# 第四章 數值例題與結果

在本章中，將以第二章之梁元素及第三章所提的數值方法與程序，分析如圖五所示之旋轉滑動梁在不同的端點軸向驅動位移$U_A(t)$及旋轉驅動位移$\phi_o(t)$作用下的動態反應。本文中考慮的端點軸向驅動位移及旋轉驅動位移的形式分別如下：

$$U_A(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \tag{4.1}$$

$$\phi_o(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} a_1 t^2 & t \le t_1 \\ \phi_1 + \omega_1 t & t > t_1 \end{cases} \tag{4.2}$$

其中$v_0$、$a_0$、$\omega_1$及$t_1$皆為常數，當$t_1 > 0$，$a_1 = \omega_1 / t_1$，$\phi_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$。當$t_1 = 0$時，(4.2)式退化成$\phi_o(t) = \omega_1 t$。當$a_0 = 0$時，A 點為等速運動。在本文中除另有說明外，軸向及旋轉驅動位移皆採用(4.1)及(4.2)式

本章中的初始位移是由一個作用在 B 點之側力造成的靜態變形，該側力在$t > 0$時即被除去，本章中以$V_B^0$表示 B 點之側向初始位移。本章中除另有說明外，所有例題的初始速度及初始加速度皆為零，具初始速度之例題，其初速度只考慮旋轉梁節點以導槽初始轉速繞導槽旋轉中心的剛體運動。

在本章中所考慮梁的梁之幾何及材料性質，除了另有說明外皆採用文獻[13]中的數據，其值分別為：質量密度$\rho = 3144.3858\,\mathrm{kg/m^3}$、楊氏係數$E = 68.96 \times 10^9\,\mathrm{N/m^2}$、斷面積$A = 4.3434 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2}$、斷面慣性矩$I = 1.059 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^4}$。

本章中的例題除另有說明外，都有考慮阻尼。本文中的阻尼係數採用文獻[17]的阻尼係數，其決定方式在附錄 B 有詳盡的推導。

本章中 $L$ 及$L_0$分別表示旋轉滑動梁的全長及$t = 0$時在導槽外之旋轉滑

動梁的長度。除了另有說明外，本章中都是將$t=0$時的梁分割為一個轉接梁元素其長度為$L_{tr}=L_{tr1}+L_{tr2}$，其中$L_{tr1}$、$L_{tr2}$分別為轉接梁元素在導槽內外的長度，且其餘之導槽內外的梁分別等分為$N_1$及$N_2$個元素。本章的例題中未提到的參數皆設為零。

## 4.1 準確性分析

為了證明本文所提出之方法的準確性，在本節中將以五個例題加以說明。

### 例題一：旋轉懸臂梁

本例題以圖六之旋轉滑動梁模擬如圖七所示之旋轉懸臂梁[1]，並分析旋轉滑動梁在已知旋轉驅動位移$\phi_o(t)$作用下的動態反應，並將分析的結果與文獻[1]分析的結果做比較。本例題與文獻[1]皆不考慮阻尼。圖七之旋轉滑動梁的幾何及材料性質分別為[1]：$L=10$、$EA=2.8\times10^7$、$EI=1.4\times10^4$、$\rho A=1.2$、$\rho I=6\times10^{-4}$。本例題採用之旋轉驅動位移$\phi_o(t)$形式如下[1]：

$$\phi_o(t)=\begin{cases}\dfrac{6}{15}\left[\dfrac{t^2}{2}+\left(\dfrac{15}{2\pi}\right)^2\left(\cos\dfrac{2\pi t}{15}-1\right)\right]\mathrm{rad} & 0\le t\le 15\\[2ex] (6t-45)\mathrm{rad} & t>15\end{cases}$$

因本例題以旋轉滑動梁模擬旋轉懸臂梁，故圖六之梁的端點 A 需固定於導槽內。本例題取$L$=10.01，$L_0=10$，$U_A(t)=0$，並將旋轉滑動梁分為 4 個元素，第一個元素為轉接梁元素其長度為 2.51，而其他元素則為普通梁元素且長度皆為 2.5。本例題取$\Delta t=0.005\mathrm{s}$。文獻[1]將旋轉懸臂梁等分為 4 個元素且取$\Delta t=0.005\mathrm{s}$。圖八、圖九、圖十所示為本文分析的結果，本文的結果與文獻[1]的結果幾乎完全重合。

