

國立交通大學  
機械工程學系碩士班  
碩士論文

光纖光柵於板波群速度量測  
及平面聲源定位之研究

Measurement of Group Velocities of Plate Waves and  
Planar Source Location Using Fiber Bragg Gratings



研究生：徐家保

指導教授：尹慶中 博士

中華民國九十三年七月

# 光纖光柵於板波群速度量測 及平面聲源定位之研究

研究生：徐家保

指導教授：尹慶中 博士

國立交通大學機械工程學系碩士班

## 摘要

本研究以不同反射波長之光纖光柵作為超音波感測器，在等向性平板上構成多工定址之陣列，探討光柵於平面聲源定位的能力。實驗以雷射生成板波作為暫態波源，板波對於光纖光柵的繞射在光柵上產生動態的軸向應變，編碼於光柵的反射光波長，以不等臂長之 Mach-Zehnder 光纖干涉儀將光柵波長變化即時解調成相位變化，再轉換成光強度變化訊號。本研究討論波程差、入射角及不同的相位調制器對於板波訊號解析的影響，並以二維快速傅立葉轉換及小波轉換分析量測板波相速度及群速度。板波入射角度會影響光柵的偵測靈敏度，對於群速度量測準確度的影響甚於相速度。

# Measurement of Group Velocities of Plate Waves and Planar Source Location Using Fiber Bragg Gratings

Student: Chia-Pao Hsu

Advisor: Dr. Ching-Chung Yin

Department of Mechanical Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

This thesis presents an investigation on an array of fiber Bragg grating (FBG) ultrasonic sensors with wavelength-division-multiplexing technique for planar location of acoustic source in an isotropic plate. In the experiments, a laser-induced ultrasound technique is used as a transient acoustic source to generate plate waves propagating in an aluminum plate. Due to the diffracted acoustic waves, axial strains are dynamically induced in the Bragg gratings and encoded in the variations of wavelength. A detection scheme uses an unbalanced Mach-Zehnder interferometer as a wavelength demodulator and a commercially available bandpass wavelength division multiplexer to measure the strain signals from four element FBG array. The strain signal resolutions are influenced by traveling distances, incidences of plate waves and employment of different phase shifters in the unbalanced interferometer. These factors are experimentally investigated. Determination of phase velocities and group velocities of the plate waves are carried out by 2-dimensional Fourier transform and wavelet transform techniques, respectively. The detecting capability is limited in a small range of incidence angles of plate waves being launched on to the gratings. A larger incidence degrades the precision in measuring group velocity more than phase velocity.

## 誌謝

在此論文定稿之際，感謝指導教授 尹慶中博士兩年來的悉心指導，使學生論文得以順利完成，在此致上由衷的謝意。感謝蕭國模老師、楊哲化老師及何旭川老師撥允擔任學生口試委員，給予學生指導與指正。

感謝學長王多聞、游泰和、許世明及劉育翔提供家保生活上及學習上的寶貴經驗，不只是在研究方面，甚至於在人際關係上面亦給予家保很大的幫助，使家保的視野更加的開闊。同學楊秋華、羅世青、紀建宇、張朝文、蘇鎮隆、黃仁傑及魏嘉建兩年來互相的扶持、幫助及鼓勵，喜怒哀樂一路相隨，這份情誼家保謹記在心。學弟許家豪、孫繼增、黃俊傑及蔡德新過去一年謝謝你們的陪伴，讓家保的研究生生活增色不少，在此也預祝你們論文順利。

最後，感謝母親您多年來辛苦的栽培，給予家保在研究及生活上面極大的鼓勵，也感謝上帝在這兩年一路陪伴我度過風風雨雨。本論文亦要感謝業界的朋友，光合訊的黃世坪副理給予家保許多協助與意見，還有感謝光電所的徐桂珠學姐，幫助家保在研究上面許多的扶持及幫助，還有許多不及備載曾幫助過家保的朋友，衷心感謝外，家保謹以此論文獻給我摯愛的雙親，家人及好友。

## 目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖表目錄	vi
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 文獻回顧	1
1.3 研究內容	4
第二章 板波的波傳	5
2.1 等向性平板的板波波傳	5
2.1.1 藍姆波的相速度	5
2.1.2 藍姆波的群速度	8
2.2 波源位置反算的模擬	9
第三章 實驗與分析	12
3.1 光纖光柵超音波感測系統	12
3.2 Mach-Zehnder 光纖干涉儀	13
3.2.1 Mach-Zehnder 干涉儀之工作原理	13
3.2.2 Mach-Zehnder 干涉儀之光程差計算	15
3.3 Mach-Zehnder 干涉儀之相位調制器	16
3.3.1 壓電管之相位調制器	16
3.3.2 壓電梁之相位調制器	18
3.4 相位調制器對於 MZ 干涉儀的影響	20
3.5 高頻訊號的時頻域分析	21
3.5.1 板波相速度量測分析	22
3.5.2 板波群速度量測分析	22
第四章 結果與討論	25

4.1 光纖光柵量測板波之頻散特性	25
4.1.1 相速度量測分析	25
4.1.2 群速度量測分析	26
4.1.3 光纖光柵與錐形壓電探頭量測結果之比較	27
4.2 波源位置反算實驗結果與討論	28
第五章 結論與展望	30
參考文獻	32
附表	34
附圖	35
附錄 A	80
附錄 B	84



## 圖表目錄

	頁次
表 2.1 三個感測器目標函數的參數整理	34
表 2.2 四個感測器目標函數的參數整理	34
圖 2.1 波群波傳的示意圖	35
圖 2.2 對稱及反對稱板波變位的示意圖	35
圖 2.3 6061 鋁板的 $A_0$ 與 $S_0$ 板波之頻散曲線	36
圖 2.4 三個位置感測器陣列之佈置圖	36
圖 2.5 三個位置感測器的波源定位目標函數等高線圖	37
圖 2.6 四個位置感測器陣列之佈置圖	37
圖 2.7 四個位置感測器的波源定位目標函數等高線	38
圖 3.1 光纖光柵量測系統示意圖	39
圖 3.2 第一組感測器(a) 1531 nm、(b) 1551 nm 之光譜	39
圖 3.3 第二組感測器(a) 1531 nm、(b) 1551 nm 之光譜	40
圖 3.4 鋁板試片幾何尺寸	40
圖 3.5 光柵黏貼於鋁板表面之實體照片	41
圖 3.6 雷射超音波掃瞄實驗架構圖	41
圖 3.7 訊號擷取自動化系統	42
圖 3.8 MZ 光纖干涉儀示意圖	43
圖 3.9 MZ 干涉儀餘弦轉換函數模擬曲線	43
圖 3.10 MZ 干涉儀餘弦轉換函數的 dB 示意圖	44
圖 3.11 光程差為 0.809 mm 之 MZ 干涉儀光譜圖	44
圖 3.12 光程差為 3 mm 之 MZ 干涉儀光譜圖	45
圖 3.13 MZ 干涉儀餘弦轉換函數的示意圖	45
圖 3.14 光臂纏繞 PZT 管作為相位調制器的 MZ 干涉儀實體照片	46
圖 3.15 光柵反射光經過 PZT 管相位調制 前(a)與後(b)的 MZ 干涉儀光譜	47
圖 3.16 串聯之雙層 PZT 梁之示意圖	48

圖 3.17 1531 nm 光柵反射光座落在 MZ 干涉儀之光譜	48
圖 3.18 以 PZT 梁為相位調制器之 MZ 干涉儀實體照片	49
圖 3.19 PZT 梁相位調制器實體照片	49
圖 3.20 具壓電梁相位調制器之 MZ 干涉儀及光柵反射光的光譜	50
圖 3.21 具壓電管相位調制器之 MZ 干涉儀及光柵反射光的光譜	50
圖 3.22 具壓電梁相位調制器之光柵系統感測場距(a) 30、 (b) 40、(c) 50、(d) 60、(e) 70 及(f) 80 mm 之板波原始訊號	51
圖 3.23 具壓電管相位調制器之光柵系統感測場距(a) 30、 (b) 40、(c) 50、(d) 60、(e) 70 及(f) 80 mm 之板波原始訊號	54
圖 3.24 高斯脈波母小波函數圖	57
圖 4.1 光柵偵測 $0^\circ$ 方向波傳，場距(a) 30、(b) 60 mm 之雷射超音 波訊號掃瞄灰階圖	58
圖 4.2 與圖 4.1 同，唯波傳方向為 $15^\circ$	59
圖 4.3 與圖 4.1 同，唯波傳方向為 $30^\circ$	60
圖 4.4 與圖 4.1 同，唯波傳方向為 $45^\circ$	61
圖 4.5 $0^\circ$ 方向波傳之 $A_0$ 板波相速度理論值及光柵場距 (a) 30、(b) 60 mm 的量測值	62
圖 4.6 與圖 4.5 同，唯波傳方向為 $15^\circ$	63
圖 4.7 與圖 4.5 同，唯波傳方向為 $30^\circ$	64
圖 4.8 與圖 4.5 同，唯波傳方向為 $45^\circ$	65
圖 4.9 $0^\circ$ 方向波傳之 $A_0$ 板波群速度理論值及 光柵在不同場距，依據絕對距離量測的實驗值	66
圖 4.10 與圖 4.9 同，唯波傳方向為 $15^\circ$	67
圖 4.11 與圖 4.9 同，唯波傳方向為 $30^\circ$	68
圖 4.12 與圖 4.9 同，唯波傳方向為 $45^\circ$	69
圖 4.13 $0^\circ$ 方向波傳之 $A_0$ 板波速度及	

光柵量測 10 mm 相對場距的群速度實驗值	70
圖 4.14 與圖 4.13 同，唯相對場距為 20 mm	70
圖 4.15 與圖 4.13 同，唯相對場距為 30 mm	71
圖 4.16 15° 方向波傳之 $A_0$ 板波速度及光柵在 不同相對距離量測之群速度頻散曲線	71
圖 4.17 與圖 4.16 同，唯波傳方向為 30°	72
圖 4.18 與圖 4.16 同，唯波傳方向為 45°	72
圖 4.19 場距 40 mm 之光柵感測 $A_0$ 板波之原始波形	73
圖 4.20 場距 40 mm 之錐形壓電探頭感測 $A_0$ 板波之原始波形	73
圖 4.21 錐形壓電探頭以場距 40 mm 為起點， 量測雷射超音波訊號掃瞄之灰階圖	74
圖 4.22 光柵與錐形壓電探頭量測 $A_0$ 板波相速度之比較	74
圖 4.23 錐形壓電探頭量測不同場距差的 $A_0$ 板波群速度比較	75
圖 4.24 光柵與錐形壓電探頭量測 $A_0$ 板波群速度之比較	75
圖 4.25 光纖光柵黏貼於鋁板之座標位置示意圖	76
圖 4.26 第一組(a) 1531nm、(b) 1551nm 及 第二組(c)1531 nm、(d)1551 nm 光柵擷取之 $A_0$ 板波訊號	77
圖 4.27 波源位置(80,0) mm 的聲源定位目標函數之等高線圖	79

# 第一章 緒論

## 1.1 研究背景

光纖具有高解析度、高頻寬、低損耗以及不受電磁波干擾等的優勢下，應用於感測器以及通訊上有極大的優勢。光纖之應用基本上分為通訊及感測兩方面。本研究主要是在探討光纖在感測器之應用，所以通訊方面的研究在此不加以探討。

感測方面之應用。光纖感測器基本上可分為本質型光纖感測器及非本質型光纖感測器兩種，所謂本質型光纖感測器是光纖本身作為感測用，即感測物理變化的過程中，光波並未離開光纖；非本質型光纖感測器是光纖本身不作為感測，僅作為傳輸感測光訊號使用，即光波傳輸至待測區後，光波離開光纖經外界待測物理量調制後，再耦合進入光纖中。

本實驗光纖感測為非本質性。其主要工作原理為藉由光在光纖中傳輸的特性，當外在條件的改變造成感測器的特性變化，如相位、強度、波長及偏極方向等的變化，來偵測物理場的狀態。然而感測系統再配合光纖干涉儀解調光相位的變化轉換成光強度的變化，使用 CWDM 裝置將感測器的頻寬分開並分別觀察訊號的變化。最後以光接收器接收，經由電腦來擷取所得到的資訊。

光纖感測器可以廣泛地應用於軍事、醫療及各項工業上。本研究中利用光纖感測器組成多工感測定位系統，藉由光纖感測器適當的安排，偵測板波訊號，並利用波速與材料特性尋找激發源的位置。

## 1.2 文獻回顧

光纖感測器以干涉方式解調為相關研究之主流，早期以 fiber optic Fabry-Perot (FOFP) 為最多人探討。光纖干涉儀除了 FOFP 外，Mach-Zehnder (MZ) interferometer 的應用研究亦相當廣泛。1992 年，Kersey et al [1] 以光纖光柵作為動態應變量測的感測器，動態應變編碼於光柵反射的波長變化

量，利用光纖光柵之高解析度的微小應變量測之優勢，並以不等光臂的 Mach-Zehnder 光纖干涉儀將光柵的波長變化量解調為相位變化。1998 年，Beadel 與 Weis [2]應用光纖光柵量測梁結構的軸向振動，振動頻率在 53kHz 到 58kHz 之間，也同樣利用 Mach-Zehnder 光纖干涉儀做相位解調。

Kersey et al [3]在 1997 年曾回顧布拉格光纖光柵(Fiber Bragg Grating, FBG)之相關研究，將光纖光柵的運作原理及操作方式做出註解。並且採用多波長的光纖光柵，進行量測系統之研製，其採用的方法是以 PZT 壓電相位調制器控制 MZ 光纖干涉儀操作在 1/4 週期 quadrature 相位點的線性區域，解調光纖光柵反射光的波長變化量，量測解析度可達  $0.6n\varepsilon/\sqrt{Hz}$ 。

Weis et al [4]在 1994 年利用 4 個光纖光柵感測陣列，架設時差多工 (time-division-multiplexed, TDM)感測系統來量測動態應變。4 個光柵反射之中心波長雖不相同，但只使用一個 Mach-Zehnder 光纖干涉儀作解調，所以解調技術必須具有選擇光柵頻道的多工特性，解調之前先以時間柵門 (time-gated)，選擇欲解調的頻道。

架設 TDM 時，感測元件額外間的長度、高速光偵測器 (high-speed photo-detection)、電子切換器 (switching electronics) 的價格較昂貴，稍後發展的波長多工 (wavelength multiplexing)，利用數個 FBG 所組成的陣列來接收訊號，利用 Fabry-Perot filter 掃瞄各個不同波長的感測器資訊，但是不適用於動態量測。Berkoff 和 Kersey [5]在 1996 年發展出帶通波長分割多工系統 (bandpass wavelength division multiplexers, BWDM)，以不同的多工方式以及 FBG 感測偵測方法來量測動態應變。

雷射超音波的激發方式，可大略分成寬頻與窄頻兩種。1994 年，Costley et al [6]以 Fresnel 透鏡將脈衝雷射投射於板試片，調整透鏡與板之間的距離長短，激發出不同波長的板波。1997 年，Yamanaka [7]利用表面聲波特性，在等向性材料上以兩束同調的脈衝雷射照射在試片上，產生干涉條紋，激發表面聲波 (surface acoustic waves)，對表面聲波的速度與方向等特性與性質作分析與探討。

1999 年，Prosser et al [8]模擬鋁板及複材板的表面聲波，並以 PWVD

(Pseudo-Wigner-Ville distribution)方法求得多模態的板波相速度及群速度，可以量測得複材板基本對稱波( $S_0$ )及基本反對稱波( $A_0$ )的板波群速度。

光纖感測器除了可黏於試片的表面外，更可以透過複合材料試片的製作程序，將光纖感測器埋於複材試片中，量測藍姆波面內響應。將藍姆波的面外與面內位移產生的應變有系統的對照討論，有助於分析板波的波傳問題。

1998年，Pierce 與 Culshaw [9]以脈衝雷射聚焦於試片生成寬頻板波，利用 MZ 光纖干涉儀的一支光臂黏貼於鋁板表面，作為偵測藍姆波(Lamb waves)之訊號光臂，而 MZ 光纖干涉儀的參考光臂則作為相位解調之用，得到板波訊號，再分別計算  $A_0$  及  $S_0$  板波的相速度。1999年，Gachagan et al [10]利用 PZT 壓電片作為激發源，在複材板上生成各種不同模態的板波，也以 MZ 光纖干涉儀同時作為感測器與解調兩種用途，MZ 光纖干涉儀的訊號臂埋於複材板內。並將量測之板波訊號與有限元素分析的模擬結果比較，研製一套非破壞檢測系統。

2003年，Betz et al [11]利用壓電致動器作為激發源，在鋁板上激發板波，以可調式雷射作為 chirped 光柵的光源，當光纖光柵受到板波動態應變影響造成光譜移動，以致於反射光強度變化，可量測板波動態訊號。Betz et al 所使用的光柵量測技術雖然無法同步量測不同節距(pitch)光柵之動態響應，但是適合定址多工的靜態或準靜態感測。

板波是一種頻散波(dispersive waves)，訊號的擷取與處理較為複雜。1991年，Alleyne 與 Cawley [12]以二維快速傅立葉轉換獲得多模態板波的頻散曲線，雖然分析的板波訊號是數值模擬的結果，但目前已被廣泛應用在頻散板波相速度的實驗量測上。

蘇逢奇[13]在 1996 年，以共振式音洩探頭擷取脈衝雷射在薄鋁板上產生的音洩模擬訊號，並在探頭共振頻率附近之特定頻寬內進行訊號分析。以小波轉換分析受板緣反射影響之音洩波傳，建立一個適用於各種尺寸平板試片的音洩平面定位方法。

李金福[14]在 2002 年，利用黏貼於鋁合金平板表面之壓電陶瓷元件，作

為窄頻的板波致動器及  $A_0$  板波的感測器，並以小波轉換對於暫態訊號進行時頻域分析，依據缺陷散射波波群的波程時間差與訊號分析，鑑定缺陷位置及頻譜特性。

李雨青[15]在 2003 年，利用脈衝雷射為板波的激發源，以光纖光柵感測板波繞射的訊號，並以二維快速傅立葉轉換技術，量測板波的相速度頻散曲線。由於板波入射角度不同，板波在光柵軸向的波長投影量( $\lambda/\cos\theta$ )產生變化， $\lambda/\cos\theta$  愈大，光柵上的軸向應變愈均勻，量測相速度的頻寬因此不同。入射波與光纖主軸平行時，訊號振幅較大，所獲得的板波頻散曲線頻寬較窄，而在夾角  $45^\circ$  時頻寬最大，此特性與入射板波在光柵上的投影量與對於光柵產生的應變大小有關。

### 1.3 研究內容

本研究以不同反射波長的光纖光柵為超音波感測器，偵測雷射生成的暫態板波，驗證不同場距量測群速度之一致性，並探討光纖光柵的多工定址偵測特性在平面聲源定位應用的可行性。

實驗架構以 C-band 之 ASE 光源作為寬頻光源，其頻寬範圍由 1520nm 到 1580nm。以兩組光纖光柵黏貼於鋁板表面作為超音波感測器，每組光纖感測器有兩個中心波長為 1531 及 1551 nm 的光柵，光柵受到板波繞射之軸向應變編碼於反射光波長，以 CWDM 將各波段分開，再經 MZ 光纖干涉儀解調，以光接收器(photo detector)接收光強訊號，採用 12bit GaGe A/D card 將暫態訊號擷取到電腦，計算板波波速及聲源定位。

訊號處理係利用小波轉換，計算板波訊號自激發源傳抵 4 個光柵感測器的波程時間，並設定目標函數，以簡單體法(simplex method)搜尋目標函數的全域極小值，反算出板波暫態聲源的位置。

## 第二章 板波的波傳

板波的波動受到平板上下表面自由邊界的拘束，在板厚方向形成共振，能沿著平板傳遞至遠處，若無法在厚度方向形成共振，則會快的衰減而消散掉。板厚方向不同振動模態或振頻的板波分別具有不等的相速度，這種現象即稱為頻散(dispersion)。本章簡述等向性平板中藍姆波傳遞的相速度與群速度(能量速度)。

### 2.1 等向性平板的板波波傳

#### 2.1.1 藍姆波的相速度

假設平板厚度介於  $-h/2 < x_2 < h/2$ ， $-\infty < x_1 < \infty$ ，平板表面( $x_2 = \pm h/2$ ) 無曳力作用，即

$$\sigma_{12} = \sigma_{22} = 0 \quad x_2 = \pm h/2, \quad -\infty < x_1 < \infty \quad (2.1)$$

假設所有的場變數都具有時諧(time-harmonic)因子  $\exp(-i\omega t)$ ，為簡化數學表示式，以下都省略時諧因子。假設勢函數(potentials)為

$$\phi(x_1, x_2) = F(x_2) \exp(ikx_1) \quad (2.2a)$$

$$\psi(x_1, x_2) = G(x_2) \exp(ikx_1) \quad (2.2b)$$

其中， $k$  為未知的實數波數， $F(x_2)$ 、 $G(x_2)$  為待定函數，並滿足下列方程式

$$\frac{d^2 F(x_2)}{dx_2^2} - \eta_1^2 F(x_2) = 0 \quad (2.3a)$$

$$\frac{d^2 G(x_2)}{dx_2^2} - \eta_2^2 G(x_2) = 0 \quad (2.3b)$$

其中，

$$\eta_i = \begin{cases} \sqrt{k^2 - k_i^2}, k > k_i \\ i\sqrt{k_i^2 - k^2}, k_i > k \end{cases} \quad (2.4)$$

$\eta_1$ 、 $\eta_2$  為複數形式，為了滿足單值(single value)的要求，規定

$$\text{Re}(\eta_i) \geq 0 \quad (2.5)$$

待定函數在平板內部( $-h/2 < x_2 < h/2$ )的通解為

$$F(x_2) = A \sinh(\eta_1 x_2) + B \cosh(\eta_1 x_2) \quad (2.6a)$$

$$G(x_2) = C \sinh(\eta_2 x_2) + D \cosh(\eta_2 x_2) \quad (2.6b)$$

其中， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  為常數。因此，勢函數可以表示為

$$\phi(x_1, x_2) = \{A \sinh(\eta_1 x_2) + B \cosh(\eta_1 x_2)\} \exp(ikx_1) \quad (2.7a)$$

$$\psi(x_1, x_2) = \{C \sinh(\eta_2 x_2) + D \cosh(\eta_2 x_2)\} \exp(ikx_1) \quad (2.7b)$$

位移分量  $u_1$ 、 $u_2$  以勢函數表示為

$$u_1(x_1, x_2) = \{ik[A \sinh(\eta_1 x_2) + B \cosh(\eta_1 x_2)] - \eta_2[C \cosh(\eta_2 x_2) + D \sinh(\eta_2 x_2)]\} \exp(ikx_1) \quad (2.8a)$$

$$u_2(x_1, x_2) = \{\eta_1[A \cosh(\eta_1 x_2) + B \sinh(\eta_1 x_2)] + ik[C \sinh(\eta_2 x_2) + D \cosh(\eta_2 x_2)]\} \exp(ikx_1) \quad (2.8b)$$

因此，應力分量  $\sigma_{12}$ 、 $\sigma_{22}$  可表示為

$$\begin{aligned} \sigma_{12} &= \mu(2\phi_{,12} + \psi_{,11} - \psi_{,22}) \\ &= \mu\{2ik\eta_1[A \cosh(\eta_1 x_2) + B \sinh(\eta_1 x_2)] \\ &\quad - (2k^2 - k_2^2)[C \sinh(\eta_2 x_2) + D \cosh(\eta_2 x_2)]\} \exp(ikx_1) \end{aligned} \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{22} &= (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \phi - 2\mu(\phi_{,11} - \psi_{,12}) \\ &= \mu\{(2k^2 - k_2^2)[A \sinh(\eta_1 x_2) + B \cosh(\eta_1 x_2)] \\ &\quad + 2ik\eta_2[C \cosh(\eta_2 x_2) + D \sinh(\eta_2 x_2)]\} \exp(ikx_1) \end{aligned} \quad (2.9b)$$

將之代入(2.1)式的邊界條件( $\sigma_{12} = \sigma_{22} = 0$ )，可以獲得  $A$ 、 $B$ 、 $C$  and  $D$  的齊性聯立方程式，

$$\begin{aligned} & \{2ik\eta_1 A \cosh(\eta_1 h/2) - (2k^2 - k_2^2) D \cosh(\eta_2 h/2)\} \\ & \pm \{2ik\eta_1 B \sinh(\eta_1 h/2) - (2k^2 - k_2^2) C \sinh(\eta_2 h/2)\} = 0 \end{aligned} \quad (2.10a)$$

$$\begin{aligned} & \pm \{(2k^2 - k_2^2) A \sinh(\eta_1 h/2) + 2ik\eta_2 D \sinh(\eta_2 h/2)\} \\ & + \{(2k^2 - k_2^2) B \cosh(\eta_1 h/2) + 2ik\eta_2 C \cosh(\eta_2 h/2)\} = 0 \end{aligned} \quad (2.10b)$$

若  $A = D = 0$ ，(2.7)式代表對稱板波(symmetric wave motion)，

$$\begin{bmatrix} 2ik\eta_1 \sinh(\eta_1 h/2) & -(2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_2 h/2) \\ (2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_1 h/2) & 2ik\eta_2 \cosh(\eta_2 h/2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B \\ C \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.11)$$

反之，若  $B = C = 0$ ，(2.7)式代表反對稱板波(anti-symmetric wave motion)

$$\begin{bmatrix} 2ik\eta_1 \cosh(\eta_1 h/2) & -(2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_2 h/2) \\ (2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_1 h/2) & 2ik\eta_2 \sinh(\eta_2 h/2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ D \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

反對稱板波的位移分量可以表示為

$$u_1(x_1, x_2) = \{ikA \sinh(\eta_1 x_2) - \eta_2 D \sinh(\eta_2 x_2)\} \exp(ikx_1) \quad (2.13)$$

$$u_2(x_1, x_2) = \{\eta_1 A \cosh(\eta_1 x_2) + ikD \cosh(\eta_2 x_2)\} \exp(ikx_1) \quad (2.14)$$

若線性系統(2.12)存在非零解，則

$$\begin{aligned} & (2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_1 h/2) \cosh(\eta_2 h/2) \\ & - 4k^2 \eta_1 \eta_2 \cosh(\eta_1 h/2) \sinh(\eta_2 h/2) = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

從(2.12)式可以得到

$$\frac{D}{A} = - \frac{(2k^2 - k_2^2) \sinh(\eta_1 h/2)}{2ik\eta_2 \sinh(\eta_2 h/2)} \quad (2.16)$$

(2.13)-(2.16)提供平板在  $x_1$  方向波傳之反對稱板波可能的形式，(2.15)提供波數與相速度皆為角頻率函數的頻散方程式(dispersive equation)，

$$\frac{\tanh(\eta_2 h/2)}{\tanh(\eta_1 h/2)} = \frac{(2k^2 - k_2^2)^2}{4k^2 \eta_1 \eta_2} \quad (2.17)$$

對稱板波的位移分量可以表示為

$$u_1(x_1, x_2) = \{ikB \cosh(\eta_1 x_2) - \eta_2 C \cosh(\eta_2 x_2)\} \exp(ikx_1) \quad (2.18)$$

$$u_2(x_1, x_2) = \{\eta_1 B \sinh(\eta_1 x_2) + ikC \sinh(\eta_2 x_2)\} \exp(ikx_1) \quad (2.19)$$

若線性系統(2.11)存在非零解，同樣可以得到對稱波的頻散方程式，

$$\frac{\tanh(\eta_1 h/2)}{\tanh(\eta_2 h/2)} = \frac{(2k^2 - k_2^2)^2}{4k^2 \eta_1 \eta_2} \quad (2.20)$$

$$\frac{C}{B} = -\frac{(2k^2 - k_2^2) \cosh(\eta_1 h/2)}{2ik\eta_2 \cosh(\eta_2 h/2)}$$

### 2.1.2 藍姆波的群速度

通常所見的板波都不是由單頻波源(monochromatic sources)所生成，若考慮一組振幅相等，但頻率與波數具有些微差異的波，沿著  $x$  座標的正向波傳，則數學式表示為

$$\begin{aligned} & \cos(\omega t - kx) + \cos\{(\omega + \delta\omega)t - (k + \delta k)x\} \\ &= 2 \cos\left\{(\omega + \frac{\delta\omega}{2})t - (k + \frac{\delta k}{2})x\right\} \cos(\frac{\delta\omega}{2}t - \frac{\delta k}{2}x) \end{aligned} \quad (2.21)$$

參考圖 2.1 所示，整個波群(group wave)的調制振幅即為載波的包絡線，波群的速度稱為群速度(group velocity)，其值與能量速度(energy velocity)相等，波群的群速度  $V_g$  為

$$V_g = \lim_{\delta\omega \rightarrow 0} \frac{\delta\omega}{\delta k} = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.22)$$

對於板波而言，相速度具有頻散特性，且相速度  $c$ 、角頻率  $\omega$ 、波向量  $k$  為內隱式函數關係，由頻散方程式可分別決定反對稱與對稱板波的群速度，

$$V_g = -\frac{\frac{\partial\Omega}{\partial k_1} e_1 + \frac{\partial\Omega}{\partial k_2} e_2}{\frac{\partial\Omega}{\partial\omega}} \quad (2.23)$$

