的干擾

通常來自日常生活的環境和實驗室中某些儀器所產生，良好的接地並且將量測儀器屏蔽起來有助於防止這類的雜訊干擾。

5. 使用雜訊隔離器 (Isolator)

在電表和溫控計連接到電腦之間，使用雜訊隔離器 ISO488，利用光學訊號來代替電表與電腦之間傳遞的訊號，防止電腦的電子訊號對電路有所干擾，消除接地迴路的產生，此外還能濾掉較高頻的雜訊。

3-2-3 靜電防護

由於我們量測的奈米線，相較於一般導線是相當脆弱的，一般人體產生得靜電就足以燒毀奈米線，所以從製作樣品到量測過程都必須作好靜電防護，以保護樣品。

以下列出我們常做的防護措施：

1. 實驗全程佩帶靜電手環，隨時將身上的電荷導掉。
2. 任何探針或電表在接上樣品之前預先接地，避免可能累積的電荷進入，尤其是尖狀的物品特別容易有電荷的累積。
3. 樣品製作完成後的基板，放在導電的樣品盒內，整個盒子中等電位，且不容易有電荷的累積。
4. 儀器所使用的任何接頭插拔時不可太快，避免可能因摩擦產生的電荷影響。
5. 實驗過程中，將樣品的外殼接地，導掉可能累積的電荷。
6. 任何電表在測量先都先開好，避免測量開始時產生的突波進入樣品。

3-3 低溫致冷器與降溫原理

低溫致冷器依照不同的原理與設計方式，可以達到不同的降溫條件。我們使用的是 Oxford 公司的 ^3He cryostats，型號是 HelioxVL， ^3He cryostats 的特色是，利用密閉式的 ^3He 輔助液態氦 (^4He)，作降溫的動作，可以比一般單純使用 ^4He 的 cryostats 降到更低的溫度。接著先介紹 HelioxVL 的結構，然後介紹降溫的過程。最後再加上超導磁鐵的介紹。

3-3-1 HelioxVL 結構說明

如圖 3-16 所示，HelioxVL 基本形體為一長管狀，主要構造分為三個部分，第一部分位於儀器最上方，如圖 3-16 的 A 段，包含存放 ^3He 的 ^3He dump 及其上方的針閥電動馬達、超導磁鐵電極、訊號線接頭、1K plate pumping line and valve、IVC pumping line and valve。

第二部分在儀器的中間，如圖 3-16 的 B 段，外觀為中空的不鏽鋼管，內部連結了第一段到第三段的訊號線。此部分的長度甚長，和外殼為不鏽鋼，都一樣的原因：減少到 IVC 的熱源。當此低溫儀浸入液態氦時，A 部分還是在室溫 300 K，300 K 的熱會由導線傳到樣品，若此導線從 300 K 到樣品所走的路徑很長，那麼熱阻就會變大，其導熱和導電都不容易，因此 B 部分以不鏽鋼做外殼也可減少 IVC 的熱源。

第三部分在儀器的最下方，如圖 3-16 的 C，此為一個腔體，我們稱它 IVC (Inner Vacuum Chamber)，控制 C 部分抽氣的閥門、測量樣品的電子訊號、磁鐵的電流輸入端…等，即此低溫儀對外的接點皆位於 A 部分。拆下 IVC 後就是核心的部分(如圖 3-16 右)，其中有 ^3He sorb、 ^3He pot、1K plate、樣品座、五顆溫度計及 3 顆加熱器，IVC 封上後會有一根不鏽鋼管路在外頭，為 1K plate 管路，它的功用是將外面的液氦抽進 IVC 內的管路，管子末端接到針閥 (needle valve) 且可以由 A 區的步進馬達控制針閥的大小，也就是控制液氦進出的量，抽進來的液氦由 IVC 上方進入 IVC 內，通過 ^3He sorb、1K plate、 ^3He pot。而樣品座位於 ^3He pot 下方，樣品座為實驗室自行製作，由無氧銅製成。由於無氧銅導熱良好，容易與 ^3He pot 達成熱平衡，所以我們可以將樣品座的溫度視為和 ^3He pot 相同，且可以依照實驗的需求放置來決定外加垂直磁場或平行磁場。

而我們使用的 ^3He 平常是放在 A 段的 ^3He dump，有一條管路通過 B 到達 C 段， ^3He pot 被包覆在其管路內，1K plate 連接包裹在其管路的外側，最後連接到 ^3He pot 內形成封閉的管路，此為 ^3He pot 密閉系統。

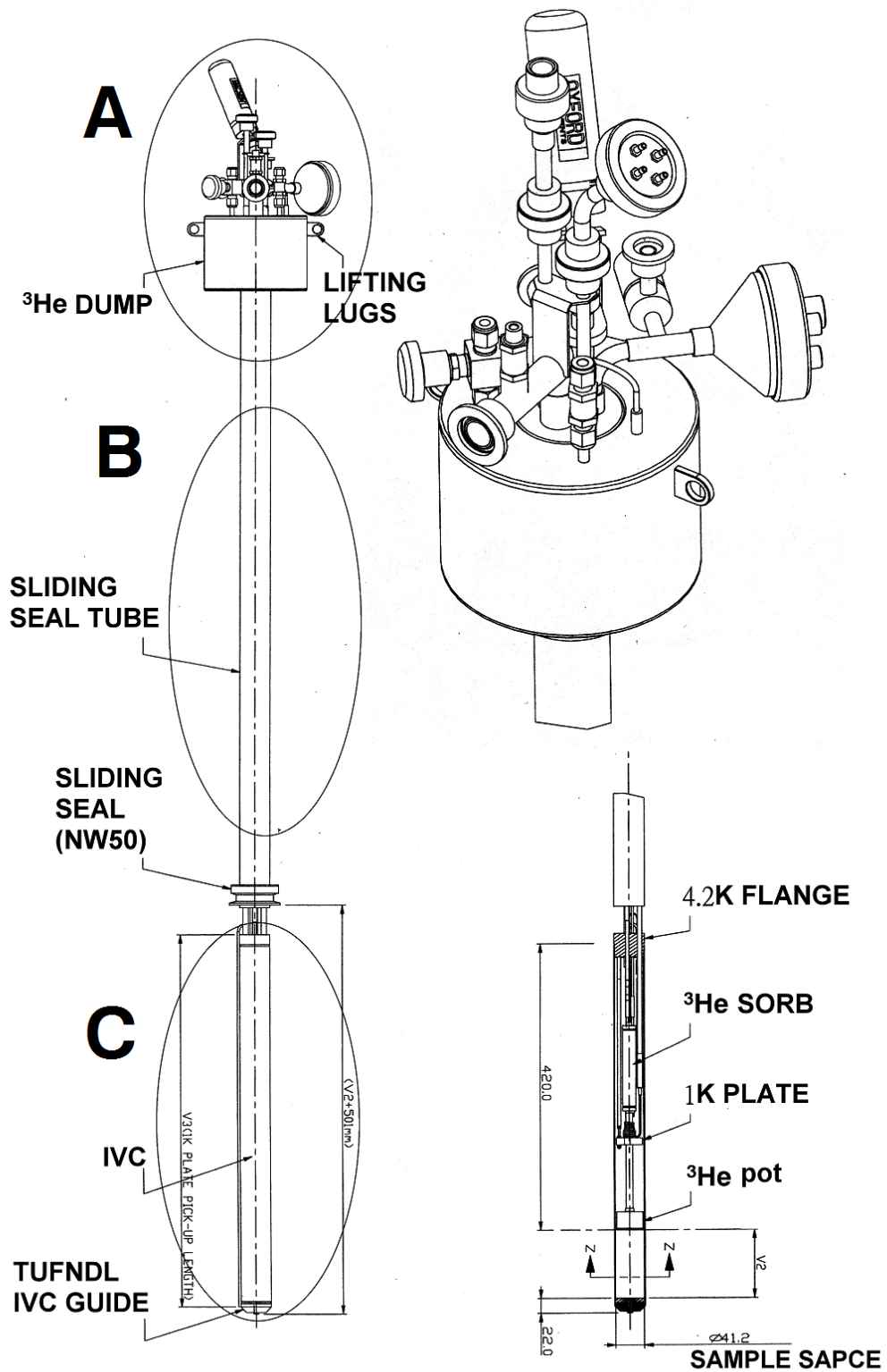


圖 3-9 ^3He cryostats 構造圖。

3-3-2 降溫原理

在從室溫降到最低溫度時，各個階段的溫區有不同的降溫方式，下面我們將一一介紹它們的原理和技術。

1. 300K~90K 先使用液態氮預冷(Pre-cooling)

一大氣壓下，液態氮的沸點(boiling point)為 77.4 K，熔點(melting point)為 63.3K。在此溫度區間，我們將低溫儀放入液態氮中利用熱傳導的方式來降低溫度。這部分我們不使用液態氮是因為溫度太高，直接使用液氮會造成液氮蒸發太快，就經濟層面考量會先用液氮預冷，而這裡要注意的是液氮可能會漏進管路中，在溫度低於它的熔點的時候很容易造成管路阻塞。在 90K 左右就可以準備將 cryostats 換到液氮中(如圖 3-11)。

2. 90K~5K 藉由液氮傳導降溫

液態氮的沸點為 4.2K，對於 IVC 來說外在的液氮是我們的冷源，而此時 IVC 降溫的方式是藉由液氮對 IVC 由傳導的方式做熱交換來進行，真空度低的 IVC 容易降到液氮溫度，但到了低溫的時候外面的液氮反而是熱的來源，所以真空度的高低在這邊影響很大，在我們下低溫之前會放約 10mtorr 的氮氣當作交換氣體，通常液氮和 IVC 熱交換平衡溫度在 5~6K。

3. 5K~1.5K 利用 ^4He 減壓降溫

由於液氮的沸點隨著壓力降低也會跟著降低(如圖 3-10)，而液氮的溫度也會跟著降低，所以我們可以藉由抽氣讓 IVC 到達更低的溫度，理論上越低的壓力就會到達越低的溫度，但這時 IVC 外的液氮為一熱源，並且在 2K 左右液氮的超流特性也會影響，所以減壓降溫大約能降到 1.5K 左右。

4. 1.5K~base temperature 由 ^3He 降溫

由於 ^4He 能降的溫度有一個極限，如果要再到更低的溫度就需要靠他的同位素— ^3He ，大自然界中存在含量極少的 ^3He ，因為 ^3He 也可與氘進行核反應，所以被嚴格管制取得不易，所以 ^3He 必須是在一個封閉的迴路中運作(如圖 3-12)，一大氣壓下，液態 ^3He 的沸點為 3.19 K， ^3He 和 ^4He 的特性不太一樣，如圖 3-10 為 ^3He 和 ^4He 的沸點隨壓力變化圖，可發現 ^3He 不需到和 ^4He 一樣的環境壓力，便可和 ^4He 有一樣的沸點。

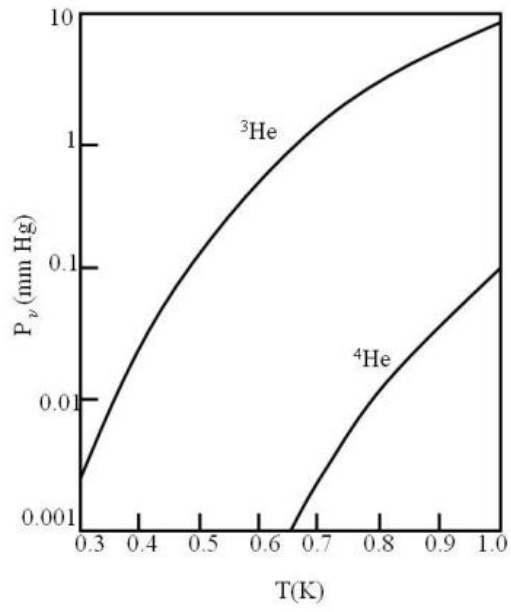


圖 3-10 ^3He 與 ^4He 壓力對溫度圖

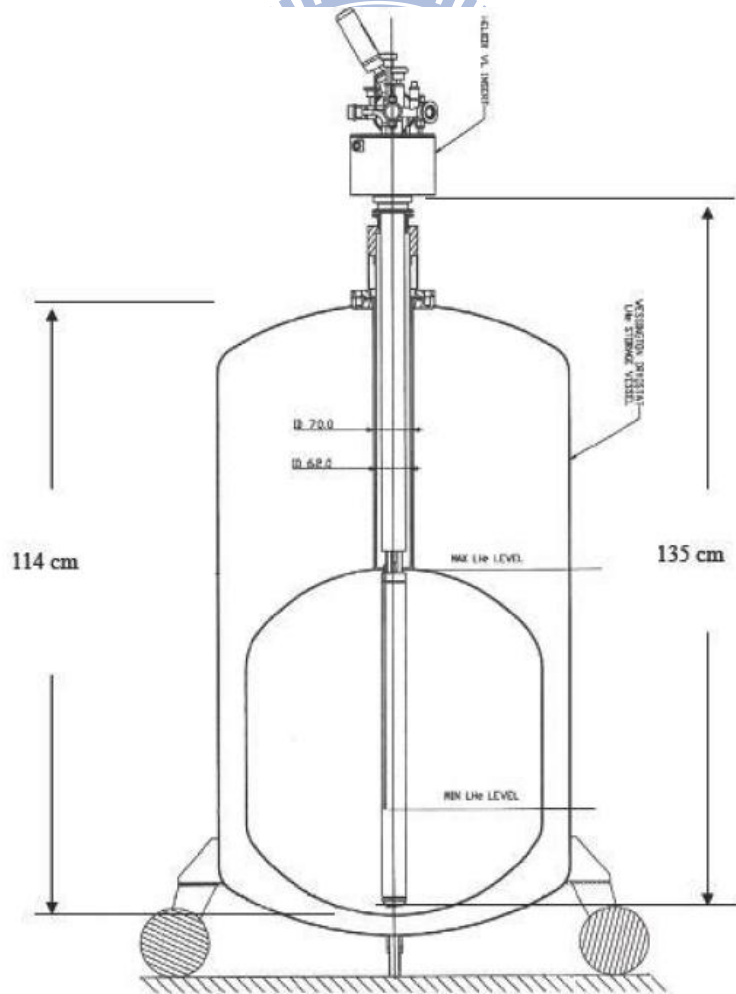


圖 3-11 cryo 放進液氮桶的透視圖

如同前面所說， ^3He 一開始被存放在圖 3-12 的 A 處的 ^3He dump 中，當整根 cryostats 被插到液氮中時，A 處仍在室溫，但 C 處降到液氮溫度附近，造成 cryostats pumping 的效果，這時候原本儲存在 A 段 ^3He dump 的 ^3He 會往下跑。但此時 ^3He sorb 也是在低溫的情況下，由於 sorb 內的活性炭有低溫吸收氣體、高溫放出氣體的特性，sorb 會吸附 ^3He 的氣體，這時 ^3He pot 溫度大概在 2.2K 左右時，我們加熱 ^3He sorb 到 30K，sorb 就會放出 ^3He 氣體，由於 ^3He pot 的溫度已經低於 ^3He 的沸點， ^3He 就會開始在 ^3He pot 冷凝(condense)如圖 3-12 左，在冷凝一段時間後(約半小時)，液態 ^3He 在 ^3He pot 累積了一定的量，這時把 ^3He sorb 的加熱器關掉， ^3He sorb 開始降溫，並開始對 ^3He pot 抽氣，如同一個天然的幫浦，對液態 ^3He 做減壓降溫的動作，此時會慢慢降到我們的基溫(base temperature)，約 0.25K 左右。

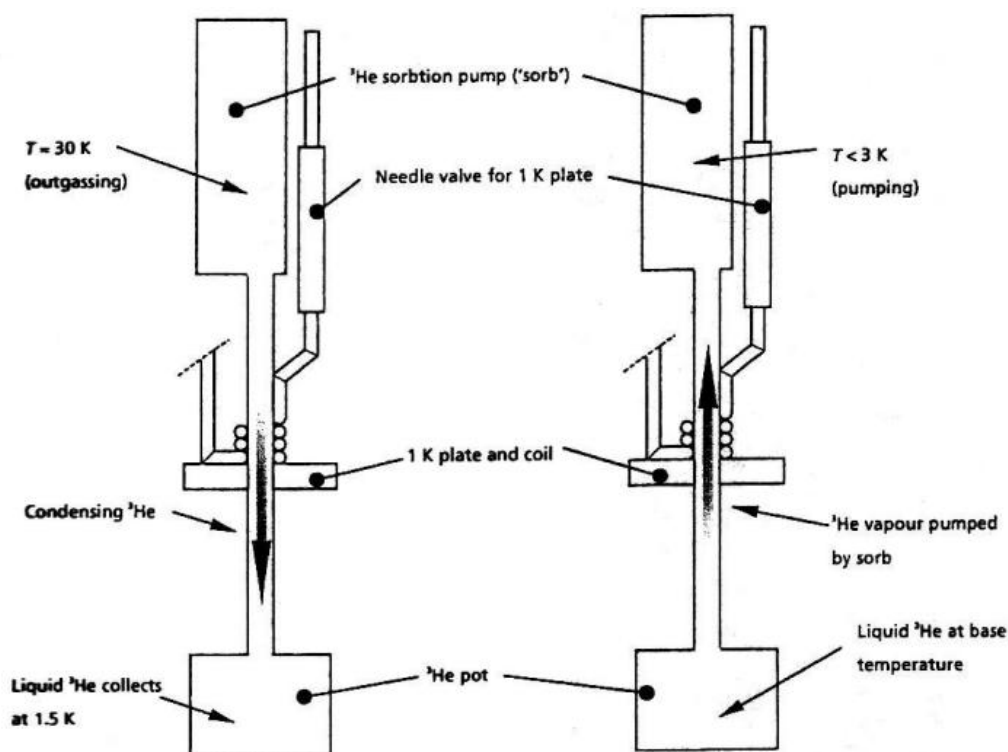


圖 3-12 ^3He 冷卻裝置圖

3-3-3 超導磁鐵

超導磁鐵主要由超導線圈和轉換加熱器(switch heater)組成(如圖 3-13)，圖中間粗線也是超導材質，藉由 switch heater 的加熱可以破壞此區的超導，而超導線圈的材質為 NbTi，在低溫下最高可通入 48.165 安培的電流，可產生 4T 的磁場，通入電流最高上升速率為 12.041 安培/分鐘。其超導溫度約為 11K，所以必須確定整個超導磁鐵浸泡在液氮中，成為超導態，否則離開超導態時電流產生的溫度會讓液氮快速揮發，整個氮桶壓力會升高，有氣爆的危險。依照不同的需求，超導磁鐵工作有兩種模式：

1. Sweep mode

在輸入電流到超導線圈前，先將 switch heater 打開一段時間(約 40 秒)，再將超導超導線圈電源打開，藉由改變輸入電流，我們可以得到不同的磁場，得到在不同磁場下的電性。

2. Persistence mode

將電流加到需要的磁場。將加熱器關掉，等待 40 秒，再把電流源降為 0，面板會顯示為 persistence 模式。此時電流所走的迴路為(2)號，由於是在超導迴路中，一開始的電流在這條路徑不會有能量的損失，所以可以將磁場固定。若要取消此模式，打開電流源，再將加熱器打開，等 40 秒，把電流降回 0 即可。

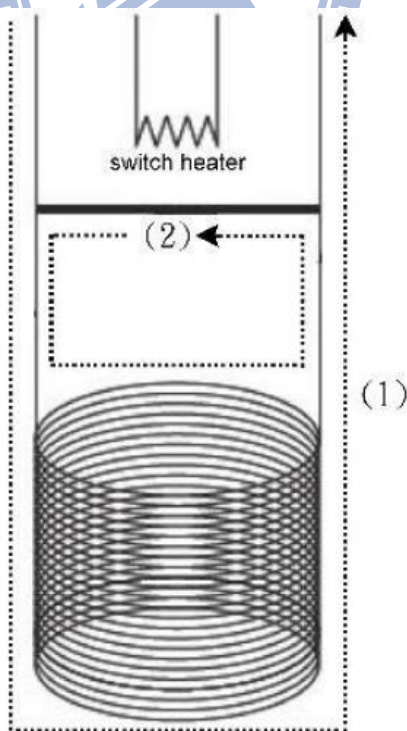
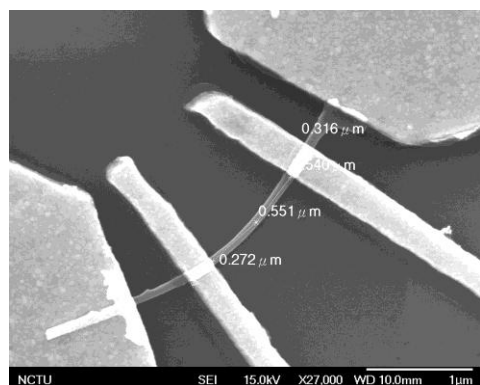


