

# 第一章 緒論

## 1-1 前言

複合材料即以物理方法結合兩種或兩種以上不同的材料，而強化纖維之複合材料是一具有方向性的材料，可藉由不同的疊層角度、編織方式與成分比例，來達到所需求的強度，以取代傳統厚重的金屬材料，因具有較高的比強度，現今已被廣泛的應用在各種工程方面，特別是在結構物強化與產品減重的應用，目前常使用於航太、造船、飛機、汽車、運動器材等。

近年來，許多揚聲器的揚聲板也逐漸由單一材料構成之振動板，改用複合材料板取代，而振動板之特性可說是揚聲器品質優劣的重要判斷因素，優異的揚聲板必須具有兩大特點，一為高剛性，使振動過程中之板變形量十分微小，甚至幾乎不產生變形，進而產生平穩之聲壓值，避免不同音頻之間的聲壓值有過大起伏落差；二為重量輕，能夠以較小之出力產生相同或更高之輸出功率，也由於出力較小，即可減少輸入訊號之功率，而達到低耗電量、省電的優勢。

本文主要研究矩形基板之強化，透過在基板內埋入不同之加勁設計以提升平板結構之強度，達成重量輕且具有足夠剛性的需求。由於重量上的考量，選擇以質輕的巴沙木板（Balsa Wood）為基板，而基板強化的部分則以碳纖複合材料製成之強化肋條為主，由此方式構成之平板即為具加勁複合材料結構板。巴沙木與碳纖複合材料均為具方向性之材料，且兩者之材料強度差異大，因此強化肋條的埋入位置與方向，對於整個平板結構強度都有很深的影響，加勁設計即是將強化肋條以不同之方向及排列方式埋入基板中，以研製出理想之揚聲板。

## 1-2 文獻回顧

在分析平板的理論方面，從古典板理論(Classical Plate Theory，簡稱 CPT)[1]改進而成的古典積層板理論(Classical Plate Laminated Theory)，對於複合材料薄板的力學分析已經可以得到很不錯的結果，但只適用於寬厚比大於 80 之平板；對於厚板而言，由於複合材料積層板之側向剪力模數(Shear modulus)比沿纖維方向的楊式係數(Young's modulus)低很多，且在厚度上較薄板高出許多，因此容易產生側向剪變形，所以古典板理論並不適合分析較厚之複合材料板。為此，Mindlin 提出了一階剪變形理論(The First-order Shear Deformation Theory，簡稱 FSDT)[2]，首先將側向剪力的影響加以考慮，但是因為假設側向剪力分布為常數，並不符合實際的情況，於是 Whitney[3]便提出了剪力修正因子來加以修正，此種理論比較適合用在長度/厚度 $>15$ 的結構上；之後，學者又提出了各種高階剪變形的理論，雖有提高理論值與實際狀況相比之準確性，但往往較適用於厚板結構(長度/厚度 $<15$ )之情況，且其計算上比較複雜許多，而本文中使用的複合材料結構板並不在厚板結構的範圍內，所以仍以一階剪變形理論為主，來分析振動板之變形行為。

在振動方面，有關振動模態分析與多自由度振動響應系統之運動方程式，參考書籍作者有 Thomson[4]、王栢村[5]等，參考的論文有卓永剛[6]、陳正義[7]。

對於聲學與聲壓計算方面，Morse[8]中推導出了聲源在空氣中傳遞之聲壓方程式，在 Takeo[9]中引用出有限元素之聲壓方程式，而 Tan[10]中討論了藉由促動器(actuator)主動控制對平板之聲場的影響。

### 1-3 研究方法

本文主要是探討具加勁複合材料結構板之加勁設計對於平板之振動行為及聲傳特性的影響。

首先，製作所需之振動板及彈性懸邊並量測其各種參數，再建立有限單元分析軟體 ANSYS 的分析模型，模擬以不同加勁複合材料結構板為揚聲板的揚聲器系統，並將所測得之各種參數代入設定，為驗證分析模型之正確性，先分別從分析模型的自然頻率收斂性、聲壓值之收斂性來探討，再以所建構之分析模型來模擬碳纖積層板[0/90/0]組合成之揚聲器系統，比對由 MLSSA 聲壓頻譜儀所測得之實驗值與 ANSYS 模擬結果來確認分析模型及所使用之聲壓計算理論均正確無誤。

而後，再以不同加勁複合材料結構板所組成之揚聲器系統加以比較、討論，研究不同加勁設計對平板之振動行為及聲傳特性的影響，並討論聲壓實驗與理論模擬間之誤差來源，以利將來能夠更精準地模擬真實系統。

## 第二章 複合材料積層板之力學分析

### 2-1 基本假設

本文以一階剪變形 (The First Order Shear Deformation Theory) 作為積層板分析之理論基礎，而積層板之厚度必須遠小於積層板之長度與寬度 (小於十五分之一)，並假設應力沿厚度方向為線性分佈，在變形前後，厚度不變、橫斷面仍為平面，且符合小變形假設。

### 2-2 位移場與應變

以 X-Y 平面為積層板之中間面，Z 軸為厚度方向，根據假設可將積層板之位移場表示如下：

$$\begin{aligned}u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\phi_x(x, y) \\v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\phi_y(x, y) \\w(x, y, z) &= w_0(x, y) = w(x, y)\end{aligned}\tag{2.1}$$

$u$ 、 $v$ 、 $w$  分別代表在方向  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上之位移量； $u_0$ 、 $v_0$ 、 $w_0$  為積層板之中間面在方向  $x$ 、 $y$ 、 $z$  上之位移量； $\phi_x$ 、 $\phi_y$  則分別代表垂直  $x$  軸、 $y$  軸之橫斷面於變形後的旋轉角度。

因為厚度不會產生變形 ( $\varepsilon_z = 0$ )，所以將不考慮  $z$  方向之應變，則積層板之應變如下：

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 = \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} = \varepsilon_1^0 + z\kappa_1^0 \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} = \varepsilon_2^0 + z\kappa_2^0 \\ \varepsilon_4 = \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y\end{aligned}\tag{2.2}$$

$$\varepsilon_5 = \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = w_{,x} + \phi_x$$

$$\varepsilon_6 = \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) = \varepsilon_6^0 + z \kappa_6^0$$

### 2-3 應力與應變

考慮一正交性材料層板，在材料座標系 X'-Y'-Z' 座標的應力與應變關係可以表示如下：

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_4 \\ \sigma'_5 \\ \sigma'_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

或

$$\{\sigma'\}_{5 \times 1} = [Q]_{5 \times 5} \{\varepsilon'\}_{5 \times 1} \quad (2.4)$$

$Q_{ij}$  為彈性係數，對於纖維複合材料，材料座標系統之三個主軸方向分別以 1、2、3 代表之，主軸 1 代表纖維方向，主軸 2 為垂直纖維方向，主軸 3 則是厚度方向(出平面方向)，如圖 2-1 所示，而  $Q_{ij}$  於此座標下之表示如下：

$$Q_{11} = \frac{E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{12} = \frac{E_2 \nu_{12}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \quad (2.5)$$

$$Q_{44} = G_{23} \quad ; \quad Q_{55} = G_{13} \quad ; \quad Q_{66} = G_{12}$$

E 代表楊氏係數，G 代表剪力模數， $\nu$  代表蒲松氏比 (Poisson ratio)。

複合材料積層板(Laminate)是由不同纖維方向之層板(Lamina)疊合而成，各層板之纖維方向與全域座標(Global coordinate system)之主軸方向的夾角角度為  $\theta_n$ ，如圖2-2所示，將層板材料座標系統下之應力應變關係轉換至積層板之全域座標系統x-y-z，則層板之應力應變的構成方程式 (Constitutive equation)可表示為：

$$\{\sigma^{(n)}\}_{5 \times 1} = [T_{\varepsilon}^{(n)}]^t [Q^{(n)}]_{5 \times 5} [T_{\varepsilon}^{(n)}] \{\varepsilon^{(n)}\}_{5 \times 1} \quad (2.6)$$

或

$$\{\sigma^{(n)}\}_{5 \times 1} = [\bar{Q}^{(n)}]_{5 \times 5} \{\varepsilon^{(n)}\}_{5 \times 1} \quad (2.7)$$

其中

$$[T_{\varepsilon}^{(n)}]_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 0 & 0 & -SC \\ S^2 & C^2 & 0 & 0 & SC \\ 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 2SC & -2SC & 0 & 0 & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

