

國 立 交 通 大 學
運 輸 科 技 與 管 理 學 系 碩 士 班

碩 士 論 文

在消費者選擇行為下的航空網路營收問題

Aviation Network Revenue Management with Customer
Choice Behavior

研 究 生：劉婉寧

指 導 教 授：黃 寬 丞 副 教 授

中 華 民 國 100 年 7 月

在消費者選擇行為下的航空網路營收問題

Aviation Network Revenue Management with Customer Choice Behavior

研究 生：劉婉 莉

Student : Wan-Ting Liu

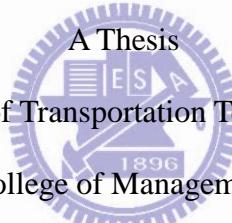
指導 教授：黃 寬 丞

Advisor : Kuan-Cheng Huang

國立交通大學

運輸科技與管理學系

碩士論文



Submitted to Department of Transportation Technology and Management

College of Management

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Transportation Technology and Management

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 100 年 7 月

在消費者選擇行為下的航空網路營收問題

學生：劉婉葶

指導教授：黃寬丞 副教授

國立交通大學運輸科技與管理學系碩士班

摘要

在 1979 年美國解除管制後，航空公司根據市場區隔與差別定價的觀念，發展出費率艙等的機制(fare class mechanism)與機位存貨的控管(seat inventory control)。基於現今航空軸輻網路的營運型態，營收管理(Revenue Management)研究的重心亦由當初單一航段之間問題轉向網路型態之間問題。同時，過去的營收管理模式，大多假設各個需求獨立，少有研究考量消費者的選擇行為及衍生的需求相關性。目前求解網路營收管理問題，最常見的兩類方法為競價法(bid price control)和虛擬巢式法(virtual nesting control)，兩者各有優劣，但基本上運算都相當繁瑣，且不管在方法理論上及實務運用上，均存在著限制，如進行控管時有必須重新求解靜態模式的議題存在。此外，在考量消費者選擇行為後，艙等的開放不再依費率呈巢式的配置；尤其是在網路的架構下，產品的組合相當多，找出最佳的機位控管決策是一項極具挑戰性的研究課題。本研究以參數式(parameterized)的期望收益近似函數為基礎，發展一個動態控管機位的演算法，不需要重覆求解，且可以輕易地產生產品開放的決策。並且透過數值測試的結果，該演算法的控管效果非常接近動態規劃的最佳控管決策，實務上應有應用的可行性。

關鍵詞：營收管理、機位控管、消費者選擇、動態規劃、啟發式解法

Aviation Network Revenue Management with Customer Choice Behavior

Student : Wan-Ting Liu

Advisor : Kuan-Cheng Huang

Department of Transportation Technology and Management
National Chiao Tung University

Abstract

After the De-regulation in the United States, airlines implemented the fare class mechanism and the seat inventory control based on the concepts of market segmentation and price discrimination. Due to the current hub-and-spoke operation, the focus of the Revenue Management (RM) research has shifted from the traditional single-leg problem to the network-type version. Meanwhile, most RM models assume that the demands for the various fare classes are independent and do not consider consumer choice behavior and demand inter-dependency. For the two mainstream approaches of the network RM problem: the bid price control and the virtual nesting control, both in general suffer from the procedural complexity and the heavy computational load. In addition, there are considerable methodological and practical limitations for these approaches. For example, there exists the issue of re-solving the static model when implementing the actual dynamic booking control. In particular, after taking choice behavior into account, the optimal control is no longer nested in terms of fares. As there are numerous possible sub-sets of products, making the seat control decision under the network context is a challenging task. Based on the parameterized function for approximating the expected revenue, this study develops a dynamic seat control algorithm, in which no-resolving is necessary and the approximate control decision can be generated easily. Based on the numerical experiment, the developed algorithm can achieve the result fairly close that of the optimal control from the dynamic program model and its applicability to the real-world problem is very promising.

Keywords: Revenue Management, Seat Inventory Control, Consumer Choice, Dynamic Programming, Heuristics

誌謝

結束六年的交大學生生涯，需要感謝的人實在無法使用區區一張紙張言盡，感謝的話語也無法在這短短的致謝詞內概括，在此僅特別列出大學這六年以來影響最深的人，未提及並非所謂不重要，對於你(妳)們的幫助同樣心存感謝之意。

從甫踏入這個運管大家庭那一刻起，擁有雄厚運輸專業知識背景的教授群不遺餘力、毫不藏私地傾囊相授專業技能，更在生活上給予源源不絕的關切，讓人具備足以對抗新環境、新課程的力量，是您們給予我力量走到碩士畢業這個階段。

特別感謝我的碩士班指導老師—黃寬丞副教授，很幸運地從大四畢業專題開始一路至碩班跟隨老師進行研究，我自知並非一個聰明、反應快的學生，但老師總在我研究遭遇到問題或感到迷惘時，不厭其煩地一次又一次指點迷津，也常在適當的時機給予灰心喪氣的我打氣、鼓勵。真的非常感謝老師這三年的幫助，使我成長、蛻變，更使我充滿勇氣面對未來未知的挑戰，老師謝謝您。

接著，感謝大學時代一路以來與我相互扶持，不斷地開拓我新視野的同學、朋友們，尤其是我們實驗室的家誼、筱薇及直屬昇陽學弟，以及研究所生涯我的好室友虹伶及依潔，我的好同學怡樺，在課業上總不吝賜教解答我的疑惑、協助我完成許多任務，在生活上也給予我不少幫助，更在我傷心難過之際給予溫暖的呵護，同時也讓我這隻井底之蛙徹底發現我嚴重的不足之處，謝謝妳們這些年的義氣相挺及幫忙，我會汲取妳們的種種長處及思考觀點，持續修正我的缺點和增加我欠缺的能力，同時我想我也會時常緬懷起那段歡笑與淚水交織、僅屬於我們的美好回憶。

另外，當然要感謝我最親愛的實驗室其他成員，特別請假參加我口試的兆哲學長、郁英學姐及丞博學長，協助我解決了不少課業上、未來工作上問題，我會牢記學長所言「今日我以 KC LAB 為榮，明日 KC LAB 以我為榮」的訓詞，在未來時時警惕自己成為一名有用的人。實驗室學弟逸銘、儀安及季佑，謝謝你們在我碩二這年，為實驗室增添這麼多的歡笑，使我在交大最後一年，也是撰寫論文最苦悶的日子，得以宣洩緊繃的壓力，期望你們在未來，不論於論文研究、未來工作上都可以順利得到你們所願之最滿意結果。

最後，真的非常非常感謝成為我強力後盾—我的父母，一直默默努力賺錢、提供我各方面的資源協助，只為讓我沒有後顧之憂地專心唸書、研究，且時時擔心害怕我是否過得好、睡得好，是否遇到挫折，希望未來的日子裡，能讓你們不再為我擔憂，享受著無憂無慮的退休生活，這次輪我成為你們的後盾了！

劉婉葶 謹誌於
國立交通大學運輸科技與管理學系 KC lab
民國 100 年 08 月 25 日

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
一、 緒論	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 研究目的與範圍	4
二、 文獻回顧	6
2.1 一般之航空機位控管模式	6
2.1.1 航空網路型態之航空營收管理	6
2.1.2 航空網路型態營收管理之競價法	7
2.1.3 航空網路型態營收管理之參數式取樣近似法	8
2.2 考慮消費者選擇行為之航空單一航段營收管理模式	10
2.3 考慮消費者選擇行為之航空網路營收管理模式	13
2.4 消費者選擇模式	14
三、 模式建構	17
3.1 參數式近似與取樣估計法	17
3.2 近似控管決策	18
3.2.1 起始產品開放組合	18
3.2.2 修正產品開放組合	19
3.3 演算法架構與流程	21

四、 數值測試.....	23
4.1 不同控管決策的期望收益值計算.....	23
4.1.1 效能之控管策略.....	23
4.1.2 參數式近似之控管策略.....	23
4.2 基本例題結果.....	25
4.3 多項羅吉特選擇模式之例題.....	28
4.3.1 購票限制為選擇行為主要因素之多項羅吉特選擇模式.....	29
4.3.2 直飛效應為選擇行為主要因素之多項羅吉特選擇模式.....	30
4.4 多項羅吉特選擇模式之例題測試結果.....	30
4.4.1 購票限制為選擇行為主要因素之結果.....	31
4.4.2 直飛效應為選擇行為主要因素之結果.....	32
五、 結論與建議.....	34
參考文獻.....	36
附錄一	38
附錄二	40
附錄三	42
簡歷	44

表目錄

表 1 航空公司產品種類服務內容與票價摘要	3
表 2 範例之費率艙等票價與限制	10
表 3 顧客區隔與購買特性	11
表 4 艙等開放情形與機位售出機率及平均費率之關係	12
表 5 基本例題之產品資料	15
表 6 消費者類別及各類別的特性	15
表 7 基本例題測試結果比較($\lambda=1$)	26
表 8 基本例題測驗二不同樣本數之 30 組控管決策測驗差異($\lambda=1$)	27
表 9 基本例題參數值平均結果	27
表 10 未加入更新開放組合機制的基本例題結果	28
表 11 到達率之基本例題測試結果	28
表 12 多項羅吉特選擇模式例題產品 Z 值	29
表 13 購票限制影響較大之參數值 β_i	30
表 14 直飛效應影響較大之參數值 β_i	30
表 15 購票限制影響較大之結果	31
表 16 購票限制影響較大之參數平均控管結果	31
表 17 購票限制影響較大抽樣 50 筆之 30 組控管策略結果	32
表 18 直飛效應影響較大之結果	32
表 19 直飛效應影響較大之參數平均控管結果	33
表 20 直飛效應影響較大抽樣 50 筆之 30 組控管策略結果	33

圖目錄

圖 1 營收管理之網路型態示意圖	4
圖 2 參數式函數近似法之機位控管流程示意圖	9
圖 3 三航段航空網路	13
圖 4 產品 j 於起始開放組合開放與否示意圖	19
圖 5 決策時段 t 、剩餘座位數向量 \mathbf{x}^h 之修正產品組合流程圖	20
圖 6 參數式函數近似法於消費者選擇行為之機位控管架構示意圖	21
圖 7 本研究啟發式解法流程示意圖	22
圖 8 測驗一機位控管之架構圖	24
圖 9 測驗二機位控管之架構圖	25



一、 緒論

1.1 研究背景與動機

自 1979 年美國解除航空管制，航空公司便可自由進出市場並有權彈性訂定機票票價，美國航空產業自此出現變革。不論新進亦或者原有的航空公司為吸引顧客紛紛訂定差異票價，以低價機票爭取價格敏感的顧客，但其中低價機票所額外附加之購票限制，同時使得有能力購買高價機票的顧客(主要收益的貢獻者)卻步，不至於改選購低價機票。

其中，屬於美國的美國航空公司(American Airlines)為最初實踐該方法的公司企業，提出市場區隔(market segmentation)與差別定價(price discrimination)等觀念，以達到總收益最大的目標，再者透過航班需求的分析，藉由不同票種以區隔不同的消費族群，並採用有效的機位控管來提高收益。這一套增加獲利的管理一般通稱為營收管理(Revenue Management, RM 或者 Yield Management, YM)。

在此美國航空公司曾將應用營收管理技術結果進行分析：在採用該技術前，估計每架班機約有 15% 的高價機票座位空置；然而使用該系統後，每架班機可減少此類損失至 3%。另外，於 1988 到 1990 年實施營收管理策略後，美國航空致使其淨收益增加至約 14 億美元，平均每年有 5 億美元的收入，這些成功的經驗更吸引其他航空公司開始注意營收管理(Smith et al., 1992)。

儘管營收管理已被廣泛應用至很多產業之中，如鐵路、租車、旅館，甚至於製造業與服務業等領域，但本研究主要重心在於分析航空產業相關研究，故接下來我們僅針對航空業相關內容進行介紹及回顧。

航空市場航班機位的控管與銷售，屬於一種廣義性的時效性資產營收管理(Perishable Asset Revenue Management, PARM)。根據 Weatherford and Bodily (1992)，時效性資產具有以下三種特性：

1. 不可儲存性

所謂的時效性資產又稱時效性商品(perishable product)，其具有一生命週期，在此週期過後，商品將剩餘微薄甚至沒有剩餘價值(salvage value)，且這些產品通常具有需求不確定性及生命週期短暫的特性。因此，各種營收管理的相關研究應運而生，利用政策與定價，有效利用其供給與需求的特性，達到企業追求收益最大的目標。其中最具代表性的商品即是農產品，而旅館房間與航班機位也屬於此商品的種類之一。因為這些商品無法保存其價值，因此在供給量的決定與銷售過程的控管均要多注意，以權衡庫存不足(under-stocking)與庫存過剩(overstocking)之成本。

2. 供給的限制性

時效性商品供給主要受限於所提供之服務的容量上限，可能在短時間內供給量固定，例如旅館房間或機位；也可能由於商品相當短的生命週期，無法在銷售期間增加補貨來增加供給；亦可能基於每台製造商品的機器每單位時間生產數量固

定，使得商品供給有限，不易在短期內增加其供給量。在供給量有限的限制下，具有時效性的商品若在時效到期前幾天即售罄，甚至於一開放訂購瞬間銷售一空，將喪失賣給在售罄後抵達且願意出高價的機會，如此一來，將使得無法滿足收益極大化的期望，故我們應善用收管理技術來提升期望總收益。

3. 具有區隔市場的可能性

通常不同的消費族群基於不同的考量，例如時間、折扣、便利性等，對於同一項商品的願付價格(willing-to-pay)並不相同，以飛機航班為例，商務旅客較重視時間，只要是能達到快速抵達目的地的需求航班，他所能夠接受的價格通常比一般旅客來的高，故賣方可依據不同的消費者偏好提供不同的服務，藉由市場的區隔或差別訂價獲取更大的利潤。

航空公司市場區隔之層面與執行方式，主要有以下兩種方式：第一是將班機的機位，依其服務等級與舒適程度劃分不同的艙等，即為客艙艙等(cabin class)之區隔，例如航空公司多半將機位劃分頭等艙、商務艙及經濟艙等不同之層級艙等。頭等艙一般位於班機前方，其座位較寬敞、飲食也較多樣化，具有較佳的服務內容；商務艙位於頭等艙與經濟艙之間，其服務水準也介於此兩者間；至於經濟艙則分布在機艙中其他位置，具有基本的服務水準。乘客會依個人旅運需求及願意支付的價格，購買某一艙等，然而，飛機中之各艙等配置為飛機興建完成即固定，就決策而言其供給量短期間無法改變。

第二是將同一客艙艙等中的機票，由於購票日期、有效期限、行程類別等旅客需求因素不同而有所差異，一般稱為費率艙等(fare class)。例如，同是經濟艙可區分不同的費率艙等，如習慣上的 Y、M、K、Q 等代號，且各有不同程度的折扣及伴隨的條件與限制。

整體來看，客艙艙等及費率艙等的市場區隔，航空公司會考量不同顧客的偏好習性，藉由調整折扣的程度、購票與行程限制等限制，來訂定區隔的條件，如表 1 為陳茂南(民 88)在博士論文中摘錄 Belobaba (1987)之航空公司艙等種類服務內容與票價。而本研究以探討費率艙等的市場區隔為主，如經濟艙全票價、經濟艙折扣票、折扣優待票等中間之差異性，不考慮客艙艙等之間的相互影響關係。

一般而言，航空公司於賦予購票限制條件時，較昂貴的機票在購買及使用上限制較少，反之，較廉價的機票則處處受限，例如：航空公司提供兩種不同的票價：全額票價與折扣優待票。全額票價在使用上無任何限制、折扣優待票的限制會搭配需「提前購買」(advance purchase)或「週末停留」(Saturday stay)或「異動收費」(change penalty)等限制。商務旅客通常具有購買兩者的能力，但商務旅客行程通常於行前幾天才能確定且需要時間彈性很高，無法過早決定行程，不僅無法滿足購票限制，更較喜愛較少限制的全額票價，而休閒旅客則通常於很久之前即已完成時程及行程安排，較無不確定性，故多傾向選擇低價的折扣優待票。

表 1 航空公司產品種類服務內容與票價摘要

產品種類	購票或使用上之限制	服務內容	與經濟 艙票價 比值	常用表 示符號
頭等艙	無	專屬客艙、寬體 座位、豪華餐 點、優先劃位	150%	F
商務艙	無	專屬客艙、較寬 座椅、免費飲料	110%	J
經濟艙全票價	無	一般客艙服 務、優先選擇座 位	100%	Y
經濟艙折扣票	3 天前購票、中途停站 或轉機、座位數量受限	一般客艙服務	70~85%	M
折扣優待票	7~14 天前購票、須停 留過週末夜、必須為來 回票	一般客艙服務	50~70%	K
折扣優待票	21~30 天前購票、須停 留過週末夜、有取消或 更改行程之罰款	一般客艙服務	30~50%	Q
最低價票	2 天前購票、須停留過 週末夜、不可退票	一般客艙服務	20~30%	X

資料來源：Belobaba (1987)