其中，對稱波的特徵函數 $\Omega(k, \omega)$ 為

$$\Omega(k, \omega) = 4k^2 \eta_1 \eta_2 \tanh(\eta_1 h/2) - (2k^2 - k_2^2)^2 \tanh(\eta_2 h/2) \quad (2.24)$$

而反對稱波的特徵函數 $\Omega(k, \omega)$ 為

$$\Omega(k, \omega) = 4k^2 \eta_1 \eta_2 \tanh(\eta_2 h/2) - (2k^2 - k_2^2)^2 \tanh(\eta_1 h/2) \quad (2.25)$$

板波的波速是頻率(或波長)的函數，依據板波在板厚方向的共振模式，可以繪出許多支相速度頻散曲線(dispersion curves)。圖 2.2 為對稱及反對稱板波變位的示意圖。圖 2.3 為鋁板的基本反對稱( $A_0$ )及基本對稱( $S_0$ )板波相速度與群速度的頻散曲線。一般而言，較低頻的板波比較容易被激發，波傳距離越遠，波動的振幅也比較明顯。本研究所激發的板波為 $A_0$ 模態。

## 2.2 波源位置反算的模擬

自激發板波波源的位置到光纖感測器的波程不同，由每兩組光纖感測器接收的訊號，可以得到一組波程時間差的數據。平面聲源定位至少需要三個感測器，決定三個未知數 $(x_0, y_0, t_0)$ ，前兩者為聲源座標， $t_0$ 為聲源起始時間。定義一個目標函數(objective function) $Q$ ，為猜測之波源位置至光柵的波程 $d_{trial}$ 與實際量測的波程 $d_{measured}$ 的平方差，

$$Q = \sum_{i=1}^M (d_{trial} - d_{measured})_i^2 \quad (2.26)$$

其中， $M$ 為不同波傳途徑或板波頻率的數據總筆數。

板波的波傳在本質上具有頻散性質，不同頻率的板波具有不等的相速度與群速度。應用板波波傳訊號作為板波聲源的定位計算，可以群速度與波程時間差的乘積作為量測的波程差 $d_{measured}$ 。板波的散射波經過較長波程 $r$ 後，訊號大小呈 $r^{-1}$ 衰減。在缺乏其他近似波程的波之相位資訊比對下，比較適合量測板波波程時間的方式是以訊號包絡線的最大峰值作為指標，亦即板波波群的波程時間。(2.26)式可以稍加修改成

$$Q = \sum_{j=1}^M \left\{ \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} - V_g(t_i - t_0) \right\}_i^2 \quad (2.27)$$

其中， $i$ 為光纖光柵感測器數目， $M$ 為板波頻率的數據總筆數。

平面波源定位選擇的最佳目標函數必須是一個具有單一全域極小值(global minimum)的二維曲面，全域極小值所對應的 $(x_0, y_0)$ 座標即為板波波源位置。本研究採用簡單體法作為尋優(optimization)的程序，搜尋(2.27)式之目標函數的極小值。一般以最小平方差法搜尋非線性目標函數的極小值時，必須先將目標函數局部線性化(local linearization)，再進行疊代(iteration)運算，全部的計算量很大。若以簡單體法搜尋極小值，可以省卻目標函數局部線性化的計算時間，較最小平方差法搜尋快速。

一個  $N$  維的簡單體是由  $N+1$  個頂點的連線及所圍的多邊形建構成的，以本研究探討板波波源定位分析為例，假設聲源起始時間  $t_0 = 0$ ，待搜尋的兩個參數為板波波源的座標  $(x_0, y_0)$ ，因此所建立的簡單體是一個具有三個頂點的三角形。首先給予一組猜測起始點，在起始值附近建立一個三角形的三個起點，比較各頂點的目標函數值，找出最大值的一組。再將此頂點與相對應的三角形中心連成一條射線，在此射線的中點與其延伸線的一倍、兩倍長度處尋找一個目標函數值較小的點作為新的頂點，取代原先具有最大函數值的頂點，形成一個新的簡單體。重複上述疊代步驟，簡單體會逐漸越縮越小，直到簡單體的體積夠小，或是各頂點的函數值非常接近時，尋優的程序便告終止。

自板波的波源位置至光柵的波程不同，可以得到板波抵達光纖光柵的時間差。在波源定位分析中，感測器的數目與目標函數的收斂性相關。兩個感測器可以決定出一個點，但是可能會有對稱點產生，在此，以三個感測器進行初步模擬。

如圖 2.4 所示假設三個感測器分別位於座標  $(0,0)$ 、 $(0,45)$  以及  $(45,0)$  mm，波源發生於座標  $(50,50)$  mm，(2.27)之目標函數包括自波源抵達感測器的波程時間  $\Delta t$ 。Nd:YAG 雷射激發的板波為一寬頻訊號，在模擬中必須選擇某些特定頻率對應的群速度，在此選擇  $100\text{kHz}$ 、 $110\text{kHz}$  及  $120\text{kHz}$  所對應的群速

度 $1.7775\text{mm}/\mu\text{s}$ 、 $1.8461\text{mm}/\mu\text{s}$ 及 $1.9097\text{mm}/\mu\text{s}$ ，表 2.1 為代入目標函數計算的感測點資料。圖 2.5 所示為由座標 $(-50,-50)\text{mm}$ 到 $(50,50)\text{mm}$ ，每隔 $5\text{mm}$ 的間隔，總共 441 個點，代入目標函數，觀察函數圖形的變化，三個區域極小值，分別位於 $(50,50)\text{mm}$ 、 $(-34.5,28)\text{mm}$ 及 $(28,-34.5)\text{mm}$ ，以簡單體法在不同象限搜尋極小值，會收斂至上述三點位置。

圖 2.6 所示的定位模擬採用為四個感測器，分別位於座標 $(0,0)\text{mm}$ 、 $(45,0)\text{mm}$ 、 $(0,45)\text{mm}$ 及 $(45,45)\text{mm}$ ，波源仍假設位於座標 $(50,50)\text{mm}$ ，表 2.2 所列為代入目標函數計算的感測點模擬資料。圖 2.7 所示為目標函數的等高線圖，不論猜測起始點在任何象限，極小值都只有一個，即波源位置座標 $(50,50)\text{mm}$ 。

依據上述模擬結果，本研究採用四個光柵感測器作為波源定位所需的感測裝置之數目。



## 第三章 實驗與分析

本研究以兩組光纖光柵感測器量測板波波傳訊號，每組有兩個不同反射波長的布拉格光柵，分別為 $1531\text{nm}$ 、 $1551\text{nm}$ 。ASE 寬頻光源經光纖光柵反射，將光柵承受之動態應變編碼於反射光波長變化量，經過不等臂長之 MZ 光纖干涉儀解調光柵的中心波長偏移量，將光相位差轉換成光強度的變化。再以 CWDM 將兩個反射光波長分至兩個頻道，由光接收器轉換為電壓值，構成板波波源定位的實驗系統。量測系統如圖 3.1 所示。

### 3.1 光纖光柵超音波感測系統

本實驗中使用的 CWDM 四個頻道分別為 $1511\text{nm}$ 、 $1531\text{nm}$ 、 $1551\text{nm}$  以及  $1571\text{nm}$ ，C-band 之 ASE 光源頻寬分佈為  $1520\text{nm}$  至  $1580\text{nm}$ 。由於 ASE 光源在  $1531\text{nm}$  及  $1551\text{nm}$  的能量相較於  $1511\text{nm}$ 、 $1571\text{nm}$  大，所以本研究以反射波長為  $1531\text{nm}$  及  $1551\text{nm}$  的光柵作為實驗的光纖感測器。圖 3.2 及 3.3 為第一及第二組感測器反射波長為 $1531\text{nm}$ 、 $1551\text{nm}$  的光譜圖。

由第二章波源位置反算模擬中，以四個感測器量測板波波源的位置，可以獲得唯一的全域極小值，所以研究採用四個光纖光柵構成感測陣列。

本研究採用鋁板作為板波的波傳介質，其尺寸為 $400\text{mm} \times 400\text{mm}$ ，板厚為 $0.5\text{mm}$ 。在中心區域取 $400\text{mm} \times 400\text{mm}$ 的正方形，將光柵感測器分別黏貼於四個頂角，圖 3.4 及 3.5 為試片的示意圖及實體照片。

板波的相速度為頻率的函數，不同場距所量測的波形都不一致。本研究採用非接觸式激發板波，以  $1064\text{nm}$  波長之 Nd:YAG 脈衝雷射聚焦照射於試片表面，使得試片表面瞬間熱膨脹激發板波。雷射光源穩定重複性高，調整波源與光柵之場距，可以觀測板波的波傳現象。隨著波源至光纖光柵的場距增加，板波前緣(wave front)抵達光柵的波程時間逐漸線性增加，推論所偵測的訊號為板波訊號，證實非板的振動。雷射生成超音波實驗的示

意圖如圖 3.6 所示，實驗架構共分為兩個部分，雷射生成板波系統及光纖光柵偵測系統。

本實驗進一步將實驗架構自動化，以裝置在個人電腦中的 GPIB 界面卡命令可程式電源供應器(programmable power supply)，每一秒鐘觸發一次，使 Nd:YAG 雷射系統產生脈衝激發板波。另外，在板波相速度及群速度的量測上，以 NI-7344 運動控制卡移動光學平台上的反射鏡片，改變光束聚焦於試片表面的位置，在不同的場距下進行板波激發與量測。光柵受到板波擾動時，軸向應變編碼於光柵反射光的中心波長改變量，經過 MZ 光纖干涉儀解調，再通過 CWDM 將不同的波段分開，以光接收器轉換成電壓訊號，傳至個人電腦的 A/D 卡擷取訊號，訊號擷取的自動化系統如圖 3.7 所示。

## 3.2 Mach-Zehnder 光纖干涉儀

### 3.2.1 Mach-Zehnder 光纖干涉儀之工作原理

光偵測器通常只能接收光強度的變化，而不能偵測光波長或是光相位之變化差量，需要另外藉助光波長解調器，將光波長的轉變轉換成光強度之變化量。雙光束干涉儀因可量測微小的相位變化，故常用於感測系統中，本研究採用之 MZ 光纖干涉儀即為雙光束干涉儀，包含兩組光纖耦合器及兩段不等長的光路徑  $L_1$ 、 $L_2$ 。

光於介質中傳播時，光之相位  $\psi$  與介質之折射率  $n$ 、光程差  $L$  及波長  $\lambda$  有關，其關係式可表示如下：

$$\psi = \frac{2\pi nL}{\lambda} \quad (3.1)$$

不等臂長之 MZ 光纖干涉儀是由兩組光纖耦合器(coupler)連接不等光程差之兩條光臂組成，實驗裝置如圖 3.8 所示。光纖干涉儀的轉換函數(transfer function)可以 Jones matrix 推導獲得。假設耦合器 1 之分光比為  $\alpha_1$ ，耦合器

2 之分光比為  $\alpha_2$ ，耦合器分光比之矩陣表示式為

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\alpha_i} & j\sqrt{\alpha_i} \\ j\sqrt{\alpha_i} & \sqrt{1-\alpha_i} \end{bmatrix}, \quad i=1,2 \quad (3.2)$$

此處， $j$  代表虛數  $j = \sqrt{-1}$ 。M/Z 光纖干涉儀輸出端的光強度向量為  $\mathbf{b} = \{b_1, b_2\}$ ，其等於耦合器 1、不等臂 MZ 干涉儀、耦合器 2 及入射光之 Jones matrix 的乘積，

$$\begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\alpha_2} & j\sqrt{\alpha_2} \\ j\sqrt{\alpha_2} & \sqrt{1-\alpha_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi L}{\lambda}} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{1-\alpha_1} & j\sqrt{\alpha_1} \\ j\sqrt{\alpha_1} & \sqrt{1-\alpha_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

其中， $n$  為光纖折射率， $nL$  為 MZ 光纖干涉儀之光程差， $\lambda$  為光之中心波長，向量  $\mathbf{a} = \{a_1, a_2\}$  為 MZ 干涉儀輸入端的光強度向量。假設光僅由耦合器 1 之一端導入，輸入向量  $\mathbf{a} = \{\sqrt{I_0}, 0\}$ ， $I_0$  為輸入光強度，則可以得到

$$\begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \sqrt{I_0} \begin{Bmatrix} \sqrt{1-\alpha_1}\sqrt{1-\alpha_2}e^{-j\frac{2\pi L}{\lambda}} - \sqrt{\alpha_1}\sqrt{\alpha_2} \\ j\sqrt{\alpha_2}\sqrt{1-\alpha_1}e^{-j\frac{2\pi L}{\lambda}} + j\sqrt{\alpha_1}\sqrt{1-\alpha_2} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

輸出端的光強度分別為

$$I_1 = b_1 \cdot b_1^* = I_0 \left\{ 1 - A_1 - A_2 \cos \frac{2\pi nL}{\lambda} \right\} \quad (3.5)$$

$$I_2 = b_2 \cdot b_2^* = I_0 \left\{ A_1 + A_2 \cos \frac{2\pi nL}{\lambda} \right\} \quad (3.6)$$

其中，上標\*表示共軛複數，且

$$A_1 = \alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_1\alpha_2$$

$$A_2 = 2\sqrt{\alpha_1\alpha_2(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)}$$

不等臂長之 MZ 光纖干涉儀可將光波長變化轉換成光強度的變化，光程差對於干涉儀本身靈敏度有直接關係。若兩組光纖耦合器的分光比恰好為 0.5，則 MZ 干涉儀的餘弦轉換函數的一般式為

$$I(\lambda) = A\{1 + k \cos[\psi(\lambda) + \phi]\} \quad (3.7)$$

其中， $\phi$  為 MZ 光纖干涉儀之相位調制器所調制的相位差， $\psi(\lambda)$  為不等光臂長所造成的相位差，表示如下：

$$\psi(\lambda) = \frac{2\pi nL}{\lambda}, \quad L = L_1 - L_2 \quad (3.8)$$

圖 3.9 所示為典型之不等臂長 MZ 干涉儀的轉換函數及以  $dB$  表示的光譜圖。

### 3.2.2 Mach-Zehnder 光纖干涉儀之光程差計算

假設通過 MZ 的光柵反射光波中心波長為  $\lambda_0$ ，中心波長附近的頻譜寬 (spectral width) 為  $\Delta\lambda_0$ ，頻譜寬又稱為全幅半高寬 (full width at half maximum, FWHM)。設計上要求 MZ 光纖干涉儀的餘弦轉換函數相鄰波峰間之光波長，大於光柵中心波長全幅半高寬的四倍，即

$$d > 4\Delta\lambda_0 \quad (3.9)$$

以圖 3.10 為例，考慮光波中心波長與相鄰兩個餘弦轉換函數波峰的差值為  $\Delta\lambda_1$ 、 $\Delta\lambda_2$ 。轉換函數第  $m$  個波峰的相位設為

$$\frac{2\pi nL}{\lambda} = 2m\pi - \phi \quad (3.10)$$

考慮  $\lambda = \lambda_0 - \Delta\lambda$ ，則(3.10)的等號左端以二項式定理近似為

$$\frac{2\pi nL}{(\lambda_0 - \Delta\lambda_1)} = \frac{2\pi nL}{\lambda_0} \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_0}\right)} \cong \frac{2\pi nL}{\lambda_0} \left(1 + \frac{\Delta\lambda_1}{\lambda_0}\right) \quad (3.11)$$

同理，考慮  $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ ，代入(3.10)，此時轉換函數的波峰序數為  $m+1$ ，則等號左端為

$$\frac{2\pi nL}{(\lambda_0 + \Delta\lambda_2)} \cong \frac{2\pi nL}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_0}\right) \quad (3.12)$$

將(3.11)式減去(3.12)式，經過整理可以得到

$$d = \frac{\lambda_0^2}{nL}, \quad d = \Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2 \quad (3.13)$$

將(3.13)式代入(3.9)式的條件可以得到

$$nL < \frac{\lambda_0^2}{4\Delta\lambda_0} \quad (3.14)$$

本研究所使用的光纖光柵反射光之半帶寬約為  $0.2\text{ nm}$ ，中心波長分別為  $1531\text{ nm}$  及  $1551\text{ nm}$ ，將參數代入式(3.14)分別可以得到 MZ 光纖干涉儀之適當光程差為  $2.9\text{--}3\text{ mm}$ ，所以將 MZ 光纖干涉儀之光程差設定為  $3\text{ mm}$ 。圖 3.11 為本研究製作的第一組 MZ 光纖干涉儀之光譜圖，光程差為  $0.809\text{ mm}$ 。圖 3.12 為本研究製作的第二組 MZ 光纖干涉儀之光譜圖，光程差恰為  $3\text{ mm}$ 。

### 3.3 Mach-Zehnder 光纖干涉儀之相位調制器

#### 3.3.1 壓電管之相位調制器

本研究製作的第一組 MZ 光纖干涉儀以壓電陶瓷管作為相位調制器。圖 3.13 為 MZ 光纖干涉儀的餘弦轉換函數，式(3.8)中相位角  $\psi(\lambda)$  與 MZ 光纖干涉儀的光臂差及波長相關，相位角  $\phi$  可供調制轉換函數的起始相位點。圖 3.13 中，若  $\phi = 0$ ，則輸入訊號不僅非線性轉換，而且振幅縮小，當相位角調制於  $\phi = \pi/2$  或  $3\pi/2$ ，輸入訊號被線性轉換後輸出。MZ 干涉儀需要調制光臂之相位，使工作範圍落在  $\phi = (2m + 1)\pi/2$  附近，此相位點稱為  $1/4$  週期相位點。調制的方式是將 MZ 的兩條光臂分別纏繞於兩個壓電陶瓷圓管上，壓電陶瓷圓管的極化方向朝向徑向，以直流電壓控制其中一個壓電陶

瓷圓管產生徑向膨脹，使 MZ 光纖干涉儀的一個支臂發生相位改變，將輸出相位控制於 1/4 週期相位點之線性區內。

MZ 光纖干涉儀的靈敏度極高，相位調制器可迴授消除外界環境振動及溫度干擾所造成的相位飄移現象。壓電陶瓷圓管受到電壓負荷，在管壁厚度方向產生電場，管徑會隨著電場的施加而收縮或膨脹，稱為逆壓電效應。壓電陶瓷圓管膨脹時，將造成纏繞於圓管的光臂  $nL$  加長，產生相位差  $\Delta\phi$ ，其表示式為

$$\Delta\phi = nK\Delta L + \Delta nkL = nkL \left( \varepsilon_{\theta} + \frac{\Delta n}{n} \right) \quad (3.9)$$

其中，波數  $k = 2\pi/\lambda$ ， $\varepsilon_{\theta} = \Delta L/L$  為纏繞光纖受外力拉伸造成軸向應變，相當於壓電圓管的周向應變， $\Delta n/n$  則為截面積變化致使光纖的折射率改變。折射率變化造成的效應較軸向應變小，此處忽略不計，故(3.9)可以改寫為

$$\Delta\phi = nkL\varepsilon_{\theta} \quad (3.10)$$

$$L\varepsilon_{\theta} = \Delta L = \Delta(2\pi Nr) = 2\pi N\Delta r \quad (3.11)$$

其中， $N$  為 MZ 光纖纏繞於壓電管之圈數， $r$  為壓電管之外徑，半徑的改變量為

$$\Delta r = d_{33} \times V \quad (3.12)$$

$d_{33}$  為壓電圓管徑向(即壓電材料的極化方向)之壓電常數， $V$  為施加電壓。故

$$\Delta\phi = nk(2\pi N\Delta r) = nk2\pi N(d_{33} \times V) = nk2\pi d_{33}NV \quad (3.13)$$

由上式可知相位差  $\phi$  與施加電壓、纏繞圈數成正比關係。

本研究使用的壓電圓管之壓電常數  $d_{33} = 365 \times 10^{-12} m/V$ ，實驗操作電壓期望控制在大約 20V。相位差調制的目標為  $\pi/2$ ，將參數代入式(3.13)可以分別求得光波長為 1531 nm 及 1551 nm 時，20V 操作電壓所需要纏繞的圈數。中心波長為 1531 nm， $N$  為 5.71 圈；中心波長為 1551 nm， $N$  為 5.79

圈，所以本實驗之壓電圓管相位調制器的圈數設定為 6 圈，圖 3.14 為實驗所製作的第一組 MZ 光纖干涉儀纏繞於壓電圓管之實體圖。

圖 3.15(a)為尚未調制前，1551 nm 光柵反射光落於 MZ 干涉儀光譜的圖形，反射波長的位置在 MZ 餘弦轉換函數的波峰位置，並不是在 1/4 週期相位點之線性區內。圖 3.15(b)為經過相位調制器，光柵的反射波長已落在 MZ 干涉儀的 1/4 週期相位點。

### 3.3.2 壓電梁之相位調制器

本研究製作的第二組 MZ 光纖干涉儀之光程差為 3 mm，以壓電梁作為相位調制器。雙晶片壓電 (bimorph) 元件被廣泛應用在致動器及感測器上，壓電梁即為一種雙晶片壓電。考慮上下兩片同向偏極的壓電片，中間以銅薄片將兩片壓電材料結合成一個壓電梁。施加電壓的方式如圖 3.15 所示，銅片部分接負極，上下兩片壓電層以 PI 公司之壓電放大器驅動。從壓電層的本構方程式可以得知其軸向應變為

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{Y} + d_{31} E_z \quad -h < z < -c \text{ and } c < z < h \quad (3.14)$$

壓電層及銅片層的楊式係數為  $Y$  及  $Y_0$ ，壓電常數  $d_{31}$  為負值。軸向應變為

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{Y_0} \quad -c < z < c \quad (3.15)$$

根據尤拉梁理論，梁的軸向應變為

$$\varepsilon_x = -\frac{z}{\rho} \quad (3.16)$$

其中， $\rho$  為壓電梁撓曲變形的曲率半徑。上下兩片壓電梁在  $z$  方向為同向偏極。將(3.16)代入(3.14)及(3.15)可以得到  $x$  方向的應力表示式

$$\sigma_x = \begin{cases} -\frac{Yz}{\rho} - Yd_{31}E_z, & E_z = -\frac{V_0}{h-c}, & c < z < h \\ -\frac{Y_0z}{\rho}, & & -c < z < c \\ -\frac{Yz}{\rho} - Yd_{31}E_z, & E_z = \frac{V_0}{h-c}, & -h < z < -c \end{cases} \quad (3.17)$$

壓電梁相對於  $xy$  平面具有幾何對稱性及軸向應變的反對稱性，因此  $x$  方向的合力  $F_x$  為零。彎矩  $M_y$  可以表示為

$$\begin{aligned} M_y &= -\int_A z \sigma_x dA \\ &= \frac{Yb}{\rho} \int_c^h z^2 dz - \frac{Yd_{31}V_0b}{h-c} \int_c^h z dz + \frac{Y_0b}{\rho} \int_{-c}^c z^2 dz \\ &\quad + \frac{Yb}{\rho} \int_{-h}^{-c} z^2 dz + \frac{Yd_{31}V_0b}{h-c} \int_{-h}^{-c} z dz \\ &= \frac{2b}{3\rho} \left\{ Y(h^3 - c^3) + Y_0c^3 \right\} - Yd_{31}V_0b(h+c) \end{aligned} \quad (3.18)$$

若無外加彎矩施於壓電梁，即  $M_y = 0$ ，則曲率半徑為

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1.5Yd_{31}V_0(h+c)}{Y(h^3 - c^3) + Y_0c^3} \quad (3.19)$$

再由式(3.16)可以得到壓電梁上下表面的軸向應變：

$$\varepsilon_x = \mp \frac{1.5Yd_{31}V_0h(h+c)}{Y(h^3 - c^3) + Y_0c^3} \quad \text{for } z = \pm h \quad (3.20)$$

若壓電梁上下表面黏貼 MZ 光纖干涉儀的兩支臂，長度為  $L$ ，則兩者的相位變化為

$$\Delta\phi = \mp nkL \frac{1.5Yd_{31}V_0h(h+c)}{Y(h^3 - c^3) + Y_0c^3} \quad \text{for } z = \pm h \quad (3.21)$$

此處，光波數  $k = 2\pi/\lambda_0$ ， $\lambda_0$  為光波長。MZ 光纖干涉儀的總相位差為壓電梁上下表面黏貼的兩支臂之相位變化量相減，總相位變化量為

$$\Delta\phi = nkL \frac{3Yd_{31}V_0h(h+c)}{Y(h^3 - c^3) + Y_0c^3} \quad (3.22)$$

本實驗所使用的壓電梁的  $d_{31} = -175 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ，楊氏係數  $Y = 63 \text{ GPa}$ ，銅的楊氏係數  $Y_0 = 120 \text{ GPa}$ ， $h = 0.29 \text{ mm}$ ， $c = 0.16 \text{ mm}$ 。調制相位差的操作範圍為  $\pi/2$ ，將以上參數代入(3.22)，求得當光柵反射波長為  $1531 \text{ nm}$  時的操作電壓約為  $3.59 \text{ Volt}$ 。圖 3.17 為  $1531 \text{ nm}$  之光柵反射波長及 MZ 干涉儀的光譜圖，圖 3.18 為以壓電梁製作 MZ 光纖干涉儀相位調制器之實體圖，圖 3.19 為壓電梁的實體圖。

本實驗以 Nd:YAG 脈衝雷射在鋁板上激發板波，並以 Q-switch 同步訊號作為訊號擷取卡的觸發訊號。為了消除光柵感測系統可能出現的雜訊，在光接收器後設置一低通濾波器(lowpass filter)，其截止頻率約為  $700 \text{ kHz}$ ，並將每個場點擷取的訊號平均二十次，消除 Nd:YAG 功率變化所引起的訊號變異量。由於板波訊號振幅隨著距離的增加而減小，在低通濾波器之後，再以前置放大器(preamplifier)將訊號增益。

### 3.4 相位調制器對於 MZ 干涉儀的影響

本研究分別比較以壓電梁與壓電管作為 MZ 干涉儀相位調制器，擷取板波訊號的情形。圖 3.12 為以壓電梁作為相位調制器的光譜圖，MZ 干涉儀的光程差約為  $3 \text{ mm}$ ，在研製過程中，光纖不需要纏繞壓電梁，所以光經過壓電梁並不會造成光能量的損失。

圖 3.11 為以壓電管作為 MZ 光纖干涉儀之相位調制器的頻譜圖，MZ 干涉儀的光程差約為  $0.809 \text{ mm}$ 。製作過程中，光纖纏繞壓電管 6 圈，由於纏繞的曲率半徑較小，當光繞行壓電管時，部分光外逸造成能量損失。比較圖 3.12 與圖 3.11，以壓電梁為相位調制器的 MZ 干涉儀光譜之波峰與波谷的能量差約為  $12 \text{ dB}$ ；以壓電管為相位調制器的能量差則約為  $14 \text{ dB}$ ，但是壓電梁相位調制器的平均能量約為  $-22 \text{ dB}$ ，壓電管則為  $-26 \text{ dB}$ ，前者改進能量損失的效果明顯。實驗中，光柵的反射光波長必須落在 MZ 干涉儀光譜

的  $1/4$  週期相位點附近，壓電梁的 MZ 干涉儀的光程差較長，在  $1/4$  週期相位點附近的光譜斜率較大，波峰與波谷能量差也較大，使得訊號增益的效果較大。反之，以壓電管為相位調制器的 MZ 干涉儀的光程差較短，在  $1/4$  週期相位點附近的光譜斜率較小，波峰與波谷間的能量差也較小，使得訊號增益的效果較小。

以壓電管為相位調制器的 MZ 干涉儀，兩條光臂各別纏繞於相同材料的壓電管，目的是希望兩條光臂在相同條件下運作，但是在操作過程中，只對其中一個壓電管施加電壓調制相位，造成兩條光臂的環境條件不同，容易受到外界的擾動，必須將整組 MZ 干涉儀罩住，避免受到外界氣流擾動及溫度變化。以壓電梁為相位調制器的 MZ 干涉儀，兩條光臂分別黏貼於壓電梁的上下表面，兩條光臂受到環境影響的條件一致，較不易受到外界干擾。

圖 3.20 為  $1531\text{ nm}$  的光柵光譜疊合於壓電梁之 MZ 干涉儀光譜的  $1/4$  週期相位點，圖 3.21 為同一光柵反射光譜疊合於壓電管為相位調制器的 MZ 干涉儀光譜圖。以下以兩種不同相位調制器的 MZ 干涉儀，解調脈衝雷射在鋁板激發的板波相位變化，比較所擷取的板波形狀。圖 3.22 為以壓電梁為相位調制器的 MZ 干涉儀在  $0$  度方向，場距從  $30$  到  $80\text{ mm}$ ，間格為  $10\text{ mm}$  所擷取的原始波形。圖 3.23 為以壓電管為相位調制器的 MZ 干涉儀在相同條件下解調的原始波形。從圖中可以觀察到以壓電梁為相位調制器的 MZ 干涉儀之訊號放大效果較好，板波訊號振幅較大，且雜訊比壓電管相位調制器的 MZ 干涉儀解調的板波訊號小。之後，計算板波群速度採用的訊號，都是以壓電梁為相位調制器的 MZ 干涉儀作為本實驗訊號解調的工具。