例題二：無旋轉、等速內縮之梁

本例題以圖五之旋轉滑動梁分析無旋轉且等速內縮之梁[15]的側向動態反應，並與文獻[15]的結果做比較。

本例題採用的參數為：$L$=76.2cm、$L_0 = 52.5\text{cm}$、$V_B^0 = 2.4\text{cm}$、$v_0 = \text{-}11.45\text{cm/s}$。本例題與文獻[15]皆將梁分割為 $24(N_1 = 14$，$N_2 = 10)$ 個元素且無轉接梁元素。本例題取 $\Delta t = 0.001\text{s}$。圖十一所示為本文分析的結果，本文的結果與文獻[15]的結果幾乎完全重合。

例題三：等速旋轉之圓桿

本例題考慮圖十二之旋轉滑動梁分析一等速旋轉之圓桿的軸向動態反應。該圓桿的一端為自由端另一端固定在導槽底部，該圓桿僅能在導槽方向運動。本例題不考慮阻尼。

本例題圓桿的幾何及材料性質分別為：$L = 1\text{m}$、斷面半徑 $r = 0.01\text{m}$、$R_B = 0.1\text{m}$、$E = 2\times10^{11}\,\text{N/m}^2$、$\rho = 7850\,\text{kg/m}^3$，其轉速 $\omega_0 = 100\text{rad/s}$。本例題將梁等分為 10 個元素且取 $\Delta t = 5\times10^{-6}\text{s}$。等速旋轉之桿件具軸向穩態解，該穩態解即圓桿之軸向的靜態位移量，圓桿以此穩態解為平衡位置做軸向振動。等速旋轉桿件的穩態解 $\delta_s$，軸向振動之自然頻率 $\omega_f$、週期 $T$ 及振幅 $\delta_a$ 的解析解可以表示如下：

$$\delta_s = \frac{\rho A\omega_0^2}{2EA}\left\{(R_B + L)\left[\frac{(R_B + L)^2}{3} - R_B^2\right] + \frac{2}{3}R_B^2\right\}$$
$$\omega_f = \frac{\pi}{2L}\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad、\quad T = \frac{2\pi}{\omega_f} \quad、\quad \delta_a = \delta_s \tag{4.4}$$

由(4.4)式可得本例題之 $\delta_s = 8.622\times10^{-5}\,\text{m}$，$T = 7.925\times10^{-4}\,\text{sec}$。

圖十三及圖十四所示為本文分析的結果，由結果可發現振動週期幾乎一樣但其振幅的大小並不完全一致，此現象為振動中含高頻之振動所導致，但

其振動主要為第一頻率的振動。圖十三的平均振幅為$8.647\times10^{-5}$ m，平均週期為$8.031\times10^{-4}$ sec，本文數值分析的結果與解析解非常接近。

例題四：逆時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題在文獻[17]中首先提出，文獻[17]中有實驗和數值模擬的結果。文獻[17]中提到其在實驗中，量取梁之端點位移的時間較實驗儀器實際動作的時間稍有些延遲，且文獻[17]中並無清楚說明開始量測時或數值模擬時梁的初始條件，因此本文中假設本例題為具初始速度之旋轉滑動梁，並僅與文獻[17]中數值模擬的結果比較。

本例題採用的參數:$L=76.2\text{cm}$、$L_0=51\text{cm}$、$V_B^0=\text{-}3.4\text{cm}$、$\omega_1=2.6\text{rad/s}$、$v_0=\text{-}7.2\text{cm/s}$。本例題將梁分割成 15 個元素($N_1=4$，$N_2=10$，$L_{tr1}=1.2\text{cm}$，$L_{tr2}=4.8\text{cm}$)且取$\Delta t=0.001\text{s}$。圖十五為本文分析的結果和文獻[17]的分析結果。由圖十五可知本文分析的結果與文獻[17]分析的結果有些許的差異，此差異可能因本文中給定的初始條件與文獻[17]的初始條件不同所導致。

