

國立交通大學  
機械工程研究所  
碩士論文

水-聚丙醯胺黏彈性流體之黏滯係數與  
熱傳導係數量測

**Viscosity and Thermal Conductivity Measurements  
of Viscoelastic Water-Polyacrylamide Fluids**



中華民國九十三年七月

水-聚丙醯胺黏彈性流體之黏滯係數與  
熱傳導係數量測

**Viscosity and Thermal Conductivity Measurements  
of Viscoelastic Water-Polyacrylamide Fluids**

研究 生：許家棟

Student : Chia-Tung Hsu

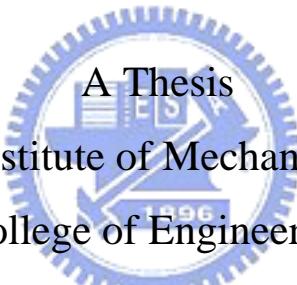
指導 教授：盧定 祖

Advisor : Ding-Chong Lu

國 立 交 通 大 學

機 械 工 程 研 究 所

碩 士 論 文



Submitted to Institute of Mechanical Engineering  
College of Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

June 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年七月

## 致謝

感謝指導教授盧定昶博士在這兩年時間內對學生的諄諄教誨，不僅讓個人在學業上收穫良多，對於生活上、待人處事方面等問題也提供給良好的建議。另外要感謝中央大學楊建裕教授以及系主任傅武雄教授在論文上給予的指導與建議，使論文內容更加完整。

感謝余致廣學長與宋炳彥學長在實驗上給與許多建議與規劃，並在我遇到困難時給予莫大的幫助，使得我能順利進行實驗。更感謝吉利玻璃製造所的張先生對本實驗設備的建立與實務經驗指點。感謝實驗室同窗家宏、偉建、妤綺的相互切磋勉勵，也感謝學弟岳璋、中彥、聖良、智敏在我實驗期間給予的幫忙與鼓勵，使研究生活不再乏味。

感謝我的家人讓我沒有煩惱地求學，也感謝我的女友在研究所期間的支持和照顧，感謝所有曾經關心我幫助我鼓勵我的人，僅以此論文獻給你們。

許家棟 謹誌於新竹交大

# 水-聚丙醯胺黏彈性流體之黏滯係數與熱傳導係數量測

研究生：許家棟

指導教授：盧定昶

國立交通大學機械工程研究所

## 摘要

本文主要是在量測水-聚丙醯胺黏彈性流體的黏滯係數與熱傳導係數，並對不同的水溶液濃度、溫度及剪切率作探討，以求出其所對應的關係式。實驗結果發現，當流體溫度及剪切率上升時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數會隨之下降，而熱傳導係數則隨之上升。此外，當水溶液的濃度較高時，其輕剪力流體特性較明顯，且黏滯係數較高，但熱傳導係數較低；當濃度降低時，則輕剪力流體特性較不明顯，黏滯係數較低，但熱傳導係數較高。因此若要將聚丙醯胺水溶液使用於熱傳增強上，又不欲增加流動時的壓力差降，應使用濃度較低的聚丙醯胺水溶液。

# Viscosity and Thermal Conductivity Measurements of Viscoelastic Water-Polyacrylamide Fluids

Student : Chia-Tung Hsu

Advisor : Ding-Chong Lu

# Department of Mechanical Engineering

## National Chiao Tung University

## ABSTRACT

In this thesis, the viscosity and the thermal conductivity of viscoelastic water-polyacrylamide fluids were investigated experimentally by examining the effects of polymer concentration, fluid temperature and shear rate. Present results showed that when fluid temperature and shear rate increased, the viscosity would decline and the thermal conductivity would rise. Moreover, the viscoelastic water-polyacrylamide fluid at higher polymer concentration showed the shear thinning characteristics with higher viscosity and lower thermal conductivity. On the contrary, the viscoelastic water-polyacrylamide fluid at low polymer concentrations showed the Newtonian fluid properties with lower viscosity and higher thermal conductivity. As a result, it is suggested that lower concentration viscoelastic water-polyacrylamide fluids would be beneficial to obtain better heat enhance practical applications and lower pressure drop in some.

# 目 錄

中文摘要	.....	I
英文摘要	.....	II
目錄	.....	III
表目錄	.....	V
圖目錄	.....	VI
符號說明	.....	IX
第一章	緒論.....	1
1.1	研究動機及背景.....	1
1.2	牛頓與非牛頓流體簡介.....	1
1.3	水-聚丙醯胺黏彈性流體簡介.....	2
1.4	文獻回顧.....	3
1.5	實驗目的.....	6
第二章	黏滯係數量測實驗.....	10
2.1	工作流體的介紹與準備.....	10
2.2	實驗原理.....	11
2.3	實驗設備.....	13
2.4	實驗量測儀器.....	14
2.5	實驗規劃.....	15
2.6	實驗步驟.....	15
2.7	實驗不準度分析.....	16
2.8	實驗參數計算.....	16

<b>第三章</b>	<b>熱傳係數量測實驗</b>	<b>21</b>
3.1	工作流體的介紹與準備	21
3.2	實驗原理	21
3.3	實驗設備	23
3.4	實驗設計	25
3.5	實驗量測儀器	28
3.6	實驗規劃	29
3.7	實驗步驟	30
3.8	實驗不準度分析	31
3.9	實驗參數計算	31
<b>第四章</b>	<b>實驗結果與討論</b>	<b>38</b>
4.1	黏滯係數量測實驗	38
4.2	熱傳導係數量測實驗	43
<b>第五章</b>	<b>結論</b>	<b>63</b>
<b>參考文獻</b>		<b>65</b>
<b>附錄 A</b>	<b>不準度分析</b>	<b>68</b>

## 表 目 錄

表 1-1	常用流變儀比較.....	7
表 2-1	黏滯係數量測實驗的最大不準度.....	17
表 3-1	工作流體(聚丙醯胺)及實驗設備參數.....	33
表 3-2	工作流體(去離子水)及實驗設備參數.....	33
表 3-3	工作流體(去離子水)及實驗設備參數.....	33
表 3-4	熱傳導係數量測實驗的最大不準度.....	34
表 4-1	水溶液濃度為 2000wppm 時的 n、K 表.....	47
表 4-2	水溶液濃度為 1500wppm 時的 n、K 表.....	47
表 4-3	水溶液濃度為 1000wppm 時的 n、K 表.....	47



# 圖 目 錄

圖 1-1	牛頓流體與非牛頓流體的差異	8
圖 1-2	正向力的關係	8
圖 1-3	Weissenberg 效應	9
圖 2-1	高分子聚丙醯胺的結構式	18
圖 2-2	黏滯係數量測原理之物理模型及座標系統	18
圖 2-3	同心圓柱式流變儀設備連接示意圖	19
圖 2-4	Brookfield 旋轉式流變儀	19
圖 2-5	旋轉式流變儀的細部尺寸	20
圖 2-6	ANCER 恒溫槽	20
圖 3-1	熱傳係數量測原理之物理模型及座標系統	35
圖 3-2	熱傳係數量測實驗設備示意圖	35
圖 3-3	測試區剖面圖	36
圖 3-4	固定內筒尺寸圖	36
圖 3-5	轉動外筒尺寸圖	37
圖 3-6	熱損失實驗熱電偶配置圖	37
圖 4-1	水溶液濃度為 2000 wppm 時的黏滯係數-剪切率關係圖	48
圖 4-2	水溶液濃度為 2000 wppm 時的剪應力-剪切率 log 關係圖	48
圖 4-3	水溶液濃度為 1500 wppm 時的黏滯係數-剪切率關係圖	49
圖 4-4	水溶液濃度為 1500 wppm 時的剪應力-剪切率 log 關係圖	49
圖 4-5	水溶液濃度為 1000 wppm 時的黏滯係數-剪切率關係圖	50
圖 4-6	水溶液濃度為 1000 wppm 時的剪應力-剪切率 log 關係圖	50
圖 4-7	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 20°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖	51
圖 4-8	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 25°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖	51
圖 4-9	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 30°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖	52

圖 4-10	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 35°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖	52
圖 4-11	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 40°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖	53
圖 4-12	水溶液濃度為 1000 wppm 時, 與文獻【23】的比較	53
圖 4-13	水溶液濃度為 2000 wppm 時, 黏滯係數關係式與實驗值之比較	54
圖 4-14	水溶液濃度為 1500 wppm 時, 黏滯係數關係式與實驗值之比較	54
圖 4-15	水溶液濃度為 1000 wppm 時, 黏滯係數關係式與實驗值之比較	55
圖 4-16	在 25°C 時, 去離子水的熱傳導係數-剪切率關係圖	55
圖 4-17	在 25°C 時, 去離子水的熱損失率-剪切率關係圖	56
圖 4-18	水溶液濃度為 2000 wppm 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	56
圖 4-19	水溶液濃度為 1500 wppm 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	57
圖 4-20	水溶液濃度為 1000 wppm 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	57
圖 4-21	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 20°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	58
圖 4-22	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 25°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	58
圖 4-23	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 30°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	59
圖 4-24	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 35°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	59
圖 4-25	不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 40°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖	60
圖 4-26	水溶液濃度為 1000 wppm 時, 與文獻【15】的比較	60
圖 4-27	水溶液濃度為 2000 wppm 時, 热傳導係數關係式與實驗值之比較	61

圖 4-28 水溶液濃度為 1500 wppm 時, 热傳導係數關係式與實驗值之  
比較 ..... 61

圖 4-29 水溶液濃度為 1000 wppm 時, 热傳導係數關係式與實驗值之  
比較 ..... 62



# NOMENCLATURE

$A$	Area	$m^2$
$G$	Shear modulus	
$G''$	Storage shear modulus	
$g$	Gravitational acceleration	$m^2 / s$
$I$	Current	$A$
$K$	Power law fluid consistency	$N \cdot s / m$
$k$	Thermal conductivity for test fluid	$W / m \cdot K$
$k_0$	Zero shear rate thermal conductivity	$W / m \cdot K$
$k^+$	Thermal conductivity in Eq. ( 3-3 ) , dimensionless	
$L$	Length of the cylinder	$m$
$M$	Torque	$N \cdot m$
$n$	Power law flow index	
$P$	Pressure	$Pa$
$Q$	Heat transfer	$W$
$Q_{actual}$	Actual heat transfer	$W$
$Q_{loss}$	Heat loss	$W$
$Q_{total}$	Total heat transfer	$W$
$r$	radius	$m$
$r_i$	Radius of inner cylinder	$m$
$r_o$	Radius of outer cylinder	$m$
$T$	Temperature	$K$
$T_i$	Temperature of the inner cylinder	$K$
$T_o$	Temperature of the outer cylinder	$K$
$u$	Velocity	$m / s$

$u_\theta$	Circumferential velocity	$m/s$
$V$	Voltage	$V$
wppm	Parts per million by weight, dimensionless	
$x$	Coordinate in flow direction	$m$
$y$	Coordinate in transverse direction	$m$
$z$	Coordinate in axial direction	$m$

## Dimensionless groups

Br Brinkman number in Eq. ( 3-3 )

Gr Grashof number in Eq. ( 3-8 )

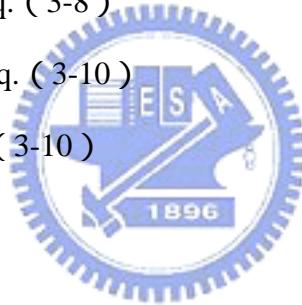
Pr Prandtl number in Eq. ( 3-8 )

$Ra$  Rayleigh number in Eq. ( 3-8 )

Re Reynolds number in Eq. ( 3-10 )

Ta Taylor number in Eq. ( 3-10 )

## Greek symbols



$\gamma$  Shear strain

$\dot{\gamma}$  Shear rate  $1/s$

$\mu$  Shear viscosity  $N \cdot s / m^2$

$\mu''$  Dynamic viscosity

$\eta$  Apparent viscosity  $N \cdot s / m^2$

$\sigma$  Normal stress  $N / m^2$

$\tau$  Shear stress  $N / m^2$

$\omega$  Angular velocity  $rad/s$

$\rho$  Fluid density  $kg / m^3$

$\kappa$  The ratio of radius of inner cylinder to radius of outer cylinder

$\Delta T$  Temperature difference between inner and outer cylinder wall  $K$

## Superscripts

- + Refers to dimensionless quantities

## Subscripts

- 0 Refers to the static conditions
- cr* Refers to critical
- i* Refers to the inner cylinder
- o* Refers to the outer cylinder
- r* Refers to radial direction
- $\theta$  Refers to circumferential flow direction
- $r\theta$  Refers to cylindrical coordinates



# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機及背景

近幾年來由於半導體生產技術突飛猛進，積體電路內元件密度愈來愈高，相對的單位面積內的產熱量也是直線上升，隨著電子元件功率密度的提高，散熱系統成為一個重要的課題。不良的散熱系統會使電子元件引起訊號互相干擾，進而使其效能大幅劣化。針對未來高功率密度電子元件的散熱，傳統的散熱元件如冷板（cold plate）已無法滿足要求，因此開發新的散熱技術，如表面增加散熱片、衝擊噴流（impinging jet）以及特殊的熱交換器等，都不失為可行的解決方法。而應用非牛頓流體（如含有高分子聚合物的水溶液等）為熱傳介質，正是其中之一種選擇。由於非牛頓流體具有黏滯係數隨剪切率變化的特性，故使非牛頓流體產生與牛頓流體相異的流場，而因流場的不同亦使溫度場產生變化，造成熱傳增強的效果。

## 1.2 牛頓與非牛頓流體簡介



牛頓與非牛頓流體的分類是以牛頓黏性定律（Newtonian's law of viscosity）來區分的。一般常使用的流體大都屬於牛頓流體，其基本定義為流體作用的剪應力（ $\tau$ ）與剪切率（ $\frac{du}{dy}$ ）成線性關係：【1】

$$\tau = \mu \left( \frac{du}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma} \quad (1-1)$$

$$\text{其中} \left( \frac{du}{dy} \right) = \dot{\gamma}$$

若剪應力與剪切率兩者間呈非線性關係時，稱為非牛頓流體，常以幕次法則（power law）來表示【1】

$$\tau = K \left[ \frac{du}{dy} \right]^n = K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \left( \frac{du}{dy} \right) = K \dot{\gamma}^{n-1} (\dot{\gamma}) \quad (1-2)$$

其中  $n$  是幕次方程式的指數（exponent）

$K$  是幕次方程式的常數（consistency index）

另外定義視黏滯係數 (apparent viscosity)， $\eta$  為

$$\eta = K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (1-3)$$

公式 (1-1) 和公式 (1-2) 的差別可由圖 1-1 得知。其中非牛頓流體包括：【1】

1. 膨脹 (重剪力) 流體 (dilatant, shear-thickening)：

視黏滯係數隨著剪切率增加而增加。

2. 擬塑性 (輕剪力) 流體 (pseudoplastic, shear-thinning)：

視黏滯係數隨著剪切率增加而漸減。

3. 賓漢塑性 (Bingham plastic) 流體：

需要超過一定的降伏應力值 (yield stress) 時，剪應力和速度梯度之間的關係才會呈現線性關係。

### 1.3 水-聚丙醯胺黏彈性流體簡介

本實驗所探討的非牛頓流體是將去離子水 (distilled water) 中加入高分子聚合物 (聚丙醯胺, poly-acrylamide)，屬於輕剪力流體。它具有黏彈性 (viscoelastic) 的特質，可分別用彈性與黏性的性質加以描述【1】：

1. 彈性性質 (linear elastic)

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (1-4)$$

其中  $G$  為剪切模數 (shear modulus)

$\gamma$  為剪切應變 (shear strain)

2. 黏性性質 (linear elastic)

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (1-5)$$

其中  $\mu$  為黏滯係數 (viscosity)

$\dot{\gamma}$  為剪切率 (shear rate)

黏彈性性質 (viscoelastic material) 為上述兩者的結合如 (1-6) 式所示：

$$\tau = G'' \cdot \gamma + \mu'' \cdot \dot{\gamma} \quad (1-6)$$

其中  $G''$  為動態剪切模數的實數部分 (storage shear modulus)

$\mu''$  為動態黏度的實數部分 (dynamic viscosity)

但因剪切模數在實驗上難以獨立測得，故往往簡化為公式 (1-2) 的幕次法則以表示其特性。

此外，這種輕剪力流體最顯著的特性是它的黏彈性特質會造成正向力的不同。如圖 1-2 所示，當有剪應力 ( $\tau_{13}$ ) 在側向作用時，此時在第一方向(1)會產生正值的正向力( $\sigma_{11}$ )，而在第二方向(2)產生負值的正向力( $\sigma_{22}$ )，造成所謂的正向力差 (first normal stress difference,  $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ )，而高分子的支鏈也因正向力差的作用而造成變形，形成不一樣的流變性質。明顯的例子如 Weissenberg 效應，如圖 1-3 所示，當棒子在燒杯中轉動時，此時轉動的棒子會對燒杯中的液體產生慣性力，若燒杯中液體為牛頓流體時，此時因慣性力作用而使液體遠離棒子，這時狀況如圖 1-3 中右圖所示；但若燒杯中液體為黏彈性流體時，此時因黏彈性關係而產生正向力差，使液體會依附棒子而有上升情況，如圖 1-3 中左圖所示。由於聚丙醯胺水溶液具有此黏彈性的特質，故會產生與牛頓流體相異的流場，而因流場的不同亦使溫度場產生變化，造成不同的熱傳效果。

## 1.4 文獻回顧

本實驗所研究的聚丙醯胺水溶液為高分子非牛頓流體，與一般牛頓流體最大的不同在於它具有黏彈性特質。由於這種特質，會導致此類流體在層流 (laminar flow) 流動時，因剪應力的作用而產生正向力差，造成與牛頓流體不同的流場，促使溫度場產生變化，進而產生熱傳增強的效果。此外，由於加入水中的高分子具有黏性性質，使水溶液的黏度增加，流動時的阻力增加，造成壓力差值高於未加高分子的純水溶液。因此為了取得較佳的熱傳效果及較低的壓力差值，所以本實驗將探討聚丙醯胺水溶液的黏滯特性及熱傳特性。本節將分別回顧黏滯係數

( viscosity ) 量測實驗與熱傳導係數 ( thermal conductivity ) 量測實驗二方面有關的文獻。

#### 1.4.1 黏滯係數量測實驗

自從 1953 年，哈佛大學在 ASME 【2】【3】的贊助下對多種潤滑劑進行黏滯係數量測之後，各種不同的方法即不斷的被運用於量測流體在不同溫度、壓力下的黏滯特性。Bridgman 【4】【5】以自行發展之落體式流變儀 ( falling weight viscometer ) 對 40 多種流體進行高溫度及高壓力範圍的黏滯係數量測。稍後，Wilson 【6】以同樣型式的流變儀進行類似的研究。

Appelboom et al. 【7】和 Philippoff 【8】則利用水晶振盪式流變儀 ( oscillating crystal viscometer ) 研究牛頓流體與非牛頓流體在不同溫度下流體黏滯係數的變化。然而此型之流變儀有其最大黏滯係數限制 (  $\mu < 1\text{cp}$ ，其中  $\text{cp} = 0.001\text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2$  )。

此外，Yoo et al. 【9】使用毛細管式 ( capillary ) 流變儀及落球式 ( falling ball ) 流變儀來量測聚丙醯胺 ( poly-acrylamide, AP-273 ) 水溶液在不同濃度及不同剪切率時其黏滯係數與剪切率之間的關係。因毛細管流變儀只能量測剪切率在  $10^2 \text{ s}^{-1}$  以上的黏滯係數，所以另外用落球式流變儀來量測剪切率在  $10^2 \text{ s}^{-1}$  以下的黏滯係數。其量測結果發現：

1. 黏滯係數會隨著濃度的增加而上升
2. 視黏滯係數隨著剪切率增加而呈遞減形式，並且趨向某一定值

而 Tiu et al. 【10】則以密度儀 ( pycnometer ) 與圓錐-平板式 ( cone and plate ) 流變儀來量測聚丙醯胺 ( poly-acrylamide, AP-30 ) 水溶液的物理性質。首先，以密度儀量測聚丙醯胺水溶液在不同濃度下的密度，發現即使在不同濃度下其量測的密度值都與純水相同。接著以流變儀測得剪應力-剪切率的關係，可發現剪應力與剪切率並不成線性關係，證明該高分子水溶液並非為牛頓流體；而且當濃度越高時，其相對應的黏滯係數也跟著增加。

目前常使用流變儀的類型有滑動平板式 ( sliding plates ) 流變儀、落球式

(falling ball) 流變儀、同心圓柱式 (concentric cylinders) 流變儀、圓錐-平板式 (cone and plate) 流變儀、平行板式 (parallel disks) 流變儀以及毛細管式 (capillary) 流變儀。詳細的流變儀規格及其使用時的優缺點可參考表 1-1 【1】，使用時可依據工作流體黏滯係數的大小和實驗所需的剪切率、剪應力範圍等來決定適當的流變儀。以目前研究的聚丙醯胺水溶液而言，由於加入的高分子比例並不算高 (<2000 wppm)，應屬於低黏滯係數範圍的溶液，故以同心圓柱式流變儀為主要選擇。

#### 1.4.2 熱傳導係數量測實驗

由於非牛頓流體具有黏滯係數隨剪切率改變的特性，因此當流體在具有溫度差的環境下流動時，流體的熱傳導係數將隨黏滯係數的改變而上升或下降。自 1973 年，Cocci and Picot 【11】對非牛頓流體 Dow200 進行熱傳導係數量測後，便產生許多不同的方法，應用於量測流體在不同剪切率下的熱傳導係數。Wallace et al. 【12】利用庫第流 (Couette flow) 的方式，量測聚乙稀 (poly-ethlene) 水溶液在剪切率為  $0\text{-}400\text{ s}^{-1}$  之間的熱傳導係數，發現水溶液在低濃度時，熱傳導係數將隨著剪切率的上升而下降；而在高濃度時，則會隨著剪切率的增加而先下降再提高。

此外，Loulou et al. 【13】利用圓錐-平板式 (cone and plate) 的方法，量測在低剪切率 ( $<20\text{ s}^{-1}$ ) 時，Carbopol 水溶液 (1000、2000 wppm) 的熱傳導係數變化。而 Chaliche et al. 【14】也應用同樣方式，量測剪切率為  $50\text{ s}^{-1}$  以下時，羧甲基纖維素 (carboxymethyl cellulose, CMC) 水溶液在濃度為 30000-80000 wppm 的熱傳導係數。稍後，Lee and Irvine 【15】使用同軸圓柱 (coaxial cylinder) 旋轉的方式，製造庫第流去量測羧甲基纖維素 (carboxymethyl cellulose, CMC) 水溶液 (1500、2500、5000 wppm) 及聚丙醯胺 (poly-acrylamide, AP-273) 水溶液 ( $1000\text{、}2000\text{ wppm}$ ) 的熱傳導係數與剪切率之變化。Loulou et al. 【13】、Chaliche et al. 【14】和 Lee and Irvine 【15】等皆發現高分子流體的熱傳導係數將隨剪切率

上升而增加，且在低濃度時較為明顯。

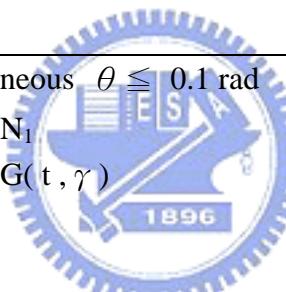
相較於以上所使用的量測方法，由於實驗溶液屬於低黏滯係數範圍，以同軸圓柱（coaxial cylinder）旋轉的庫第流方式對溫度及剪切率控制較為容易，故採用此方式量測聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數。

## 1.5 實驗目的

本實驗分成二部分。第一部分是利用旋轉式流變儀量測水-聚丙醯胺黏彈性流體在不同剪切率時黏滯係數的變化，並求出不同濃度及溫度下黏滯係數與剪切率的關係式；第二部分則是使用同軸圓柱旋轉法量測水-聚丙醯胺黏彈性流體在不同剪切率下熱傳導係數的變化，並探討在不同濃度及溫度下熱傳導係數對剪切率的關係式。二者的結果可作為研究此類高分子水溶液相關流力及熱傳分析的重要參考數據。