### 3.5 高頻訊號的時頻域分析

Nd:YAG 雷射在平板上生成的撓性波為頻散波，各頻率成分的波速都不相等，波形隨著波傳距離的改變亦有所變化。本文應用二維傅立葉轉換分析量測頻散波的相速度，並應用小波轉換分析量測頻散波的群速度。

### 3.5.1 板波相速度量測分析

本節所描述的二維傅立葉轉換(2D Fourier transform)，簡稱 2D-FFT。時間傅立葉轉換先將時間域的訊號映射至頻率域上，空間傅立葉轉換則將不同量測位置所擷取的波形轉換至波數域(wavenumber)，轉換後的振幅為頻率及波數的函數，

$$H(k, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t) e^{-i(kx + \omega t)} dx dt \quad (3.14)$$

如同一維快速傅立葉轉換分析，二維快速傅立葉在時間域及空間域的取樣點必須足夠，以避免混淆。倘若在時間與空間的取樣視窗(sampling windows)裡的訊號不是週期性訊號，會產生洩漏現象，若使用如 Hanning window 的函數可降低此現象。

將不同位置所量測的時域訊號組成一個二維陣列，然後以二維傅立葉轉換將時間映射至對應之頻率，位置映射至對應之波數。相較於相位頻譜法(phase spectrum method)只能決定單一模式頻散波的相速度，二維傅立葉轉換能夠決定不同模式頻散波的相速度。

相速度量測實驗的波源與光柵感測器之距離範圍為 30~44.5 mm 及 60~74.5 mm。光柵接收的位置固定，波源位置直線移動，每移動 0.5 mm 接收一次訊號，取樣頻率為 10MHz，取樣點數為 2048 點。在 0°、15°、30° 及 45° 入射光柵方向上各量測一次。

### 3.5.2 板波群速度量測分析

小波轉換是一種應用廣泛的時頻域分析方法，適合對於非穩態(non-stationary)連續函數的操作。母小波函數具有正交性，是構成小波轉換的核函數，其與暫態訊號作廣義的互相關性運算(cross-correlation)，可將訊號中與母小波相似的成分萃取出來，在不同的領域下具有不同的解析

度。連續小波轉換可以表示如下：

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^{\infty} f(t) \Psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.15)$$

其中， $\Psi(t)$  為母小波函數，上標\*表示共軛複數，參數a代表時間的尺度係數(scaling factor)，參數b表示時間延遲(time-delay)。當a減少時，母小波的週期隨之縮小；反之，當a增加時，母小波的週期就隨之放大。所以a可當作時間解析度與頻率解析度的交換(trade-off)參數，小波轉換藉此將時域之暫態訊號映射至時頻域(time-frequency domain)。

在物理意義上，小波轉換將暫態訊號  $f(t)$  映射至各頻率成分的小波轉換係數，其包絡線(envelop)峰值所對應的 b 值為該頻率的波群(wave packet)抵達接收點之波程時間。若暫態訊號為板波訊號，則該波群的波程時間差與板波群速度(group velocity)的乘積即為板波能量的波程。

常用的母小波函數有墨西哥帽、高斯脈波、Morlet 函數及 Daubechies 發展之離散母小波等。本研究將用高斯脈波作為母小波函數，其數學式如下：

$$\Psi(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2} \quad (3.16)$$

其中， $\omega_0 = 5.3 \times 10^6 \text{ rad/sec}$ ，暫態訊號的頻率成分為  $f = \omega_0 / 2\pi a$ 。圖 3.24 所示為高斯脈波函數的實部、虛部及包絡線，包絡線是高斯脈波函數的絕對值，為高斯分佈函數。由於高斯脈波函數的實部與虛部都是振盪函數，不易辨識小波轉換係數的峰值與其對應之時間延遲，因此以小波轉換係數的包絡線峰值對應之時間延遲，計算暫態訊號的波程時間差。

應用小波轉換分析可以計算頻散波的群速度，自暫態波的波源位置向外延伸一直線，在直線上選取任意兩場點擷取暫態波訊號。然後予以小波轉換處理，計算不同頻率之波群包絡線峰值的時間延遲，兩組訊號的時間延遲差  $\Delta t$  為波群通過場距差  $\Delta x$  的波程時間，頻散波群速度的量測值即為

$$C_g(\omega) = \Delta x / \Delta t \quad (3.17)$$

本研究量測群速度的實驗架構以光柵位置為座標原點，觀察不同入射角度量測群速度的誤差。量測的起始點距光柵中心點為  $30\text{mm}$ ，場距差由  $10\text{mm}$  到  $50\text{mm}$ ，每增加  $10\text{mm}$  擷取板波訊號一次，評估量測群速度的最佳距離。



## 第四章 結果與討論

### 4.1 光纖光柵量測板波之頻散特性

#### 4.1.1 相速度量測分析

本節探討等向性平板的板波波傳對於光纖光柵的影響。以板厚為  $0.5\text{mm}$  的鋁板為試片，將光柵黏貼於鋁板表面，比較光纖光柵是否會因為板波入射光柵的夾角及場距的不同，影響偵測板波相速度的準確度。

將  $1551\text{nm}$  光柵的位置設為座標原點，光柵的軸向與  $x$  軸重合。入射角度為  $0^\circ$ 、 $15^\circ$ 、 $30^\circ$  及  $45^\circ$ ，場距自  $30$  及  $60\text{mm}$  開始，向外增加。每  $0.5\text{mm}$  擷取一次板波訊號，共擷取  $30$  筆資料，取樣頻率設為  $10\text{MHz}$ ，每筆資料長度為  $2048$  點，構成雷射超音波訊號線掃描的灰階圖。圖 4.1、圖 4.2、圖 4.3 及圖 4.4 所示分別為  $0^\circ$ 、 $15^\circ$ 、 $30^\circ$  及  $45^\circ$  方向，場距起始點為  $30$  及  $60\text{mm}$  的板波訊號掃描的原始灰階圖。如圖所示，隨著入射角度的增加，板波對於光纖光柵軸向應變的影響減小，隨著波傳距離增加，所偵測到的板波振幅也會減小。若板波訊號越小，訊噪比就越小，影響到偵測板波的波形。

將所擷取的原始訊號經二維快速傅立葉轉換，可以獲得板波相速度的實驗值，與理論值比較的結果如圖 4.5、圖 4.6、圖 4.7 及圖 4.8 所示。入射角度為  $0^\circ$  及  $15^\circ$ ，場距  $30\text{mm}$  的實驗值與理論曲線吻合的範圍約為  $300\text{kHz}$  以下，場距為  $60\text{mm}$  時，則降為  $200\text{kHz}$  以下，入射角度為  $30^\circ$  及  $45^\circ$ ，且場距為  $30$  或  $60\text{mm}$  的實驗值與理論曲線吻合的範圍在  $300\text{kHz}$  以下。板波訊號的二維快速傅立葉轉換頻譜之峰值與板波頻散曲線的極點有關，與板波的振幅絕對值無關，只要訊噪比夠高，能夠偵測到板波的極點就能夠計算出相速度。經過多次實驗後，Nd:YAG 雷射在鋁板表面造成焦黑，使  $0^\circ$  及  $15^\circ$  波傳方向的板波經過焦黑處之訊號相位有些微改變，以致相速度實驗值與理論曲線吻合範圍縮小。實驗結果顯示光柵偵測板波相速度的頻率範圍約為  $300\text{kHz}$ 。

#### 4.1.2 群速度量測分析

以 1531nm 光柵的位置為座標原點，光柵的軸向與 X 軸重合，入射角度為 0°、15°、30° 以及 45°，取樣頻率 10MHz，資料筆數為 2048 筆。起始點設為場距 30mm 處，向外延伸，場距差由 10 到 50mm，每增加 10mm 擷取板波訊號一次，觀察群速度量測的最佳距離差。實驗中，以小波轉換計算板波群速度，板波波形會直接影響到小波轉換的計算結果，本實驗採用 PZT 梁為相位調制器的 MZ 干涉儀，對於編碼於光柵反射光波長之板波訊號進行解調。

量測群速度的方法分為絕對距離及相對距離兩種，絕對距離是以光纖光柵的位置為基準，板波自波源傳至光柵之距離與所需波程時間的商為群速度量測值。

$$V_g(\omega) = \frac{d}{t} \quad (4.1)$$



圖 4.9，圖 4.10，圖 4.11 及圖 4.12 分別為入射角度 0°、15°、30° 及 45°，以絕對距離估算的群速度量測值與理論曲線之比較，兩者的誤差整理於附錄 A 的表 A.1—A.4。

從原始板波訊號可以發現，板波的振幅隨著入射角度的增加減小。45° 方向入射光柵所擷取到的板波訊號中，最大振幅僅約 0.15Volt，而 0° 方向入射的板波訊號之最大振幅可達 2.5Volt。當板波振幅減小到與雜訊的振幅相當時，訊噪比減小，小波轉換將無法精確計算出波群的峰值，是造成誤差的最主要原因。

從群速度量測值與理論值的誤差表中發現，以絕對距離量測板波群速度的最佳條件是入射角度 30°、場距 40-60mm。因為鋁板試片的厚度為 0.5mm，群速度計算誤差小於 5% 的頻率範圍約在 80kHz 到 180kHz，群速度所能偵測的範圍大致為 200kHz 以內。

量測群速度的另一種方法是相對距離與相對波程時間的商，以兩個板

波波源之間的距離，除以兩者生成的板波抵達光柵的時間差。對照絕對距離所量測出的群速度，以相對距離量測群速度的結果以場距差為 30mm 的誤差較小。選擇 0° 方向、場距 50 及 60mm 處的訊號，依相對距離量測群速度的結果如圖 4.13 所示，量測值與理論值差異很大。由於取樣頻率設為 10MHz，精準度為 0.1  $\mu$ s，若相對距離太小，板波抵達時間的量測誤差造成群速度量測值的誤差較大。圖 4.14 為選擇場距 50 及 70mm，相對距離 20mm 的群速度量測值與理論曲線之比較，結果較圖 4.13 的結果好很多。圖 4.15 為依據場距 50 及 80mm 之板波訊號，以相對距離計算的群速度量測值與理論曲線比較，與圖 4.14 結果的吻合度相差不多。之後，實驗量測群速度的場距差都設定在 20 及 30mm。

圖 4.16 所示為根據 15° 方向入射光柵軸，相對場距差設為 20 及 30mm 的群速度量測值與理論曲線之比較，圖 4.17 與圖 4.18 相同，只是板波入射於光柵的角度分別為 30° 及 45°。入射角度越大，板波在光纖光柵上產生的軸向應變變小，板波訊號經小波轉換的誤差變大，使得板波抵達光柵的波程時間計算誤差增大。入射角度為 30° 及 45° 時，相對場距差為 20mm 的群速度量測值較 30mm 的結果誤差大。

以相對距離計算群速度時，兩個波源位置激發的板波抵達光柵的時間誤差會累積，造成群速度量測的誤差增大。相反的，絕對距離所量測的群速度值較吻合群速度理論曲線。

### 4.1.3 光纖光柵與錐形壓電探頭之比較

本研究曾比較光柵與錐形壓電探頭作為超音波接收器，感測 Nd:YAG 脈衝雷射激發的板波訊號。圖 4.19 及圖 4.20 所示分別為 0° 方向排列的光柵和錐形壓電探頭在距離激發源 40mm 處，所擷取的板波訊號，每筆板波訊號資料長度為 2048 點，取樣頻率為 10MHz。本實驗所使用的錐形壓電探頭之頻寬約為 1MHz。從原始波形中，可以觀察出錐形壓電探頭擷取到的板波頻率範圍較光柵高，所以錐形壓電探頭量測板波相速度與群速度的頻寬應

比光柵寬。

以二維快速傅立葉轉換分析錐形壓電探頭量測板波訊號之相速度，場距由  $40\text{mm}$  開始，每增加  $0.5\text{mm}$  場距，擷取一次板波訊號，共擷取 30 筆資料，取樣頻率為  $10\text{MHz}$ ，每筆資料長度為 2048 點，構成雷射超音波訊號線掃描灰階圖。圖 4.21 為錐形探頭量測原始板波訊號的灰階圖，圖 4.22 為光柵與錐形壓電探頭量測板波相速度的比較圖，錐形壓電探頭的頻寬約為  $700\text{kHz}$  左右，而光柵量測的頻寬約為  $300\text{kHz}$ 。

錐形壓電探頭量測板波群速度方式是將波源與接收點的距離設於 40 到  $70\text{mm}$ ，每間格  $10\text{mm}$  擷取一次板波訊號，取樣頻率同樣為  $10\text{MHz}$ ，每筆資料長度為 2048 點。以小波轉換計算板波波群抵達接收點的波程時間，選擇相對距離差為  $10$ 、 $20$  及  $30\text{mm}$ ，圖 4.23 比較不同相對距離所量測的板波群速度，圖 4.24 為光柵與錐形壓電探頭量測板波群速度的比較圖。如圖 4.23 所示，錐形壓電探頭量測板波群速度以相對距離  $20\text{mm}$  及  $30\text{mm}$  的結果較佳，相對場距差為  $10\text{mm}$  的結果較差。錐形壓電探頭的量測頻寬約為  $1\text{MHz}$ ，而光柵量測的頻寬約為  $200\text{kHz}$ 。

## 4.2 波源位置反算實驗結果與討論

圖 4.25 為四個光纖光柵之座標位置示意圖， $(0,0)\text{mm}$  及  $(0,40)\text{mm}$  為反射波長  $1551\text{nm}$  光柵的位置。 $(40,0)\text{mm}$  及  $(40,40)\text{mm}$  為反射波長  $1531\text{nm}$  光柵的位置，光柵的軸向與  $x$  軸重合。雷射激發板波位置設定在座標  $(80,0)\text{mm}$  位置。每個光柵在接收板波訊號時，都先觀察光柵之反射光波長是否在 MZ 干涉儀光譜的  $1/4$  週期相位點。資料擷取的取樣頻率仍為  $10\text{MHz}$ ，資料比數為 2048 點。圖 4.26 為四個光柵量測到板波的原始波形，距離波源位置較遠的光柵擷取之訊號較小。

利用小波轉換計算特定頻率板波抵達光柵的波程時間，由於光纖光柵感測板波的頻寬約為  $300\text{kHz}$ ，選定的頻率為  $100$ 、 $120$  及  $140\text{kHz}$ 。經過簡單體法計算，所得到的波源位置為  $(64.32, -28.68)\text{mm}$ ，實際波源位置與計算

的結果誤差為  $32.69\text{mm}$ ，為光柵長度  $5\text{mm}$  的 6 倍之多。第一組反射波長  $1551\text{nm}$  的光柵所擷取的板波振幅相當小，製作過程中，此光柵脫落過一次，曾以 M-coat 膠補刷塗一層，光柵可能沒有平整貼在鋁板上，造成板波經過光柵時，傳遞至光柵的應變過小而造成誤差。對於第二組反射波長  $1551\text{nm}$  之光柵而言，由於板波入射角度過大及場距增加的影響，所以誤差較大。附錄 B 為四個光柵擷取板波訊號之波程時間量測值與理論值的誤差比較。

綜合以上討論，光柵偵測超音波的能力受到入射角度及場距遠近之影響，有必要進一步瞭解光柵量測系統對於聲源定位的能力。增設波源位置為  $(80,40)\text{mm}$ 、 $(-30,30)\text{mm}$ 、 $(-40,10)\text{mm}$  及四個感測器之中心點  $(20,20)\text{mm}$ ，經由量測系統及聲源定位計算，得到的波源位置依次為  $(84.02,28.82)\text{mm}$ 、 $(-27.10,60.12)\text{mm}$ 、 $(-55.04,30.54)\text{mm}$  及  $(21.37,56.77)\text{mm}$ 。光柵感測陣列量測波程時間的誤差詳如附錄 B。

圖 4.27 所示為波源位於  $(80,0)\text{mm}$ ，目標函數在原點附近  $200 \times 200\text{mm}$  範圍內的等高線圖，由圖中沒有發現兩個以上的極值，顯示聲源定位實驗的誤差主要來自於板波抵達光柵的波程時間估算值。因為本研究之光柵系統受到超音波入射角度及場距的影響，部分光柵偵測到的板波訊號微弱，訊噪比過低所致，而不是目標函數出現區域極小值，造成數值分析的誤差。

## 第五章 結論與展望

本研究以不同反射波長之光纖光柵作為超音波感測器，在等向性平板上構成多工定址之陣列，探討光柵於平面聲源定位的能力。實驗以雷射生成板波作為暫態波源，板波對於光纖光柵的繞射在光柵上產生動態的軸向應變，編碼於光柵的反射光波長。以不等臂長之 Mach-Zehnder 光纖干涉儀將光柵波長變化即時解調成相位變化，再轉換成光強度變化訊號。本研究討論光程差、入射角及不同的相位調制器對於板波訊號解析的影響，並以二維快速傅立葉轉換及小波轉換分析量測板波相速度及群速度。

光纖光柵量測入射角度  $0^{\circ}$ – $45^{\circ}$  範圍之板波相速度時，精確度不會因為板波入射光柵的角度而有所差異，這是因為二維快速傅立葉轉換計算板波相速度係針對板波訊號的相位，即使板波訊號的振幅變化也不會影響到相速度的量測。光纖光柵在量測板波群速度受到板波訊號振幅的非線性放大率的影響，若板波訊號振幅與雜訊相當，小波轉換計算特定頻率板波訊號包絡線之峰值會產生誤差。光柵量測板波訊號的振幅隨著入射角度增加而減小，雜訊的影響增加。實驗結果顯示，板波入射光柵的角度若超過  $30^{\circ}$ ，板波訊號過小，造成群速度量測的誤差。

光纖光柵為直線型感測器，在聲源定位的應用上，受到限制。錐形壓電探頭感測區域為一個點，不會隨著板波的入射角度不同影響定位的精確值。若光柵長度能夠縮短趨近於一個感測點，擷取板波的頻寬將可增加。

以壓電梁作為 MZ 光纖干涉儀的相位調制器，兩條光臂分別在同一個壓電梁的上下表面，相較於兩條光臂分別纏繞兩個壓電管，不易受到環境的擾動，光能量也較不易損耗。本研究曾比較光程差  $0.809\text{ mm}$  及  $3\text{ mm}$  的 MZ 干涉儀解調板波訊號的特性，光程差為  $0.809\text{ mm}$  時，在  $1/4$  週期相位點的斜率較小，板波訊號放大效果較差；反之，光程差為  $3\text{ mm}$  時，在  $1/4$  週期相位點的斜率較大，板波訊號放大效果較佳。

MZ 光纖干涉儀採用壓電梁為相位調制器，能使板波訊號更穩定，雜訊減小。增加 MZ 干涉儀光程差，將使板波號的放大效果更好。但是要有效

控制反射波長的相位始終保持在  $1/4$  週期區域，則需要回授控制(feedback control)，有效控制則在  $1/4$  週期相位點附近。MZ 光纖干涉儀非常靈敏，若封裝於一個密閉空間內，可有效隔絕環境的擾動。

板波入射角度會影響光纖光柵的偵測靈敏度，對於群速度量測準確度的影響甚於相速度，顯示實驗系統轉換訊號振幅時，仍存在非線性變化的現象。光柵會受到板波入射角度的影響而造成定位之誤差，在  $0^\circ$  方向的量測結果最精確。若將光纖埋於複材板中，則可以監測纖維方向波傳的應力波，也就是一維的結構健康監測。

發展一構造簡單、解析度高及穩定性良好之感測系統是研究光纖光柵偵測超音波響應的重要過程，未來仍可持續擴展光纖光柵超音波感測系統，使量測系統更加完備，提高量測的穩定性。並拓寬不同的應用領域，建立兼具研究性及經濟價值之光纖感測系統。



## 參考文獻

- [1] A. D. Kersey, T. A. Berkoff and W. W. Morey (1992), “High-resolution fiber-grating based strain sensor with interferometric wavelength-shift detection,” *Electronics Letters*, **28**(3), 236-238.
- [2] B. M. Beadle and R. S. Weis (1998), “Longitudinal vibration of a silica fiber segment characterized using a fiber Bragg grating,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelctr. Freq. Control*, **45**(5), 1100-1104.
- [3] A. D. Kersey, M. A. Davis, H. J. Partick, M. LeBlane, K. P. Koo, C. G. Askins, M. A. Putnam, and E. Joseph Friebele (1997), “Fiber Grating Sensors,” *Journal of Lightwave Technology*, **15**(8), 1422-1463.
- [4] R. S. Weis, A. D. Kersey, and T. A. Berkoff (1994), “A four-element fiber grating sensor array with phase-sensitive detection,” *IEEE Photonics Technology Letters*, **6**(12), 1469-1472.
- [5] T. A. Berkoff and A. D. Kersey (1996), “Fiber Bragg grating array sensor system using a bandpass wavelength division multiplexer and interferometric detection,” *IEEE Photonics Technology Letters*, **8**(11), 1522-1524.
- [6] R. D. Costley, J. H. Berthelot, Y. H. Berthelot and L. J. Jacobs (1994), “Laser-based techniques to resolve mode propagation of lamb waves in plate,” *Journal of Acoustic Emission*, **12**, 27-38.
- [7] K. Yamanaka (1997), “Precise measurement in laser ultrasonics by phase velocity scanning of interference fringes,” *Journal Appl. Phys.*, **36**, 2939-2945.
- [8] W. H. Prosser and Michael D. Seale (1999), “Time-frequency analysis of the dispersion of Lamb modes,” *J. Acoust. Soc. Am.* **105**(5), 2669-2676.
- [9] S. G. Pierce, B. Culshaw (1998), “Laser generation of ultrasonic

- Lamb wave using low power optical source, “*IEEE Proc., Sci. Meas. Technol.*, **145**(5), 244-249.
- [10] A. Gachhagan, G. Hayward, A. McNab, P. Reynolds, S. G. Pierce, W. R. Philp, and B. Culshaw (1999), “Generation and reception of ultrasonic guided wave in composite plates using conformable piezoelectric transmitters and optical-fiber detectors,” *IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics, and Frequency control*, **46**(1), 72-81.
- [11] D. C. Betz, G. Thursby, B. Clushaw and W. J. Staszewski (2003), “Acousto-ultrasonic sensing using fiber Bragg gratings,” *Smart Materials and Structures*, **12**, 122-128.
- [12] D. Alleyne and P. Cawley (1991), “A two-dimensional Fourier transform method for the measurement of propagating multimode signals,” *J. Acoust. Soc. Am.*, **83** (3), 1159-1168.
- [13] 蘇逢奇(1996)，小波轉換在有限尺寸平板音洩源定位研究之應用，國立交通大學機械工程學系碩士論文，新竹市，台灣。
- [14] 李金福(2002)，平板缺陷的板波散射與主動偵測研究，國立交通大學機械工程學系碩士論文，新竹市，台灣。
- [15] 李雨青(2003)，光纖光柵在板波波傳量測上的應用，國立交通大學機械工程學系碩士論文，新竹市，台灣。
- [16] 葉國泰(2000)，矽晶圓的板波波傳與雷射超音波非破壞評估，國立交通大學機械工程學系碩士論文，新竹市，台灣。

表 2.1 三個感測器目標函數的參數整理

$x_i$ (mm)	$y_i$ (mm)	$V_g(\omega)$ (mm/ $\mu$ s)	$\Delta t$ ( $\mu$ s)
0.0	0.0	1.7775	39.78
45.0	0.0	1.7775	28.2697
0.0	45.0	1.7775	28.2697
0.0	0.0	1.8461	38.3
45.0	0.0	1.8461	27.22
0.0	45.0	1.8461	27.22
0.0	0.0	1.9097	37.03
45.0	0.0	1.9097	26.31
0.0	45.0	1.9097	26.31

表 2.2 四個感測器目標函數的參數整理

$x_i$ (mm)	$y_i$ (mm)	$V_g(\omega)$ (mm/ $\mu$ s)	$\Delta t$ ( $\mu$ s)
0.0	0.0	1.7775	39.78
45.0	0.0	1.7775	28.2697
0.0	45.0	1.7775	28.2697
45.0	45.0	1.7775	3.98
0.0	0.0	1.8461	38.3
45.0	0.0	1.8461	27.22
0.0	45.0	1.8461	27.22
45.0	45.0	1.8461	3.83
0.0	0.0	1.9097	37.03
45.0	0.0	1.9097	26.31
0.0	45.0	1.9097	26.31
45.0	45.0	1.9097	3.70