航空公司針對顧客需求考量，有效率地分配與控管機位，以進行機位的銷售，達到期望收益極大化，即為所謂的機位存貨控管(seat inventory control problem)問題。基本上，機位控管的執行基本原理與「機位存貨數量」相關，在機位數固定的前提下，航空公司必須非常關切機位的控管，若一開始保留過多高價的機位，可能導致班機於起飛前無法售罄，浪費了這些機位可帶來的價值，造成損壞損失(spoilage loss)，或所謂的閒置成本；如果起初即分配給低價機位過多，也有可能會將一些原先願意購買高價機位的旅客移轉到低價位機票上，使得航空公司喪失這些潛在的收益，造成收益損失(yield loss)，因此，航空公司要如何設計各個產品的限制，並在機位控管的過程中決定每個時期提供哪些產品供消費者選擇，以達成收益極大化是本研究主要的研究課題。

伴隨著航空產業之蓬勃發展，現今航空公司紛紛使用網路型態的營運模式，而不再是單純的單一航段。根據起迄對(origin-destination pair, OD)、路徑(route)搭配不同的費率艙等(fare class)可構成不同的產品(product)，以圖 1 之航空網路為例，起迄對有 AB、BC 及 AC 三種，其中 AC 起迄對更可區隔成 A 先經過 B 再至 C、A 直接到 C 兩類，再搭配上不同費率艙等即為產品。在這種多種產品與多種資源(resource，即指航段機位)的問題

下，由於產品間資源共享，產品的售出會影響多項需要相同資源的產品未來的銷售(通常產品種類遠大於資源種類)，顯示出網路型態營收管理其控管的困難性和複雜度。同樣以上面例題為例，當賣出 A 先至 B 再轉機至 C 的產品時，將影響到 A 至 B 及 B 至 C 產品的銷售。

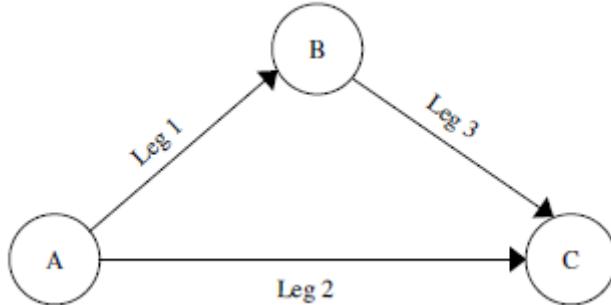


圖 1 营收管理之網路型態示意圖

資料來源：Bront et al. (2009)

在營收管理的早期文獻中，多建立在獨立需求模式假設(independent demand model assumption)上，即每位消費者僅想要購買某一特定種類的機票。然而，這類消費者選擇的行為很明顯地不符合現今的消費者的特性，通常消費者對於產品的需求是相互依賴的。例如有一家航空公司對 TPE-LAX 的航班，總共設置三種產品，其價格分別為：全額經濟艙(Y)為 40,000 元，折扣的優惠票 M、K 之價格分別為全額價的 80% 和 70%，即 32,000 元和 28,000 元，同時具有各別對應的限制條件，若現在有一消費者欲購買 K 艙等，但此時並不開放 K 艙等的購買，以獨立需求模式假設來看，其將選擇不買而離開，但依照實際上的消費者行為，其可能根據其旅行目的、經濟程度以及不同路徑選擇的相依性等因素改變其作為，改而購買 Y 或 M 艙等，因此可知獨立需求模式假設有其問題存在，雖採納消費者選擇行為予營收管理問題會增加分析消費者需求的複雜度，但有其存在必要性。

1.2 研究目的與範圍

自從美國航空使用營收管理技術確實獲得營收增加的效果，機位控管的議題逐漸受到注目，除了實務界，學術界也針對營收管理問題進行研究。在此同時考慮消費者選擇行為及網路型態的機位控管文獻現階段並未很多，尚具有很大的空間可改善，故本研究將針對以下範圍進行研究：

1. 探討費率艙等的市場區隔為主。即同一客艙艙等(主要專注探討經濟艙)但由於限制的不同而使得票價不同，如經濟艙全票價、經濟艙折扣票、折扣優待票等中間之差異性。在此並不考慮客艙艙等不同服務水準的機票。
2. 考慮網路型態的營收問題。現今航空公司紛紛使用網路型態的營運模式，單一航段不符合現實需求，故在此將不再僅單純考慮單一航段。

3. 將消費者選擇行為納入考量。消費者於選購機票時，若同樣起迄點的高低票價同時被提供，消費者多半會選擇較低價格的機票(buy-down)，然而當同樣起迄點的較低票價機票未被提供，可能會改以選擇購買較高票價的機票(buy-up)，這樣的選擇行為並不符合過去研究常採用的獨立需求假設，故在此本研究將考慮消費者選擇行為的營收管理。
4. 簡化超額訂位(overbooking)及不出現(no-show)情形。考慮超額訂位與取消訂位、不出現，為一體兩面的事，當有取消訂位或乘客不出現的現象發生，才需要考慮是否允許超額訂位，在現實航班訂位時，是極有可能發生，但在此本研究僅於應用營收控管策略前採用容量放大的方式將超額訂位的情形納入考量，若欲更全面將此情形描述清楚，未來可進一步發展整合性的超額訂位機制與網路控管策略結合。

自營收管理被採用以來，已有眾多研究投入其中，本研究欲繼續探討該議題有眾多因素，最主要目的歸納如下：

獲取同時考量消費者選擇行為及網路型態的控管策略困難，找尋有效控管機位方法。在網路型態下的營收問題，產品為起迄點、路徑與費率之組合，其中產品間資源共享的問題，使得控管的困難度遠高於單一航段；再者，通常消費者在選購機票時，並不會僅針對某一特定種類機票，多會在心中規劃有一個以上的選項，且會在這些選項間排列喜好的先後順序，再按照當時期航空公司所提出的開放情形進行選購，故會在不同的開放情形下產生不同的消費行為，不如獨立需求假設下單純。因此，在同時考慮網路型態與消費者選擇行為，該在如是適切的時間點販賣適當的飛機機票(價格、機位)，以達到期望收益最大化的目標不容易，故本研究同時將網路型態及消費者選擇行為(customer choice behavior)模式納入考量，發展出有效的控管機位的方法。

二、文獻回顧

本研究在 2.1 節~2.3 節中將分別針對航空網路機位控管模式、考慮消費者選擇行為之單一航段及網路型態問題進行回顧，其他相關營收管理研究可參照 Talluri and van Ryzin (2004a)，於該書內有詳盡介紹。此外，於 2.4 節中針對消費者選擇行為之選擇機率進行討論。

2.1 一般之航空機位控管模式

早期航空公司營收管理對於機位的配置與控管，多針對靜態(static)方式的單一航段(single-leg)問題處理，其中由 Belobaba (1989)提出了一個數學規劃的模型，並發展一啟發式解法稱為 EMSR (Expected Marginal Seat Revenue)，是營收管理研究中早期非常重要的文獻。之後 Curry (1990), Wollmer (1992) 及 Brumelle and McGill (1993)，改善 Belobaba 的模式，利用動態規劃(Dynamic Programming, DP)找出全域最佳解(global optimal)。然而，上述文獻皆未討論需求產生與時間的關係，若能將需求產生的到達過程(arrival process)以動態的方式模擬，較為理想、較符合實際情況。

因此，Lee and Hersh (1993)認為應將整個對於機位的需求視為隨機程序(random process)，將各艙等的需求強度轉換成一需求機率，且此機率將隨時間而有所改變，同時 Lee and Hersh (1993)還提出考量訂位的需求應該包含「多席訂位」之需求的觀點，考慮各艙等中不同機位數的需求機率。

2.1.1 網路型態之航空營收管理

在上述的文獻探討內容皆僅包含單一航段的問題，在此節我們將延伸至網路型態的航空營收管理問題。在航空網路型態之營收管理問題中，資源(resource)指各航段之機位，並且由於每個起迄對包含一個以上的航段、每個起迄對行經路徑也可能有會有一種以上，故產品指各旅次起迄對、路徑及費率艙等之組合。一般航空網路應用機位控管手法之營收管理問題可透過 Talluri and van Ryzin (2004a)所提出的動態規劃方式加以定義，如式(1)所示，目標通常は最大化總期望收益。邊界條件包含當飛機起飛後，其任何之座位價值為 0，即 $V_0(\mathbf{x}) = 0$ ，及當各航段剩餘座位數皆為 0 時，則無法再售出座位，其座位之價值亦為 0，即 $V_t(0) = 0$ 。於時段 t 及 \mathbf{x} 剩餘座位數下，接受條件為式(2)，對於每個產品，藉由比較該產品的費率 F_j 與前一時段的邊際機位價值 $\Delta V_{t-1}^j(\mathbf{x}) = V_{t-1}(\mathbf{x}) - V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$ ，若費率高於邊際機位價值接受訂位，反之，則拒絕。從起飛前的決策時段($t=1$)反覆遞迴運算至開始訂位時段(決策時段 $t=T$)，可獲得所有的最佳機位控管策略及總期望總收益 $V_T(\mathbf{C})$ ，其中 \mathbf{C} 指飛機總容量。

$$V_t(\mathbf{x}) = P_0^t V_{t-1}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^J P_j^t \max(V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j) + F_j, V_{t-1}(\mathbf{x})) \quad (1)$$

$$\Delta V_t^j(\mathbf{x}) = V_t(\mathbf{x}) - V_t(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j) \quad (2)$$

符號說明：

- i : 表示航段別， $i=1, \dots, I$ 。
 j : 表示產品別， $j=1, \dots, J$ 。
A : 為 $I \times J$ 的關聯矩陣(incidence matrix)，表示航段與產品間之關係。若 $a_{ij} = 1$ ，則表示產品 j 使用航段 i ；否則為 0。
 A_j : 為 **A** 之第 j 個 column vector，表示產品 j 所使用之航段。
 F_j : 表示產品 j 之費率。
 t : 表示決策時段別， t 為 $1, \dots, T$ ， $t=T$ 為開始訂位的時期， $t=0$ 為起飛。
 P_j^t : 在時段 t 中，產品 j 的訂位機率。
 x_i : 表示航段 i 之剩餘機位數。
x : 為一向量，表示各航段之剩餘機位數。
C : 為一向量，表示各航段在尚未賣機票前之機位容量。
 $V_t(\mathbf{x})$: 於決策時段 t 、尚有 \mathbf{x} 個座位時，從決策時段 t 至 0 的總期望收益值。
 $\Delta V_t^j(\mathbf{x})$: 於於決策時段 t 、第 \mathbf{x} 個座位時，產品 j 的邊際機位價值。

基於 **x** 維度越大，即航段 i 的數目越多，將致使利用上述動態規劃式計算量過於龐大而求解不易，極難解決中、大型的航空網路問題，故後續有不少研究欲找出近似動態規劃之機位控管方法，最常見的兩類演算法為競價法(Bid price control)和虛擬巢式法(Virtual nesting control)，尤其前者，我們將於下個小節介紹之。

2.1.2 航空網路型態營收管理之競價法

競價法，簡言之先對每個航段 i 各設定一個競價值 $\mu_i(t, \mathbf{x})$ ，再者比較產品 j 的費率 F_j 與該產品所使用各航段的競價值加總總值，當成控管該產品是否賣出的機制，若產品之費率大於或等於此競價總值，則予以賣出，否則不賣，如式(3)表示，以簡化控管決策。

$$F_j \geq \sum_{i=A_j} \mu_i(t, \mathbf{x}) \quad (3)$$

符號說明：

$\mu_i(t, \mathbf{x})$ ：於決策時段 t 、各航段剩餘機位數 \mathbf{x} 向量下，對 i 航段的競價值。

至於競價值設定方式，最初由 Williamson (1992)建立一個定性數學規劃模式(Deterministic Linear Program, DLP)來估算，如式(4)~(6)所示，以最大收益為目標函數，限制式有二：其一為供給限制，即式(5)，指各費率艙等分配到的各航段機位數必須受到各航段剩餘機位數的限制；其二則是需求限制，即式(6)，指各費率艙等所分配之機位必須比需求小，然而需求視為隨機分佈，以一個隨機變數 \mathbf{Y} 來代表，在此 Williamson 以 \mathbf{Y} 之平均值 $E[\mathbf{Y}]$ 作為各費率艙等分配機位之上限。

$$V_t^{DLP}(\mathbf{x}) = \max \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (4)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{S}\mathbf{y} \leq \mathbf{x} \quad (5)$$

$$0 \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{E}[\mathbf{Y}] \quad (6)$$

符號說明：

- y_j : 代表分配給予費率艙等 j 之機位數。 \mathbf{y} 則為一向量，表示分配給予各費率艙等之機位數。
- $V_t^{DLP}(\mathbf{x})$: DLP 模式中，在決策時段 t 尚有 \mathbf{x} 機位之期望收益。
- \mathbf{Y} : 為一向量，表示從 t 決策時段到起飛前，各費率艙等需求之隨機變數。
- $\mathbf{E}[\mathbf{Y}]$: 為一向量，表示 \mathbf{Y} 之平均值。

然而，整個數學規劃之模式，重點並非於該線性規劃式，而在於針對供給限制式計算出各航段對應的對偶價格(dual price)，作為各航段的競標值，即為前述的 $\mu_i(t, \mathbf{x})$ 。每個航段的對偶價格，意謂此航段多增加一個機位之容量所帶來的邊際效益，這個數值愈高，代表該航段對營收的貢獻度愈高，相對地也應賦予其一個較高的競標值。

另外，後來 DLP 式並無法考量需求的不確定性及其分布情形，故 Adelman (2007)、Bertsimas and Popescu (2003)、Klein (2007)、Talluri and van Ryzin (1999) 及 Topaloglu (2008) 等研究採用較複雜的演算法以產生隨航空需求改變之較佳的競價值。再者，Talluri and van Ryzin (1998) 及 Topaloglu (2009) 進一步探討競價法漸進最佳的特性。

2.1.3 航空網路型態營收管理之參數式函數近似法

Huang and Liang (2011) 分析 Lee & Hersh (1993) 所提出之單一航段問題，發現剩餘機位數 x 與期望收益函數 $V_t(x)$ 在各決策時段中，隨著剩餘機位數的數量增加，期望收益值亦會呈現上升的趨勢，並且會趨近於一個定值。此外，由式(4)~(6)的競價法，其控管策略，即競價值的計算為採用靜態的方式進行，並不會隨著決策時段變動而改變，若要近似動態的方式，則需在每一次更新競價值時，重新計算式(4)~(6)才可。

基於上述觀察到的關係，且為尋求一個更簡單、快速動態控管機位的方法，Huang and Liang (2011) 提出以式(7)及式(8)的參數式收益近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ 近似式(1)的真實收益函數 $V_t(\mathbf{x})$ 的方式，當成控管的依據。

$$f_t(\mathbf{x}) = D_t \left(1 - \sum_{i=1}^I b_{it} e^{-a_{it} x_i} \right) \quad (7)$$

$$D_t = \sum_{j=1}^J \left(F_j \sum_{\tau=1}^t P_j^\tau \right) \quad (8)$$

符號說明：

- D_t : 為一已知參數，表示在 t 決策時段下，而各航段機位 \mathbf{x} 無容量限制時，所期望之總收益。
- a_{it} : 為在 t 決策時段下，航段 i 的估計參數，是指數型參數。
(依航段數 I 而定，在近似收益函數中會有 I 個指數型參數)
- b_{it} : 為在 t 決策時段下，航段 i 的估計參數，是線性參數。
(依航段數 I 而定，在近似收益函數中會有 I 個線性參數)

$f_t(\mathbf{x})$: 參數式收益近似函數，表示在 t 決策時段下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之近似收益。

當航空營收管理問題擴展至網路型態時，航空網路的規模越大、航段越多，動態規劃中的狀態變數維度(各航段的剩餘座位數)將變得很大，基於計算時間上的限制，Huang and Liang (2011)再進一步發展出隨機抽樣模式，對 \mathbf{x} 狀態變數的空間(state space)以均勻的方式(uniform)隨機進行抽樣，選出 H 組數值進行期望收益的估算，並且對此 H 組資料量使用數據擬合(data fitting)的技巧，得到參數式收益近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ ，流程如圖 2。

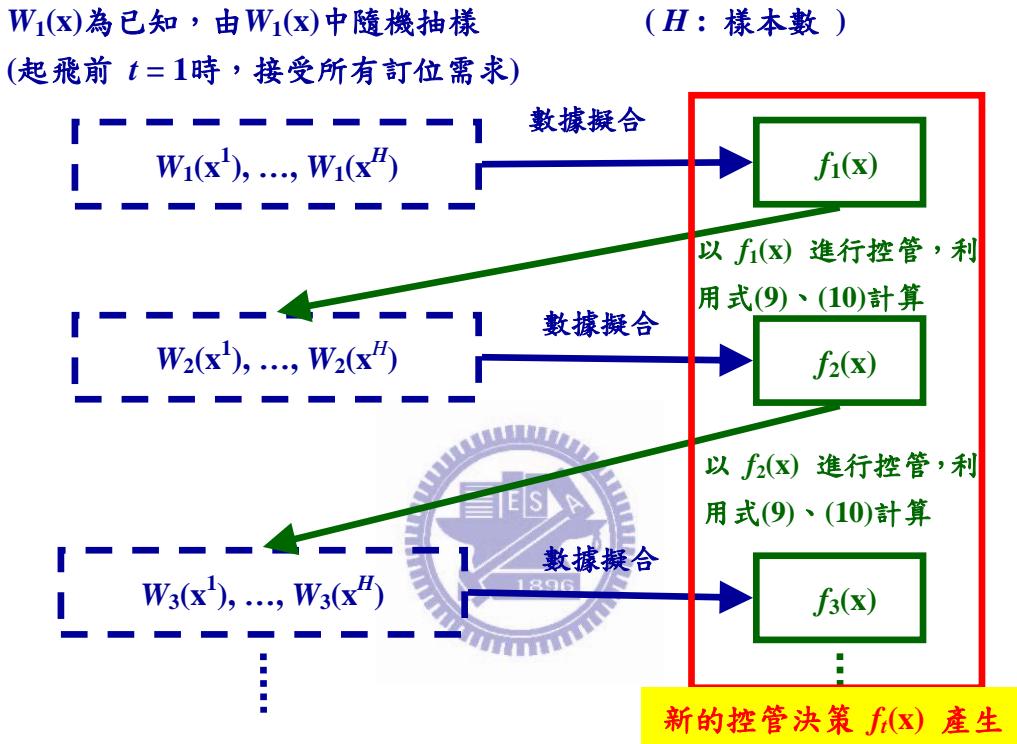


圖 2 參數式函數近似法之機位控管流程示意圖

資料來源：Huang and Liang (2011)