表 1-1 常用流變儀比較【1】

Methods	Advantages	Disadvantages
Sliding plates (滑動平板式)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simple design</li> <li>Homogeneous</li> <li>Linear motion</li> <li>High <math>\eta</math> 、 <math>G(t, \gamma)</math></li> <li><math>t \geq 10^{-3}</math> s</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Edges limit <math>\gamma &lt; 10</math></li> <li>Gap control</li> <li>Loading</li> </ul>
Falling ball (落球式)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Very simple</li> <li>Needle better</li> <li>Sealed rheometer</li> <li>High T 、 p</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Not very useful for viscoelastic fluids</li> <li>Nonhomogeneous</li> <li>Transparent fluid</li> <li>Need <math>\rho</math></li> </ul>
Concentric cylinders (同心圓柱式)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Low <math>\eta</math> 、 high <math>\dot{\gamma}</math></li> <li>Homogeneous if <math>r_i / r_o \geq 0.95</math></li> <li>Good for suspension settling</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>End correction</li> <li>High <math>\eta</math> fluids are difficult to clean</li> </ul>
Cone and plate (圓錐-平板式)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Homogeneous <math>\theta \leq 0.1</math> rad</li> <li>Best for <math>N_1</math></li> <li>Best for <math>G(t, \gamma)</math></li> </ul>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>High <math>\eta : \dot{\gamma}</math> low , edge failure , loading difficult</li> <li>Low <math>\eta</math> : inertia</li> <li>Evaporation</li> <li>Need good alignment</li> </ul>
Parallel disks (平行板式)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Easy to load viscous samples</li> <li>Best for <math>G'</math> and <math>G''</math> of melts , curing</li> <li>Vary <math>\dot{\gamma}</math> by <math>h</math> and <math>\Omega</math></li> <li><math>(N_1 - N_2)(\dot{\gamma})</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Nonhomogeneous : not good for <math>G(t, \gamma)</math> , OK for <math>G(t)</math> and <math>\eta(\gamma)</math></li> <li>Edge failure</li> <li>Evaporation</li> </ul>
Capillary (毛細管式)	<ul style="list-style-type: none"> <li>High <math>\dot{\gamma}</math></li> <li>Sealed</li> <li>Process stimulation</li> <li><math>\eta_{ext}</math> from <math>\Delta \rho_{ent}</math></li> <li>Wide range with L</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Corrections for <math>\rho_{ent}</math> time-consuming</li> <li>Nonhomogeneous no <math>G(t, \gamma)</math></li> <li>Bad for time dependence</li> <li>Extrudate swell only qualitative for <math>N_1</math></li> </ul>

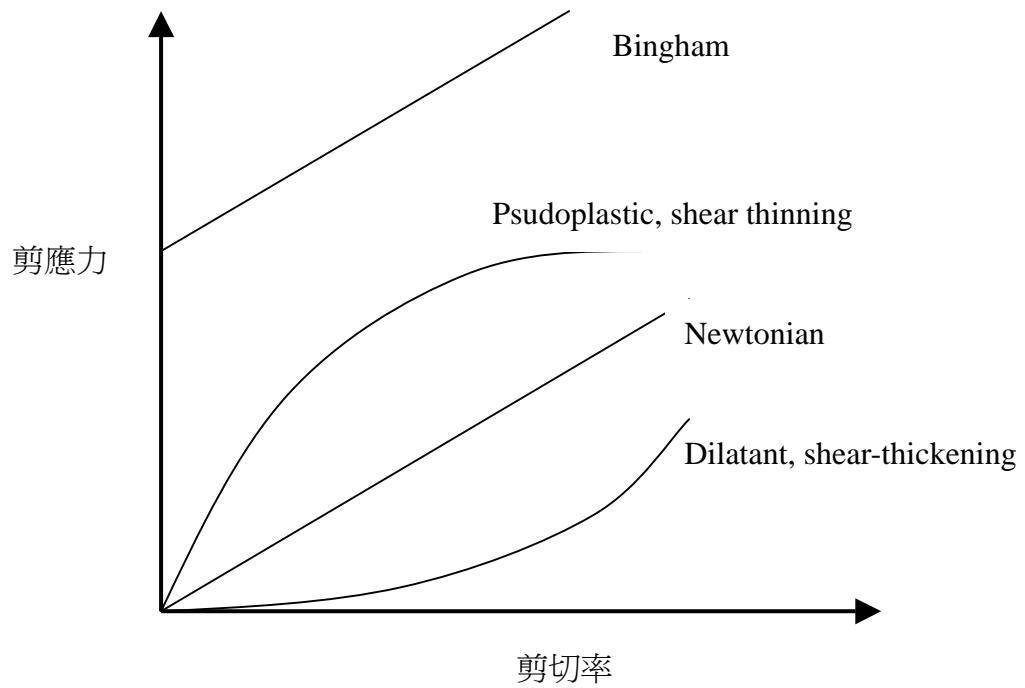


圖 1-1 牛頓流體與非牛頓流體的差異【1】

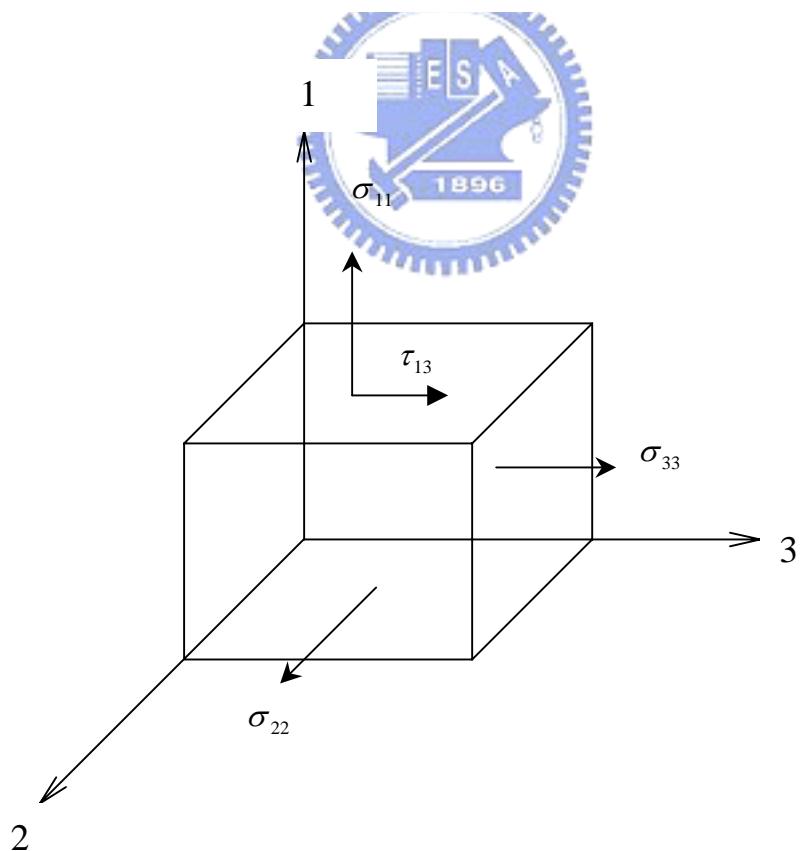


圖 1-2 正向力的關係

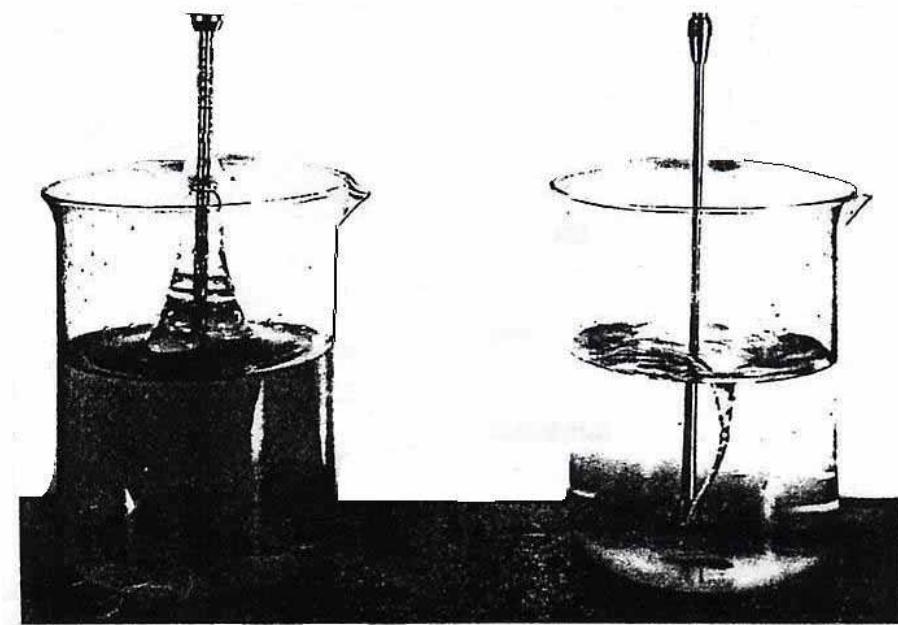


圖 1-3 Weissenberg 效應 【1】



## 第二章 黏滯係數量測實驗

本實驗主要的目的是要用同心圓柱式流變儀測量聚丙醯胺水溶液在不同濃度 ( $< 2000 \text{ wppm}$ )、流體溫度 ( $20 \sim 40^\circ\text{C}$ ) 及剪切率 ( $< 300 \text{ s}^{-1}$ ) 下的黏滯係數。並求出其對應的剪切率關係式，作為研究一般流力問題時之重要參考依據。實驗時主要是利用 Brookfield 旋轉式流變儀來量測工作流體之黏滯係數，並配合 ANCER 恒溫槽來控制工作流體的環境溫度。

### 2.1 工作流體的介紹與準備：

本次實驗所選用的高分子聚合物為聚丙醯胺 (polyacrylamide)，它是由美國 Polyscience 公司所生產，為白色粉末，其分子式為  $(\text{C}_3\text{H}_5\text{NO})_n$ ，分子量範圍約  $5 \times 10^6 \sim 6 \times 10^6 \text{ g/mole}$ 。結構式如圖 2-1 所示【16】，圖中可發現它具有 amide (胺基化合物) 的官能基 ( $\text{NH}_2$ )，表示與水是互溶的。而配置高分子水溶液時選用的溶液為去離子水 (Distilled Water)。在物理特性方面，Tiu et al. 【10】曾經以密度儀量測聚丙醯胺水溶液的密度，發現在濃度小於 2000 wppm 時，其密度值與純水相同，所以本次實驗所配製的聚丙醯胺水溶液其密度數值皆與純水相同。

在聚丙醯胺水溶液的準備上，本實驗參考文獻【17】的方法調製：

1. 在室溫為  $25^\circ\text{C}$  的封閉空間中，先準備約為調配量一半的去離子水，倒入容器中。
2. 加入所需量的聚丙醯胺粉末，並利用攪拌器攪拌。
3. 將剩餘的一半去離子水倒入容器中。
4. 由於聚丙醯胺粉末要完全溶解於水中需要一段時間，故約等待二至三天，此期間要不時的予以攪拌。
5. 調配好的聚丙醯胺水溶液須放置於陰涼處，避免陽光照射。黏滯係數量測應在一個月內進行，以避免任何可能的變質。

## 2.2 實驗原理：

同心圓柱式流變儀其測量原理乃是利用兩個不同半徑之同心圓柱，將量測流體填充於同心圓柱間隙中，固定外部圓柱，轉動內部圓柱，使間隙中之量測流體以庫第流形式流動，如圖 2-2 所示，量測出剪應力及剪切率。再應用剪應力、剪切率與視黏滯係數的關係式，計算出流體的黏滯係數。詳細的實驗原理推導如下：

基本假設：

1. 流場為層流流動。
2. 流體是在穩定狀態 (steady state) 下運轉，亦即在實驗過程中其物理性質不隨時間而改變。
3. 無滑動現象 (no slip)。
4. 兩同心圓柱的間隙與圓柱的半徑比非常小。
5. 測試流體必須是均質 (homogeneous) 的。
6. 實驗過程中無物理或化學變化。
7. 無軸向速度 ( $u_z = 0$ ) 及徑向速度 ( $u_r = 0$ )。

經由上述的假設，可以將 Navier – Stokes 動量方程式化簡為：

r 方向分量：

$$-\rho \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} \quad (2-1)$$

$\theta$  方向分量：

$$0 = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \tau_{r\theta}) \quad (2-2)$$

Z 方向分量：

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (2-3)$$

邊界條件：

$$\begin{aligned} r = r_o & , \quad u_\theta = 0 \\ r = r_i & , \quad u_\theta = r_i \omega \end{aligned} \quad (2-4)$$

其中  $r_o$  為外圓柱半徑、 $r_i$  為內圓柱半徑、 $\omega$  為內圓柱半徑之角速度， $\tau_{r\theta}$  為剪應力。根據幕次法則，可知剪應力與剪切率有下列之關係：

$$\tau_{r\theta} = \eta \dot{\gamma} = K(\dot{\gamma})^{n-1} \dot{\gamma} = K(\dot{\gamma})^n = K \left[ r \frac{d}{dr} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \right]^n \quad (2-5)$$

其中

$$\dot{\gamma} = r \frac{d}{dr} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \quad (2-6)$$

將 (2-5) 式代入 (2-2) 式，可得到 (2-7) 式：

$$\frac{d}{dr} \left\{ r^2 K \left[ r \frac{d}{dr} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \right]^n \right\} = 0 \quad (2-7)$$

其中  $K$  為常數。

積分後可得：

$$\frac{u_\theta}{r} = -\left(\frac{2}{n}\right) C_1^{(1/n)} r^{-(2/n)} + C_2 \quad (2-8)$$

把邊界條件 (2-4) 式代入 (2-8) 式，則可以得到  $C_1$  和  $C_2$ 。因此 (2-8) 式可寫成：

$$\frac{u_\theta}{r\omega} = \frac{1 - (\kappa r_i / r)^{(2/n)}}{1 - \kappa^{(2/n)}} \quad (2-9)$$

其中

$$\kappa = \frac{r_i}{r_o}$$

將 (2-9) 式代入 (2-6) 式中，則剪切率為：

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{2\omega}{n} \cdot \frac{(\kappa r_i / r)^{(2/n)}}{(1 - \kappa^{(2/n)})} = \frac{\pi N}{15n} \cdot \frac{(\kappa r_i / r)^{(2/n)}}{(1 - \kappa^{(2/n)})} \quad (2-10)$$

其中

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} \text{，單位為 rad/s。}$$

$N$  為轉速，單位為 rpm。

若工作流體為牛頓流體時， $n = 1$ ，代入 (2-10) 式，可得 (2-11) 式：

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{\pi N}{15} \cdot \frac{(\kappa r_i / r)^2}{(1 - \kappa^2)} \quad (2-11)$$

若工作流體為非牛頓流體時，其  $n \neq 1$ ，代入 (2-10) 式不變，即

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{\pi N}{15n} \cdot \frac{(\kappa r_i / r)^{(2/n)}}{(1 - \kappa^{(2/n)})} \quad (2-12)$$

由於在實驗量測時，系統狀態達到穩定的轉速  $N$ ，此時剪切率固定不變，所以非牛頓流體的黏滯係數將不會改變，故可以視為近似牛頓流體 (pseudo-Newtonian fluid)，則  $n \approx 1$ ，剪切率如 (2-11) 式所示。

此外，根據力矩平衡的關係，可知扭矩  $M$  為：

$$M(r) = \tau_{r\theta}(r) \cdot 2\pi r L \cdot r$$

$$\text{即 } \tau_{r\theta}(r) = \frac{M(r)}{2\pi r^2 L} \quad (2-13)$$

其中  $L$  為圓柱長度。

故由 (2-11) 式和 (2-13) 式可知，在  $r = r_i$  時，其剪應力及剪切率為：

$$\tau_{r\theta}(r = r_i) = \frac{M(r = r_i)}{2\pi r_i^2 L} \quad (2-14)$$

$$\dot{\gamma}(r = r_i) = \frac{\pi N}{15} \cdot \frac{\kappa^2}{(1 - \kappa^2)} \quad (2-15)$$

因此，當量測到內圓柱扭矩  $M(r = r_i)$  和轉速  $N$  時，可藉由 (2-14) 式及 (2-15) 式計算出剪應力和剪切率。再以 (2-5) 式中視黏滯係數等於剪應力除以剪切率的關係，求出工作流體的黏滯係數。

## 2.3 實驗設備

本實驗使用同心圓柱式流變儀測量聚丙醯胺水溶液的黏滯係數，主要設備包括 (1) Brookfield 旋轉式流變儀 (2) ANCEER 恒溫槽 (3) 華碩筆記型電腦，圖 2-3 為設備連接示意圖。現就其功能分述如下：

(1) Brookfield 旋轉式流變儀 (圖 2-4)：

Brookfield 旋轉式流變儀包括量測系統 (UL Adaptor) 和控制系統 (LV

DV-III) 二個部份。其工作範圍如下：

最高溫度：120 (°C)

轉速範圍：0.01 – 250 (rpm)

剪切率範圍：1 – 300 (s<sup>-1</sup>)

旋轉式流變儀的細部尺寸如下表所示，參照圖 2-5：

內圓柱長度 (L)	90.74 mm
內圓柱直徑 (2r <sub>i</sub> )	25.15 mm
外圓柱直徑 (2r <sub>o</sub> )	27.62 mm
內、外圓柱半徑比 (κ = r <sub>i</sub> / r <sub>o</sub> )	0.91

(2) ANCER 恒溫槽 (圖 2-6)：

ANCER 恒溫槽是黏滯係數量測實驗的定溫裝置，主要目的是控制工作流體的環境溫度，使工作流體的溫度達至穩態，其最大操作範圍為 0 - 120°C。

(3) 電腦：



電腦是本實驗的記錄裝置，為華碩筆記型電腦，可與 Brookfield 旋轉式流變儀連接，利用 Rheocalc 軟體擷取數據。。

## 2.4 實驗量測儀器

### 2.4.1 旋轉式流變儀的校正

旋轉式流變儀的校正是利用標準黏度液校正，此標準黏度液是由 Brookfield 公司所提供之牛頓流體，在流體溫度 25°C 時，其黏滯係數為 10 cp。利用 Brookfield 旋轉式流變儀量測此溶液，在流體溫度 25°C 時，量測結果為 9.9 cp，誤差約為 1% 左右，故可信任 Brookfield 旋轉式流變儀的量測數據。

### 2.4.2 ANCER 恒溫槽的校正

ANCER 恒溫槽的校正是利用絕對溫度計去量測每一個溫度點時 ANCER 恒溫槽的溫度，並對照 ANCER 恒溫槽本身熱電偶所量出的溫度，以確定 ANCER

恆溫槽的控制溫度是否正確。利用絕對溫度計去校正時，發現在每一個溫度點時，絕對溫度計量出的溫度與 ANCER 恒溫槽的熱電偶量出溫度相差約為  $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$  左右，故可信任 ANCER 恒溫槽所控制的溫度。

## 2.5 實驗規劃

由於水溶液濃度、流體溫度、剪切率變化均會影響聚丙醯胺水溶液的黏滯係數，所以實驗的重點在於量測隨水溶液濃度、流體溫度、剪切率變化的黏滯係數。本實驗的實驗條件變化如下所示：

水溶液濃度 (wppm)：1000、1500、2000。

流體溫度 ( $^{\circ}\text{C}$ )：20、25、30、35、40。

剪切率 ( $\text{s}^{-1}$ )：20 - 250。每 4 為一間隔。

每一段剪切率的量測時間為 3 分鐘，主要是為了使實驗過程中工作流體的流場能夠達到穩定的狀態。

## 2.6 實驗步驟



1. 將 Brookfield 旋轉式流變儀各個部分組合好並連接好電路。
2. 打開 ANCER 恒溫水槽並設定環境溫度。
3. 調整水平螺絲，以水平儀確定旋轉式流變儀的水平位置是否良好。
4. 將旋轉式流變儀及華碩筆記型電腦電源打開，並執行 Rheocalc 套裝軟體。
5. 對旋轉式流變儀控制系統進行歸零的動作。
6. 選取型號為 ULA 的旋轉軸 (spindle) 及旋轉杯 (cup) 並裝置於旋轉式流變儀。
7. 將適量的工作流體倒入旋轉杯中，約 16 ml。
8. 設定旋轉軸速度並記錄黏滯係數、剪切率及剪應力。
9. 重複步驟 8，得到不同旋轉速度下的黏滯係數、剪切率及剪應力。
10. 如欲換置其它濃度工作流體，則需小心拆卸旋轉軸及旋轉杯，並仔細清

洗以準備下一種流體之量測。

## 2.7 實驗不準度分析

在實驗過程中，可能會因儀器或設備的不穩定而產生實驗誤差，所以必須分析實驗的不準度，以確定實驗的準確性。本實驗的不準度分析方法請詳見附錄 A 及文獻【18】，表 2-1 為黏滯係數量測的最大不準度。

## 2.8 實驗參數計算

(1) 黏滯係數計算：

由幕次法則可知，將量測到的剪應力除以剪切率即可得到所需要的視黏滯係數，如 (2-16) 式所示。

$$\eta = \tau / \dot{\gamma} \quad (2-16)$$

(2) 幕次法則之 K、n 計算：

由於輕剪力流體的剪應力-剪切率曲線是呈指數形式，若將剪應力、剪切率取 log 值時，其剪應力與剪切率會呈線性關係。因此將量測到之剪應力與所對應之剪切率代入幕次法則，如 (1-2) 式所示：

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (1-2)$$

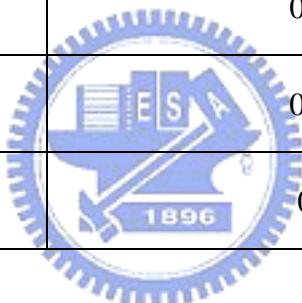
將 (1-2) 式的兩邊各取 log 值，可得 (2-17) 式：

$$\log \tau = \log K + n \log \dot{\gamma} \quad (2-17)$$

利用線性迴歸，即可求出所需的 K 與 n 值。

表 2-1 黏滯係數量測實驗的最大不準度

參數	最大不準度 ( % )
$\frac{\Delta M}{M}$	0.1
$\frac{\Delta L}{L}$	0.11
$\frac{\Delta r_i}{r_i}$	0.08
$\frac{\Delta r_o}{r_o}$	0.07
$\frac{\Delta \kappa}{\kappa}$	0.11
$\frac{\Delta N}{N}$	0.1
$\frac{\Delta \tau_{r\theta}}{\tau_{r\theta}}$	0.19
$\frac{\Delta \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}}$	0.24
$\frac{\Delta \eta}{\eta}$	0.3