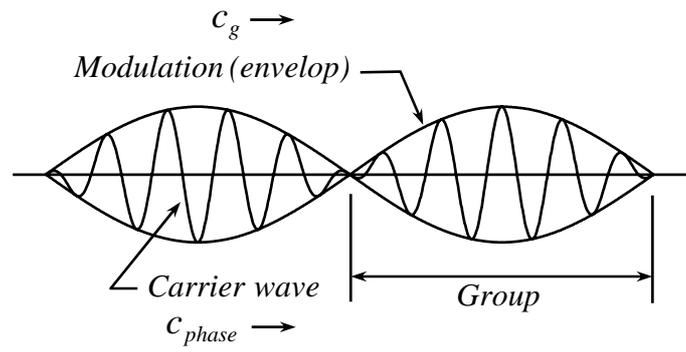


圖 2.1 波群波傳的示意圖

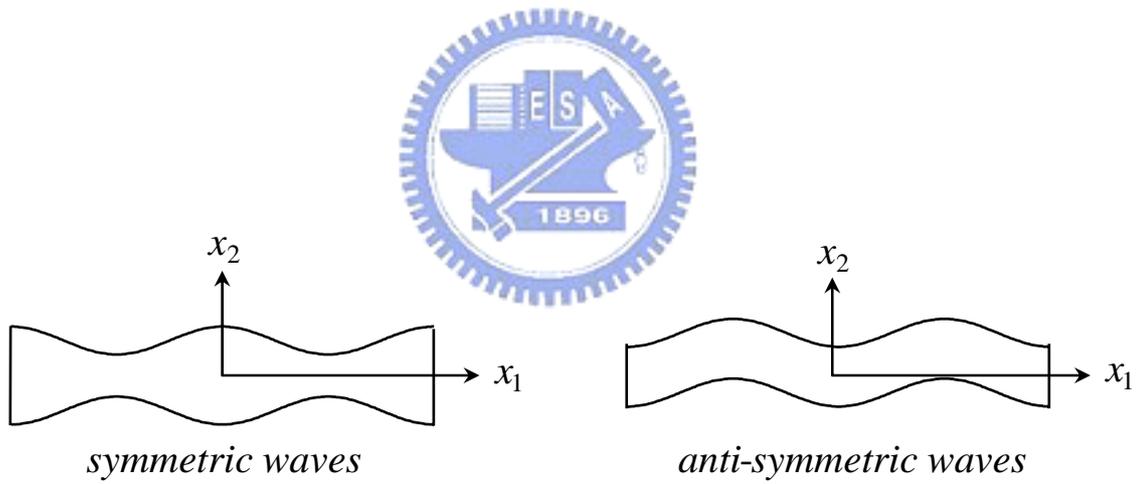


圖 2.2 對稱及反對稱板波變位的示意圖

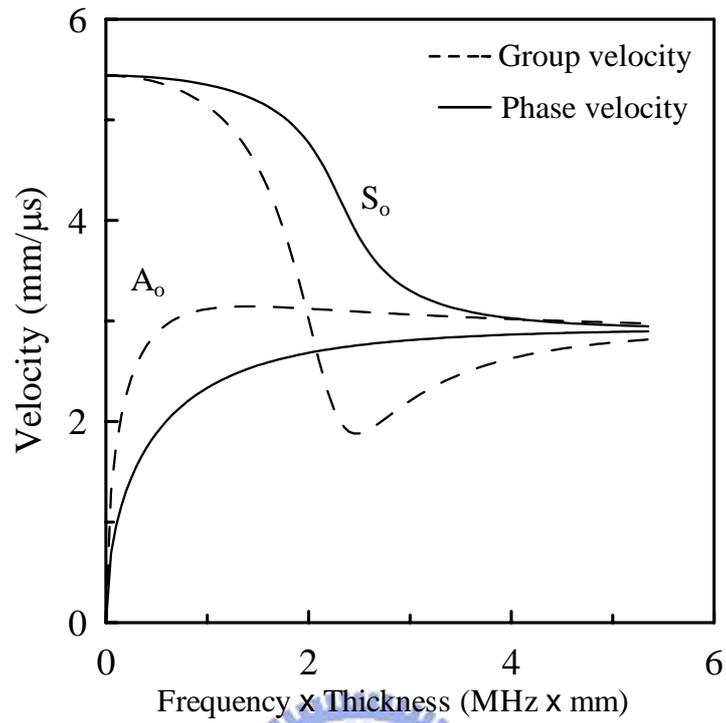


圖 2.3 6061 鋁板的  $A_0$  與  $S_0$  板波之頻散曲線

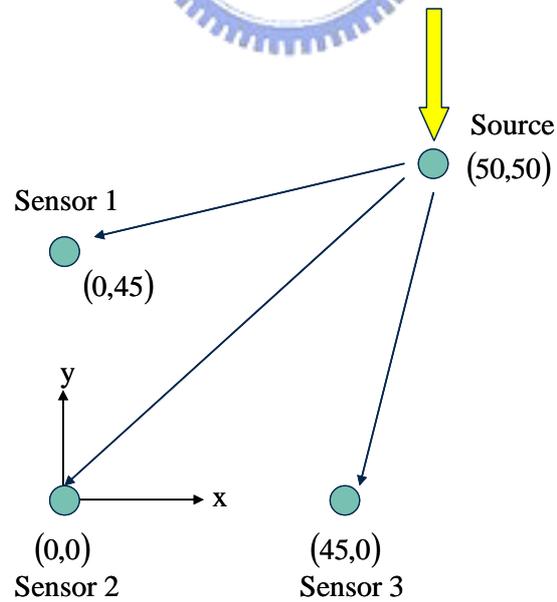


圖 2.4 三個位置感測器陣列之佈置圖

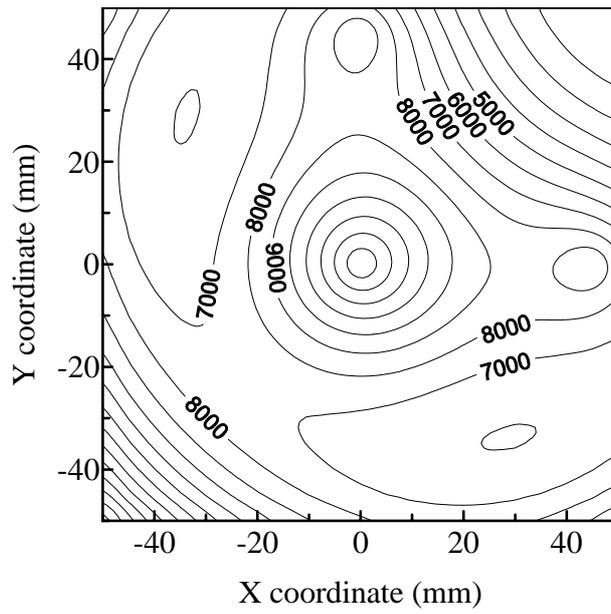


圖 2.5 三個位置感測器的波源定位目標函數等高線圖

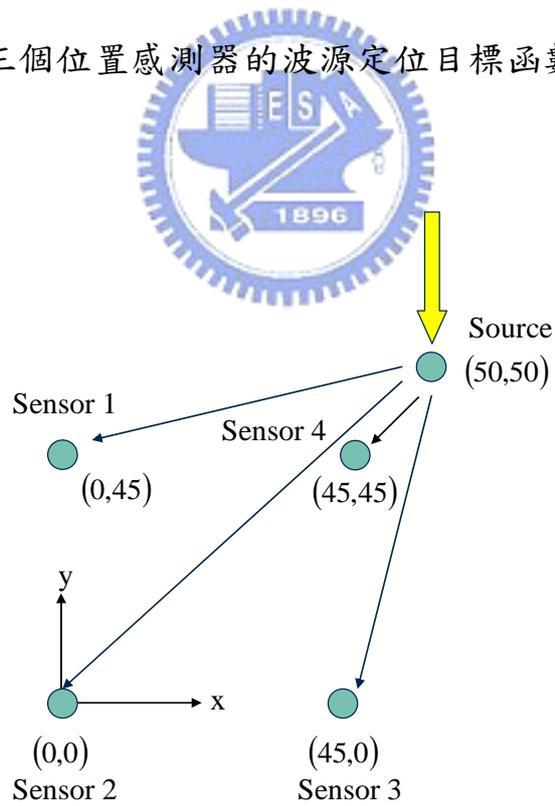


圖 2.6 四個位置感測器陣列之佈置圖

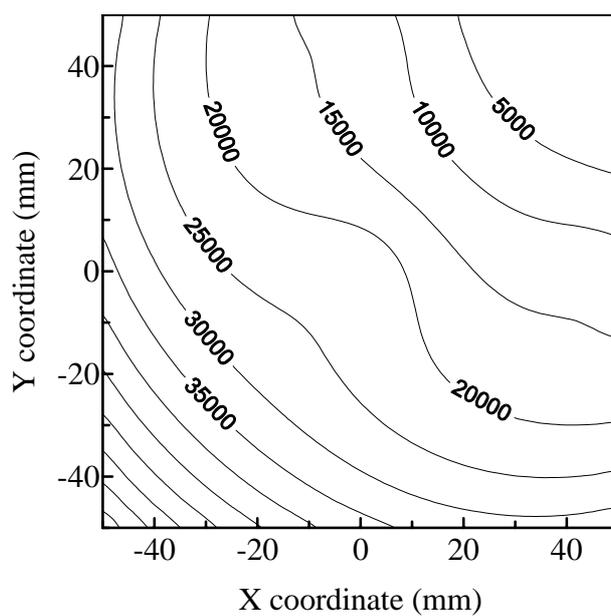


圖 2.7 四個位置感測器的波源定位目標函數等高線



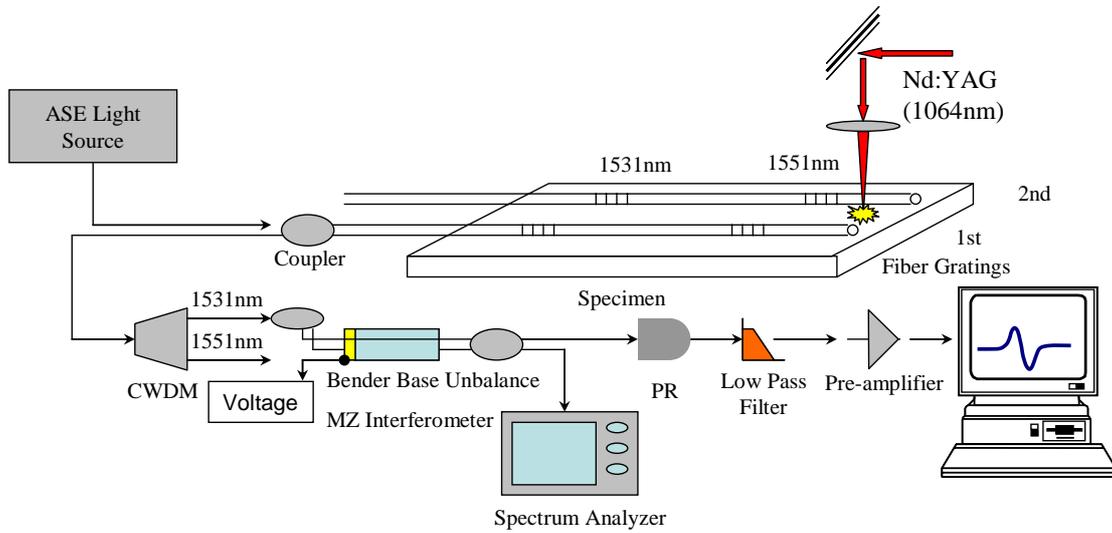
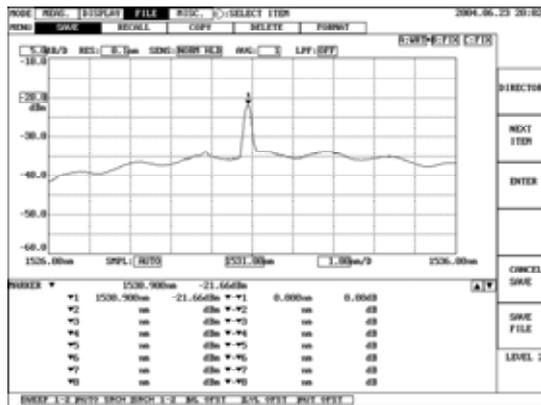
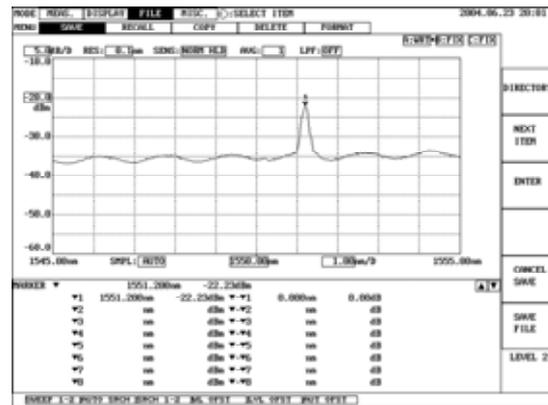


圖 3.1 光纖光柵量測系統示意圖

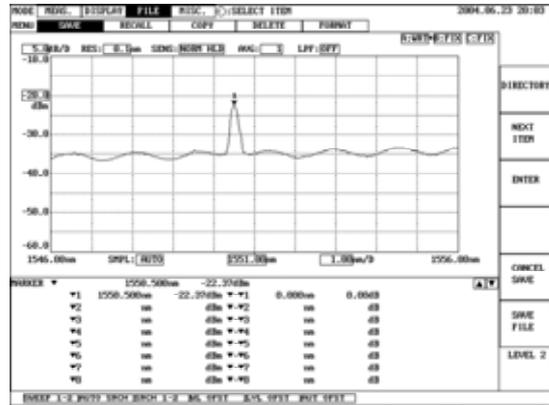
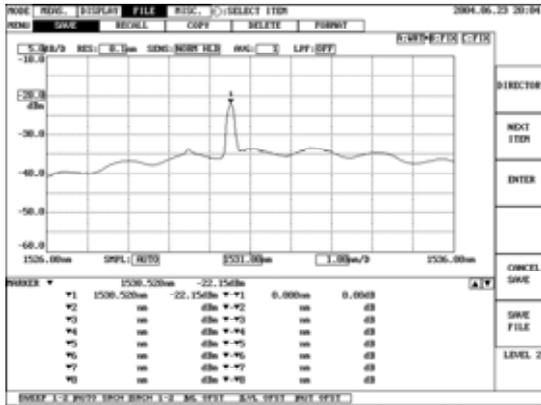


(a)



(b)

圖 3.2 第一組感測器(a) 1531 nm、(b) 1551 nm 光柵之光譜



(a)

(b)

圖 3.3 第二組感測器(a) 1531 nm、(b) 1551 nm 光柵之光譜

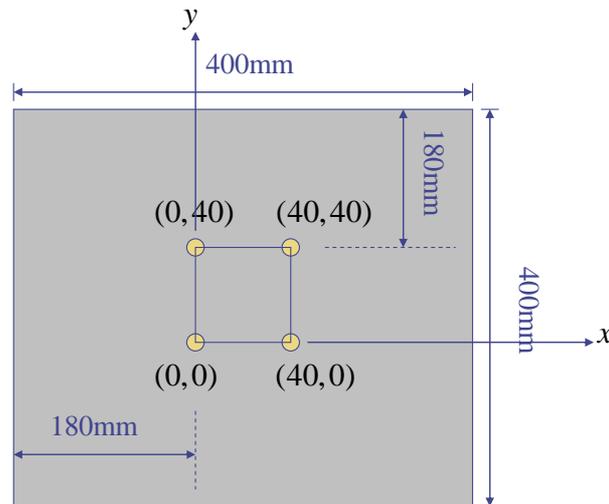


圖 3.4 鋁板試片幾何尺寸



圖 3.5 光柵黏貼於鋁板表面之實體照片

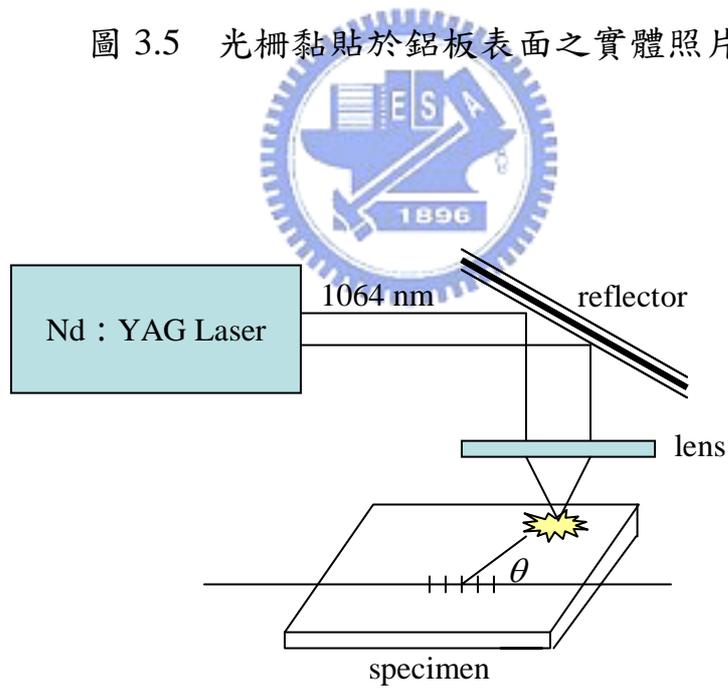


圖 3.6 雷射超音波掃瞄實驗架構圖

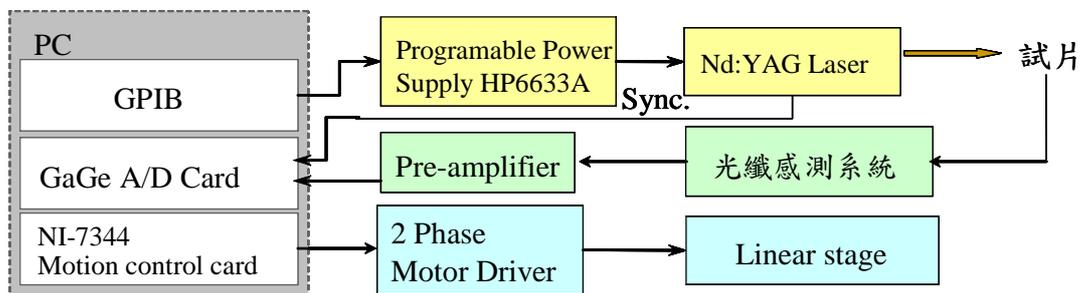


圖 3.7 訊號擷取自動化系統



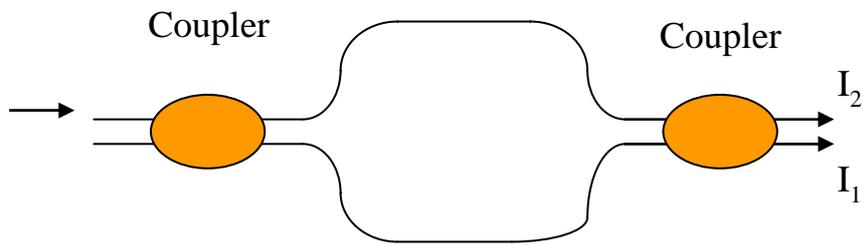


圖 3.8 MZ 光纖干涉儀示意圖

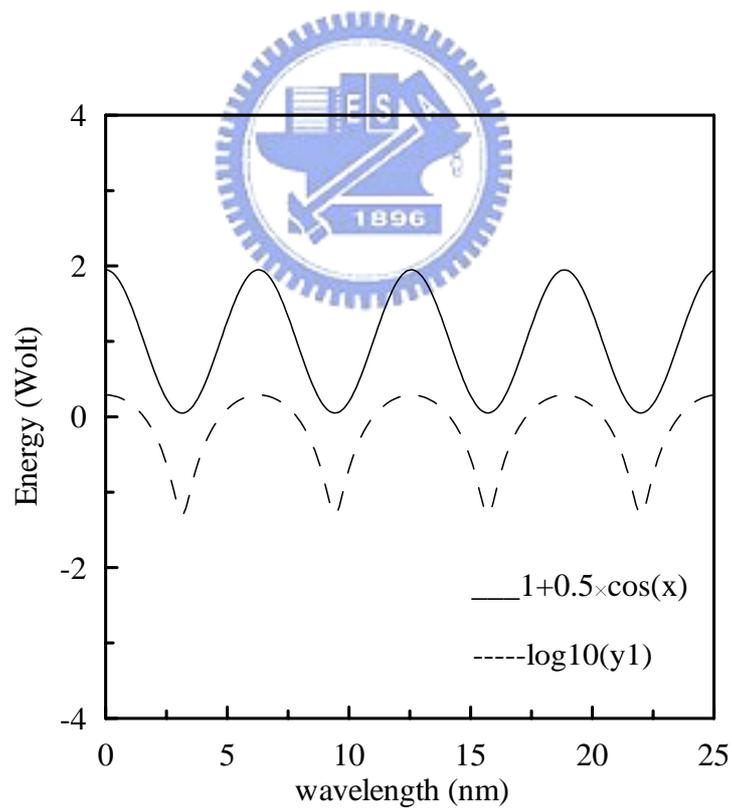


圖 3.9 MZ 干涉儀餘弦轉換函數的模擬曲線

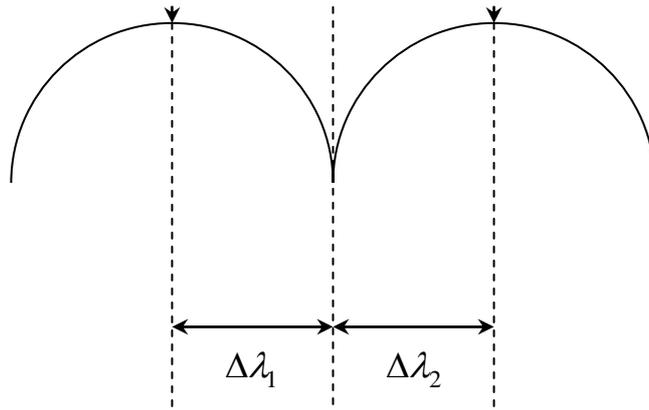


圖 3.10 MZ 干涉儀餘弦轉換函數的 dB 示意圖

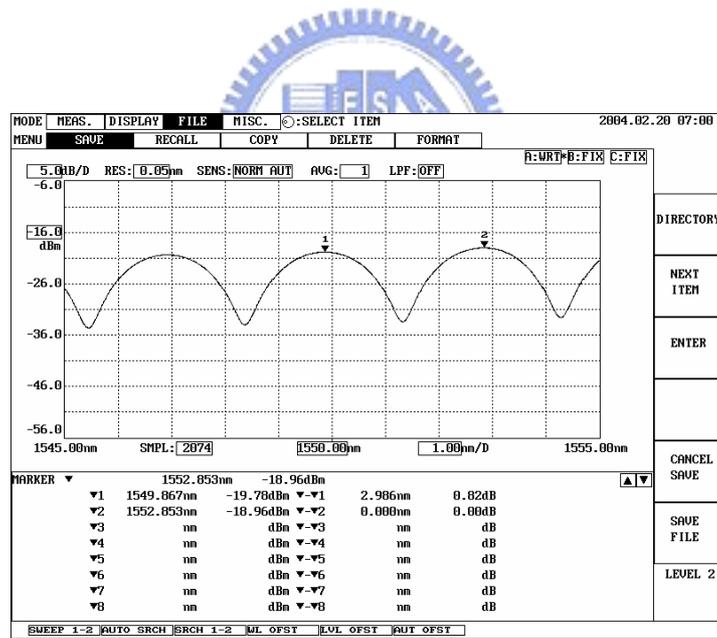


圖 3.11 光程差為 0.809 mm 之 MZ 干涉儀光譜圖

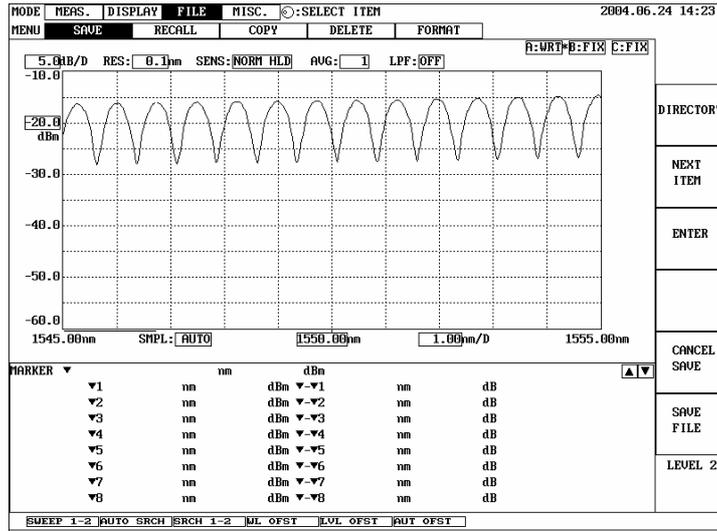


圖 3.12 光程差為 3 mm 之 MZ 干涉儀光譜圖

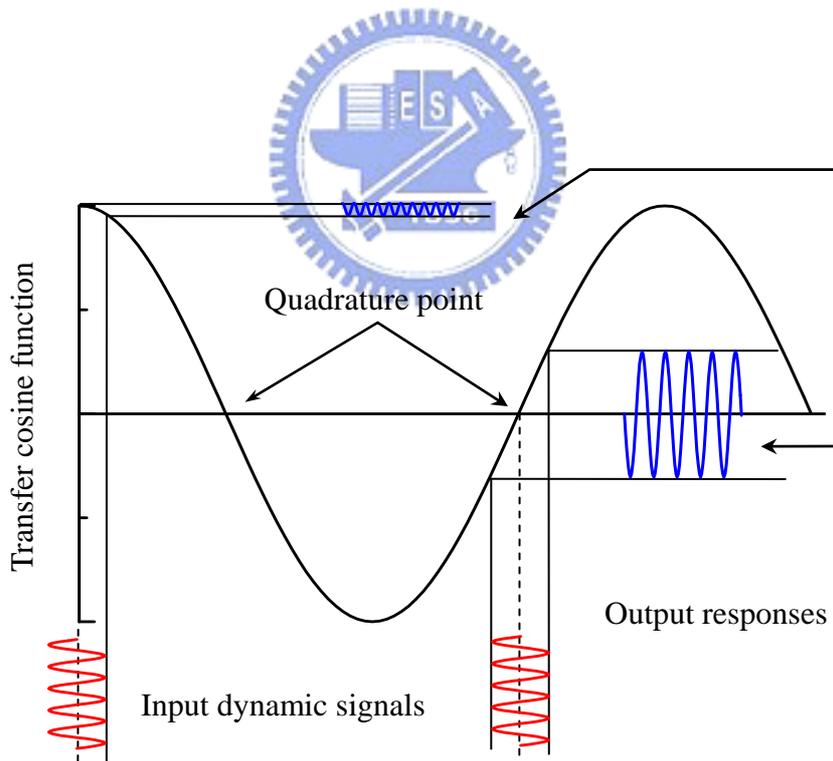
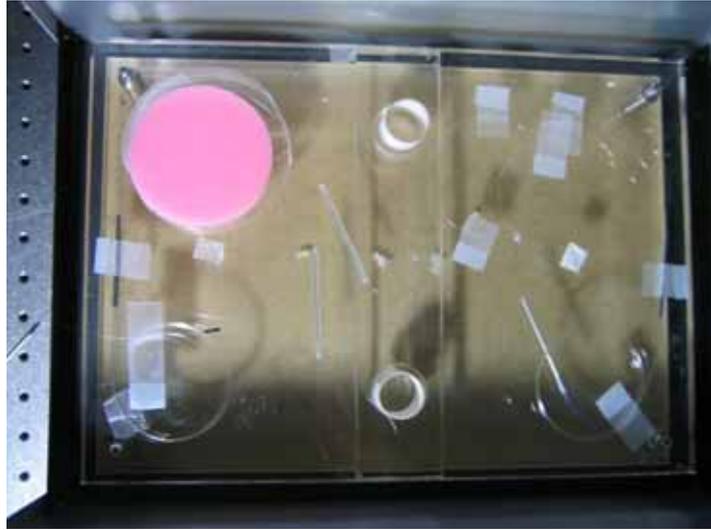


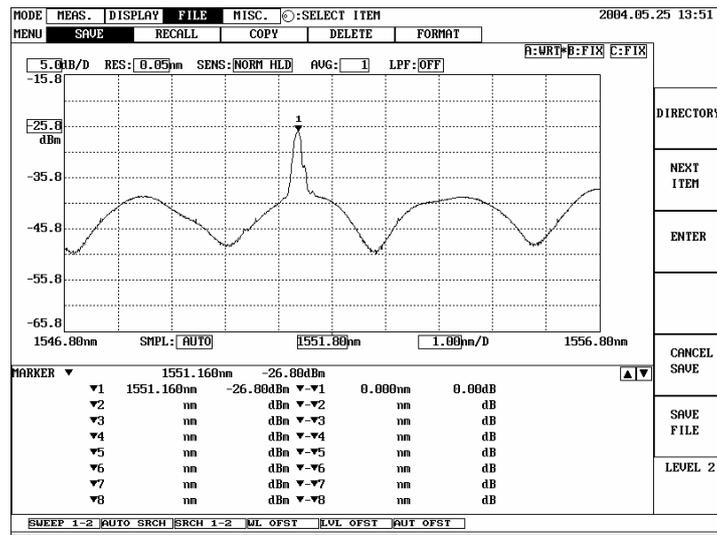
圖 3.13 MZ 干涉儀餘弦轉換函數的示意圖



3.14 光臂纏繞 PZT 管作為相位調制器的 MZ 干涉儀實體照片



(a)



(b)