例題五：逆時鐘旋轉、等速外伸之梁

本例題在文獻[17]中首先提出，基於和前一個例題一樣的理由，本文中假設本例題具初始速度。

本例題採用的參數:$L=76.2\text{cm}$、$L_0=40\text{cm}$、$V_B^0=1.2\text{cm}$、$\omega_1=2.6\text{rad/s}$、$v_0=3.5\text{cm/s}$。本例題將梁分割成 16 個元素($N_1=5$，$N_2=10$，$L_{tr1}=1.2\text{cm}$，$L_{tr2}=3.8\text{cm}$)且取$\Delta t=0.001\text{s}$。圖十六為本文分析的結果和文獻[17]的分析結果。由圖十六可知本文的分析結果與文獻[17]的結果有相當的差異，這可能是本文採用的初始條件和文獻的初始條件相差較大所導致。

由以五個例題的結果可以說明本文所提出之數值方法與程序的準確性。

4.2 旋轉滑動梁之自由振動

本節中將探討不同加速時間，對不同初始位移，及不同轉速之旋轉滑動梁振動的影響。本節中將先探討不同加速時間及初始位移對相同最終轉速之旋轉滑動振動的影響，再探討不同最終轉速的情況。因文獻上沒有例題可供比較，故本節中亦將探討對不滑動的旋轉梁，即旋轉懸臂梁的振動，並以附錄C中旋轉懸臂梁之單一自由度的等效彈簧-質量系統的解析解來驗證及幫助說明本文的結果。

例題六至例題十四所採用之梁的參數皆為$L=76.2\text{cm}$、$L_0=51\text{cm}$，且將梁分割成 15 個元素($N_1=4$，$N_2=10$，$L_{tr1}=1.2\text{cm}$，$L_{tr2}=4.8\text{cm}$)並取$\Delta t=0.001\text{s}$。

例題六 ： 逆時鐘旋轉、無滑動之梁

本例題為探討不同加速時間對相同轉速之旋轉懸臂梁振動的影響。本例題不考慮阻尼。由(B.3)式可知懸臂梁的第一振動頻率為 31.259rad/s，週期為 0.201s，由(C.8)式可知等效系統的振動週期為 0.198s。

本例題採用的參數:$\omega_1=2.6\text{rad/s}$。圖十七、圖十九所示為本文分析的結果。由圖十七、十九可發現本例題的振動週期很接近其第一振動頻率的週期，故其振動的特性應可用其等效系統振動的解析解來說明。圖十七之加速時間小於半週期，由圖十七可發現當$t_1<0.01\text{s}$時的動態反應和$t_1=0$時的動態反應很接近。圖十八為(C.11)、(C.13)式之等效系統解析解的結果，由圖十七和圖十八可見其結果相當接近。當$t_1$遠小於振動週期時，由(C.11)式知$z_1(t_1)$趨近於零，由(C.12)式知$\dot{z}_1(t_1)$約等於$v_1$，所以$z_2(t)$的初始條件很接近$t_1=0$時的初始條件，故兩者的動態反應很接近應是合理的。圖十九之加速時間大於半週期，由圖十九可以發現$t<t_1$時最大位移量皆發生在 0.1s 且

其大小隨$t_1$之增加而減小，圖二十所示為由(C.11)、(C.13)式之等效系統解析解的結果，其結果與圖十九的結果非常接近。由(C.15)知無初始位移時振幅與$t_1$成反比，這應可說明圖十九與圖二十在$t<t_1$時最大位移量隨$t_1$之增加而減小。由圖十九及圖二十可以發現當$t_1=0.2$s和$t_1=0.4$s時，在$t>t_1$時$V_B$振幅變得很小。因$t_1=0.2$s和$t_1=0.4$s接近週期的整數倍且本例題無初始位移，由(C.16)式可知在$t=t_1$時振幅趨近於零，因此在$t>t_1$時其振動變得很小。