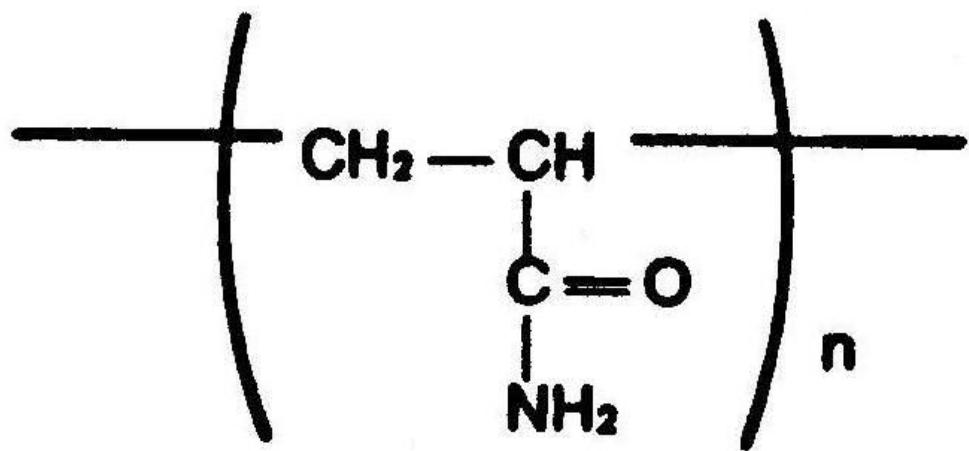


圖 2-1 高分子聚丙醯胺的結構式 【16】

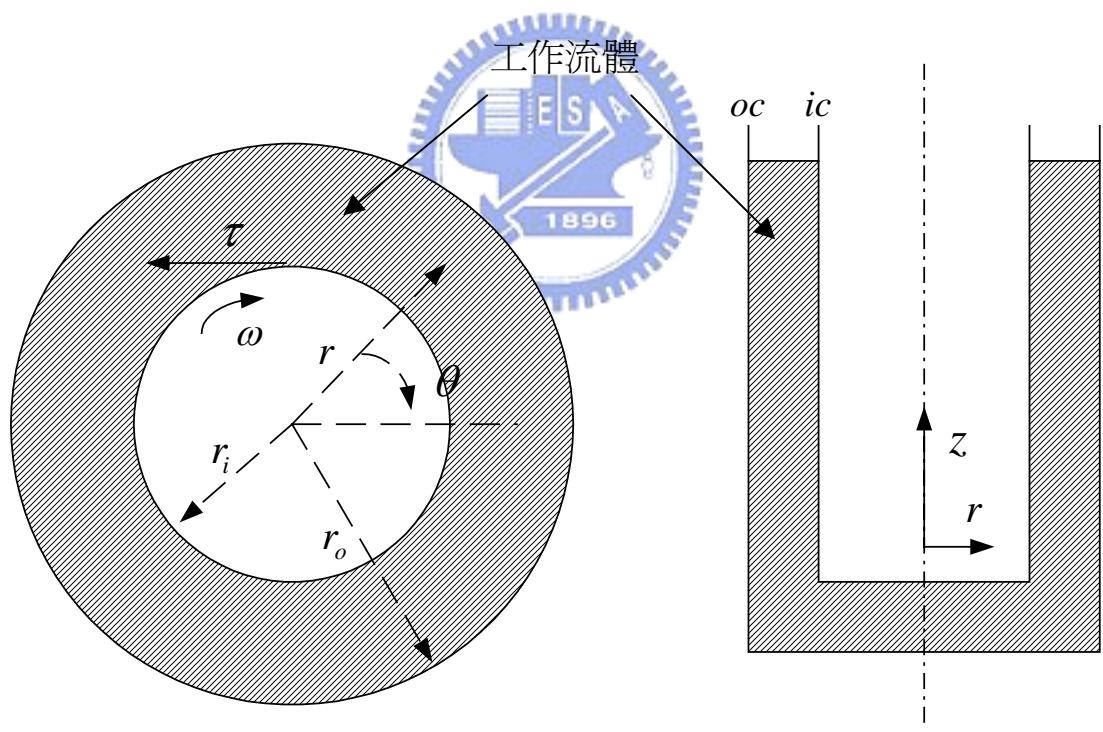


圖 2-2 黏滯係數量測原理之物理模型及座標系統

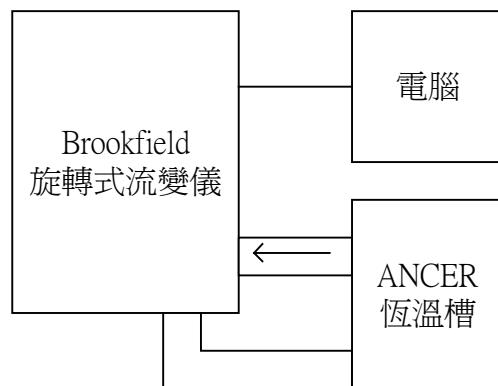


圖 2-3 同心圓柱式流變儀設備連接示意圖

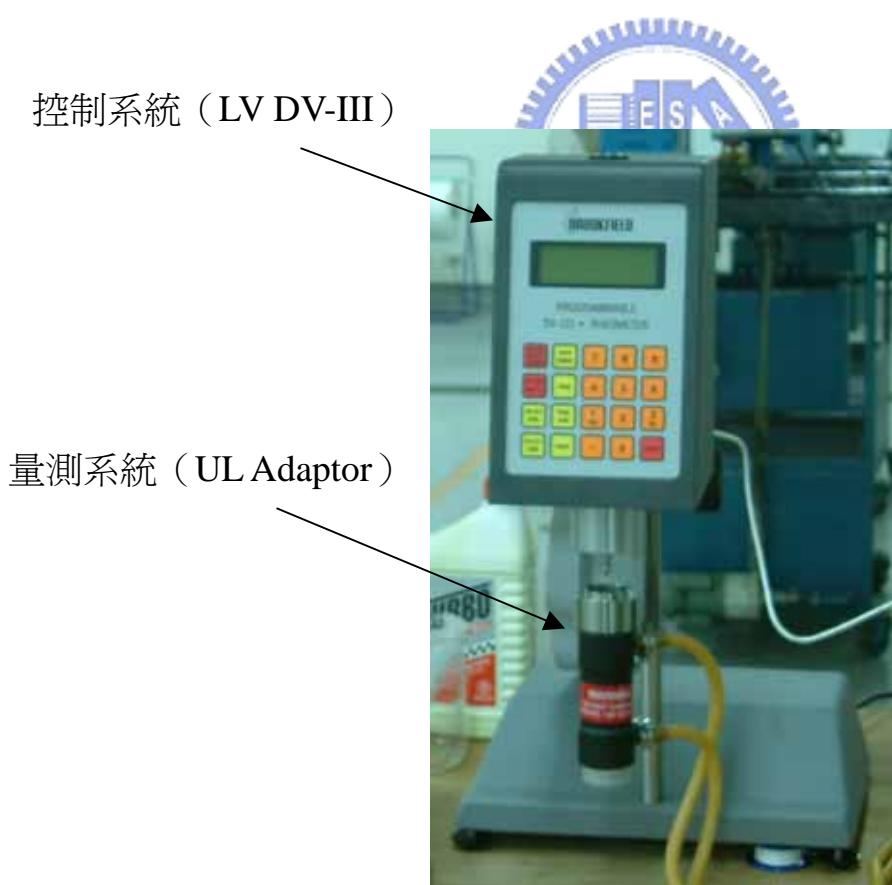


圖 2-4 Brookfield 旋轉式流變儀

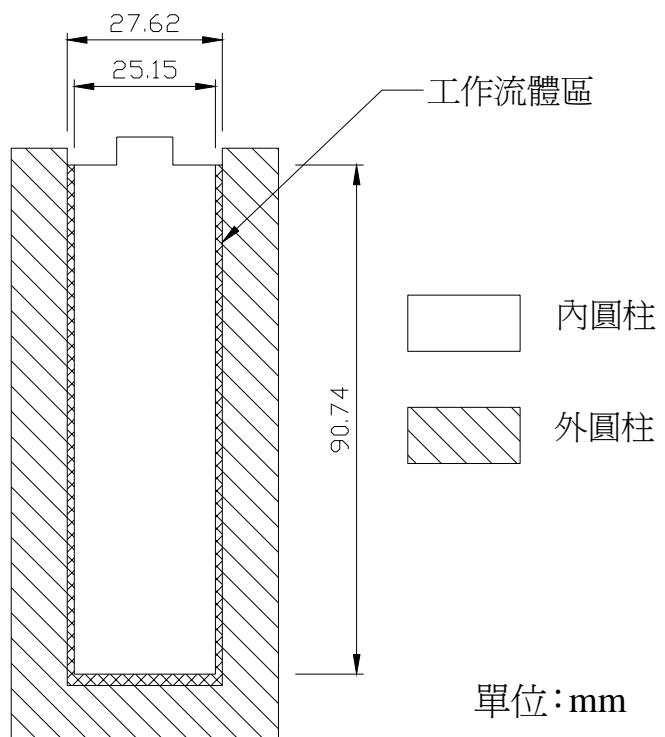


圖 2-5 旋轉式流變儀的細部尺寸



圖 2-6 ANCER 恒溫槽

### 第三章 热傳導係數量測實驗

本實驗是利用同軸圓柱旋轉的方式，量測聚丙醯胺水溶液在不同濃度（< 2000 wppm）、流體溫度（20 ~ 40°C）及剪切率（< 300 s<sup>-1</sup>）下的熱傳導係數，並求出熱傳導係數與對應之剪切率與濃度的關係，作為研究一般熱傳問題或應用於散熱系統時之重要參考數據。自行設計建立的實驗設備，主要是量測同軸圓柱間的溫度差，配合傅利葉熱傳導方程式（Fourier's law of conduction）以計算工作流體的熱傳導係數，並搭配交流馬達（附加調速器）、加熱器、ANCER恆溫槽分別控制工作流體的剪切率、加熱量及環境溫度。

#### 3.1 工作流體的介紹與準備：

由於本實驗的工作流體與黏滯係數量測實驗所使用的工作流體相同（參考第 2.1 章），故在此不再加以說明。



#### 3.2 實驗原理

熱傳導係數量測實驗的主要原理乃是利用兩個不同半徑之同軸圓柱，將量測流體填充於兩圓柱的間隙之中，固定內部圓柱，轉動外部圓柱，使間隙中之工作流體以庫第流形式流動。同時加熱於內部圓柱，外部圓柱為恆溫，熱量可由內圓柱經工作流體傳向外部圓柱，如圖 3-1 所示，量測內部圓柱及外部圓柱之溫度差，最後再以傅利葉熱傳導方程式計算出工作流體之熱傳導係數。詳細的實驗原理推導如下：

基本假設：

1. 流場為層流流動。
2. 流體是在穩定狀態下運轉，亦即在實驗過程中其物理性質不隨時間而改變。
3. 沒有滑動現象。

4. 兩同心圓柱的間隙與圓柱的半徑比非常小。
5. 測試流體必須是均質的。
6. 無軸向速度 ( $u_z = 0$ ) 及徑向速度 ( $u_r = 0$ )。
7. 溫度為  $r$  的函數 (即  $T = T(r)$ )

經由上述的假設，可以把能量方程式 (energy equation) 化簡為：

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( kr \frac{dT}{dr} \right) + \eta \left( \frac{du_\theta}{dr} - \frac{u_\theta}{r} \right)^2 = 0 \quad (3-1)$$

邊界條件：

$$\begin{aligned} r &= r_o \quad , \quad u_\theta = r_o \omega \quad , \quad T = T_o \\ r &= r_i \quad , \quad u_\theta = 0 \quad , \quad T = T_i \end{aligned} \quad (3-2)$$

其中  $r_o$  為外圓柱半徑， $r_i$  為內圓柱半徑， $\omega$  為外圓柱轉動角速度， $T_o$  為外圓柱壁面溫度， $T_i$  為內圓柱壁面溫度。

由幕次法則可知，非牛頓流體其黏滯係數與剪切率有下列關係：

$$\eta = K \dot{\gamma}^{n-1} = K \left[ r \frac{d}{dr} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \right]^{n-1} \quad (2-5)$$

將 (2-5) 式代入 (3-1) 式，並進行無因次化：

$$\begin{aligned} u_\theta^+ &= \frac{u_\theta}{r_o \omega} \quad , \quad r^+ = \frac{r}{r_i} \quad , \quad r_o^+ = \frac{r_o}{r_i} \quad , \quad T^+ = \frac{T - T_o}{T_i - T_o} \\ k^+ &= \frac{k}{k_0} \quad , \quad Br = \frac{K(r_o \omega)^{n+1}}{2k_0 r_i^{n-1} (T_i - T_o)} \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中  $k_0$  為工作流體在無剪切率下的熱傳導係數，而 Br 為 Brinkman number，物理意義為流體在流動時，黏性消散 (dissipation effects) 與流體熱傳導 (fluid conduction effects) 的比值【19】。

無因次後可得：

$$\frac{1}{r^+} \frac{d}{dr^+} \left( r^+ k^+ \frac{dT^+}{dr^+} \right) = -2Br \left( \frac{du_\theta^+}{dr^+} \right)^{n-1} \left[ \frac{du_\theta^+}{dr^+} - \frac{u_\theta^+}{r^+} \right]^2 \quad (3-4)$$

邊界條件：

$$r^+ = r_o^+ \quad , \quad u_\theta^+ = 1 \quad , \quad T^+ = 0$$

$$r^+ = 1 \quad , \quad u_\theta^+ = 0 \quad , \quad T^+ = 1 \quad (3-5)$$

若可以忽略黏性消散的影響，即  $Br$  值很小，則 (3-4) 式變成

$$\frac{1}{r^+} \frac{d}{dr^+} \left( r^+ k^+ \frac{dT^+}{dr^+} \right) = 0 \quad (3-6)$$

由 (3-6) 式可知為一維熱傳導。因此，利用傅利葉熱傳導方程式，可得出工作流體的熱傳導係數為

$$k(\dot{\gamma}) = \frac{Q \ln(r_o / r_i)}{2\pi L(T_i - T_o)} \quad (3-7)$$

其中  $Q$  為熱傳量， $L$  為圓柱長度。

所以，可將量測到的內圓柱壁面溫度 ( $T_i$ )、外圓柱壁面溫度 ( $T_o$ )、圓柱長 ( $L$ )、熱傳量 ( $Q$ ) 以及外圓柱與內圓柱半徑比 ( $r_o / r_i$ ) 代入 (3-7) 式中，即可計算出工作流體之熱傳導係數。



### 3.3 實驗設備

本實驗為自行設計組裝，採用同軸圓柱旋轉的方法，藉著固定內筒、轉動外筒的方式，使工作流體的流動為庫第流，並產生剪切率的變化，以量測聚丙醯胺水溶液在受到不同剪切率時熱傳導係數的變化。圖 3-2 為實驗設備示意圖，圖中包含 (1) 測試區 (2) 轉動裝置 (3) 溫控裝置 (4) 電源供應器 (5) 數據擷取系統。

#### (1) 測試區

本實驗中測試區的基本幾何構造如圖 3-3 所示，包含 (a) 固定內筒 (b) 轉動外筒 (c) 工作流體區 (d) 加熱裝置 四個部分，詳細資料如下：

(a) 固定內筒 (圖 3-4)：

固定內筒是由黃銅 (brass) 及尼龍 (nylon) 所製成，外徑 55 mm，長 80 mm。黃銅是主要傳熱區，使熱量由加熱裝置傳向黃銅，再由黃銅傳至工作流體，內有熱電偶，以量測內筒表面溫度  $T_i$ 。而尼龍則是絕熱區，主要目的是使熱量經由黃銅傳到工作流體形成一維熱傳，避免熱量由其它方向傳出，內置有熱電偶量測溫度，以計算熱損失。

(b) 轉動外筒 (圖 3-5)：

轉動外筒是由黃銅及尼龍所製成，包覆在固定內筒外，內徑 58 mm，內長 80mm，並連接上轉動裝置。黃銅是主要傳熱區，主要目的是使熱量由工作流體傳至黃銅，再由黃銅傳向最外圍的恆溫水槽，以達到熱平衡狀態，內有熱電偶量測外筒內部表面溫度  $T_o$ 。而尼龍則是絕熱區，避免熱量傳至設備的其它部份。

(c) 工作流體區：

工作流體流動區域，位於固定內筒與轉動外筒間之空隙，長 (H) 70mm，間隙 (d) 1.5mm，長寬比 (H/d) 為 46.66。

(d) 加熱裝置：

置於固定內筒中，為電加熱管，與電源供應器連接。當電源供應器對電加熱管輸出電能後，電加熱管會產生熱量，並傳到固定內筒的黃銅上，造成均勻的熱源分佈，最後再傳到工作流體上。

## (2) 轉動裝置

在轉動裝置方面，包含了時規皮帶傳動裝置、交流馬達及轉速控制器。由於本實驗需要穩定的轉動，且轉動速度不大，故採用時規皮帶傳動可達到穩定和減低速度的需求。而交流馬達是採用功率為 300 W 的馬達，轉速最大為 3000 rpm，並利用轉速控制器來控制 0 - 3000 rpm 的輸出轉速。

### (3) 溫控裝置

在溫度控制方面，包含了恆溫套及恆溫水槽。恆溫套用於包覆轉動外筒，控制轉動外筒外之環境溫度，尺寸為長 180 mm、寬 180 mm、高 120 mm。而恆溫水槽是採用 ANCER 恒溫槽，其最大操作範圍為 0 - 120°C，功能是保持恆溫套內的溫度為定值，不受固定內筒中加熱器加熱的影響。

### (4) 電源供應器

在電源供應器方面，本實驗採用由台灣 GW 公司所生產的直流電源供應器，其功率可達 150W，輸出的電壓範圍為 0 ~ 30 伏特，電流範圍為 0 ~ 5 安培，主要功能是藉由調整電源供應器輸出的電流、電壓，造成電加熱管加熱的效果。

### (5) 數據擷取裝置

在數據擷取方面，本實驗採用 Agilent 34970A 資料搜集/切換器，配合 Agilent 34901A 的介面卡，經由 RS-232 的接頭連接至電腦，最後由 BenchLink Data Logger 的軟體擷取溫度數據。



## 3.4 實驗設計：

本實驗主要是利用同軸圓柱旋轉法量測聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數，因此在實驗的設計上需注意下列幾項因素：

- 1.工作流體在流動時的黏性消散影響。
- 2.在封閉空間時，工作流體受熱產生的自然對流循環影響。
- 3.工作流體在庫第流動時，二次流動 (secondary flow) 的影響。

上述幾項因素均會使熱傳導係數的量測產生誤差，故設計實驗設備時須注意。以下是本實驗針對上述三項因素所做的考慮：

### (1) 黏性消散影響的降低：

由能量方程(3-4)式可知，在流體熱傳時有一重要無因次參數 Br 值( Brinkman

number)，此無因次參數的物理意義為黏性消散與流體熱傳導的比值，故當  $Br$  值趨近於零時，將可忽略黏性消散對熱傳導係數量測的影響。因此，將工作流體及實驗設備參數（如表 3-1）代入（3-3）式中，即可得出  $Br$  值約等於 0.000099，結果極趨近零，故可忽略黏性消散影響。其中，聚丙醯胺水溶液的參數，是根據黏滯係數量測實驗時，濃度為 2000 wppm 聚丙醯胺水溶液在 20°C 的黏滯係數量測實驗數據（如表 3-1），因溶液濃度越大造成的黏性消散越強，故採用溶液濃度為 2000 wppm 時的溶液參數，以確定實驗設備的可靠性。

## （2）自然對流影響的降低：

流體在封閉空間時，若受到溫度差，則會產生自然對流循環，此自然對流循環將使流體的熱傳導係數量測產生誤差。而決定是否產生自然對流循環的指標為  $Ra$  值（Rayleigh number）的大小， $Ra$  定義如（3-8）式所示。

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot H^3}{\nu \alpha} \quad (3-8)$$

其中  $Gr$  為 Grashof number，其物理意義為浮力（buoyancy force）與黏滯力（viscous force）的比值。其中  $Pr$  為 Prandtl number，物理意義為動量擴散（mass diffusivity）與熱擴散（thermal diffusivity）的比值。 $\beta$  為體積膨脹係數（volume expansion coefficient）。 $g$  為重力加速度（gravitational acceleration）。 $\Delta T$  是兩壁面溫度差。 $H$  是封閉區域的長度。 $\nu$  是動黏滯係數（kinematic viscosity）。 $\alpha$  是熱擴散係數（thermal diffusivity）。

由文獻【20】【21】可知，當  $Ra$  值大於某一臨界值時，將產生自然對流循環，而臨界值的大小，取決於封閉空間的長寬比（ $H/d$ ），如（3-9）式所示【21】。

$$Ra_{cr}^{1/4} = 5 \left( \frac{H}{d} \right) \quad (3-9)$$

若長寬比越大，則臨界值越大。而本實驗的工作流體測試區其長寬比約為 33.33，故臨界值為 166.7。將工作流體及實驗設備的參數（如表 3-2）代

入 (3-8) 式中，可得出  $Ra^{1/4}$  約為 71.7，結果遠小於 166.7，故可忽略自然對流循環對流體熱傳導係數量測的影響。其中工作流體的性質是參考去離子水在 300K 時的性質。由於去離子水不具黏性，較易產生自然對流循環，所以在此實驗設備中，若去離子水都不會產生自然對流循環，則聚丙醯胺水溶液就更不可能產生。

### (3) 二次流動影響的降低：

流體在庫第流動時，若流速太快，則容易發生二次流動，此二次流動將使流體的熱傳導係數量測產生誤差。而決定是否產生二次流動的指標為  $Ta$  值 (Taylor number) 的大小， $Ta$  定義如 (3-10) 式所示【22】。

$$Ta = \sqrt{d/r_o} \cdot Re \quad (3-10)$$

其中  $Re = Reynolds number = (r_o \omega_o \rho d) / \mu$ ， $r_o$  是外圓柱半徑， $\omega_o$  是外圓柱轉速， $\rho$  是工作流體密度， $d$  是兩圓柱間隙， $\mu$  是工作流體的黏滯係數。

由文獻【22】可知，因為輕剪力流體具有黏彈性特質，在流動時會產生正向力差的效果，將會降低二次流動的產生，而去離子水不具黏彈性特質，故在庫第流動時，去離子水較易產生二次流動。所以在此實驗設備中，若去離子水都不會產生二次流動，則聚丙醯胺水溶液就更不可能發生。因此在計算  $Ta$  值時，採用去離子水在 20°C 時的狀態，做為工作流體的參數計算，而去離子水的  $Ta_{cr}$ ，如 (3-11) 式所示【22】，當  $Ta < Ta_{cr}$  時，則不會產生二次流動。

$$Ta_{cr} = 3414 / \left\{ (1 - 0.652 \cdot d / r_o) + 0.0098 (1 - 0.652 \cdot d / r_o)^{-1} \right\} \quad (3-11)$$

將去離子水與實驗設備的參數（如表 3-3）代入 (3-10) 式、(3-11) 式中，可得  $Ta$  值為 284， $Ta_{cr}$  值為 3496，即  $Ta < Ta_{cr}$ ，故可忽略二次流動對流體熱傳導係數量測的影響。

## 3.5 實驗量測儀器

### 3.5.1 熱電偶的製作與校準

以直流電源將一個 50v、 $2200\mu\text{F}$  的電容充滿電，再將 T type 熱電偶連接到電容的某一電極，電容的另一電極連接到一根石墨棒上。將熱電偶碰觸石墨棒即可使其尖端放電融接為一點。之後，將所有的熱電偶均連接到 Agilent 數據擷取機，並將融接端泡在 ANCER 恒溫槽中。記錄它們的溫度，保留溫差範圍在  $\pm 0.1$  °C 以內的熱電偶，超出範圍的則予以重新融接，直到所有的熱電偶所讀出溫度最大最小差距都在  $\pm 0.1$  °C 以內。

### 3.5.2 熱電偶的安裝

本實驗所需的熱電偶共有九個，其中二個裝置於固定內筒傳熱區（黃銅）管壁，二個裝置於轉動外筒傳熱區（黃銅）管壁，二個裝置於固定內筒上層絕熱區（尼龍），二個裝置於固定內筒下層絕熱區（尼龍），最後一個則是裝置於恆溫套中。置於固定內筒傳熱區的二個熱電偶，一個位在離管壁 1 mm、深 4.5 mm 處，另一個則位於離管壁 1 mm、深 7.5 mm 處，二個熱電偶呈對稱安裝，主要是為了將所量測出的溫度值平均，求出較正確的  $T_i$  值。而置於轉動外筒傳熱區的二個熱電偶，一個位在離內管壁 1 mm、深 3.5 mm 處，另一個則位於離內管壁 1 mm、深 6.5 mm 處，呈對稱安裝，其目的也是為了將所量測出的溫度值平均，求出較正確的  $T_o$  值。置於固定內筒上層絕熱區的二個熱電偶，一個在離管壁 1 mm、深 1 mm 處，另一個則在離管壁 1 mm、深 14 mm 處，呈對稱安裝，主要是為了量測在相同半徑、不同深度的上層溫度，以計算熱損失量。而置於固定內筒下層絕熱區的二個熱電偶，一個在離管壁 1 mm、深 1 mm 處，另一個則在離管壁 1 mm、深 9 mm 處，呈對稱安裝，其目的也是為了量測在相同半徑、不同深度的下層溫度，以計算熱損失量。而置於恆溫套的熱電偶，則是為了正確的量測系統的環境溫度。其中值得注意的是轉動外筒的表面溫度量測只在靜止時（無剪切率）才可量測，故轉動外筒表面溫度量測是利用熱電偶快速接頭量測，此熱電偶快速接頭

的外形如一公一母的插頭，內有金屬墊片連接熱電偶，量測方式是在轉動達穩態時，瞬間靜止，然後將熱電偶快速接頭連接以量測轉動外筒表面溫度。

### 3.5.3 傳動裝置的校正

由於轉動外筒的旋轉控制是經過轉速控制器調整交流馬達的電壓值，再從交流馬達帶動時規皮帶傳動裝置使轉動外筒旋轉，而當中可能出現誤差，因此必須進行校正。傳動裝置的校正是利用 Compact 出產的 CT7 紅外線測速器量測轉動外筒的旋轉速度，以確定工作流體區正確的剪切率。

### 3.5.4 溫控裝置的校正

環境溫度的控制是經由 ANCER 恒溫槽將固定溫度的水傳至恒溫套中，再由恒溫套控制測試區的環境溫度，當固定溫度的水經由 ANCER 恒溫槽到恒溫套的途中，可能會受到室內溫度的影響造成溫度的改變，使得恒溫套內的溫度產生誤差，因此必須進行校正以確定恒溫套內的真實溫度。溫控裝置的校正是將經過校準的熱電偶置於恒溫套中，並於實驗中量測恒溫套內的溫度，以確定真實的環境溫度。

### 3.5.5 電源供應器的校正

加熱器所產生的熱量是由電源供應器輸出的電流 (I)、電壓 (V) 所造成，因此總熱量  $Q_{total}$  等於電流與電壓的乘積，如 (3-12) 式所示，所以必須校正電源供應器以確定  $Q_{total}$  的值。電源供應器的校正是利用三用電表量測輸出的電流、電壓值，並與電源供應器本身所顯示的值作比較，發現電流、電壓值差距不到 1%，因此可以信任電源供應器所顯示的數值。

$$Q_{total} = I \cdot V \quad (3-12)$$

## 3.6 實驗規劃

由於聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數會受水溶液濃度、流體溫度、剪切率變化影響，所以實驗的重點在於量測熱傳導係數隨水溶液濃度、流體溫度、剪切率變化的關係。本實驗的實驗條件變化如下所示：