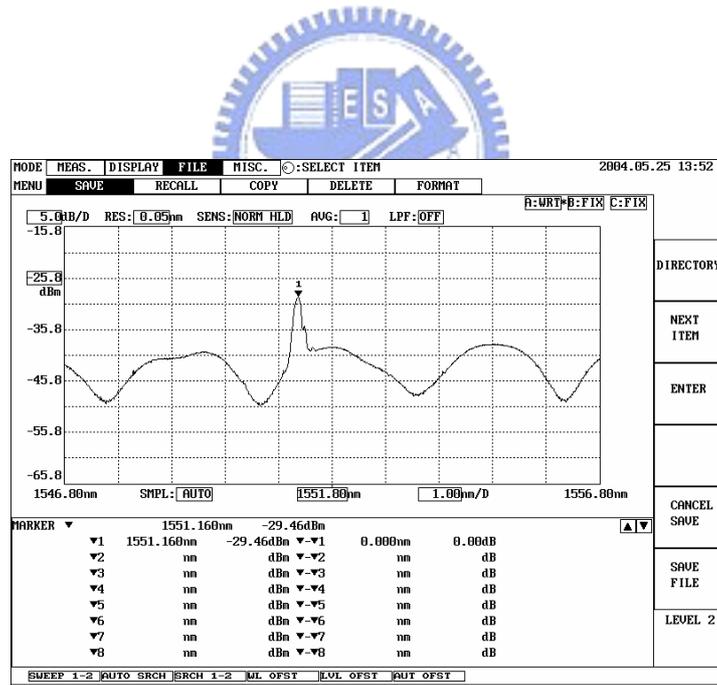


圖 3.15 光柵反射光經過 PZT 管相位調制前(a)與後(b)的 MZ 干涉儀光譜

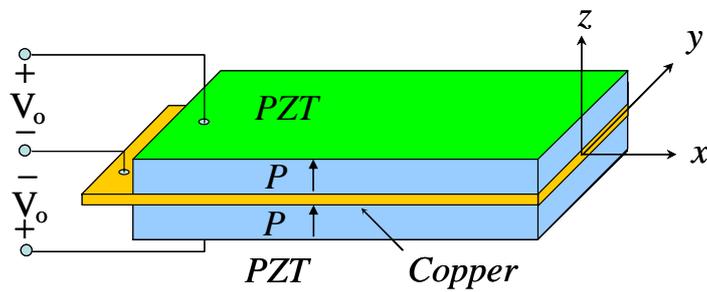


圖 3.16 串聯之雙層 PZT 梁之示意圖

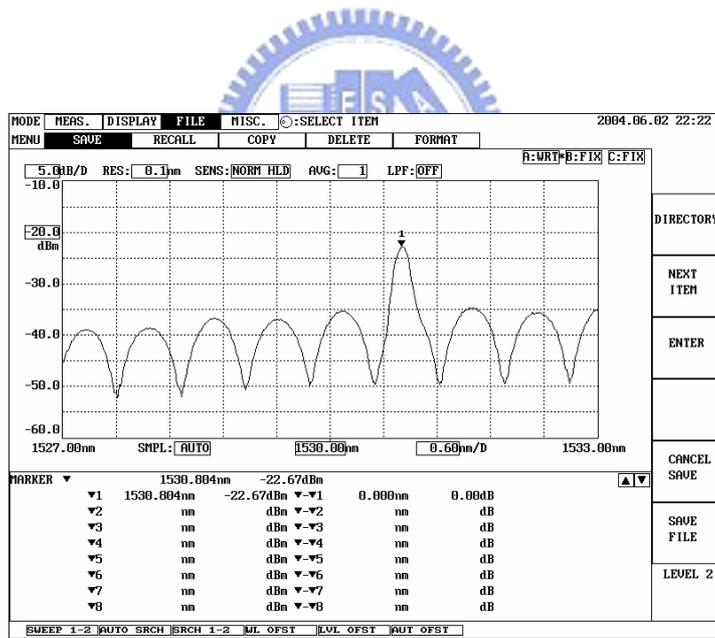


圖 3.17 1531 nm 光柵反射光座落在 MZ 干涉儀之光譜

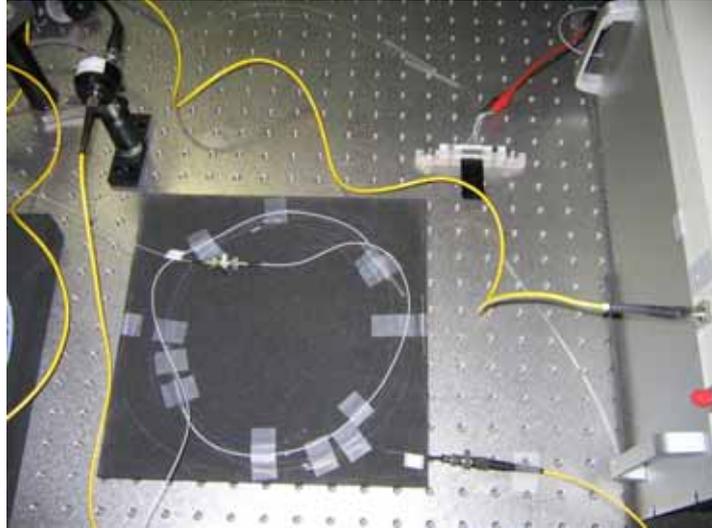


圖 3.18 以 PZT 梁為相位調制器之 MZ 干涉儀實體照片

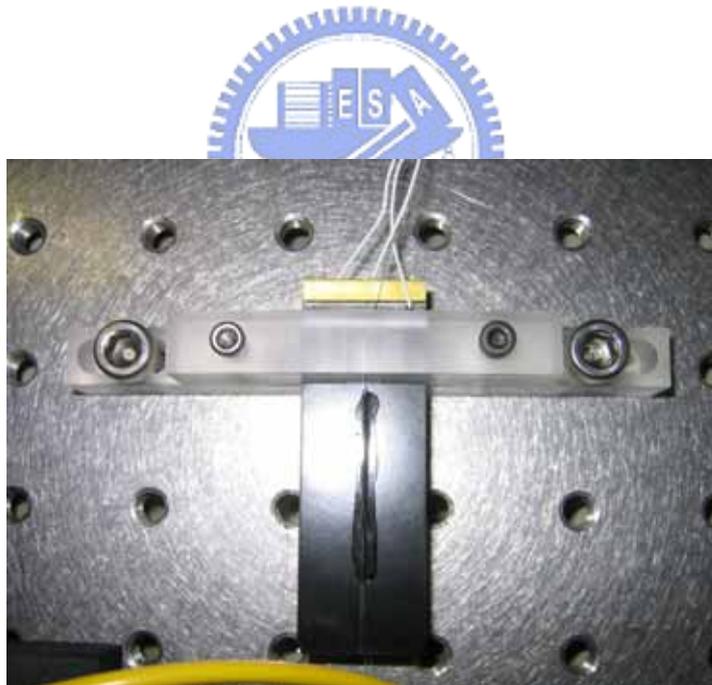


圖 3.19 PZT 梁相位調制器實體照片

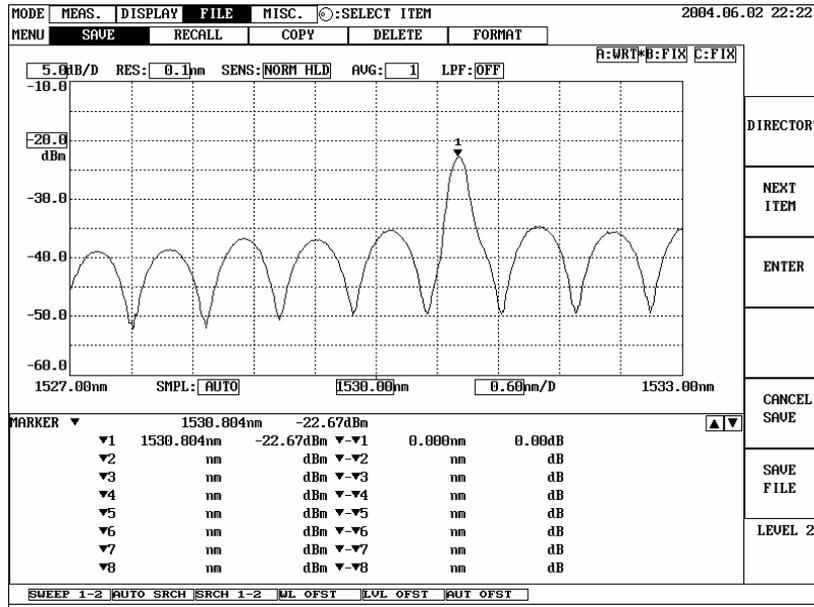


圖 3.20 具壓電梁相位調制器之 MZ 干涉儀及光柵反射光的光譜

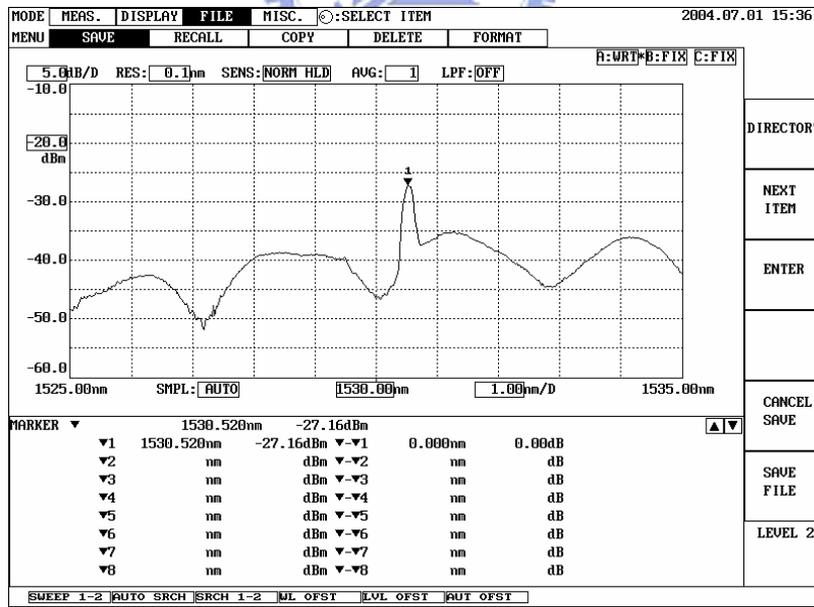
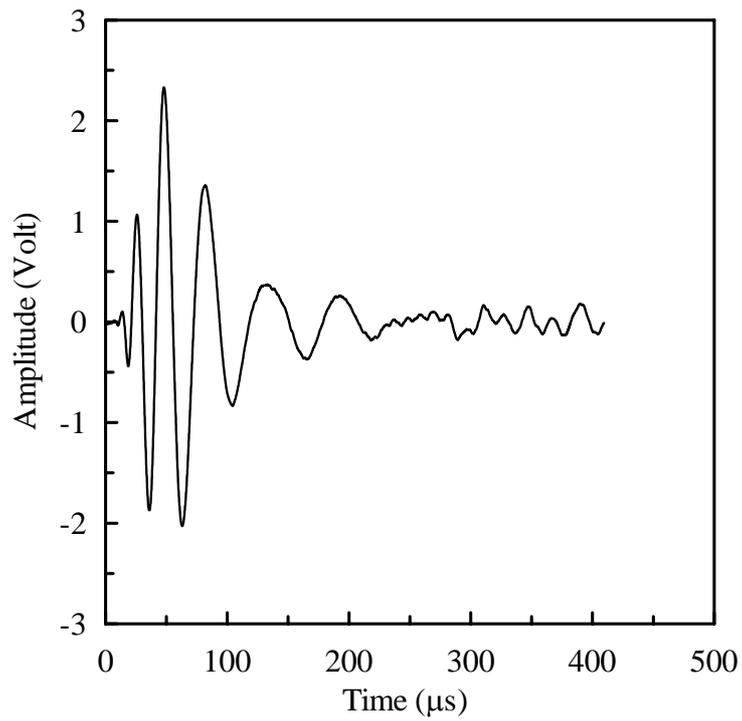


圖 3.21 具壓電管相位調制器之 MZ 干涉儀及光柵反射光的光譜

(a)



(b)

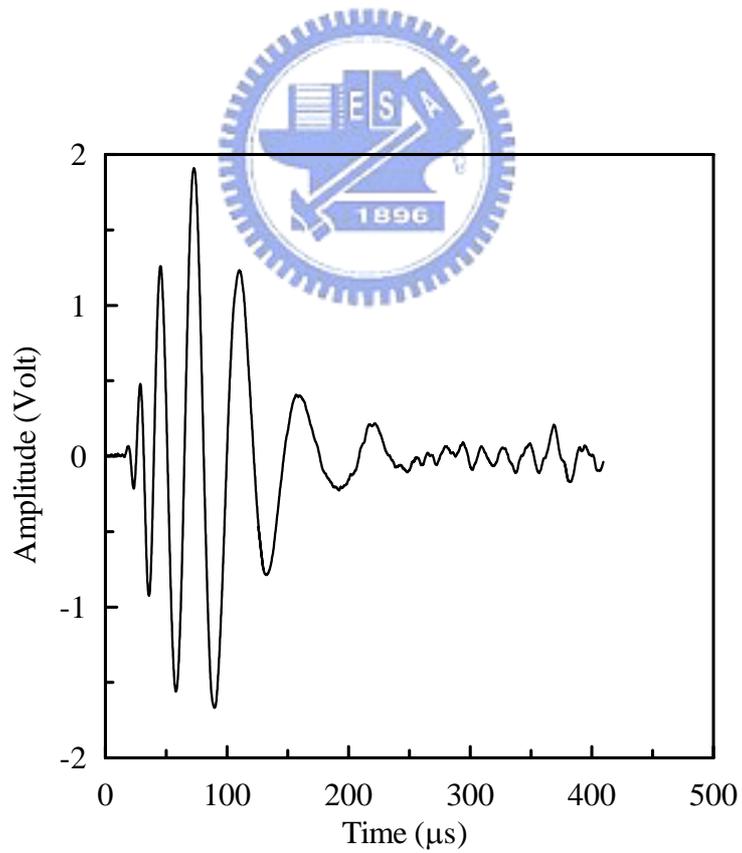
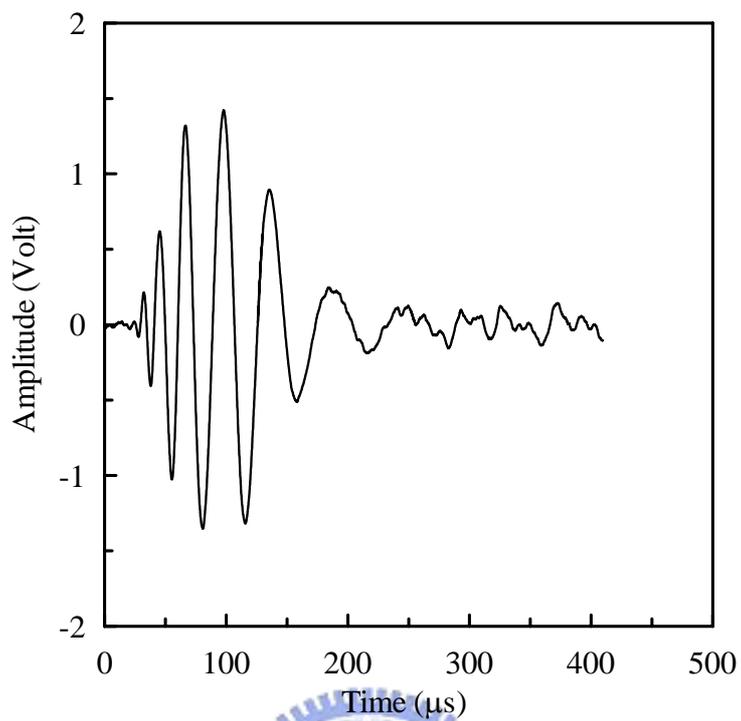


圖 3.22 具壓電梁相位調制器之光柵系統感測場距(a) 30、(b) 40、(c) 50、(d) 60、(e) 70 及(f) 80 mm 之板波原始訊號

(c)



(d)

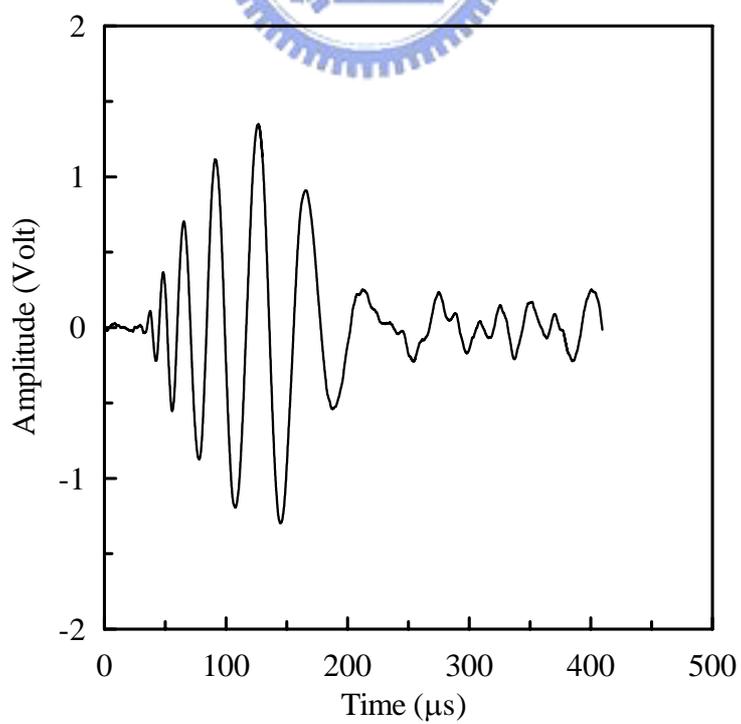
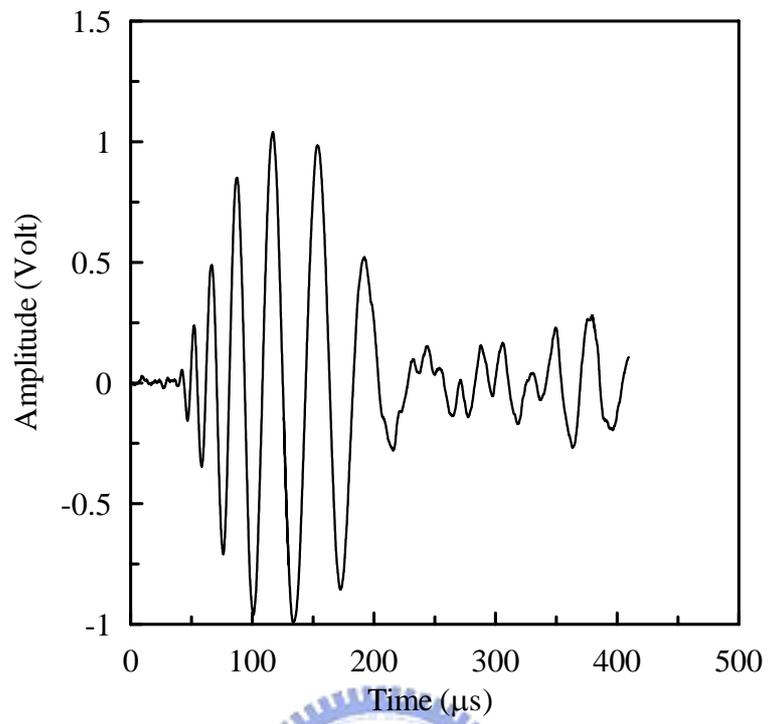


圖 3.22(續)

(e)



(f)

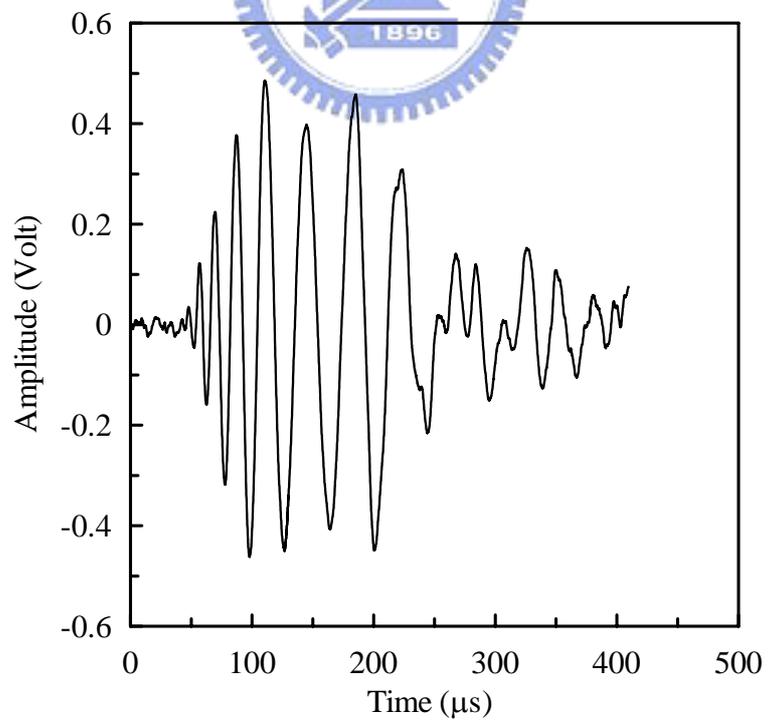


圖 3.22(續)

(a)

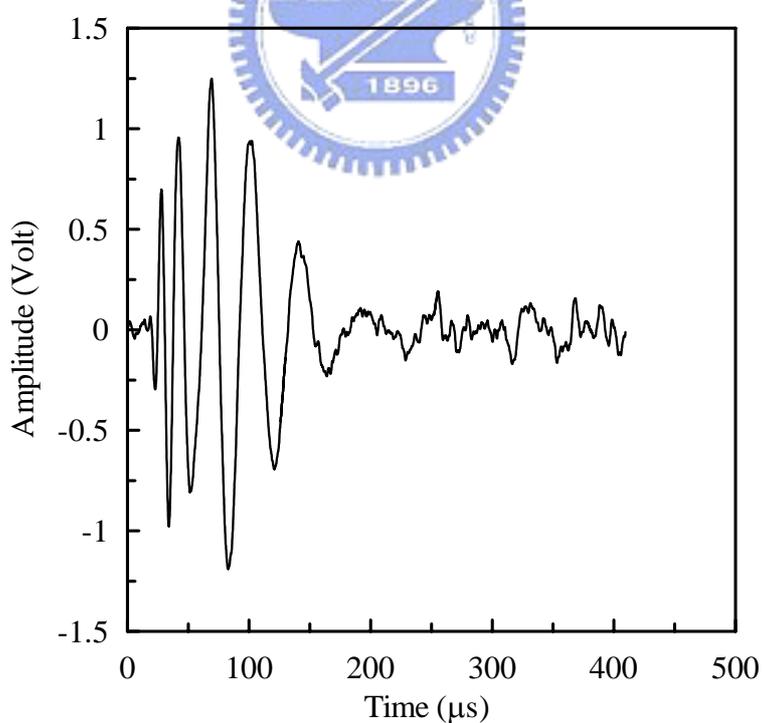
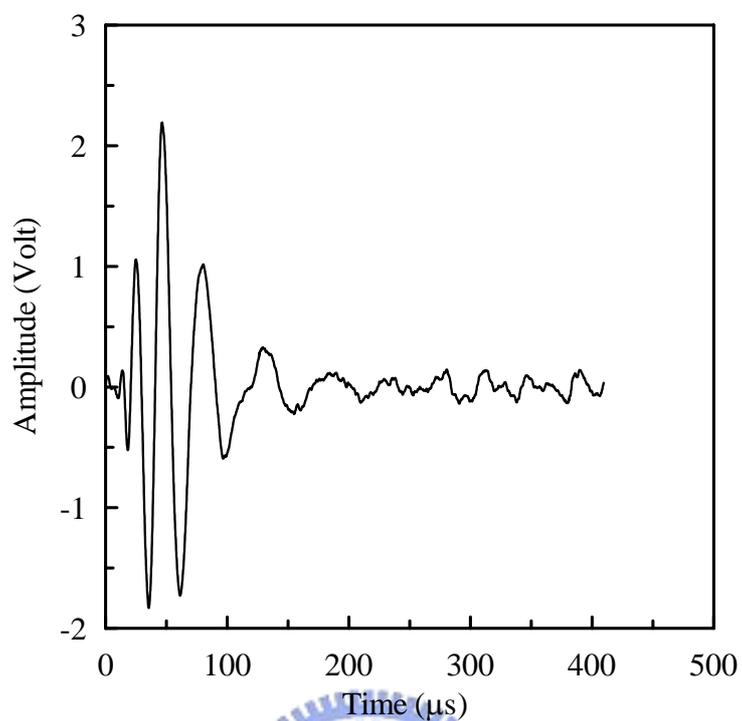
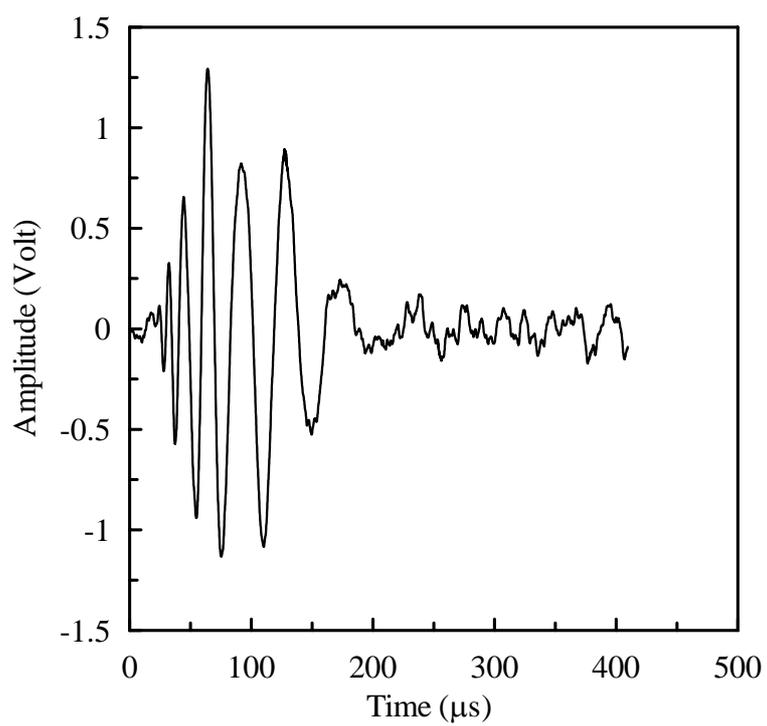


圖 3.23 使用壓電管相位調制器之光柵系統感測場距(a) 30、(b) 40、(c) 50、(d) 60、(e) 70 及(f) 80 mm 之板波原始訊號

(c)



(d)

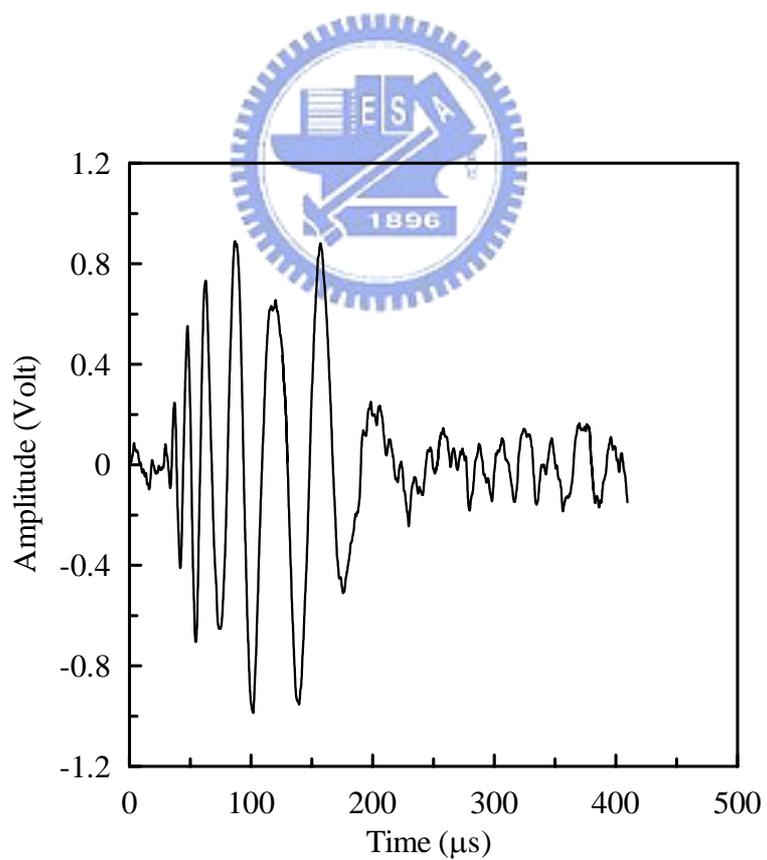
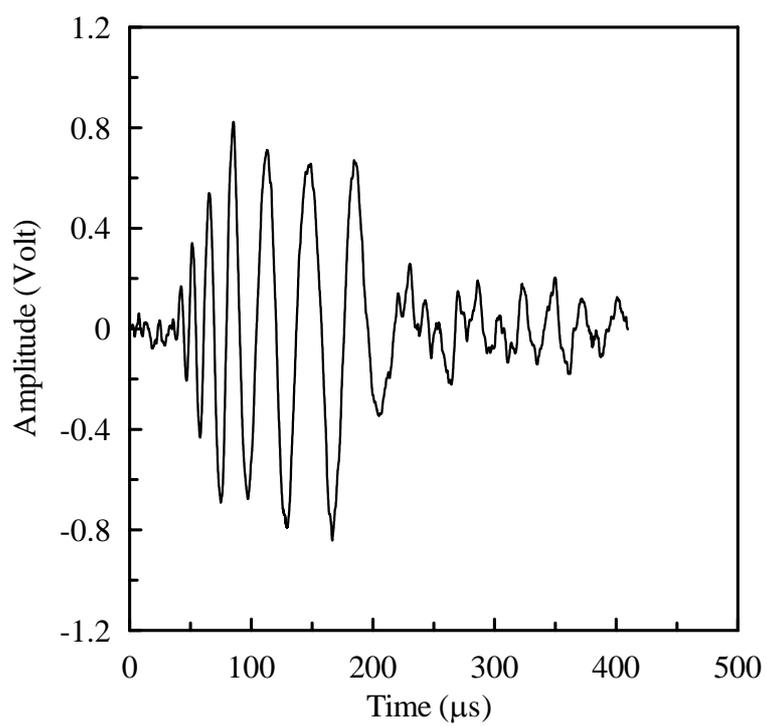


圖 3.23(續)

(e)



(f)

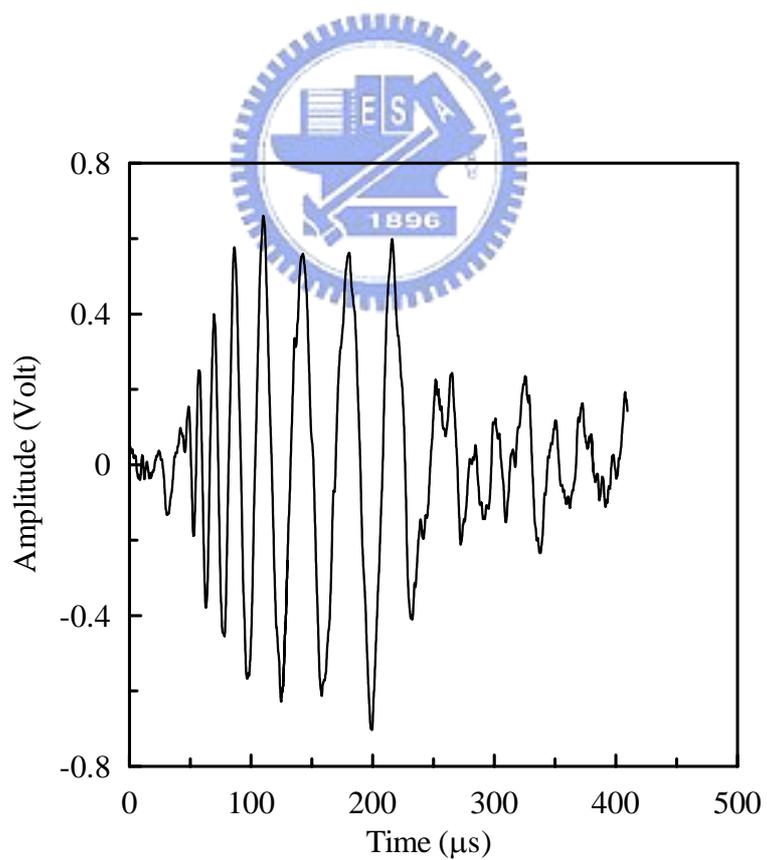


圖 3.23(續)