關於動態規劃模型期望收益函數邊界條件， $t=0$ 視為起飛，所有收益函數值 $W_0(\mathbf{x})$ 皆為 0，故於飛機起飛前($t=1$)，決策為已知，即動態規劃模型期望收益函數 $W_1(\mathbf{x})$ 接受所有的需求，接著，經由隨機抽樣的 H 組樣本資料 $W_1(\mathbf{x}^h)$ ($h=1,\dots,H$) 可估計求得參數式收益近似函數 $f_1(\mathbf{x})$ 。

於決策時段 t ，對 \mathbf{x} 狀態變數的空間取樣 H 組 \mathbf{x}^h ， $h=1,2,\dots,H$ (每一時段的樣本組別 H 皆會更新)，依據已知的 $f_{t-1}(\mathbf{x})$ 執行控管，接受條件為產品之費率大於該產品之邊際近似收益時，接受訂位，反之則拒絕，可計算出 H 組各樣本之控管決策及動態規劃模組期望收益值 $W_t(\mathbf{x}^h)$ ，並且透過 H 組樣本估計求得 t 決策時段之參數式收益近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ ，如此反覆遞迴，直到求出所有時段的 $f_t(\mathbf{x})$ ，意即求出所有時段的機位控管決策。

另一方面，近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 之控管決策可能存在誤差，在公式(10)之控管中，即使在有剩餘機位時仍可能拒絕所有訂位需求，這是不合理的決策。因此，該研究令此情況下至少有一機位必賣，並選擇樣本資料中 $(f_t(\mathbf{x}) - f_t(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j))$ 最小之機位賣出。

$$W_t(\mathbf{x}^h) = \begin{cases} P_o^t f_{t-1}(\mathbf{x}^h) + \sum_{j=1}^J P_j^t G_j^t(\mathbf{x}^h) & \text{for } t > 0, \mathbf{x}^h > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{where } P_0^t = 1 - \sum_j P_j^t, \quad \text{for } h = 1, \dots, H \quad (9)$$

$$G_j^t(\mathbf{x}^h) = \begin{cases} F_j + f_{t-1}(\mathbf{x}^h - \mathbf{A}_j) & \text{if } F_j + f_{t-1}(\mathbf{x}^h - \mathbf{A}_j) > f_{t-1}(\mathbf{x}^h) \\ f_{t-1}(\mathbf{x}^h) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

符號說明：

$\sum_{\tau=1}^t P_j^\tau$: 費率艙等為 j 時，從班機起飛到決策時段 t 的累積訂位機率。

\mathbf{x}^h : 樣本 h 所屬的各航段剩餘機位數，為一向量。

$W_t(\mathbf{x}^h)$: 隨機抽樣模式建立的期望收益函數，表示在決策時段 t 下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時之期望收益。

$G_j^t(\mathbf{x}^h)$: 表示動態規劃模型抽樣數 H 組資料中，在決策時段 t 下，各航段尚有 \mathbf{x} 機位時，對產品為 j 的控管決策函數。

2.2 考慮消費者選擇行為之航空單一航段營收管理模式

過去文獻大多建立於獨立需求假設上，但此假設未考慮消費者會於一系列的商品間進行選擇的動作，改以考慮消費者選擇行為的營收管理問題較接近現實的情況。最早具體提出消費者選擇行為下的單一航段一般性模式為 Talluri and van Ryzin (2004b)，其模式是沿用 Lee and Hersh (1993)的單一航段營收管理模式所建構產生，建置在多重艙等的架構下，且假設此艙等之定價為已知，加入消費者選擇行為，讓航空公司決定在哪個時段應該提供哪幾種艙等給消費者選擇，以極大化其收益。

一般而言，航空公司視票種的限制條件為區隔不同艙等的主要原則，通常費率艙等較高的產品限制條件較少，而折扣很多的艙等則伴隨著相當多的購票及使用限制。以 Talluri and van Ryzin (2004b)的範例為例，假設該航空公司將某一航段設計有三種費率艙等，分別為 Y、M、K，其費率和限制條件如表 2 所示：Y 艙等為最高費率但完全沒有任何使用上的限制，M 艙等費率次之但必須在起飛前 21 天購買，K 艙等為最低費率，不僅要於起飛前 21 天購買，還需要星期六停留在目的地。

表 2 範例之費率艙等票價與限制

Fare product (class)	SA stay	21-day adv.	Revenue (\$)
Y	No	No	800
M	No	Yes	500
K	Yes	Yes	450

資料來源：Talluri and van Ryzin (2004b)

這類的問題在於決定各個時段各個費率艙等的開放情形，以供消費者選擇，然而在 Lee & Hersh (1993)研究結果中顯示，艙等開放情形在各個時段、各種剩餘座位數的表現會依費率大小(fare-order)呈現巢狀(nested)分布，例如，距離起飛時間較長至起飛前，在同一個剩餘座位數下，會陸續增加其開放艙等：只開放 Y 艙等、開放 YM 艙等及開放 YMK 艙等，或者在同一個時段下，隨著剩餘座位數越多亦會增加其開放艙等情況：只開放 Y 艙等、開放 YM 艙等及開放 YMK 艙等，但加入消費者選擇行為後，艙等開放情形未必如此，譬如由於開放{Y,M}組合時，同時願意購買 Y 及 M 艙等者可能採取 Buy-down 的行為，購買 M 艙等，而開放{Y,K}組合時，該類消費者則僅可購買 Y 艙等，故開放{Y,M}對於收益不見得開放{Y,K}好，使得費率艙等開放情形不一定依費率大小呈巢狀分布。假設航空公司共有 J 種費率艙等，並以 S 代表某個提供給消費者選擇的艙等組合，且扣除全部艙等皆不開放的情況，則 S 就有 $2^J - 1$ 種的艙等開放組合，以本範例而言即為 $2^3 - 1 = 7$ 種，包含只開放 Y 艙等、只開放 M 艙等、只開放 K 艙等、開放 YM 艙等、開放 YK 艙等、開放 MK 艙等、開放 YMK 艙等。

依據上列敘述可知，艙等開放情形不一定屬於巢狀，需求的種類就不能再單以費率艙等來區分。同樣參考 Talluri and van Ryzin (2004b)的範例，將顧客分為商務旅客兩種(Bus.1 和 Bus.2)和休閒旅客(Leis.1、Leis.2 和 Leis.3)三種共五個種類，而每一類顧客會有不同的需求出現機率，且其購買機票的條件與願意支付的費率也不同，詳細內容如表 3 所示。兩類商務旅客皆有意願購買最高費率的機票，但其選購選項卻受限於購買限制及產品開放情形影響，例如：商務旅客 1 類不願意受到星期六停留及 21 天前購買的兩種限制而只能選購最貴的 Y 艙等，而商務旅客 2 類不僅有意願購買 Y 艙等的機票，同時也接受需要 21 天前購買限制的折扣機票 M 艙等，也就是說如果現在航空公司兩類艙等皆開放，商務旅客 1 類僅會選擇 Y 艙等，而商務旅客 2 類會改變其選擇，進而選擇 M 艙等的機票。

表 3 顧客區隔與購買特性

Segment	Prob.	Qualifies for restrictions?		Willing to buy?	
		SA stay	21-day adv.	Y class	M class
Bus. 1	0.1	No	No	Yes	Yes
Bus. 2	0.2	No	Yes	Yes	Yes
Leis. 1	0.2	No	Yes	No	Yes
Leis. 2	0.2	Yes	Yes	No	Yes
Leis. 3	0.3	Yes	Yes	No	No

資料來源：Talluri and van Ryzin (2004b)

根據上述的費率艙等規劃及顧客購買意願之類型區隔，Talluri and van Ryzin (2004b)定義了當費率艙等組合為 S 時，機位售出的機率 $Q(S)$ 與平均的售價 $R(S)$ 如式(11)及式(12)，其中 F_j 為艙等 j 的費率，而 $P_j(S)$ 則為在艙等開放組合為 S 的情況下，售出艙等 j 的機率。例如： $S=\{Y, M, K\}$ 時， $P_K(S)$ 則為在航空公司同時開放 Y、M、K 三種艙等的

情況下，消費者購買 K 舱等的機率。若將艙等組合 S 下的每個艙等選擇機率加總，即可得到航空公司提供艙等組合 S 下，機位的售出機率 $Q(S)$ ，而 $P_0(S)$ 則用以代表機位無法售出的機率。再將各艙等消費者購買機率乘上對應艙等的票價，即可得到提供艙等組合 S 下的收益 $R(S)$ 。若延續前述的範例，參考表 3 之五種艙等需求機率及購買特性，可以得知所有七種可能的艙等開放組合，以及所對應的各艙等售出機率 $P_j(S)$ 、機位售出的機率 $Q(S)$ 與平均的售價 $R(S)$ ，如表 4 所示。

$$Q(S) = \sum_{j \in S} P_j(S) = 1 - P_0(S) \quad (11)$$

$$R(S) = \sum_{j \in S} P_j(S) F_j \quad (12)$$

符號說明：

- S : 開放費率艙等的集合，代表費率艙等的開放組合。
- $P_j(S)$: 在費率艙等開放組合為 S 的情況下，售出費率艙等 j 的機率。
- $Q(S)$: 在費率艙等開放組合為 S 的情況下，售出機位的機率。
- $R(S)$: 在費率艙等開放組合為 S 的情況下，機位的平均收益。

表 4 艙等開放情形與機位售出機率及平均費率之關係

S	$P_Y(S)$	$P_M(S)$	$P_K(S)$	$P_0(S)$	$Q(S)$	$R(S)$	Efficient?
{Ø}	0	0	0	1	0	0	Yes
{Y}	0.3	0	0	0.7	0.3	240	Yes
{M}	0	0.6	0	0.6	0.4	200	No
{K}	0	0	0.5	0.5	0.5	225	No
{Y, M}	0.1	0.6	0	0.3	0.7	380	No
{Y, K}	0.3	0	0.5	0.2	0.8	465	Yes
{M, K}	0	0.4	0.5	0.1	0.9	425	No
{Y, M, K}	0.1	0.4	0.5	0	1	505	Yes

資料來源：Talluri and van Ryzin (2004b)

根據上述分析，Talluri and van Ryzin (2004b)建立了單一航段下，考慮消費者選擇行為的動態規劃數學式，為式(13)所示， T 表示開始接受訂位的時段，每個決策時段 t 至多僅會有一個抵達者且最多只賣出一個艙等，顧客需求到達機率可由 λ 表示之，表示該決策時段需求到達的機率值，反之 $1-\lambda$ 指未有需求抵達的機率，並且為了簡化問題，在此假設每個時段抵達機率值皆相同，數學式主要可分為座位賣出及座位沒有賣出兩部分：第一部份為如果在決策時段 t 座位有賣出，賣出一個座位的期望收益為該機位各艙等售出之機率 $\lambda P_j(S)$ 與賣出該艙等之價值 $(F_j + V_{t-1}(x-1))$ 相乘所獲得的各艙等期望收益值之總和；第二部分為座位沒有賣出，沒有賣出機位的期望收益值為沒有顧客到達之期望收益值 $(1-\lambda)V_{t-1}(x)$ 與有需求進入但艙等未售出之期望收益值 $P_0(S)V_{t-1}(x)$ 加總。將上述兩部分加總，即表示在決策時段 t 剩餘 x 機位的最大總收益期望值 $V_t(x)$ ，邊界條件包含當飛

機起飛後，其座位之價值為 0，即 $V_0(x) = 0$ ；當座位數為 0 時，則無法再售出座位，其座位之價值亦為 0，即 $V_t(0) = 0$ 。另外，可利用式(15)的關係將式(13)改寫成式(14)。

$$V_t(x) = \max_S \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) \cdot (F_j + V_{t-1}(x-1)) + (\lambda P_0(S) + 1 - \lambda) V_{t-1}(x) \right\} \quad (13)$$

$$V_t(x) = \max_S \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) \cdot (F_j - \Delta V_{t-1}(x)) \right\} + V_{t-1}(x) \quad (14)$$

$$\Delta V_t(x) = V_t(x) - V_t(x-1) \quad (15)$$

符號說明：

λ : 整體顧客需求到達率。

x : 表示剩餘機位數，並以 C 代表航班的總容量，也就是訂位開始的機位數。

$V_t(x)$: 於決策時段 t 、尚有 x 個座位時，從決策時段 t 至 0 的總期望收益值。

$\Delta V_t(x)$: 於決策時段 t 、第 x 個座位之邊際期望收益。

2.3 考慮消費者選擇行為之航空網路營收管理模式

Liu and van Ryzin (2008)首先對考慮消費者選擇行為的網路營收管理決策問題提出動態規劃遞迴式，與單一航段非常相似，不同處在於在此考慮 I 個航段的航空網路，各航段 i 的剩餘機位數，以向量 \mathbf{x} 表示之，符號向量 \mathbf{C} 為各航段的總機位數，以圖 3 三航段的航空網路(Liu and van Ryzin, 2008)為例， x_{AB} 、 x_{BC} 及 x_{AC} 分別為航段 AB、BC 及 AC 之剩餘機位數， \mathbf{x} 為三個航段剩餘機位數之組合為 (x_{AB}, x_{BC}, x_{AC}) 。

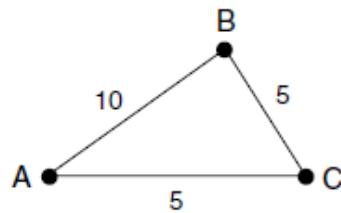


圖 3 三航段航空網路

資料來源：Liu and van Ryzin (2008)

在網路型態之問題下，由於每個起迄點可包含一個以上的航段及採用不同路線到達，將起迄點或路徑與費率艙等之組合，視為航空網路下之產品，不同於單一航段問題，不再僅區分為同一航段間的各種費率艙等。總共假設有 J 個產品，扣除完全不開放的情形，產品開放組合 S 共有 $2^J - 1$ 種。

$$V_t(\mathbf{x}) = \max_S \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) \cdot (F_j + V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)) + (\lambda P_0(S) + 1 - \lambda) V_{t-1}(\mathbf{x}) \right\} \quad (16)$$

$$V_t(\mathbf{x}) = \max_S \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) \cdot (F_j - \Delta V_{t-1}^j(\mathbf{x})) \right\} + V_{t-1}(\mathbf{x}) \quad (17)$$

$$\Delta V_t^j(\mathbf{x}) = V_t(\mathbf{x}) - V_t(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j) \quad (18)$$

符號說明：

$V_t(\mathbf{x})$: 期望收益值，表示於決策時段 t 、各航段尚有 \mathbf{x} 個座位時，從決策時段 t 至 0 的總期望收益。

上列動態規劃式若於高維度的狀態空間，將使得利用動態規劃方法求取最佳解及每個時段的控管策略不易。此外，再加入消費者選擇行為後，每次必須計算多個產品開放組合才得以獲取最佳組合，若產品數很多，將使得使用動態規劃式不可行。因此，現今大部分的相關研究皆採用近似法以取得控管決策及運算期望收益值。

相關研究最早由 Belobaba and Hopperstad (1999)所提出，進行顧客起迄點模擬器 (Passenger Origin and Destination Simulator, PODS)的研究，以了解消費者選擇行為如何影響傳統營收管理方法。Zhang and Cooper (2005)分析顧客於相同起迄點之平行航班間的選擇行為，提出動態規劃問題的近似法及界限值，其中這個模式假設顧客僅在不同航班但相同產品間做選擇，並不會改變產品的選擇。

Liu and van Ryzin (2008)及 Bront et al. (2009)分別應用 Gallego et al. (2004)所提出的線性規劃模式(choice-based, deterministic, linear programming model, CDLP) 的靜態解轉換成動態控管策略，其中 Gallego et al. (2004)的線性規劃模式指在確定性需求下，決定任一可能提供的產品組合內之各產品所提供的時間長度。Kunnumkal and Topaloglu (2008)則提出另一種線性規劃模式，並且提出四種不同的啟發式解法以獲得控管策略。Zhang and Adelman (2009)擴展 Adelman (2007)提出的動態規劃近似法以獲取控管決策。Chaneton and Vulcano (2009)及 van Ryzin and Vulcano (2008)分別採用競價值策略與虛擬巢式策略以產生控管決策。