例題七：逆時鐘旋轉、無滑動之梁

本例題為探討不同加速時間對相同轉速之旋轉懸臂梁振動的影響。本例題與例題六相似，但考慮阻尼。圖二十一、圖二十二所示為本文分析的結果，其動態反應的現象皆與例題六相當接近，因阻尼故振幅愈來愈小。

例題八：逆時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題為探討不同加速時間對相同轉速之旋轉滑動梁振動的影響。本例題除等速內縮外，其餘和例題七相同。

本例題採用的參數:$\omega_1=2.6$rad/s，$v_0=$-7.2cm/s。圖二十三、圖二十四所示為本文分析的結果。本例題的結果和例題七的結果相似，但其週期隨著梁的內縮量增加而漸漸減少，故當$t_1=0.2$s時其振動較例題七大。

例題九：具初始位移、逆時鐘旋轉、無滑動之梁

本例題除初始位移外其餘和例題七相同。

本例題採用的參數為:$V_B^0=$-3.4cm、$\omega_1=2.6$rad/s。圖二十五、圖二十六所示為在不同加速時間的結果。圖二十七為(C.17)式在$t_1=0.1$s時之不同轉速之初始位移$x_0$與$z_1(t_1)$的關係。圖二十五之加速時間小於半週期，由圖二十五可以發現當$t_1=0.1$s，在$t>t_1$時$V_B$振幅變得很小，其原因可說明如下:由

(C.12)式可知$t_1 = 0.1\text{s}$時$\dot{z}_1(t_1) = 0$，由(C.17)式及圖二十七得知當$t_1 = 0.1\text{s}$時$z_1(t_1)$很小，因此在$t > t_1$時其振動變得很小。圖二十六之加速時間大於半週期，由圖二十六可以發現本例題與無初始位移之例題七的圖二十二不同，由(C.12)式知當時間接近於零時，本例題之$\dot{V}_B$為正而例題七之$\dot{V}_B$為負，因此圖二十六之曲線的初始斜率為正值，圖二十二之曲線的初始斜率為負值。由圖二十六可發現第一個振幅隨$t_1$增加而變大，而圖二十二中則隨$t_1$增加而減小，這是因本例題初始位移為負值，$\omega_1$為正值，由(C.15)式知其第一項為負，第二項為正，但第一項之絕對值大於第二項之絕對值，所以當$t_1$增加時，有較大的第一振幅。

例題十 ： 具初始位移、逆時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題除等速內縮外其餘和例題九相同。

本例題採用的參數為:$V_B^0 = \text{-}3.4\text{cm}$、$\omega_1 = 2.6\text{rad/s}$、$v_0 = \text{-}7.2\text{cm/s}$。圖二十八、圖二十九所示為本文分析的結果和例題八的結果很相似。由圖二十八、圖二十九可知，不同的加速方式及開始量測的時間，對量測的結果有很大的影響，故例題四的結果無法和文獻[17]的實驗結果比較。

例題十一 ： 不同初始位移、逆時鐘旋轉、無滑動之梁之比較

本例題探討在$t_1 = 0.1\text{s}$時不同初始位移對旋轉梁振動的影響。

本例題採用的參數為:$\omega_1 = 2.6\text{rad/s}$。圖三十所示為本文分析的結果。由圖三十可以發現在$t > t_1$以後的振動隨著$V_B^0$的增加而減少，由(C.12)式知$\dot{z}_1(t_1) = 0$，所以$t > t_1$以後的振動由$z_1(t_1)$決定，由(C.17)式及圖二十七可知，當轉速 2.6rad/s、初始位移接近-3cm 時$z_1(t_1)$接近零，且$z_1(t_1)$與初始位移的關係為線性關係，這應可說明圖三十中觀察到的現象。由例題七、九及本例題之結果可知在加速時間相同的條件下，初始位移的大小也影響其振動

曲線。

例題十二：不同初始位移、逆時鐘旋轉、等速內縮之梁之比較

本例題除等速內縮外其餘與例題十一相同。

本例題採用的參數為: $\omega_1 = 2.6\text{rad/s}$、$v_0 = -7.2\text{cm/s}$。圖三十一所示為本文分析的結果。本例題的結果和例題十一相似，但其週期隨著梁的內縮量增加而漸漸減少。

