

## 附錄 A 等斷面薄壁梁之扭轉挫屈

本附錄中的推導方法取自文獻[40]，如圖 A-1 所示，當一受軸向載重之薄壁梁斷面發生沿軸向之微小扭轉變形時，則側向位移可表示成：

$$v = \rho\phi \quad (\text{A.1})$$

其中  $\rho$  為軸向纖維與扭轉軸  $z$  的距離， $\phi$  為扭轉角。如圖 A-2 所示之側位移  $v$  的統御方程式可以表示成：

$$EI_x \frac{d^4 v}{dz^4} = -P \frac{d^2 v}{dz^2} \quad (\text{A.2})$$

(A.2) 式中  $P = \sigma t d\rho$  為作用在圖一中微小面積  $t d\rho$  的軸力，其中  $t$  為薄壁梁之厚度；而  $-P \frac{d^2 v}{dz^2}$  可視為作用在  $y$  方向的分佈載重，該分佈載重會對扭轉軸造成一分佈扭矩：

$$-\sigma \frac{d^2 \phi}{dz^2} dz t \rho^2 d\rho \quad (\text{A.3})$$

將(A.3)式對整個斷面積分可得：

$$m_z dz = -\sigma \frac{d^2 \phi}{dz^2} dz I_0 \quad (\text{A.4})$$

則

$$m_z = -\sigma \frac{d^2 \phi}{dz^2} I_0 \quad (\text{A.5})$$

其中  $I_0$  為斷面對扭轉軸的極二次矩， $m_z$  為扭轉軸單位長度所受的等效分佈扭矩。

開口薄壁梁受不均勻扭矩時扭矩  $M_t$  與扭轉角  $\phi$  的關係之統御

方程式可以表示成：

$$-m_z = \frac{dM_t}{dz} = GJ \frac{d^2\phi}{dz^2} - EI_w \frac{d^4\phi}{dz^4} \quad (\text{A.6})$$

其中  $GJ$  為扭轉剛度， $EI_w$  為撓屈剛度。

將(A.5)式代入(A.6)式可得扭轉挫屈的統御方程式：

$$EI_w \frac{d^4\phi}{dz^4} - (GJ - \sigma I_0) \frac{d^2\phi}{dz^2} = 0 \quad (\text{A.7})$$

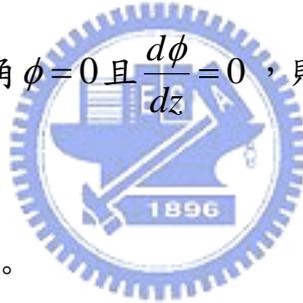
由(A.7)式的一般解及邊界條件，即可得造成扭轉挫屈的軸向應力，如梁兩端的扭轉角  $\phi = 0$  且  $\frac{d^2\phi}{dz^2} = 0$ ，則其扭轉挫屈的軸向應力為

$$\sigma_{cr} = \frac{GJ}{I_0} + \frac{\pi^2 EI_w}{l^2 I_0} \quad (\text{A.8})$$

如梁兩端的扭轉角  $\phi = 0$  且  $\frac{d\phi}{dz} = 0$ ，則其扭轉挫屈的軸向應力

為

$$\sigma_{cr} = \frac{GJ}{I_0} + \frac{4\pi^2 EI_w}{l^2 I_0} \quad (\text{A.9})$$



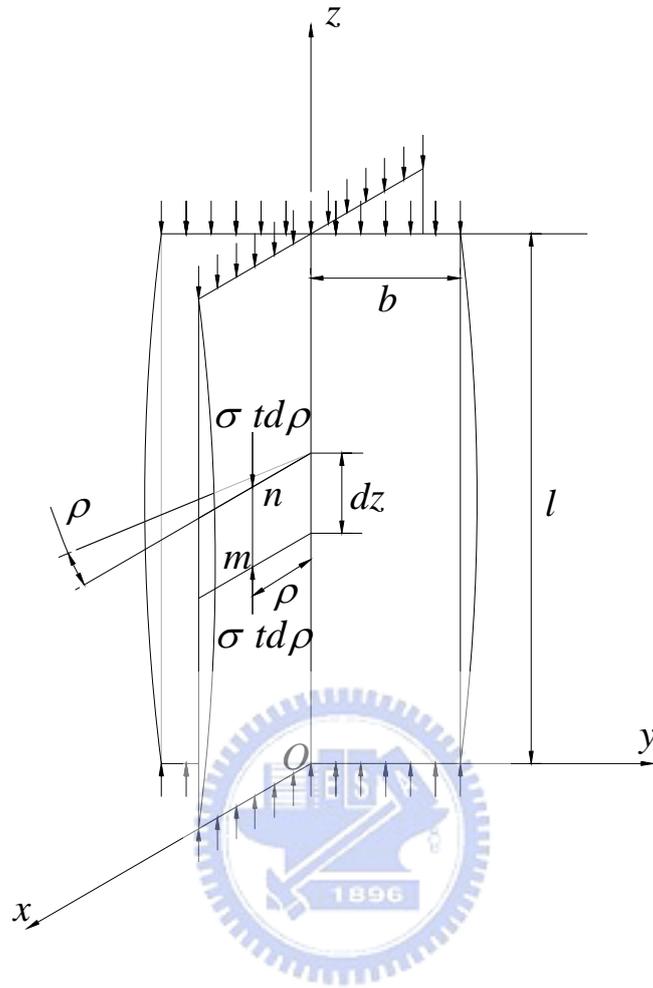


圖 A-1

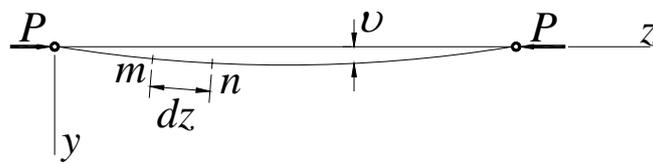


圖 A-2