圖 3-13 超導磁鐵示意圖。

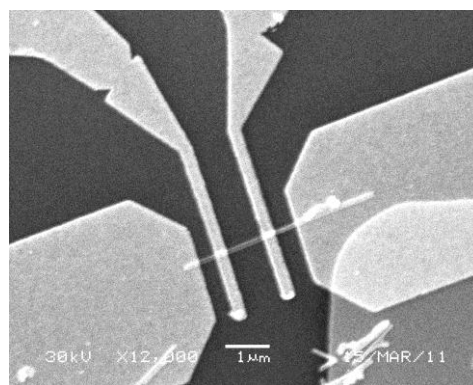
四、實驗結果與數據分析討論

4-1 樣品資訊及實驗原始數據

4-1-1 樣品資訊



ITO_100924d



ITO_110222c

圖 4-1 ITO 奈米線與電極的 SEM 影像

Sample	Length(μm)	Diameter(μm)	$R_{300\text{K}}(\Omega)$	$\rho_{300\text{K}}(\mu\Omega\text{-cm})$
ITO_100924d	1.385	78	1686	576
ITO_110222c	1.19	110	1006	803

表 4-1 樣品尺寸與室溫電阻率(以兩個電壓電極的中點距離當作 Length)

兩個樣品都是利用電子束微影技術鍍上 Ti/Au (100 Å /1000 Å)，以四點量測測量電阻。作四點量測之前，我們都會先以電表量測任意兩點電阻，推算出接點電阻大小(都在 1K Ω 以下)，確認四點量測電阻時，可以忽略掉接點電阻。由 SEM 的照片，我們可以清楚地定義出線寬，但是線長卻不容易決定。這是因為電極帶有一定的寬度，與線長相比無法忽略。我們只能簡單得把兩的電極的中點距離當作線長，這會影響電阻率計算的準確度。

每一個樣品都在低溫會下重複量測二到三次。樣品完成後第一次下低溫量測的結果，稱作 1st cool down，其他組則是回到室溫停留一晚再回到低溫重新測量，以 2nd cool down/3rd cool down 表示。我們經由回到室溫的動作，觀察樣品的特性是否會改變。

4-1-2 電阻率隨溫度的變化

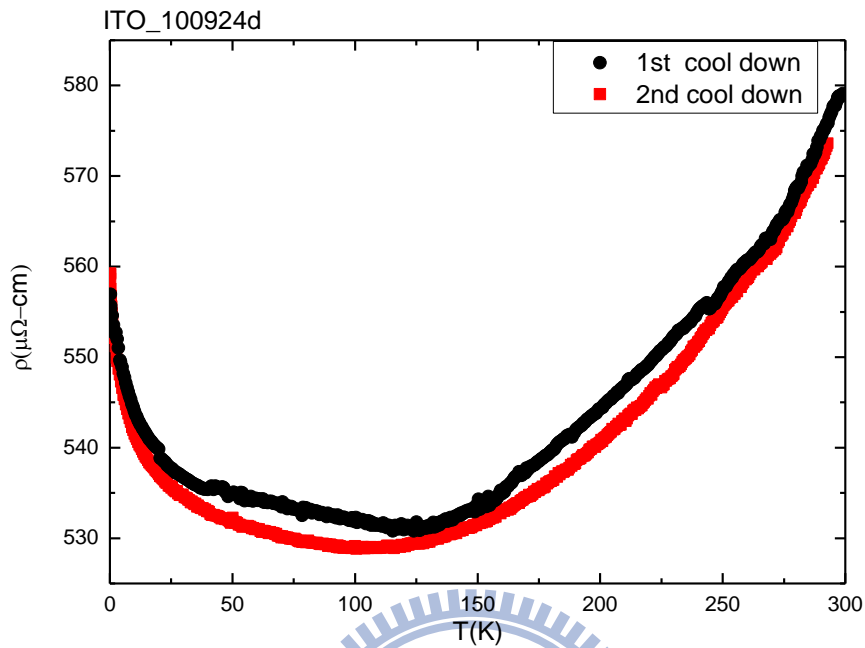


圖 4-2 ITO_100924d 電阻率對溫度關係圖

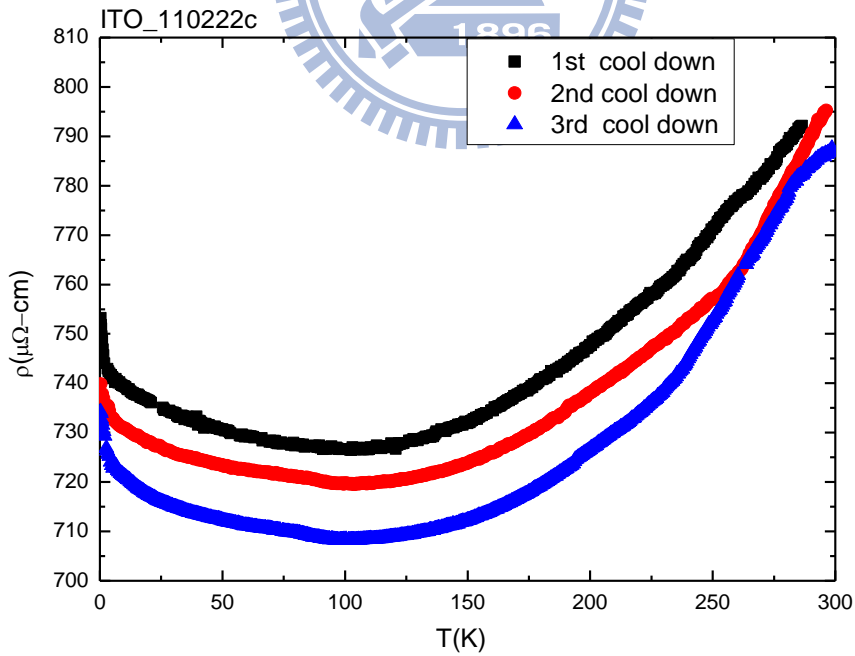


圖 4-3 ITO_110222c 電阻率對溫度關係圖

Sample	$R_{10K}(\Omega)$	$\rho_{10K}(\mu\Omega\text{-cm})$	$D_{10K}(\text{cm}^2/\text{s})$	$k_f l(10K)$	$T_{Rmin}(K)$	$R_{(0.3K)}/R_{min}$
ITO 0924d 1st cool down	1582	544	8.73	9.04	124	1.047
ITO 0924d 2nd cool down	1575	541	8.77	9.08	106	1.056
ITO 0222C 1st cool down	926	740	6.55	6.79	104	1.026
ITO 0222C 2nd cool down	915	731	6.63	6.87	103	1.030
ITO 0222C 3rd cool down	903	721	6.72	6.96	102	1.038

表 4-2 樣品溫度特性

電阻對溫度的關係都是以 LR-700 交流電阻橋，使用 10nA 的 excitation current 所量測。因為用 ^3He cryostats 量測 RT 時沒有作控溫的動作，加上 ^3He cryostats 若是封 IVC 時真空度不夠低，交換氣體過多，或是 cryostats 插入液態氣體時熱交換太快，溫度會下降得很快。溫度變化太快，樣品和溫度計可能會有大的溫差，造成量測上的誤差。如圖 ITO_100924d 1st cool down 中 25K-125K 之間，或是 ITO_11022c 3rd cool down 的 250K 到 300K 之間，有著不太自然的轉折。

由第二章的理論，因為兩個樣品的 $k_f l(10K) \geq 1$ ，電子是擴散式的方法傳輸，為弱無序系統，在低溫時傳輸電性主要是由電子和雜值或缺陷碰撞所主導。由圖 4-2、圖 4-3 我們看到電阻率在低溫下，沒有趨向殘餘電阻值，而且會隨著溫度下降而上升，這是因為樣品是弱無序系統，由先前的理論可知，這些電阻率的上升可能是由於弱局域效應與電子-電子交互作用所造成的。

同一根奈米線的 RT 曲線，在不同次的量測差異性不大，但是再次 cool down 之後電阻率會稍微變小，這可能是樣品經過升降溫後變得更加有序所造成的。ITO_100924d 的 $R_{(0.3K)}/R_{min}$ 的值稍大，我們可以推測，弱局域對這個樣品的影響

可能較大。擴散常數的決定需要系統的費米能量(Fermi energy)，我們利用本實驗室陳奕甫學長對 ITO 薄膜的實驗結果，利用電阻率推論出費米能量，進而求出擴散常數(推導過程見附錄)。

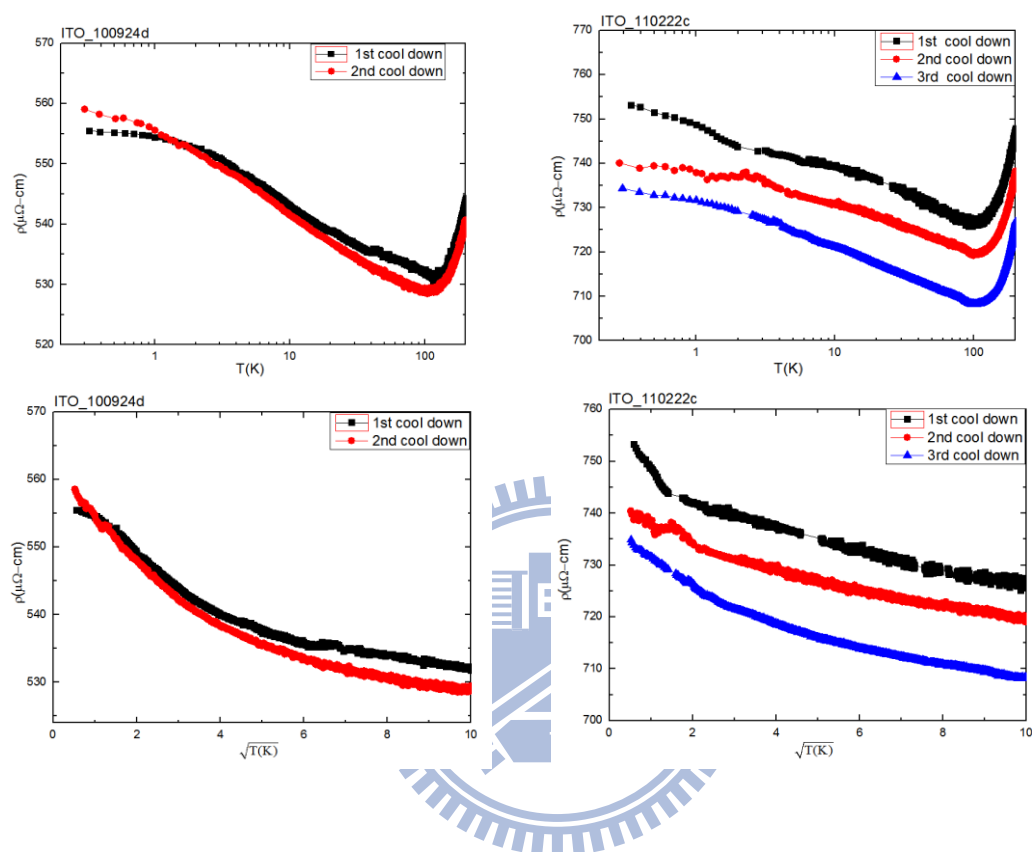


圖 4-4 電阻率隨 $\text{Log}T$ 、 $\sqrt{T(K)}$ 的變化

比較上面四個圖，電阻率對 $\text{log} T$ 圖有比較明顯的線性區域。在 5K-80K 左右呈現線性關係，4-9K 間對在 $\sqrt{T(K)}$ 有線性關係，而 1K 以下有慢慢飽和的趨勢，行為很像是二能級系統所引起的非磁性近藤效應。過去對於 ITO 奈米線的量測，都看到類似的結果[18][21]。但是由於低溫下電阻率的上升，還包含了弱局域效應和電子-電子交互作用的貢獻，所以這部分沒有進一步作定量分析。