Meissner and Strauss (2010)主要利用競價值的觀念來產生機位控管決策，此外其發展出一個重要的修正構想，由於 buy-up 的行為，直接以期望邊際收益做為產品開放之依據，通常相較於最佳的開放方式會有開放太多產品的疑慮。因此，更進一步提出啟發式解法去增加每個航段的競價值來減少產品的開放，並且其比較所提出的競價值控管策略與上述 Liu and van Ryzin (2008)、Bront et al. (2009)及 Chaneton and Vulcano (2009) 三篇研究所提出競價值之控管策略之績效差異。本研究雖然不採用競價值進行控管，但在產生近似控管決策時，亦將其修正開放產品的概念加入。

2.4 消費者選擇模式

對於消費者在多種產品間的選擇行為，Liu and van Ryzin (2008)採用一個簡單的偏好值向量概念。以圖 3 Liu and van Ryzin (2008)所提出三航段的航空網路為例，其中包

含為 A、B 及 C 三個城市，及三個有容量限制的航段，總決策時段 T 共有 30 個。於這三個航段間，共有三種起迄點，其起迄點分布情況如表 5 所示，且每種起迄點分別有高價及低價兩種費率艙等，故共有六種產品，產品開放組合總共有 $2^6 - 1 = 63$ 種。

表 5 基本例題之產品資料

Product	Origin-destination	Class	Fare
1	A → C	H	1,200
2	A → B → C	H	800
3	A → B	H	600
4	A → C	L	800
5	A → B → C	L	500
6	A → B	L	300

資料來源：Liu and van Ryzin (2008)

消費者根據不同的偏好及起迄點需求分成三大類，每類消費者的需求到達機率、偏好值向量如表 6 所示。類別 1 為從城市 A 飛往城市 B 的旅客，需求到達機率為 0.2，不在乎價格的高低皆可接受，即願意選購產品 3 及 6，對願意購買清單中的產品 3、6 及不購買的偏好程度分別為 5、8 及 2。

表 6 消費者類別及各類別的特性

Segment	Probability	Consideration set	Preference vector
1	0.2	{3, 6}	(5, 8, 2)
2	0.3	{1, 2}	(10, 5, 5)
3	0.5	{4, 5}	(5, 10, 10)

資料來源：Liu and van Ryzin (2008)

產品的選擇機率為於開放集合中，該產品的偏好程度占所列於同一類別消費者的購買清單中的偏好值總和(包含該產品)，再乘上各類別消費者出現的機率。基本例題中所有 63 種產品開放情形下，各產品的選擇機率可參照附錄一。

若此時航空公司開放產品 3 及 6 販售，該類別者選擇產品 3 的機率為 $0.2 * 5 / (5 + 8 + 2) \approx 0.07$ ，選擇產品 6 的機率為 $0.2 * 8 / (5 + 8 + 2) \approx 0.11$ ；若只開產品 3 或產品 6 其中一個，為了表現出 buy-up 及 buy-down 的行為，則於只開產品 3 下，忽略未開放之產品 6 的偏好程度，使得該類別選擇產品 3 的機率將提升於 $0.2 * 5 / (5 + 2) \approx 0.14$ ，於只開產品 6 下，忽略未開放之產品 3 的偏好程度，選擇產品 6 的機率為 $0.2 * 8 / 10 = 0.16$ 。

類別 2 為從城市 A 至城市 C 的旅客，需求到達機率為 0.3，屬於需要票價限制之彈性、僅選擇高價艙等的商務旅客，即願意選購產品 1 及 2，對願意購買清單中的產品 1、2 及不購買的偏好程度分別為 10、5 及 5。產品選擇機率，若航空公司同時開放產品 1 及 2 販售，該類別者選擇產品 1 的機率為 0.15，選擇產品 2 的機率為 0.075；若只開產品 1 或產品 2 其中一個，則於只開產品 1 下，該類別選擇產品 1 的機率將提升於 0.2，於只開產品 2 下，選擇產品 2 的機率為 0.15。

類別 3 為同樣從城市 A 至城市 C 需求的休閒旅客，需求到達機率為 0.5，但其對價格較敏感、不需要票價限制彈性，僅願意選擇低價的產品，即願意選購產品 4 及 5，對願意購買清單中的產品 4、5 及不購買的偏好程度分別為 5、10 及 10。產品選擇機率，若航空公司同時開放產品 4 及 5 販售，該類別者選擇產品 4 的機率為 0.1，選擇產品 5 的機率為 0.2，但若只開產品 4 或產品 5 其中一個，則於只開產品 4 下，該類別消費者選擇產品 4 的機率將提升於 0.17，於只開產品 5 下，選擇產品 5 的機率為 0.25。

然而，上述消費者選擇機率計算的方式需要使用偏好值向量，Liu and van Ryzin (2008)並未說明如何估算此偏好值。再者於其例題中假設消費者只會在直飛與否間選擇，並不會在高低費率艙等間做選擇。因此為解決上述的問題，本研究進一步提出多項羅吉特選擇模式(Multinomial Logit Choice Model，MNL)描寫消費者選擇機率。

多項羅吉特模式過去常被用於預測運輸需求 (Ben-Akiva and Lerman, 1985)方面。在應用到該模式預測消費者產品的選擇時，其選擇機率可用式(19)來表示，其中 u_j 表示產品 j 帶給消費者的效用，其受到不同的屬性所影響，如：費率、購票限制等，以符號 z 來表示；而各個影響消費者效用的屬性比重也不同，則以參數 β 來表示，可透過問卷調查結果校估而得。延續前述 Liu and van Ryzin (2008)的範例，並假設效用函數為線性，則各個產品的效用可用式(20)來表示。其中， z_1 代表的是費率，而 z_2 則為 0-1 變數表示是否有提前購買限制，而 z_3 則為 0-1 變數表示直飛與否，則可以涵蓋較全面的選擇行為。

$$P_j(S) = \frac{e^{u_j}}{\sum_{i \in S} e^{u_i} + e^{u_0}}, \quad j \in S \text{ or } j = 0 \quad (19)$$

$$u_j = \beta_1 z_1(j) + \beta_2 z_2(j) + \beta_3 z_3(j) \quad (20)$$

三、模式建構

在考慮消費者選擇行為下的網路型態航空營收管理問題中，雖然可利用動態規劃式(16)或式(17)反覆遞迴運算至訂位開始時段 T ，以求出該問題的最大期望收益值 $V_T(\mathbf{x})$ 及每個決策時段、剩餘座位數組合下的控管策略，但基於下列兩方面使得求解困難：

1. 於前面章節曾經提及，隨著航段數(維度)的增加，剩餘機位數 \mathbf{x} 向量的組合數亦會增加，將導致利用式(16)或式(17)計算量過於龐大，耗費過多的時間求解，若應用於中、大型的航空網路問題中或者現實的航空公司機位控管之可能性不大。例如一個三航段的航空網路，若航段 1、2 及 3 各有 100 個座位數，則每個決策時段必須計算 100^3 個期望收益值，運算數量十分驚人。
2. 我們可從動態規劃遞迴式式(16)或式(17)中發現，若欲使用動態規劃方法求解，針對每一個決策時段 t 及剩餘機位數 \mathbf{x} 向量情形下，必須計算每種產品開放組合 S 的期望收益值才得以取得最大收益的最佳產品開放情形，一旦產品數量過多，同樣將使得計算量負荷過重，例如若具有產品數 20，產品開放組合就有 $2^J - 1 = 2^{20} - 1$ 種。

基於存在上述問題，本研究為改善第一點剩餘機位數 \mathbf{x} 向量過大不易求解的情形，應用 Huang and Liang (2011)提出的參數式近似與取樣估計法於消費者選擇行為上，如 3.1 節之介紹。再者於 3.2 節中介紹，為避免第二點產品數過多衍伸的問題，採用 $f_t(\mathbf{x})$ 產生起始解，再依據 Meissner and Strauss (2010)修正，產生近似控管決策。

3.1 參數式近似與取樣估計法

本研究為改善第一點剩餘機位數 \mathbf{x} 向量過大不易求解的情形，欲使用本研究 2.1.3 小節所介紹的 Huang and Liang (2011)參數式收益近似法於消費者選擇行為上，對 \mathbf{x} 狀態變數的空間以均等的方式(uniform)隨機進行抽樣，選出 H 組資料樣本，並且對此 H 組資料量，透過數據擬合的技巧得到參數式收益近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ ，決定機位控管策略。

式(21)為參數式收益近似函數，由於在此加入消費者選擇行為，此處的 D_t 值略為不同未考慮消費者選擇行為之涵義(未考慮消費者選擇行為為式(8))，指決策時段 t ，容量無限制下的期望收益值，也就是基於容量無上限、邊際收益值為 0 的情況，每一個決策時段皆開放可獲得最佳收益值之產品開放組合，得到最理想之期望收益值，數學式如式(22)所示。

$$f_t(\mathbf{x}) = D_t \left(1 - \sum_{i=1}^I b_{it} e^{-a_{it} x_i} \right) \quad (21)$$

$$D_t = \max_S \left(\lambda t \sum_{j=1}^J (F_j P_j(S)) \right) \quad (22)$$

在最佳控管策略之動態規劃模組之期望收益下，其邊際條件，與動態規劃相同，假設飛機起飛($t = 0$)，不論剩餘座位數為多少，其動態規劃模組之期望收益值 $U_0(\mathbf{x})$ 為 0，

且不論決策時段為何，只要沒有剩餘座位數，其動態規劃模組之期望收益值 $U_t(0)$ 為 0。

因此，在決策時段 t 下，根據前一時段 $t-1$ 求得之的 $f_{t-1}(\mathbf{x})$ 及計算所有產品開放組合之收益值求其控管決策，可計算得到決策時段 t 下， H 組的動態規劃模組期望收益函數值 $U_t(\mathbf{x}^h)$ ，如式(23)所示。但因式(23)之 S 的運算量龐大，此為階段性的示意性數學式，必須採用下一小節所介紹的近似控管方法之後，才進行數據擬合。

$$U_t(\mathbf{x}^h) = \max_S \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) \cdot (F_j + f_{t-1}(\mathbf{x}^h - A_j)) + (\lambda P_0(S) + 1 - \lambda) f_{t-1}(\mathbf{x}^h) \right\} \quad (23)$$

符號說明：

$U_t(\mathbf{x}^h)$: 於樣本資料 h 的目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x}^h 中，決策時段 t 最佳控管策略之的動態規劃模組期望收益值。

3.2. 近似控管決策

由於利用上列式(23)決定開放哪些產品開放以獲取最佳組合，需要計算所有產品組合下的 $U_t(\mathbf{x}^h)$ 收益值，亦存在本節一開始所提到第二個問題：計算各產品開放情形運算量可能過於龐大的影響，故本研究除了將參數式函數近似法應用於消費者選擇行為上，更進一步改善其計算方式，使用一貪婪式的啟發式解法進行，僅需計算部分產品開放情形，並且採取較簡單的方式，主要可分為如下列兩小節所示。

3.2.1 起始產品開放組合

利用 $f_{t-1}(\mathbf{x})$ 產生類似式(18)的控管決策，來避免嘗試所有的產品開放組合。於決策時段 t 及剩餘座位向量 \mathbf{x}^h 下，首先計算航段 i 的估計價值 $\Delta f_{t-1}^i(\mathbf{x}^h)$ ，指航段 i 減少一個機位的價值 $f_t(\mathbf{x}^h) - f_t(\mathbf{x}^h - \mathbf{e}_i)$ ，第 \mathbf{x}^h 個剩餘座位數的價值，其中 \mathbf{e}_i 是一個 0-1 向量，僅第 i 個位置為 1，其餘為 0，如(24)式。再者如(25)式所示，利用產品 j 所有使用的航段估計價值 $\Delta f_{t-1}^i(\mathbf{x}^h)$ 加總值，估計產品 j 的近似邊際機位值 $\delta_{t-1}^j(\mathbf{x}^h)$ 。

$$\Delta f_{t-1}^i(\mathbf{x}^h) = f_{t-1}(\mathbf{x}^h) - f_{t-1}(\mathbf{x}^h - \mathbf{e}_i) \quad (24)$$

$$\delta_{t-1}^j(\mathbf{x}^h) = \sum_{i \in A_j} \Delta f_{t-1}^i(\mathbf{x}^h) \quad (25)$$

符號說明：

$\Delta f_t^i(\mathbf{x}^h)$: 於決策時段 t 、剩餘機位數 \mathbf{x}^h ，航段 i 的估計價值。 e_i 指只有第 i 個值為 1，其餘為 0。

$\delta_t^j(\mathbf{x}^h)$: 於決策時段 t 、剩餘機位數 \mathbf{x}^h ，產品 j 的近似邊際機位價值。

於決策時段 t 及第 h 組剩餘機位向量 \mathbf{x}^h 下，對於所有的 J 種產品，分別比較每個產品 j 之費率 F_j 與決策時段 $t-1$ 的近似邊際機位價值 $\delta_{t-1}^j(\mathbf{x}^h)$ 。只要費率大於近似邊際機位值的產品選擇開放， $B_t^j(\mathbf{x}^h)$ 視為 1，反之不開放，其值為 0，示意圖如圖 4。計算完所

有的產品後，可獲得該決策時段 t 、所抽樣樣本剩餘機位數 \mathbf{x}^h 開放哪些產品，也就是所開放產品之集合，稱之為 $\mathbf{B}_t(\mathbf{x}^h)$ 。例如透過上述機制得到產品 1、2 及 3 開放，則 $\mathbf{B}_t(\mathbf{x}^h)=\{1,2,3\}$ 。

$$B_t^j(\mathbf{x}^h) = \begin{cases} 1 & \text{if } F_j \geq \delta_{t-1}^j(\mathbf{x}^h) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall h \text{ and } j \quad (26)$$

符號說明：

$B_t^j(\mathbf{x}^h)$: 於樣本資料 h 的目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x}^h 中、決策時段 t 時，產品 j 的開放與否。

$\mathbf{B}_t(\mathbf{x}^h)$: 於樣本資料 h 的目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x}^h 中、決策時段 t 時，起始產品開放集合。

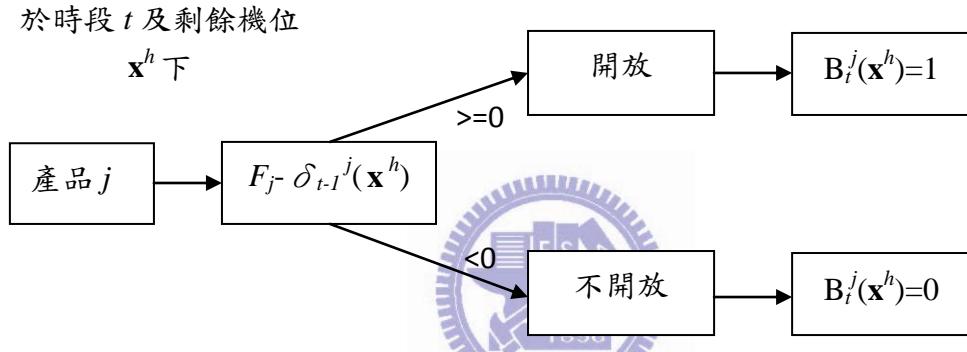


圖 4 產品 j 於起始開放組合開放與否示意圖

資料來源：本研究整理

3.2.2 修正產品開放組合

Meissner and Strauss (2010)指出過去很多研究方法使用競價值估計一個座位的價值。再者，由於 buy-up 的行為，直接以期望邊際收益做為產品開放之依據，通常相較於最佳開放組合會有開放太多產品的問題，故該研究提出增加競價值來關閉某些產品開放以增加收益的想法，並且於其測試中有不錯表現。

本研究承續該研究的觀點，起先如同競價值，以參數式收益近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ 估計座位的價值 $\delta_t^j(\mathbf{x})$ ，產生起始的控管決策(步驟一)，再選擇起始決策中某些產品關閉(步驟二)，以期增加收益值。

於決策時段 t 、剩餘座位數 \mathbf{x}^h 向量下，首先，將步驟一找到的起始產品集合 $\mathbf{B}_t(\mathbf{x}^h)$ 以式(27)計算，得到該起始的動態規劃模組期望收益值 $W_t(\mathbf{x}^h)$ ，再於目前開放的產品集合中，計算個別產品 l 關閉後的動態規劃模組期望收益值，並且比較收益值最大者，注意本研究一次假設僅關閉一個產品開放，以得到新的產品組合，且利用此新的產品組合，重新計算一次期望收益值得更新值 $W_t'(\mathbf{x}^h)$ ，運算如式(28)。

$$W_t(\mathbf{x}^h) = \sum_{j \in B_t(\mathbf{x}^h)} \lambda P_j(B_t(\mathbf{x}^h)) \cdot (F_j - \Delta f_{t-1}^j(\mathbf{x}^h)) + f_{t-1}(\mathbf{x}^h) \quad (27)$$

$$W_t'(\mathbf{x}^h) = \max_{l \in B_t(\mathbf{x}^h)} \left\{ \sum_{j \in B_t(\mathbf{x}^h) \setminus \{l\}} \lambda P_j(B_t(\mathbf{x}^h) \setminus \{l\}) \cdot (F_j - \Delta f_{t-1}^j(\mathbf{x}^h)) + f_{t-1}(\mathbf{x}^h) \right\} \quad (28)$$