水溶液濃度 (wppm)：1000、1500、2000。

流體溫度 (°C)：20、25、30、35、40。

其中，流體溫度為  $(T_i + T_o)/2$ 。

剪切率 (1/s)：0 - 300。

每一段剪切率的實驗時間為 30 分鐘，主要是為了使實驗過程中工作流體的流場能夠達到穩定的狀態。

### 3.7 實驗步驟

1. 清潔測試區內、外筒，使內、外筒表面光滑。
2. 將適量工作流體倒入測試區外筒中，約 20 ml。
3. 把測試區內、外筒組合完成，並連接上數據擷取器、轉速控制器及電源供應器。
4. 打開 ANCER 恒溫水槽並設定環境溫度。
5. 將數據擷取器及電腦的電源打開，並執行 BenchLink Data Logger 套裝軟體，記錄溫度數據。
6. 首先量測靜止時的熱傳導係數，打開電源供應器，調整電流、電壓，使測試區內、外筒溫度差達到 10°C，並記錄此時所有的溫度數據，利用 EXCEL 試算表，計算熱傳導係數。
7. 之後量測旋轉時的熱傳導係數，拔除外筒的熱電偶快速接頭，並打開交流馬達，利用轉速控制器調整到所需要的轉速。
8. 在旋轉的同時，控制電源供應器所輸出的瓦數，以調整測試區的內筒溫度，使其維持在定值。當溫度狀態達至穩定時，瞬間停止轉動，並連接外筒的快速接頭，擷取外筒的溫度數據，且記錄此時所有的溫度數據。將所有的溫度數據置入 EXCEL 計算，得出熱傳導係數。
9. 重複步驟 7、8，得到不同旋轉速度下的熱傳導係數。
10. 如欲換置其它濃度工作流體，則需小心分離測試區的內筒、外筒，並仔

細清洗以準備下一種流體之量測。

### 3.8 實驗不準度分析

在實驗過程中，可能會因儀器或設備的不穩定而產生實驗誤差，所以必須分析實驗的不準度，以確定實驗的準確性。本實驗的不準度分析方式請詳見附錄 A 及文獻【18】，表 3-4 為熱傳導係數量測實驗的最大不準度。

### 3.9 實驗參數計算

#### (1) 热損失計算：

由於實驗過程中，電源供應器所提供的加熱量並非全數傳至傳熱區，有些熱量可能由上層和下層絕熱區傳出形成熱損失。所以為了知道真正的熱通量，必須以實驗找出在某一加熱量  $Q_{total}$  時，有多少熱量沒有傳到傳熱區，即熱損失  $Q_{loss}$ 。量測方式是在絕熱區上壁面埋設一根熱電偶，並於相同半徑處，朝下延伸X，如圖 3-6 所示，埋設另一根熱電偶，其所量測到的溫度分別為  $T_1$  和  $T_2$ ，假設  $T_1$  與  $T_2$  呈線性分布，因此可用傅利葉熱傳導定律求得熱損失。

$$\text{故上層絕熱區的熱損失為 } Q_{loss\_up} = k_N A_{up} \left| \frac{T_{2\_up} - T_{1\_up}}{X_{up}} \right| \quad (3-13)$$

$$\text{下層絕熱區的熱損失為 } Q_{loss\_down} = k_N A_{down} \left| \frac{T_{2\_down} - T_{1\_down}}{X_{down}} \right| \quad (3-14)$$

其中  $k_N$  是尼龍的熱傳導係數， $A_{up}$ 、 $A_{down}$  分別是上層和下層絕熱區的截面積， $T_{1\_up}$ 、 $T_{2\_up}$  分別是上層絕熱區的上部和下部溫度點， $T_{1\_down}$ 、 $T_{2\_down}$  分別是下層絕熱區的上部和下部溫度點， $X_{up}$ 、 $X_{down}$  分別是上層和下層絕熱區的溫度點距離。

所以總熱損為

$$Q_{loss} = Q_{loss\_up} + Q_{loss\_down} \quad (3-15)$$

而實際傳入傳熱區的熱量為

$$Q_{actual} = Q_{total} - Q_{loss} \quad (3-16)$$

由此可統計出在各加熱量  $Q_{total}$  時的熱損失比例  $Q_{loss} / Q_{total}$  °。

## (2) 热傳導係數計算：

由傅利葉熱傳導方程式可知，利用 (3-7) 式和 (3-16) 式，將量測到的內圓柱壁面溫度 ( $T_i$ )、外圓柱壁面溫度 ( $T_o$ )、圓柱長 ( $L$ )、熱傳量 ( $Q_{actual}$ ) 以及外圓柱與內圓柱半徑比 ( $r_o / r_i$ ) 代入，即可修正 (3-7) 式為 (3-17) 式，以計算工作流體的熱傳導係數  $k$  。

$$k = \frac{Q_{actual} \ln(r_o / r_i)}{2\pi L(T_i - T_o)} \quad (3-17)$$



表 3-1 工作流體（聚丙醯胺）及實驗設備參數

參數	數值
$K$	0.00436 ( N-s/m )
$n$	0.9556
$k_{ref}$	1 ( W/m-K )
$r_i$	0.0275 ( m )
$r_o$	0.029 ( m )
$\omega$	25 ( rad/s )
$T_i - T_o$	10 ( °C )

表 3-2 工作流體（去離子水）及實驗設備參數

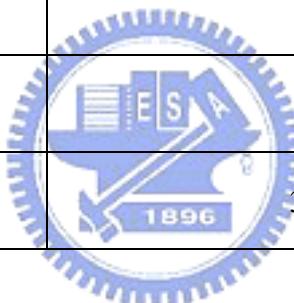
參數	數值
$\beta$	$2.76 \times 10^{-4} ( K^{-1} )$
$\nu$	$8.7 \times 10^{-7} ( m^2/s )$
$\alpha$	$1.47 \times 10^{-7} ( m^2/s )$
$g$	9.81 ( m/s <sup>2</sup> )
$\Delta T = T_i - T_o$	10 ( °C )
$H$	0.05 ( m )
$d$	$1.5 \times 10^{-3} ( m )$
$H/d$	33.33

表 3-3 工作流體（去離子水）及實驗設備參數

參數	數值
$\omega_o$	25 ( rad/s )
$d$	$1.5 \times 10^{-3} ( m )$
$r_o$	0.029 ( m )
$\rho$	996 ( kg/m <sup>3</sup> )
$\mu$	$8.67 \times 10^{-4} ( N-s/m^2 )$

表 3-4 热傳導係數量測實驗的最大不準度

參數	最大不準度 ( % )
$\frac{\Delta Q_{total}}{Q_{total}}$	1.14
$\frac{\Delta Q_{loss}}{Q_{loss}}$	2.8
$\frac{\Delta Q_{actual}}{Q_{actual}}$	3.03
$\frac{\Delta r_i}{r_i}$	0.04
$\frac{\Delta r_o}{r_o}$	0.03
$\frac{\Delta L}{L}$	0.07
$\frac{\Delta T_i}{\Delta T}$	1
$\frac{\Delta T_o}{\Delta T}$	1
$\frac{\Delta k}{k}$	3.34



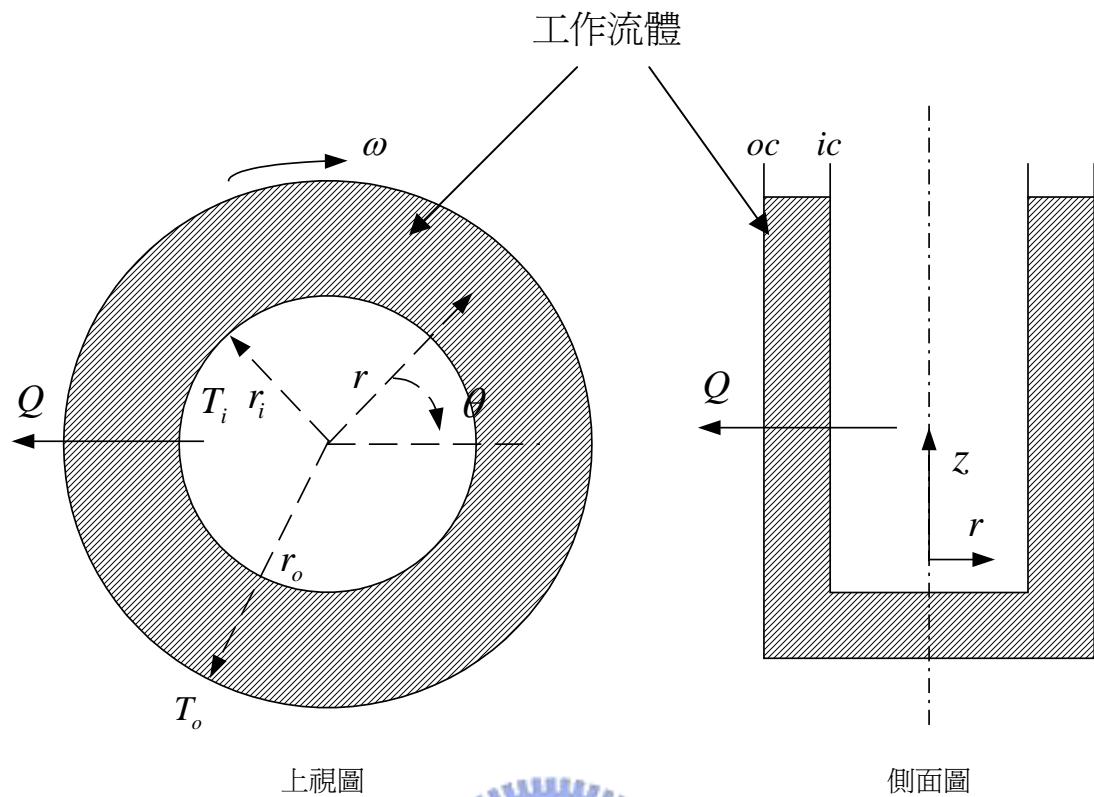


圖 3-1 热傳係數量測原理之物理模型及座標系統

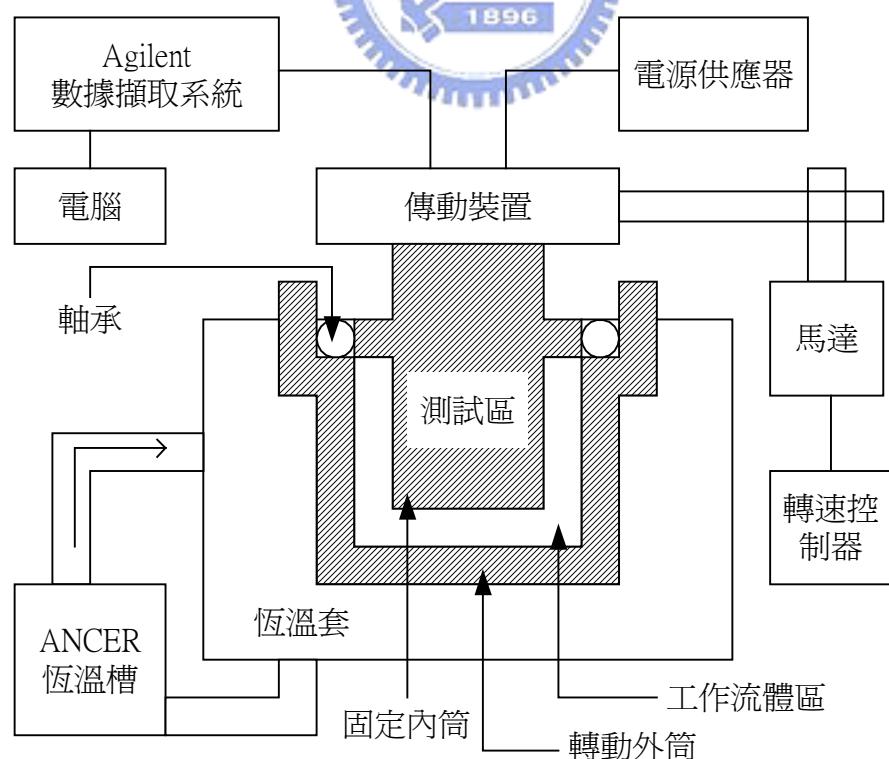


圖 3-2 热傳係數量測實驗設備示意圖

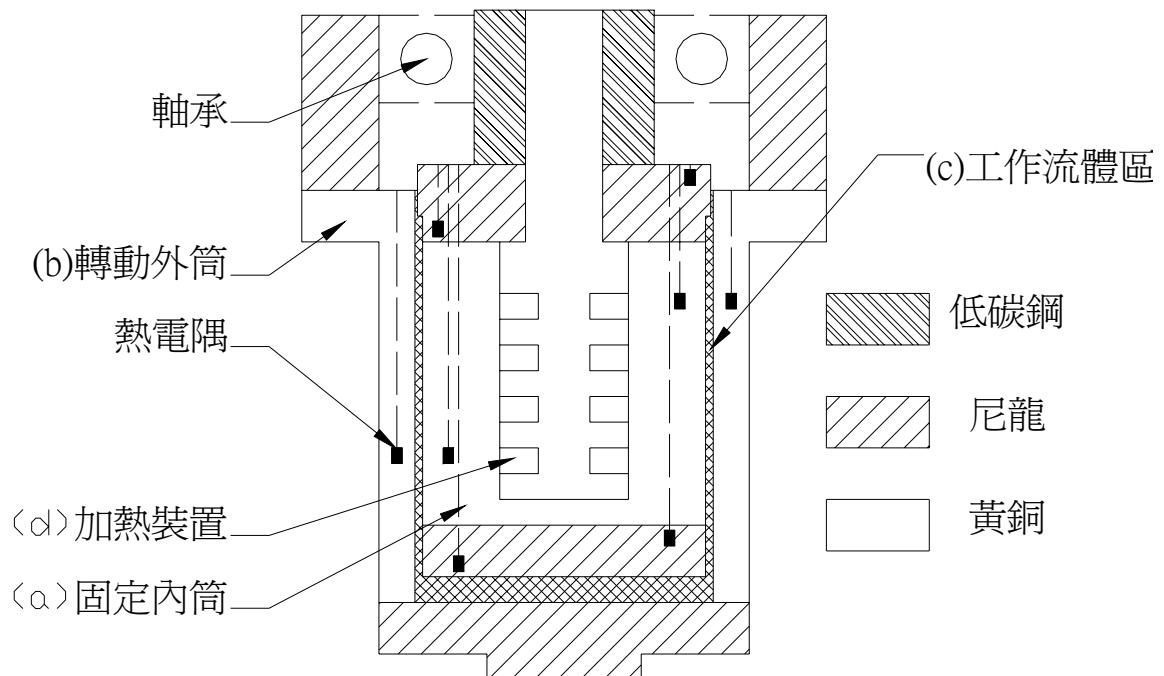


圖 3-3 測試區剖面圖

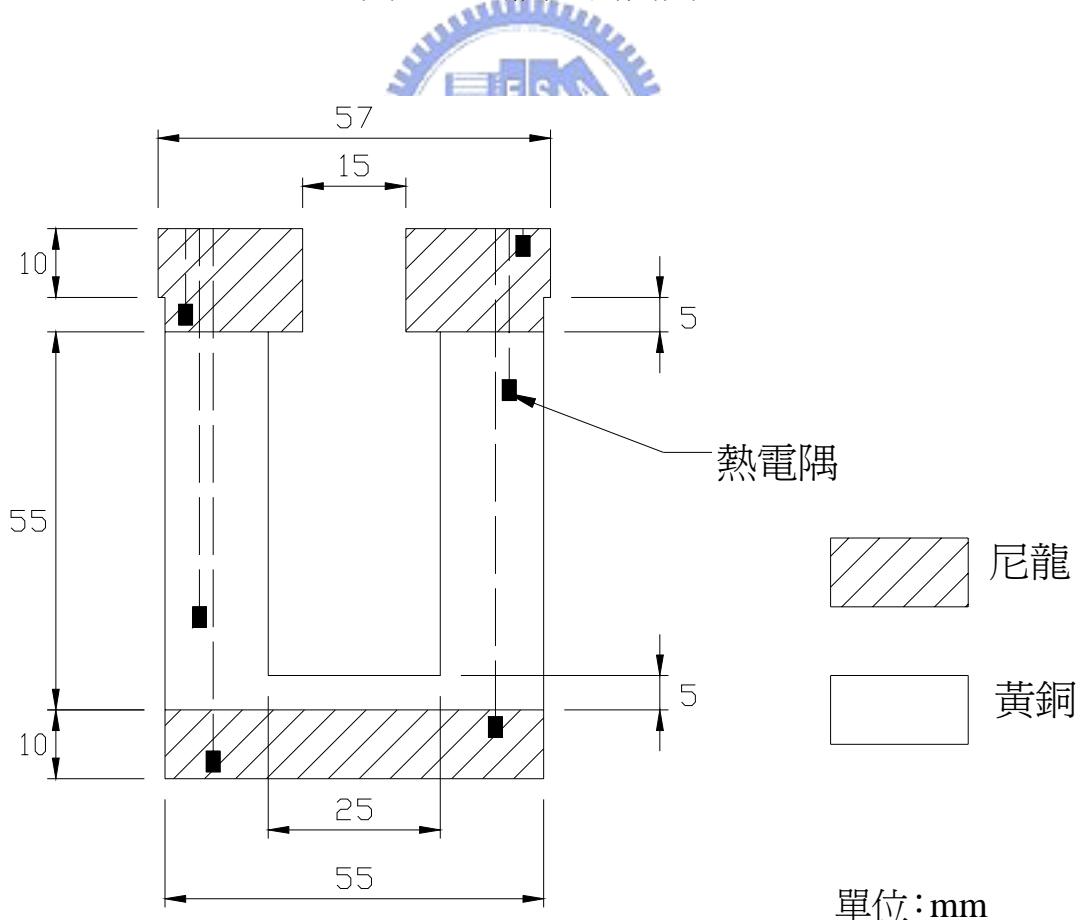


圖 3-4 固定內筒尺寸圖

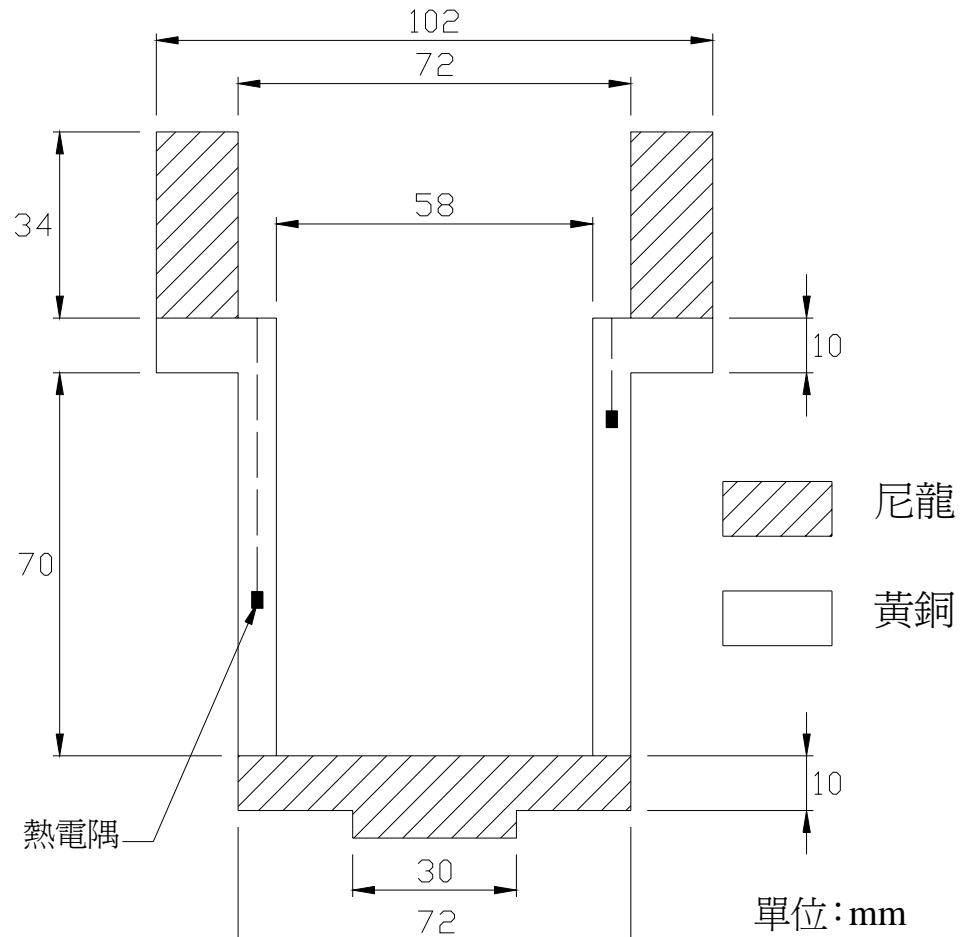


圖 3-5 轉動外筒尺寸圖

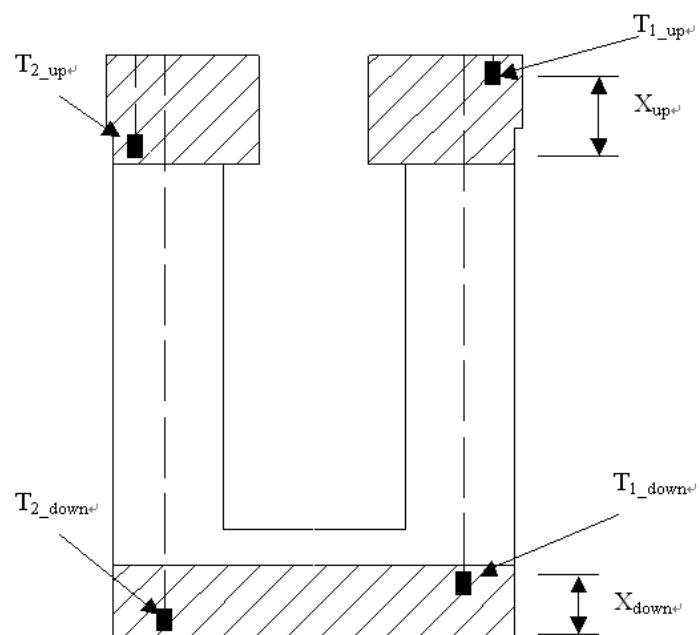


圖 3-6 热損失實驗熱電隅配置圖

## 第四章 實驗結果與討論

### 4.1 黏滯係數量測實驗

由於聚丙醯胺水溶液的黏滯係數會隨水溶液濃度、溫度及剪切率的不同而產生變化，所以本實驗主要的目的是在探討聚丙醯胺水溶液在不同濃度（1000 ~ 2000 wppm）、溫度（20 ~ 40°C）及剪切率（0 ~ 300 1/s）下黏滯係數的變化，以做為未來研究一般流力問題時之重要參考數據。

#### 4.1.1 實驗條件

工作流體：聚丙醯胺水溶液。

實驗環境溫度：25°C。

實驗環境壓力：1 MPa。

實驗控制參數：流體濃度 (wppm)：1000、1500、2000。

流體溫度 (°C)：20、25、30、35、40。

剪切率 (1/s)：0 – 300。

#### 4.1.2 實驗參數計算

請參考第 2.7 節，內有詳細說明。

#### 4.1.3 實驗數據整理

(1) 在相同濃度時，不同流體溫度的聚丙醯胺水溶液比較

(a) 水溶液濃度為 2000wppm：

當水溶液濃度為 2000wppm 時，其黏滯係數量測結果如圖 4-1、圖 4-2 所示。圖 4-1 為黏滯係數-剪切率關係圖，圖 4-2 為剪應力-剪切率的 log 關係圖。由圖 4-1 可發現：

- a. 當剪切率增加時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數隨之減少。
- b. 當流體溫度下降時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數將會提高，且黏滯係數隨剪切率增加而減少的趨勢較明顯。

由於輕剪力流體的特性是水溶液的黏滯係數隨剪切率上升而下降，因此，從上述現象可知，此聚丙醯胺水溶液為輕剪力流體。

由圖 4-2 可發現，把聚丙醯胺水溶液的剪應力、剪切率取  $\log$  值後，會呈線性關係，將之代入 (2-17) 式，可以得到水溶液的  $n$ 、 $K$  值。表 4-1 是聚丙醯胺水溶液濃度為 2000wppm 時，不同流體溫度的  $n$ 、 $K$  表。由表 4-1 可發現，當流體溫度上升時， $n$  值隨之提高，而  $K$  值隨之下降，此現象是顯示當流體溫度上升時，水溶液的黏滯係數隨之降低，且輕剪力流體特性逐漸消失，與圖 4-1 所顯示的現象相同。

(b) 水溶液濃度為 1500wppm：

在水溶液濃度為 1500wppm 的黏滯係數量測方面，其結果如圖 4-3、圖 4-4 所示。圖 4-3 為黏滯係數-剪切率關係圖，圖 4-4 為剪應力-剪切率的  $\log$  關係圖。由圖 4-3 可發現：

- a. 當剪切率增加時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數隨之減少。
- b. 當流體溫度下降時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數將會提高，且輕剪力流體的特性較明顯。