4-1-3 垂直磁場下的磁電阻

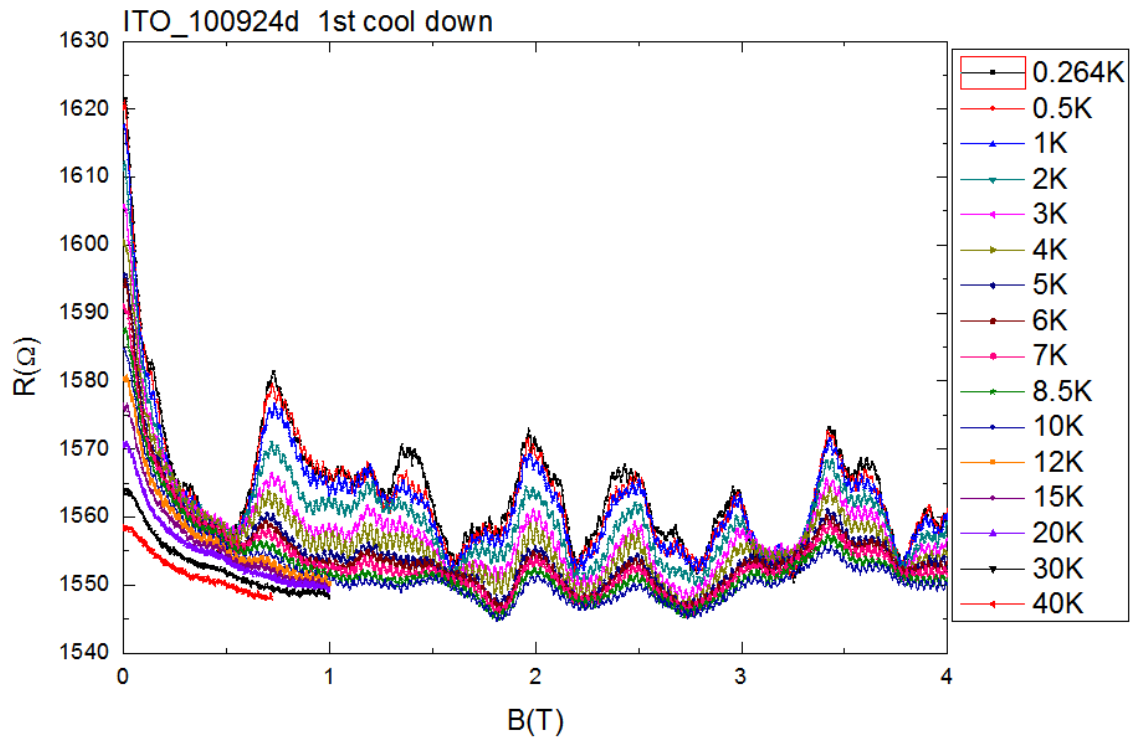


圖 4-5 ITO_100924d 1st cool down 的磁電阻數據

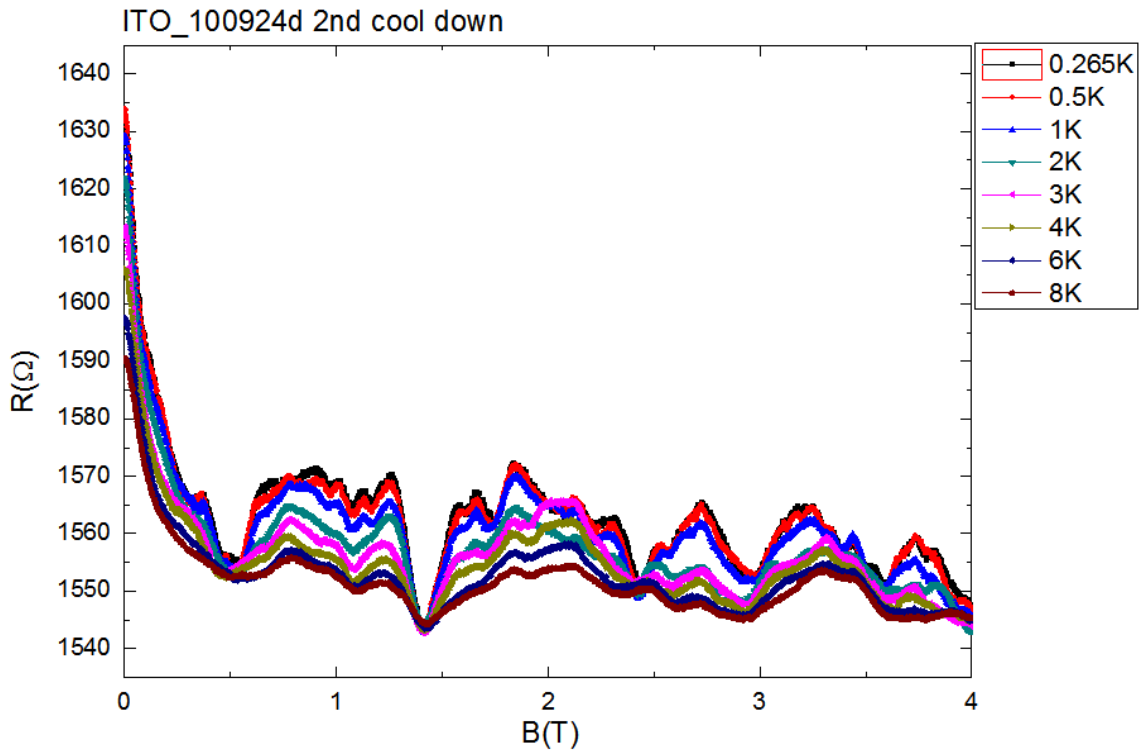


圖 4-6 ITO_100924d 2nd cool down 的磁電阻數據

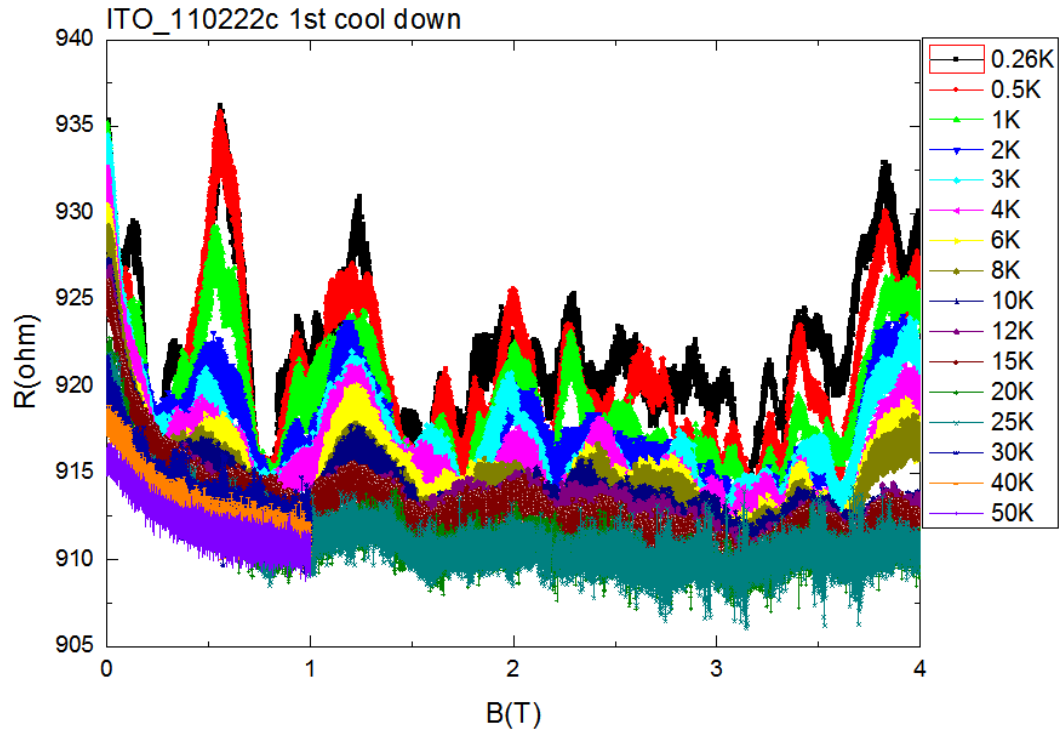


圖 4-7 ITO_110222c 1st cool down 的磁電阻數據

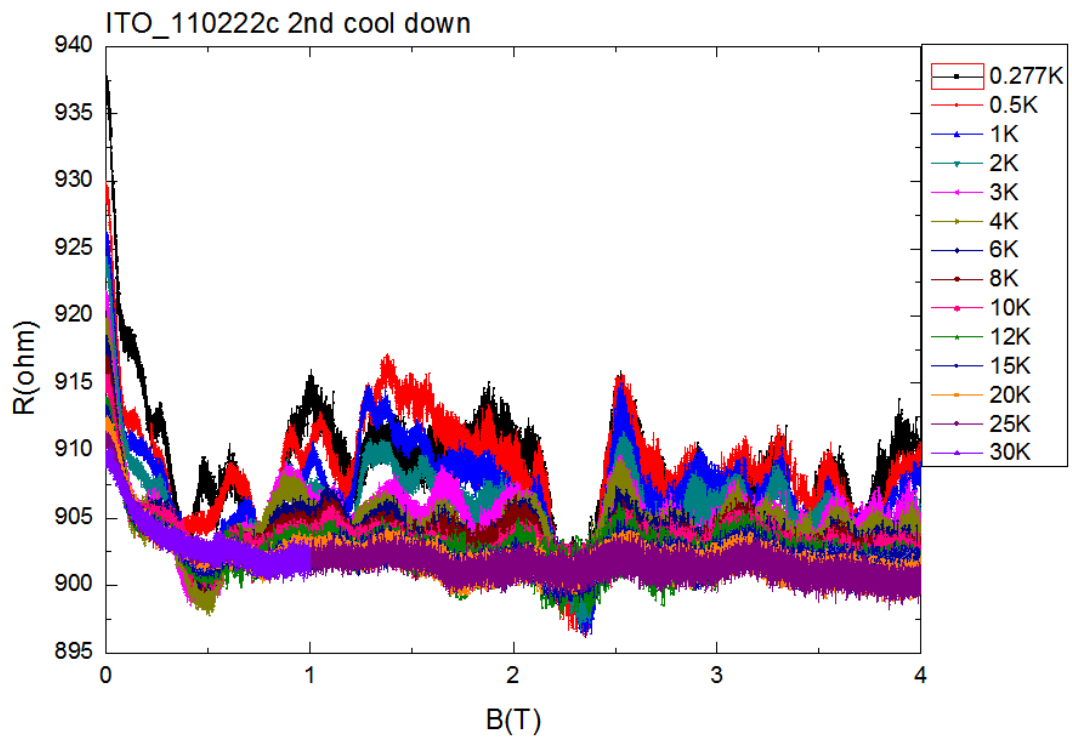


圖 4-8 ITO_110222c 2nd cool down 的磁電阻數據

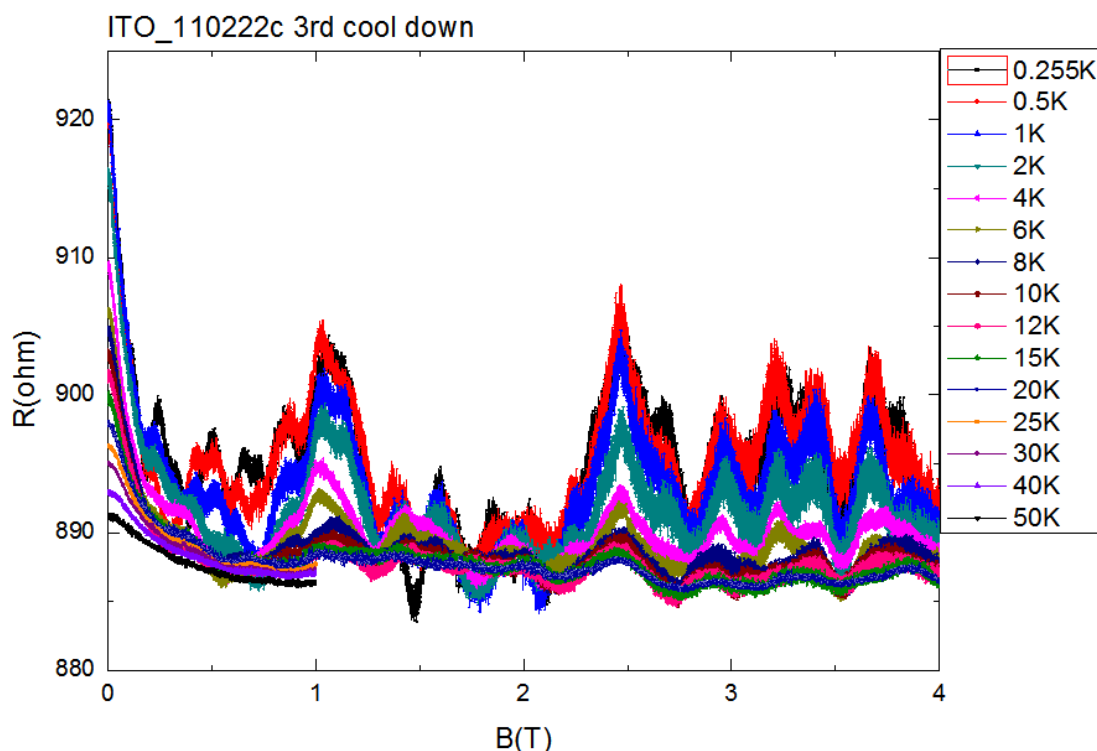


圖 4-9 ITO_110222c 3rd cool down 的磁電阻數據

觀察各組磁電阻數據可以發現，低磁場的區域都帶有明顯的負磁阻，這些負磁阻隨著溫度的上升，變化越來越小。先前對於同一批樣品的實驗，已證明了負磁阻的現象是由弱局域效應所造成[18]。另外由表 4-2 我們知道 $k_f l(10K) \geq 1$ ，這說明了我們的樣品確實是弱無序系統，會發生弱局域效應。遠離低磁場的區域都帶有明顯的電阻漲落，這些電阻漲落的位置是相似的，有著高度的重複性。而漲落在不同溫度下，會隨著溫度的上升而緩慢的變小。我們發現這些漲落可以用 UCF 理論來描述。這些可重複性的漲落常被稱作磁指紋(Magneto fingerprint)。

由弱局域理論可知，磁場越大弱局域效應改變磁電阻的量會越小。所以我們可以推論，遠離小磁場的磁電阻變化主要是由於 UCF 作造成。在低磁場由於電阻漲落並不明顯，電阻變化則是由弱局域效應所主導。我們必須特別注意的是，把同一條線回到室溫再降溫，再次量測後的磁電阻(MR)會明顯不同。UCF 理論告訴我們電導的漲落圖案和雜質與缺陷位置是相關的，因此漲落圖案的改變代表系統在升降溫過程後，樣品的雜質與缺陷重新排列了。

樣品 ITO_100924d 都是以 10nA 的電流量測磁電阻，使用小電流量測的目的是為了，避免電流過大加熱樣品，使得樣品溫度與溫度計有明顯得溫差，造成量測上的誤差。但是 ITO_110222c 樣品的電阻雜訊較大，在高溫的電阻漲落會被量測到的雜訊所影響，造成分析 UCF 訊號的困難(見圖 4-10(a))。

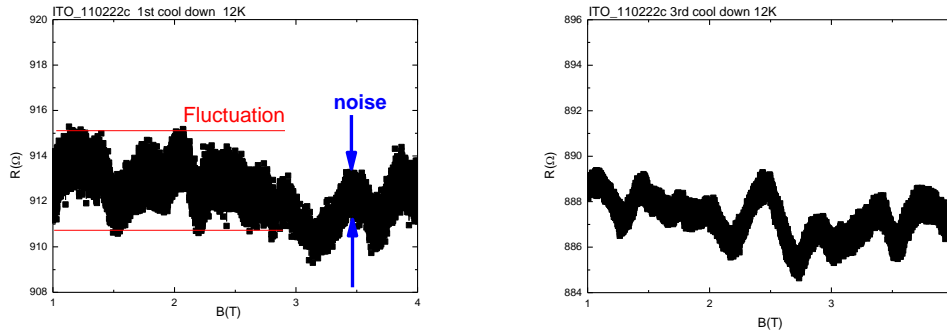


圖 4-10 (a)量測到的磁電阻漲落與雜訊(noise) (b)增加電流後的磁電阻

為減少 noise 的影響，量測 ITO_110222c 3rd cool down 時，我們隨著溫度的增加把電流逐漸加大。加大的電流會考慮下面關係： $eV \ll k_B T$ 。電流會對應電壓因為電阻固定的樣品，電流加大樣品兩端的電壓降也會變大。這個關係的意義是電子因為電壓降所獲得的能量，要小於 $k_B T$ 的環境能量，這是為了避免因為電流的增加使得電子對系統產生太多加溫的效果。當隨著電流加大，noise 會變小，因此 ITO_110222c 3rd cool down 越高溫的磁電阻雜訊越小，如此可以看到更清楚的 UCF 漲落趨勢，(見圖 4-10(b))。

4-1-4 電阻隨時間變化

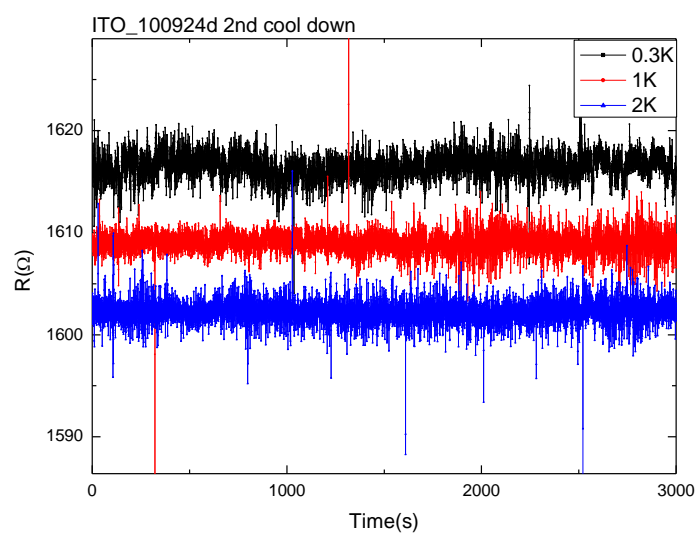


圖 4-11 ITO_100924d 2nd cool down 的電阻對時間變化圖

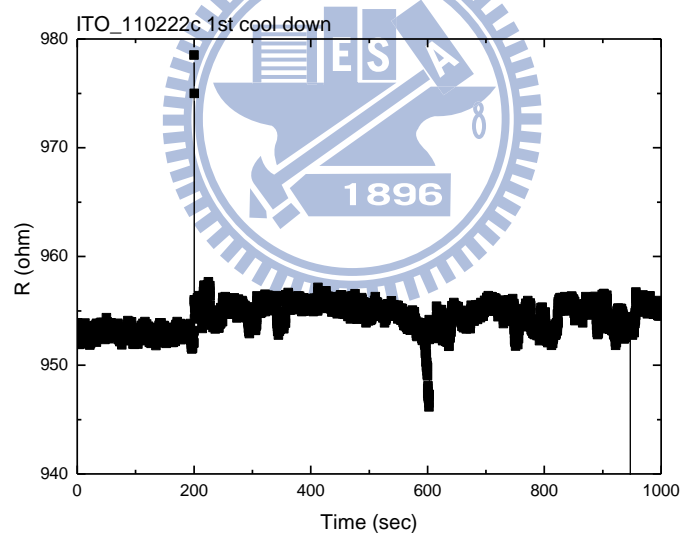


圖 4-12 ITO_110222c 1st cool down 的電阻對時間變化圖

我們在不同溫度下控溫，量測電阻值隨時間的變化，觀察樣品是否產生改變。由圖 4-11、圖 4-12 可知，ITO_110222c 在 1000s 內電阻就有明顯的變化，而 ITO_100924d 在 3000s 內不同溫度量測三次，電阻都沒有太大偏移，可見 ITO_110222c 是電阻比較容易變化的樣品。

我們認為 ITO_110222c 小幅度的電阻跳動來自於外界的干擾，因為電阻跳動前都可以明顯看到很大的突波訊號，而這些突波訊號是由於電源不穩定造成的。由於實驗室的儀器電源都是由台電供應，地線也是共用，電器之間的訊號容易有干擾的現象，特別是電器電源啟動關閉時，會產生大的電流脈衝。對於敏感的樣品，這些干擾往往會改變樣品的狀態或特性。

4-2 以弱局域效應分析垂直磁場下的磁電阻

$$R(B) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{R(0)^2}{L} \left\{ 3 \left[\left(L_\phi^{-2} + \frac{4}{3L_{so}} + \frac{1}{12} \left(\frac{W}{L_B^2} \right)^2 \right)^{-1/2} - \left(L_\phi^{-2} + \frac{4}{3L_{so}} \right)^{-1/2} \right] - \left[\left(L_\phi^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{W}{L_B^2} \right)^2 \right)^{1/2} - L\phi \right] \right\} + R(0) \quad (4-1)$$

我們利用一維弱局域效應的磁電阻公式，去擬合磁電阻。由於磁電阻數據在小磁場都沒有正磁阻的現象，我們知道自旋-軌道散射的貢獻很小，所以可以假設 $L_{so} \gg L\phi$ (擬合時我們令 $L_{so}=1$ ，也就是指自旋-軌道散射可以完全忽略)。

選擇適當的擬合範圍是很重要的，會明顯地影響結果。一般擬合弱局域都會選擇很小的磁場範圍，這是為了避免高磁場下有其他效應的影響，像是電子-電子交互作用，或是古典的 Lorentz 力，我們擬合磁場的範圍和溫度有個相關性， $B/T \leq 0.5 \text{ Tesla/K}$ [14]，因此溫度越低可擬合的磁場範圍會越小。

由於我們的數據同時包含兩個效應的貢獻，如何把兩個分開討論是很重要的。由弱局域理論我們知道，小磁場的範圍會有明顯的磁電阻變化，而 UCF 理論告訴我們任何區域磁電阻都會包含 UCF 的貢獻。觀察我們的數據，我們會發現在磁場約小於 0.1 Tesla 上下，我們看不到明顯的 UCF 漲落，磁電阻都是快速的下降的，我們可以知道 UCF 造成的電阻變化是遠小於弱局域的影響，因此我們先擬合弱局域效應，只擬合到看不到明顯的 UCF 漲落的區域，我們相信如此選擇磁場範圍去擬合弱局域效應出來的結果是合理的。

4-2-1 弱局域效應對 ITO_100924d 的擬合結果

ITO_100924d 1st cool down 的擬合結果

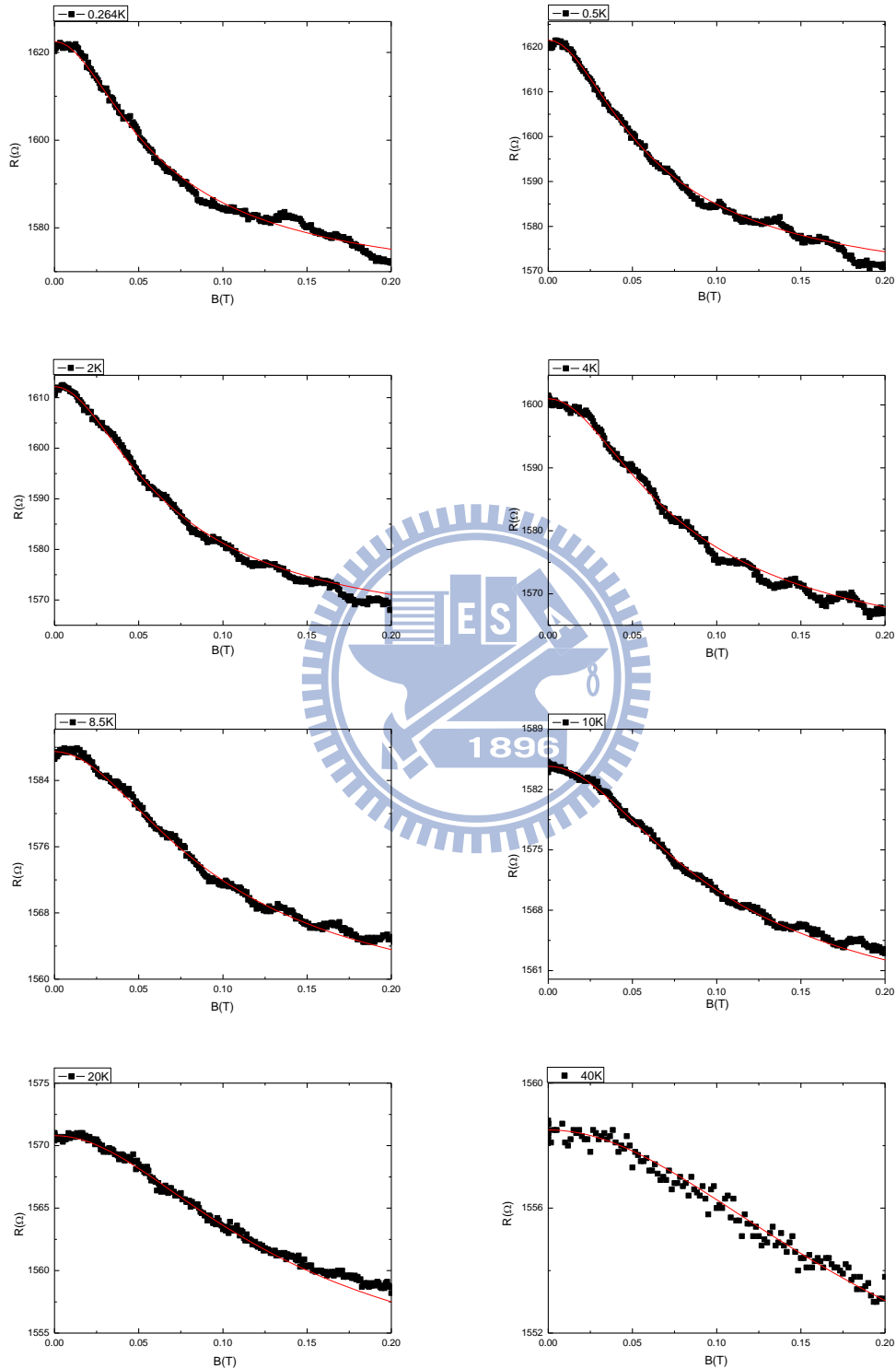


圖 4-13 ITO_100924d 1st cool down 的磁電阻擬合圖

T(K)	B_{ϕ} (Tesla)	τ_{ϕ} (S)	L_{ϕ} (nm)
0.265	0.03652	1.85726E-10	402.66454
0.5	0.03745	1.84571E-10	401.41013
1	0.04036	1.75504E-10	391.42682
2	0.0434	1.51178E-10	363.28798
3	0.0472	1.30693E-10	337.77942
4	0.0506	1.10521E-10	310.61989
5	0.0526	9.61441E-11	289.71329
6	0.0548	8.89965E-11	278.73633
7	0.05909	8.19853E-11	267.53167
8.5	0.06163	7.05133E-11	248.10907
10	0.03652	6.4823E-11	237.88758
12	0.03745	1.85726E-10	215.78204
15	0.04036	1.84571E-10	197.60577
20	0.0434	1.75504E-10	170.70653
30	0.0472	1.51178E-10	131.14007
40	0.0506	1.30693E-10	105.13443