例題十三：順時鐘旋轉、無滑動之梁

本例題將例題八中的旋轉方向改為順時鐘旋轉。

本例題採用的參數為: $V_B^0 = -3.4\text{cm}$、$\omega_1 = -2.6\text{rad/s}$。圖三十二、圖三十三所示為本文分析的結果與圖二十五、圖二十六比較可發現當 $t_1 < 0.1\text{s}$ 時，圖二十五中位移在一開始有向下的趨勢但圖三十二並無這樣的趨勢。由(C.12)式知在時間接近零時本例題之 $\dot{V}_B$ 為正值而例題九圖二十五之 $\dot{V}_B$ 為負值，這應可說明上述的現象。由(C.14)之解析解可求當 $t_1 = 0.05\text{s}$ 時振幅為7.217cm，當 $t_1 = 0.1\text{s}$ 時振幅為 6.48cm，圖三十二所示之結果與解析解非常接近。圖三十三可以發現第一個振幅隨 $t_1$ 增加而減小，與逆時鐘之例題九的圖二十六的現象相反。這是因本題之 $\omega_1$ 為負值，例題九之 $\omega_1$ 為正值，由(C.17)式可以清楚說明上述的現象。

例題十四：順時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題將例題十中的旋轉方向改為順時鐘旋轉。

本例題採用的參數為: $V_B^0 = -3.4\text{cm}$、$\omega_1 = -2.6\text{rad/s}$、$v_0 = -7.2\text{cm/s}$。圖三十四、圖三十五所示為本文分析的結果與例題十三的結果相似，但其週期隨著梁的內縮量增加而漸漸減少。

例題十五 ： 逆時鐘旋轉、外伸之梁

本例題為探討變加速度之軸向驅動及旋轉驅動位移對旋轉滑動梁之動態反應的影響。

本例題不考慮阻尼。本例題採用的參數為: $L = 76.2\text{cm}$ 、 $L_0 = 6.2\text{cm}$。本例題中採用之 $U_A(t)$ 及 $\phi_o(t)$ 所示如下 ：

$$U_A(t) = 1.5[1 - \exp(-0.4t)] \quad , \quad \phi_o(t) = 10[1 - \exp(-t)]$$

本例題將梁等分為 10 個元素且取 $\Delta t = 5\times 10^{-4}\text{s}$。圖三十六、圖三十七所示為本文分析的結果。由結果可發現旋轉滑動梁之端點的側向振幅隨時間增加而變大，軸向振幅無此現象。

例題十六至例題二十所採用之梁的參數皆為 $L = 76.2\text{cm}$ 、 $L_0 = 51\text{cm}$，且將梁分割成 15 個元素( $N_1 = 4$，$N_2 = 10$，$L_{tr1} = 1.2\text{cm}$，$L_{tr2} = 4.8\text{cm}$ )並取 $\Delta t = 0.001\text{s}$ 。

例題十六 ： 逆時鐘旋轉、等速內縮之梁在不同轉速的比較

本例題為探討不同轉速對旋轉滑動梁之動態反應的影響。本例題不考慮阻尼。

本例題採用的參數為: $v_0 = -7.2\text{cm/s}$。圖三十八、圖四十所示為本文分析的結果。由圖三十八、圖四十可知轉速愈大則振幅愈大但對週期的影響很小。圖三十九為(C.11)、(C.13)式之等效系統解析解的結果，由圖三十八及圖三十九可見，即使側向位移很大時，本例題非線性分析的結果與等效系統之線性解析解非常接近。圖三十八所示之軸向位移是由側向位移造成的量而非由軸向應變所造成的，其大小應與側向變形的平方成正比，所以側向位移較小時，軸向位移幾乎可以忽略，但側向位移較大時則不可忽略。

例題十七：逆時鐘旋轉、等速內縮之梁在不同轉速的比較

本例題除考慮阻尼外其餘與例題十六相同。圖四十一、圖四十二所示為本文分析的結果。由圖四十一、圖四十二可知振幅與週期皆與例題十六相近，振幅因阻尼而愈來愈小。

例題十八：逆時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題為探討不同$t_1$對旋轉滑動梁振動的影響。本例題考慮兩種不同的$\omega_1$。