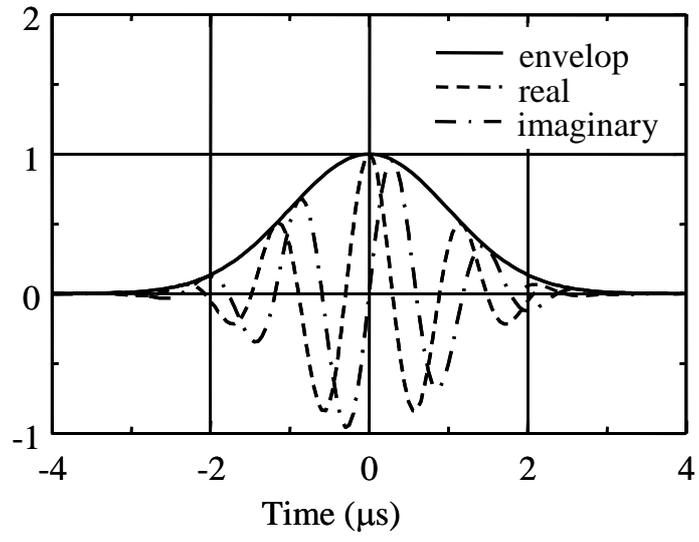
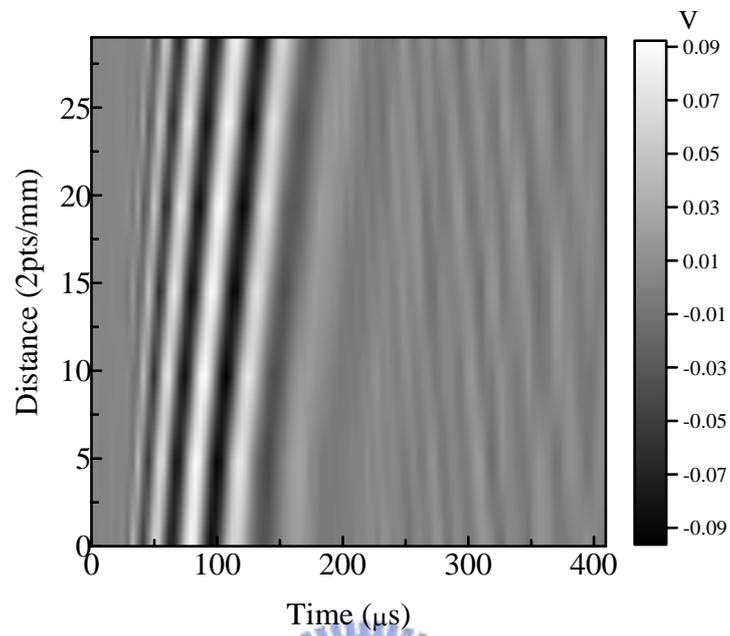


圖 3.24 高斯脈波母小波函數圖



(a)



(b)

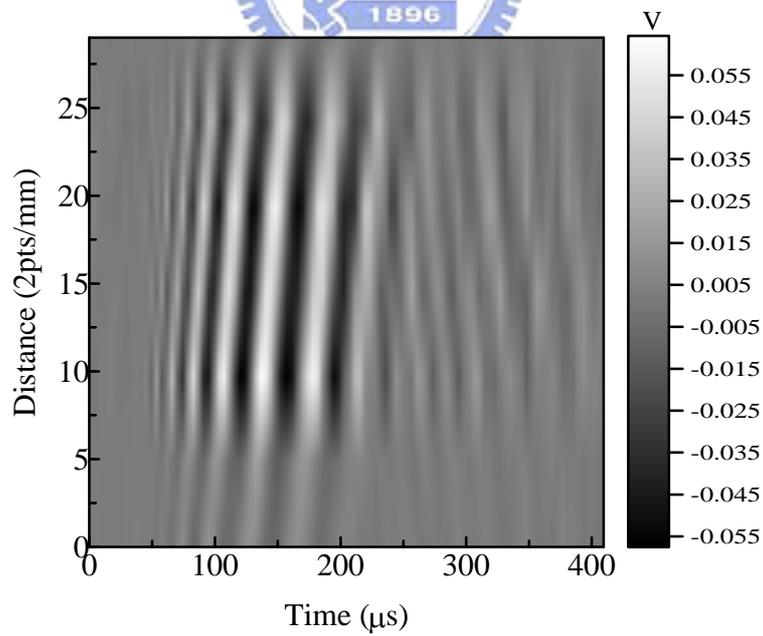
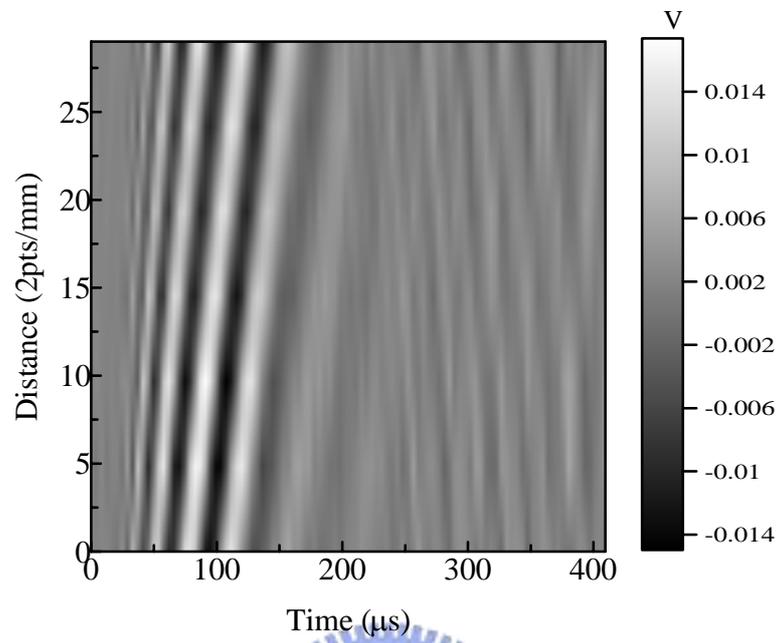


圖 4.1 光柵偵測 $0^\circ$  方向波傳，場距(a) 30、(b) 60 mm 之雷射超音波訊號掃瞄灰階圖。

(a)



(b)

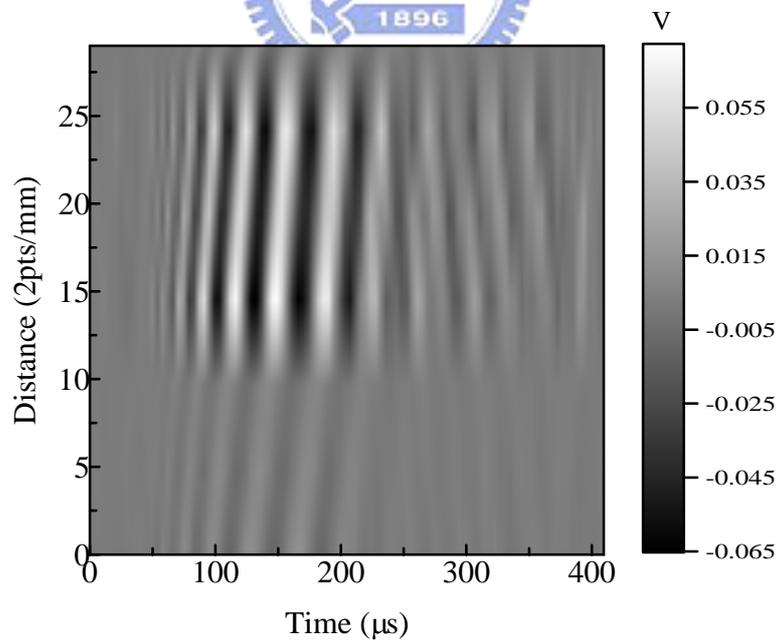
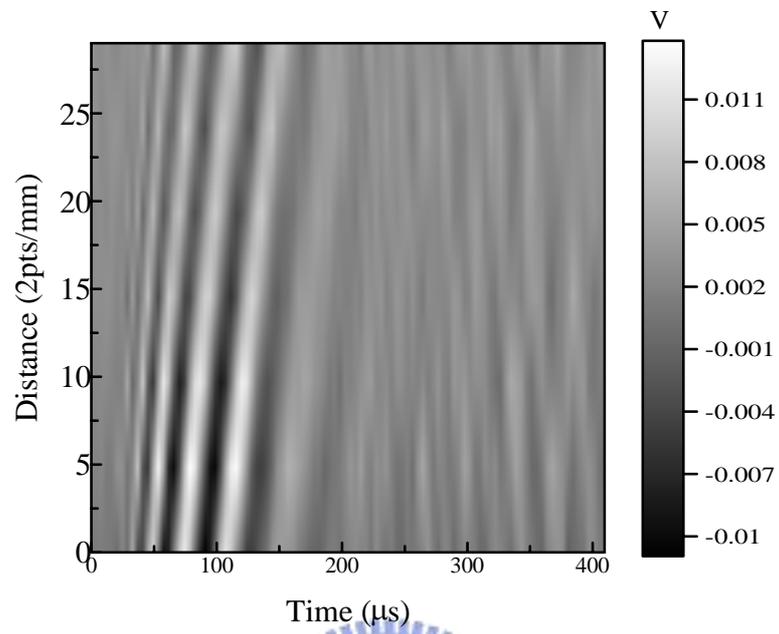


圖 4.2 與圖 4.1 同，唯波傳方向為 $15^\circ$

(a)



(b)

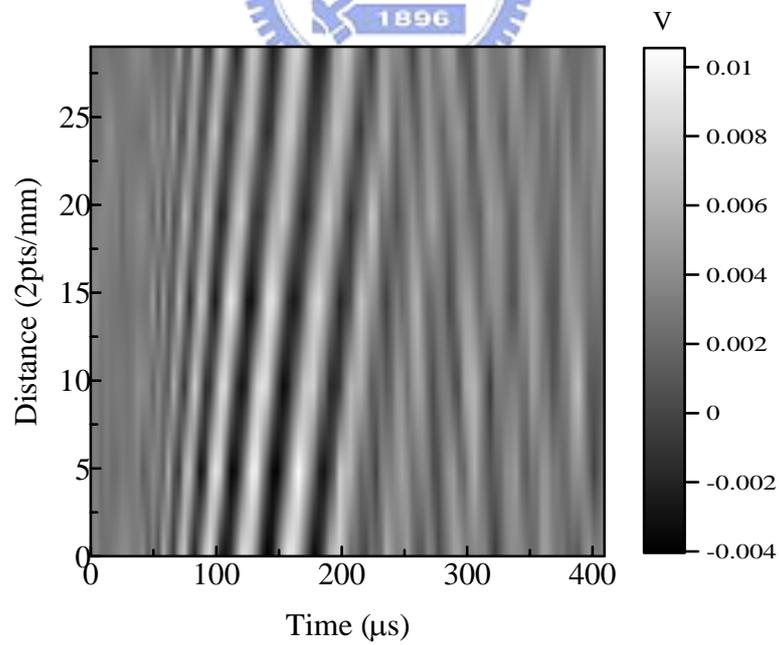
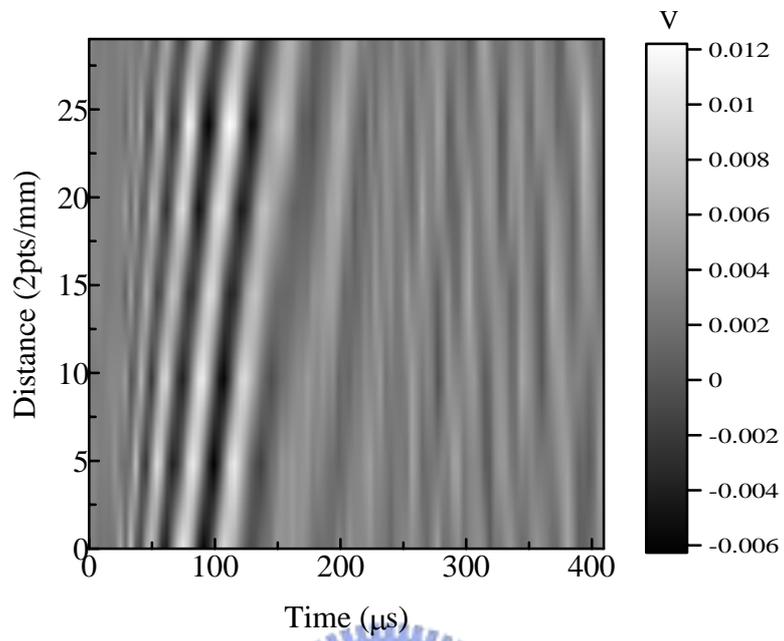


圖 4.3 與圖 4.1 同，唯波傳方向為  $30^\circ$

(a)



(b)

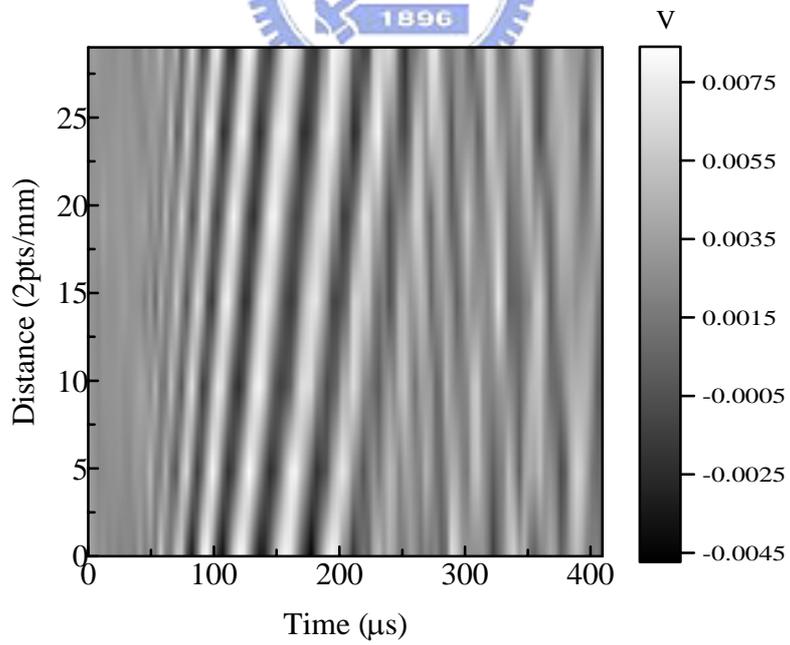
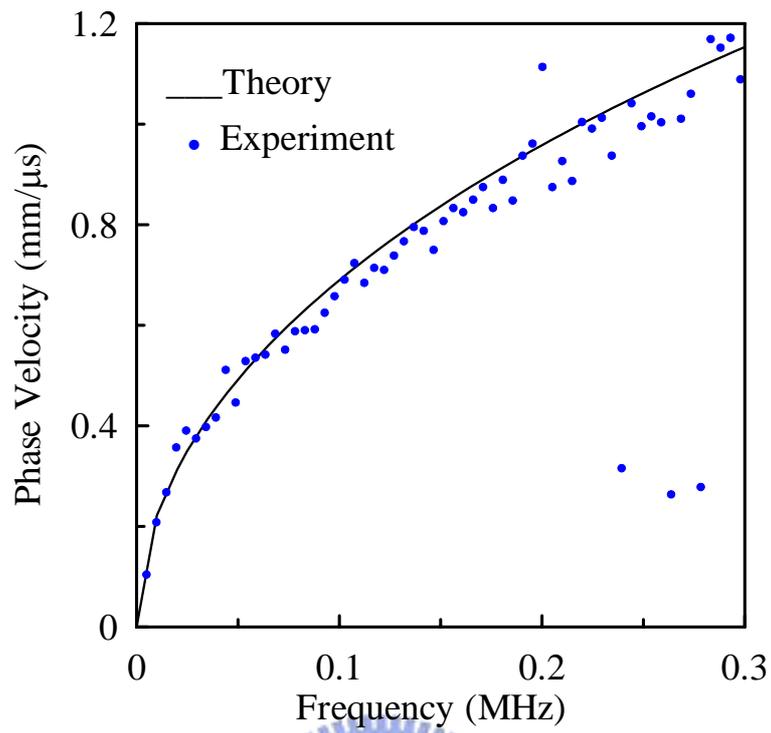


圖 4.4 與圖 4.1 同，唯波傳方向為  $45^\circ$

(a)



(b)

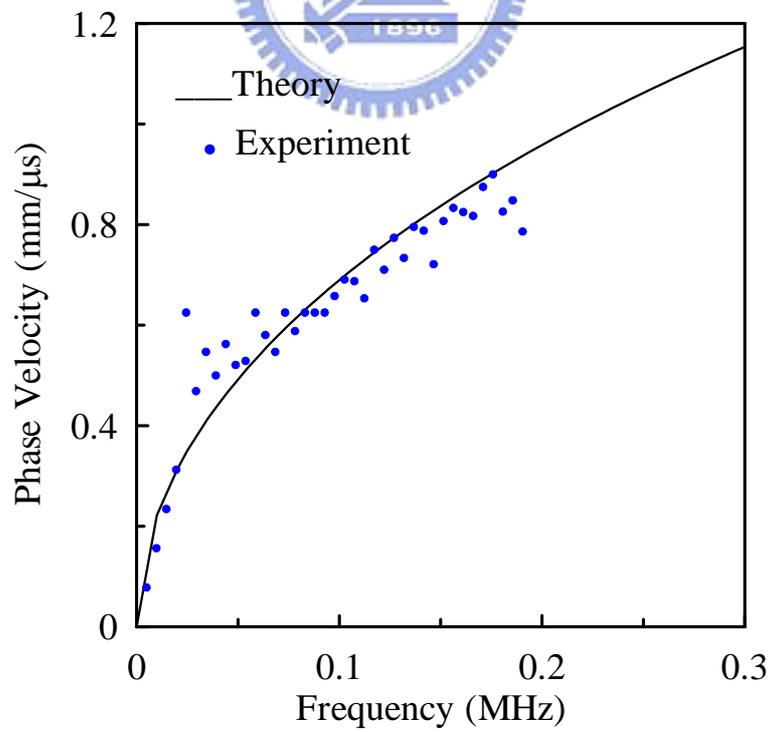
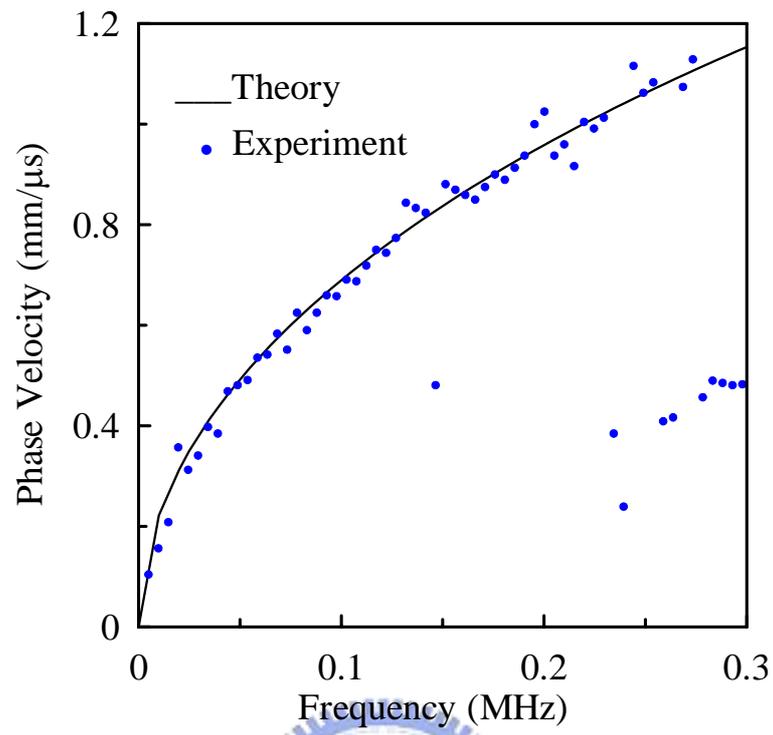


圖 4.5  $0^\circ$  方向波傳之  $A_0$  板波相速度理論值及光柵場距(a) 30、(b) 60 mm 的量測值

(a)



(b)

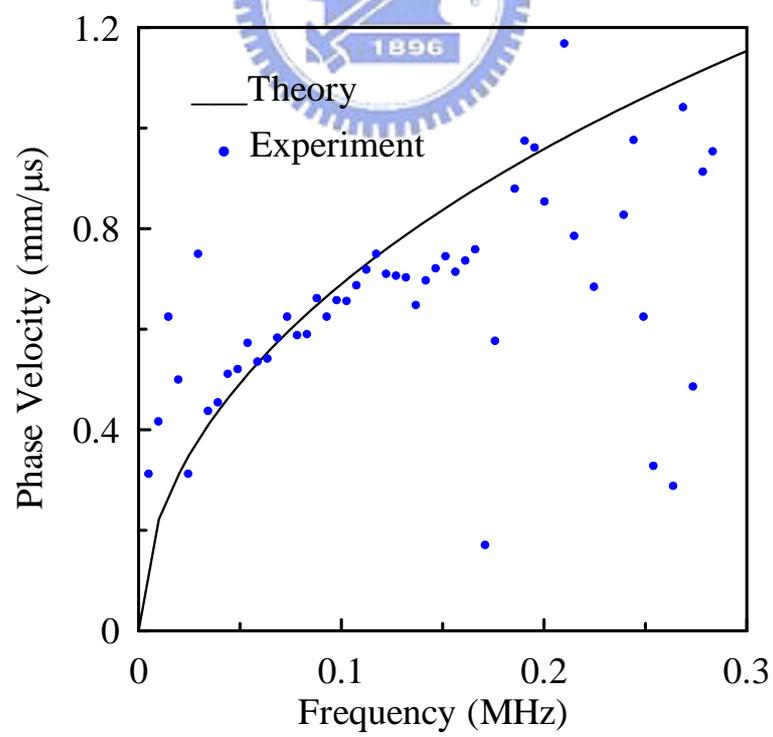
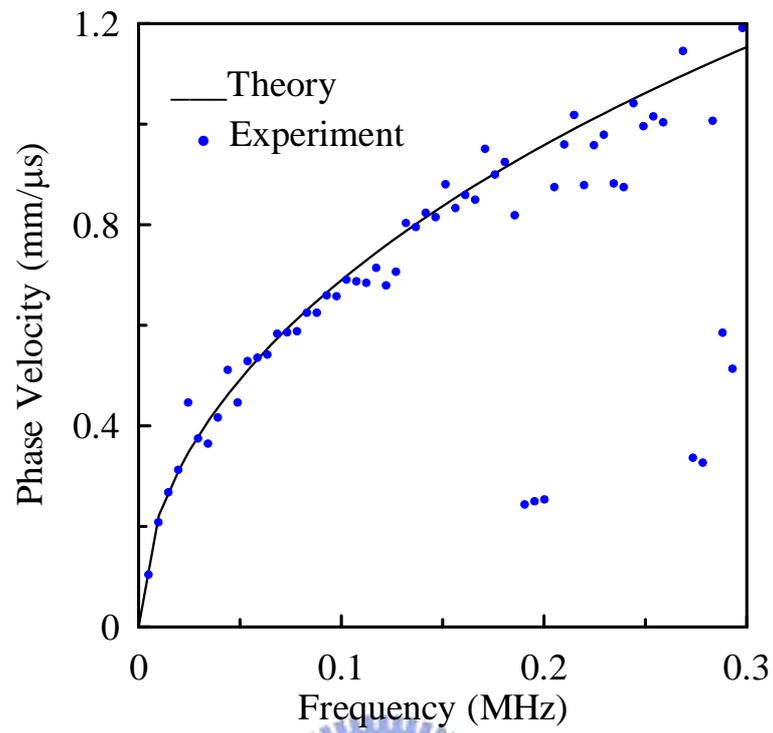


圖 4.6 與圖 4.5 同，唯波傳方向為 $15^\circ$

(a)



(b)

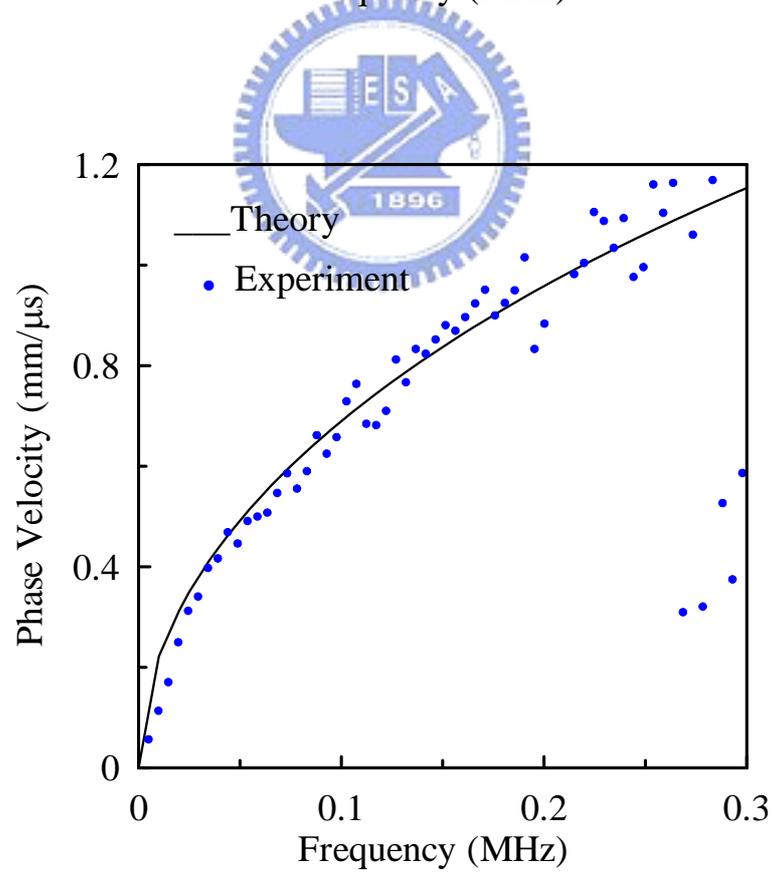
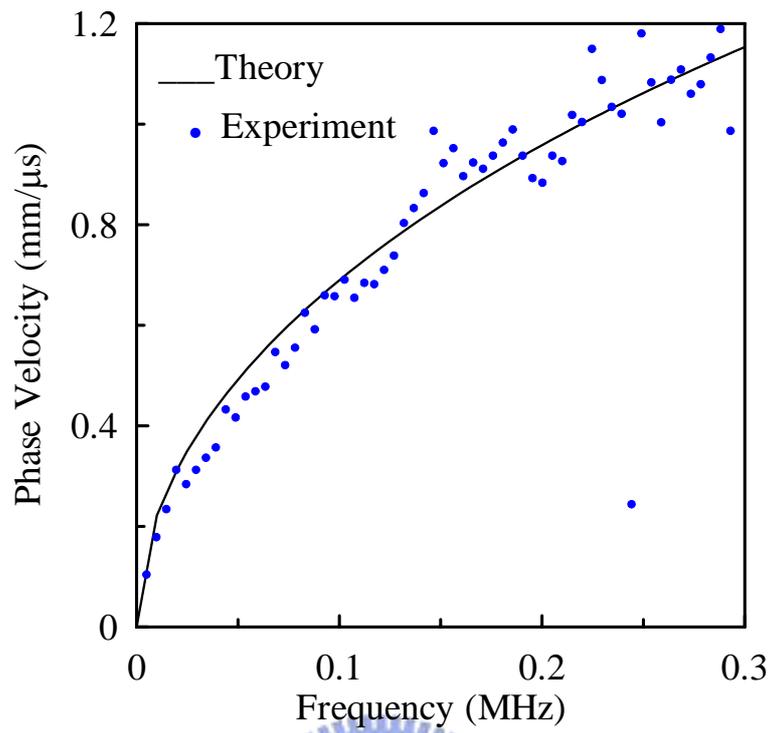


圖 4.7 與圖 4.5 同，唯波傳方向為  $30^\circ$

(a)



(b)