而  $C = \cos\theta_n$ 、 $S = \sin\theta_n$ ，由此便可得  $[\bar{Q}]_{5 \times 5}$ ：

$$[\bar{Q}^{(n)}]_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{(n)} & \bar{Q}_{12}^{(n)} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16}^{(n)} \\ \bar{Q}_{12}^{(n)} & \bar{Q}_{22}^{(n)} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26}^{(n)} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^{(n)} & \bar{Q}_{45}^{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45}^{(n)} & \bar{Q}_{55}^{(n)} & 0 \\ \bar{Q}_{16}^{(n)} & \bar{Q}_{26}^{(n)} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{11}^{(n)} &= Q_{11}^{(n)}C^4 + 2(Q_{12}^{(n)} + 2Q_{66}^{(n)})C^2S^2 + Q_{22}^{(n)}S^4 \\
 \bar{Q}_{12}^{(n)} &= (Q_{11}^{(n)} + Q_{22}^{(n)} - 4Q_{66}^{(n)})C^2S^2 + Q_{12}^{(n)}(C^4 + S^4) \\
 \bar{Q}_{22}^{(n)} &= Q_{11}^{(n)}S^4 + 2(Q_{12}^{(n)} + 2Q_{66}^{(n)})C^2S^2 + Q_{22}^{(n)}C^4 \\
 \bar{Q}_{44}^{(n)} &= Q_{44}^{(n)}C^2 + Q_{55}^{(n)}S^2 \\
 \bar{Q}_{45}^{(n)} &= Q_{55}^{(n)}CS - Q_{44}^{(n)}CS \\
 \bar{Q}_{55}^{(n)} &= Q_{44}^{(n)}S^2 + Q_{55}^{(n)}C^2 \\
 \bar{Q}_{16}^{(n)} &= (Q_{11}^{(n)} - Q_{12}^{(n)} - 2Q_{66}^{(n)})C^3S + (Q_{11}^{(n)} - Q_{12}^{(n)} + 2Q_{66}^{(n)})CS^3 \\
 \bar{Q}_{26}^{(n)} &= (Q_{11}^{(n)} - Q_{12}^{(n)} - 2Q_{66}^{(n)})CS^3 + (Q_{11}^{(n)} - Q_{12}^{(n)} + 2Q_{66}^{(n)})C^3S \\
 \bar{Q}_{66}^{(n)} &= (Q_{11}^{(n)} + Q_{22}^{(n)} - 2Q_{12}^{(n)} - 2Q_{66}^{(n)})C^2S^2 + Q_{66}^{(n)}(C^4 + S^4)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

## 2-4 合力與合力矩

對整個複合材料積層平板而言，與一般平板理論有所差異，其力學性質必須分別考慮每一層板之力學性質，再將之累加起來，得到複合材料積層平板之合力  $N$  (Force resultant) 與合力矩  $M$  (Moment resultant)，如圖2-3所示，其結果如下：

$$\begin{aligned}
 N &= \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^{(n)} dz = \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^{(n)} (\varepsilon_j^0 + z\kappa_j^0) dz = A_{ij}\varepsilon_j^0 + B_{ij}\kappa_j^0 \\
 M &= \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \sigma_i^{(n)} z dz = \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^{(n)} (z\varepsilon_j^0 + z^2\kappa_j^0) dz = B_{ij}\varepsilon_j^0 + D_{ij}\kappa_j^0
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

$i, j = 1, 2, 6$ ， $Z_n$  則為第  $n$  層板之下表面至中心面的距離，如圖2-2所示， $A_{ij}$ 、 $B_{ij}$ 、 $D_{ij}$  分別代表拉伸勁度矩陣 (Extensional stiffness

matrix)、偶合勁度矩陣(Coupling stiffness matrix)、彎曲勁度矩陣  
(Bending stiffness matrix) :

$$\begin{aligned}A_{ij} &= \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^{(n)} dz = \sum_{n=1}^m \bar{Q}_{ij}^{(n)} (Z_{n+1} - Z_n) \\B_{ij} &= \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^{(n)} z dz = \sum_{n=1}^m \bar{Q}_{ij}^{(n)} (Z_{n+1}^2 - Z_n^2) \\D_{ij} &= \sum_{n=1}^m \int_{z_n}^{z_{n+1}} \bar{Q}_{ij}^{(n)} z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^m \bar{Q}_{ij}^{(n)} (Z_{n+1}^3 - Z_n^3)\end{aligned}\tag{2.12}$$



### 第三章 具加勁複合材料結構板之振動分析

#### 3-1 假設條件及分析方法

具加勁複合材料結構板係將兩種或兩種以上材料性質不同的材料，以物理性方式結合而構成複合結構板，使其於變形及運動過程中，不同材料之間的接合仍是十分緊密，所以整個結構板之位移場即使在介面上依然為連續性地分佈；對於具加勁複合材料結構板之理論分析，以上一章節所述之複合材料積層板之力學理論為基礎，配合有限元素法，將不同之材料性質設定於元素勁度矩陣中，再將不同材料性質的各個元素加以結合而建構出具加勁複合材料結構板之分析理論，本章節即闡述關於有限元素法之分析理論。

#### 3-2 虛功法在有限元素模型中之應用

將平板分割成n個等參元素，根據一階剪變形理論及先前之假設，每個節點有五個自由度：

$$\begin{aligned} u_0 &= u_{0i}N_i, \quad v_0 = v_{0i}N_i, \quad w = w_iN_i \\ \phi_x &= \phi_{xi}N_i, \quad \phi_y = \phi_{yi}N_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

$N_i$  為各節點之形狀參數。假設每個元素有  $m$  個節點，則各等參元素之位移場可表示為：

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & zN_i & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & zN_i \\ 0 & 0 & N_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \phi_{xi} \\ \phi_{yi} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

或

$$\tilde{u}^e = [N]\{X\} \quad (3.3)$$

$[N]$  為元素之形狀函數矩陣， $\{X\}$  為元素之節點位移矩陣。將式(3.2)

代入式(2.2)，整理可得元素之應變-位移關係式：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & zN_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} & 0 & 0 & zN_{i,x} \\ 0 & 0 & N_{i,y} & 0 & N_i \\ 0 & 0 & N_{i,x} & N_i & 0 \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 & zN_{i,x} & zN_{i,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \phi_{xi} \\ \phi_{yi} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

或

$$[\varepsilon] = [\beta]\{X\} \quad (3.5)$$

$[\beta]$  為元素之形狀函數微分矩陣，由有限元素法得知元素之勁度矩陣

$[K_e]$  (Stiffness matrix) 與質量矩陣  $[M_e]$  (Mass matrix)：

$$\begin{aligned} [K_e^{(i)}] &= \int_{V_e} [\beta]^T [E^{(i)}] [\beta] dV_e \\ [M_e^{(i)}] &= \int_{V_e} [N]^T \rho^{(i)} [N] dV_e \end{aligned} \quad (3.6)$$

$[E^{(i)}]$  為第  $i$  個材料之材料性質矩陣， $\rho^{(i)}$  為第  $i$  個材料之材料密度。考慮系統之虛功方程式：

$$\sum_{k=1}^n \left\{ \int_{V_e} \delta u_i \rho \ddot{u}_i dV + \frac{1}{2} \delta \int_{V_e} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \int_{A_e} \delta u_i F_i dA \right\} = 0 \quad (3.7)$$

由式(3.3)、式(3.5)及式(3.6)，任意元素之各項虛功可表示成下列各式：

$$\int_{V_e} \delta u_i \rho \ddot{u}_i dV = \{\delta X\}^T [M_e] \{\ddot{X}\} \quad (3.8)$$

$$\frac{1}{2} \delta \int_{V_e} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}) dV = \{\delta X\}^T \{K_e\} \{X\} \quad (3.9)$$

$$\int_{A_e} \delta u_i F_i dA = \{\delta X\}^T \{F_e\} \quad (3.10)$$

$\{F_e\}$  是元素之節點負載向量(Vector of element nodal force)，最後將所得之各元素勁度矩陣與質量矩陣，依照元素之節點編號加以組合，便可得到整個平板系統之有限元素分析模型的平衡方程式：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (3.11)$$

$[K]$  為系統之剛度矩陣， $[M]$  為系統之質量矩陣， $\{F\}$  為系統之載荷向量。

### 3-3 特徵值與特徵向量

一般研究系統振動的基本模態，係假設成無阻尼之自由振動，其運動方程式可表示為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (3.12)$$

$[M]$  為質量矩陣， $[K]$  為勁度矩陣， $\{X\}$  為位移向量， $\{\ddot{X}\}$  為加速度向量。對於任何線性結構系統（外力與變形為線性相關）而言，上式中之 $[M]$ 、 $[K]$ 均為實對稱矩陣(Real symmetric matrix)。

在求解線性結構系統時，通常假設在結構系統中，各不同部位之振動為簡諧運動且振動頻率與相位均相同，則位移向量 $\{X\}$ 可表示成

$$\{X\} = \{\Phi\}e^{i\omega t} \quad (3.13)$$

將位移向量對時間二次微分即可得到加速度向量 $\{\ddot{X}\}$ ：

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2 \{X\} = -\lambda \{X\} \quad (3.14)$$