符號說明：

- $W_t(\mathbf{x}^h)$: 於樣本 h 的目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x}^h 中，決策時段 t 下的起始組合之期望收益值。
- $W_t'(\mathbf{x}^h)$: 於樣本資料 h 的目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x}^h 中，決策時段 t 下的改善期望收益值。

比較起始產品開放組合之期望收益值 $W_t(\mathbf{x}^h)$ 與更新後產品開放組合之期望收益值 $W_t'(\mathbf{x}^h)$ ，若起始組合之期望收益值較大，則停止，反之若更新組合之期望收益值較大，則於目前的產品集合 $B_t(\mathbf{x}^h)$ 剔除產品 l 及 $W_t(\mathbf{x}^h)$ 更新為 $W_t'(\mathbf{x}^h)$ ，並且繼續尋找另一個開放組合內的產品進行關閉，反覆進行上述改善的規則，至該決策時段及剩餘機位向量之期望收益值不會有所改進或者沒有產品可關閉，則停止該時段及該樣本 \mathbf{x}^h 向量的計算，獲得該期的開放產品情形及期望收益值，且進行計算下一個樣本 \mathbf{x}^h 向量情況，詳細如圖 5。

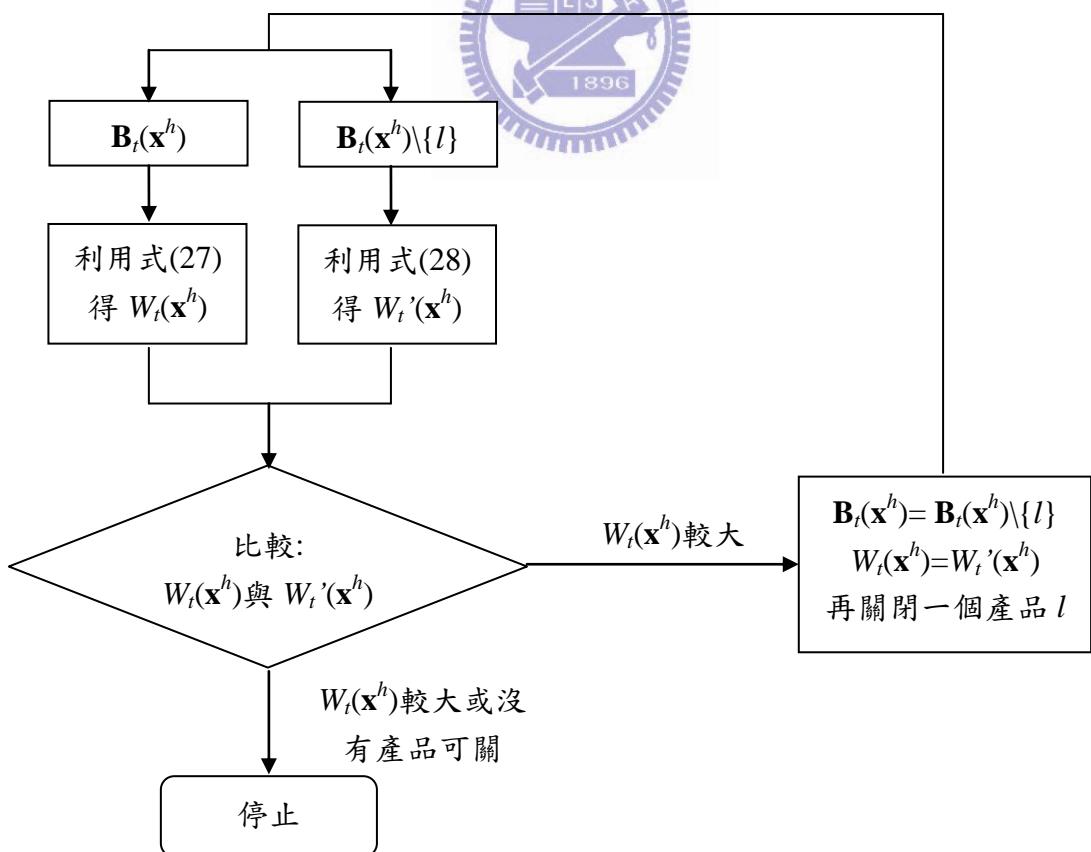


圖 5 決策時段 t 、剩餘座位數向量 \mathbf{x}^h 之更新產品組合流程圖

資料來源：本研究整理

3.3 演算法架構與流程

本演算法基本上採用動態歸割的架構，目標在求解每一時段 t 的近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 做為控管的依據，詳細架構與流程如圖 6 與圖 7 所示，包含以下幾個重點：

1. 邊際條件為在決策時段為 0 時，不論尚有多少的機位，參數式近似函數值 $f_0(\mathbf{x})$ 皆為 0。
2. 於決策時段 t ，利用前一時段已知的參數式近似函數 $f_{t-1}(\mathbf{x})$ 控管得到參數式近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ 。
3. 對於每個 h 剩餘座位數向量 \mathbf{x}^h ，利用參數式近似函數、3.2.1 節及 3.2.2 節所介紹的方法產生近似控管決策。
4. 每個決策時段 t ，對 H 組的 \mathbf{x}^h 進行取樣，透過數據擬合的技巧、校估參數 a_{it} 及 b_{it} 值，可估計求得決策時段 t 的參數式近似函數 $f_t(\mathbf{x})$ 。

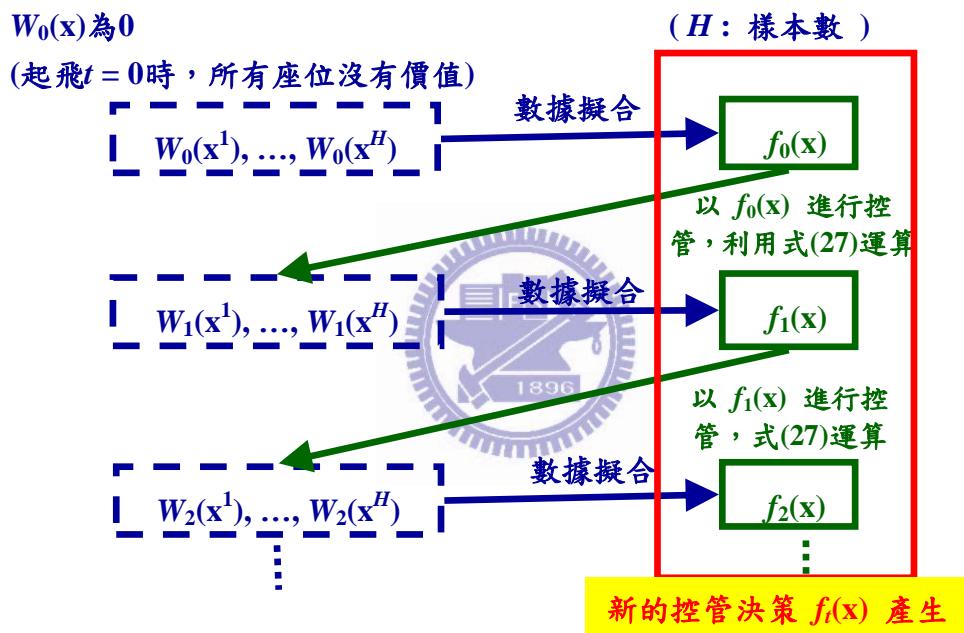
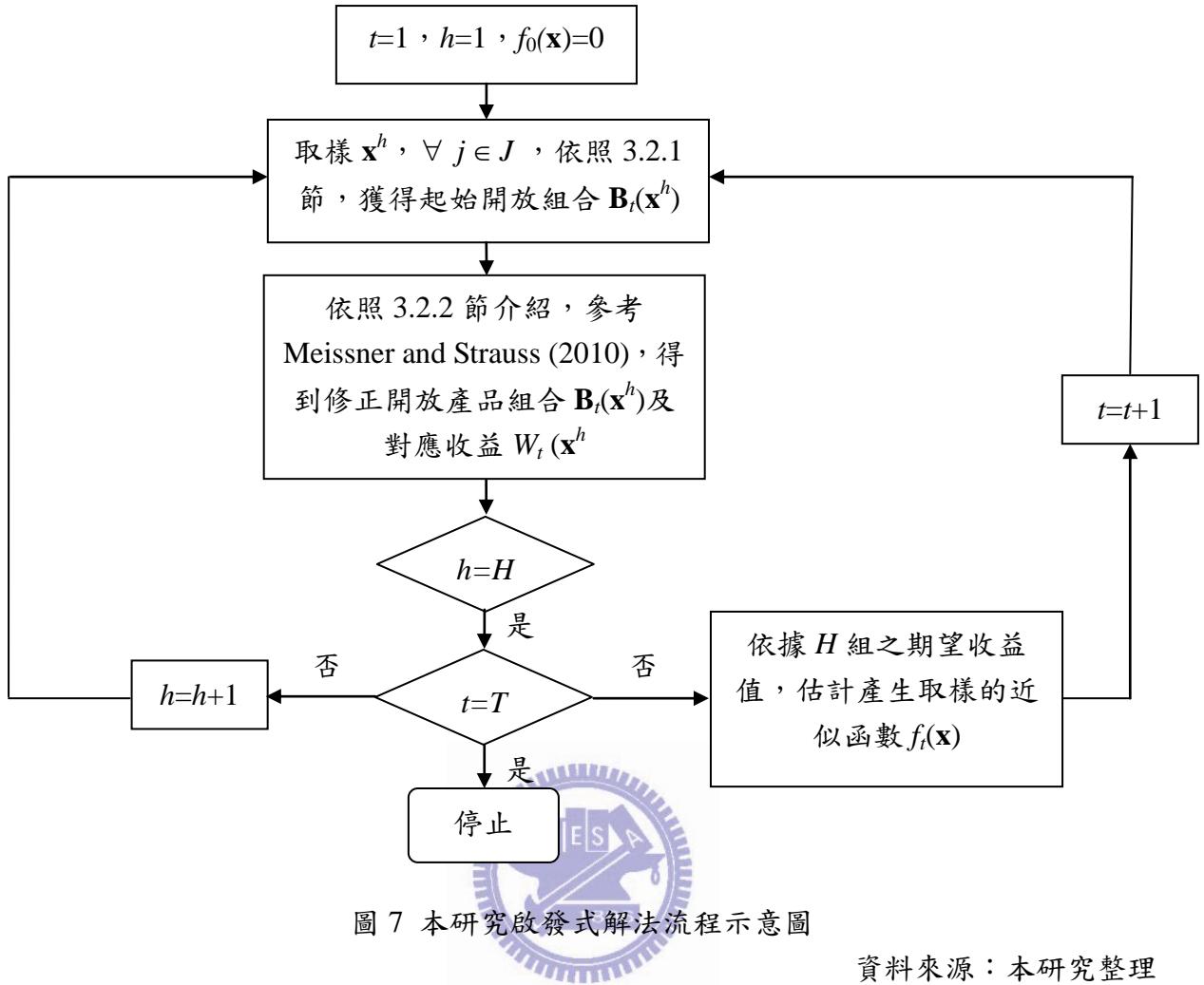


圖 6 參數式函數近似法於消費者選擇行為之機位控管架構示意圖

資料來源：本研究整理



資料來源：本研究整理

四、 數值測試

引用 Liu and van Ryzin (2008)應用於消費者選擇行為下的航空網路營收管理的解說例題當成本研究的基本測試範例，再者將消費者選擇機率以多項羅吉特模式的形式改寫之，並且將各航段總座位數與決策時段分別放大至兩倍，作為第二個測試範例。同時為檢驗本研究演算法之效能，本研究同時計算動態規劃式下及不控管、先到先服務的結果，並且比較採用本研究演算法產生之控管策略收益差異。

4.1 不同控管決策的期望收益值計算

4.1.1 效能之控管策略

為了評量所發展之近似控管方法的成效，首先可利用式(16)或式(17)的動態規劃式，從決策時段 1 開始，計算每一個決策時段及剩餘座位數 \mathbf{x} 向量下的最佳開放決策及期望收益值，至決策時段 T ， $V_T(\mathbf{C})$ 即為該問題的最佳控管的目標式值。

$$V_t(\mathbf{x}) = \max_S \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) \cdot (F_j - \Delta V_{t-1}^j(\mathbf{x})) \right\} + V_{t-1}(\mathbf{x}) \quad (17)$$

where $\Delta V_{t-1}^j(\mathbf{x}) = V_{t-1}(\mathbf{x}) - V_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$

其次是不採用營收管理控管，也就是採取先到先服務(FCFS)，指每個決策時段其產品開放情形為只要產品全部開放， $S=J$ ，可由式(29)反覆遞迴運算求得 $L_T(\mathbf{C})$ 。

$$L_t(\mathbf{x}) = \sum_{j \in J} \lambda P_j(J) \cdot (F_j - \Delta L_{t-1}^j(\mathbf{x})) + L_{t-1}(\mathbf{x}) \quad (29)$$

where $\Delta L_{t-1}^j(\mathbf{x}) = L_{t-1}(\mathbf{x}) - L_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$

4.1.2 參數式近似控管策略

本研究為了檢驗本演算法產生的機位控管決策，除了計算最佳值與先到先服務下的期望收益值，分別再進行了兩項測驗，依序在下面內容中敘述之。其中由於兩種計算過程獲得之期望收益值與動態規劃模組之期望收益值 $W_t(\mathbf{x})$ 意義略有差異，故為區別不同，將期望收益值以 $Z_t(\mathbf{x})$ 及 $Y_t(\mathbf{x})$ 分別定義之，並且 λ 假設為 1。

[測驗一]利用 $V_t(\mathbf{x})$ 校估而得的 $f'_t(\mathbf{x})$ 控管策略

測試透過真實的期望收益函數值 $V_t(\mathbf{x})$ 進行參數校估所得的收益近似函數 $f'_t(\mathbf{x})$ ，其控管結果與最佳解之差異。

邊際條件為起飛 $t=0$ 時，收益函數值為 0，並且在剩餘座位數皆售罄時，收益函數值亦為 0。在此測試中並未採取抽樣，並且將每個決策時段所有剩餘機位數 \mathbf{x} 向量的真實期望收益函數值 $V_t(\mathbf{x})$ (決策時段 t ，所有的資料量)進行參數校估以獲得近似收益函數 $f'_t(\mathbf{x})$ ，由於 $V_t(\mathbf{x})$ 可事先使用動態規劃式求得，故 $f'_t(\mathbf{x})$ 亦可預先獲得。

對於近似控管函數 $f'_i(\mathbf{x})$ 的控管效益，本研究利用以下動態規劃模式(30)計算其對應的期望收益 $Z_i(\mathbf{x})$ ，並且此動態規劃模式與產生控管函數運算間的關係，可參考圖 9 之架構圖。其中， $\mathbf{B}_i(\mathbf{x})$ 開放組合的決定，首先依據利用真實期望收益函數產生之參數式近似函數 $f'_i(\mathbf{x})$ 與 3.2.1 節介紹的方法產生起始產品開放組合，再者透過 3.2.2 節修正產品組合之構想，反覆比較修正前後的動態規劃模組之期望收益值，獲得修正之產品開放組合。

$$Z_t(\mathbf{x}) = \sum_{j \in \mathbf{B}_t(\mathbf{x})} \lambda P_j(\mathbf{B}_t(\mathbf{x})) \cdot (F_j - \Delta Z_{t-1}^j(\mathbf{x})) + Z_{t-1}(\mathbf{x}) \quad (30)$$

where $\Delta Z_{t-1}^j(\mathbf{x}) = Z_{t-1}(\mathbf{x}) - Z_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$

符號說明：

- $B_t(\mathbf{x})$: 於各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x} 中、決策時段 t 時，產品開放集合。

$Z_t(\mathbf{x})$: 目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x} 中，決策時段 t 下的動態規劃模組期望收益值

$Z_0(x)$ 為 0

(起飛 $t = 0$ 時，所有座位沒有價值)

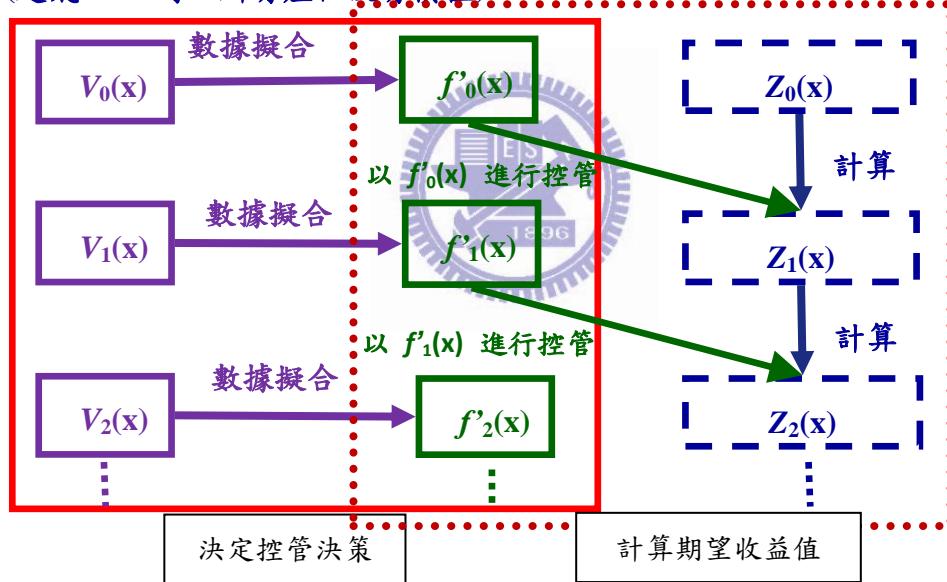


圖 8 測驗一機位控管之架構圖

資料來源：本研究整理

[測驗二]驗證演算法產生的控管決策

此測試以本研究演算法所產生的控管策略，計算所有時段及各種剩餘座位數組合情況的期望收益值。

關於邊際條件，起飛 $t=0$ 時，任何機位向量下期望收益值 $Y_0(\mathbf{x})$ 皆為 0，並且只要所有機位售罄，任何時段的期望收益值 $Y_t(0)$ 皆為 0。於決定決策時段 t 及剩餘機位數 \mathbf{x} 向量的控管策略時，首先利用決策時段 $t-1$ 、 H 組期望收益值 $W_{t-1}(\mathbf{x}^1)$ 、 $W_{t-1}(\mathbf{x}^2) \dots$ 、 $W_{t-1}(\mathbf{x}^H)$ 進行參數校估獲得收益近似函數 $f_{t-1}(\mathbf{x})$ 。