由上述現象可知，此流體為亦輕剪力流體。

另外，由圖 4-4 可知，將聚丙醯胺水溶液的剪應力、剪切率取  $\log$  值後，代入 (2-17) 式，可以得到水溶液的  $n$ 、 $K$  值。表 4-2 是聚丙醯胺水溶液濃度為 1500wppm 時，不同流體溫度的  $n$ 、 $K$  表。由表 4-4 可發現，當流體溫度上升時， $n$  值隨之提高，而  $K$  值隨之下降，此現象是顯示當流體溫度上升時，水溶液的黏滯係數隨之降低，且輕剪力流體特性逐漸消失，與圖 4-3 所顯示的現象相同。

(c) 水溶液濃度為 1000wppm：

當水溶液濃度為 1000wppm 時，其黏滯係數量測的結果如圖 4-5、圖 4-6 所示。圖 4-5 為黏滯係數-剪切率關係圖，圖 4-6 為剪應力-剪切率的  $\log$

關係圖。由圖 4-5 可發現：

- a. 當剪切率增加時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數並沒有隨之減少，且維持定值。
- b. 當流體溫度下降時，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數將會提高，但並無輕剪力流體的特性，反而呈現牛頓流體的特性。

由上述現象可知，濃度為 1000wppm 的聚丙醯胺水溶液並無輕剪力流體的特性，與濃度為 2000 及 1500wppm 的聚丙醯胺水溶液不同。其原因是由於在水溶液濃度為 2000、1500wppm 時，其所加入的高分子含量較多，使得輕剪力流體特性較為顯著；而當水溶液濃度為 1000wppm 時，其所加入的高分子含量較少，雖然使得水溶液的黏滯係數增加，但輕剪力流體特性卻無法顯現。

此外，由圖 4-6 可計算出聚丙醯胺水溶液的  $n$ 、 $K$  值。表 4-3 是聚丙醯胺水溶液濃度為 1000wppm 時，不同流體溫度的  $n$ 、 $K$  表。由表 4-3 可發現，當流體溫度上升時， $n$  值並沒有改變，而  $K$  值則隨之下降，此現象顯示當流體溫度上升時，水溶液的黏滯係數隨之降低，且呈現牛頓流體的特性，與圖 4-5 所顯示的現象相同。

## (2) 在相同流體溫度時，不同濃度的聚丙醯胺水溶液比較

圖 4-7 到圖 4-11 是在不同流體溫度下，不同水溶液濃度的黏滯係數-剪切率關係圖。由圖 4-7 到圖 4-11 可發現：

- a. 在相同的流體溫度下，水溶液的黏滯係數是隨濃度的增加而提高，而且水溶液的濃度越高，其輕剪力流體的特性越顯著，黏滯係數隨剪切率的增加而下降的趨勢越明顯。
- b. 隨著流體溫度的上升，水溶液的輕剪力流體特性將逐漸消失，且黏滯係數越來越小。

#### 4.1.4 實驗結果討論

##### (1) 實驗結果歸納

1. 在相同的流體溫度下，當聚丙醯胺水溶液的濃度為 2000 和 1500wppm 時，水溶液將具有輕剪力流體的特性，當水溶液的濃度越高，其輕剪力流體的特性越明顯，黏滯係數隨剪切率的增加而下降的趨勢更為顯著；但當水溶液的濃度為 1000wppm 時，其水溶液的特性則近似為牛頓流體，無輕剪力流體的特性。
2. 在不同的流體溫度下，當流體溫度升高，聚丙醯胺水溶液的輕剪力流體特性將逐漸消失，且趨近於牛頓流體。
3. 在相同的流體溫度下，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數會隨水溶液濃度的增加而提高。
4. 在不同的流體溫度下，當流體溫度上升，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數將隨之下降。

##### (2) 文獻討論



圖 4-12 是當水溶液濃度為 1000wppm 時，與文獻【23】的比較。文獻【23】所使用的流體為 Separan AP-273 水溶液，為聚丙醯胺水溶液的一種，濃度是 1000wppm。由圖 4-12 可看出，在流體溫度為 20°C 時，文獻【23】的水溶液其黏滯係數會隨剪切率的增加而減少，且減少的幅度極大，代表輕剪力流體特性非常明顯，而本實驗所使用之水溶液，其輕剪力流體特性則不顯著。另外，在相同的流體溫度、剪切率及濃度下，文獻【23】的水溶液其黏滯係數約為本實驗水溶液的 10 倍，黏滯係數非常高。此現象是由於文獻【23】所使用的高分子水溶液與本實驗所使用的聚丙醯胺水溶液，在分子量、製程及廠牌的不同所致。

#### 4.1.5 實驗關係式分析

由前述的實驗結果，以線性迴歸的方式，並配合牛頓黏性定律、冪次法則，可以求出黏滯係數與剪切率、流體溫度及水溶液濃度的關係式。因為當水溶液濃度為 1000wppm 時，其流體特性趨近於牛頓流體，故以牛頓黏性定律求出黏滯係數關係式，如 (4-1) 式所示；而當水溶液濃度為 1500 及 2000wppm 時，其流體特性為非牛頓輕剪力流體，故以冪次法則求出黏滯係數關係式，如 (4-2) 式所示。

適用濃度為 1000wppm 的聚丙醯胺水溶液（剪切率範圍：20 – 150 1/s、流體溫度範圍 20 - 45°C）：

$$\eta = 0.008 \cdot T^{-0.4567} \quad (4-1)$$

適用濃度為 2000、1500wppm 的聚丙醯胺水溶液（剪切率範圍：20 – 250 1/s、流體溫度範圍 20 - 45°C）：

$$\eta = (3\zeta + 0.0015) \cdot e^{(5\zeta - 0.0377)T} \cdot \dot{\gamma}^{(n-1)} \quad (4-2)$$

其中

$T$  為流體溫度。

$\zeta$  為  $\frac{\text{水溶液濃度}}{10^6}$  。

$$n = (-20\zeta + 0.8466) \cdot T^{(4\zeta + 0.05)} \text{。}$$

圖 4-13、圖 4-14、圖 4-15 是在不同水溶液濃度時，黏滯係數關係式與實驗值的比較。由圖中可發現，此黏滯係數關係式所預測之數值與實驗值相近，誤差在 3% 內，可謂相當準確，因此在聚丙醯胺水溶液濃度為 1000、1500、2000wppm 時，可利用上述的黏滯係數關係式求出所需要的黏滯係數，以減少實驗所需的時間。

## 4.2 热傳導係數量測實驗

由於聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數會隨水溶液濃度、溫度及剪切率的不同而產生變化，所以本實驗主要的目的是在探討聚丙醯胺水溶液在不同濃度（1000 ~ 2000 wppm）、流體溫度（20 ~ 40°C）及剪切率（0 ~ 300 1/s）下熱傳導係數的變化，以做為未來研究一般熱傳問題或應用於散熱系統時之重要參考數據。

### 4.2.1 實驗條件

工作流體：去離子水及聚丙醯胺水溶液。

實驗環境溫度：25°C。

實驗環境壓力：1 MPa。

實驗控制參數：流體濃度（wppm）：1000、1500、2000。

流體溫度（°C）：20、25、30、35、40。

剪切率（1/s）：0 ~ 300。

### 4.2.2 實驗參數計算

請參考第 3.9 節，內有詳細說明。

### 4.2.3 實驗數據整理

#### （1）實驗設備校正

由於熱傳導係數量測實驗所使用的儀器為自行設計組裝，所以必須先量測一已知熱傳導係數的流體，以確定此儀器的可信度。本實驗採用的校正流體為去離子水，其原因如下：

- a.已知去離子水的熱傳導係數，故可確定儀器是否量測正確。
- b.由於去離子水為牛頓流體，其熱傳導係數不受剪切率改變的影響，故可確認此儀器會否因剪切率的改變而使量測的數值產生誤差。

圖 4-16、圖 4-17 為去離子水在 25°C 時，熱傳導係數量測的結果。圖 4-16 是熱傳導係數-剪切率關係圖，圖 4-17 是熱損失率-剪切率關係圖。由圖 4-16

可發現，由儀器所量測出的熱傳導係數實驗值與去離子水的熱傳導係數理論值相當接近，且實驗值不隨剪切率的增加而改變。另外，從圖 4-17 可知，熱損失率約為 1.8 %左右，且隨剪切率的增加而下降，但下降的幅度不大。當剪切率上升時，轉動外筒與恆溫套之間的熱交換較好，所以從上、下層絕熱區逸出的熱量較少，故熱損失率下降。

由上述的現象可知，此儀器所量測出的熱傳導係數是可以信任的。

## (2) 在相同濃度時，不同流體溫度的聚丙醯胺水溶液比較

### (a) 水溶液濃度為 2000wppm 時：

當聚丙醯胺水溶液的濃度為 2000wppm 時，其熱傳導係數量測的結果如圖 4-18 所示。圖 4-18 是熱傳導係數-剪切率關係圖，由圖中可看出：

- a. 當剪切率增加時，水溶液的熱傳導係數將隨之提高。
- b. 當流體溫度上升時，水溶液的熱傳導係數也隨之增加。

由於黏彈性流體在流動時會產生正向力差，造成二次流動的形式，使得流體產生攪動的現象，所以當剪切率越大時，造成的二次流動越大，使得流體的攪動越強，熱交換越好，故熱傳導係數越高。而流體溫度的上升，將使得聚丙醯胺水溶液的黏滯係數下降，因黏滯係數下降，所以較易形成二次流，產生攪動，導致熱傳導係數會隨流體溫度的上升而增加。

### (b) 水溶液濃度為 1500wppm 時：

當聚丙醯胺水溶液的濃度為 1500wppm 時，其熱傳導係數量測的結果如圖 4-19 所示。圖 4-19 是熱傳導係數-剪切率關係圖，由圖中可發現：

- a. 聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數隨剪切率的增加而提高。
- b. 聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數隨流體溫度的上升而增加。

上述現象與水溶液濃度為 2000wppm 時的現象相同，為黏彈性流體的特性。

(c) 水溶液濃度為 1000wppm 時：

當水溶液濃度為 1000wppm 時，其熱傳導係數的量測結果如圖 4-20 所示。

圖 4-20 是熱傳導係數-剪切率關係圖，從圖中可得知：

- a. 當剪切率增加時，聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數隨之提高。
- b. 當流體溫度上升時，聚丙醯胺水溶液的熱傳導係數隨之增加。

此現象與水溶液濃度為 2000 和 1500wppm 時的現象相同，為黏彈性流體的特性。

(3) 相同流體溫度下，不同濃度的聚丙醯胺水溶液比較

圖 4-21 到圖 4-25 是在相同溫度下，不同水溶液濃度的熱傳導係數-剪切率關係圖。從圖 4-21 到圖 4-25 可看出：

- a. 在相同的流體溫度下，水溶液的熱傳導係數將隨濃度的減少而增加，並且當水溶液的濃度越低，熱傳導係數上升的趨勢越明顯。
- b. 隨著流體溫度的增加，水溶液的熱傳導係數越高，且熱傳導係數隨剪切率的上升而增加的趨勢越明顯。

#### 4.2.4 實驗結果討論

(1) 實驗結果歸納

- 1. 在相同的流體溫度下，當聚丙醯胺水溶液的濃度降低時，其熱傳導係數隨剪切率增加而上升的趨勢較明顯，且熱傳導係數將隨水溶液濃度的下降而增加。
- 2. 當流體溫度上升時，其熱傳導係數隨剪切率的上升而增加的趨勢較為顯著，且水溶液的熱傳導係數將隨流體溫度的上升而提高。

(2) 文獻討論

圖 4-26 是當水溶液濃度為 1000wppm 時，與文獻【15】的比較。文獻【15】所使用的水溶液為 Separan AP-273 水溶液，是聚丙醯胺水溶液的一種，濃度是 1000wppm。由圖 4-26 可發現，當剪切率增加時，文獻【15】的

水溶液其熱傳導係數會隨之增加，並且當流體溫度上升時，其熱傳導係數也會隨之上升，與本實驗水溶液的結果相同，且上升幅度相近，但在流體溫度較高的部份，文獻【15】的水溶液其熱傳導係數隨剪切率增加而上升的趨勢較明顯。

#### 4.2.5 實驗關係式分析

由前述的實驗結果，以線性迴歸的方式，可以求出熱傳導係數與剪切率、流體溫度及水溶液濃度的關係式，如（4-3）式所示。

適用濃度為 1000、1500、2000wppm 的聚丙醯胺水溶液（剪切率範圍：0 - 300 1/s、流體溫度範圍 20 - 45°C）：

$$k = 0.00035\dot{\gamma} + (-0.6\zeta + 0.0038)T + (-10\zeta + 0.5245) \quad (4-3)$$

其中

$T$  為流體溫度。

$\zeta$  為  $\frac{\text{水溶液濃度}}{10^6}$ 。



圖 4-27、圖 4-28、圖 4-29 是在不同水溶液濃度時，熱傳導係數關係式與實驗值的比較。由圖中可發現，此熱傳導係數關係式所預測之數值與實驗值相近，誤差在 5% 內，因此在聚丙醯胺水溶液濃度為 1000、1500、2000wppm 時，可利用此熱傳導係數關係式求出所需要的熱傳導係數，以減少實驗所耗費的時間。

表 4-1 水溶液濃度爲 2000wppm 時的 n、K 表

聚丙醯胺水溶液濃度 (wppm)	溫度 (°C)	n	K
2000	20	0.9556	0.00436
	25	0.9642	0.00381
	30	0.9646	0.00350
	35	0.9862	0.00288
	40	0.9953	0.00256

表 4-2 水溶液濃度爲 1500wppm 時的 n、K 表

聚丙醯胺水溶液濃度 (wppm)	溫度 (°C)	n	K
1500	20	0.9638	0.00330
	25	0.9708	0.00288
	30	0.9883	0.00242
	35	0.9931	0.00223
	40	1.0000	0.00179

表 4-3 水溶液濃度爲 1000wppm 時的 n、K 表

聚丙醯胺水溶液濃度 (wppm)	溫度 (°C)	n	K
1000	20	1.0000	0.00207
	25	1.0000	0.00181
	30	1.0000	0.00167
	35	1.0000	0.00162
	40	1.0000	0.00148