本例題採用的參數為: (a)$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$、(b)$\omega_1 = 13\text{rad/s}$、$v_0 = -7.2\text{cm/s}$。圖四十三-圖四十六所示為$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$的結果。圖四十四及圖四十六分別與例題七之圖二十一及圖二十二相似，但有較大的振幅。圖四十七-圖五十所示為$\omega_1 = 13\text{rad/s}$的結果，亦與例題七有相似的結果。圖五十一為$t_1 = 0\text{s}$、$\omega_1 = 13\text{rad/s}$、$v_0 = -7.2\text{cm/s}$之旋轉滑動梁在不同時間的變形圖。由圖四十五及圖四十九可以發現當$t_1 > 0.2\text{s}$時，軸向變形很小，其位移都是由滑動梁等速內縮造成的剛體運動。

例題十九：具初始位移、逆時鐘旋轉、等速內縮之梁在不同轉速的比較

本例題除了初始位移其餘與例題十六相同。

本例題採用的參數為:$V_B^0 = -3.4\text{cm}$、$v_0 = -7.2\text{cm/s}$、$t_1 = 0.01\text{s}$。圖五十二、圖五十三所示為本文分析的結果。雖本例題具初始位移但圖五十三與無初始位移之例題十六圖三十八所示之振幅相差不大，由(C.12)及(C.14)知當轉速夠大時則初始位移對於振幅的影響比轉速對於振幅的影響小。

例題二十：逆時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題為探討不同$t_1$對旋轉滑動梁振動的影響，並將分析的結果與例題

十的結果比較。本例題考慮兩種不同的$\omega_1$。

本例題採用的參數為: (a)$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$、(b)$\omega_1 = 13\text{rad/s}$、$V_B^0 = \text{-}3.4\text{cm}$、$v_0 = \text{-}7.2\text{cm/s}$。圖五十四-圖五十七所示為$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$的結果。圖五十四、圖五十七所示之側向位移量分別與例題十之圖二十八、圖二十九相似。除本例題轉速較快以致於側向位移量較例題九大，圖五十五與圖二十八之側向位移量皆隨$t_1$增加而減小，圖五十七與圖二十九之側向位移量皆隨$t_1$增加而增加。圖五十八-圖六十一所示為$\omega_1 = 13\text{rad/s}$的結果。圖六十一和圖五十七在$t_1 = 0.2\text{s}$的曲線有明顯的不同，即當$t_1 = 0.2\text{s}$時圖六十一在$t < t_1$時其位移曲線向下凹而圖五十七之曲線向上凸，由(C.12)等效系統的解析解可知初始速度與轉速和初始位移皆有關係，當$t_1 = 0.2\text{s}$若轉速夠大則初始速度為負值，但轉速較小時初始速度為正值，這應可清楚說明上述的現象。

例題二十一至例題二十六所採用之梁的參數皆為$L = 76.2\text{cm}$、$L_0 = 40\text{cm}$，且將梁分割成 16 個元素($N_1 = 5$，$N_2 = 10$，$L_{tr1} = 1.2\text{cm}$，$L_{tr2} = 3.8\text{cm}$)並取$\Delta t = 0.001\text{s}$。

例題二十一 ： 逆時鐘旋轉、等速外伸之梁在不同轉速的比較

本例題為探討不同轉速對旋轉滑動梁之動態反應的影響。本例題除梁長度與等速外伸外其餘與例題十六相同。

本例題採用的參數為:$v_0 = 3.5\text{cm/s}$、$t_1 = 0.01\text{s}$。圖六十二、圖六十三為本文分析的結果，其與例題十六分析的結果相似，但本例題為外伸梁，故其軸向位移是隨時間增加。轉速愈大則振幅愈大但對週期的影響很小。因本例題所採用之$L_0$較例題十六所採用之$L_0$小因此本例題之側向位移量較例題十五之側向位移量小。