$\{\Phi\}$  為實向量且為非時間項， $\omega$  為簡諧運動之角頻率，令 $\lambda = \omega^2$ ，代入式(3.12)中，整理可得：

$$([K] - \omega^2[M])\{\Phi\}e^{i\omega t} = \{0\} \quad (3.15)$$

式(3.15)中， $\{\Phi\}$  要有非零解，則 $[K] - \omega^2[M]$ 必須為奇異性(Singular)，亦即其行列式值需為零：

$$\det |[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (3.16)$$

此即為系統之特徵方程式，並可解得特徵值  $\omega_r$ ，係為系統之第  $r$  個自然頻率，而其所對應之  $\{\Phi\}_r$  即為特徵向量，亦可視作系統之第  $r$  個振動模態，表示成矩陣形式為如下所示：

$$\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \omega_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, \quad [\Psi] = [\{\Phi\}_1 \cdots \{\Phi\}_r \cdots]$$

### 3-4 具阻尼之結構振動系統

考慮一具有阻尼效應之結構振動系統，則系統之平衡方程式可表示為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \sin \bar{\omega}t \quad (3.17)$$

$[C]$  為阻尼矩陣 (Damping matrix)，其阻尼效應是由系統之剛性與質量所產生，其關係式表示如下：

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.18)$$

$\alpha$  代表由系統質量所引起的阻尼效應係數， $\beta$  代表由系統剛性所引起的阻尼效應係數，而在同一系統當中  $\alpha$ 、 $\beta$  均為定值常數。因為  $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$  為實對稱矩陣，利用求得之特徵值與特徵向量可將矩陣對角化成為

$$\begin{aligned} [\Psi]^T [M] [\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \\ [\Psi]^T [K] [\Psi] &= \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & k_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$[\Psi]^T [C] [\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

代入式(3.18)，並令  $\{x\} = [\Psi] \{X\}$ ，則式(3.17)可改寫成

$$[m_r] \{\ddot{x}\} + [c_r] \{\dot{x}\} + [k_r] \{x\} = [\Psi]^T \{F\} \sin \bar{\omega} t \quad (3.20)$$

由上式即可解得位移之頻率響應

$$x_r = \frac{F_r}{k_r} \left( \frac{1 - \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + (2c_r \eta)^2} + j \frac{2c_r \eta}{(1 - \eta^2)^2 + (2c_r \eta)^2} \right) \quad (3.21)$$

其中  $\eta = \bar{\omega} / \omega_r$ 。

從系統之阻尼比(Damping ratio)來研究系統之阻尼效應的特性，將阻尼比表示為：

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (3.22)$$

從上式可知阻尼比會隨著頻率的不同而改變，如圖 3-1 所示，由  $\alpha$  影響所造成之阻尼效應在愈低頻時效應愈大，但  $\beta$  影響所造成之阻尼效應則相反，在愈高頻時阻尼效應才愈顯著，而在低頻時阻尼效應卻逐漸趨於無。

在結構振動系統中，低頻時之振動位移量主要是結構如剛體般的平移所造成，而高頻時之振動位移量幾乎都只有結構上的變形所造成，所以系統之阻尼效應依照系統在高、低頻之振動行為，將阻尼效應的來源分為兩個主要部分，在低頻時大部分都來自於邊界上之阻尼，到了高頻振動之阻尼效應則主要是由於結構本身所產生的阻尼，因此有時可將  $\alpha$  之影響視為邊界阻尼的效應，而  $\beta$  之影響視為結構本身的阻尼效應。

## 第四章 ANSYS 有限元素模型之建構

### 4-1 分析模型之假設

以 ANSYS 有限元素分析軟體輔助分析運算，為簡化 ANSYS 分析模型，將實際振動系統中之振動板以二維的元素 (Shell 99) 來模擬，而彈性懸邊與激振器彈波(damper)的彈簧支撐效應則因為激振器只在出平面方向產生推力，且分析目的主要是觀察振動板在出平面方向擠壓空氣之位移量，所以模擬成只對出平面(Out-off-Plane)，即 Z 方向，具支撐力之線性彈簧元素(Spring-damper 14)，而由於振動板之重量並沒有比懸邊及音圈之重量高出許多，因此懸邊與音圈之重量不能忽略，將其以數個附著於振動板相關位置的質點元素(Mass 21)模擬之，因為懸邊另一端是固定於支架上，所以模擬附加於振動板之懸邊的重量時，其每個質點元素之重量總和為四周懸邊總重之半。以下將以一字形加勁複合材料結構板 (參考圖 6-1) 之分析模型的建構來輔助說明分析模型之建構流程。

### 4-2 分析模型之建立

#### 4-2.1 元素之選擇與設定

在分析軟體 ANSYS 中選擇分析所需的元素種類，並完成各元素的性質設定，其方式及流程如下：

1. 指令 Preprocessor→Element type：選擇振動板之元素 shell 91、彈簧元素 spring-damper 14、質點元素 mass 21。
2. 指令 Preprocessor→Real constant：此為設定元素之參數，如振動板元素之厚度、層數與疊層角度，以及彈簧常數、質點之質量。
3. 指令 Preprocessor→Material Props→Material Models：此為設

定振動板元素之各材料性質。

#### 4-2.2 振動板模型之建立

幾何模型建構以 Bottom-Up 方式來建立幾何模型，係以點→線→面之建構流程來建立出所需之幾何形狀，由於振動板為兩種以上材料性質所構成，因此必須將不同材料在振動板上所位於的各個區域位置分隔成不同的區塊面積，而其中因為考慮激振器之音圈的模擬，亦必須將音圈所附著在振動板之位置分割出來，如圖 4-1，圖中顏色不同之面積區塊即代表具有不同材料性質之區域位置，而矩形面中央的黑色圓形線即代表音圈之所在位置，再以不同的材料性質設定、元素參數，於各區塊面積上分割出若干個元素，即完成具加勁複合材料結構板之 ANSYS 模型，如圖 4-2，其步驟流程如下：

1. 指令 Preprocessor→Modeling：以 Bottom-Up 方式建立幾何模型，先建立整個振動板之矩形面積，並依各材料區域位置建構切割區塊面積所需之線段，再以所建立之切割線分割出各材料的區塊面積。
2. 指令 Preprocessor→Meshing→Size Cntrl→ManulSize：透過在各線段上的元素長度控制來規劃各元素之尺寸大小。
3. 指令 Preprocessor→MeshTool：選擇元素參數、材料性質，在各區塊面積上切割出不同材料特性之元素，以建構出複合結構板之 ANSYS 分析模型。

在建構模型之過程中必須注意網格的分割，此將造成有限元素分析之誤差。原則上，在愈靠近不同材料之交界面，網格之分割需愈密集，而強化肋條之尺寸較整體板尺寸小很多，但在各方向上最少還是要二或三個元素以上，以避免分析之誤差；而在切割出元素的形狀

上，盡量以能夠切割出規則形狀的 Mapped Mesh 網格分割方式作元素之建立，對於面積之網格分割，其使用限制為三邊形或四邊形的面積方可使用，有必要時可利用建立虛構線之指令（LCCAT）將多邊形面積模擬成三邊形或四邊形，再進行 Mapped Mesh 的網格分割方式。

### 4-2.3 激振器與懸邊之模擬

激振器與懸邊之模擬主要分成彈簧元素及質點元素兩個部分。由於彈性懸邊是黏貼於振動板之四周，所以懸邊模擬是在振動板模型外圍四邊之節點上，建立連接於四邊上之節點的彈簧元素及在相同位置建立質點元素，模擬彈性懸邊的每根彈簧元素，其彈簧常數以黏貼於振動板各邊的懸邊所提供之彈簧常數除以各邊上之彈簧元素個數來決定，模擬懸邊重量的每個質點元素，其質量以黏貼於振動板各邊之懸邊重量之半除以各邊之質點元素個數來決定；而激振器模擬主要是考慮彈波所提供之彈簧常數及音圈之重量，模擬方式則與懸邊相同，在音圈附著位置之節點上以相同方式建立彈簧元素和質點元素，每根彈簧元素之彈簧常數與每個質點元素之質量分別以音圈重量及彈波之彈簧常數除以其模擬所建立之元素個數來決定，其建立模型之流程如下：

1. 指令 Select→Entities：根據位置、節點編號及點選方式，選出所需或欲加以處理之各個節點並建立節點集合，以便於後續動作。
2. 指令 Preprocessor→Modeling→Copy→Nodes：偏移複製節點集合包含之節點，其偏移之距離即為彈簧之長度。
3. 指令 Preprocessor→Modeling→Create→Elements→Auto