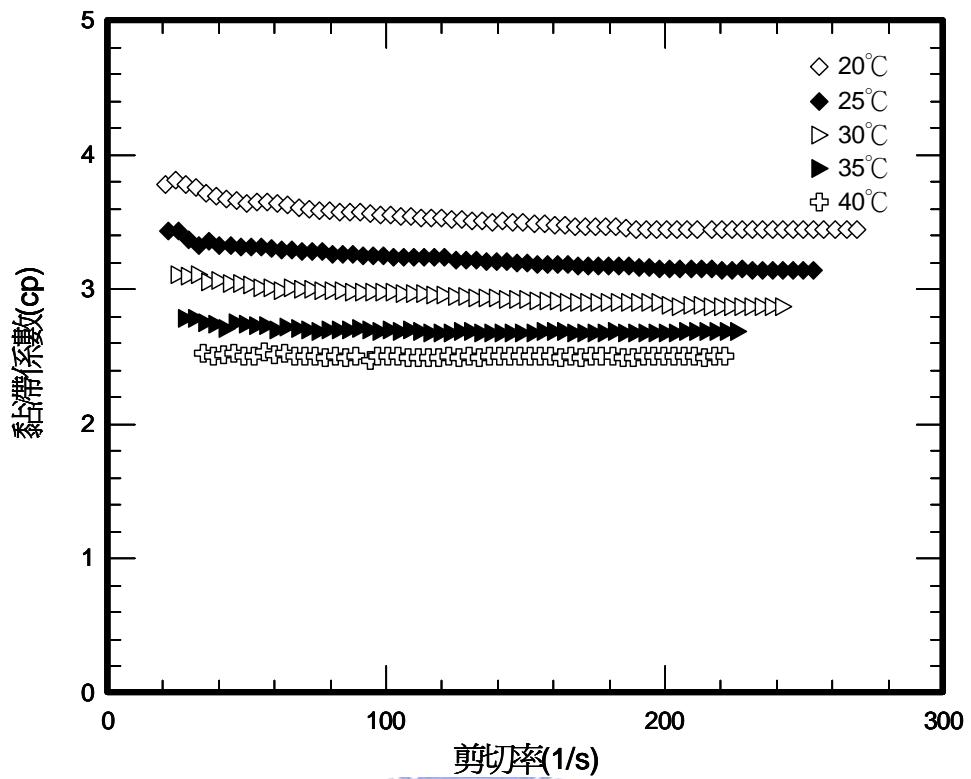


圖 4-1 水溶液濃度為 2000wppm 時的黏滯係數-剪切率關係圖

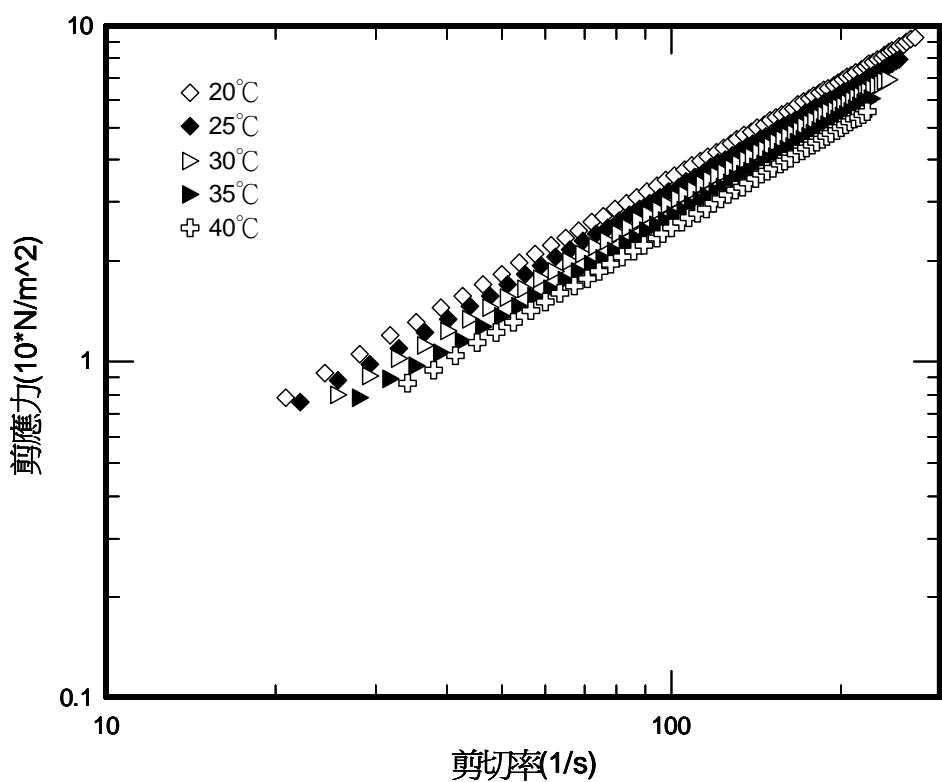


圖 4-2 水溶液濃度為 2000wppm 時的剪應力-剪切率  $\log$  關係圖

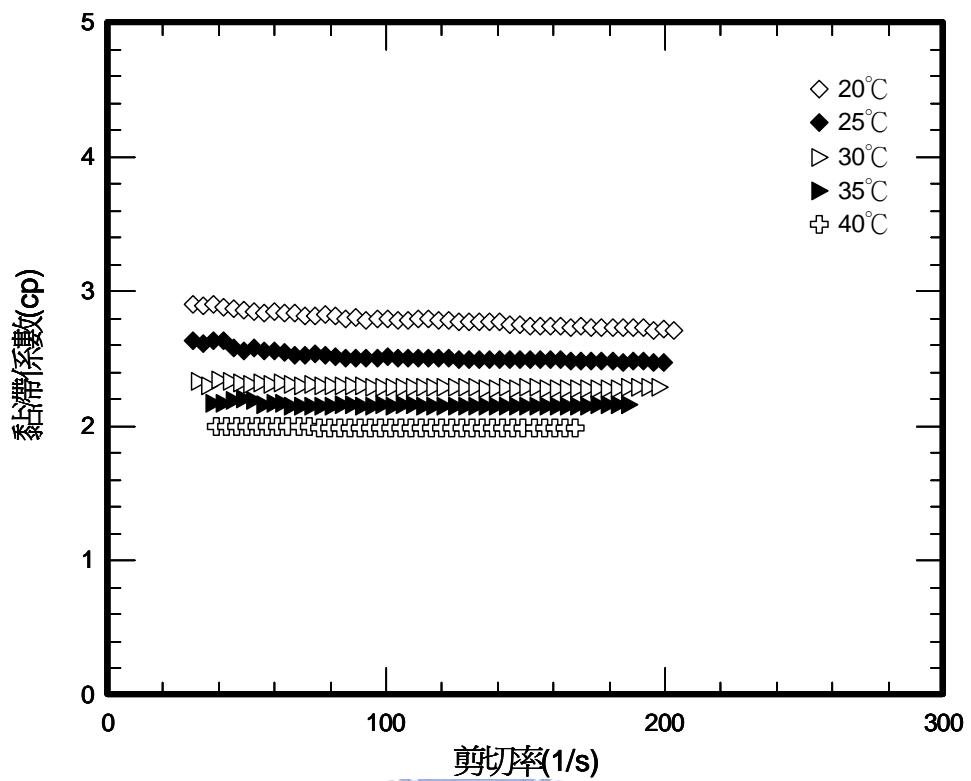


圖 4-3 水溶液濃度為 1500wppm 時的黏滯係數-剪切率關係圖

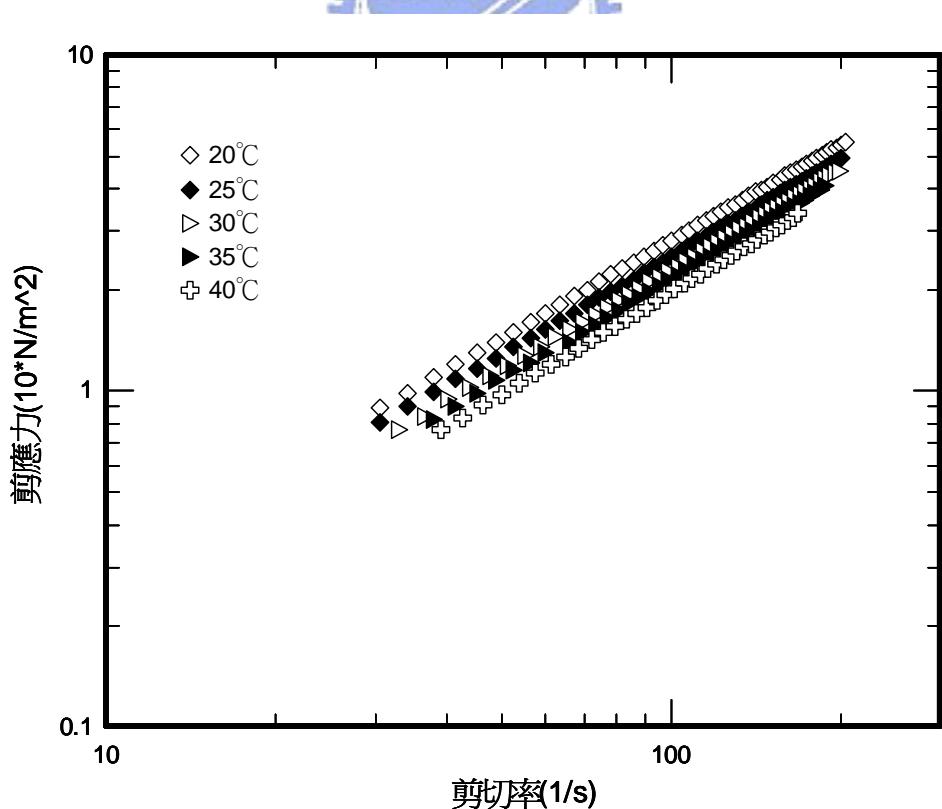


圖 4-4 水溶液濃度為 1500wppm 時的剪應力-剪切率 log 關係圖

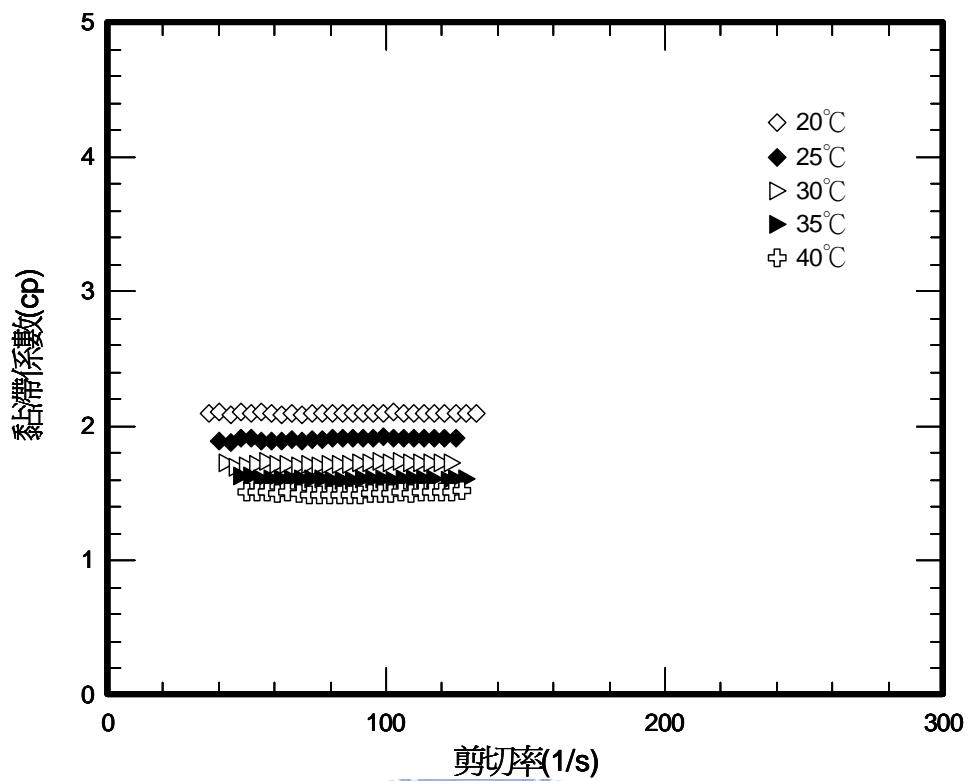


圖 4-5 水溶液濃度為 1000wppm 時的黏滯係數-剪切率關係圖

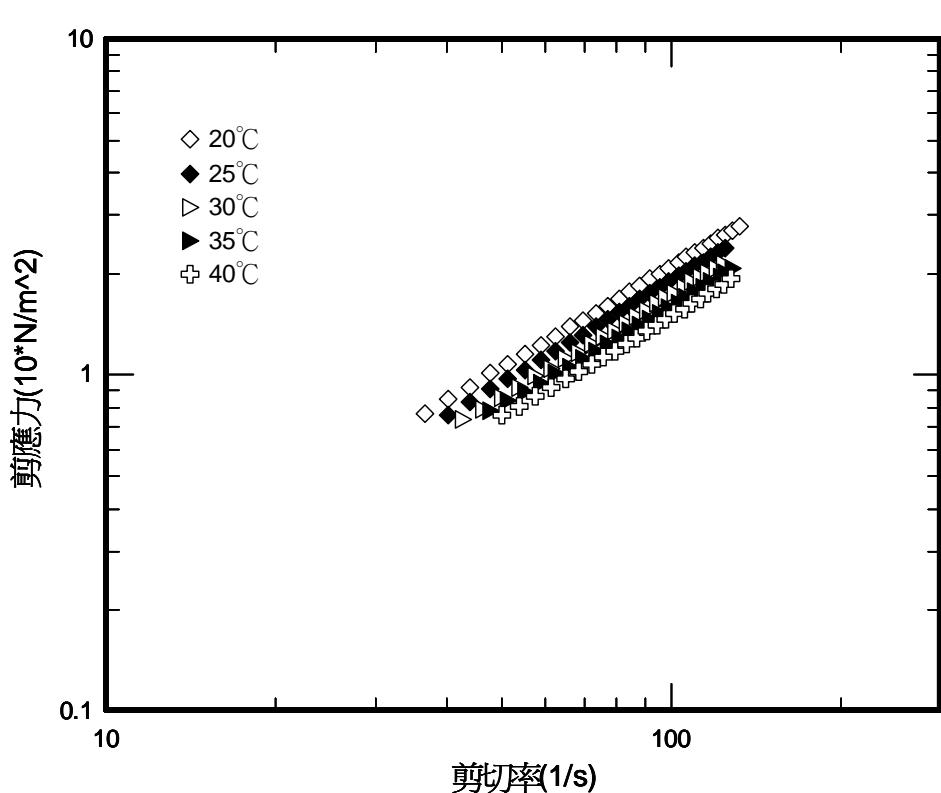


圖 4-6 水溶液濃度為 1000wppm 時的剪應力-剪切率 log 關係圖

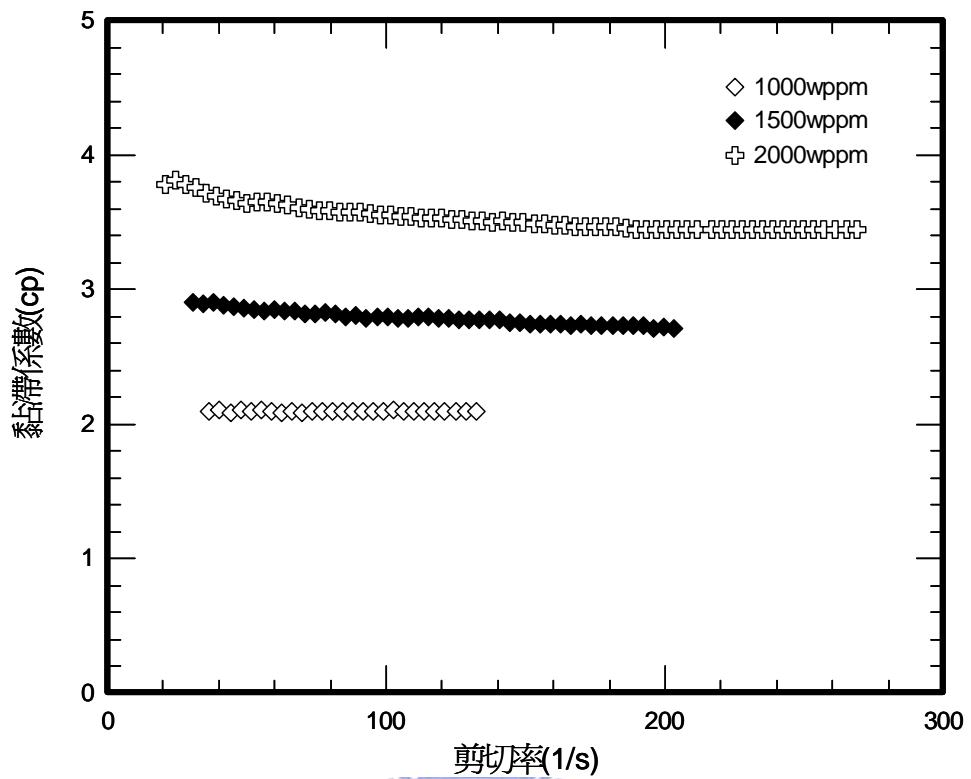


圖 4-7 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 20°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖

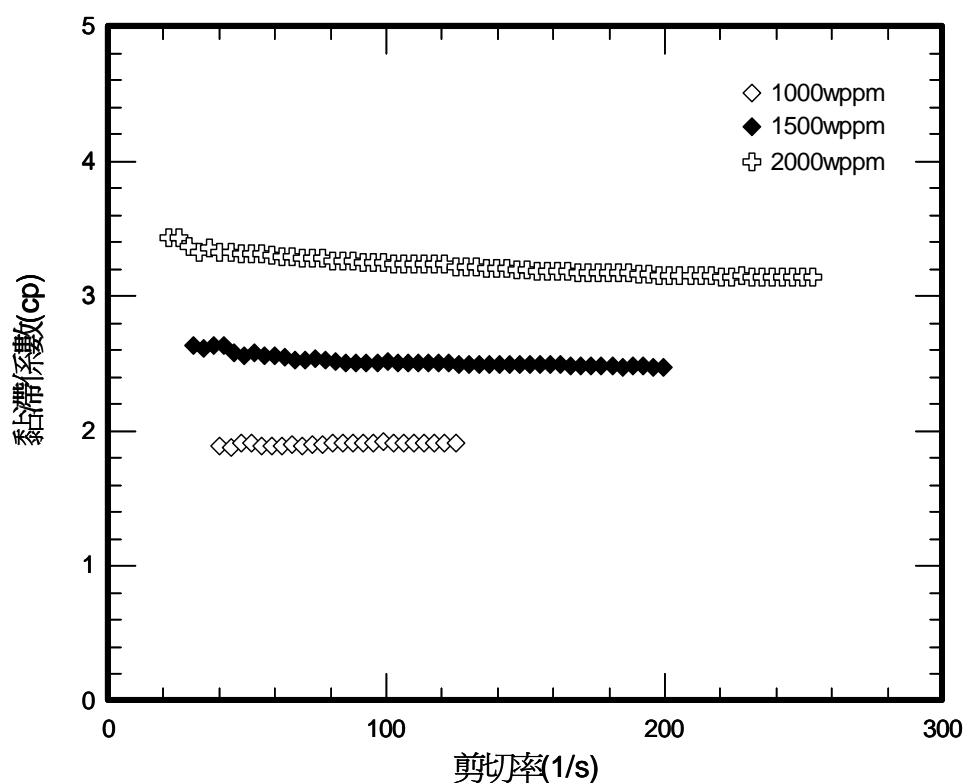


圖 4-8 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 25°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖

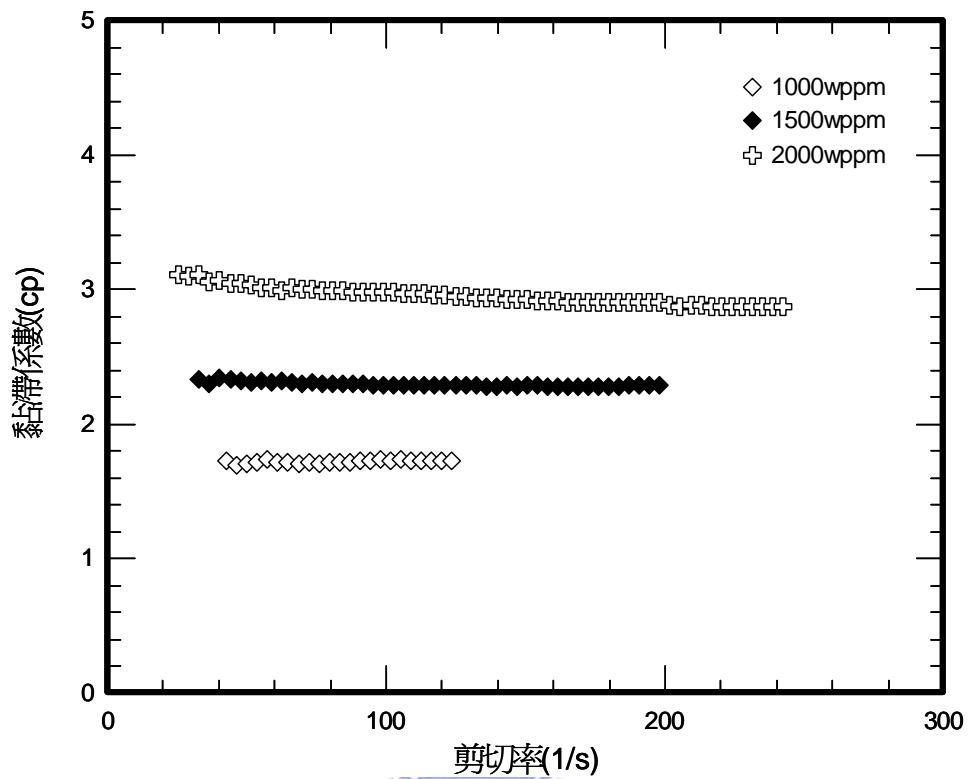


圖 4-9 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 30°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖

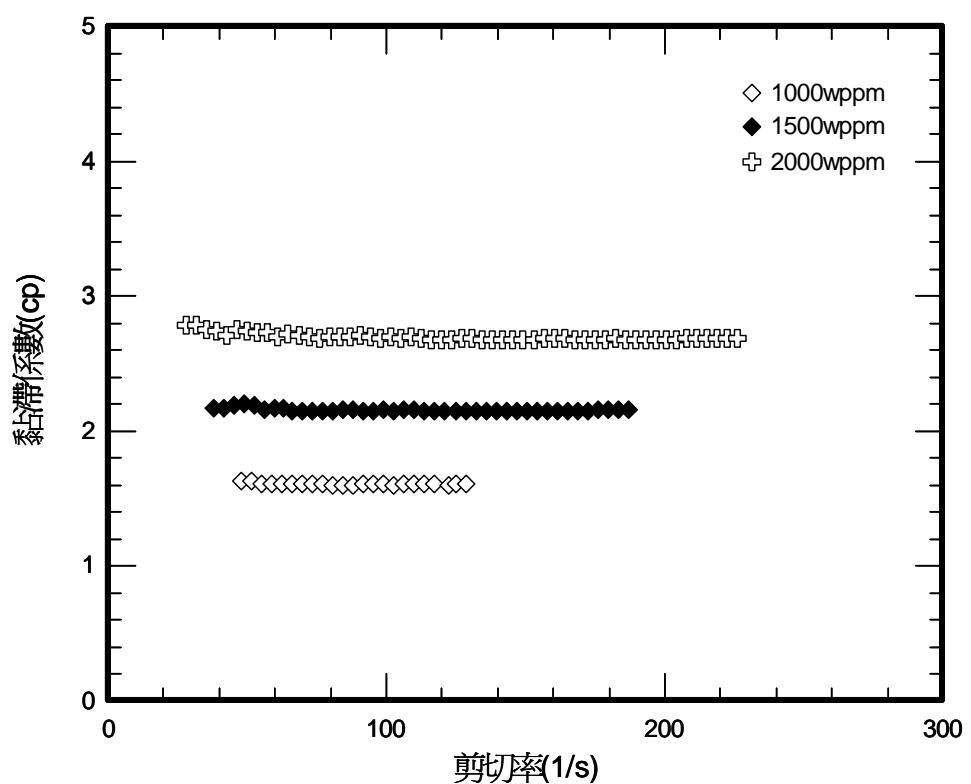


圖 4-10 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 35°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖

