

## 第一章 緒論

梁在所有工程系統中一直是很重要的元件，在機械、航空太空、車輛、建築及土木工程中皆有廣泛的應用，如梁結構、可撓性機構連桿及機械人手臂、飛機螺旋槳的葉片等，這些結構在使用時經常須承受著高速的旋轉和巨大的變形，因此在分析其動態反應時便不能忽略其撓曲、扭曲、軸向應變間的耦合效應及軸向與側向速度間的耦合效應。例如機械手臂的運作，若以傳統的線性理論分析其動態反應，便因忽略這些耦合效應而無法準確的預測其運動行為，也就無法滿足結構的設計需求。所以有許多考慮變形間的耦合效應及速度間的耦合效應的非線性梁理論與方法相繼被提出[1-3]來探討結構因幾何形狀改變所造成的非線性行為，以求得更精確可靠的結果。

如圖一所示之示意圖，可視為附著於旋轉基座上的滑動梁，本研究中稱之為旋轉滑動梁。旋轉滑動梁可應用於許多不同的工業上，如航太工業中人造衛星裡可伸縮的結構體，維修及裝卸物件用的機械手臂、天線及太陽能板等。滑動梁為當旋轉滑動梁不旋轉時的特例。文獻上有不少滑動梁的動態分析[4-15]，對於滑動梁的動態分析最早可追溯於 Taborrok *at al.* [4]，文獻[4]考慮長度隨時間改變的懸臂梁，以牛頓第二運動定律所推出來的統御方程式來描述滑動梁的動態反應。考慮具旋轉運動之滑動梁的文獻[16-24]則不多見。在文獻上一般都將稜柱形導槽視為剛體，假設梁在其內滑動時沒有受到摩擦力且滑動梁的長度是固定的，但文獻上一般都只考慮梁在稜柱形導槽外之部分的運動，因導槽外梁的長度為時間的函數，所以其運動方程式變得很複雜。文獻[5]中使用 modified Galerkin method 來求得滑動梁的運動方程式，但是其經由牛頓第二定理所推出來的統御方程式，因為忽略了某些項而使得系統總能量的描述並不正確。文獻[11]中使用有限元素法描述滑動易挫曲的桿件，但其在推導補動能時忽略了某些

項。文獻[16]中假設梁為細長梁，經由漢米爾頓原理(Hamilton's principle)推導旋轉滑動梁之運動方程式，推導過程中同時考慮在導槽外之前後兩段的梁，但不考慮在導槽內的梁。文獻[17]及[18]中則使用 assumed-modes method 來分析旋轉滑動梁的動態反應。文獻[19]中使用 full Lagrangian 推導法及 Eulerian-Lagrangian 推導法兩種方法來描述梁正確的幾何形狀，但文獻[19]中假設導槽內的梁不會變形，故僅考慮導槽外之梁，並假設該部分之未變形的長度為一已知的時間函數。文獻[20]中使用轉接元素法處理部分在導槽裡而部分在外的元素，但其方法並不正確，因文獻[20]中僅將轉接梁元素在導槽外面的部分視為一長度會隨時間改變的一般梁元素，而且沒有考慮導槽內的部分。文獻[21]中以 Euler-Bernoulli 梁的假設來模擬旋轉滑動梁，考慮重力、旋轉慣量、及軸力的效應，經由漢米爾頓原理推導其運動方程式並以假設模態法分析其動態反應。上述文獻大都用線性梁理論分析，此理論的假設在小位移的情況下或許是合理的，但在許多應用上梁結構常須承受大位移、大旋轉、高速度及高加速度，此時就必須使用幾何非線性理論來分析。文獻[12]及[13]中利用 full Lagrangian 及 Corotational 有限元素法，將稜柱形導槽外的梁分成固定數目的元素。因為導槽外梁的長度會隨時間改變而改變，故元素的長度及網格會隨梁的長度改變而改變，其形狀函數為時間及座標的函數，所以其運動方程式的推導非常複雜。

因文獻上分析滑動梁的方法有些太複雜，有些結果不正確，所以文獻[15]中，黃推導一個轉接梁元素，即同時在導槽內和外部分的梁元素，並且考慮整根梁的運動以正確的描述及預測滑動梁的動態反應。文獻[15]中黃提出一簡單有效的共旋轉有限元素法及數值計算程序，在梁元素當前的變形位置上建立元素座標，並在元素座標上以正確的變形機制及完整非線性梁理論之二階一致線性化[1]、虛功原理推導元素的節點內力，採用基於

Newmark 直接積分法及 Newton-Raphson 法的增量迭代法求解非線性動態平衡方程式。由文獻[15]的數值例題可知其方法比其他文獻上的方法簡單而且精確，但文獻[15]中並沒有考慮導槽的旋轉，故不能分析旋轉滑動梁。因文獻上尚缺乏簡單有效的方法分析旋轉滑動梁，故本研究主要的目的是要提出一簡單有效的方法探討旋轉滑動梁的動態反應。

本研究中亦假設導槽為剛體，並假設其旋轉為繞固定軸的已知時間函數，因梁在導槽內的側向速度、側向加速度、角速度、角加速度，都與導槽的對應點相同，故用剛體動力學可以很容易求得。文獻[15]的方法僅需小幅修改，即可處理旋轉滑動梁的動態分析。故本研究擬採用文獻[15]所提出之方法，將梁元素分為兩種，第一種為普通梁元素，當梁元素全部在導槽外或導槽內時，則視為普通梁元素，在稜柱形導槽外時，該元素的運動不受限制，在稜柱形導槽內時，該元素同時與導槽作剛體旋轉且只能在導槽的軸向運動。第二種梁元素為轉接梁元素，當梁元素有一部分在導槽內，另一部分在導槽外時，則視為轉接元素。本研究中將以梁變形前之形心軸的長度為獨立變數[15]，在第二章推導旋轉滑動梁之梁元素。

為了方便描述系統的運動，本研究在導槽當前的位置上建立一導槽座標系統，並在該座標系統建立旋轉的運動方程式。

本研究採用基於 Newmark 直接積分法及 Newton-Raphson 法的增量迭代法求解非線性動態平衡方程式。本研究在第四章中以文獻上的數值例題驗證本研究中提出之方法的可行性及準確性，並分析受不同既定位移及旋轉的旋轉滑動梁以探討其幾何非線性的動態反應。