表 4-3 ITO_100924d 1st cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果

ITO_100924d 2nd cool down 的擬合結果

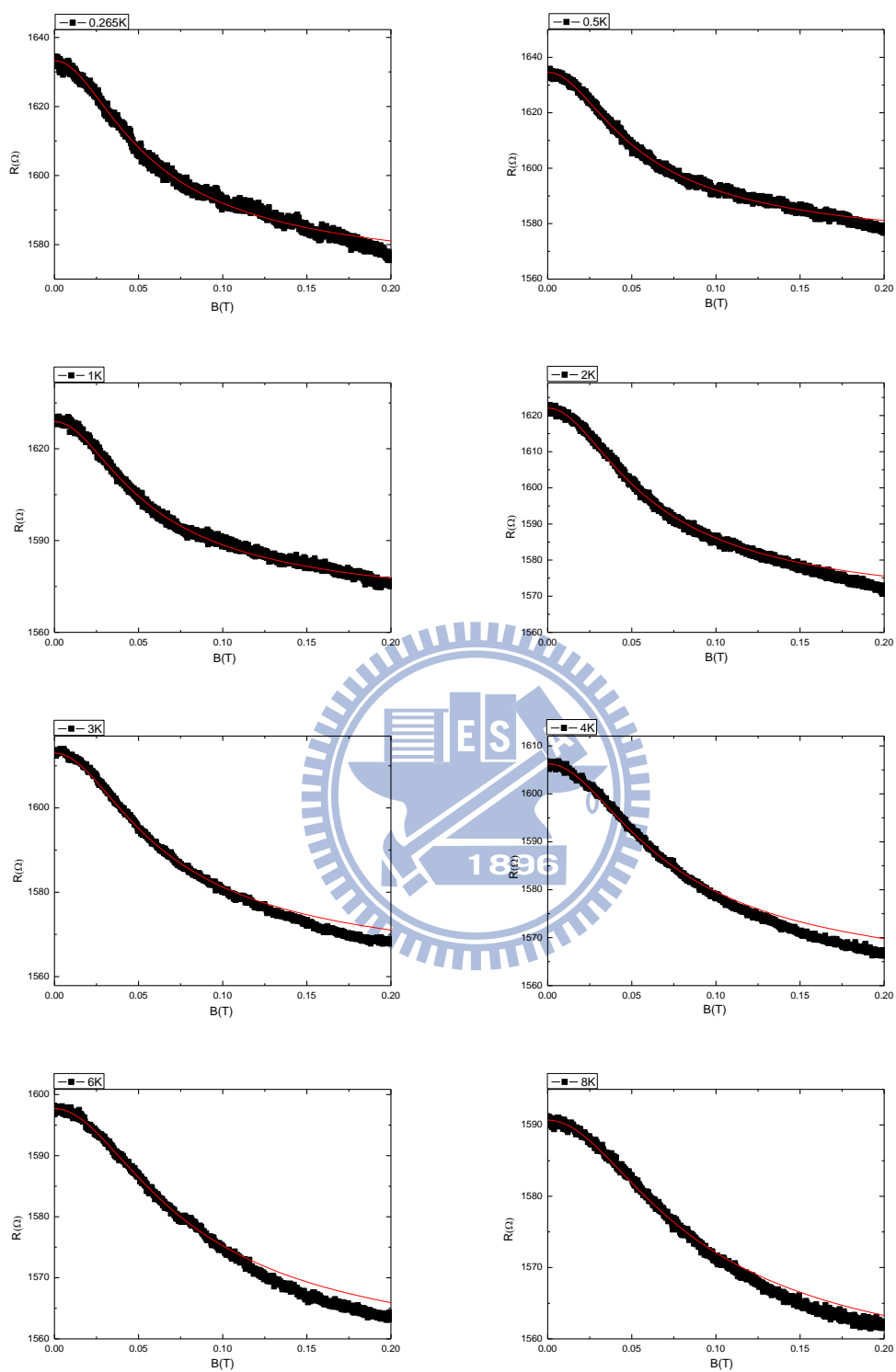


圖 4-14 ITO_100924d 2nd cool down 的磁電阻擬合圖

T(K)	B ϕ (Tesla)	$\tau \phi$ (S)	L ϕ (nm)
0.265	0.02867	2.98233E-10	431.50636
0.5	0.02855	3.00722E-10	439.04796
1	0.03165	2.44649E-10	426.05388
2	0.03392	2.1303E-10	397.22556
3	0.04164	1.41328E-10	369.08539
4	0.04355	1.29221E-10	333.04442
6	0.0468	1.11886E-10	302.16109
8	0.04773	1.07578E-10	272.78917

表 4-4 ITO_100924d 2nd cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果

由表 4-3 和表 4-4 的結果，擬合出來的 L ϕ 皆大於線寬 78nm，這是合理的，可見這個樣品，在各個溫度都是在一維的條件下。由圖 4-13 和圖 4-14，我們可以看到越高溫時，擬合的結果會越好。比較各個溫度的 L ϕ ，溫度越低 L ϕ 越長，在低於 1K 的溫度 L ϕ 變化趨緩，慢慢飽和。這代表越低溫時，電子的相位可以保持得更久 (Coherent time $\tau \phi$ 越長)。

因為 ITO_100924d 1st cool down/ITO_100924d 2nd cool down 是同一根奈米線，樣品無序程度是差不多的，傳輸電子發生非彈性碰撞的機率，應該也差不多，所以我們預期擬合出來 L ϕ 應該會相當接近。實驗的結果也算接近。如下圖。

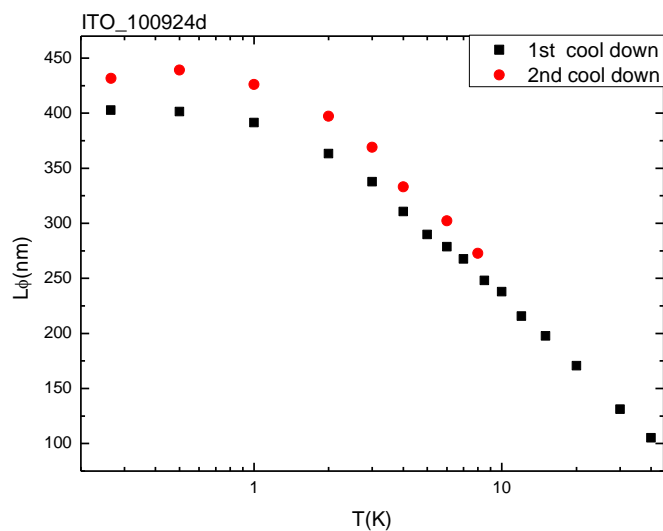


圖 4-15 ITO_100924d 弱局域擬合出的 L ϕ 對溫度的關係圖

4-2-2 弱局域效應對 ITO_110222c 的擬合結果

ITO_110222c 1st cool down 的擬合結果

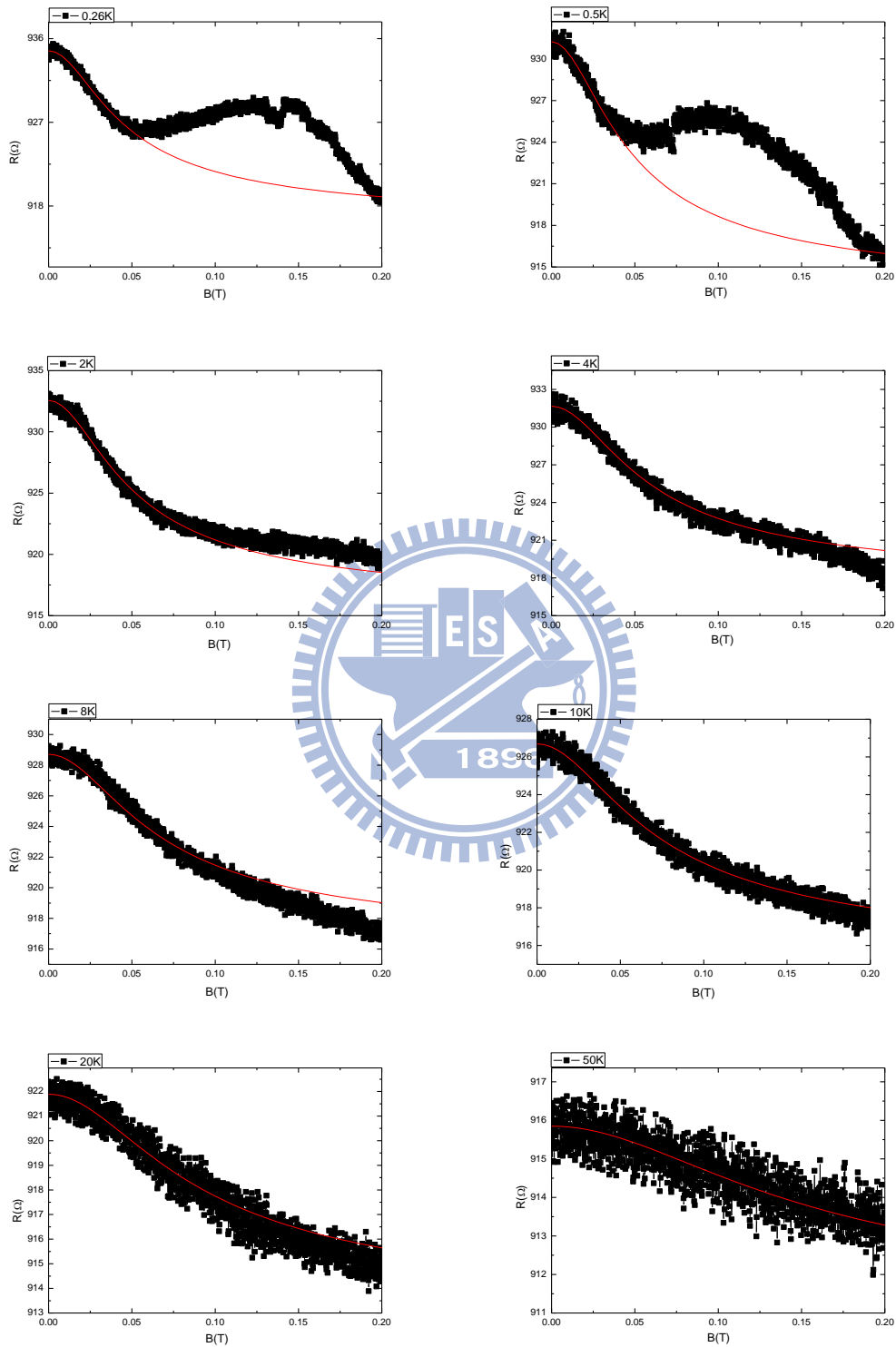


圖 4-16 弱局域效應對 ITO_110222c 1st cool down 擬合結果

T(K)	$B \varphi$ (Tesla)	$\tau \varphi$ (S)	$L \varphi$ (nm)
0.26	0.02944	1.89746E-10	352.53874
0.5	0.02994	1.83506E-10	346.69319
1	0.0292	1.92862E-10	355.42179
2	0.03239	1.56764E-10	320.43794
3	0.03503	1.33983E-10	296.24098
4	0.03801	1.1383E-10	273.05478
6	0.03911	1.132E-10	265.39693
8	0.04386	8.54855E-11	236.62845
10	0.0475	7.28756E-11	218.47997
12	0.05001	6.57573E-11	207.53562
15	0.05443	5.55004E-11	190.66401
20	0.06017	4.54279E-11	172.49711
25	0.0669	1.89746E-10	155.14225
30	0.07393	1.83506E-10	140.38597
40	0.09245	1.92862E-10	112.25692
50	0.10753	1.56764E-10	96.51567

表 4-5 ITO_110222c 1st cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果

ITO_110222c 2nd cool down 擬合結果

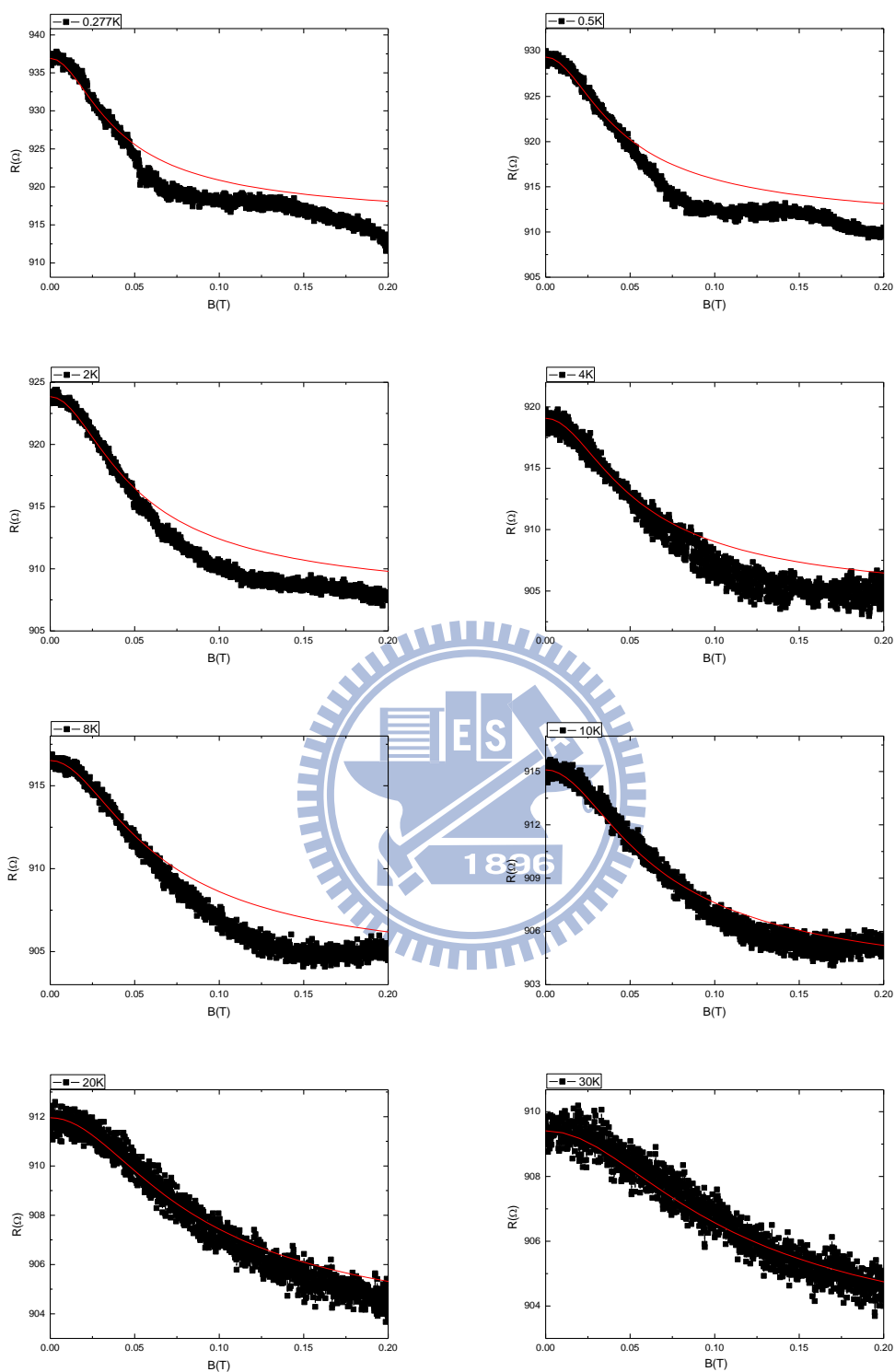
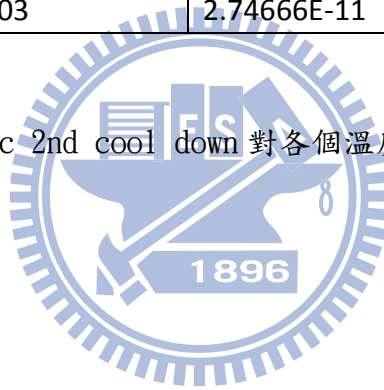


圖 4-17 弱局域效應對 ITO_110222c 2nd cool down 擬合結果

T(K)	$B \varphi$ (Tesla)	$\tau \varphi$ (S)	$L \varphi$ (nm)
0.277	0.02559	2.48041E-10	405.52619
0.5	0.02865	1.97961E-10	362.2815
1	0.03116	1.67316E-10	333.06265
2	0.03192	1.5942E-10	325.10853
3	0.03293	1.49792E-10	315.13836
4	0.03458	1.35846E-10	300.11002
6	0.03725	1.17092E-10	278.62519
8	0.0404	9.95232E-11	256.87332
10	0.04231	9.07572E-11	245.29991
12	0.04556	7.82772E-11	227.8109
15	0.04861	6.87442E-11	213.48868
20	0.05642	5.10399E-11	183.95498
25	0.06236	4.17749E-11	166.42351
30	0.07203	2.74666E-11	144.08785

表 4-6 ITO_110222c 2nd cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果



ITO_110222c 3rd cool down 擬合結果

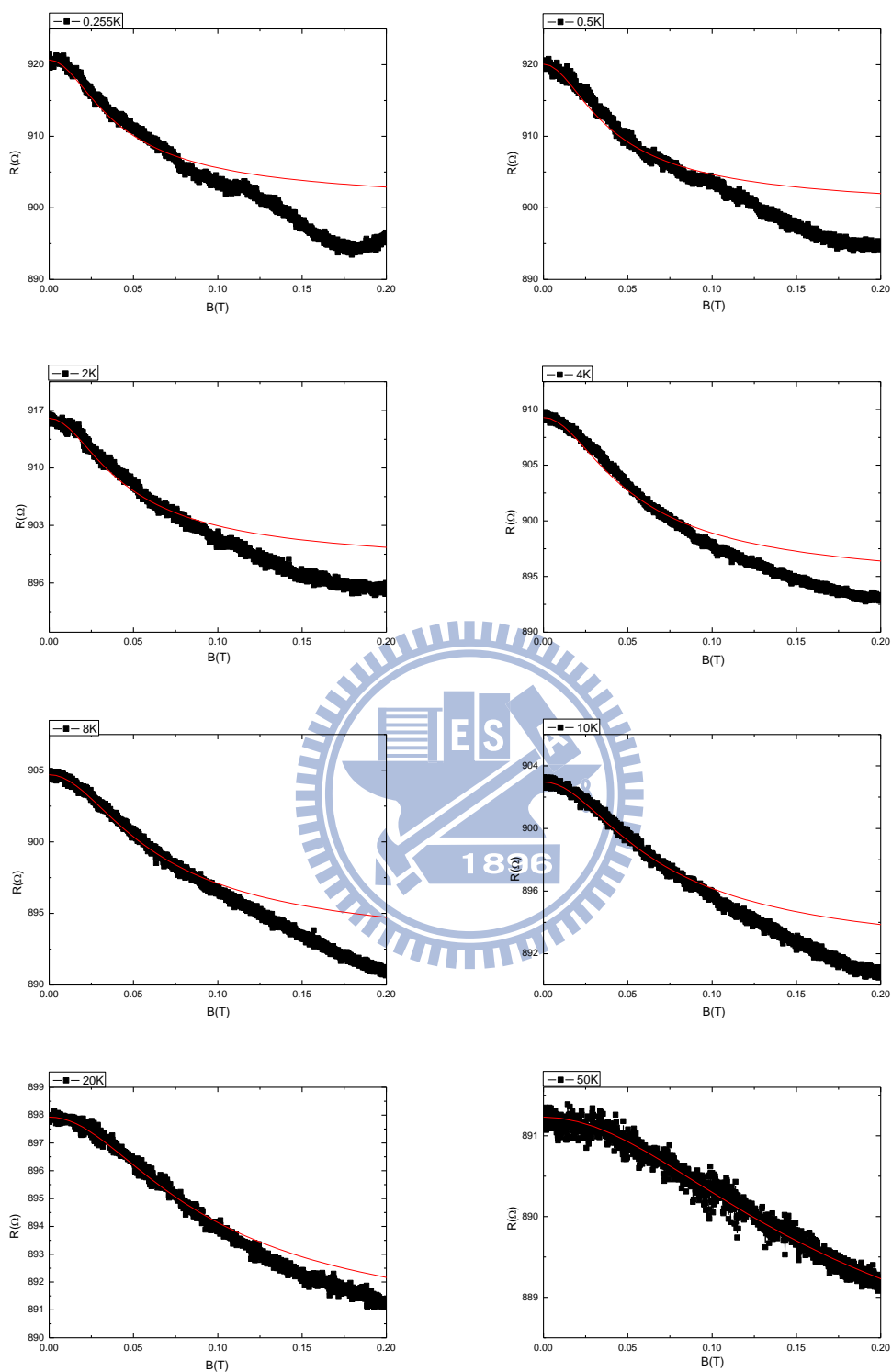


圖 4-18 弱局域效應對 ITO_110222c 3rd cool down 擬合結果

T(K)	B φ (Tesla)	$\tau \varphi$ (S)	L φ (nm)
0.255	0.0265	2.28217E-10	391.61408
0.5	0.02607	2.35851E-10	398.11
1	0.02658	2.26883E-10	390.46778
2	0.02912	1.89006E-10	356.38771
4	0.0309	1.67863E-10	335.86253
6	0.03743	1.14408E-10	277.27677
8	0.0412	9.44225E-11	251.8967
10	0.04673	7.33989E-11	222.09017
12	0.05164	6.01081E-11	200.97914
15	0.0551	5.27893E-11	188.34654
20	0.06526	3.76329E-11	159.02612
25	0.06923	2.28217E-10	149.91488
30	0.0767	2.35851E-10	135.30532
40	0.09595	2.26883E-10	108.16877
50	0.11774	1.89006E-10	88.15072