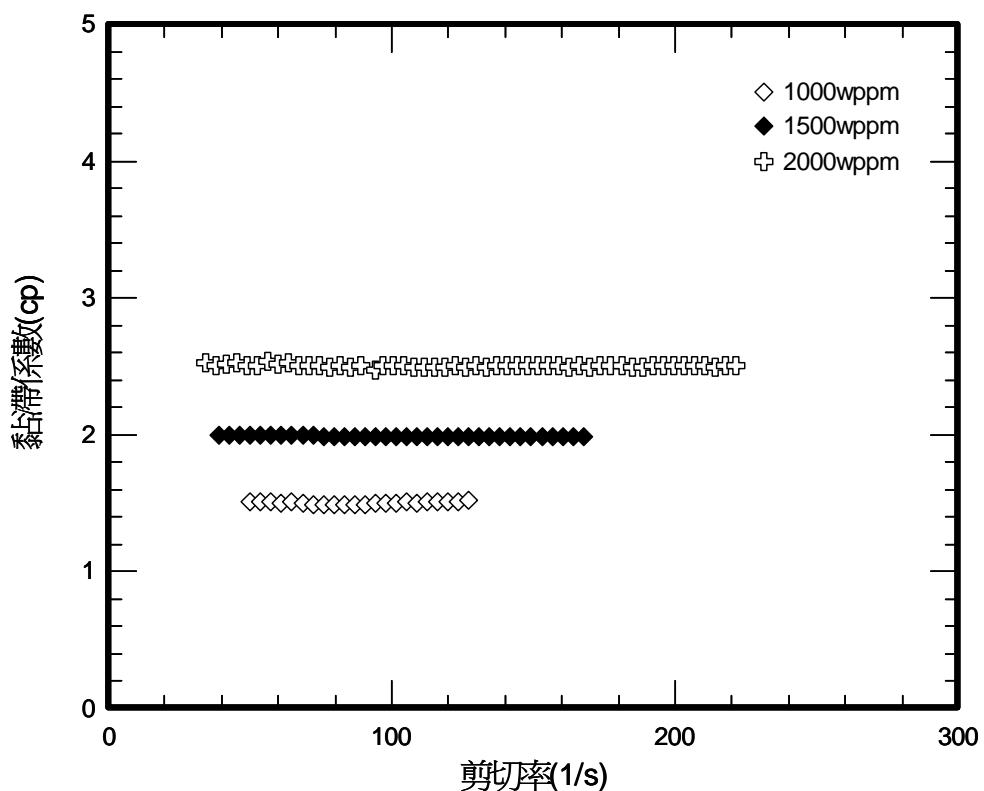


圖 4-11 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 40°C 時的黏滯係數-剪切率關係圖

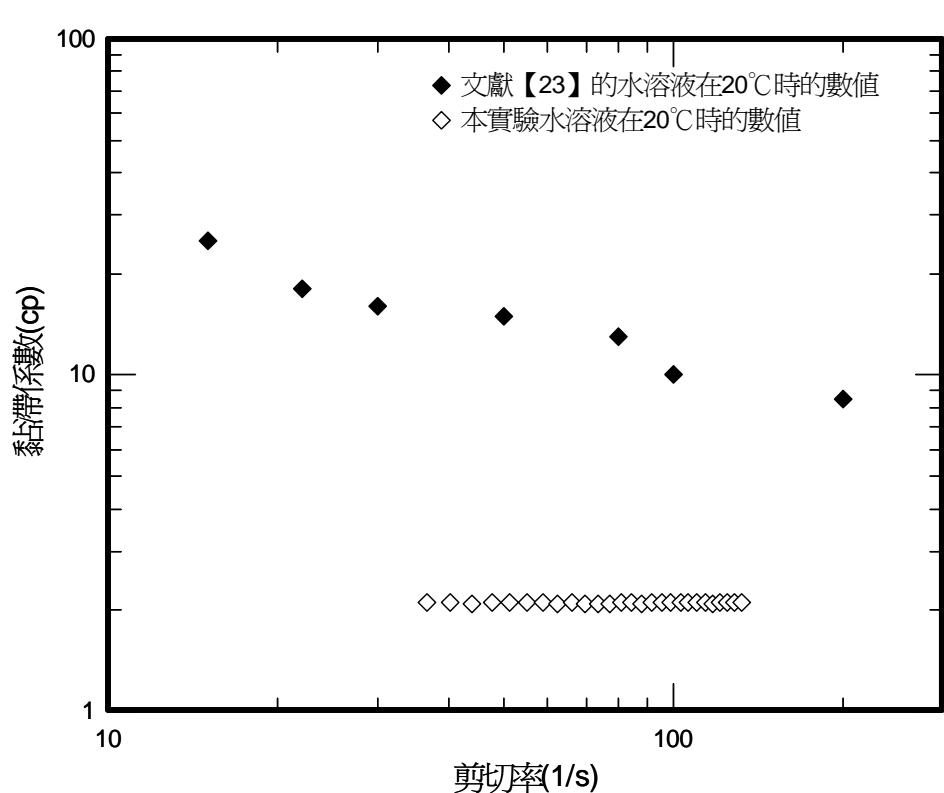


圖 4-12 水溶液濃度為 1000 wppm 時，與文獻【23】的比較

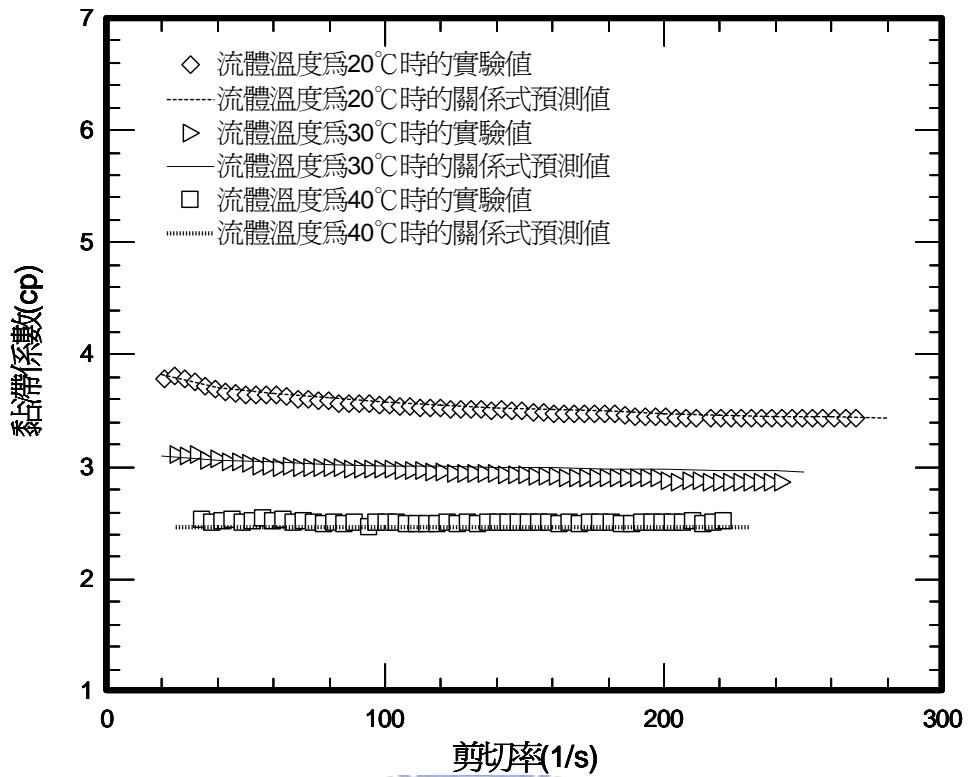


圖 4-13 水溶液濃度為 2000wppm 時，黏滯係數關係式與實驗值之比較

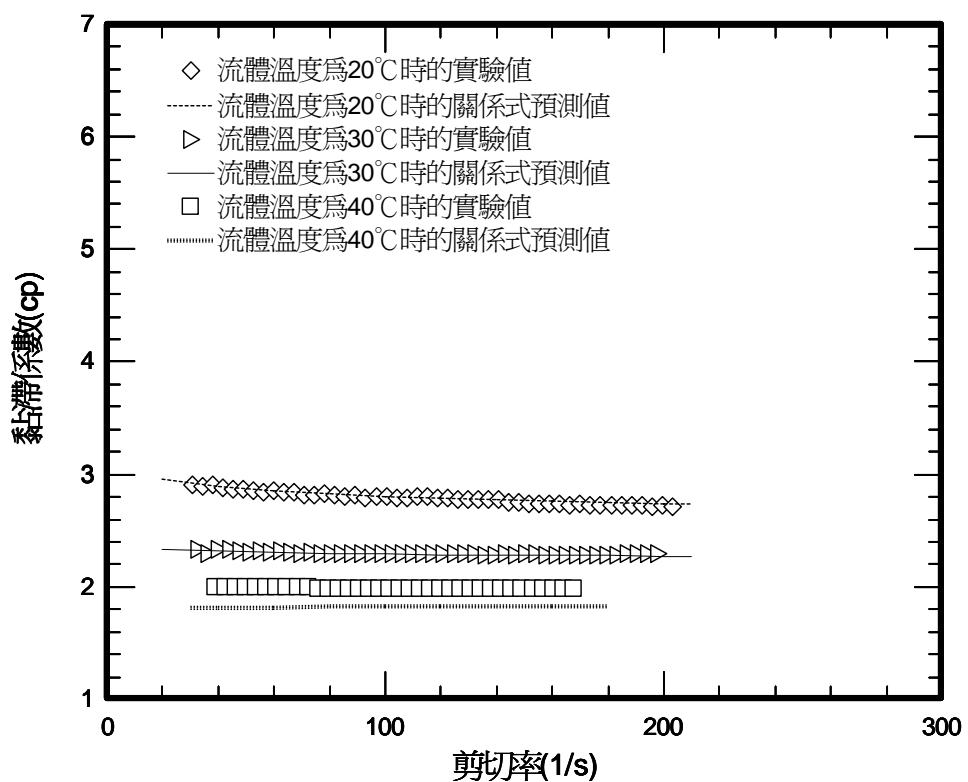


圖 4-14 水溶液濃度為 1500wppm 時，黏滯係數關係式與實驗值之比較

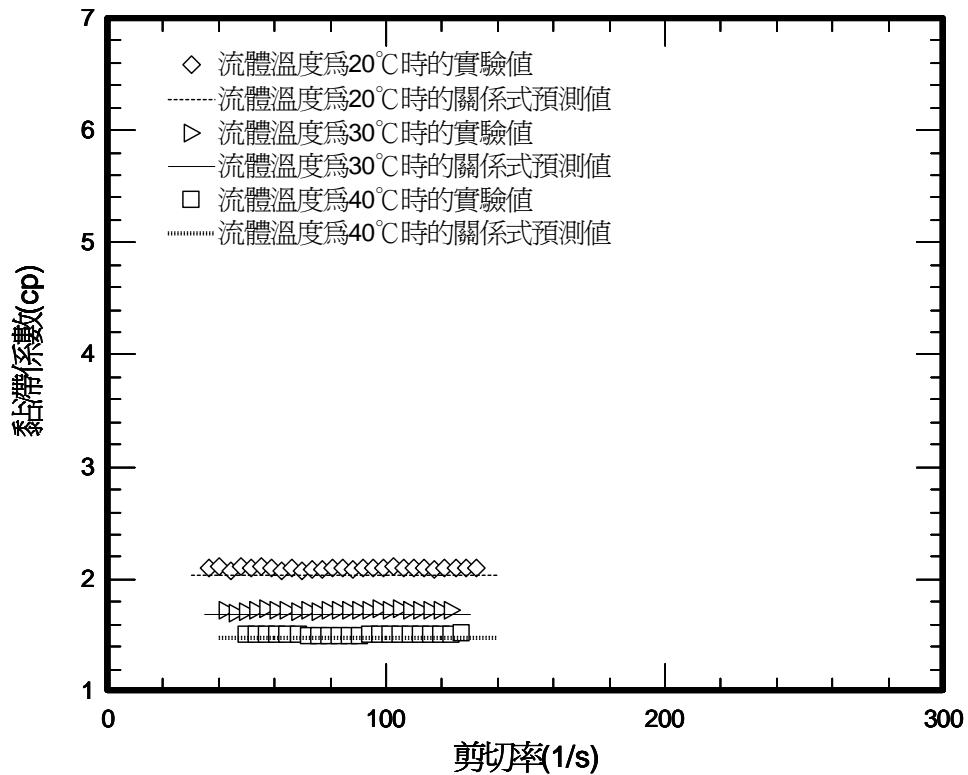


圖 4-15 水溶液濃度為 1000wppm 時，黏滯係數關係式與實驗值之比較

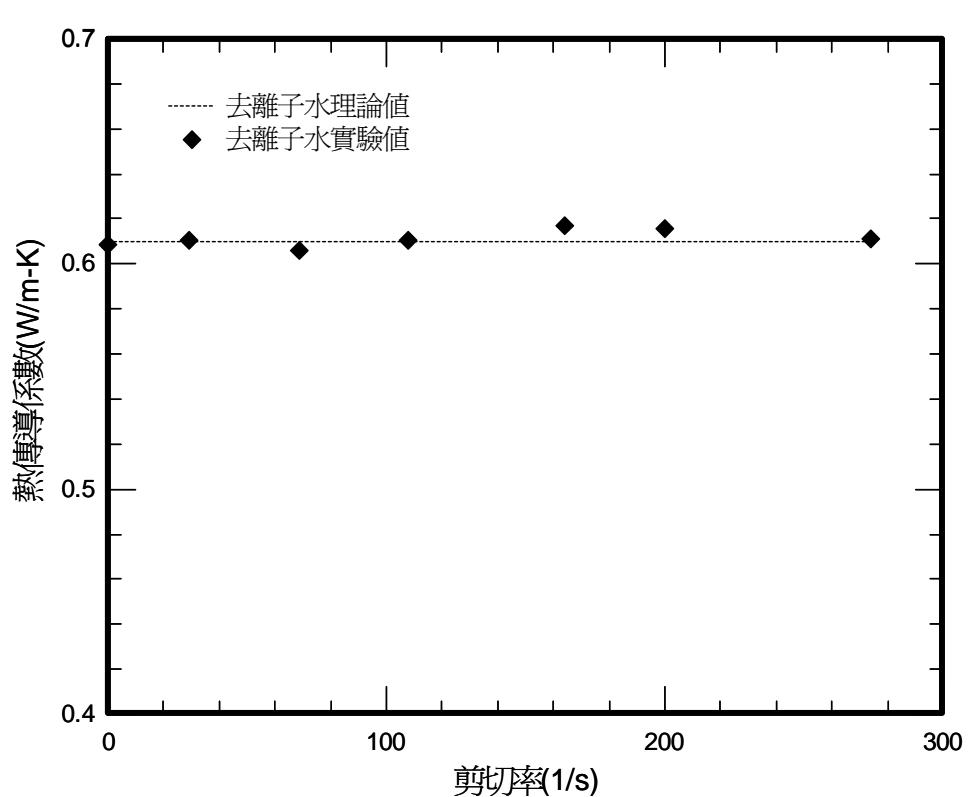


圖 4-16 在 25°C 時，去離子水的熱傳導係數-剪切率關係圖

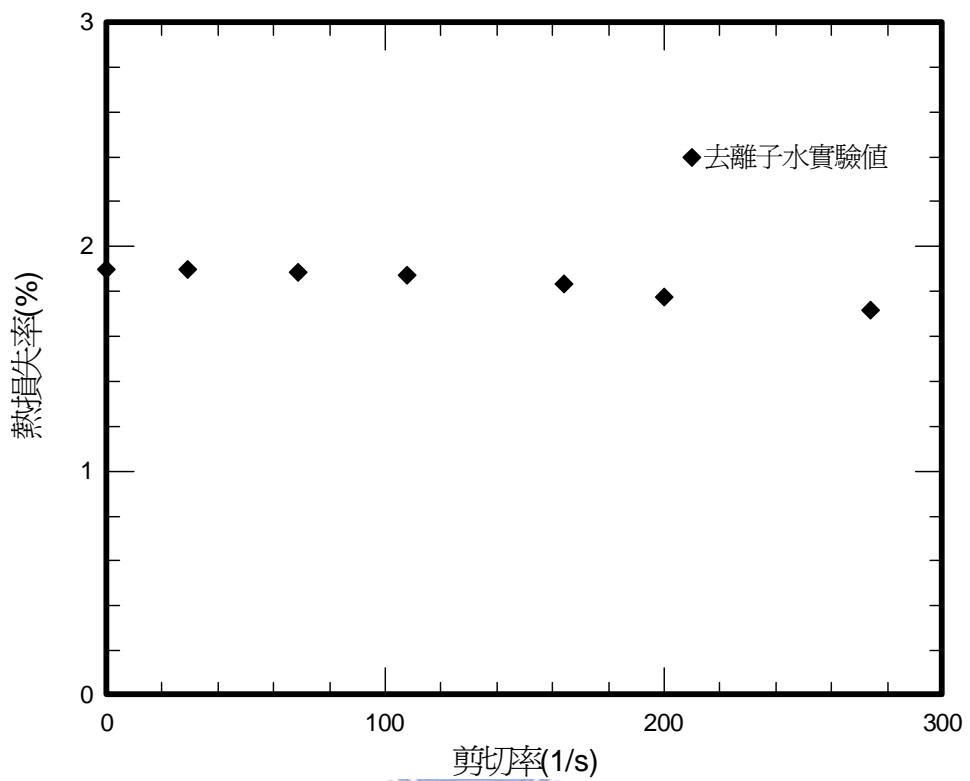


圖 4-17 在 25°C 時，去離子水的熱損失率-剪切率關係圖

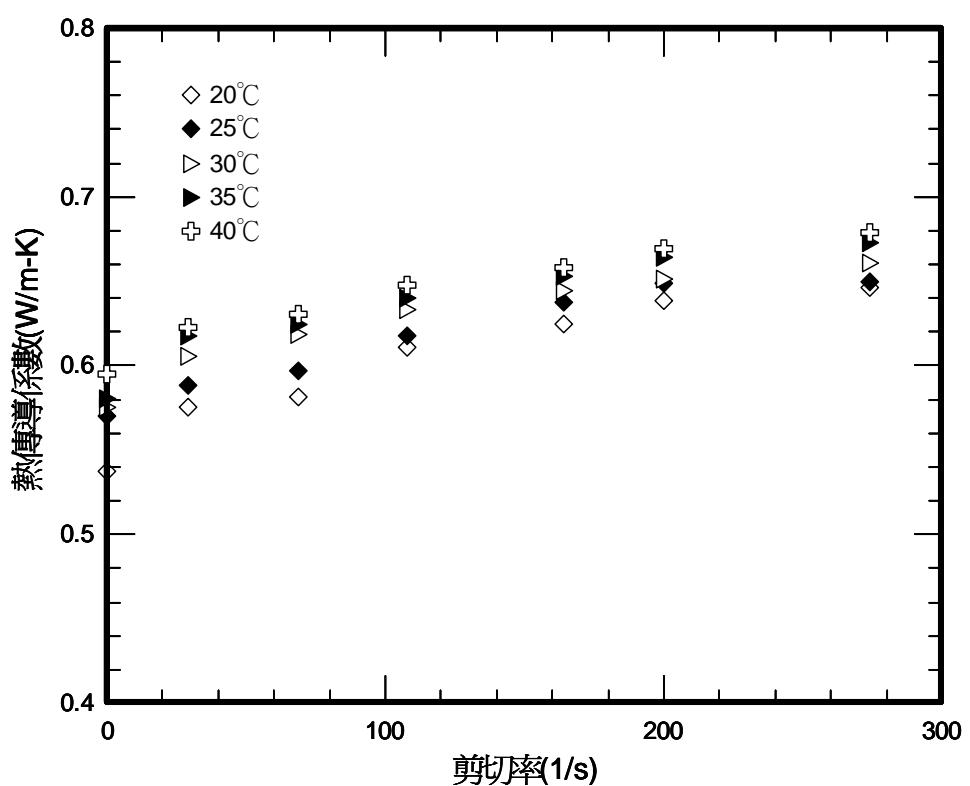


圖 4-18 水溶液濃度為 2000wppm 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

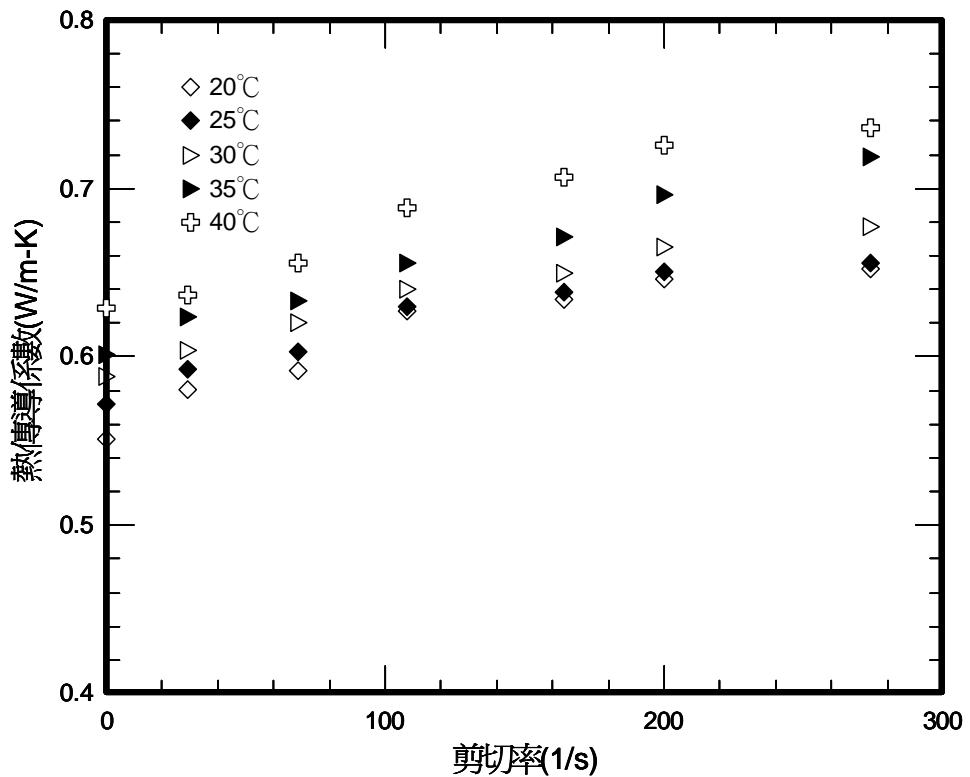


圖 4-19 水溶液濃度為 1500wppm 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

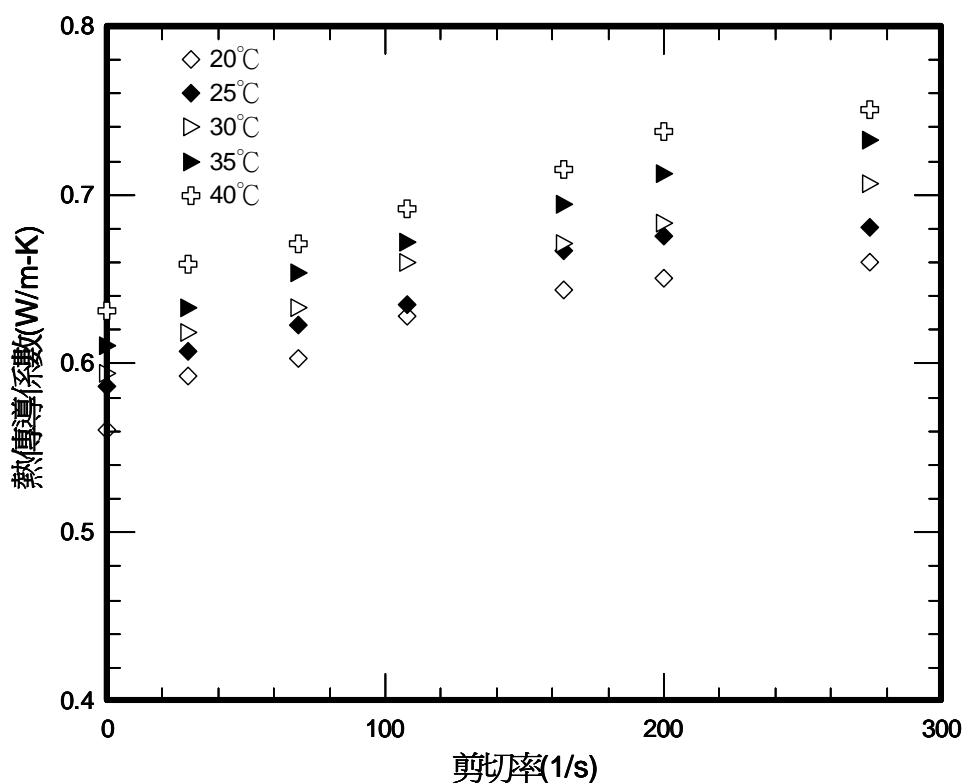


圖 4-20 水溶液濃度為 1000wppm 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

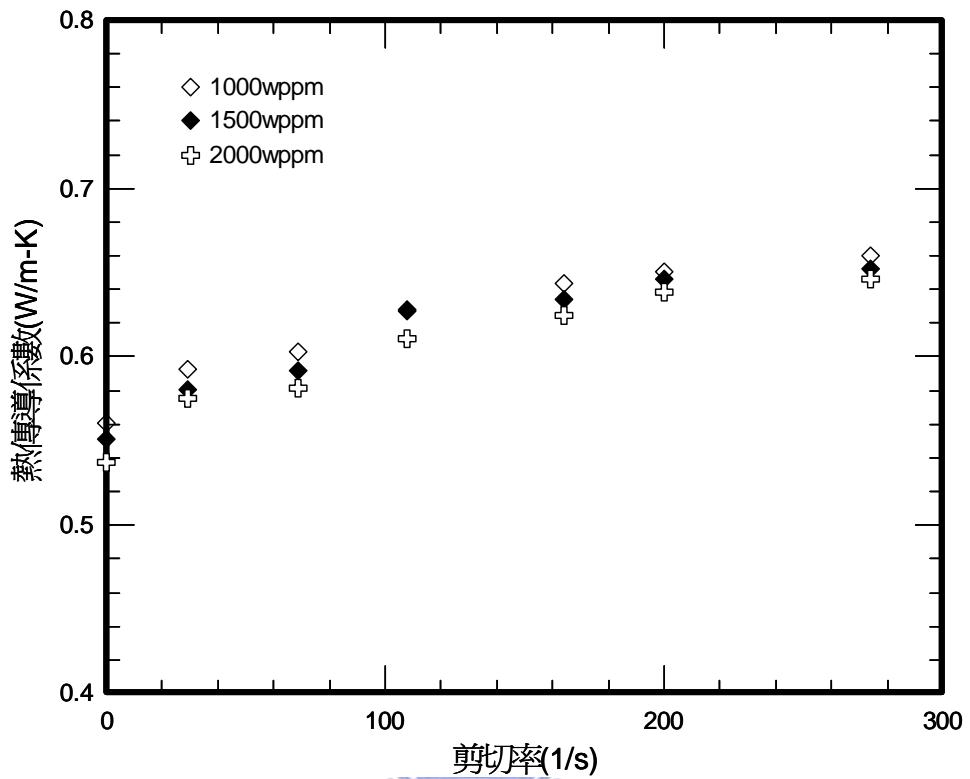


圖 4-21 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 20°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

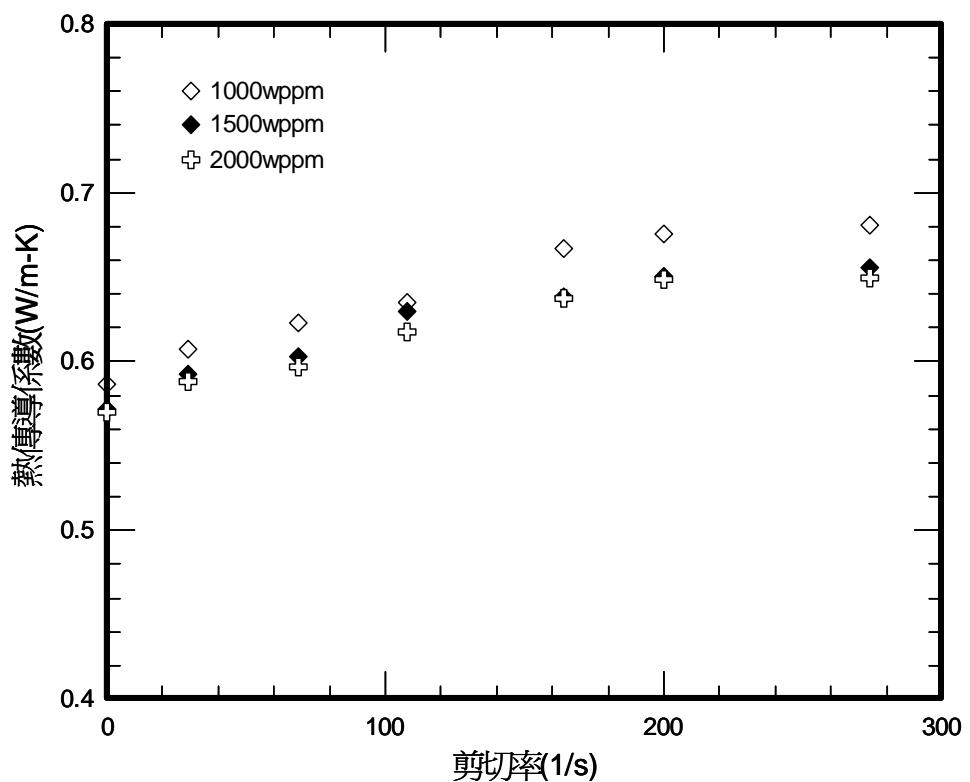


圖 4-22 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 25°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

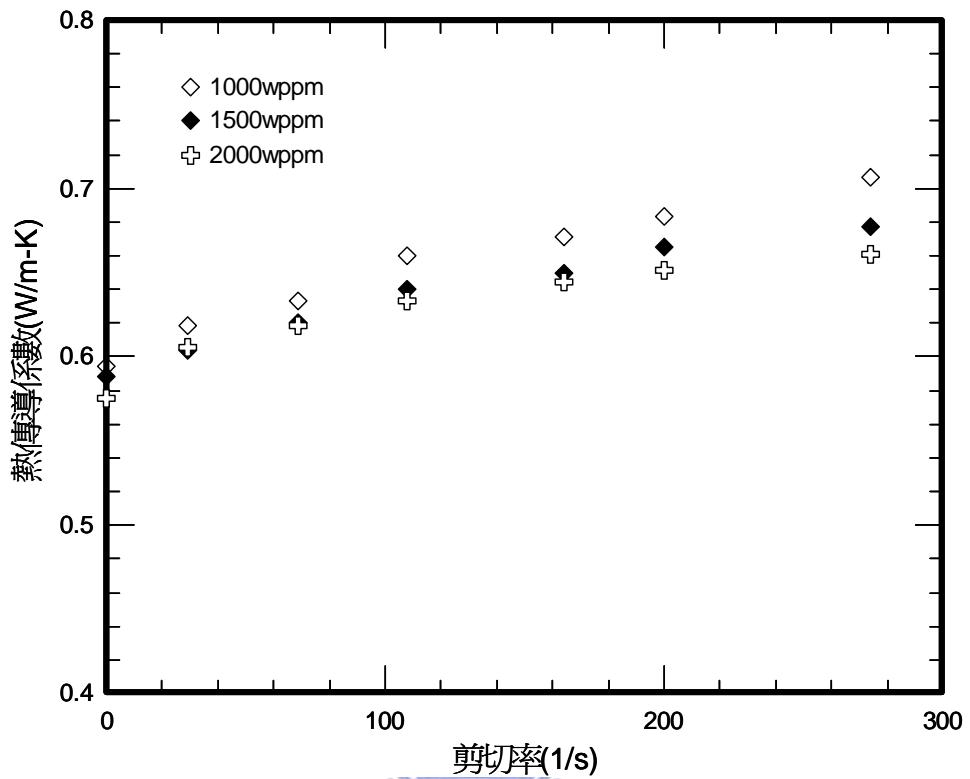


圖 4-23 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 30°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

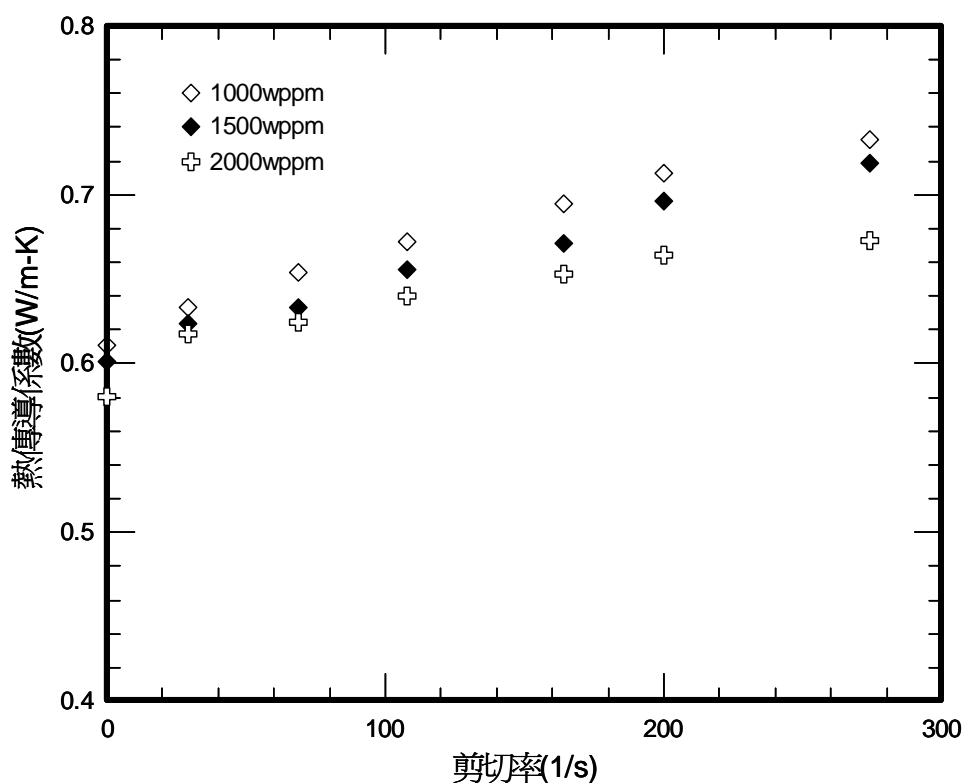


圖 4-24 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 35°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