對於近似控管函數 $f_t(\mathbf{x})$ 的控管效益，本研究利用以下動態規劃模式(31)計算其對應的期望收益 $Y_t(\mathbf{x})$ ，並且此動態規劃模式與產生控管函數運算間的關係，可參考圖 10 之架構圖。其中， $\mathbf{B}_t(\mathbf{x})$ 開放組合的決定，首先依據參數式近似函數與 3.2.1 節介紹的方法產生起始產品開放組合，再者透過 3.2.2 節修正產品組合之構想，經由比較動態規劃模組之期望收益值 $W_t(\mathbf{x})$ 的大小，獲得修正之產品開放組合。

$$Y_t(\mathbf{x}) = \sum_{j \in \mathbf{B}_t(\mathbf{x})} \lambda P_j(\mathbf{B}_t(\mathbf{x})) \cdot (F_j - \Delta Y_{t-1}^j(\mathbf{x})) + Y_{t-1}(\mathbf{x}) \quad (31)$$

where $\Delta Y_{t-1}^j(\mathbf{x}) = Y_{t-1}(\mathbf{x}) - Y_{t-1}(\mathbf{x} - \mathbf{A}_j)$

符號說明：

$Y_t(\mathbf{x})$: 目前各航段剩餘機位數向量 \mathbf{x} 中，決策時段 t 下的期望收益值

$Y_0(\mathbf{x})$ 為 0

(起飛 $t = 0$ 時，所有座位沒有價值)

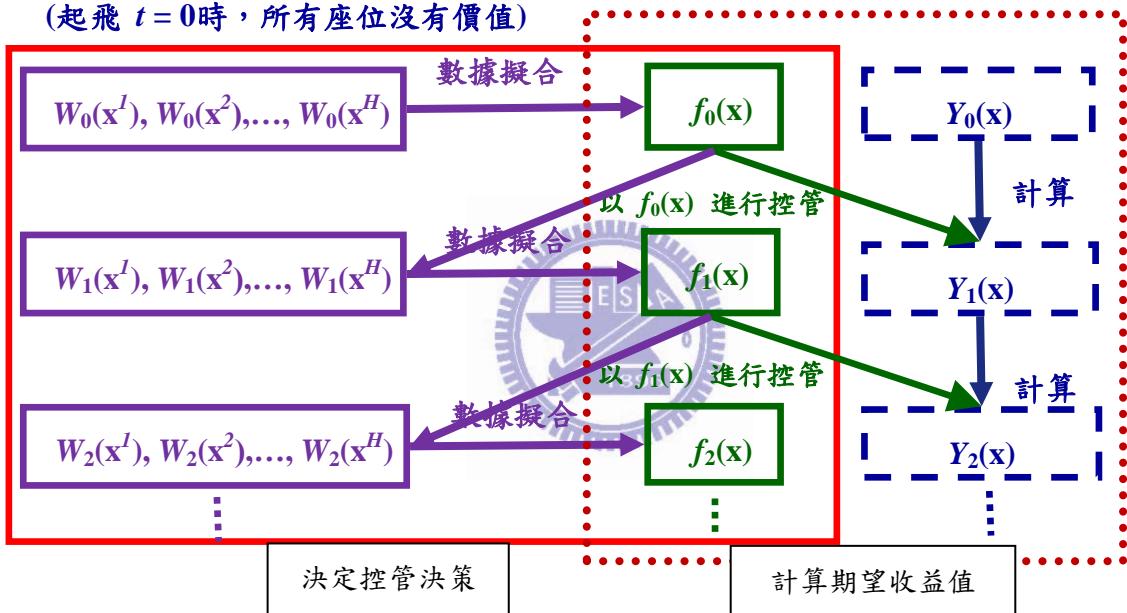


圖 9 測驗二機位控管之架構圖

資料來源：本研究整理

4.2 基本例題結果

在 4.1 節所提出的測試基本例題中，採用動態規劃式所運算的最佳值結果 $V_{30}(10,5,5)$ 為 10810.45，採取先到先服務、不控管的結果 $L_{30}(10,5,5)$ 為 9823.11，與上述最佳值差異為 9.13%。

測驗一，為透過真實期望收益值之參數校估所獲得的近似收益函數，用於搜尋產品組合機制、機位控管上，可獲得期望收益值 $Z_{30}(10,5,5)$ 為 10562.97，與最佳值差異 2.29%，代表利用真實期望收益值參數校估而得的近似收益函數值與實際期望收益值差異遠較不控管好，可獲得相似的機位控管決策。

於測驗二中，由於進行測試所抽取的樣本資料為隨機抽取，每個時段抽取不同的抽

樣數以及選取不同樣本資料，可能導致參數校估的效果不一致。為了消除抽樣的缺點，本研究選取了 5 種樣本數，全抽之 396 筆、200 筆、100 筆、50 筆及 30 筆。除全抽外，分別進行 30 次試驗，並且將對應目標式之平均值 $Y_{30}(10,5,5)$ 及標準差整理於表 7 中。發現以本研究演算法之控管策略就平均值而言，可獲得接近最佳解之期望收益值。再者各個抽樣數的 30 次試驗詳細結果列於表 8 中，隨著樣本數越少標準差雖然越大，但整體來看標準差依然很小。

表 7 基本例題測試結果比較($\lambda=1$)

控管策略	平均期望總收益	差異比	標準差
最佳控管 $V_{30}(10,5,5)$	10810.45	-	-
測試一 $Z_{30}(10,5,5)$	10562.97	-2.289%	-
測試二 $Y_{30}(10,5,5)$	$H=396$	10611.13	-1.844%
	$H=200$	10613.93	-1.818%
	$H=100$	10612.41	-1.832%
	$H=50$	10606.53	-1.886%
	$H=30$	10603.70	-1.913%
先到先服務 $L_{30}(10,5,5)$	9823.11	-9.133%	-

資料來源：本研究整理

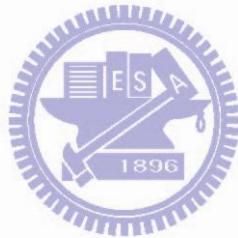


表 8 基本例題測驗二不同樣本數之 30 組控管決策測驗差異($\lambda=1$)

$Y_{30}(10,5,5)$	$H=200$	$H=100$	$H=50$	$H=30$
1	10618.73	10609.13	10607.65	10612.14
2	10615.15	10614.88	10608.73	10621.75
3	10607.32	10615.24	10610.22	10604.78
4	10610.03	10617.76	10610.70	10588.16
5	10617.68	10605.29	10599.01	10609.25
6	10608.83	10605.63	10619.40	10595.59
7	10610.81	10603.73	10621.44	10596.47
8	10609.58	10613.83	10614.84	10588.11
9	10610.26	10611.19	10602.27	10618.80
10	10613.41	10614.18	10611.64	10606.17
11	10617.29	10611.73	10602.96	10593.80
12	10607.91	10625.37	10598.92	10598.91
13	10610.36	10616.66	10620.14	10600.72
14	10615.59	10615.96	10610.99	10579.07
15	10614.91	10614.46	10608.49	10604.53
16	10612.26	10619.07	10616.53	10604.53
17	10613.41	10614.71	10607.21	10605.43
18	10618.03	10610.93	10606.76	10631.91
19	10617.70	10606.20	10582.48	10624.88
20	10619.40	10607.71	10596.57	10598.28
21	10614.19	10612.47	10613.64	10611.11
22	10613.12	10610.56	10608.72	10616.19
23	10616.94	10607.27	10603.77	10612.11
24	10616.10	10618.41	10589.26	10607.15
25	10612.14	10606.97	10601.58	10615.06
26	10615.24	10617.47	10611.27	10578.13
27	10618.93	10622.04	10604.50	10590.60
28	10615.57	10604.90	10587.48	10620.84
29	10611.88	10609.09	10618.82	10593.87
30	10615.24	10609.56	10599.89	10582.53
平均	10613.93	10612.41	10606.53	10603.70
標準差	3.46	5.37	9.51	13.60

資料來源：本研究整理

此外，我們將 30 組不同控管策略下的近似函數參數值平均，產生另一組控管函數，得到之近似控管策略，其目標值如表 9 所示，與使用 30 次試驗得到的平均期望收益值相比表現有好有壞，無法評斷優劣。故接下來的結果分別列出使用 30 次試驗的平均期望收益值，及利用參數值平均，產生的另一組控管函數控管效益。

表 9 基本例題參數值平均結果

近似控管策略	$H=200$	$H=100$	$H=50$	$H=30$
參數值平均結果	10611.73	10611.27	10621.09	10609.57
與最佳值差異比	-1.84%	-1.84%	-1.75%	-1.86%

資料來源：本研究整理

另外，為測試 Meissner and Strauss (2010)修正構想的效果。僅利用本研究演算法中第一步驟產生的開放組合當成控管策略，無加入修正開放組合機制，其結果如表 10 所示。可發現加入修正構想後可比未加入增加 4%左右的營收，因此，確實加入關閉產品機制有其必要性。

表 10 未加入更新開放組合機制的基本例題結果

近似控管策略	$H=396$	$H=200$	$H=100$	$H=50$	$H=30$
未加入修正法之平均收益	10168.50	10172.17	10170.26	10164.91	10170.96
與最佳值差異比	-5.94%	-5.90%	-5.92%	-5.97%	-5.92%
參數平均收益	-	10169.93	10173.76	10192.13	10179.73
與最佳值差異比	-	-5.93%	-5.89%	-5.72%	-5.83%

資料來源：本研究整理

表 11 為測試到達率 λ (原本為 1)對期望收益值的影響，改變到達率 λ 從 1 至 0.5。由於本研究於到達率等於 1 時的表現，各種抽樣數下的目標值與最佳值的差異很小，並且標準差皆很小，故在此我們採用抽樣數 $H=30$ 來做比較即可。從測驗結果中可觀察到，本研究所提出的方法於任何一種顧客需求抵達率下，收益值皆可獲得低於 2%的差距，且隨著抵達率越低，越接近最佳值。

表 11 基本例題到達率之測試結果

λ	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
最佳控管	10810	10374	9865	9214	8353	7254
$V_t(10,5,5)$						
先到先服務	9823	9647	9344	8836	8068	7032
$L_t(10,5,5)$	-9.13%	-7.01%	-5.29%	-4.10%	-3.42%	-3.06%
近似控管	10604	10245	9782	9154	8325	7238
$Y_t(10,5,5)$	-1.91%	-1.24%	-0.84%	-0.65%	-0.34%	-0.22%
參數平均	10610	10230	9728	9063	8323	7240
	-1.85%	-1.39%	-1.39%	-1.64%	-0.36%	-0.19%

資料來源：本研究整理

4.3 多項羅吉特選擇模式之例題

在多項羅吉特選擇模式之例題中，本研究改寫 Liu and van Ryzin (2008)例題中的消費者選擇機率設定方法，同時將該例題之容量 C 及決策時段數 T 各放大兩倍，即 AB 航段有 20 個座位數及 BC 航段、AC 航段各有 10 個座位數，決策時段共有 60 個進行測試，如此問題規模仍可以使用式(10)或式(11)求解總期望收益值。假設多項羅吉特選擇模式中的效用函數為線性，其中， z_1 代表的是費率， z_2 則為 0-1 變數表示是否有提前購買限制，0 代表不需要提前購買，1 代表需要提前購買，而 z_3 則為 0-1 變數表示直飛與否，1 代表直飛，0 代表需要轉機，各產品之 z 值如表 12 所示。

表 1 多項羅吉特選擇模式例題產品 z 值

產品別	費率(z ₁)	購票限制(z ₂)	直飛(z ₃)
1	1200	0	1
2	800	0	0
3	600	0	0
4	800	1	1
5	500	1	0
6	300	1	0

資料來源：本研究整理

由於 Liu and van Ryzin (2008)的範例中，類別一的消費者迄點與其他兩類的消費者相異且未分隔直飛與否，故將起迄對 AB 與 AC(含直飛與轉機)需求者，採用兩個多項羅吉特選擇模式個別運算選擇機率，同時為維持相同兩種起迄對的需求比例，將其結果再分別乘上權重 0.2 及 0.8，以維持相等之比例。

在此欲獲得相關係數 β_i ($i = 1$ to 3)，我們可以透過問卷調查法收集資料，再使用參數校估的方式來得到，但問卷調查並非本研究之研究重點，於是本研究僅參考 Liu and van Ryzin (2008)的範例之價格與售出機率之關係，假設參數且分別考慮選擇行為之主要因素購票限制與直飛效應，產生兩類售出機率。兩個子例題之參數值如下列兩小節所示。

4.3.1 購票限制為選擇行為主要因素之多項羅吉特模式

於購票限制較強勢中，AB 起迄對需求之參數值分別為 -0.005、-1、0(於 AB 中未有直飛差異)，另假設沒有購買之效用指數值 e^{u_0} 為 0.01，AC 起迄對需求之參數值分別為 -0.007、-2、1， e^{u_0} 為 0.004，詳細內容列於表 13 中。各產品的效用指數值：產品 1 為 $e^{u_1} = e^{(-0.007*1200-2*0+1*1)} = 0.0006$ 、產品 2 為 $e^{u_2} = e^{(-0.007*800-2*0+1*0)} = 0.0037$ 、產品 3 為 $e^{u_3} = e^{(-0.005*600-1*0+1*0)} = 0.0498$ 、產品 4 為 0.0014、產品 5 為 0.0041 及產品 6 為 0.0821。

在產品開放組合為 $S=\{1,2,3\}$ 下，產品 1 選擇機率為 $0.8 * e^{u_1} / (e^{u_1} + e^{u_2} + e^{u_3} + e^{u_0}) = 0.8 * 0.0006 / (0.0006 + 0.0037 + 0.0498 + 0.004) = 0.06$ 、產品 2 的選擇機率為 0.36 及產品 3 的選擇機率分別為 $0.2 * e^{u_3} / (e^{u_1} + e^{u_2} + e^{u_3} + e^{u_0}) = 0.2 * 0.00498 / (0.0006 + 0.0037 + 0.0498 + 0.01) = 0.17$ 。然而，若將產品 2 關閉，在產品開放情形 S 為 $\{1,3\}$ 下，產品 1 選擇機率受到產品 2 的關閉關係，將提升至 0.11，其次產品 3 之選擇機率因與產品 1、2 並不相干，保持在 0.17。另外一種情況，若增加開放產品 6，即產品開放情形為 $\{1,2,3,6\}$ 下，產品 1、2 選擇機率由於與產品 6 開放與否沒有干係，維持在 0.06 及 0.36，產品 3 的選擇機率則受到產品 6 開放的影響，將降低至 0.07，產品 6 的選擇機率為 0.12。另外，所有產品開放情形下之各產品選擇機率，可參考附錄二。

表 13 購票限制影響較大之參數值 β_i

選擇行為之主要因素	OD	費率(β_1)	購票限制(β_2)	直飛(β_3)	沒有購買(e^{u_0} 值)
購票限制	AB	-0.005		-1	0 0.01
	AC	-0.007		-2	1 0.004

資料來源：本研究整理

4.3.2 直飛效應為選擇行為主要因素之多項羅吉特模式

於直飛效應較強下，AB 起迄對需求之參數值分別為 -0.005、-1、0(於 AB 中未有直飛差異)，另假設 e^{u_0} 為 0.03，AC 起迄對需求之參數值分別為 -0.0078、-2、3， e^{u_0} 為 0.004，整理於表 14 中。各產品的指數效用值：產品 1 為 $e^{u_1} = e^{(-0.0078*1200-2*0+3*1)} = 0.0017$ 、產品 2 為 $e^{u_2} = e^{(-0.0078*800-2*0+3*0)} = 0.0019$ 、產品 3 為 $e^{u_3} = e^{(-0.005*600-1*0+1*0)} = 0.0498$ 、產品 4 為 0.0053、產品 5 為 0.0027 及產品 6 為 0.0821。