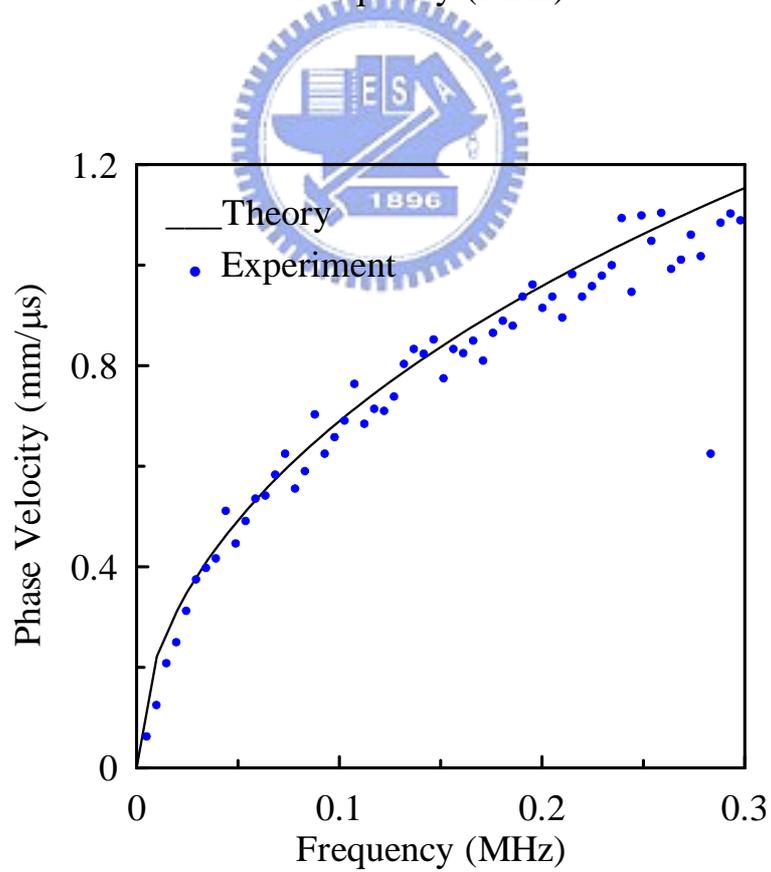
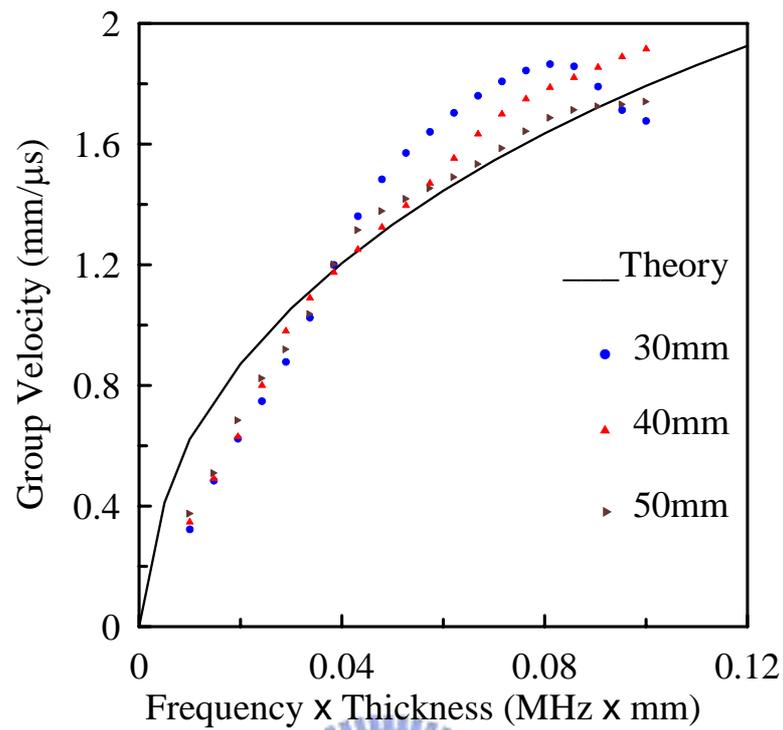


圖 4.8 與圖 4.5 同，唯波傳方向為  $45^\circ$

(a)



(b)

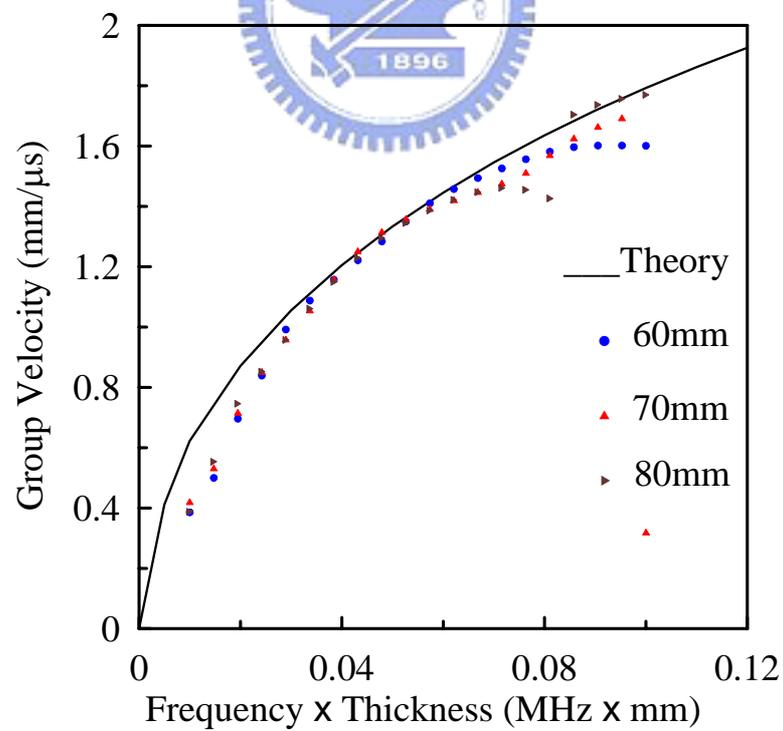
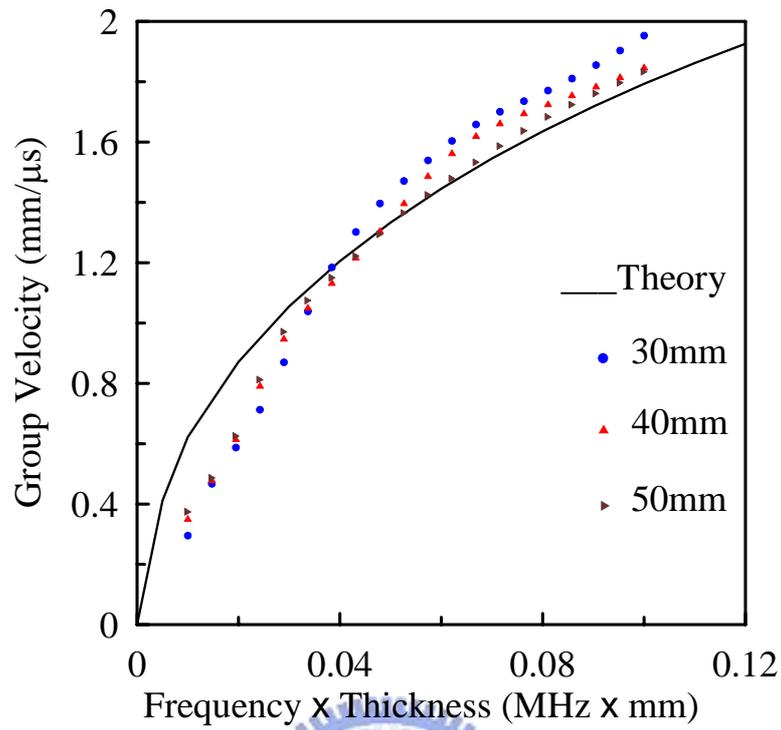


圖 4.9  $0^\circ$  方向波傳之 A<sub>0</sub> 板波群速度理論值及光柵在不同場距(a)30-50 mm、(b)60-80 mm，依據絕對距離量測的實驗值

(a)



(b)

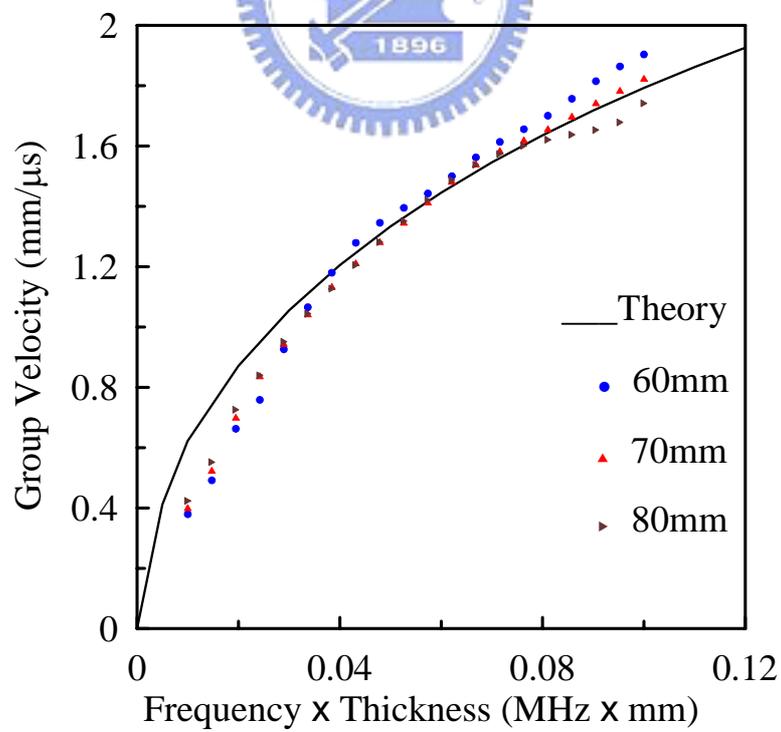
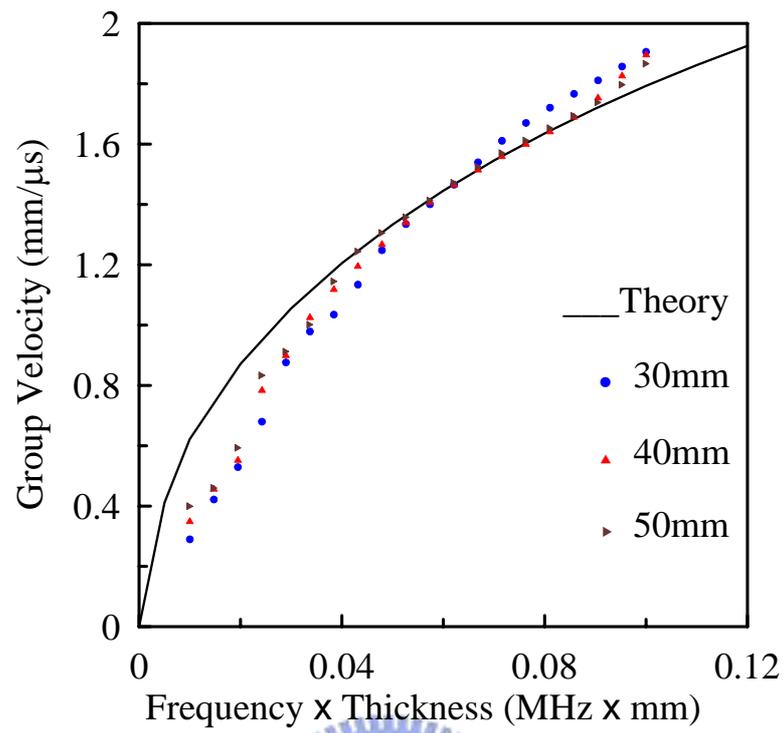


圖 4.10 與圖 4.9 同，唯波傳方向為 $15^\circ$

(a)



(b)

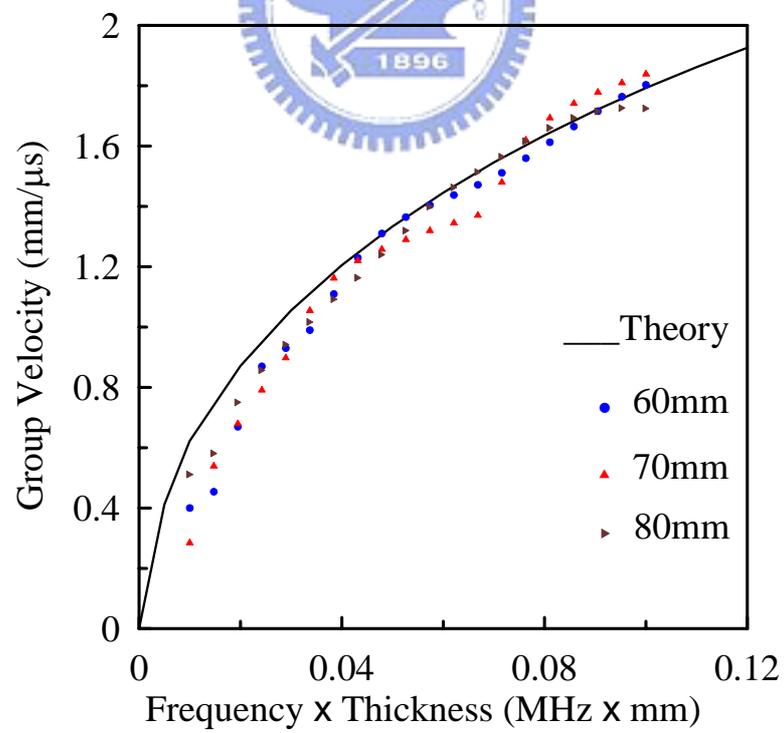
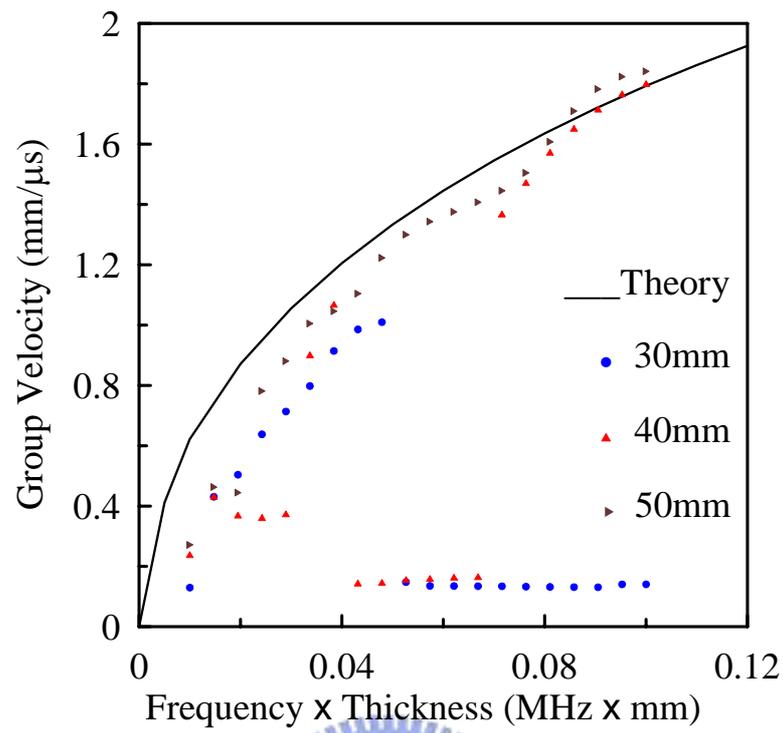


圖 4.11 與圖 4.9 同，唯波傳方向為  $30^\circ$

(a)



(b)