表 4-7 ITO_110222c 3rd cool down 對各個溫度磁電阻擬合的結果



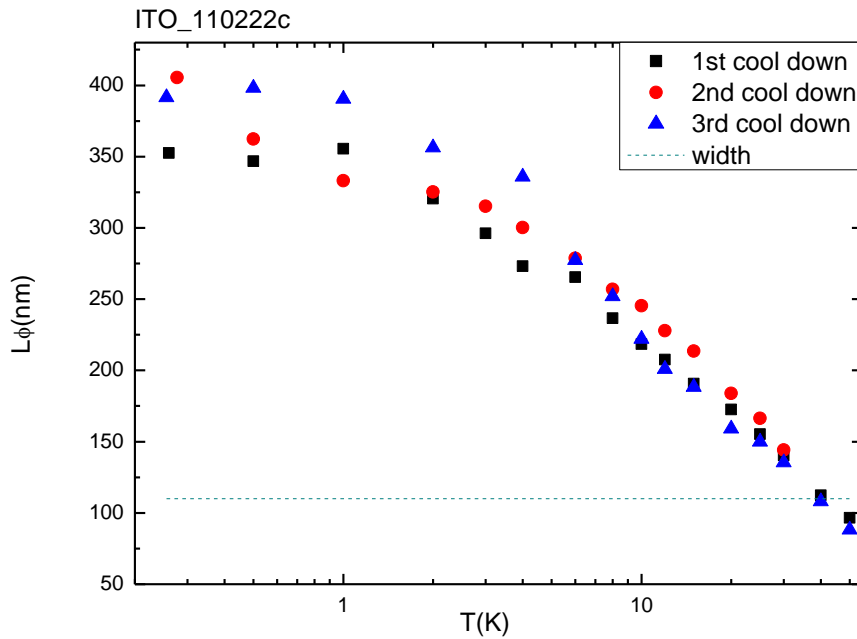


圖 4-19 ITO_110222c 弱局域擬合出的 $L\phi$ 對溫度的關係圖

由圖 4-19，40K 以上擬合出來的 $L\phi$ 開始大於線寬 110nm，這不符合一維系統的條件，這兩個溫度可能要用三維的弱局域效應去擬合。之後為簡單起見，我們會只討論 30K 以下的數據，以嚴格的一維的弱局域效應為主。

ITO_110222c 弱局域擬合出的 $L\phi$ (圖 4-19) 與 ITO_100924d 相比 (圖 4-15) 變化比較不平滑，這是因為 ITO_110222c 在 0.1T 附近就會出現明顯的漲落，因此擬合弱局域時我們必須選擇更小的磁場，在最低溫約為 0.05T。因為擬合範圍更小，弱局域的結果有較大的誤差。

比較 ITO_110222c 和 ITO_100924d 擬合出的 $L\phi$ ，我們可以發現 ITO_110222c 都比較短，這是由於 ITO_110222c 比較無序 (表 4-2)，電子發生非彈性碰撞的機率比較高，因此 $L\phi$ 會比較短。再比較 ITO_110222c 三組擬合出來的 $L\phi$ ，隨著系統的升降溫後也稍微變得長一些，與我們量到的電阻率變化是一致的 (表 4-2)，代表的是奈米線隨著升溫降溫變得更加有序。

4-3 相位破壞長度分析

弱無序系統的相位破壞有很多物理機制所影響，可以簡單表示成下式[22]：

$$\frac{1}{\tau_{\phi}(T)} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{ee}(T)} + \frac{1}{\tau_{ep}(T)} \quad (4-2)$$

其中 τ_0 是絕對零度的相位破壞時間與溫度無關， τ_{ee} 是電子-電子散射時間， τ_{ep} 是電子-聲子散射時間。我們知道弱無序系統中電子-聲子散射時間反比於 T^2 [23]，一維電子-電子散射時間反比於 $T^{2/3}$ [24]，所以式我們可以改寫成下式：

$$\frac{1}{\tau_{\phi}(T)} = \frac{1}{\tau_0} + A_{ee}T^{2/3} + A_{ep}T^2 \quad (4-3)$$

其中電子-電子散射強度理論預測為[24]：

$$\text{Theoretical } A_{ee} = \left(\frac{e^2 \sqrt{DR} k_B}{2\sqrt{2}\hbar^2 L} \right) \quad (4-4)$$

式中的 D 是擴散常數(Diffusion constants)、 L 是線長、 R 是電阻。我們利用 $L_{\phi} = \sqrt{D\tau_{\phi}}$ 、 $L_{ee} = \sqrt{D\tau_{ee}}$ 、 $L_{ep} = \sqrt{D\tau_{ep}}$ 、 $L_0 = \sqrt{D\tau_0}$ 等關係式，就可以擬合相位破壞長度，求出 A_{ee} 、 A_{ep} 、 τ_0 等係數。

4-3-1 ITO_100924d 相位破壞長度分析

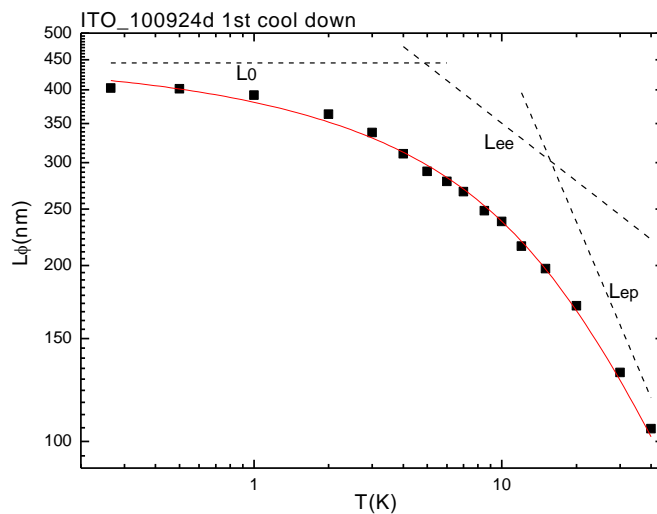


圖 4-20 ITO_100924d 1st cool down 相位破壞長度擬合結果

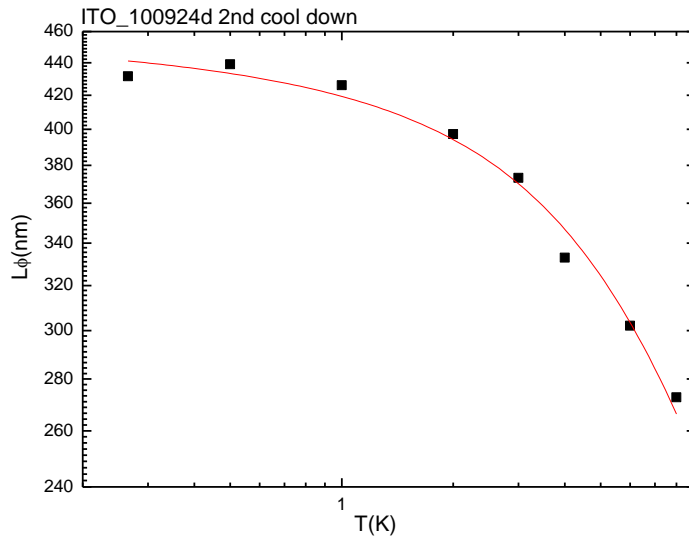


圖 4-21 ITO_100924d 2nd cool down 相位破壞長度擬合結果

ITO_100924d	Aee(K ^{-2/3} s ⁻¹)	Aep(K ⁻² s ⁻¹)	τ ₀ (s)	Aee(K ^{-2/3} s ⁻¹)(theory)
1st cool down	1.63996E9	4.09013E7	2.1394E-10	5.34142E9
2nd cool down	7.22147E8	8.90632E7	2.24721E-10	5.33524E9

表 4-8 ITO_100924d 相位破壞長度擬合結果與 Aee 理論值

我們以式(4-4)擬合相位破壞長度得到 Aee 的實驗值，並算出 Aee 的理論值作比較。Aee 擬合的結果與理論值比較分別小了三倍與八倍左右，1st cool down 的 Aee 結果算是很接近理論值，但是 2nd cool down 由於高溫數據點不夠，擬合結果自然比較不好。

ITO_100924d 1st cool down 的相位破壞長度擬合結果(圖 4-20)，我們加上了 L₀、L_{ee}、L_{ep}，由此我們可以清楚的看到不同物理機制的消長，在 15K 左右由於溫度的降低聲子減少，電子-聲子散射開始變得不重要，電子相位破壞長度開始由電子-電子交互作用所主導，在更低溫約 1K 時，電子-電子交互作用也開始變得不重要，相位破壞長度慢慢飽和。

4-3-2 ITO_110222c 相位破壞長度分析

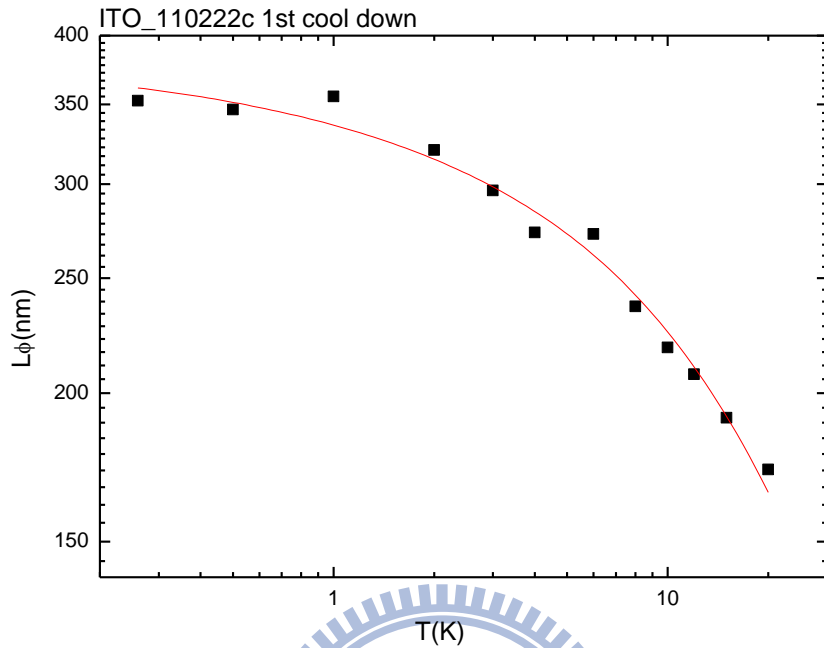


圖 4-22 ITO_110222c 1st cool down 相位破壞長度擬合結果

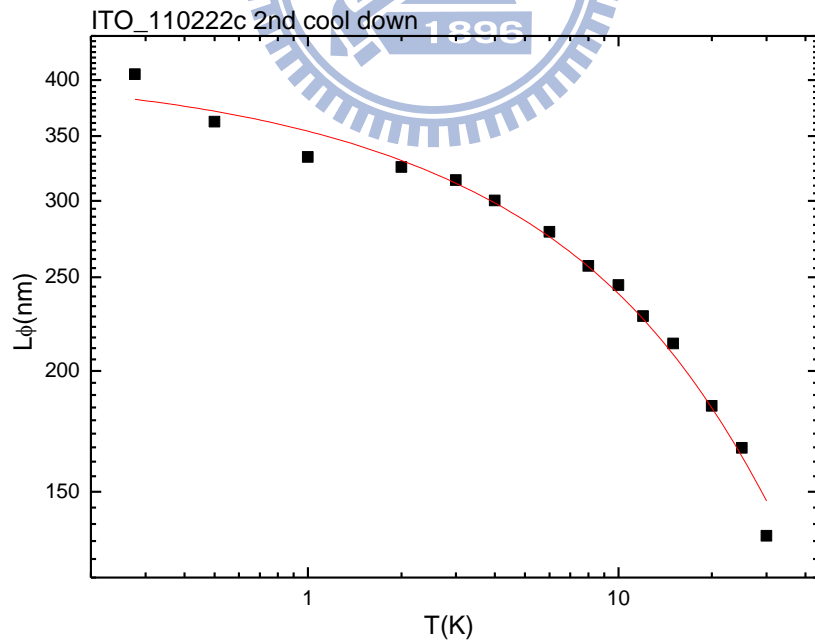


圖 4-23 ITO_110222c 2nd cool down 相位破壞長度擬合結果

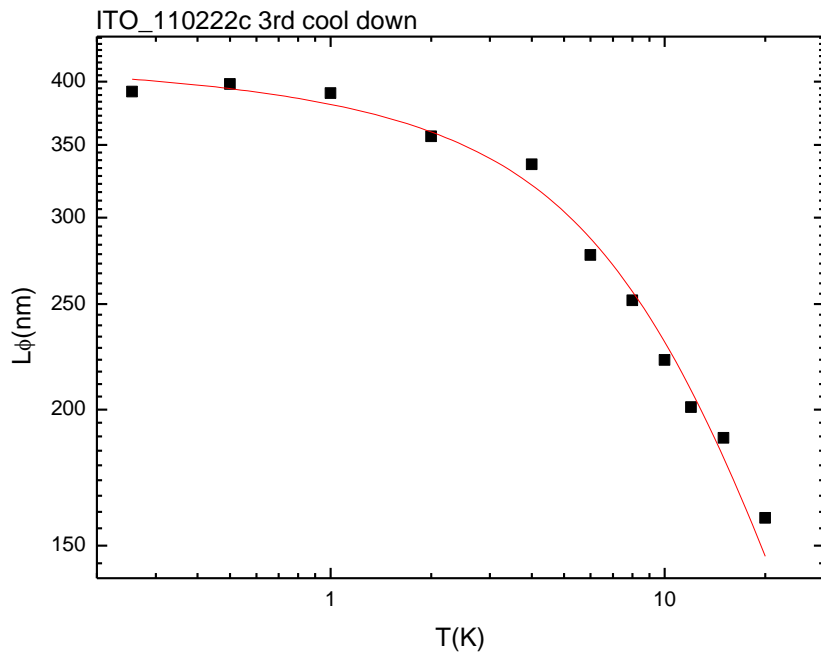


圖 4-24 ITO_110222c 3rd cool down 相位破壞長度擬合結果

ITO_110222c	Aee(K ^{-2/3} s ⁻¹)	Aep(K ⁻² s ⁻¹)	τ ₀ (s)	Aee(K ^{-2/3} s ⁻¹) (theory)
1st cool down	1.27943E9	2.58073E7	2.22946E-10	3.3326E9
2nd cool down	1.27587E9	1.64109E7	2.50517E-10	3.31956E9
3rd cool down	6.95885E8	5.58747E7	2.58315E-10	3.3053E9

表 4-9 ITO_110222c 相位破壞長度擬合結果與 Aee 理論值

比較 ITO_110222c 與 ITO_100924d 的相位破壞長度(圖 4-15、圖 4-19)，ITO_110222c 的 L_{ϕ} 隨溫度比較不穩定，因此相位破壞長度擬合結果比較不好，有較多的點落在線外，但是 Aee 實驗值與理論值還算接近(表 4-9)，差了三到五倍之間。

4-4 普適電導漲落(UCF)對磁電阻的影響

我們認為我們量測到的磁電阻的變化，主要是由弱局域效應和普適電導漲落所貢獻。只考慮兩種效應的貢獻，可以用電導表示如下式：

$$G(B) = G_0 + \Delta G_{WL} + \Delta G_{UCF} \quad (4-5)$$

$G(B)$ 是我們量測到的電導變化， G_0 是磁場為零時的電導值($G_0=G(B=0)$)， ΔG_{WL} 是弱局域對電導的修正量， ΔG_{UCF} 是普適電導漲落對電導的修正量。現在我們把磁電導 $G(B)$ 扣掉 4-3 弱局域效應所擬合出來的結果($G_0 + \Delta G_{WL}$)，當作 UCF 造成的變化。如下式所示。

$$\Delta G_{UCF} = G(B) - (G_0 + \Delta G_{WL}) \quad (4-6)$$

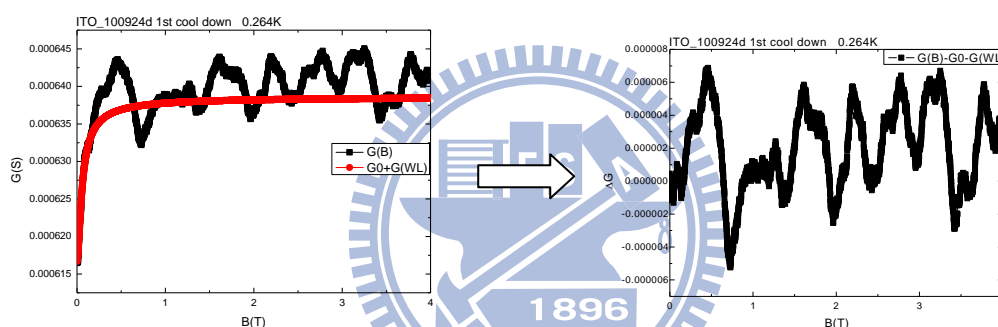


圖 4-25 計算 ΔG_{UCF} 示意圖

左圖紅線是利用弱局域效應所擬合出來的線，代表了弱局域效應修正電導後的值，我們可以把它當作 $(G_0 + \Delta G_{WL})$ 。右圖是磁電導扣掉紅線所剩下的電導變化，我們認為這些變化主要是 UCF 所造成的，我們把這些變化以 ΔG_{UCF} 表示，當作普適電導漲落(UCF)的數據。接下來我們會先定性地討論 ΔG_{UCF} 的變化，再利用 UCF 理論定量擬合出 $L\varphi$ 。

4-4-1 ITO_100924d 兩次 cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})