例題二十二：逆時鐘旋轉、等速外伸之梁

本例題為探討不同$t_1$對旋轉滑動梁振動的影響，本例題考慮兩種不同的$\omega_1$。

本例題採用的參數為: (a)$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$、(b)$\omega_1 = 13\text{rad/s}$、$v_0 = 3.5\text{cm/s}$。圖六十四-圖六十七所示為$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$的結果與例題十七分析的結果相似。由圖六十五及圖六十七可知旋轉滑動梁雖以大轉速旋轉但其側向位移量仍隨加速時間$t_1$的增加而減小。圖六十八-圖七十一為$\omega_1 = 13\text{rad/s}$的結果，其與例題十八分析的結果相似。其側向位移量仍隨加速時間$t_1$的增加而減小。

例題二十三：具初始位移、逆時鐘旋轉、等速外伸之梁在不同轉速的比較

本例題除具初始位移外，其餘皆與例題二十一相同。

本例題採用的參數為:$V_B^0 = 1.2\text{cm}$、$v_0 = 3.5\text{cm/s}$、$t_1 = 0.01\text{s}$。圖七十二、圖七十三為本文分析的結果與例題二十一分析的結果相似。其振幅的大小皆與轉速有關。

例題二十四：逆時鐘旋轉、等速外伸之梁

本例題為探討不同$t_1$對旋轉滑動梁振動的影響。本例題考慮兩種不同的$\omega_1$。

本例題採用的參數為:(a)$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$、(b)$\omega_1 = 13\text{rad/s}$、$V_B^0 = 1.2\text{cm}$、$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$、$v_0 = 3.5\text{cm/s}$。圖七十四-圖七十七$\omega_1 = 7.8\text{rad/s}$的結果與例題二十二分析的結果相似。圖七十八-圖八十一為$\omega_1 = 13\text{rad/s}$的結果與例題二十二分析的結果相似。

## 4.3 端點受力的振動

在本節的例題中將探討旋轉滑動梁在端點 B 受一集中載重的動態行為，本節中所假設的載重如圖八十二所示。本節中的例題皆考慮阻尼。

例題二十五：沿導槽等速內縮之梁

本例題將以本文提出之數值計算方法來測試旋轉滑動梁在端點 B 受一集中載重的動態反應，並以文獻[15]的結果來驗證本文分析之結果的正確性。本例題考慮四種不同的端點集中載重 $F_0$: (a)1N、(b)2N、(c)3N、(d)4N。文獻[15]採用的端點集中載重為 $F_0 = 4\text{N}$。

本例題採用的參數為: $L = 76.2\text{cm}$、$L_0 = 52.5\text{cm}$、$v_0 = \text{-}11.45\text{cm/s}$，且將梁分為 24 個元素($N_1 = 8$，$N_2 = 16$，無轉接梁元素)，並取 $\Delta t = 0.001\text{s}$。圖八十三為本文分析的結果，其中 $F_0 = 4\text{N}$ 的結果與文獻[15]的結果幾乎完全重合。由圖八十三可發現當端點集中載重越大時，其振動週期越小。

例題二十六：逆時鐘旋轉、等速內縮之梁

本例題為探討不同轉速及不同滑動速度對受一集中載重之旋轉滑動梁振動的影響。本例題考慮四種不同的 $\omega_1$ 及三種不同的 $v_0$。本例題之端點集中載重為 $F_0 = \text{-}1\text{N}$。

本例題採用的參數為: $L = 76.2\text{cm}$、$L_0 = 51\text{cm}$，$\omega_1$ :(a)0rad/s、(b)2.6rad/s、(c)7.8rad/s、(d)13rad/s，$v_0$: (a)0cm/s、(b)10cm/s、(c)-10cm/s，且將梁分割成 15 個元素($N_1 = 4$，$N_2 = 10$，$L_{tr1} = 1.2\text{cm}$，$L_{tr2} = 4.8\text{cm}$)並取 $\Delta t = 0.001\text{s}$。圖八十四至八十九所示為本文分析的結果。由圖八十四至八十九可發現轉速越大時，其振幅越大但振動週期越小。