在產品開放組合為 $S=\{1,2,3\}$ 下，產品 1 選擇機率為 $0.8 * e^{u_1} / (e^{u_1} + e^{u_2} + e^{u_3} + e^{u_0}) = 0.8 * 0.0017 / (0.0017 + 0.0019 + 0.0498 + 0.004) = 0.18$ 、產品 2 的選擇機率為 0.20 及產品 3 的選擇機率分別為 $0.2 * e^{u_3} / (e^{u_1} + e^{u_2} + e^{u_3} + e^{u_0}) = 0.2 * 0.0498 / (0.0017 + 0.0019 + 0.0498 + 0.03) = 0.12$ 。然而，若將產品 2 關閉，在產品開放情形 S 為 $\{1,3\}$ 下，產品 1 選擇機率受到產品 2 的關閉關係，將提升至 0.24，其次產品 3 之選擇機率因與產品 1、2 並不相干，保持在 0.12。另外一種情況，若增加開放產品 6，即產品開放情形為 $\{1,2,3,6\}$ 下，產品 1、2 選擇機率由於與產品 6 開放與否沒有干係，維持在 0.18 及 0.20，產品 3 的選擇機率則受到產品 6 開放的影響，將降低至 0.06，產品 6 的選擇機率為 0.10。所有產品開放情形下之各產品選擇機率，可參考附錄三。

表 14 直飛效應影響較大之參數值 β_i

選擇行為之主要因素	OD	費率(β_1)	購票限制(β_2)	直飛(β_3)	沒有購買(e^{u_0} 值)
直飛效應	AB	-0.005		-1	0 0.03
	AC	-0.0078		-2	3 0.004

資料來源：本研究整理

4.4 多項羅吉特選擇模式之例題測試

此節對 4.2 節所描述例題進行本研究演算法的數值測試，同樣為比較透過本研究所提出的演算法是否能夠獲得接近最佳的控管機位決策，在此採用於 4.1 節中測試二的方法，計算所有的動態規劃模組之期望收益值，同時為評斷本研究機位控管之優劣，分別使用動態規劃方法計算出最佳值及採用不控管或者稱之為先到先服務(FCFS)計算出目標值，比較效果之優劣。

另外，基於基本測試例題，我們可發現其實在每個決策時段下有 396 種剩餘座位數組合，每時段抽樣 30 筆($H=30$)即可獲得不錯的效果的估計函數值，故在多項羅吉特選擇模式的例題測試中，我們將抽樣的樣本數略大多於前者，即於每個決策時段有 2541 種剩餘座位數組合下抽取 50 筆($H=50$)進行計算。

4.4.1 購票限制為選擇行為主要因素之結果

購票限制影響較大之結果列於表 15、表 16 及表 17 中。表 15 為到達率從 1 至 0.5 下，最佳控管策略、先到先服務之不控管策略及本研究所提出之近似控管策略比較結果，其中近似控管策略之結果為隨機產生的 30 組不同控管策略下，各組抽取 50 筆($H=50$)結果的平均值。表 16 為 30 組參數平均控管函數產生之控管效益結果。表 17 為抵達率從 1 至 0.5，30 組不同控管策略下之目標值、平均值及標準差的詳細資訊。

表 15 購票限制影響較大之結果

λ	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
最佳控管 $V_{60}(20,10,10)$	22493	21658	20490	18901	16878	14477
先到先服務 $L_{60}(20,10,10)$	19212	18654	17742	16437	14795	12914
差異比值	-14.59%	-13.87%	-13.41%	-13.04%	-12.34%	-10.80%
近似控管 $Y_{60}(20,10,10)$	22257	21510	20373	18813	16825	14453
差異比值	-1.05%	-0.68%	-0.57%	-0.47%	-0.31%	-0.17%
參數平均	22237	21528	20363	18809	16836	14459
差異比值	-1.14%	-0.60%	-0.62%	-0.49%	-0.25%	-0.12%

資料來源：本研究整理

表 16 購票限制影響較大之參數平均控管結果

λ	1	0.9	0.8	1896	0.7	0.6	0.5
參數平均	22237	21528	20363	18809	16836	14459	
差異比值	-1.14%	-0.60%	-0.62%	-0.49%	-0.25%	-0.12%	

資料來源：本研究整理

由表 15 及表 16 中可發現，於購票限制影響較大之下，各到達率採用本研究方法比起不控管、先到先服務與最佳值的差異皆可獲得 10% 以上的改善，與最佳值也僅有 1.05% 以下的差異。表 17 中，各到達率運算 30 組本研究方法之標準差，整體來看相較期望收益值並不大。

4.4.2 直飛效應為選擇行為主要因素之結果

直飛影響較大之結果列於表 18、表 19 與表 20 中。表 18 為到達率從 1 至 0.5 下，最佳控管策略、先到先服務之不控管策略及本研究所提出之近似控管策略比較結果，其中近似控管策略之結果為隨機產生的 30 組不同控管策略下，各組抽取 50 筆結果的平均值。表 19 為 30 組參數平均控管函數產生之控管效益結果。表 20 為抵達率從 1 至 0.5，30 組不同控管策略下之目標值、平均值及標準差的詳細資訊。

表 17 購票限制影響較大抽樣 50 筆之 30 組控管策略結果

λ	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
1	22236.67	21527.64	20362.81	18808.80	16835.52	14458.67
2	22237.71	21524.52	20352.03	18799.30	16820.34	14334.52
3	22268.87	21505.04	20388.96	18790.51	16817.83	14462.69
4	22268.64	21475.51	20369.82	18799.82	16838.30	14458.52
5	22255.89	21521.35	20392.95	18815.45	16825.08	14450.37
6	22238.35	21507.69	20360.13	18812.36	16838.56	14465.74
7	22274.99	21516.49	20375.24	18779.08	16829.10	14464.73
8	22227.78	21490.95	20385.22	18806.10	16849.23	14466.48
9	22254.48	21513.33	20379.96	18800.45	16829.19	14462.45
10	22251.10	21536.73	20375.67	18816.41	16829.59	14457.07
11	22273.59	21504.37	20377.32	18831.94	16830.21	14459.54
12	22263.38	21494.81	20365.25	18824.20	16831.12	14464.80
13	22262.38	21518.99	20378.85	18803.54	16809.05	14457.44
14	22252.38	21518.99	20386.47	18814.07	16810.57	14444.92
15	22251.66	21499.22	20390.03	18813.27	16833.70	14454.80
16	22270.50	21513.16	20378.29	18831.58	16834.57	14461.21
17	22262.49	21529.09	20329.22	18793.85	16821.22	14459.01
18	22250.73	21531.71	20357.73	18814.97	16835.10	14466.72
19	22301.59	21504.73	20357.73	18819.37	16823.22	14458.33
20	22205.04	21528.85	20370.82	18796.06	16755.00	14471.27
21	22228.59	21534.61	20397.61	18827.25	16828.26	14461.65
22	22284.56	21501.02	20382.13	18829.11	16844.72	14453.88
23	22277.46	21499.97	20372.79	18818.06	16828.83	14455.14
24	22302.81	21516.36	20357.23	18822.25	16820.32	14460.15
25	22207.14	21509.58	20358.96	18816.28	16817.40	14461.45
26	22260.42	21483.01	20363.27	18814.34	16838.23	14460.28
27	22288.84	21525.92	20385.31	18817.30	16831.20	14464.86
28	22291.08	21486.92	20374.43	18830.02	16823.78	14365.61
29	22219.68	21526.60	20380.55	18827.14	16803.91	14459.44
30	22249.47	21466.05	20382.95	18816.50	16829.84	14460.98
平均	22257.27	21510.44	20372.99	18812.98	16825.43	14452.76
標準差	25.03	17.92	14.53	13.11	16.68	28.68

資料來源：本研究整理

表 18 直飛效應影響較大之結果

λ	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
最佳控管	23751	22759	21398	19687	17730	15518
$V_{60}(20,10,10)$						
先到先服務	18829	18597	18286	17782	16805	15071
$L_{60}(20,10,10)$						
差異比值	-20.72%	-18.29%	-14.54%	-9.68%	-5.22%	-2.88%
近似控管	23054	21872	20544	19121	17538	15473
$Y_{60}(20,10,10)$						
差異比值	-2.93%	-3.90%	-3.99%	-2.87%	-1.08%	-0.29%

資料來源：本研究整理

表 19 直飛效應影響較大之參數平均控管結果

λ	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
參數平均	22999	21795	20461	19137	17540	15463
差異比值	-3.17%	-4.24%	-4.38%	-2.79%	-1.07%	-0.35%

資料來源：本研究整理

表 20 直飛效應影響較大抽樣 50 筆之 30 組控管策略結果

λ	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
1	23081.84	21810.39	20456.19	19182.42	17537.71	15477.83
2	23037.67	21963.61	20613.63	19156.63	17532.66	15476.96
3	23073.28	21855.15	20510.32	19163.43	17544.03	15477.81
4	23140.73	21856.64	20462.16	19135.09	17556.48	15477.63
5	23073.07	21721.66	20529.01	19171.06	17522.80	15477.23
6	23113.50	21963.45	20557.87	19158.39	17539.78	15481.25
7	23087.48	21927.26	20644.98	19129.11	17550.45	15476.99
8	23034.11	21916.15	20437.96	19196.30	17542.33	15473.87
9	23084.99	21775.60	20538.83	19143.36	17540.21	15477.52
10	23062.08	21781.86	20537.09	19091.76	17540.07	15473.47
11	23030.41	21962.58	20537.35	19160.60	17545.90	15473.13
12	23082.96	21846.26	20620.23	18992.11	17532.38	15477.70
13	23046.98	21829.78	20505.14	19099.38	17541.69	15478.61
14	23076.93	21923.53	20459.70	19165.95	17544.83	15472.84
15	23065.36	21811.61	20583.49	19186.14	17539.39	15473.84
16	23047.39	21842.36	20523.51	19038.77	17528.02	15473.84
17	23068.47	21925.04	20536.14	19064.53	17532.97	15479.68
18	23021.56	21931.65	20513.74	19082.91	17543.69	15473.92
19	22978.72	22043.92	20503.74	19140.39	17538.37	15478.76
20	22953.56	21763.92	20472.64	19172.12	17555.72	15473.78
21	23045.54	21868.14	20590.68	19086.10	17524.84	15364.15
22	23075.36	21950.28	20646.65	19076.11	17537.02	15475.14
23	23002.64	21830.14	20600.30	19061.72	17550.47	15479.57
24	23036.17	21920.62	20573.67	19126.09	17526.25	15479.68
25	23107.87	21992.91	20707.25	19112.13	17527.34	15481.41
26	23028.00	21832.01	20625.23	19012.50	17527.05	15473.07
27	23053.99	21635.35	20562.85	19138.77	17518.67	15472.99
28	23046.06	21917.05	20565.37	19088.49	17537.17	15477.45
29	22999.23	21870.51	20395.96	19183.93	17536.99	15474.63
30	23067.28	21899.80	20516.57	19122.75	17544.90	15475.48
平均	23054.11	21872.31	20544.27	19121.30	17538.01	15472.67
標準差	39.32	86.47	69.47	52.95	9.42	20.66

資料來源：本研究整理

由上列表格可發現，於直飛影響較大之下，採用本研究的方法比起不控管、先到先服務可獲得改善，與最佳值也皆僅有 4% 以下的差異。運算 30 組本研究方法之標準差，整體來看相較期望收益值並不大。整體而論，本研究於使用多項羅吉特模式的例題，不論購票限制影響較大下與直飛影響較大之下，與最佳值的差異皆，遠比先到先服務、不控管的機制還要接近。

五、 結論與建議

隨著現實世界中航空軸輻網路出現，航空業航線越趨複雜，且以心理學的角度來看，洞悉消費者選擇行為將有助於航空公司進行決策以增加營收，故研究消費者選擇行為的航空網路問題確實有其需要。

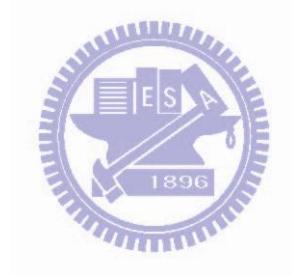
過去考慮消費者選擇行為之網路營收問題的研究尚未有很多，且大多對於近似動態規劃控管決策及最佳解，提出相當複雜的數學模式且為了求解所提出的數學模式使用計算繁瑣的啟發式解法，於實務上的運用效益不大。在此本研究使用一個較簡單易懂的方式進行控管，主要分為兩部分—應用 Huang and Liang (2011)的參數式近似收益函數作為選取起始產品開放組合的依據及 Meissner and Strauss (2010)提出關閉某一產品開放致使另一產品選擇機率增加以收益增加的技巧進行產品開放之改善機制，以獲取每個決策時段的控管機制。

綜觀第四章數值測試的例題測試結果，在基本例題的測試一與測試二結果中可發現，本研究演算法比起不控管策略，不論何種抽樣數皆可獲取不錯的機位控管策略、進而獲得極為接近最佳值的期望收益值。在基本例題中，使用真實期望收益值校估參數而得的參數式近似收益函數，可獲得與最佳解僅有 2%左右的差異；於使用本演算法控管策略之結果比起完全不控管、每個決策時段將所有產品皆開放(FCFS)與最佳值 9%左右的改善，與最佳解期望收益值的差距各種抽樣數下皆僅有 2%以內，比起利用真實期望收益值更佳；再者，於多項羅吉特選擇模式下的例題測試中，不論於直飛效應較強或於購票限制影響較大之下，同樣獲得與最佳值僅有 4%以內的差距，與先到先服務亦有大幅度的差距。

但本研究目前為了可獲取最佳解，僅應用於較小測試例題，與實際航空公司所面臨到的問題還有一段差距，故尚具有下列內容可進行改進：

1. 放大例題測試。目前本研究的兩個例題算是小例題，即使使用多項羅吉特模式的例題已經比起初始例題擴大兩倍，但就實際航空公司操作層面來看，航段數及各航段容量皆可再放大，以接近現實世界的情形，並且可進一步觀察是否結果如同小例題的測試效果。
2. 改變描述消費者選擇行為之選擇機率部分。初始例題的產品區隔及消費者顧客分類相當主觀地設定，未經過實際的調查或者並非以客觀的角度切入，這樣的設定可能使得結果不具太大意義，我們雖然也進一步利用多項羅吉特模式，以客觀角度描寫消費者選擇行為，但可再思考看看有沒有更適切的方法來描述消費者選擇行為。
3. 發展不同形式之近似收益函數。Huang and Liang (2011)所提出的參數式近似收益函數 $f_t(\mathbf{x})$ 是依據觀察單一航段 Lee & Hersh (1993)的收益函數與機位數的關係在各個時間中有一定趨勢的變化而建立，因此凡是符合收益隨著機位數愈大

而愈趨近於一定值之函數，皆可以使用。故可未來可發展尋找其他替代之近似收益函數，來進行試驗。



參考文獻

- Adelman, D., 2007. "Dynamic Bid-Prices in revenue management." *Operations Research* 55, 647-661.
- Belobaba, P.P., 1987. "Air Travel Demand and Airline Seat Inventory Management." Ph.D. thesis, Cambridge, Massachusetts: MIT Press.
- Belobaba, P.P., 1989. "Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory Control." *Operations Research* 37, 183-197.
- Bertsimas, D. and Popescu, I., 2003. "Revenue Management in a Dynamic Network Environment." *Transportation Science* 37, 257-277.
- Brumelle, S.L. and McGill, J.I., 1993. "Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes." *Operations Research* 41, 127-137.
- Belobaba, P.P. and Hopperstad, C., 1999. "Boeing/MIT simulation study: PODS results update." 1999 AGIFORS Reservations and Yield Management Study Group Symposium Proceeding, London, UK.
- Bront, J. J. M., Mendez-Diaz I., and Vulcano, G., 2009. "A Column Generation Algorithm for Choice-Based Network Revenue Management." *Operations Research* 57, 769-784.
- Curry, R.E., 1990. "Optimal Airline Seat Allocation with Fare Classes Nested by Origins and Destinations." *Transportation Science* 24, 193-204.
- Chaneton, J.M. and Vulcano, G., 2009. "Computing Bid-Prices for Revenue Management under Customer Choice Behavior."
- Gallego, G., Iyengar, G., Phillips, R., and Dubey., A., 2004. "Managing flexible products on a network." CORC Technical Report Tr-2004-01, IEOR Department, Columbia University, New York.
- Huang, K.C. and Liang, Y.T., 2011. "A Dynamic Programming Algorithm Based on Expected Revenue Approximation for the Network Revenue Management Problem." *Transportation Research Part E* 47, 333-341.
- Klein, R., 2007. "Network capacity control using self-adjusting bid-prices." OR Spectrum 29, 39-60.
- Kunnumkal, S. and Topaloglu, H., 2008. "A Refined Deterministic Linear Program for the Network Revenue Management Problem with Customer Choice Behavior." *Naval Research Logistics* 55, 563–580.
- Lee, T. C. and Hersh, M., 1993. "A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings." *Transportation Science* 27, 252-265.
- Liu, Q. and van Ryzin., G., 2008. "On the Choice-Based Linear Programming Model for