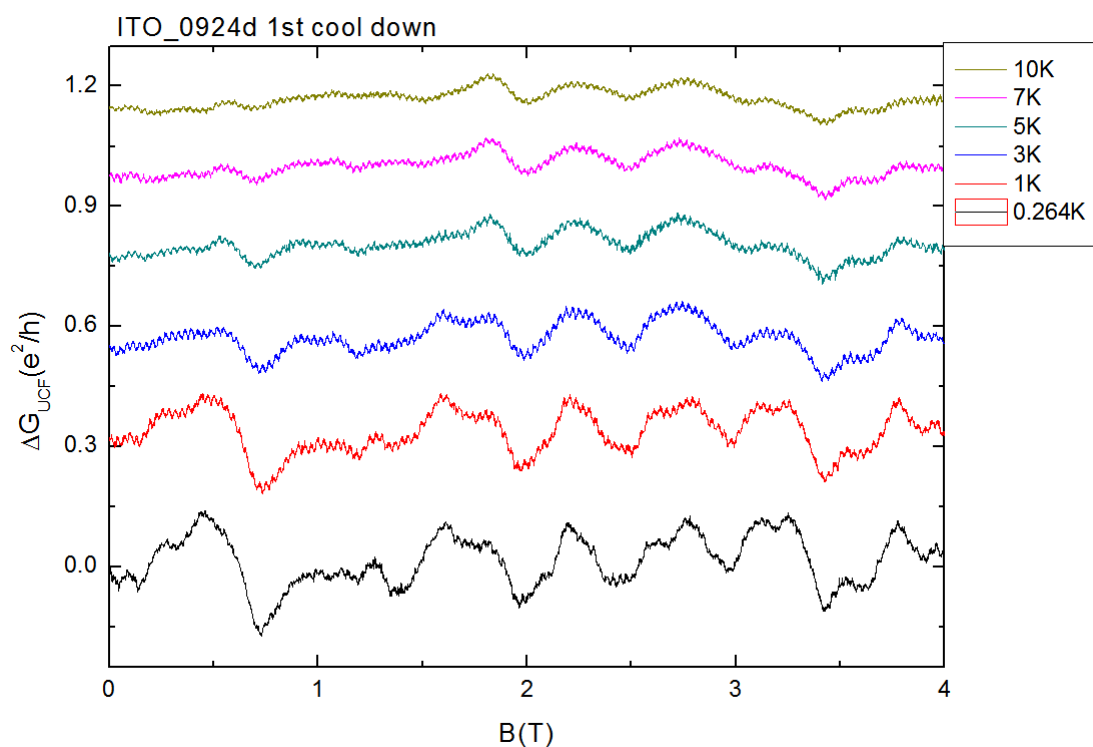


圖 4-26 ITO_100924d 1st cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})

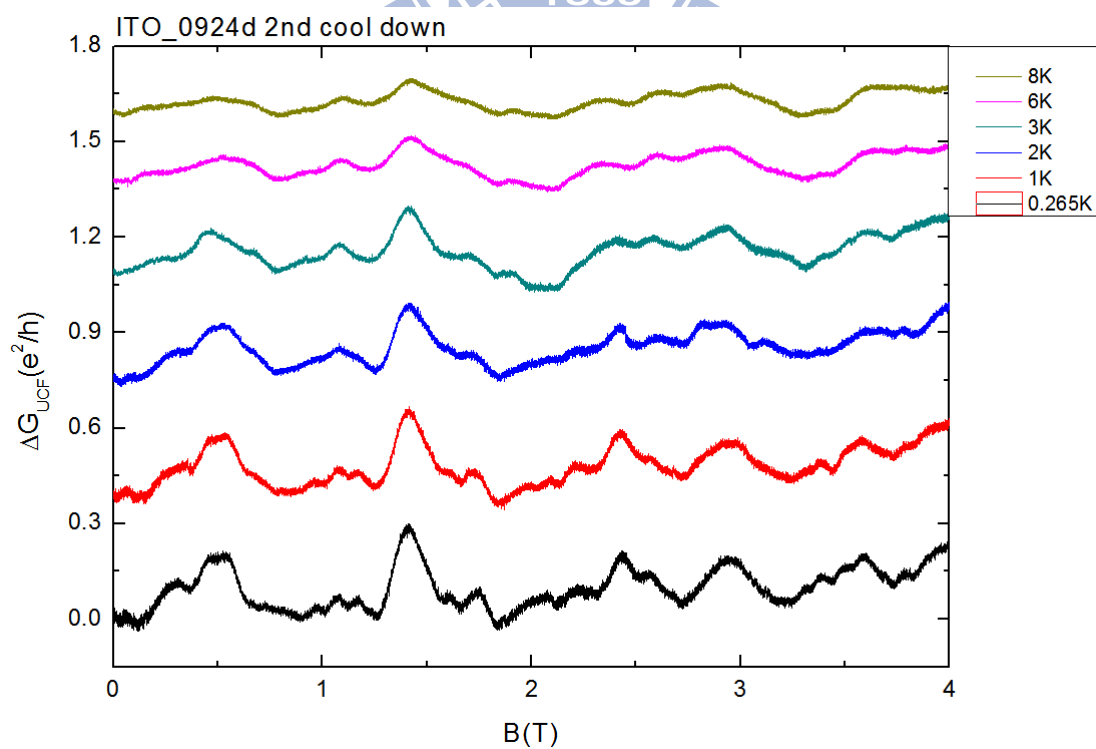


圖 4-27 ITO_100924d 2nd cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})

由圖 4-26、4-27，我們可以觀察到三個符合 UCF 所描述的現象。

第一，電阻的漲落隨磁場的變化是可重複的。

第二，漲落的大小是隨著溫度的降低而緩慢變大，這與一般熱雜訊隨溫度變低而變小是完全相反的。

第三，電導的漲落約等於 e^2/h 的量級。圖中最低溫的漲落大約等於 $0.3 e^2/h$ 。

由此我們可以推論這些電導變化應該就是普適電導漲落(UCF)。

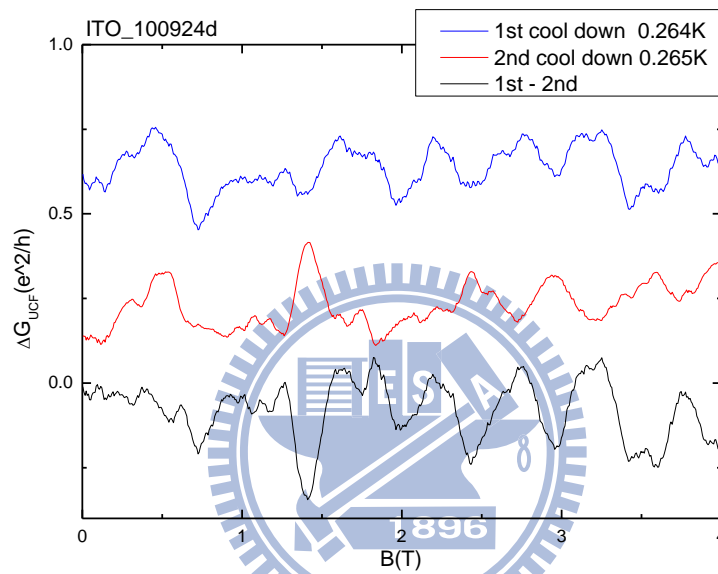


圖 4-28 ITO_100924d 1st cool down /2nd cool down 最低溫的 ΔG_{UCF} 比較

我們進一步觀察這兩組電導變化。把最低溫的兩條電導畫在同一個圖上並相減，我們可以發現，兩組的漲落是不重複的，而且沒有太大的相關性，除了小磁場的變化相似外，其他的區域，變化明顯不同。乍看之下似乎和之前的觀察相違背，但是這並不違反 UCF 理論的解釋，漲落重複性的前提是，樣品的結構必須是一樣的。

4-4-2 ITO_110222c 三次 cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})

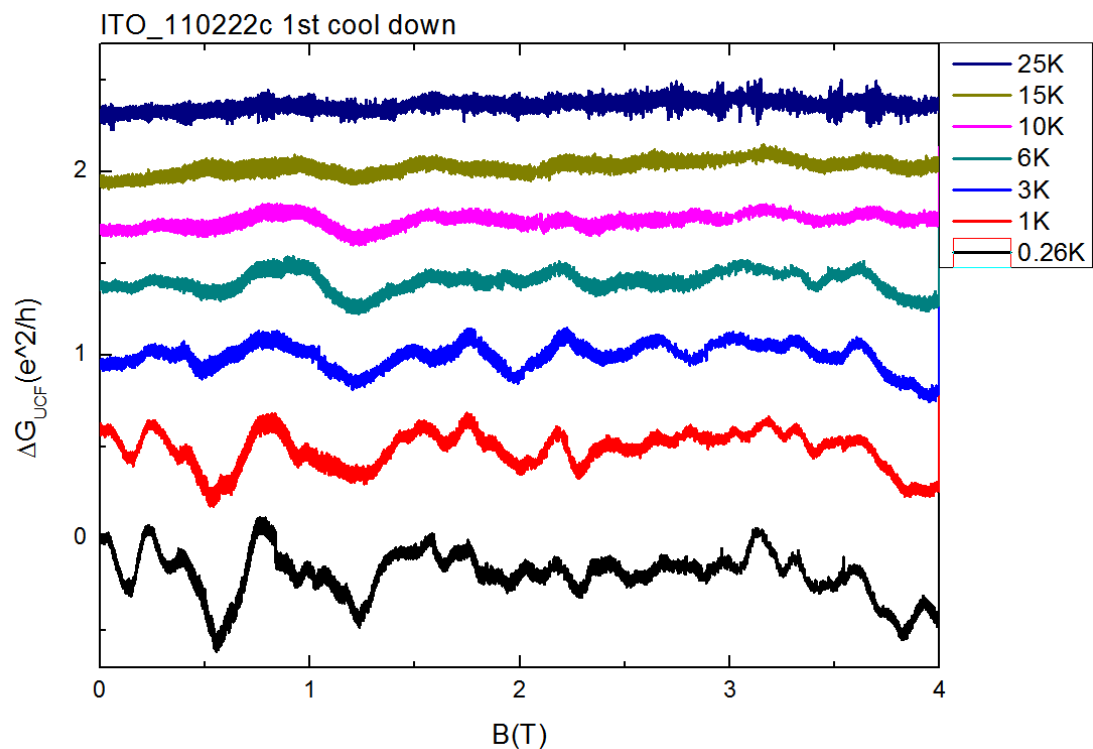


圖 4-29 ITO_110222c 1st cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})

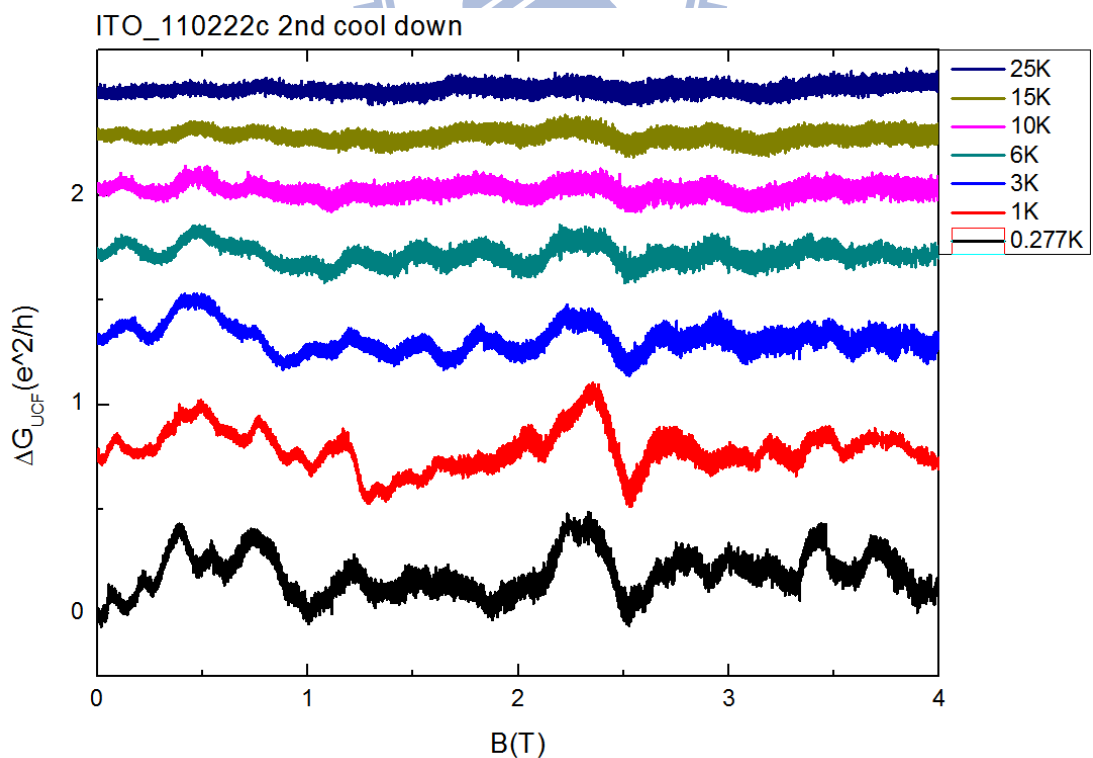


圖 4-30 ITO_110222c 2nd cool down 的普適電導漲落(ΔG_{UCF})

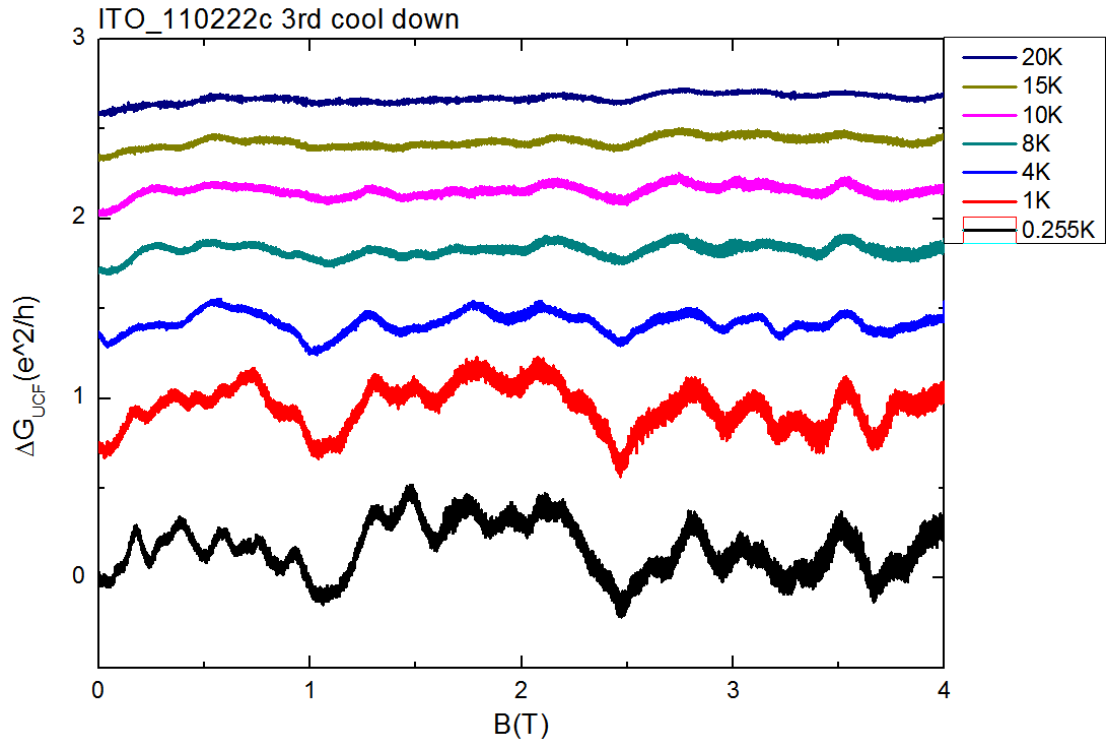


圖 4-31 ITO_110222c 3rd cool down 的普適電導漲落 (ΔG_{UCF})

ITO_110222c 這三組的漲落結果與 ITO_100924d 的結果一致，都符合 UCF 現象的描述。但是最低溫的漲落更大一些，約等於 $0.5 e^2/h$ 。

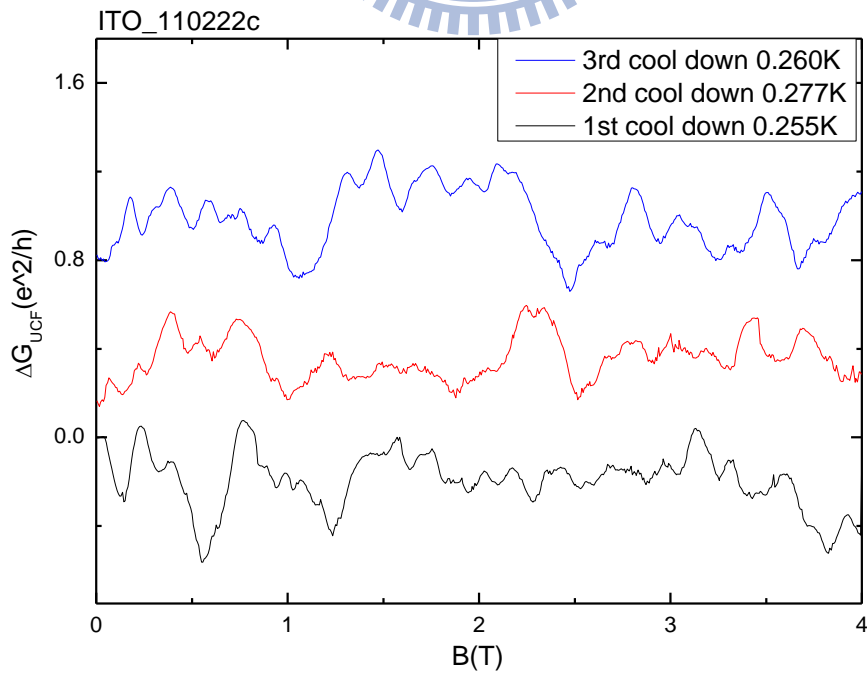


圖 4-32 ITO_110222c 最低溫的三組 ΔG_{UCF} 比較

圖 4-32 我們把最低溫的三組漲落畫在一起比較，可以清楚的看到 cool down 確實會改變電導漲落。與之前的圖比較，可以發現一件比較不同的現象。在某些特定磁場範圍，漲落會突然變小。例如：在 1st cool down 的 1.5T-3T 之間，電導漲落比其他區域小了兩倍左右。

4-4-3 電導漲落大小的分析

理論分析漲落大小時，使用兩種統計量：方均根(root mean square)與變異數(variance)。但是實驗上我們得到的 ΔG_{UCF} 變化平均值不會剛好是 0，因此兩個統計量會有差異，這時候使用變異數 $\text{Var}(\Delta G)$ 會比較接近理論的預測。

因為 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$ 和 $\text{rms}(\Delta G)$ 的單位都是 (e^2/h) ，以下我們畫出 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$ 和 $\text{rms}(\Delta G)$ 作比較。

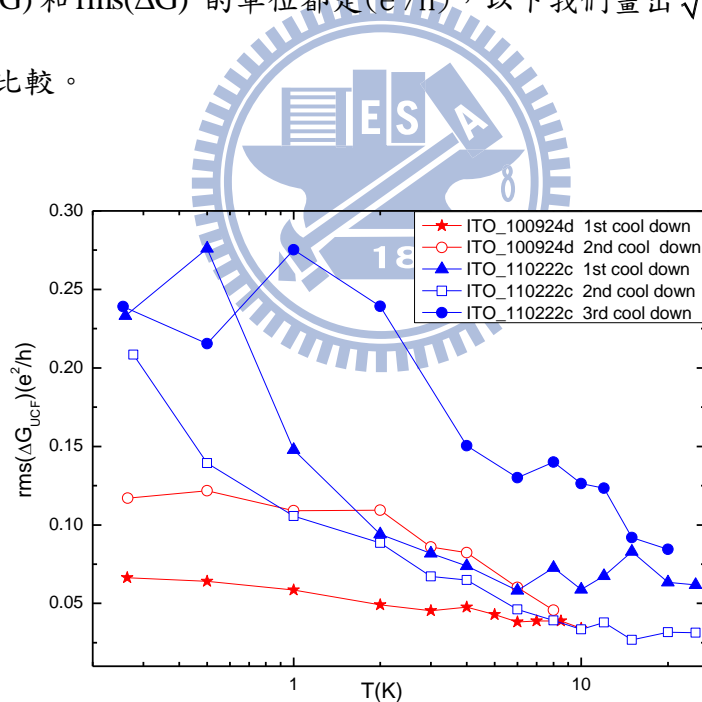


圖 4-33 各組 ΔG_{UCF} 變化在不同溫度的方均根(root mean square)