Numbered→Thru Nodes：逐一點選以兩個節點為一組之節點來建立彈簧元素，亦可由迴圈程式輔助完成此重複性動作。

4. 指令 Preprocessor→Modeling→Create→Keypoints→On node：在節點集合內之節點之相同位置建立 keypoint，來標明欲建構質點元素的位置。
5. 指令 Preprocessor→Meshing→Mesh→Keypoint：以點選、框選方式選出欲建構質點元素位置上之 keypoint，再加以 Mesh 成質點元素。
6. 指令 Preprocessor→Coupling/Ceqn→Coincident Nodes：將質點元素與振動板模型上相同位置之節點設定成具有相同的自由度，來模擬振動板上附加額外質量的真實狀況，而設定選項中之“TOLER”是指以節點為中心在設定範圍內的節點均具有相同之自由度。

建構完成之 ANSYS 分析模型如圖 4-3 所示，振動板模型上，深紫色與淺藍色的兩種網格即代表設定成不同材料性質之元素，淺紫色之線段即為彈簧元素，而由綠色所覆蓋之區域即為質點元素附著於振動板元素的位置。

### 4-3 簡諧頻率響應分析 (Harmonic Analysis)

此階段必須選擇分析類型、設定分析模型之邊界條件、外力型態與系統之阻尼參數，因為系統是由彈性支承所支撐，所以邊界條件只需拘束彈簧元素一端之節點的全部六個自由度；外力的作用則是將激振器之推力除以模擬音圈重量之質點元素個數後，再施加於每個位於音圈環所在的節點上，其推力之相角均零；而系統阻尼參數則由實驗所得到之  $\alpha$ 、 $\beta$  來加以設定，其設定流程如下：

1. 指令 Solution→Analysis Type→New Analysis：選擇分析型態，簡諧頻率響應分析點選“Harmonic”，自然頻率模態分析點選“Mode”。
2. 指令 Solution→Define Loads→Apply→Structural→Displacement→On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。
3. 指令 Solution→Define Loads→Apply→Structural→Force/Moment→On Nodes：在位於音圈位置上的節點施予 Z 方向且相角為零之推力。
4. 指令 Solution→Load Step Opts→Time/Frequenc→Damping：輸入系統阻尼  $\alpha$ 、 $\beta$  的值。
5. 指令 Solution→Load Step Opts→Time/Frequenc→Freq and Substps：輸入欲分析頻率響應之頻寬。
6. 指令 Solution→Solve→Current Ls：運算求解。
7. 指令 TimeHist Postpro→List Variables：輸出振動板模型全部節點的振幅及相角。

## 第五章 聲壓之計算與應用

### 5-1 聲傳波動方程式

將三維之波動方程式以球座標(Spherical coordinate)表示如下：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (5.1)$$

將聲源視為一點聲源，由於點聲源是一完全對稱的聲源，產生之聲場該不具有方向性，而以球面波的形式向外傳遞，所以式(5.1)中與角度相關項可忽略，簡化如下：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (5.2)$$

式(5.2)可改寫成：

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp) = \frac{1}{r} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rp) \quad (5.3)$$

或

$$\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2} \quad (5.4)$$

$r$  為點聲源至量測點之距離， $c$  為聲波之速度，在室溫  $24^\circ\text{C}$  時，聲波速度為  $343 \text{ m/sec}$ 。令  $rp = F$ ，利用 D'Alembert method 可求得：

$$F = f_1(r - ct) + f_2(r + ct)$$

$f_1, f_2$  為任意函數，對於諧波聲場，可直接求解：

$$\frac{d^2 \tilde{F}}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{F} = 0 \quad (5.5)$$

定義  $k = \omega/c$ ，為波數(Wave number)，即可求得：

$$\tilde{F}(r) = \tilde{A}e^{-jkr} + \tilde{B}e^{jkr} \quad (5.6)$$

還原成時間域的表示法：

$$F(r,t) = \tilde{A}e^{j(\omega t - kr)} + \tilde{B}e^{j(\omega t + kr)} \quad (5.7)$$

所以

$$p(r,t) = \frac{\tilde{A}}{r}e^{j(\omega t - kr)} + \frac{\tilde{B}}{r}e^{j(\omega t + kr)} \quad (5.8)$$

由於點聲源只會發出外傳波(Outgoing wave)，所以簡諧球面波(Harmonic spherical wave)聲場之波動方程式為：

$$p(r,t) = \frac{\tilde{A}}{r}e^{j(\omega t - kr)} \quad (5.9)$$

## 5-2 聲壓值計算

考慮一周邊有寬大隔板之微小振動單元，面積為  $\delta s$ ，表面之振動速度為：

$$u_d = U_0 e^{j\omega t} \quad (5.10)$$

$U_0$  為振動速度之大小，則微小振動單元之聲場  $\delta p(r,t)$ ：

$$\delta p(r,t) = \left( \frac{j\omega\rho_{air}U_0\delta s}{2\pi r} \right) e^{j(\omega t - kr)} \quad (5.11)$$

$\rho_{air} = 1.1614 \text{ kg/m}^3$  為空氣密度， $j = \sqrt{-1}$ 。將數個微小振動單元結合成一振動板，而整個振動板之聲場可由 Rayleigh's first integral 計算出，表示如下：

$$\tilde{p}(r,t) = \frac{j\omega\rho_{air}}{2\pi} e^{j\omega t} \int_S \frac{U_0 e^{-jkr}}{r} ds \quad (5.12)$$

令振動板表面之振動位移為  $A_d(r,t) = Ae^{j(\omega t + \theta)}$ ， $\theta$  為振動板因系統阻尼之影響而產生之相位角，因此振動速度  $u_d$  可改寫為：

$$u_d = \frac{\partial A_d}{\partial t} = j\omega A(r)e^{j\theta} e^{j\omega t} \quad (5.13)$$

由上式可知  $U_0 = j\omega A(r)e^{j\theta}$ ，所以振動板之聲場可寫成：

$$\tilde{p}(r,t) = -\frac{\omega^2 \rho_{air}}{2\pi} e^{j\omega t} \int_s \frac{A(r)}{r} e^{j(\theta - kr)} ds \quad (5.14)$$

將振動板切割成數個微小的元素，則整個振動板之聲場可改寫成：

$$\begin{aligned} \tilde{p}(r,t) &= -\frac{\omega^2 \rho_{air}}{2\pi} \sum_i A(r_i) e^{j(\omega t + \theta_i - kr_i)} \\ &= -\frac{\omega^2 \rho_{air}}{2\pi} \sum_i A(r_i) \cos(\omega t + \theta_i - kr_i) \end{aligned} \quad (5.15)$$

$A(r_i)$  為振動板上各點之振幅， $\theta_i$  為振動板上各點之相位， $r_i$  為振動板上之元素與量測點之距離， $\delta s$  為振動板元素之面積，如圖 5-1。

### 5-3 聲壓位準 SPL (Sound Pressure Level)

在實務上，因為聲音的動態範圍變化太大，且人耳對音量的感覺是比較接近對數尺度，所以在量測聲音時，通常都以分貝(Decibel)來度量，單位為 dB，此基本上便是一個對數尺度(Log scale)。

定義聲壓位準(Sound Pressure Level)為：

$$SPL = 20 \log\left(\frac{P_{rms}}{P_{ref}}\right) \quad \text{dB} \quad (5.16)$$

$P_{ref}$  為聲壓參考值  $2 \times 10^{-5}$  Pa， $P_{rms}$  為量測點聲壓之均方根值

$$P_{rms} = \left[ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |\tilde{p}(r,t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (5.17)$$

在式(5-15)中，數個連續相加之餘弦函數 (Cosine) 可將其加以整理合併成單一個餘弦函數所構成之方程式，而式(5-15)聲傳方程式可改

寫為：

$$\tilde{p}(r,t) = P \cos(\omega t - \phi) \quad (5.18)$$

P 與  $\phi$  分別代表整個系統聲壓之大小與相角，從上式可以得到系統聲壓的均方根值之計算式為：

$$P_{rms} = \frac{P}{\sqrt{2}} \quad (5.19)$$

#### 5-4 聲壓曲線圖之繪製

聲壓曲線圖係以激振頻率為橫軸、聲壓位準(SPL)值為縱軸，將各激振頻率下之聲壓值繪於座標圖中便得到數個座標點，由各點連結成之曲線即為聲壓曲線。在先前所推導之聲壓關係式(5.15)中，若能得到振動板上各點在某一激振頻率下之振幅及相位，便可計算出振動板在此激振頻率之聲壓值。