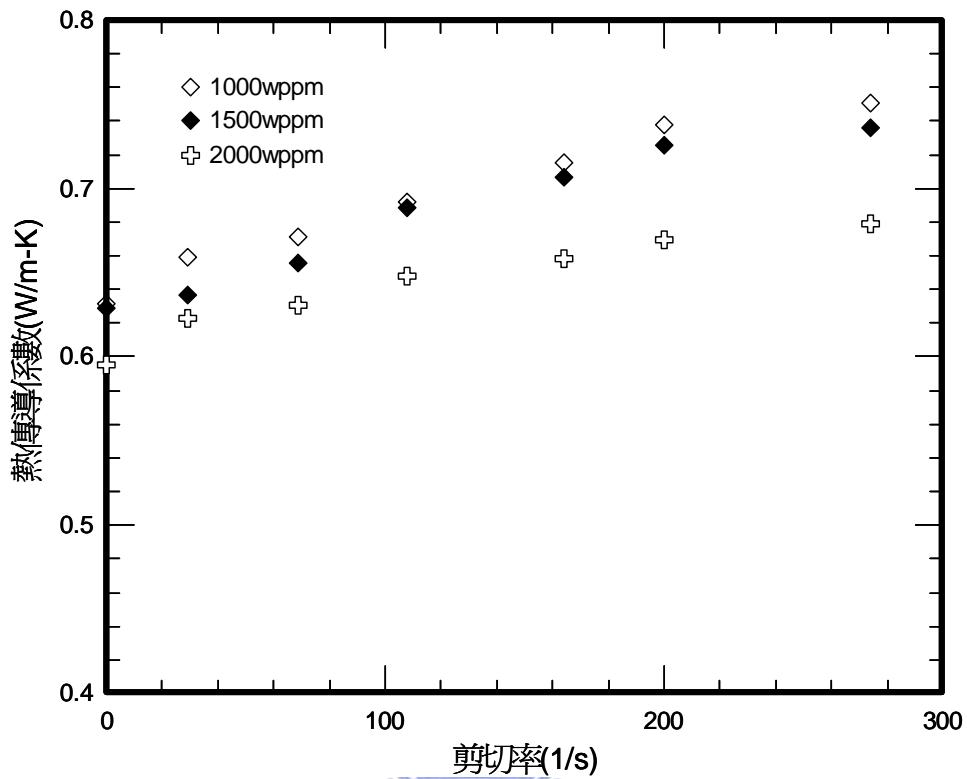


圖 4-25 不同濃度的聚丙醯胺水溶液在溫度為 40°C 時的熱傳導係數-剪切率關係圖

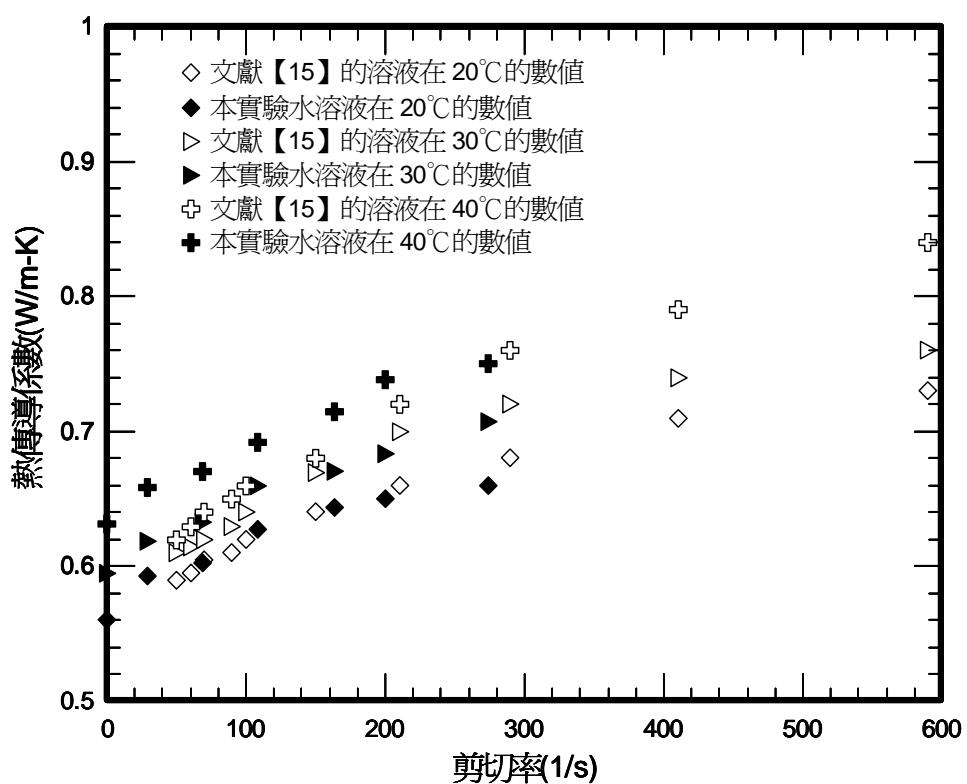


圖 4-26 水溶液濃度為 1000 wppm 時，與文獻【15】的比較

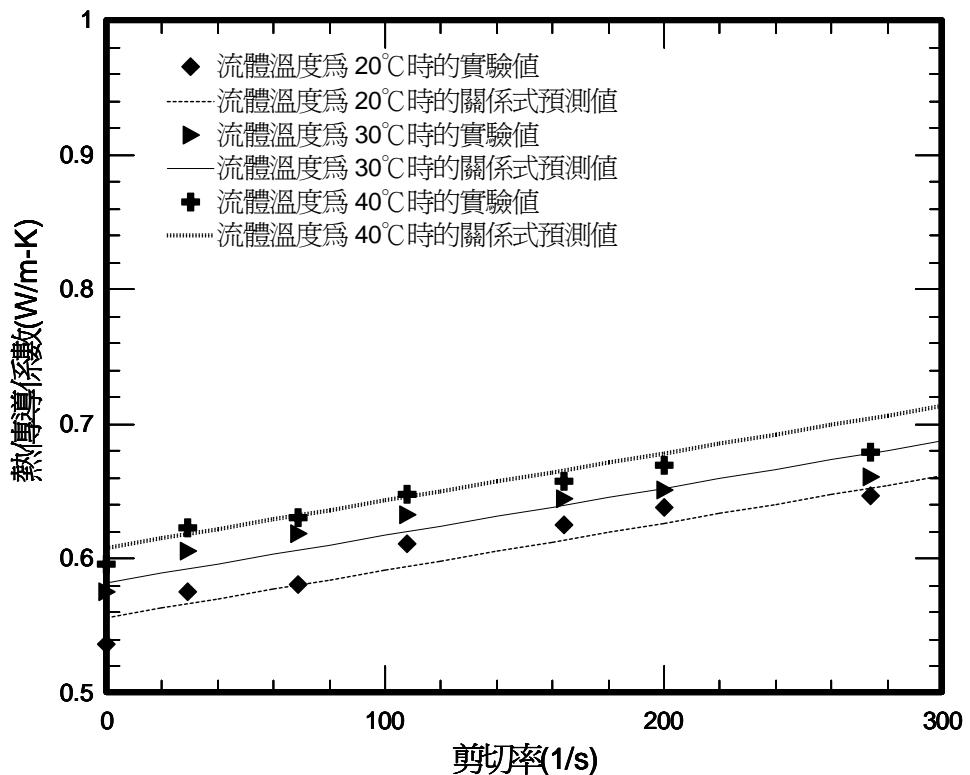


圖 4-27 水溶液濃度為 2000wppm 時，熱傳導係數關係式與實驗值之比較

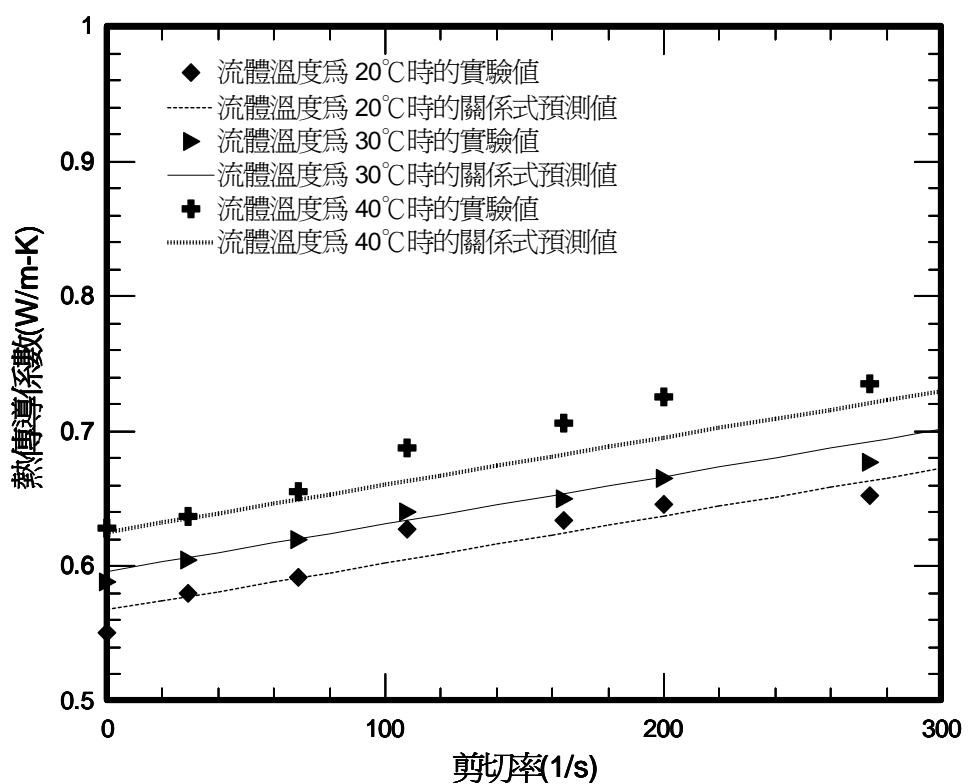


圖 4-28 水溶液濃度為 1500wppm 時，熱傳導係數關係式與實驗值之比較

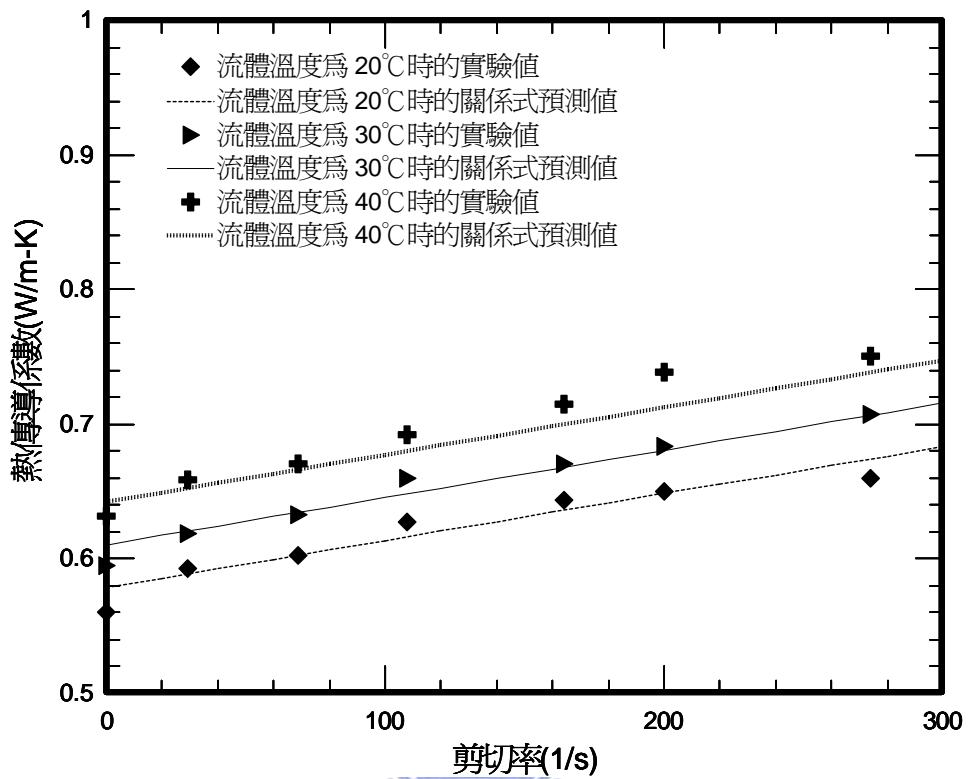
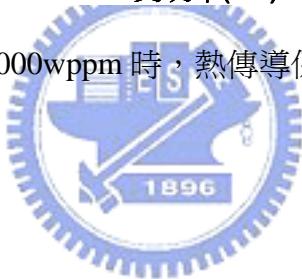


圖 4-29 水溶液濃度為 1000wppm 時，熱傳導係數關係式與實驗值之比較



## 第五章 結論

本文的目的是探討水-聚丙醯胺黏彈性流體其黏滯係數、熱傳導係數隨水溶液濃度、流體溫度、剪切率的變化，以作為未來研究流力及熱傳分析時的重要參考數據。經由實驗的方式，可以歸納出下面幾個結果：

### (1) 黏滯係數：

1. 在相同的流體溫度下，當聚丙醯胺水溶液的濃度為 2000 和 1500wppm 時，水溶液將具有輕剪力流體的特性，且當水溶液的濃度越高，其輕剪力流體的特性越明顯，黏滯係數隨剪切率的增加而下降的趨勢更為顯著；但當水溶液的濃度為 1000wppm 時，其水溶液的特性則近似為牛頓流體，無輕剪力流體的特性。
2. 在不同的流體溫度下，當流體溫度升高，聚丙醯胺水溶液的輕剪力流體特性將逐漸消失，且趨近於牛頓流體。
3. 在相同的流體溫度下，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數會隨水溶液濃度的增加而提高。
4. 在不同的流體溫度下，當流體溫度上升，聚丙醯胺水溶液的黏滯係數將隨之下降。
5. 當聚丙醯胺水溶液的濃度為 1000wppm 時，將使用的流體溫度、剪切率代入 (4-1) 式，可計算出水溶液的黏滯係數；而當聚丙醯胺水溶液的濃度為 1500 及 2000wppm 時，則可利用 (4-2) 式計算出水溶液的黏滯係數。(4-1) 式與 (4-2) 式的誤差皆在 3% 以內，故可信任。

### (2) 热傳導係數：

1. 在相同的流體溫度下，當聚丙醯胺水溶液的濃度降低時，其熱傳導係數隨剪切率增加而上升的趨勢較明顯，且熱傳導係數將隨水溶液濃度的下降而增加。
2. 在不同的流體溫度下，當流體溫度上升時，其熱傳導係數隨剪切率的上升

而增加的趨勢較為顯著，且水溶液的熱傳導係數將隨流體溫度的上升而提高。

3.當聚丙醯胺水溶液的濃度為 1000、1500 及 2000wppm 時，將使用的流體溫度、剪切率代入 (4-3) 式，可計算出水溶液的熱傳導係數。由於 (4-3) 式的誤差在 5% 以內，尚在可容許範圍中，故可信任。

經由上述的討論可以得知，當聚丙醯胺水溶液的濃度越高時，其黏滯係數越高，輕剪力流體特性較明顯，但熱傳導係數較低，且隨剪切率增加而上升的幅度較小；當聚丙醯胺水溶液的濃度越低時，雖然輕剪力流體特性較不顯著，但黏滯係數較小，熱傳導係數較高，且熱傳導係數隨剪切率增加而上升的幅度較大。因此，若要將聚丙醯胺水溶液使用於熱傳增強上，又不想增加流動時的壓力差降的話，應使用濃度較低的聚丙醯胺水溶液。



## 【參考文獻】

- [1]Jamieson, A., 2002, “Rheology and Nano-rheology 會議講義”, National Chung Hsing University.
- [2]ASME Pressure Viscosity Report, Vol I ASME, New York, 1953.
- [3]ASME Pressure Viscosity Report, Vol II ASME, New York, 1953.
- [4]Bridgman, P. W., 1926, “Effect of Pressure on the Viscosity of 43 Pure Liquids”, Proc. Amm. Acad. Arts Sci., 61, p.57-91.
- [5]Bridgman, P. W., 1949, “Viscosity to 30,000 kg/cm<sup>2</sup>” Proc. Amm. Acad. Arts Sci., 77, No. 4, , p.115-128.
- [6]Wilson, D. R., 1972, “Exploratory Development of Advanced Fluids and Lubricants in Extreme Enviroments by Mechanical Characterization, “Midwest Research Institute ( AFML-TR-70-32-Pt. 3; AD-891509L ) .
- [7]Appeldoom, J. K., Okrent, E. H., and Philippoff, W., 1962, “Viscosity and Elasticity at High Shear Rates”, Proc. Am. Pet. Inst., 42, No 3, p.163-172.
- [8]Philippoff, W., 1963, “Viscoelasticity of Polymer Solutions at High Pressures and Ultrasonic Frequencies”, J. Appl. Phys., 34, No. 5, p.1507-1511.
- [9]Yoo, S. S., Jeon, C. Y., and Cho, Y. I., 1994, “Determination of the Characteristic and Diffusion Times of Polyacrylamide Solutions Using Falling Balls and Needles”, Int. J. Heat Mass Transfer 39, p.113-122.
- [10]Tiu, C., Zhou, J., Nicolae, G., Fang, T. N., and Chhabra, P., 1997, “Flow of Viscoelastic Polymer Solutions in Mixed Beds of Particles”, Can. J. of Chem. Eng. 75, p.843-850.
- [11]Cocci, A. A., and Picot, J. J. C., 1973, “Rate of Strain Effect on the Thermal Conductivity of a Polymer Liquid”, Polym. Eng. Sci. 13, p.337-341.

- [12]Wallace, D. J., Moreland, C., and Picot, J. J. C., 1985, "Shear Dependence of Thermal Conductivity in Polyethylene Melts", *Polym. Eng. Sci.* 25, p.70-74.
- [13]Loulou, T., Peerhossaini, H., and Bardon, J. P., 1992, "Etude Experimental de la Conductivity Thermique de Fluides Non-Newtonians Sous Cisaillement Application aux Solutions de Carbopol 940", *Int. J. Heat Mass Transfer* 35, p.2557-2562.
- [14]Chaliche, M., Delaunay, D., and Bardon, J. P., 1994 , "Transfer de Chaleur Dans une Configuration Cone-Plateau et Measure de la Conductivity Thermique en Presence dune Vitesse de Cisaillement", *Int. J. Heat Mass Transfer* 37, p.2381-2389.
- [15]Lee, D. Y., Irvine, T. F., 1997, "Shear Rate Dependent Thermal Conductivity Measurements of Non-Newtonian Fluids", *Experimental Thermal and Fluid Science* 15, p.16-24.
- [16]Xie, C., Hartnett, J. P., 1992, "Influence of Rheology on Laminar Heat Transfer to Viscoelastic Fluids in a Rectangular Duct", *Ind. Eng. Chen. Res.* 31, p.727-732.
- [17]Xie, C., 1991, "Laminar Heat Transfer of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in a 2:1 Rectangular Duct", Ph.D.. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of Illinois at Chicago.
- [18]Kline, S. J., 1985, "The Purpose of Uncertainty Analysis", *J. Fluids Engineering*, v.107, p.153-160.
- [19]White, F. M., 1991, "Viscous Fluid Flow", McGraw-Hill, New York, p.108.
- [20]Eckert, E. R. G., and Drake, R., Jr., 1972, "Analysis of Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill, New York, p.541.
- [21]Bejan, A., 1995, "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, Inc., p.243.
- [22]Sinevic, V., Kuboi, R., and Nienow, A. W., 1986, "Power Numbers, Taylor Numbers and Taylor Vortices in Viscous Newtonian and Non-Newtonian Fluids",

Chem. Eng. Sci. 41, 2915-2923.

[23]Xie, C., Hartnett, J. P., 1992, "Influence of Variable Viscosity of Mineral Oil on Laminar Heat Transfer in a 2:1 Rectangular Duct", Int. J. Heat Mass Transfer 35, 641-648.



## 【附錄 A】

### 不準度分析

由 S. J. Kline 【18】所建議的不準度分析方法如下：

設有一實驗值  $R$  是由測量值  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  所計算而來，而這些測量值各

有不準度為  $\frac{\delta x_1}{x_1}, \frac{\delta x_2}{x_2}, \dots, \frac{\delta x_n}{x_n}$ ， $R$  的誤差量為

$$\delta R = \frac{\partial R}{\partial x_1} \delta x_1 + \frac{\partial R}{\partial x_2} \delta x_2 + \dots + \frac{\partial R}{\partial x_n} \delta x_n$$

因為  $\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_n$  皆很小，所以  $\delta R$  可近似為

$$\delta R = \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial x_1} \delta x_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial x_2} \delta x_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial R}{\partial x_n} \delta x_n \right)^2 \right]^{1/2}$$

所以  $R$  的不準度可以寫成

$$\begin{aligned} \frac{\delta R}{R} &= \left[ \left( \frac{\partial R / R}{\partial x_1 / x_1} \frac{\delta x_1}{x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial R / R}{\partial x_2 / x_2} \frac{\delta x_2}{x_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial R / R}{\partial x_n / x_n} \frac{\delta x_n}{x_n} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[ \left( \frac{\partial \ln R}{\partial \ln x_1} \frac{\delta x_1}{x_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial \ln R}{\partial \ln x_2} \frac{\delta x_2}{x_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial \ln R}{\partial \ln x_n} \frac{\delta x_n}{x_n} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (A-1)$$

依照以上公式可以用來分析本實驗所須計算的剪應力  $\tau_{r\theta}$ 、剪切率  $\dot{\gamma}$ 、視黏

滯係數  $\eta$ 、總熱通量  $Q_{total}$ 、熱損失  $Q_{loss}$ 、實際熱通量  $Q_{actual}$ 、熱傳導係數  $k$ 。

A. 剪應力  $\tau_{r\theta}$ ，由 (2-14) 式可得

$$\tau_{r\theta}(r = r_i) = \frac{M(r = r_i)}{2\pi r_i^2 L}$$

利用 (A-1) 式可知不準度為

$$\frac{\delta\tau_{r\theta}}{\tau_{r\theta}} = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + 2\left(\frac{\delta r_i}{r_i}\right)^2 + \left(\frac{\delta L}{L}\right)^2}$$

B. 剪切率  $\dot{\gamma}$ ，由 (2-15) 式可得

$$\dot{\gamma}(r = r_i) = \frac{\pi N}{15} \cdot \frac{\kappa^2}{(1 - \kappa^2)}$$

從 (A-1) 式可知不準度為

$$\frac{\delta\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}} = \sqrt{\left(\frac{\delta N}{N}\right)^2 + 4\left(\frac{\delta\kappa}{\kappa}\right)^2}$$

C. 視黏滯係數  $\eta$ ，由 (2-16) 式可得

$$\eta = \tau_{r\theta} / \dot{\gamma}$$

利用 (A-1) 式可知不準度為

$$\frac{\delta\eta}{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\delta\tau_{r\theta}}{\tau_{r\theta}}\right)^2 + \left(\frac{\delta\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}}\right)^2}$$

D. 總熱通量  $Q_{total}$  是由電流  $I$  與電壓  $V$  相乘而得

$$Q_{total} = I \cdot V$$

從 (A-1) 式可知不準度為

$$\frac{\delta Q_{total}}{Q_{total}} = \sqrt{\left(\frac{\delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\delta V}{V}\right)^2}$$

E. 熱損失  $Q_{loss}$ ，由 (3-12)、(3-13)、(3-14) 式可得

$$Q_{loss} = Q_{loss\_up} + Q_{loss\_down}$$

$$= k_N A_{up} \left| \frac{T_{2\_up} - T_{1\_up}}{X_{up}} \right| + k_N A_{down} \left| \frac{T_{2\_down} - T_{1\_down}}{X_{down}} \right|$$

將絕熱區的尺寸代入再使用 (A-1) 式可得

$$\frac{\delta Q_{loss}}{Q_{loss}} = \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\delta A_{up}}{A_{up}} \right)^2 + \left( \frac{\delta X_{up}}{X_{up}} \right)^2 + \left( \frac{T_{2\_up}}{T_{2\_up} - T_{1\_up}} \cdot \frac{\delta T_{2\_up}}{T_{2\_up}} \right)^2 + \left( \frac{T_{1\_up}}{T_{2\_up} - T_{1\_up}} \cdot \frac{\delta T_{1\_up}}{T_{1\_up}} \right)^2 + \\ \left( \frac{\delta A_{down}}{A_{down}} \right)^2 + \left( \frac{\delta X_{down}}{X_{down}} \right)^2 + \left( \frac{T_{2\_down}}{T_{2\_down} - T_{1\_down}} \cdot \frac{\delta T_{2\_down}}{T_{2\_down}} \right)^2 + \left( \frac{T_{1\_down}}{T_{2\_down} - T_{1\_down}} \cdot \frac{\delta T_{1\_down}}{T_{1\_down}} \right)^2 \end{array} \right\}^{0.5}$$

F. 真正由加熱片接受的熱量  $Q_{actual} = Q_{total} - Q_{loss}$ ，由 (A-1) 式計算可知不準度爲

$$\frac{\delta Q_{actual}}{Q_{actual}} = \sqrt{\left( \frac{Q_{total}}{Q_{total} - Q_{loss}} \cdot \frac{\delta Q_{total}}{Q_{total}} \right)^2 + \left( \frac{Q_{loss}}{Q_{total} - Q_{loss}} \cdot \frac{\delta Q_{loss}}{Q_{loss}} \right)^2}$$

G. 热傳導係數  $k$ ，由 (3-16) 式可得

$$k = \frac{Q_{actual} \ln(r_o / r_i)}{2\pi L(T_i - T_o)}$$

利用 (A-1) 式可得不準度爲

$$\frac{\delta k}{k} = \sqrt{\left( \frac{\delta Q_{actual}}{Q_{actual}} \right)^2 + \left( \frac{T_i}{T_i - T_o} \cdot \frac{\delta T_i}{T_i} \right)^2 + \left( \frac{T_o}{T_i - T_o} \cdot \frac{\delta T_o}{T_o} \right)^2 + \left( \frac{\delta L}{L} \right)^2 + \left( \frac{\delta r_o}{r_o} \right)^2 + \left( \frac{\delta r_i}{r_i} \right)^2}$$