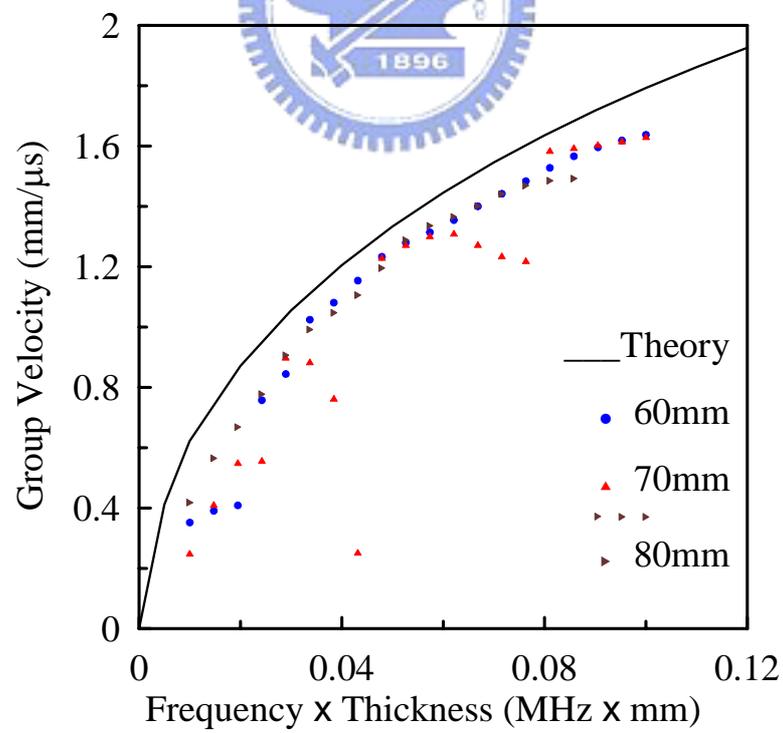


圖 4.12 與圖 4.9 同，唯波傳方向為  $45^\circ$

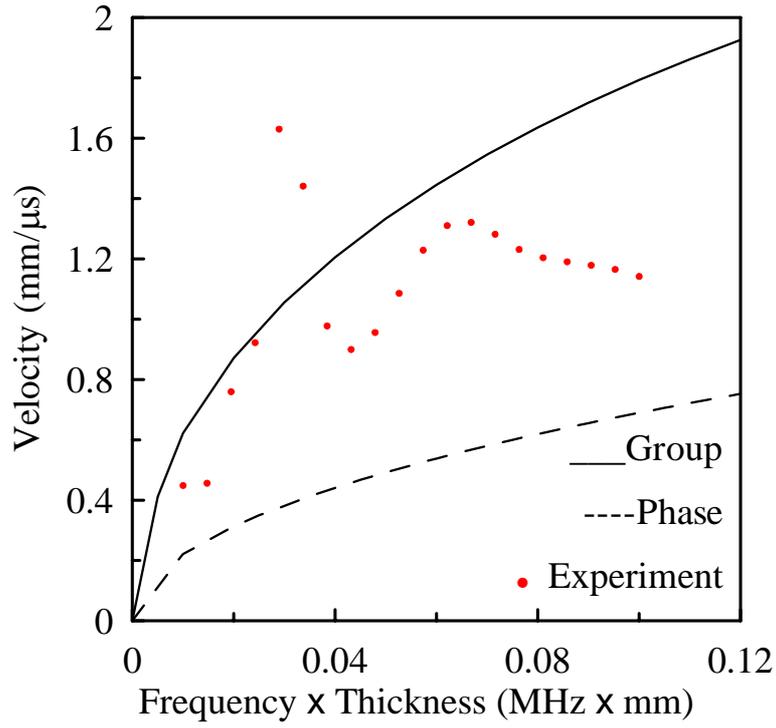


圖 4.13  $0^\circ$  方向波傳之 A 板波速度及光柵量測 10mm 相對場距的群

速度實驗值

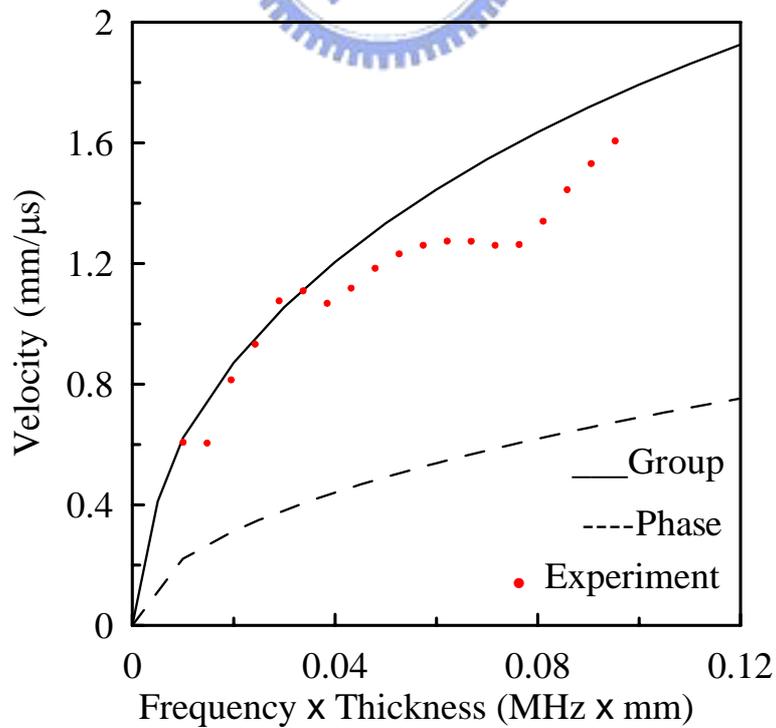


圖 4.14 與圖 4.13 同，唯相對場距為 20mm

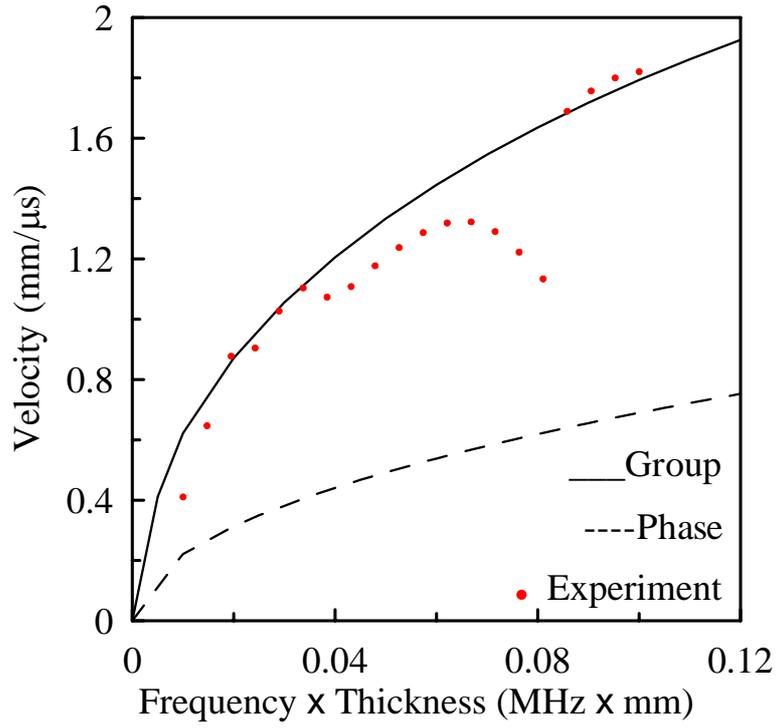


圖 4.15 與圖 4.13 同，唯相對場距為 30mm

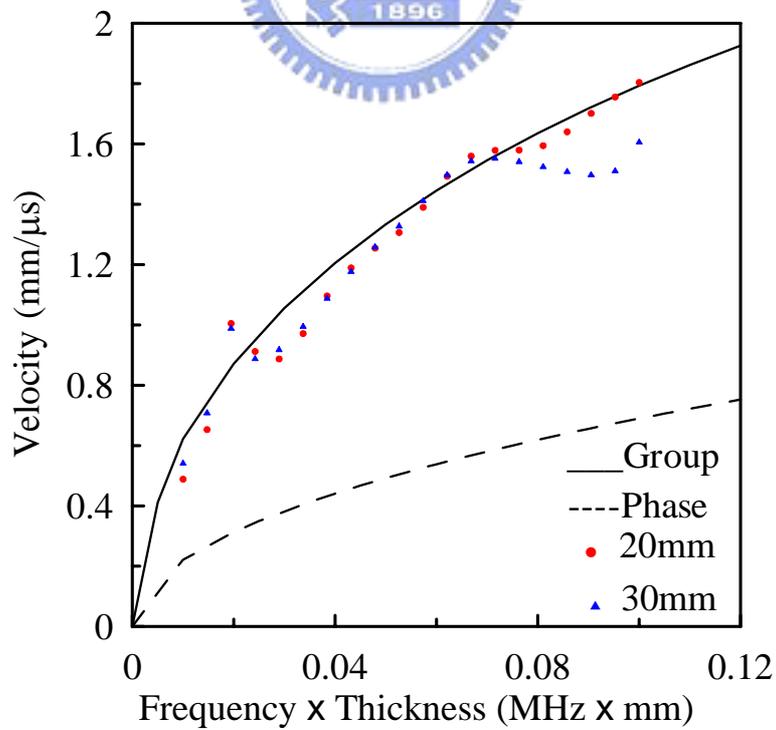


圖 4.16  $15^\circ$  方向波傳之  $A_0$  板波速度及光柵在不同相對距離量測之群速度頻散曲線

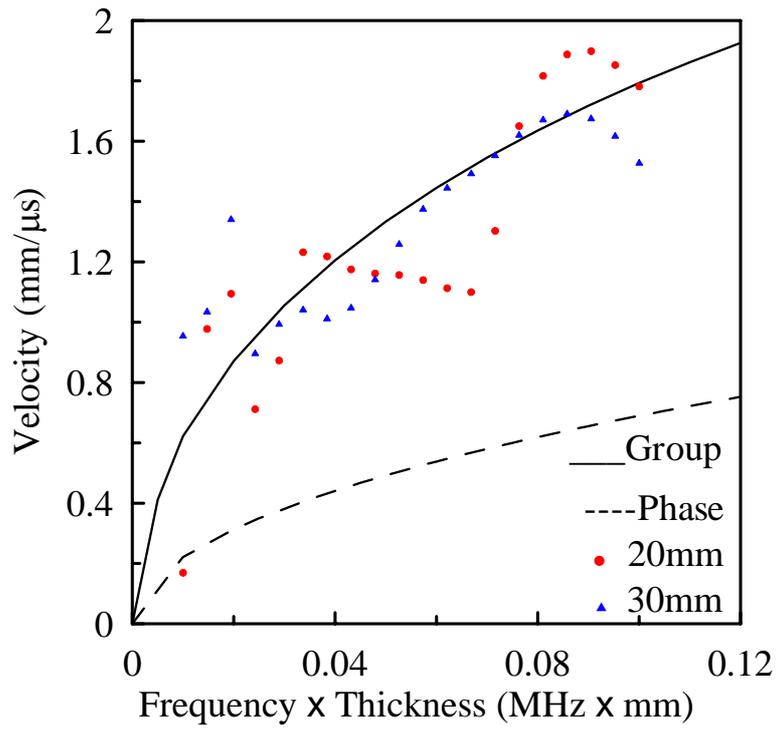


圖 4.17 與圖 4.16 同，唯波傳方向為 30°

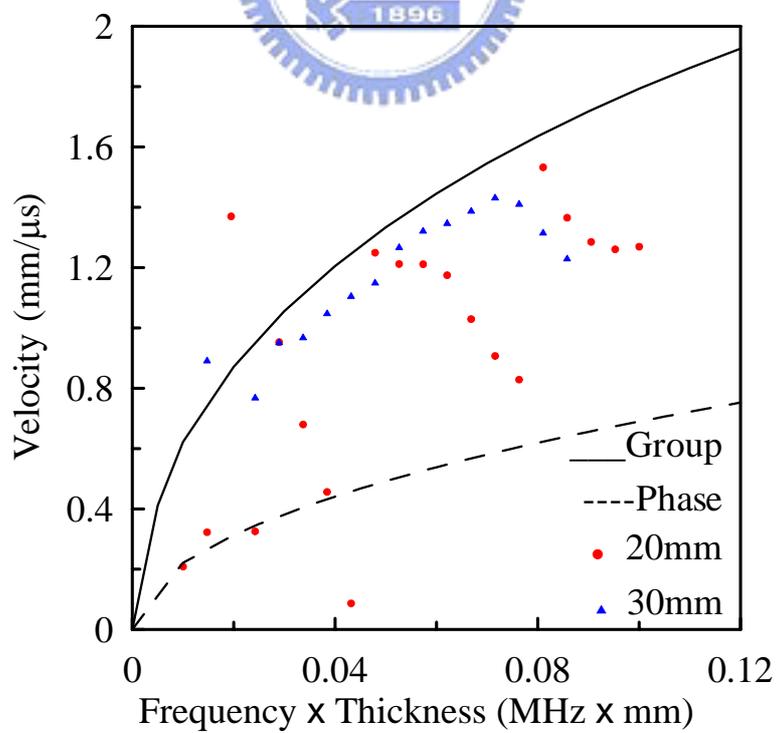


圖 4.18 與圖 4.16 同，唯波傳方向為 45°

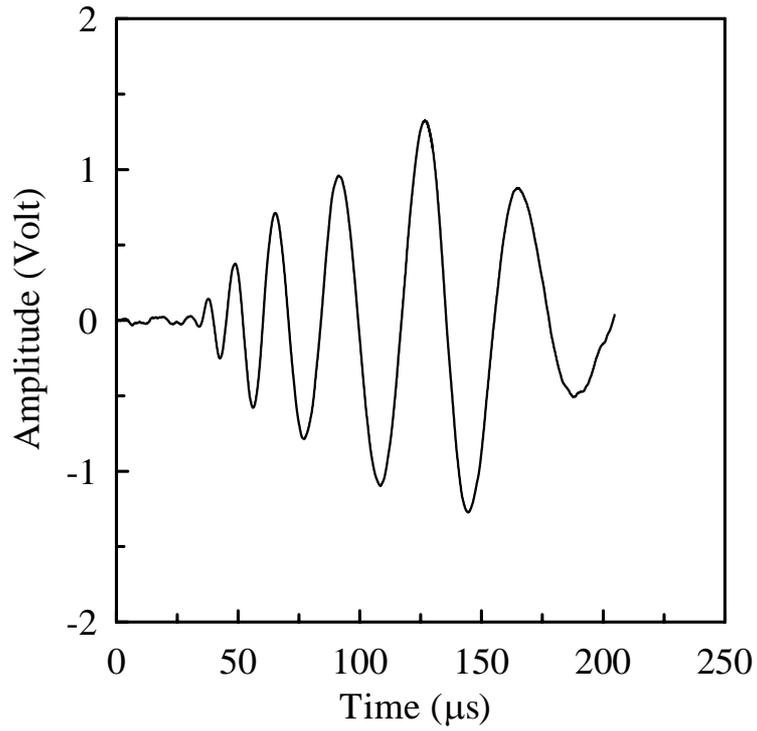


圖 4.19 場距 40mm 之光柵感測  $A_0$  板波之原始波形

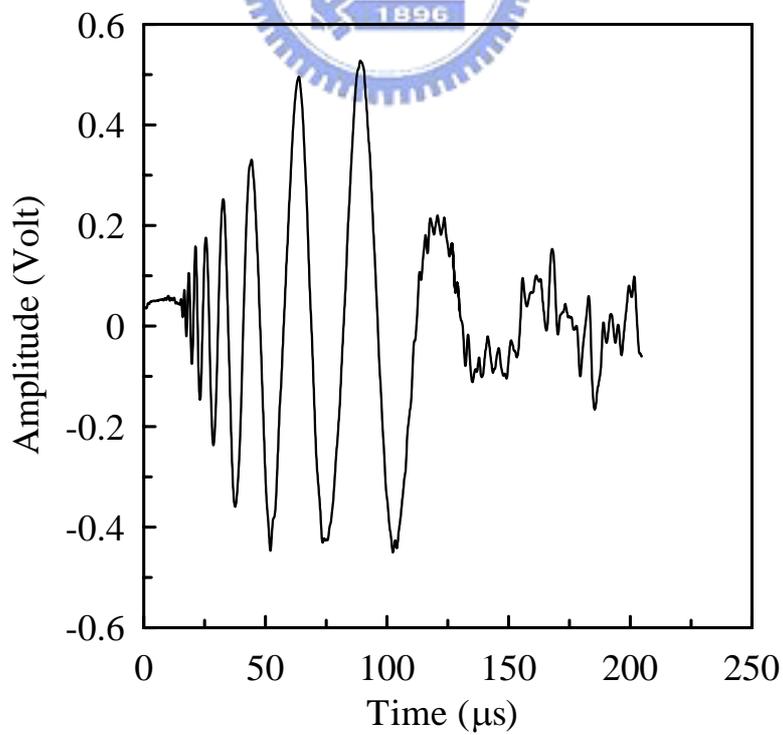


圖 4.20 場距 40 mm 之錐形壓電探頭感測  $A_0$  板波之原始波形

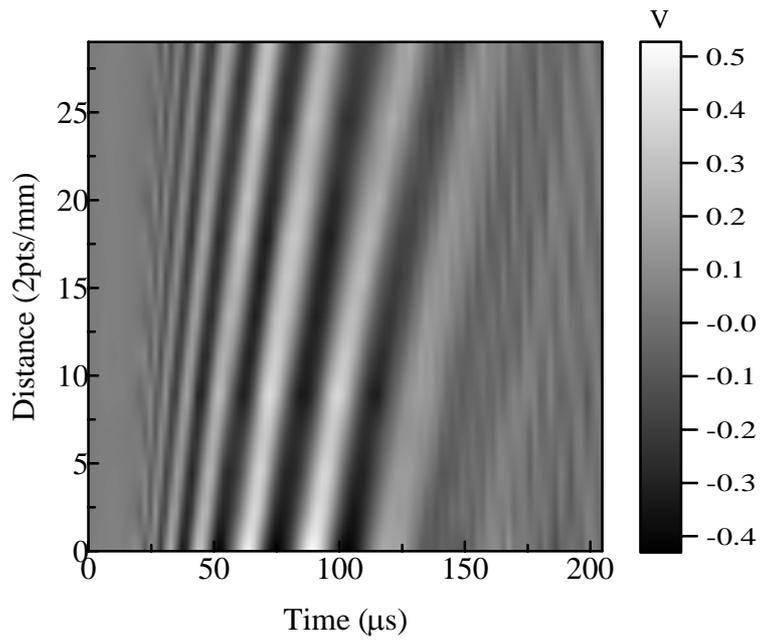


圖 4.21 錐形壓電探頭以場距 40 mm 為起點，量測雷射超音波訊號

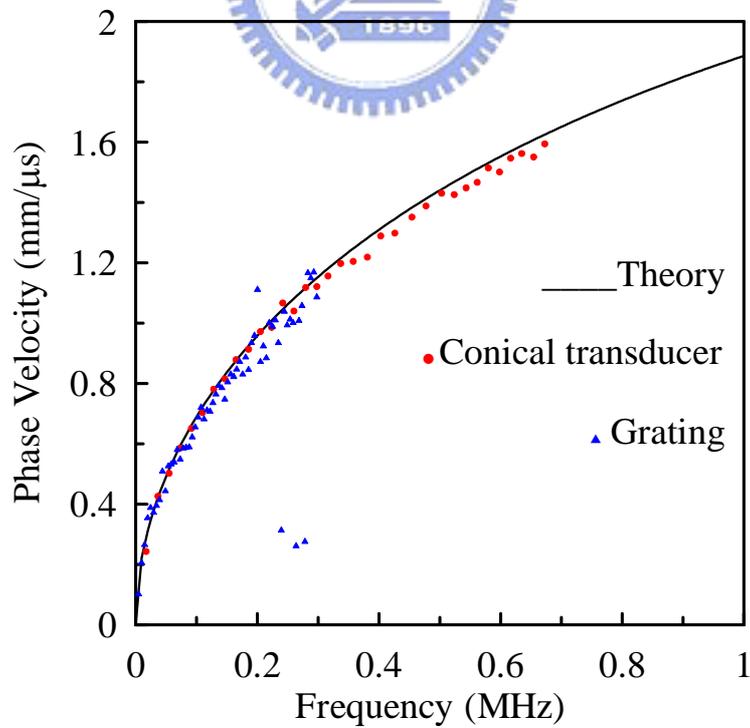


圖 4.22 光柵與錐形壓電探頭量測  $A_0$  板波相速度之比較

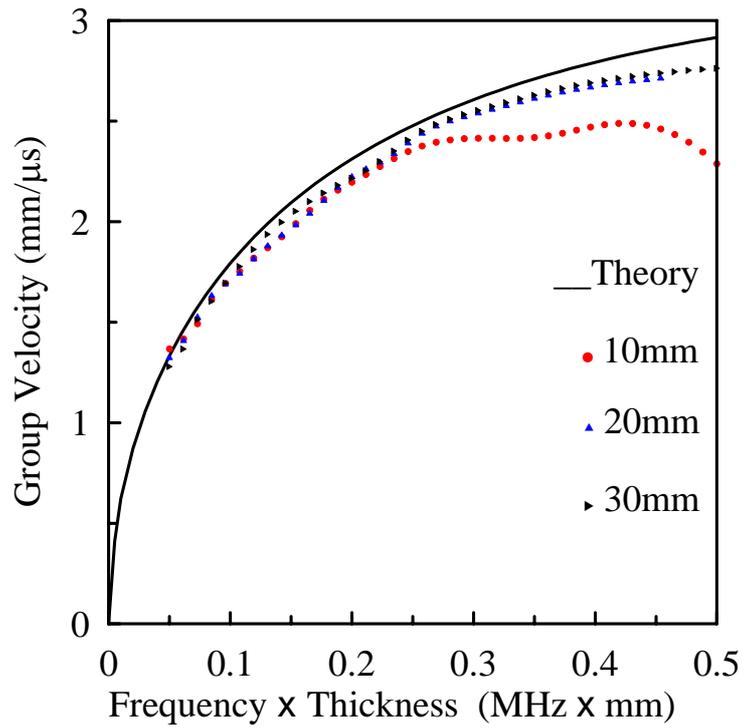


圖 4.23 錐形壓電探頭量測不同場距差的  $A_0$  板波群速度比較

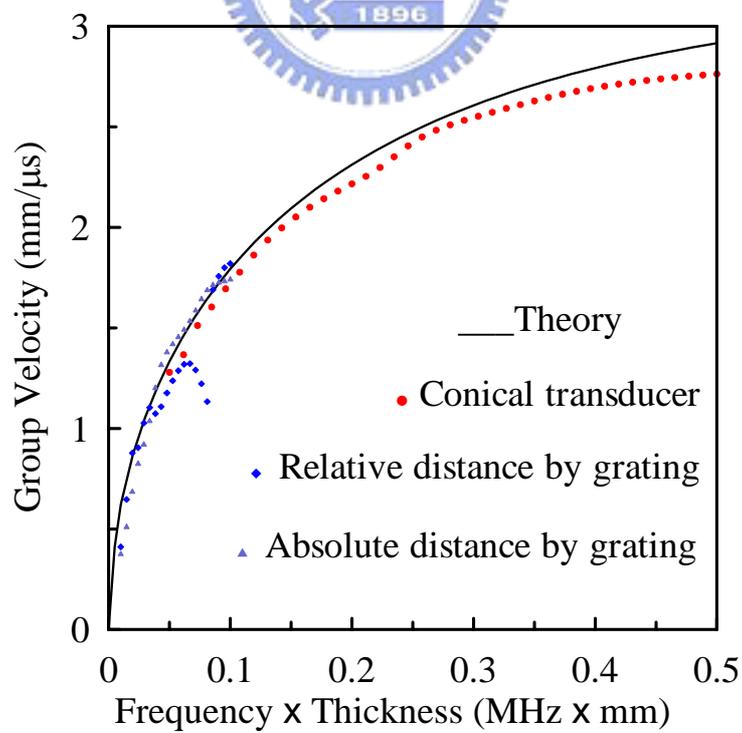


圖 4.24 光柵與錐形壓電探頭量測  $A_0$  板波群速度之比較

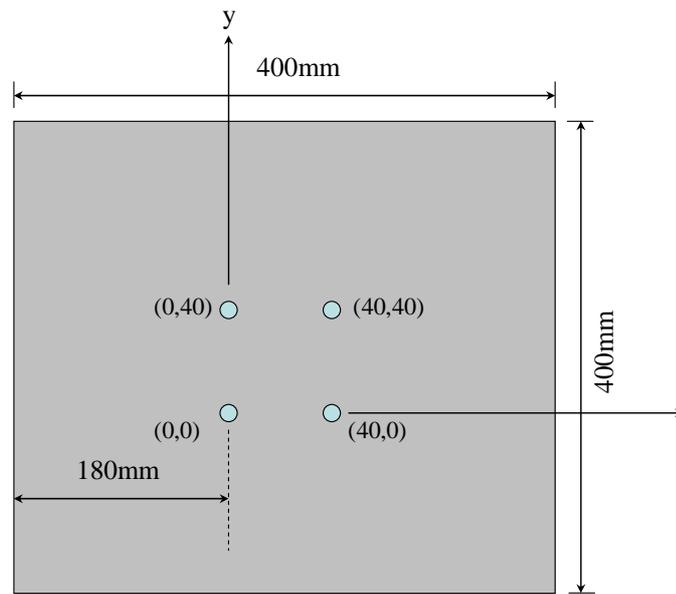
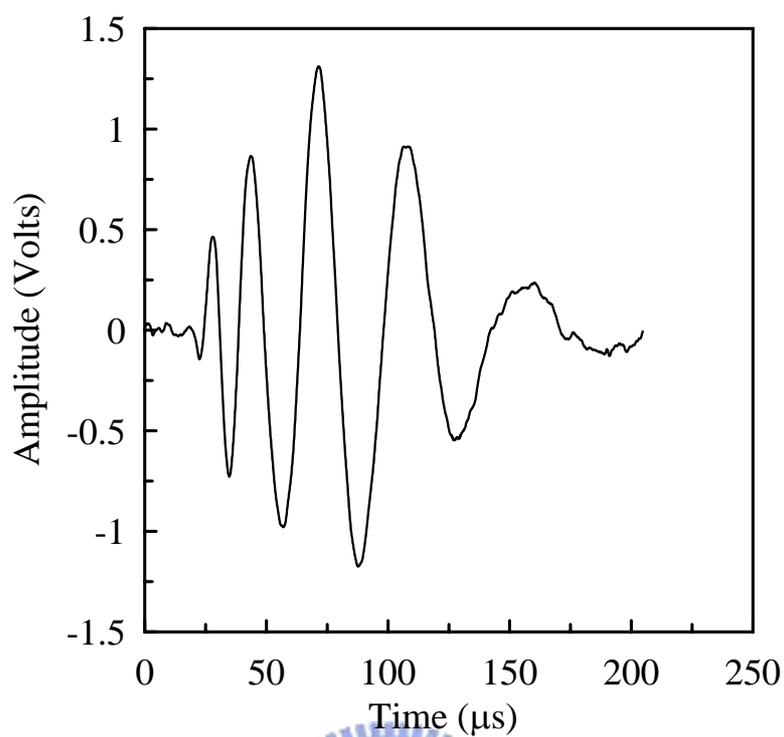


圖 4.25 光纖光柵黏貼於鋁板之座標位置示意圖



(a)



(b)

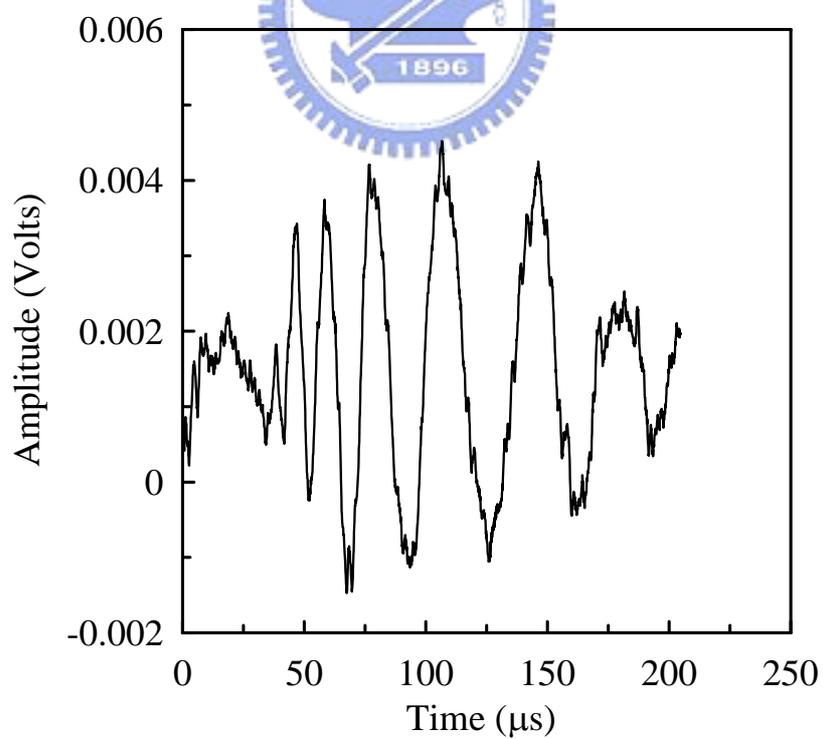
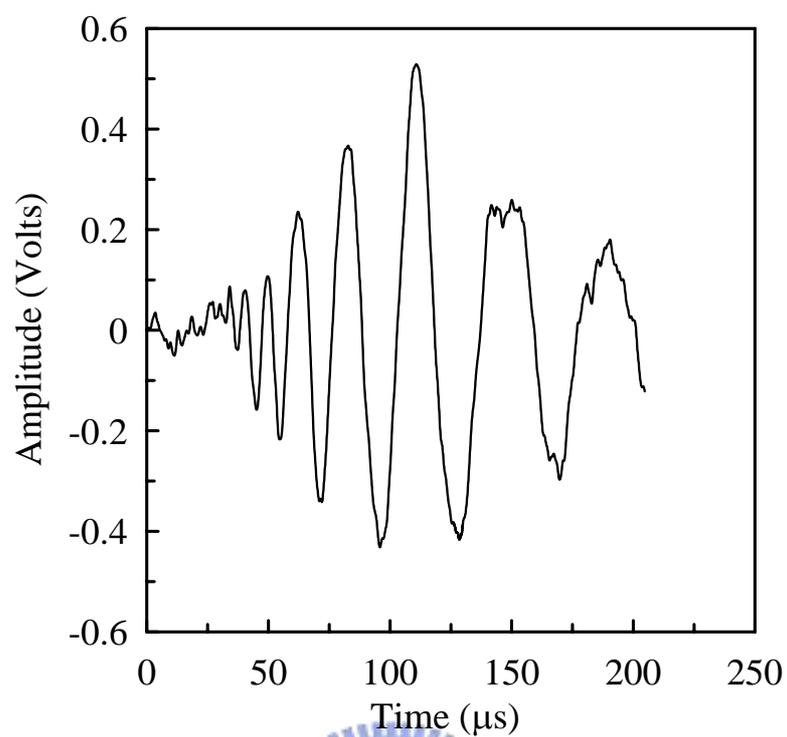


圖 4.26 第一組(a) 1531 nm、(b) 1551 nm 及第二組(c)1531 nm、(d) 1551 nm 光柵擷取之  $A_0$  板波訊號

(c)



(d)

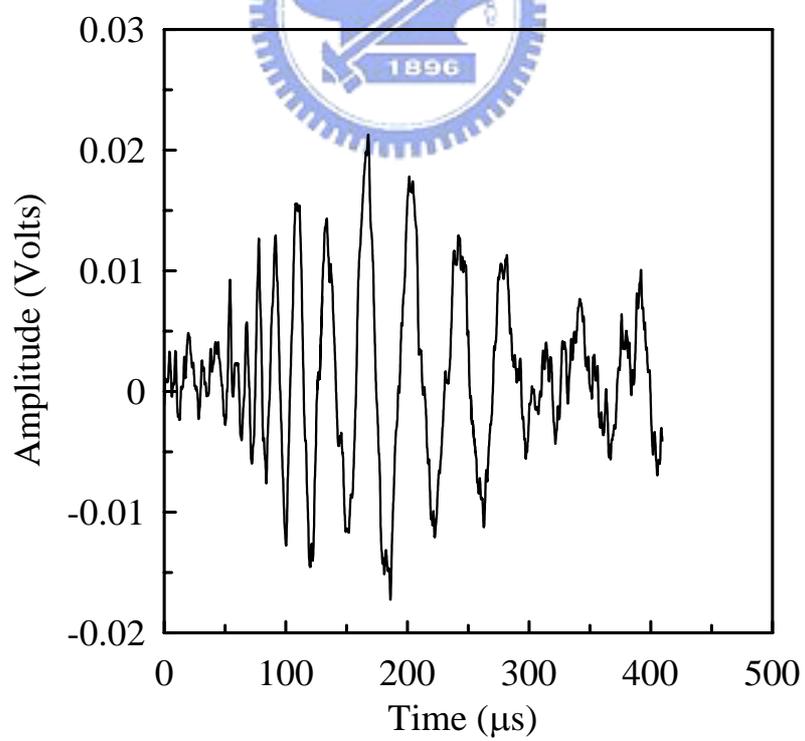


圖 4.26(續)

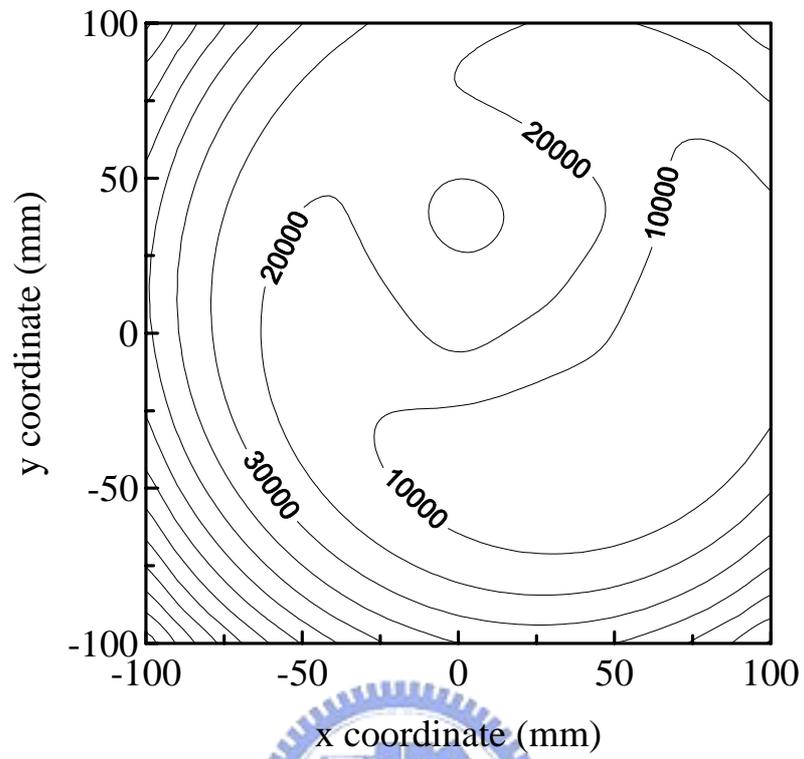


圖 4.27 波源位置(80,0)mm 的聲源定位目標函數之等高線圖

## 附錄 A

表 A.1 0 度方向入射光柵之場距群速度量測值誤差比較

$f \times h$ (MHz · mm)	Theory (mm / $\mu$ s)	Group velocity measured at field distances from epicenter					
		30 mm	40 mm	50 mm	60 mm	70 mm	80 mm
0.01	0.632	0.32 (48.2%)	0.35 (43.8%)	0.38 (39.7%)	0.39 (38.0%)	0.42 (32.3%)	0.39 (37.7%)
0.02	0.871	0.64 (26.8%)	0.65 (25.6%)	0.70 (19.1%)	0.71 (18.1%)	0.73 (15.8%)	0.76 (12.8%)
0.03	1.055	0.91 (13.9%)	1.01 (4.06%)	0.94 (10.7%)	1.02 (3.53%)	0.98 (6.95%)	0.98 (6.98%)
0.04	1.205	1.26 (4.30%)	1.20 (0.16%)	1.25 (3.44%)	1.18 (2.21%)	1.19 (0.99%)	1.18 (2.35%)
0.05	1.333	1.53 (14.4%)	1.36 (1.95%)	1.40 (4.82%)	1.31 (1.56%)	1.34 (0.33%)	1.32 (1.10%)
0.06	1.446	1.68 (16.0%)	1.52 (5.05%)	1.47 (1.95%)	1.44 (0.51%)	1.41 (2.52%)	1.41 (2.69%)
0.07	1.546	1.79 (16.0%)	1.68 (8.87%)	1.57 (1.44%)	1.52 (1.95%)	1.47 (5.04%)	1.46 (5.68%)
0.08	1.636	1.86 (13.8%)	1.78 (9.02%)	1.68 (2.65%)	1.58 (3.61%)	1.56 (4.83%)	1.43 (12.4%)
0.09	1.718	1.80 (4.84%)	1.85 (7.91%)	1.72 (0.39%)	1.60 (6.78%)	1.66 (3.27%)	1.73 (0.96%)
0.10	1.793	1.68 (6.47%)	1.92 (7.01%)	1.74 (2.90%)	1.60 (10.7%)	0.32 (82.1%)	1.77 (1.28%)

表 A.2 15 度方向入射光柵之場距群速度量測值誤差比較

$f \times h$ (MHz · mm)	Theory (mm / $\mu$ s)	Group velocity measured at field distances from epicenter					
		30 mm	40 mm	50 mm	60 mm	70 mm	80 mm
0.01	0.632	0.30 (52.6%)	0.35 (43.4%)	0.37 (39.9%)	0.38 (39.7%)	0.40 (35.6%)	0.42 (31.9%)
0.02	0.871	0.60 (30.8%)	0.63 (27.3%)	0.65 (25.8%)	0.67 (22.5%)	0.72 (17.6%)	0.74 (15.0%)
0.03	1.055	0.91 (13.9%)	0.98 (7.50%)	1.00 (5.35%)	0.96 (8.67%)	0.97 (8.32%)	0.97 (7.69%)
0.04	1.205	1.23 (1.75%)	1.16 (3.59%)	1.17 (2.57%)	1.22 (0.96)	1.16 (3.65%)	1.15 (4.29%)
0.05	1.333	1.43 (7.33%)	1.35 (1.04%)	1.33 (0.52%)	1.37 (2.63%)	1.31 (1.62%)	1.31 (1.52%)
0.06	1.446	1.58 (9.00%)	1.53 (6.05%)	1.46 (0.69%)	1.47 (1.89%)	1.45 (0.55%)	1.46 (0.93%)
0.07	1.546	1.69 (9.18%)	1.65 (6.78%)	1.57 (1.51%)	1.60 (3.38%)	1.57 (1.64%)	1.56 (1.15%)
0.08	1.636	1.76 (7.76%)	1.72 (5.18%)	1.67 (2.31%)	1.69 (3.29%)	1.65 (0.76%)	1.62 (1.15%)
0.09	1.718	1.85 (7.70%)	1.78 (3.79%)	1.76 (2.29%)	1.81 (5.30%)	1.74 (1.22%)	1.65 (3.88%)
0.10	1.793	1.95 (8.93%)	1.85 (3.12%)	1.83 (2.24%)	1.90 (6.17%)	1.82 (1.77%)	1.74 (2.86%)

表 A.3 30 度方向入射光柵之場距群速度量測值誤差比較

$f \times h$ (MHz · mm)	Theory (mm / $\mu$ s)	Group velocity measured at field distances from epicenter					
		30 mm	40 mm	50 mm	60 mm	70 mm	80 mm
0.01	0.632	0.29 (53.5%)	0.35 (43.5%)	0.40 (35.8%)	0.40 (35.7%)	0.29 (53.8%)	0.51 (17.9%)
0.02	0.871	0.54 (38.5%)	0.59 (32.5%)	0.65 (25.7%)	0.71 (18.9%)	0.70 (20.0%)	0.76 (12.4%)
0.03	1.055	0.91 (13.8%)	0.93 (11.7%)	0.93 (12.1%)	0.94 (10.9%)	0.93 (11.4%)	0.96 (9.14%)
0.04	1.205	1.06 (11.9%)	1.15 (4.79%)	1.18 (1.75%)	1.15 (4.27%)	1.19 (1.41%)	1.12 (7.41%)
0.05	1.333	1.29 (3.25%)	1.30 (2.32%)	1.33 (0.36%)	1.34 (0.24%)	1.28 (4.34%)	1.28 (4.39%)
0.06	1.446	1.44 (0.71%)	1.44 (0.20%)	1.45 (0.04%)	1.42 (1.55%)	1.34 (7.52%)	1.44 (0.59%)
0.07	1.546	1.59 (2.77%)	1.55 (0.12%)	1.56 (0.66%)	1.50 (3.14%)	1.41 (8.55%)	1.55 (0.10%)
0.08	1.636	1.71 (4.54%)	1.63 (0.11%)	1.64 (0.48%)	1.60 (2.13%)	1.68 (2.88%)	1.65 (0.96%)
0.09	1.718	1.81 (5.15%)	1.75 (1.77%)	1.73 (0.88%)	1.71 (0.45%)	1.78 (3.48%)	1.71 (0.26)
0.10	1.793	1.91 (6.31%)	1.90 (5.91%)	1.87 (4.12%)	1.80 (0.57%)	1.84 (2.72%)	1.72 (3.81%)

表 A.4 45 度方向入射光柵之場距群速度量測值誤差比較

$f \times h$ (MHz · mm)	Theory (mm / $\mu$ s)	Group velocity measured at field distances from epicenter					
		30 mm	40 mm	50 mm	60 mm	70 mm	80 mm
0.01	0.632	0.13 (79.2%)	0.24 (61.6%)	0.27 (56.4%)	0.35 (43.5%)	0.25 (59.8%)	0.42 (32.8%)
0.02	0.871	0.53 (39.6%)	0.37 (58.0%)	0.44 (49.8%)	0.42 (51.9%)	0.55 (36.6%)	0.68 (22.1%)
0.03	1.055	0.73 (30.9%)	0.38 (64.3%)	0.92 (12.8%)	0.91 (14.0%)	0.90 (15.1%)	0.93 (11.9%)
0.04	1.205	0.95 (21.6%)	1.11 (7.70%)	1.06 (12.2%)	1.10 (8.75%)	1.11 (7.91%)	1.07 (11.6%)
0.05	1.333	1.02 (23.8%)	0.15 (88.7%)	1.26 (5.28%)	1.26 (5.76%)	1.25 (6.18%)	1.24 (6.84%)
0.06	1.446	0.13 (90.7%)	0.16 (88.8%)	1.36 (5.83%)	1.34 (7.64%)	1.31 (9.32%)	1.35 (6.43%)
0.07	1.546	0.13 (91.3%)	0.17 (89.3%)	1.43 (7.38%)	1.43 (7.58%)	1.25 (19.5%)	1.43 (7.59%)
0.08	1.636	0.13 (91.9%)	1.56 (5.06%)	1.58 (3.25%)	1.52 (7.18%)	1.58 (3.21%)	1.48 (9.38%)
0.09	1.718	0.13 (92.4%)	1.71 (0.46%)	1.78 (3.38%)	1.59 (7.27%)	1.60 (6.64%)	0.37 (78.3%)
0.10	1.793	0.14 (92.2%)	1.80 (0.42%)	1.84 (2.70%)	1.64 (8.68%)	1.63 (9.01%)	0.37 (79.3%)

## 附錄 B

表 B 光柵感測陣列量測板波波程時間的誤差

Gratings (field distance d)	$f \times h$ (MHz·mm)	Theoretical TOF ( $\mu$ s)	Measured TOF ( $\mu$ s)	Error (%)
1st 1531 nm (d = 40 mm)	0.05	29.99	29.60	1.31
	0.06	27.66	27.13	1.90
	0.07	25.88	25.78	0.40
1st 1551 nm (d = 80 mm)	0.05	59.99	48.96	18.38
	0.06	55.33	45.93	17.00
	0.07	51.76	41.56	19.71
2nd 1531 nm (d = 40 $\sqrt{2}$ mm)	0.05	42.42	50.19	18.32
	0.06	39.13	47.94	22.52
	0.07	36.60	43.20	18.02
2nd 1551 nm (d = 80 $\sqrt{2}$ mm)	0.05	67.07	75.61	12.73
	0.06	61.86	72.85	17.78
	0.07	57.86	63.92	10.47