振動板受音圈推力激振時，其振幅與相位的獲得係利用有限單元分析軟體 ANSYS 進行頻率響應之分析，將每一個節點視為代表具有微小面積之元素，每一個節點所代表的元素面積則由振動板面積除以節點個數，若振動板模型上之節點分佈密度相差過大時，則需要以節點分佈密度相近的區域來分別計算其元素面積，而所得到的每個節點之振幅及相位角，再經由以 FORTRAN 程式軟體並根據式(5-16)至式(5-19)所撰寫之聲壓計算程式，計算整個振動板之聲壓位準(SPL)值，最後將運算得到之各激振頻率下的聲壓位準(SPL)值，經由 ORIGIN 軟體繪製成聲壓曲線圖。

實際上，不論從實驗量測或經由理論模擬所得到的 SPL 值，在不同激振頻率下，彼此間的起伏落差很大，而造成聲壓曲線的過度震盪，如圖 5-2 中之黑色細線，不易於觀察分析，但由於人耳在感覺聲音時，對音頻的分辨力及解析度並不是十分敏銳，所以音頻間彼此之

頻率差距在某一範圍內，則都會被人耳視為相同之頻率，而聲音強度則是此頻率範圍內各音頻強度之平均值。因此，基於人耳的特性，可將過度震盪之聲壓曲線作圓滑（Smooth）處理，得到便於觀察其趨勢走向之聲壓曲線圖，如圖 5-2 中紅色粗線。



## 第六章 具加勁複合材料板及懸邊製作與實驗程序

### 6-1 具加勁複合材料結構板之製作

基板材料為巴沙木(balsa wood)，而強化肋條之材料為單一方向的碳纖預浸材，本文將製作四種不同加勁設計之複合材料結構板，且限定其所加入之碳纖材料用量均相同，期望使四種不同加勁設計之複合材料結構板在製作完成時有相同之重量，加勁設計尺寸之俯視圖如圖 6-1.1 至圖 6-3，厚度均為 2mm。

製作過程中，係利用預浸材在成形過程會將多餘樹脂溶解析出的特點，將碳纖材料先填入巴沙木板中再進行成形的步驟，直接以多餘的樹脂來做材料間的接合，而過多的樹脂則以棉布吸除，但為避免巴沙木板在碳纖預浸材成形過程中之高壓所壓毀，因此必須放入材質較硬的墊片使熱壓機在運作時仍有一定的空隙來防止巴沙木的損毀；由於切割出填放肋條之空隙，將使原本完整之巴沙木基板變成數塊零散的板材，所以在刻出凹槽之前，先把完整的巴沙木基板固定於基座上再進行切割，使切割後之巴沙木基板仍能固定在相同位置以防止在成形時產生滑動而影響材料間接合面的緊密度。

在強化肋條的位置均填入與空隙寬度相同之碳纖預浸材 16 層，至於在加勁設計中不同方向之強化肋條的重合處，為避免重疊過多之預浸材，將 16 層碳纖預浸材以每 4 層視為一疊層單位，從最下層到最上層依序為疊層單位 1~4，而四個疊層單位則分別有兩種不同的碳纖材排列，再將此四個單位加以疊合來製作強化肋條的部分，十字形肋條之四個單位的碳纖材排列如圖 6-4.1 及圖 6-4.2 所示，雙十字形肋條之四個單位的碳纖材排列如圖 6-5.1 圖 6-5.1 及所示。具加勁複合材料結構板之製作程序如下：

- 1.裁切略大於所需尺寸之基板，藉由預留多餘之基板部分固定於基座上。
- 2.在巴沙木板上切割出填放強化肋條之空隙。
- 3.由冷藏庫中取出碳纖預浸材，並在室溫下回溫 12~14 小時。
- 4.將預浸材裁沿碳纖方向裁切成所需尺寸，備齊其他輔助材料。
- 5.將裁剪過之碳纖預浸材依照排列設計填入巴沙木基板上預先切割出之空隙。
- 6.依序放置輔助材、加工過之基板及墊片於兩片鐵板間(如圖 6-6)，再送上熱壓機(如圖 6-7)，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係來控制複合材料積層板成型條件，如圖 6-8 所示。
- 7.熱壓程序完成後，待其在室溫下自然冷卻後，將板材取出並切除多餘之部分，即完成具加勁之複合材料結構平板的製作，如圖 6-9.1 至圖 6-9.4。



## 6-2 彈性懸邊之製作

實驗中使用自製之彈性懸邊，係由厚度 7mm 且密度為  $66.96\text{kg/m}^3$  之泡棉，在 350psi 的壓力下將五層此泡棉熱壓製成厚度 0.7mm、截面皆為內徑 4mm 之半圓弧，其製作流程如下：

- 1.觀察泡棉成型所需之溫度與時間：將泡棉置入熱壓機壓成薄片，發現成型時間將隨溫度升高而縮短，最後以溫度  $200^{\circ}\text{C}$ ，成型時間一分鐘所製作之懸邊最為理想。
- 2.將模具(如圖 6-10)塗上脫模蠟及脫模劑，待脫模蠟及脫模劑在常溫下乾燥之後，將模具放上熱壓機加熱。
- 3.剪裁適當大小之泡棉，最好面積略小於模具面積，使整片泡棉皆可受熱，如此製作之懸邊會有比較平均之厚度。

- 4.待模具溫度達 200°C，將熱壓機壓力調至 400psi，把泡棉置於上、下模具之間熱壓一分鐘後取出。
- 5.將熱壓完成之懸邊剪裁成適當之長度即完成製作，如圖 6-11 所示。

### 6-3 實驗程序

#### 6-3.1 懸邊彈簧常數之量測

使用弘達儀器公司生產之 HT-9102 電腦伺服控制材料試驗機(如圖 6-12)量測彈性懸邊之彈簧常數，此儀器可連接電腦，將位移及荷重之訊號傳至電腦以擷取數據，此儀器具有二組荷重元(loadcell)，荷重上限分別為 20kg 及 200kg，在量測較為柔軟之材料時，需要較高之精度與靈敏度，而荷重上限為 20kg 之荷重元則比較滿足此需求，所以在本文的實驗中皆使用 20kg 之荷重元，而實驗程序如下：

- 1.將完成之懸邊貼於尺寸為 12cm x 8cm x 0.2cm 的高硬度碳纖維板，並固定於框架上，如圖 6-13 所示。
- 2.設定儀器之參數(如實驗方法、機台速度、停止條件)。
- 3.將整個框架固定於儀器上，啟動儀器。
- 4.待機台停止後，將電腦輸出之荷重及位移資料檔案由統計繪圖軟體 Origins 繪出力—位移圖，計算其斜率而求得彈簧常數。

#### 6-3.2 系統阻尼之計算與量測

由於無法直接量測出所需之系統阻尼參數，因此以較容易量測之振幅數據，透過理論計算取得阻尼參數。文中，振幅數據係以雷射測速儀之量測來獲得，實驗裝置如圖 6-14，列出如下：

- 1.個人電腦
- 2.B&K 的 Pulse 訊號分析儀

3. Polytec OFV350 雷射測速儀
4. Polytec OFV2500 測速儀控制器
5. 組裝好之平面揚聲器

首先將 OFV2500 控制器的靈敏度調至 5mm/sV，把三角架上之 OFV350 雷射測速儀進行對焦並對準欲量測之位置，盡量使控制器接收到之訊號強度最大；其次，從 Pulse 訊號分析儀輸出不同頻率之固定電壓，經由電纜線傳送至揚聲器使其振動，此時控制器接受到的雷射測速儀電壓訊號傳回至 Pulse 訊號分析儀；最後，因傳回之電壓訊號為振動板之振動速度，故再利用分析儀做一次積分取得位移-頻率圖。

將位移響應圖（如圖 6-15），根據 Bandwidth Method [11]中之阻尼比（damping ratio）計算式：

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (6.1)$$

便可得到數個共振頻率  $\omega_i$  下之阻尼比，其中  $f_1$ 、 $f_2$  代表位移為  $1/\sqrt{2}$  倍共振頻率點位移所在之頻率；再將各共振頻率  $\omega_i$  之阻尼比  $\xi_i$  代入式(3.22)：

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$$

既可計算出系統阻尼之參數  $\alpha$ 、 $\beta$ 。

### 6-3.3 聲壓與激振器參數之量測

MLSSA 聲壓頻譜儀(如圖 6-16)可量測揚聲器系統之系統參數及聲壓值，各參數之意義如表 6-1 所示，本文中利用此儀器量測激振器之彈波（damper）彈簧常數、音圈出力以及系統之聲壓與自然頻率。

### (一) 激振器參數之量測

其量測原理為先量測原本揚聲器的阻抗與頻率關係，再將近似於揚聲器振動質量的另一附加質量黏著於振動系統上，使其隨原振動系統一起運動，並量測另一組阻抗與頻率，利用兩組數據比較而得到系統的參數；因為需要黏著額外的質量，但光只有音圈不易黏著，所以在附加其他質量前，先在音圈上固定一硬板使其仍具有足夠剛性而在振動過程中作剛體運動。