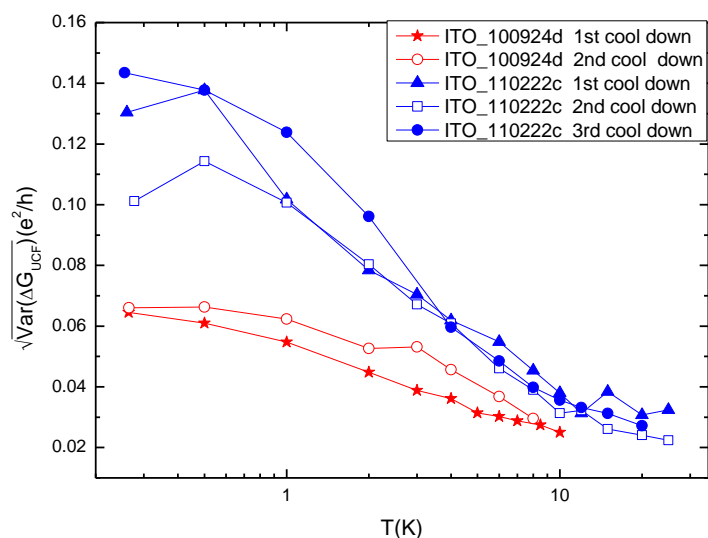


圖 4-34 各組 ΔG_{UCF} 變化在不同溫度的 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$

$\text{rms}(\Delta G)$ 隨溫度變化與 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$ 有相似的趨勢，但是變化很不平滑有較大的誤差，這是因為 ΔG_{UCF} 的平均值不是 0，會因為弱局域得擬合結果，而有所不同的背景值。這時候計算 ΔG_{UCF} 的變異數值會比較比較接近時實際的漲落大小。由圖 4-34 我們可知同一根奈米線的漲落有相似的大小，但是 ITO_110222c 的都比 ITO_100924d 大，在低溫甚至大上兩倍左右。

我們認為 ITO_100924d 的 $\sqrt{\text{Var}(\Delta G)}$ 變化是比較穩定的，我們另外拿出來討論。

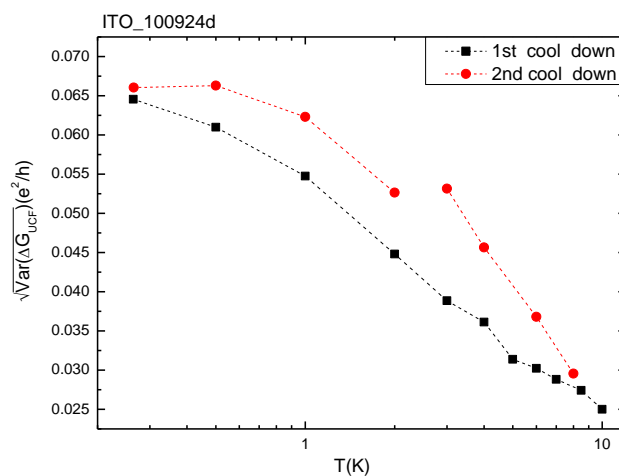


圖 4-35 ITO_100924d ΔG_{UCF} 的變異數(Variance)

ITO_100924d 1st cool down ΔG_{UCF} 的變異數變化是很平緩的，而 ITO_100924d 2nd cool down 則有兩種不同的變化曲線，和磁電阻數據比較，可以發現漲落的圖案，在 1.5T-2.5T 之間(圖 4-36)最低溫的四點和高溫的四點漲落曲線是不同的，2.5T-3.5T 之間(圖 4-37)，漲落的大小在 2K 有不連續的變化。剛好和變異數曲線發生變化的溫度是吻合的。我們猜測在量測 2K 時，系統已經有些微的變化了，內部結構改變。我們認為影響變化的來源應該是外界訊號的干擾。這說明了當樣品發生些微改變，會明顯地反應在樣品的漲落圖案與變異數的變化。

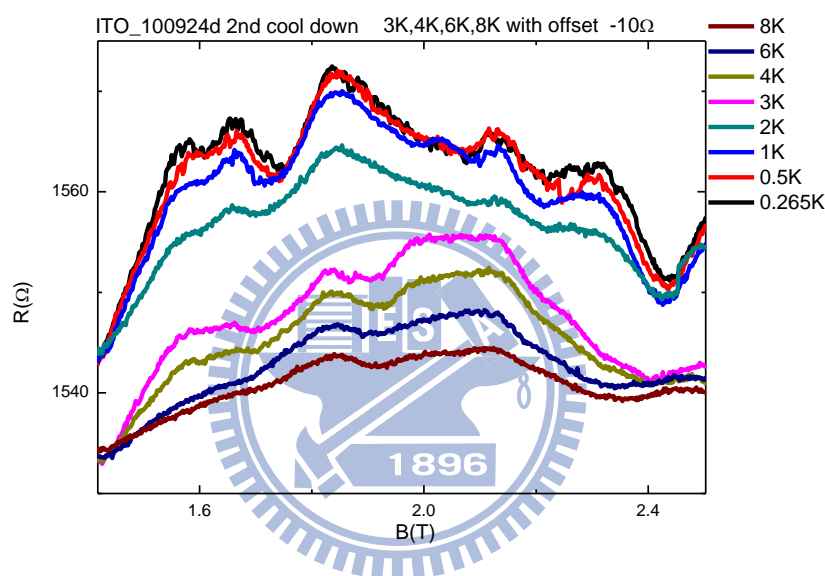


圖 4-36 ITO_100924d 2nd cool down 磁電阻數據(高溫的四條線有作平移)

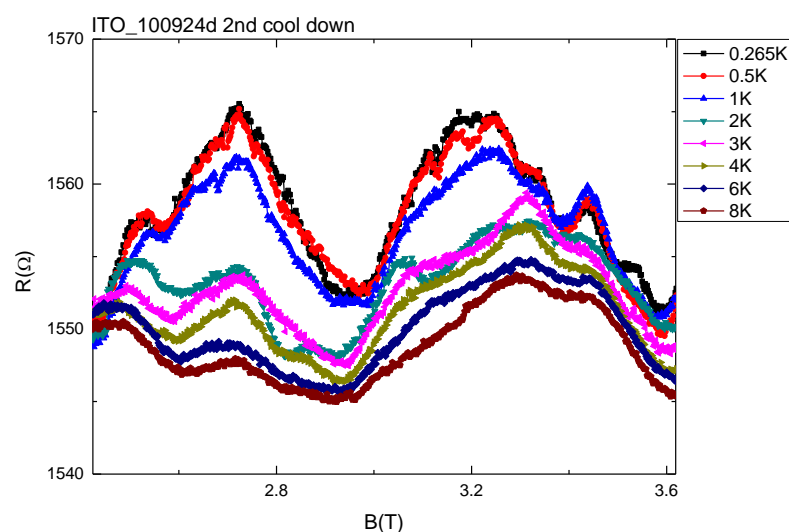


圖 4-37 ITO_100924d 2nd cool down 磁電阻數據

4-5 以普適電導漲落(UCF) 分析 ΔG_{UCF} 的 B_c

由先前的理論(式 2-15)我們知道 $F(\Delta B)$ 與 B_c 的關係式，我們利用軟體分析 ΔG_{UCF} 的 B_c 進而求出 L_ϕ 值。

4-5-1 Correlation field 對 ITO_100924d 兩次 cool down 所擬合出的 L_ϕ

我們先比較 L_ϕ 和 L_T 的關係，才能知道我們的系統比較接近式(2-15)的哪一個條件，我們利用弱局域效應算出的 L_ϕ 和 L_T 作比較(因為兩次 cool down 的 L_ϕ 和 L_T 差異不大，所以僅列出 1st cool down 的結果。)

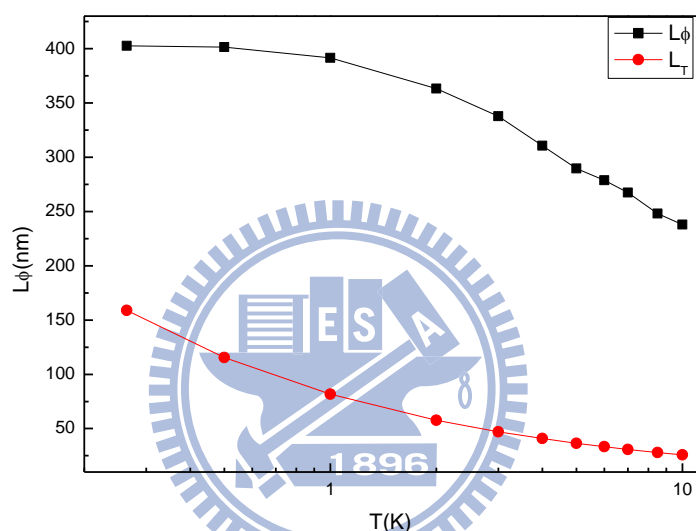


圖 4-38 ITO_100924d 1st cool down 弱局域擬合的 L_ϕ 與 L_T 比較圖

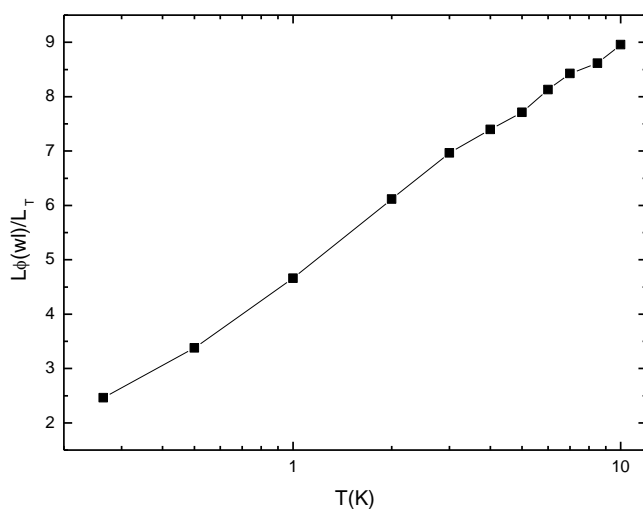


圖 4-39 $L_\phi(WL)/L_T$ 關係圖

由圖 4-39 可知 L_ϕ 皆大於 L_T ，溫度越高 L_ϕ/L_T 越大，約略從兩倍到九倍。因此我們系統條件的是 $L_\phi > L_T$ 。若是計算 correlation field 是合理的，弱局域效應所擬合出的 L_ϕ 應該會落在上下限之間，並隨著溫度的上升，越接近上限值。

我們利用 $F(B_c) = F(0)/2$ 的定義，計算 ΔG_{UCF} 的 B_c 值，同時也計算原始磁電導數據(MC)的 B_c 值一起比較(圖 4-40、圖 4-41)。兩者有差不多的趨勢，但是 ΔG_{UCF} 有減掉弱局域的貢獻，應該會是比較合理的結果。

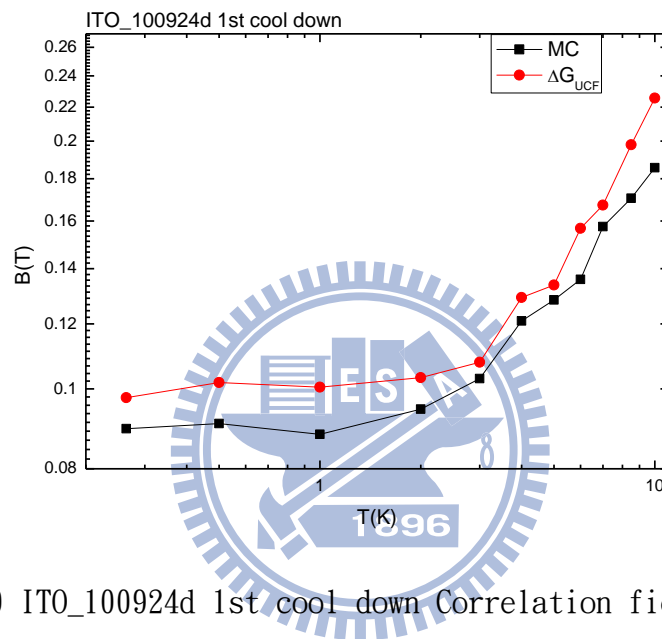


圖 4-40 ITO_100924d 1st cool down Correlation field (B_c)值

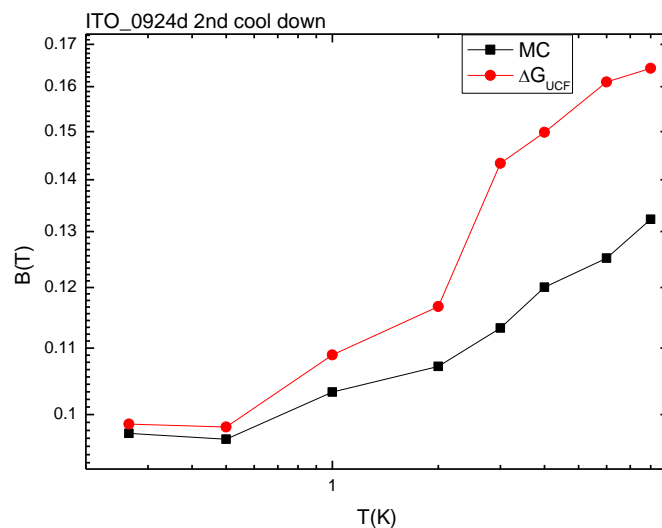


圖 4-41 ITO_100924d 2nd cool down Correlation field (B_c)值

把 B_c 值代入(4-7)求出 L_ϕ 的兩個極值 $L_\phi(B_c)(0.95)/L_\phi(B_c)(0.42)$ ，與弱局域求出的 $L_\phi(WL)$ 、 L_T 畫在下圖作比較。

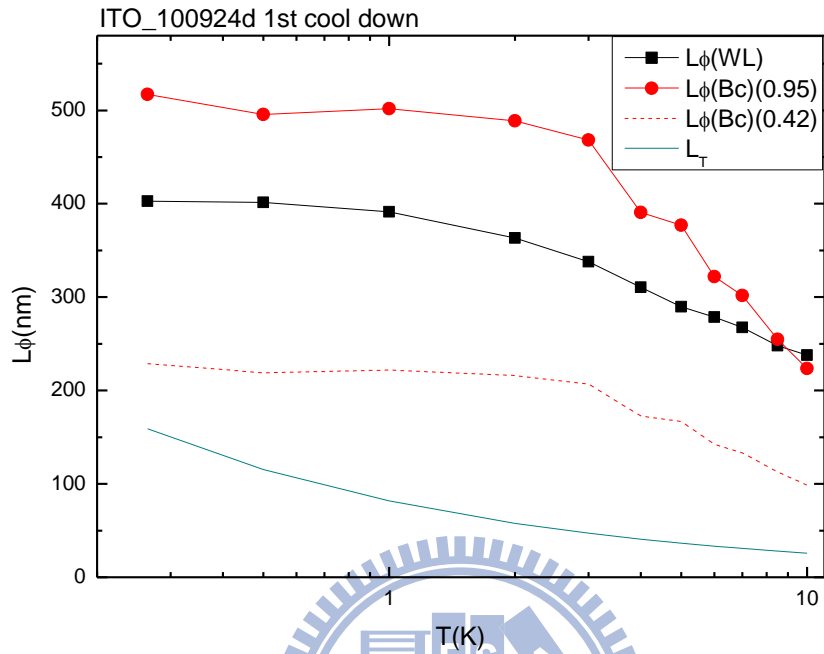


圖 4-42 ITO_100924d 1st cool down Correlation field(B_c)擬合

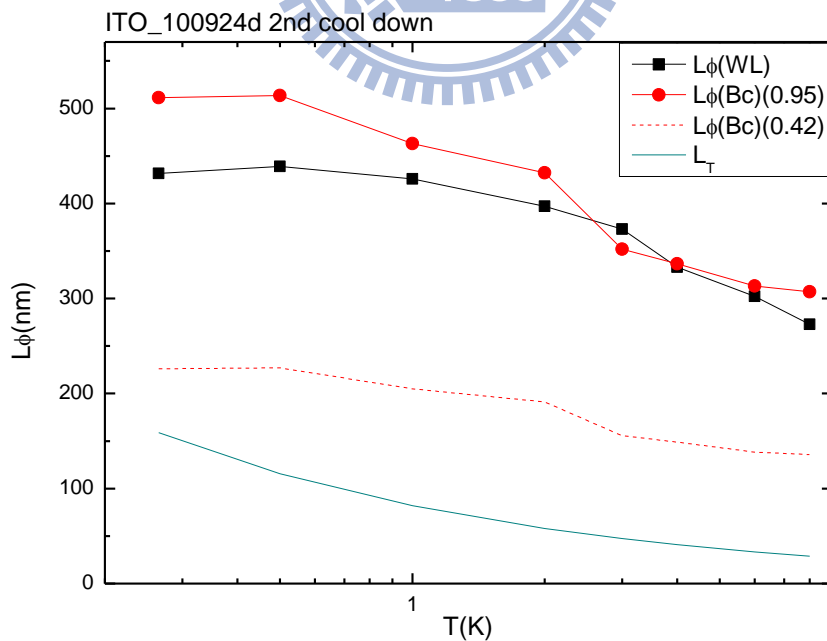


圖 4-43 ITO_100924d 2nd cool down Correlation field(B_c)擬合結果

Correlation field 所算出來的結果與弱局域擬合的比較，算是很接近的。首先弱局域所擬合的 L_ϕ 幾乎都落在 Correlation field 的上下極限之間，表示兩個理論，所估算出來的 L_ϕ 大小相當接近，兩個理論的結果是一致的。而溫度越高時 L_ϕ/L_T 會越來越大，系統會越接近 $L_\phi \gg L_T$ 的條件，我們看到 $L_\phi(WL)$ 與 Correlation field 算出來的 $L_\phi(Bc)$ 溫度越高時也有越來越靠近的趨勢，這部分也得到合理的結果。可惜的是，Correlation field 理論的推導，只能算出兩個極限值，沒辦法給出明確的 L_ϕ 。因此我們只知道兩個理論的結果很接近，但沒辦法知道結果有多大的差異。