- Network Revenue Management.” *Manufacturing Service Operation Management* 10, 288–310.
- Meissner, J. and Strauss, A. K., 2010. “Improved Bid Price for Choiced-Based Network Revenue Management.” Working Paper, the Department of Management Science, Lancaster University Management School, UK.
- Smith, B. C., Leimkuhler, J. F. and Darrow, R.M., 1992. “Yield Management at American Airlines.” *Interfaces* 22, 8-31.
- Talluri, K. T. and van Ryzin, G. J., 1998. “An Analysis of Bid-Price Controls for Network Revenue Management.” *Management Science* 44, 1577-1593.
- Talluri, K.T. and van Ryzin, G. J., 1999. “A Randomized Linear Programming Method for Computing Network Bid Prices.” *Transportation Science* 33, 207-216.
- Talluri, K. T. and van Ryzin, G. J., (2004a). *The Theory and Practice of Revenue Management*, Kluwer.
- Talluri, K. T. and van Ryzin, G. J. (2004b), “Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior,” *Management Science* 50, pp. 15-33.
- Topaloglu, H., 2008. “A Stochastic Approximation Method to Compute Bid Prices in Network Revenue Management Problems.” *INFORMS Journal on Computing* 20, 596-610.
- Topaloglu, H., 2009. “On the Asymptotic Optimality of the Randomized Linear Program for Network Revenue Management.” *European Journal of Operational Research* 197, 884-896.
- van Ryzin, G., and Vulcano, G., 2008. “Computing Virtual Nesting Controls for Network Revenue Management under Customer Choice Behavior.” *MANUFACTURING & SERVICE OPERATIONS MANAGEMENT* 10, 448-467.
- Weatherford, L.R. and Bodily, S.E., 1992. “A Taxonomy and Research Overview of Perishable-Asset Revenue Management: Yield Management, Overbooking, and Pricing.” *Operations Research* 40, 831-844.
- Wollmer, R.D., 1992. “An Airline Seat Management Model for a Single Leg Route When Lower Fare Classes Book First.” *Operation Research* 40, 26-37.
- Zhang, D., Cooper, W. L., 2005. “Revenue Management for Parallel Flights with Customer-Choice Behavior.” *Operations Research* 53, 415-431.
- Zhang, D. and Adelman, D., 2009. “An Approximate Dynamic Programming Approach to Network Revenue Management with Customer Choice.” *Transportation Science* 43, 381-394.
- 陳茂南，民國 88 年，「航空公司網路機位庫存管理」，國立中央大學土木工程學系博士論文。

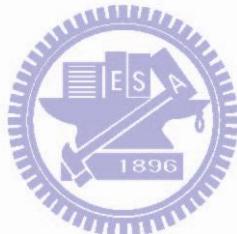
附錄一

基本例題各產品開放情形下之各產品的選擇機率值

S	P ₁ (S)	P ₂ (S)	P ₃ (S)	P ₄ (S)	P ₅ (S)	P ₆ (S)
{ ϕ }	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
{1}	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
{2}	0.00	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00
{3}	0.00	0.00	0.14	0.00	0.00	0.00
{4}	0.00	0.00	0.00	0.17	0.00	0.00
{5}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.00
{6}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16
{1,2}	0.15	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00
{1,3}	0.20	0.00	0.14	0.00	0.00	0.00
{1,4}	0.20	0.00	0.00	0.17	0.00	0.00
{1,5}	0.20	0.00	0.00	0.00	0.25	0.00
{1,6}	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.16
{2,3}	0.00	0.15	0.14	0.00	0.00	0.00
{2,4}	0.00	0.15	0.00	0.17	0.00	0.00
{2,5}	0.00	0.15	0.00	0.00	0.25	0.00
{2,6}	0.00	0.15	0.00	0.00	0.00	0.16
{3,4}	0.00	0.00	0.14	0.17	0.00	0.00
{3,5}	0.00	0.00	0.14	0.00	0.25	0.00
{3,6}	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00	0.11
{4,5}	0.00	0.00	0.00	0.10	0.20	0.00
{4,6}	0.00	0.00	0.00	0.17	0.00	0.16
{5,6}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.25	0.16
{1,2,3}	0.15	0.08	0.14	0.00	0.00	0.00
{1,2,4}	0.15	0.08	0.00	0.17	0.00	0.00
{1,2,5}	0.15	0.08	0.00	0.00	0.25	0.00
{1,2,6}	0.15	0.08	0.00	0.00	0.00	0.16
{1,3,4}	0.20	0.00	0.14	0.17	0.00	0.00
{1,3,5}	0.20	0.00	0.14	0.00	0.25	0.00
{1,3,6}	0.20	0.00	0.07	0.00	0.00	0.11
{1,4,5}	0.20	0.00	0.00	0.10	0.20	0.00
{1,4,6}	0.20	0.00	0.00	0.17	0.00	0.16
{1,5,6}	0.20	0.00	0.00	0.00	0.25	0.16
{2,3,4}	0.00	0.15	0.14	0.17	0.00	0.00
{2,3,5}	0.00	0.15	0.14	0.00	0.25	0.00
{2,3,6}	0.00	0.15	0.07	0.00	0.00	0.11
{2,4,5}	0.00	0.15	0.00	0.10	0.20	0.00
{2,4,6}	0.00	0.15	0.00	0.17	0.00	0.16
{2,5,6}	0.00	0.15	0.00	0.00	0.25	0.16
{3,4,5}	0.00	0.00	0.14	0.10	0.20	0.00
{3,4,6}	0.00	0.00	0.07	0.17	0.00	0.11
{3,5,6}	0.00	0.00	0.07	0.00	0.25	0.11
{4,5,6}	0.00	0.00	0.00	0.10	0.20	0.16
{1,2,3,4}	0.15	0.08	0.14	0.17	0.00	0.00

{1,2,3,5}	0.15	0.08	0.14	0.00	0.25	0.00
{1,2,3,6}	0.15	0.08	0.07	0.00	0.00	0.11
{1,2,4,5}	0.15	0.08	0.00	0.10	0.20	0.00
{1,2,4,6}	0.15	0.08	0.00	0.17	0.00	0.16
{1,2,5,6}	0.15	0.08	0.00	0.00	0.25	0.16
{1,3,4,5}	0.20	0.00	0.14	0.10	0.20	0.00
{1,3,4,6}	0.20	0.00	0.07	0.17	0.00	0.11
{1,3,5,6}	0.20	0.00	0.07	0.00	0.25	0.11
{1,4,5,6}	0.20	0.00	0.00	0.10	0.20	0.16
{2,3,4,5}	0.00	0.15	0.14	0.10	0.20	0.00
{2,3,4,6}	0.00	0.15	0.07	0.17	0.00	0.11
{2,3,5,6}	0.00	0.15	0.07	0.00	0.25	0.11
{2,4,5,6}	0.00	0.15	0.00	0.10	0.20	0.16
{3,4,5,6}	0.00	0.00	0.07	0.10	0.20	0.11
{1,2,3,4,5}	0.15	0.08	0.14	0.10	0.20	0.00
{1,2,3,4,6}	0.15	0.08	0.07	0.17	0.00	0.11
{1,2,3,5,6}	0.15	0.08	0.07	0.00	0.25	0.11
{1,2,4,5,6}	0.15	0.08	0.00	0.10	0.20	0.16
{1,3,4,5,6}	0.20	0.00	0.07	0.10	0.20	0.11
{2,3,4,5,6}	0.00	0.15	0.07	0.10	0.20	0.11
{1,2,3,4,5,6}	0.15	0.08	0.07	0.10	0.20	0.11

資料來源：本研究整理



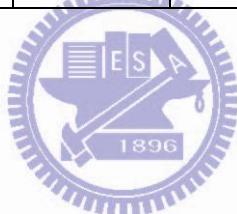
附錄二

購票限制為選擇行為主要因素之各產品開放組合選擇機率

S	P ₁ (S)	P ₂ (S)	P ₃ (S)	P ₄ (S)	P ₅ (S)	P ₆ (S)
{ ϕ }	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
{1}	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
{2}	0.00	0.38	0.00	0.00	0.00	0.00
{3}	0.00	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00
{4}	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00
{5}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	0.00
{6}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18
{1,2}	0.06	0.36	0.00	0.00	0.00	0.00
{1,3}	0.11	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00
{1,4}	0.08	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00
{1,5}	0.06	0.00	0.00	0.00	0.38	0.00
{1,6}	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18
{2,3}	0.00	0.38	0.17	0.00	0.00	0.00
{2,4}	0.00	0.33	0.00	0.12	0.00	0.00
{2,5}	0.00	0.25	0.00	0.00	0.28	0.00
{2,6}	0.00	0.38	0.00	0.00	0.00	0.18
{3,4}	0.00	0.00	0.17	0.20	0.00	0.00
{3,5}	0.00	0.00	0.17	0.00	0.40	0.00
{3,6}	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00	0.12
{4,5}	0.00	0.00	0.00	0.12	0.35	0.00
{4,6}	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.18
{5,6}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	0.18
{1,2,3}	0.06	0.36	0.17	0.00	0.00	0.00
{1,2,4}	0.05	0.31	0.00	0.11	0.00	0.00
{1,2,5}	0.04	0.24	0.00	0.00	0.26	0.00
{1,2,6}	0.06	0.36	0.00	0.00	0.00	0.18
{1,3,4}	0.08	0.00	0.17	0.18	0.00	0.00
{1,3,5}	0.06	0.00	0.17	0.00	0.38	0.00
{1,3,6}	0.11	0.00	0.07	0.00	0.00	0.12
{1,4,5}	0.05	0.00	0.00	0.11	0.33	0.00
{1,4,6}	0.08	0.00	0.00	0.18	0.00	0.18
{1,5,6}	0.06	0.00	0.00	0.00	0.38	0.18
{2,3,4}	0.00	0.33	0.17	0.12	0.00	0.00
{2,3,5}	0.00	0.25	0.17	0.00	0.28	0.00
{2,3,6}	0.00	0.38	0.07	0.00	0.00	0.12
{2,4,5}	0.00	0.23	0.00	0.08	0.25	0.00
{2,4,6}	0.00	0.33	0.00	0.12	0.00	0.18
{2,5,6}	0.00	0.25	0.00	0.00	0.28	0.18
{3,4,5}	0.00	0.00	0.17	0.12	0.35	0.00
{3,4,6}	0.00	0.00	0.07	0.20	0.00	0.12
{3,5,6}	0.00	0.00	0.07	0.00	0.40	0.12
{4,5,6}	0.00	0.00	0.00	0.12	0.35	0.18

{1,2,3,4}	0.05	0.31	0.17	0.11	0.00	0.00
{1,2,3,5}	0.04	0.24	0.17	0.00	0.26	0.00
{1,2,3,6}	0.06	0.36	0.07	0.00	0.00	0.12
{1,2,4,5}	0.04	0.22	0.00	0.08	0.24	0.00
{1,2,4,6}	0.05	0.31	0.00	0.11	0.00	0.18
{1,2,5,6}	0.04	0.24	0.00	0.00	0.26	0.18
{1,3,4,5}	0.05	0.00	0.17	0.11	0.33	0.00
{1,3,4,6}	0.08	0.00	0.07	0.18	0.00	0.12
{1,3,5,6}	0.06	0.00	0.07	0.00	0.38	0.12
{1,4,5,6}	0.05	0.00	0.00	0.11	0.33	0.18
{2,3,4,5}	0.00	0.23	0.17	0.08	0.25	0.00
{2,3,4,6}	0.00	0.33	0.07	0.12	0.00	0.12
{2,3,5,6}	0.00	0.25	0.07	0.00	0.28	0.12
{2,4,5,6}	0.00	0.23	0.00	0.08	0.25	0.18
{3,4,5,6}	0.00	0.00	0.07	0.12	0.35	0.12
{1,2,3,4,5}	0.04	0.22	0.17	0.08	0.24	0.00
{1,2,3,4,6}	0.05	0.31	0.07	0.11	0.00	0.12
{1,2,3,5,6}	0.04	0.24	0.07	0.00	0.26	0.12
{1,2,4,5,6}	0.04	0.22	0.00	0.08	0.24	0.18
{1,3,4,5,6}	0.05	0.00	0.07	0.11	0.33	0.12
{2,3,4,5,6}	0.00	0.23	0.07	0.08	0.25	0.12
{1,2,3,4,5,6}	0.04	0.22	0.07	0.08	0.24	0.12

資料來源：本研究整理



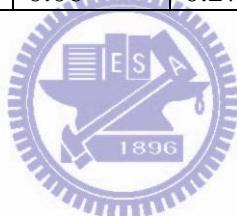
附錄三

直飛效應為選擇行為主要因素之各產品開放組合選擇機率

S	P ₁ (S)	P ₂ (S)	P ₃ (S)	P ₄ (S)	P ₅ (S)	P ₆ (S)
{ ϕ }	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
{1}	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
{2}	0.00	0.26	0.00	0.00	0.00	0.00
{3}	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00
{4}	0.00	0.00	0.00	0.46	0.00	0.00
{5}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.33	0.00
{6}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.15
{1,2}	0.18	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00
{1,3}	0.24	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00
{1,4}	0.13	0.00	0.00	0.38	0.00	0.00
{1,5}	0.16	0.00	0.00	0.00	0.26	0.00
{1,6}	0.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.15
{2,3}	0.00	0.26	0.12	0.00	0.00	0.00
{2,4}	0.00	0.14	0.00	0.38	0.00	0.00
{2,5}	0.00	0.18	0.00	0.00	0.25	0.00
{2,6}	0.00	0.26	0.00	0.00	0.00	0.15
{3,4}	0.00	0.00	0.12	0.46	0.00	0.00
{3,5}	0.00	0.00	0.12	0.00	0.33	0.00
{3,6}	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.10
{4,5}	0.00	0.00	0.00	0.35	0.18	0.00
{4,6}	0.00	0.00	0.00	0.46	0.00	0.15
{5,6}	0.00	0.00	0.00	0.00	0.33	0.15
{1,2,3}	0.18	0.20	0.12	0.00	0.00	0.00
{1,2,4}	0.11	0.12	0.00	0.33	0.00	0.00
{1,2,5}	0.13	0.15	0.00	0.00	0.21	0.00
{1,2,6}	0.18	0.20	0.00	0.00	0.00	0.15
{1,3,4}	0.13	0.00	0.12	0.38	0.00	0.00
{1,3,5}	0.16	0.00	0.12	0.00	0.26	0.00
{1,3,6}	0.24	0.00	0.06	0.00	0.00	0.10
{1,4,5}	0.10	0.00	0.00	0.31	0.16	0.00
{1,4,6}	0.13	0.00	0.00	0.38	0.00	0.15
{1,5,6}	0.16	0.00	0.00	0.00	0.26	0.15
{2,3,4}	0.00	0.14	0.12	0.38	0.00	0.00
{2,3,5}	0.00	0.18	0.12	0.00	0.25	0.00
{2,3,6}	0.00	0.26	0.06	0.00	0.00	0.10
{2,4,5}	0.00	0.11	0.00	0.30	0.16	0.00
{2,4,6}	0.00	0.14	0.00	0.38	0.00	0.15
{2,5,6}	0.00	0.18	0.00	0.00	0.25	0.15
{3,4,5}	0.00	0.00	0.12	0.35	0.18	0.00
{3,4,6}	0.00	0.00	0.06	0.46	0.00	0.10
{3,5,6}	0.00	0.00	0.06	0.00	0.33	0.10
{4,5,6}	0.00	0.00	0.00	0.35	0.18	0.15

{1,2,3,4}	0.11	0.12	0.12	0.33	0.00	0.00
{1,2,3,5}	0.13	0.15	0.12	0.00	0.21	0.00
{1,2,3,6}	0.18	0.20	0.06	0.00	0.00	0.10
{1,2,4,5}	0.09	0.10	0.00	0.27	0.14	0.00
{1,2,4,6}	0.11	0.12	0.00	0.33	0.00	0.15
{1,2,5,6}	0.13	0.15	0.00	0.00	0.21	0.15
{1,3,4,5}	0.10	0.00	0.12	0.31	0.16	0.00
{1,3,4,6}	0.13	0.00	0.06	0.38	0.00	0.10
{1,3,5,6}	0.16	0.00	0.06	0.00	0.26	0.10
{1,4,5,6}	0.10	0.00	0.00	0.31	0.16	0.15
{2,3,4,5}	0.00	0.11	0.12	0.30	0.16	0.00
{2,3,4,6}	0.00	0.14	0.06	0.38	0.00	0.10
{2,3,5,6}	0.00	0.18	0.06	0.00	0.25	0.10
{2,4,5,6}	0.00	0.11	0.00	0.30	0.16	0.15
{3,4,5,6}	0.00	0.00	0.06	0.35	0.18	0.10
{1,2,3,4,5}	0.09	0.10	0.12	0.27	0.14	0.00
{1,2,3,4,6}	0.11	0.12	0.06	0.33	0.00	0.10
{1,2,3,5,6}	0.13	0.15	0.06	0.00	0.21	0.10
{1,2,4,5,6}	0.09	0.10	0.00	0.27	0.14	0.15
{1,3,4,5,6}	0.10	0.00	0.06	0.31	0.16	0.10
{2,3,4,5,6}	0.00	0.11	0.06	0.30	0.16	0.10
{1,2,3,4,5,6}	0.09	0.10	0.06	0.27	0.14	0.10

資料來源：本研究整理



簡歷



中文姓名：劉婉婷

英文姓名：Wan-Ting Liu

出生日期：民國 76 年 02 月 01 日

聯絡地址：彰化縣社頭鄉新厝村潘厝橫巷 1-8 號

聯絡電話：0921-545813

E-mail : airir19872011@gmail.com



簡歷：

民國 100 年 6 月 國立交通大學 運輸科技與管理學系 碩士班 畢業

民國 98 年 6 月 國立交通大學 運輸科技與管理學系 畢業

民國 94 年 6 月 國立彰化女子高級中學 畢業

民國 91 年 6 月 彰化縣立社頭國民中學 畢業

民國 88 年 6 月 彰化縣立橋頭國民小學 畢業