### (二) 自然頻率之量測

自然頻率之量測是透過由儀器測量系統之阻抗將隨激振頻率改變而產生變化，再觀察其變化來確定自然頻率。當激振頻率達到自然頻率時，因為共振效應造成振動的位移量突然增加，所以在共振頻率點的阻抗值也會突然增加，因此觀察阻抗隨激振頻率之變化即可找出系統的自然頻率。

### (三) 聲壓之量測

將 MLSSA 聲壓頻譜儀接上麥克風，並將麥克風與平面揚聲器架設於無響室內且使麥克風對準振動板之中心，如圖 6-17，再設定量測系統之音圈阻抗、麥克風之量測距離，標準量測距離為 1 公尺，完成設定後即可進行聲壓之量測。

## 第七章 實驗結果與討論

本文中將以五塊不同的振動平板，結合激振器（如圖 7-1）及自製之彈性懸邊所分別組合成之五個平面揚聲器系統來加以討論，而激振器激振的位置均固定於振動板之中心，為方便討論將五個揚聲器系統以編號 1 至編號 5 加以區分，其中系統 1 是以未做任何加勁設計之單純巴沙木板為揚聲板的揚聲器系統（如圖 7-2），系統 2 是以一字形加勁複合材料結構板為揚聲板的揚聲器系統，此一字形肋條的強化方向與巴沙木之木紋方向平行（如圖 7-3），系統 3 是以十字形加勁複合材料結構板為揚聲板的揚聲器系統（如圖 7-4），系統 4 是以雙十字形加勁複合材料結構板為揚聲板的揚聲器系統（如圖 7-5），系統 5 也是以一字形加勁複合材料結構板為揚聲板的揚聲器系統，但其強化之方向為與木紋垂直的方向（如圖 7-6）。

### 7-1 系統參數之量測結果與驗證

#### 7-1.1 激振器參數

量測時固定於音圈上之硬板的重量為 0.922 g，音圈與彈波之總重為 0.758 g，硬板、音圈及彈波三者的重量總和 1.68 g，即為振動系統之運動質量；以 MLSSA 聲壓頻譜儀量測激振器參數之結果整理於表 7-1 中，為確認量測結果的準確性，比較測得之  $M_{ms}$  值與秤重所得之重量，兩者得到之結果非常地接近，由此可知 MLSSA 之量測已相當精準，進而從測得之  $C_{ms}$  值取其倒數，可計算得彈波之彈簧常數為 3430.5 N/m，從量測結果可知音圈的直流阻抗為  $3.4\Omega$ ，但為量測聲壓時所額外連接之線路的電阻值為  $0.6\Omega$ ，而輸入電壓為 4V，所以實際流經音圈之電流為 0.5 安培，流經音圈之電流大小與 BL 值之乘積即為量測聲壓時音圈之推力，其推力大小為 1N。

### 7-1.2 懸邊之彈簧常數

由 HT-9102 電腦伺服控制材料試驗機進行三次的量測，所得到之結果列於表 7-2，所得之平均值為 2012.575 N/m，此為四周之懸邊的彈簧常數總和，將此平均值除以四周邊長 40cm，即可得到由單位長度之彈性懸邊所提供之彈簧常數為 5031.438 N/m<sup>2</sup>。

為驗證所測得之彈簧常數，在懸邊及高硬度碳纖板所構成之系統中，加入激振器以組合成平面揚聲器系統，再由 MLSSA 聲壓頻譜儀量測系統的第一個自然頻率，其值為 56 Hz，而因為所使用的碳纖板剛性很高，所以第一個自然頻率可視為剛體運動，符合  $\omega = \sqrt{K/M}$  之計算式，將測得之懸邊彈簧常數與激振器彈波之彈簧常數相加，即為式子中之 K 值，而 M 值係等於碳纖板之重量 47.1 g，經計算所得之第一個自然頻率為 54.1 Hz，與 MLSSA 儀器測得的 56 Hz 相比，已十分接近，由此可知懸邊彈簧常數之量測結果已相當精準。

### 7-1.3 系統阻尼之實驗結果與模擬

在實驗量測時，以振動板上九個不同位置（如圖 7-7）所量測的結果加以平均，來降低量測時所產生的實驗誤差，但由於訊號處理的原故，造成共振頻率發生的頻率會有約 2Hz~3Hz 的誤差，所以在平均不同位置的量測結果時，便將 ±2 Hz 以內的共振頻率視為同一共振點並將其量測計算出之阻尼比加以平均，而系統 1 至系統 4 之實驗結果整理於表 7-3 至表 7-6。

關於系統阻尼的模擬是以  $\alpha$ 、 $\beta$  為參數，透過上一章節所述之計算式(3.22)：

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$$

而  $\alpha$ 、 $\beta$  之求得係由實驗所能量測出第一個共振頻率與最後一個共振頻率下之阻尼比，代入上式，即可計算出  $\alpha$ 、 $\beta$  的值，將所得之參數代回原式並繪出其在各激振頻率下的阻尼比曲線圖，再與實驗量測所得之阻尼比值加以比對，如圖 7-8 至圖 7-11，觀察比對的結果，可以發現在計算參數  $\alpha$ 、 $\beta$  時所取之兩個共振頻率的頻率範圍最好大於 2000Hz，才能得到較適當的理論模擬參數  $\alpha$ 、 $\beta$ 。

若所取之共振頻率範圍低於 2000Hz，計算出之參數  $\alpha$ 、 $\beta$  所模擬的阻尼比將與實驗結果有很大的差距，如圖 7-8 為系統 1 之比對結果，為改善理論模擬之結果，將原本之頻率範圍分割成不同的頻率區段來加以模擬，頻率區段之分割係以阻尼比隨頻率分佈的趨勢轉折點為區分點，而系統 1 所量測之阻尼比的趨勢轉折點位於 490Hz，故以 490Hz 為區分點將原本之頻率範圍分為兩個頻段來模擬，頻率小於 490Hz 之頻率區段以第一個共振頻率 100Hz 及 490Hz 所得到之阻尼比來計算參數  $\alpha$ 、 $\beta$ ，並以所計算出之參數  $\alpha$ 、 $\beta$  來模擬此頻率區段內之阻尼比分佈，而頻率大於 490Hz 之頻率區段則以 490Hz 及 1080Hz 所得到之阻尼比來計算參數  $\alpha$ 、 $\beta$ ，並以所計算出之參數  $\alpha$ 、 $\beta$  來模擬此頻率區段內之阻尼比分佈，最後再將此兩頻段的模擬結果加以合併並且與實驗數值作比對，如圖 7-12，從比對結果中即可觀察發現分段模擬之結果，對於無法取得大於 2000Hz 之共振頻率範圍的情況，確實能夠得到較為符合實驗數值之理論模擬參數。

## 7-2 ANSYS 分析模型之驗證

碳纖預浸材之材料機械性質係依據 ASTM 法規所求得，如表 7-7，而巴沙木之材料機械性質則以 Roberts[12]中所列之材料性質為參考，如表 7-8，沿木板紋路的方向定為 X 軸方向（即 1 方向），垂直

木紋方向定為 Y 軸方向（即 2 方向）。本文中 ANSYS 的分析主要是模擬系統的簡諧頻率響應，得到各激振頻率下振動板上各點的振幅及相角，再結合根據聲學理論所編寫的 Fortran 聲壓計算程式，將振幅及相角代入理論公式計算，以模擬各揚聲器系統之聲傳行為。

### 7-2.1 自然頻率之收斂性

自然頻率對於簡諧頻率響應分析（Harmonic Analysis）上有很大的影響，若 ANSYS 分析模型的網格分割不夠密，將造成模擬分析上的誤差，所以在更進一步研究系統之模擬分析前，必須先確認 ANSYS 模型所分割之網格密度已經足夠使在分析的頻率範圍內，其分析得到之自然頻率均已達到收斂，網格密度的表示以振動板模型所分割的元素(Element)個數來代表。

分析 0~20 kHz 內的自然頻率，將各個系統以三種逐漸增加的網格密度來探討其分析模型之收斂，圖 7-13 至圖 7-16 分別為揚聲器系統 1 至揚聲器系統 4 的自然頻率收斂圖，從圖中可以看出四個系統之自然頻率都已達到收斂，考量分析運算的時間與精確度，系統 1 至系統 4 之振動板的網格切割分別選擇元素個數為 1292、1382、1336、3074 的分析模型來進行簡諧頻率響應分析。

### 7-2.2 聲壓之收斂性與驗證

在聲學理論中係將振動板視作由無數個點聲源所構成，而在使用有限元素分析來模擬真實狀況時，所切割的元素尺寸大小將影響聲學理論的適用性，元素尺寸愈小是愈接近聲學理論中的點聲源，分析模擬出之聲壓結果也愈準確，但卻也將使分析運算的時間愈長。