4-5-2 Correlation field (Bc)對 ITO_110222 三次 cool down 所擬合出的 Bc 與 L_ϕ

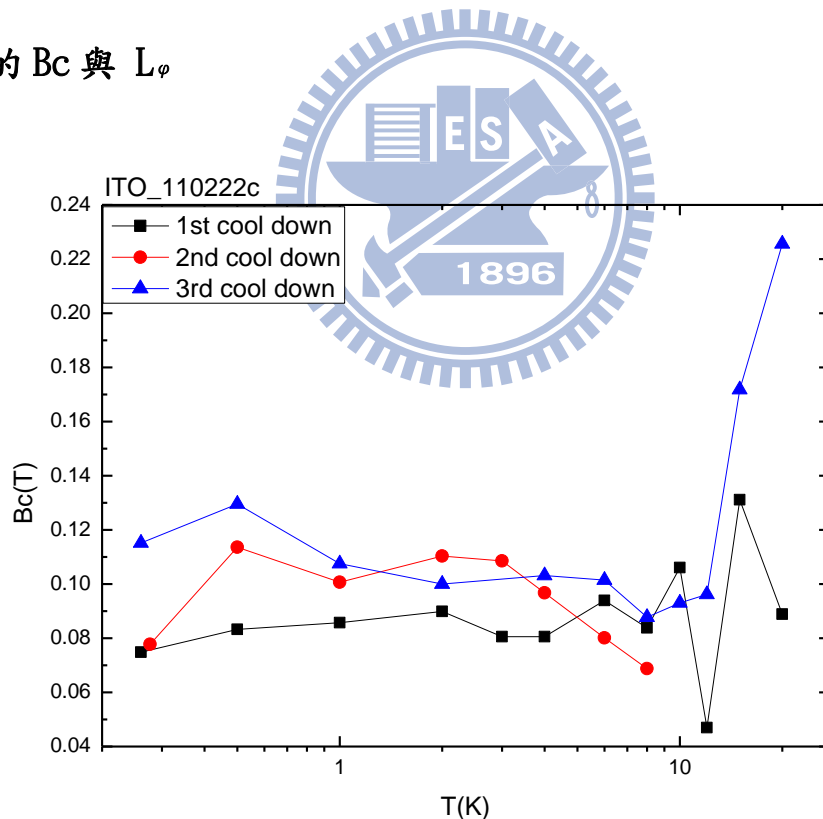


圖 4-44 ITO_110222c 三次 cool down 的 Correlation field (Bc)值

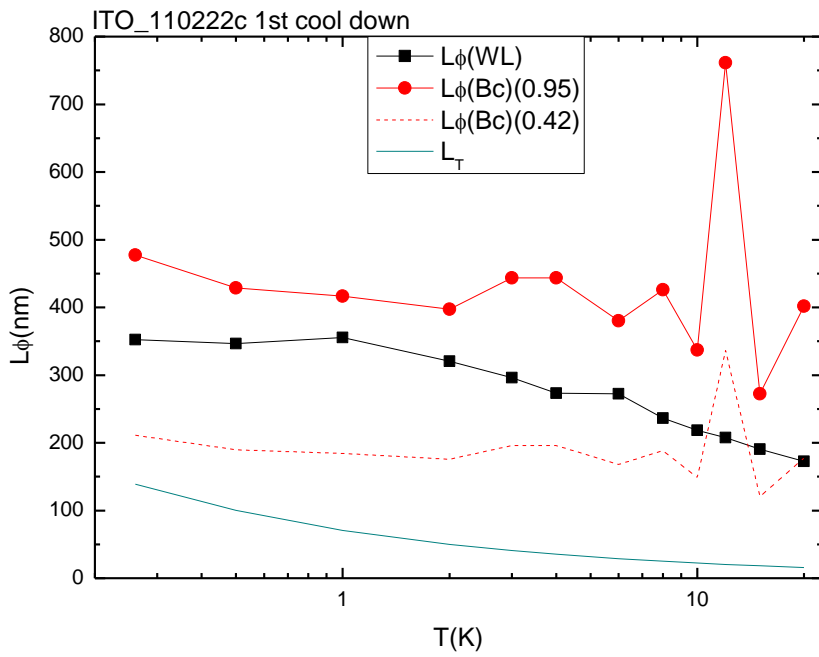


圖 4-45 ITO_110222c 1st cool down Correlation field(Bc)擬合結果

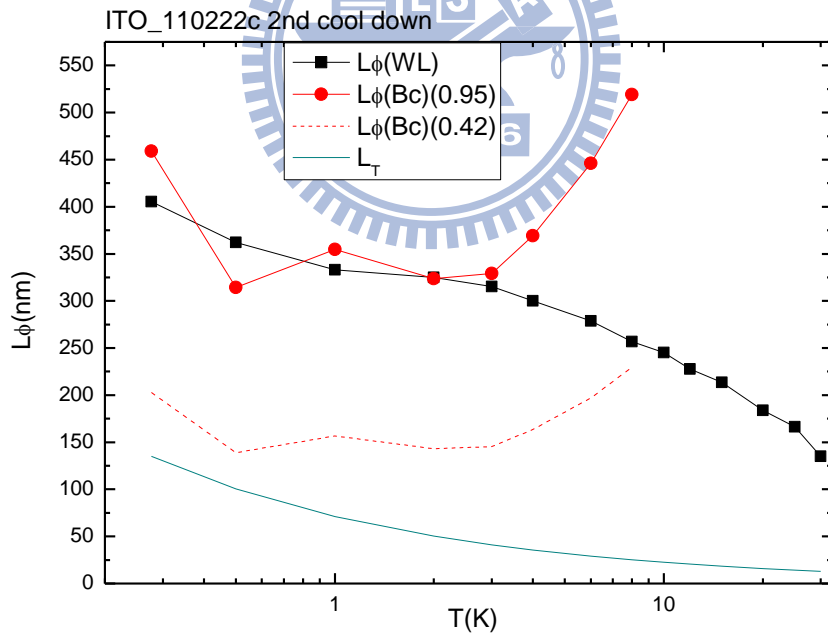


圖 4-46 ITO_110222c 2nd cool down Correlation field (Bc)擬合結果

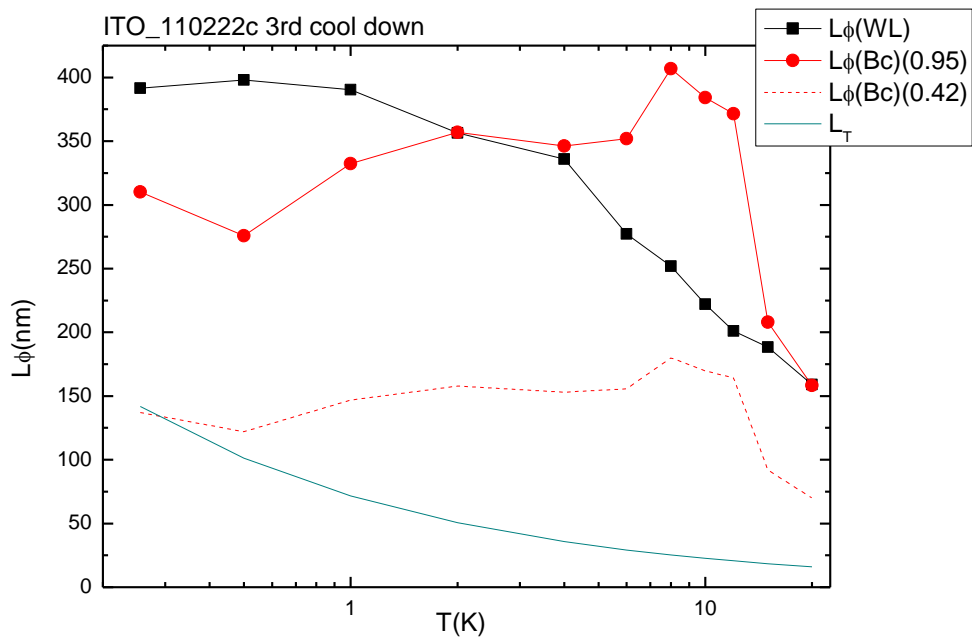


圖 4-47 ITO_110222c 3rd cool down Correlation field (B_c)擬合結果

ITO_110222c Correlation field (B_c)擬合出的 L_ϕ ，大致上與弱局域擬合出的 L_ϕ 數量級相差不多，但是隨著溫度的變化都呈現不規則的跳動，ITO_110222c 2nd cool down 在高溫甚至沒辦法擬合 L_ϕ 。

我們認為這是因為樣品本身不穩定的特性造成的，我們可由磁電阻數據 (4-1-3)，ITO_110222c 本身電阻的 noise 就比較大，所以 UCF 漲落的曲線，容易被 noise 所掩蓋，特別是高溫的磁電阻，漲落會越來越小，越容易被 noise 所影響，再加上電阻值容易因為外界的干擾而跳動(4-1-4)，因此 UCF 漲落的曲線會有很大的誤差，這會影響 Correlation field 的計算，因此算出來的 L_ϕ 也都有很大的誤差。

4-6 以普適電導漲落(UCF) 分析磁電阻 $\text{Var}(\Delta G_{\text{UCF}})$

利用理論(式 2-14)計算漲落大小的變異數(Variance)，可以算出不同溫度下定量的 L_ϕ 。由圖 4-34 我們選擇 ITO_110222c 3rd cool down 和 ITO_100924d 1st cool down 這兩組變化比較連續的數據，帶入式 2-14 擬合各溫度的變異數求出 L_ϕ 與弱局域擬合的 L_ϕ 作比較。

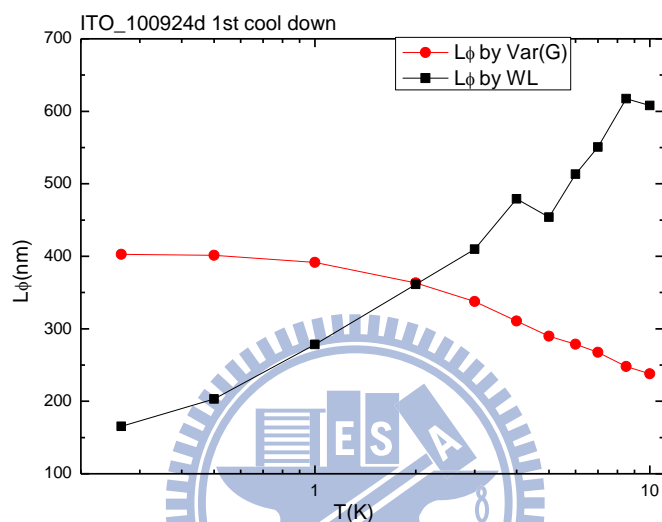


圖 4-48 ITO_100924d 變異數擬合 L_ϕ 結果

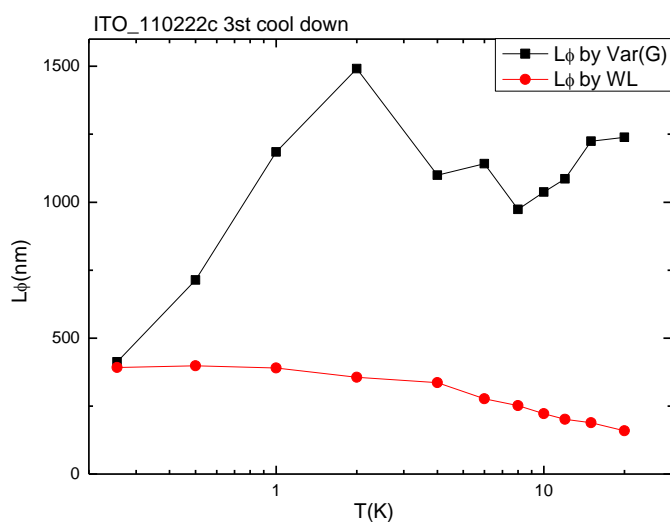


圖 4-49 ITO_110222c 變異數擬合 L_ϕ 結果

利用式 2-14 擬合出來的 L_ϕ 和弱局域擬合的結果比較，差異很大，圖 4-48 L_ϕ 隨溫度上升而變大和弱局域的結果是相反的。圖 4-49 L_ϕ 隨溫度變化的關係也和弱局域的結果相差很多。

接著我們利用弱局域得到的 L_ϕ 帶入式 2-13、2-14，在相信弱局域的結果是可靠的前提下，把利用弱局域得到的變異數，當作理論預測漲落的大小，與實驗得到的變異數作比較(圖 4-34)。我們知道 L_ϕ 皆大於 L_T (圖 4-42、圖 4-47)，所以我們只代入 $L_\phi \gg L_T$ 和 $L_\phi \sim L_T$ (式 2-13、2-14)兩個情況結果。

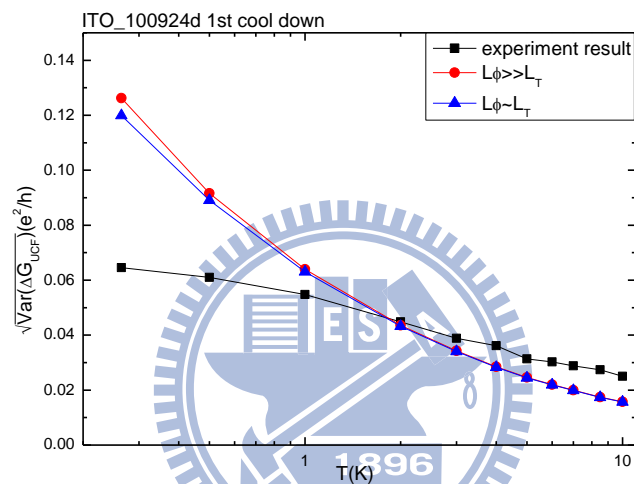


圖 4-50 ITO_100924d 1st cool down 變異數理論值與實驗值比較

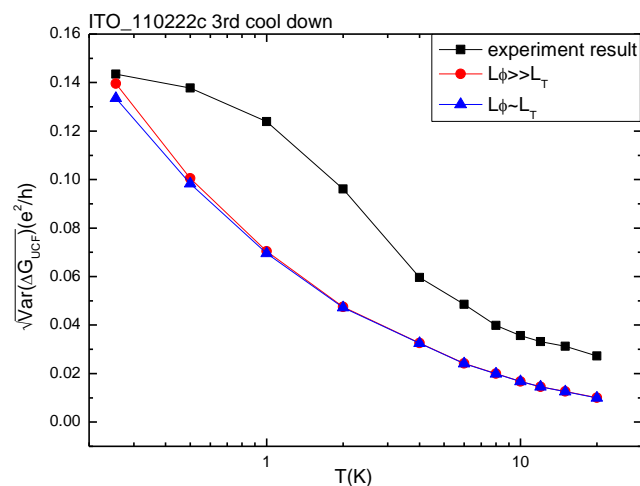
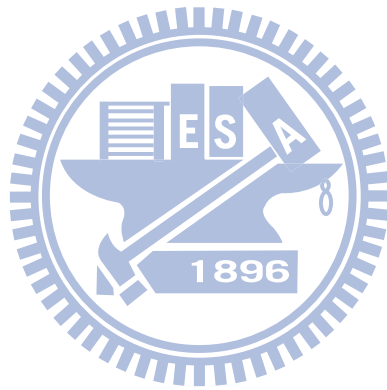


圖 4-51 ITO_110222c 3rd cool down 變異數理論值與實驗值比較

由圖 4-50、4-51 我們可以知道，理論預測的趨勢和實驗的結果是不太相同的。理論預測在 $L_\phi \gg L_T$ 和 $L_\phi \sim L_T$ 的條件下，漲落大小會隨著溫度的下降變化的幅度會越來越大，但是實驗得到的漲落大小再 1K 以下卻是逐漸飽和，這是很明顯的差異。由理論可知(式 2-12)，低溫下的漲落飽和是因為 $L_T \gg L_\phi$ ，系統不用再考慮熱平均效應的影響，漲落大小會趨向一個常數，但是實驗的結果 L_ϕ 都大於 L_T 兩到三倍以上(圖 4-42、圖 4-47)，漲落應該還不會開始飽和，這部分還有待進一步的探討。



五、結論

我們在低溫系統，量測了兩條 ITO 奈米線的磁電阻，發現有兩種明顯的量子干涉效應：弱局域效應和隨磁場變化的普適電導漲落(UCF)。弱局域效應造成了明顯的負磁阻，普適電導漲落(UCF)則產生隨磁場變化的電阻漲落。

先前對 ITO NWs 的實驗，已經可以清楚解釋弱局域效應對磁電阻的影響，並擬合出相位破壞長度 L_ϕ 。觀察電導的漲落，我們發現三個符合 UCF 的特性，第一，溫度越低漲落越大。第二，漲落圖形在低溫下有重複性。第三，溫度在 0.3K 左右時，漲落的大小約等於 0.5 個 e^2/h 的特徵漲落大小。由這些特性，我們可以確定，這些漲落確實是由 UCF 所造成。

把樣品升到室溫再降溫，對同一根奈米線多次量測，我們發現漲落圖案有明顯的改變。由 UCF 理論我們知道漲落圖案反應了雜質與缺陷的位置，這說明了室溫的熱能足以改變樣品內部雜質和缺陷的結構。而針對不同次量測，弱局域擬合出來的相位破壞長度 L_ϕ 差異都不大，且與系統的有序度正相關，可見弱局域擬合的結果是精準的。

由於弱局域擬理論是相對準確的方法，我們可以利用弱局域擬合出的相位破壞長度 L_ϕ 和 UCF 所得到的 L_ϕ 作比較。計算漲落圖案的 correlation field，可以算出在兩個極限條件下 UCF 所得到的 L_ϕ ，與弱局域擬合的 L_ϕ 比較後發現，每組弱局域所得到的 L_ϕ ，都會落在這兩個極限值之間，這樣的結果是很合理的。但是可惜的是我們利用漲落大小算出來的 L_ϕ 是很不合理的。

我們利用兩個理論去分析觀察到的兩種量子干涉效應，利用計算 UCF 的 correlation field 和弱局域理論比較算是得到了一致的結果。可惜的是目前 correlation field 的方法只能給出一個範圍，不能計算確定的 L_ϕ 值。另外如何利用電導漲落的變異數去擬合出合理的 L_ϕ 值，需要進一步的討論。

附 錄

利用下列關係式，我們可以求出擴散常數 D。

$$\text{Fermi wavenumber: } k_F = \frac{(2m^* E_F e)^2}{\hbar}$$

$$\text{Drude resistivity: } \frac{1}{\rho} = \frac{k_F^2 e^2 l}{3\pi^2 \hbar}$$

$$\text{Fermi velocity: } v_F = \frac{k_F \hbar}{m^*}$$

$$\text{Diffusion constant: } D = \frac{v_F l}{3}$$

式中的 ρ 電阻率， l 是平均自由徑， m^* 是 effective mass ($m^*=0.4m$)[25]， E_F 我們利用陳奕甫學長對 ITO 薄膜的實驗結果[16]，我們可以得知電阻率和費米能量 E_F 的對應關係如下表。

Sample name	$\rho_{300K}(\mu\Omega\text{-cm})$	$E_F(\text{eV})$
n_1	838.2	0.56
n_2	684.7	0.57
n_6	712.7	0.52
2_3	1034.7	0.48
5_1	1184.6	0.37

表 A-1 電阻率和費米能量關係

利用這個表我們代入 ITO_100924d 和 ITO_110222c 的室溫電阻率，換算出 E_F 分別為約為 0.58 eV 和 0.56 eV。

參考文獻

- [1] C. P. Umbach, S. Washburn, R. B. Laibowitz, and R. A. Webb, Phys Rev. B 30, 4048 (1984).
- [2] W. J. Skocpol, P. M. Mankiewich, R. E. Howard, L. D. Jackel, D. M. Tennant, and A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. 56, 2865(1986).
- [3] P. A. Lee, A. D. Stone, and H. Fukuyama, Phys. Rev. B 35,1039(1987).
- [4] C.W. Beenakker and H. van Houten Phys. Rev. B 37,6544 (1988).
- [5] G.Bergmann, Phys. Rev. B 28,2914(1983).
- [6] P. A. Lee and T.V. Ramakrishnan, Rev. Mod. Phys. 57, 287 (1985).
- [7] Eric Akkermans and Gilles Montambaux, Mesoscopic Physics of Electrons and Photons(2007).
- [8] H.Takayama, Z. Phys. 263 ,329(1973).
- [9] Ashcroft and Mermin, solid state physics (1976).
- [10] Schmid, A., Z. Phys. 271,251(1974).
- [11] A. A. Abrikosov, L. P. Gor'kov, Sov. Phys. JETP 15, 1088 (1962).
- [12] A. Trionfi, et al. Phys. Rev. B 72, 035407 (2005).
- [13] F. Pierre, et al, Phys. Rev. B 68, 085413 (2003).
- [14] P. Lindqvist , Ö . RappA, Sahnoune and J. O. Ström-Olsen. Phys. Rev. B 41, 3841–3843 (1990).
- [15] 連安紹,「單晶氧化鈦奈米線的普適電導漲落」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國九十八年。
- [16] 陳奕甫,「透明 ITO 導體與 ZnO 半導體薄膜之熱電勢研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國九十八年。
- [17] 邱紹斌,「金鋁合金之電子-聲子散射時間之研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國九十八年。
- [18] 許耀文,「單根錫摻雜氧化鈦奈米線中量子干涉傳輸之研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國九十九年。
- [19] W. J. Skocpol, P. M. Mankiewich, R. E. Howard, L. D. Jackel, D. M. Tennant, and A. Douglas Stone, Phys. Rev. Lett. 56, 2865(1986).
- [20] W. J. Skocpol, P. M. Mankiewich, R. E. Howard, L. D. Jackel, D. M. Tennant, and A. Douglas Stone, Phys. Rev. Lett. 58, 2347(1987).
- [21] S. P. Chiu, Y. H. Lin, and J. J. Lin, Nanotechnology 20, 015203(2009).
- [22] J J Lin and J P Bird 2002 J. Phys.: Condens. Matter 14 R501(2002).
- [23] Zhong, Y. L.; Sergeev, A.; Chen, C. D.; Lin, J. J. Phys. Rev. Lett. 104, 206803(2010).
- [24] P.M. Echternach, M.E. Gershenson, H.M. Bozler, A.L. Bogdanov, and B. Nilsson, Phys. Rev. B 48, 11 516 (1993).
- [25] Z. Q. Li and J. J. Lin, J. Appl. Phys. 96, 5918(2004).