以單純巴沙木振動板的揚聲器系統 1 來探討聲壓之收斂，系統 1 之 ANSYS 分析模型的網格密度即以先前分析中已經達到自然頻率收

斂的元素個數 1292 與 3594 來觀察其聲壓收斂情形，其元素之平均面積分別為  $7.43\text{mm}^2$  及  $2.67\text{mm}^2$ ，圖 7-17 為兩者聲壓分析結果之比較，從圖中可以看出在元素尺寸明顯改變時聲壓值仍是相當接近，因此確定以元素面積  $7.43\text{mm}^2$  進行聲壓理論之模擬分析已足夠使分析結果達到收斂，而系統 2 至系統 4 之 ANSYS 分析模型所使用之振動板網格密度均較系統 1 高，所使用之元素最大面積分別為  $6.95\text{mm}^2$ 、 $7.19\text{mm}^2$  及  $3.12\text{mm}^2$ ，進而判斷系統 2 至系統 4 之網格分割亦足以使聲壓之理論模擬值收斂。

在理論模擬的驗證上，由於本文中所研究之揚聲器系統是以巴沙木為天然性的材料，其材料性質較不穩定，且經過複合材料結構板製作中之碳纖成形程序後，也將影響巴沙木之材料性質，為避免此變異性造成聲壓之理論模擬與實驗結果間的誤差，利用材料性質穩定之碳纖材料為振動板材料進行聲壓計算理論的驗證，以尺寸為  $120 \times 80 \times 0.375\text{mm}$  之碳纖積層板[0/90/0]為揚聲器之振動板，此揚聲器系統之 ANSYS 分析模型則與系統 1 之分析模型相同，只差別在分析模型之振動板材料性質的不同，而碳纖積層板揚聲器系統的第一個自然頻率為  $96\text{Hz}$ ，在真實實驗上，因為環境因素及儀器設備本身之電訊造成低於  $100\text{Hz}$  以前之聲壓值無法正確地量出，所以聲壓實驗所得到之數值只探討其大於  $100\text{Hz}$  以後的聲壓數值，圖 7-18 為聲壓實驗與模擬分析之結果比較，從圖中可以看出在大於  $100\text{Hz}$  以後的聲壓實驗值與理論模擬之數值已相當符合，由此比較結果便能確定系統 1 之 ANSYS 分析模型與所使用之聲壓計算式的精確性。

分別以系統 2 至系統 4 之分析模型來模擬碳纖積層板揚聲器系統之聲壓行為，將 ANSYS 分析模型中之兩種振動板材料性質均設定成與碳纖積層板[0/90/0]相同，再模擬分析其聲壓並與碳纖積層板揚聲

器系統所得之實驗值及理論值相比，如圖 7-19，觀察圖中之聲壓曲線發現系統至系統 4 所模擬之結果幾乎與碳纖積層板揚聲器系統模擬之結果完全重合，由此即可確認系統 2 至系統 4 之分析模型在模擬真實系統聲傳行為上的準確性。

### 7-3 加勁設計對平板結構之影響

#### (一) 對於結構剛性

在探討不同之加勁設計對於平板結構剛性的影響，可透過平板在受外力作用時，受力點與非受力點沿作用力方向之位移量的比較，在剛體運動的情況下，受力點與非受力點將有相同的位移量，若兩者位移量之差距愈大則表示平板結構剛性愈弱而平板之變形量愈大。由各揚聲器系統之 ANSYS 分析模型，經過靜力分析可得到振動板上四個不同位置點的位移量，如圖 7-20，點 A、點 B、點 C 位於振動板邊緣上的位置，其外力是一施加於振動板中央的環狀分佈力且總合力為 1 牛頓，而將點 D 視為系統之受力點，當振動板邊緣與受力點的位移量比值愈接近 1 則表示兩者之位移量愈接近而平板之剛性也愈高，反之，若比值愈接近零則表示平板之剛性愈弱而平板之變形量愈大。

表 7-9 為揚聲器系統 1~5 之振動板邊緣位置(點 A、點 B、點 C)與中央受力點(點 D)的位移量比值，從表中系統 1(單純巴沙木板)的數值可以看出巴沙木板的結構剛性不高且變形量也很大，尤其是在垂直木紋的方向，此現象是因為材料機械性質在垂直木紋方向之強度不足才造成結構剛性偏低；在分別將表中系統 2~5 的數值與系統 1 相比較時，可以很明顯的發現在加入強化肋條的方向上，其振動板邊緣與中央受力點的位移量比值都有比較顯著的提高而十分接近 1，由此可知強化肋條確實增加了平板結構之剛性、降低平板的變形，但就

平板整體結構剛性之觀點而言，因為平板整體結構最弱之處為垂直木紋的方向，使得針對平行木紋方向強化的系統 2 只有較未加勁之系統 1 的整體結構剛性稍微提升而已，並沒有如其他三個具加勁平板結構的揚聲器系統般能夠顯著地提升平板整體結構剛性，而由於十字形加勁之系統 3 與雙十字形加勁之系統 4 所使用的加勁設計在結構上是類似於等效結構的設計，所以這兩種系統在整體結構剛性的表現上則並沒有太大的差距。

## （二）對於振動模態

觀察振動系統中節線不在直接激振區域內的前三個自然振動模態，此前三個模態也就是分別造成聲壓曲線中前三個高峰值的共振模態，比較單純巴沙木板之揚聲器系統 1、具一字形加勁複合材料板之揚聲器系統 2 及揚聲器系統 5 的自然振動模態，如圖 7-21 至圖 7-23，從圖中可以看出在單純巴沙木板的振動系統再加入一字形強化肋條後，若強化肋條同時橫跨了原本振動模態中變形的波峰及波谷，則此振動模態的變形將受到肋條的抑制，抑制的效果表現在振動模態上便是原本振動模態的波峰（或波谷）區域在埋入強化肋條後，將被肋條分割成兩個較小的波峰（或波谷）之變形區域，如圖 7-21 中的第三個模態變化成圖 7-22 中的第三個模態；若原本的振動模態在強化肋條橫跨的範圍內只有出現波峰（或波谷），則此範圍內將因為受到強化肋條帶動原本非波峰（或波谷）區域與限制原本波峰（或波谷）區域的變形，而使得肋條橫跨範圍內各點的位移更為一致，此肋條影響的效果表現在振動模態上便是原本振動模態中互相分離的波峰（或波谷）區域在埋入強化肋條後，此互相分離的區域便在肋條橫跨的範圍內被串連與結合，如圖 7-21 中的第二個模態變化成圖 7-22 中的第二

個模態，與圖 7-21 中的第三個模態變化成圖 7-23 中的第三個模態。

對照具一字形加勁複合材料板之揚聲器系統的自然振動模態與具十字形加勁複合材料板之揚聲器系統 3 的自然振動模態（如圖 7-24），發現分別只在平行木紋或垂直木紋方向上加入一字形強化肋條後，若將兩者對於振動板變形的限制效果加以結合，便可得到與十字形加勁設計同等的抑制變形的效果，由此可知對於平板結構的強化是具有疊加（Superposition）效用的；而比較揚聲器系統 3 與具雙十字形加勁複合材料板之揚聲器系統 4 的自然振動模態（如圖 7-25），因為這兩個系統所使用的加勁設計在結構上是類似於等效結構的設計，因此能夠發現這兩個系統之自然振動模態並沒有太大的差別。

從結構剛性與振動模態這兩方面的探討，已能夠瞭解加勁設計之強化肋條對平板結構的影響，不同加勁設計之間的結合能夠滿足疊加原理（Superposition），對於結構振動，不同加勁設計之平板結構也存在著類似等效結構的關係，而加入強化肋條確實能提升結構剛性，但要能夠有效地提升整體結構剛性則需配合整體結構之特性來做強化設計；當揚聲器系統在簡諧激振的過程中，音圈之推力也將因為結構剛性的提升而更有效地傳遞到振動板邊緣，進而降低振動板因為變形所產生之位移量並增加振動板的剛體運動效應。

#### 7-4 聲壓趨勢分析

揚聲器之所以能夠發出聲音是由於激振器產生不同頻率之推力帶動揚聲板產生振動，透過揚聲板之運動而擠壓空氣產生聲音，如圖 7-26，圖中虛線為板子變形之形狀， $u_d$  為振動板變形所產生之位移， $u_r$  為振動板之剛體運動位移，而振動板擠壓空氣的運動位移量便是  $u_d$  及  $u_r$  總和，亦為振動板之振幅，一般而言，平板結構剛性愈弱則

由變形所產生的位移量將高於剛體運動所產生的位移量愈多，因而振動板之變形對於振幅的影響也愈顯著，若振動板只產生單一方向之變形（圖 7-20 中之右圖），則所產生之聲壓值將因為振動板之振幅增加而有明顯的上昇，若振動板在正、負方向均有產生變形（圖 7-20 中之左圖）時，因為兩個方向之變形位移所產生的聲壓在振動板附近將有互相抵銷的現象，所以實際傳遞出去之聲壓也將比只產生單一方向變形的情況還低。

若振動板之振幅只有剛體運動的效應，聲壓值將與音圈推力成正比而不會隨激振頻率跳動，在真實狀況中，振動板之振幅還額外包含了平板變形的效應，當振動板上由於往正、負兩個方向之變形位移相差很大而無法完全互相抵消時，振動板之振幅將比只有剛體運動之效應多出了變形的位移，使得所產生之聲壓值亦將因此而升高，但此現象只發生在某些特定振形的頻率，並在有效共振頻率點時達到聲壓之高峯值，此現象使得聲壓值隨著不同的激振頻率產生起伏落差的變化。具加勁複合材料結構板便是透過加勁設計來增加平板結構之剛性、抑制振動板之變形，進而使激振器之推力能夠更有效地作用到整個振動板，以提高平板剛體運動在振動板受激振運動時的效應，甚至因為平板結構的變化而改變原本系統之自然頻率分佈，使系統於激振頻率範圍內的共振頻率點之間距縮小來避免聲壓值嚴重低落而得到較平緩之聲壓曲線。

比較單純巴沙木板之揚聲器系統 1、一字形加勁複合材料結構板之揚聲器系統 2 及揚聲器系統 5，圖 7-27 為此三個揚聲器系統的實驗聲壓曲線，從圖中可以看出系統 1 之聲壓值起伏落差最大，此現象是因為巴沙木板本身之材料強度偏低、容易變形，而造成變形量較大且激振器之推力於振動板上的傳遞效率偏低，在此剛體運動之位移量偏

低且由變形造成之位移量較大的情況下，將使得在共振頻率點之聲壓值有明顯升高的現象，才造成聲壓值激烈的起伏；而平行木紋方向強化的一字形加勁設計（揚聲器系統 2）亦沒有使聲壓曲線較為平滑，係因為系統 2 使用之加勁設計雖然強化了由於振動板幾何尺寸所造成的結構弱化，可是並沒有針對系統 1 之平板結構剛性最弱之處進行強化，也就是缺乏了垂直木紋方向的結構強化設計，所以整個振動平板結構之剛性無法有效的提升，音圈推力在振動板上傳遞的效果亦無明顯地改善，使得振動板之變形對聲壓值的影響仍十分嚴重，在另一方面卻因埋入強化肋條而增加了振動板之重量，更使得系統 2 所得到之聲壓曲線不但沒有較平滑反而造成聲壓值偏低的現象。

在揚聲器系統 5 中的一字形加勁設計則是針對了未加勁平板之結構強度最弱方向加以強化而有效地提升了平板結構之剛性，使得所呈現出之聲壓曲線已明顯的比系統 1 之聲壓曲線平滑許多，而從聲壓曲線圖（圖 7-21）中可以發現具一字形加勁複合材料結構板之揚聲器系統在 2500Hz 左右之聲壓值卻沒有因為振動板變形量降低與重量增加的因素而低於單純巴沙木之揚聲器系統的聲壓值，此現象係由於 2500Hz 附近能夠有效共振的自然振動模態受到強化肋條的影響而有所改變，如圖 7-28，使得系統在共振時振動板上分別往正、負方向變形的總位移量差距增加而造成聲壓值的提升。

比較揚聲器系統 1 與以十字形加勁複合材料結構板之揚聲器系統 3，圖 7-29 為兩者之實驗聲壓值曲線比較，觀察圖中之聲壓值變化能夠發現揚聲器系統 3 之聲壓值起伏落差已有明顯縮小的趨勢，呈現較平滑之聲壓曲線，此現象是因為十字形加勁設計不僅針對原本單純巴沙木板在垂直木紋方向之結構剛性明顯較弱的缺陷有強化之作用，亦對長度較長之木紋方向進行強化，如前一節所述，使得具十字形加勁

複合材料結構板之平板結構剛性與單純巴沙木板之結構剛性相比有顯著地提升，因而減少了由振動板之變形量所帶來的聲壓起伏，並且使得激振器之推力能夠更有效地傳遞至整個振動板，增加振動板之剛體運動效應，再加上系統 3 比系統 1 之自然頻率分佈還平均，共振頻率之間的時間隔也較小，如圖 7-30 所示，此圖為 ANSYS 分析得到之自然頻率分佈，所以十字形加勁設計之揚聲器系統 3 的聲壓曲線較為平緩且平均聲壓值也較高；在 1500 Hz 及 4000Hz 附近，系統 1 與系統 3 之聲壓值變化趨勢呈現相反的走勢，系統 1 之聲壓值變化是先逐漸降低再逐漸增高，而系統 3 之聲壓值變化則是先逐漸增高而後才逐漸降低，此現象是由於振動板結構的改變造成系統能夠有效共振的自然頻率改變所造成，從圖 7-30 中可以看出在 1500Hz 及 4000 Hz 附近，系統 3 之自然頻率分佈比系統 1 之自然頻率分佈較為密集，也相對地提供較多可產生共振效應的自然頻率，因此在 1500Hz 及 4000Hz 附近系統 1 與系統 3 之聲壓值變化趨勢呈現明顯不同的走勢。

比較十字形加勁複合結構板之系統 3 與雙十字形加勁複合材料結構板之系統 4，這兩個系統之複合結構板之加勁設計是類似於等效結構的概念，將十字形加勁設計中垂直木紋方向之強化肋條分成兩根寬度為原本之半的細肋條，並將之埋入在距原本中央位置左、右各 2cm 的位置，其實驗之聲壓曲線比較如圖 7-31，從圖中可以觀察發現這兩個系統之聲壓變化趨勢相當的接近，只有在 6000Hz 附近系統 4 之聲壓值低落的較為嚴重，此差異係由於具雙十字形加勁複合材料結構板在垂直木紋方向的強化肋條埋入位置並不在音圈激振區域內，使得高頻振動時音圈推力在振動板上的傳遞效果不如系統 3，且系統 4 在 6000Hz 附近的自然頻率分佈也較為稀疏，如圖 7-32 所示，才造成聲壓值嚴重的低落。

## 7-5 聲壓實驗與模擬結果之探討

圖 7-33 至圖 7-36 為系統 1 至系統 4 之聲壓實驗與 ANSYS 模擬結果之比較，觀察實驗與模擬結果的聲壓曲線比較，發現實驗與模擬之聲壓變化趨勢已經很相近，但在聲壓值變化的發生頻率卻有些誤差，由於先前已針對分析模型的收斂性加以探討，確定所利用的分析模型均已達到收斂，而也透過碳纖積層板之聲壓實驗與理論模擬值的比對，確認了所使用的聲壓模擬程序及理論並無錯誤，但由於巴沙木在經過具加勁複合材料結構板之製作過程中的熱壓程序後，使得在實驗中所使用之巴沙木的材料性質與從參考文獻所取得之材料性質間已有差異，且強化肋條之碳纖材料與碳纖複合材料拉伸試片的成型環境亦有所不同，使得強化肋條之碳纖材料性質與輸入分析的數據有了誤差，而阻尼量測時能夠量測計算出阻尼比的頻率不夠高，所計算出之阻尼參數  $\alpha$ 、 $\beta$  無法真實模擬整個實際分析之頻率範圍的阻尼值，因此判斷在系統 1 至系統 4 之實驗與理論模擬間的誤差是由材料機械性質及使用之阻尼參數所造成。

## 第八章 結論與未來研究方向

本文中製作之具加勁複合材料結構板在填入碳纖材料的用量上，比製作相同尺寸而上下表面各疊合一層碳纖預浸材之複合材料三明治板的碳纖材料用量還少了許多，相繼而來的即是重量更輕、材料更省之優點，此優點更是符合了當前科技發展走向的輕薄化，且因為材料的用量較少而更能節省製作成本，所以此強化平板結構之方式將更有值得研究的價值。

在設計加勁肋條之形狀與排列時，必須先瞭解原本系統結構之特性並找出結構強度最不足之處，再針對此缺陷來做不同的加勁設計以達到最有效益地提高平板結構之剛性，例如十字形肋條的加勁設計就是針對巴沙木板垂直木紋方向之強度較弱的缺陷做強化設計，同時也在振動板長度尺寸較長所造成結構剛性降低之方向進行強化，使得整個平板結構之剛性有效地提升，進而表現出較為平滑的聲壓曲線；倘若加入了不適當的加勁設計，不僅毫無改善的效果，甚至因為額外增加了振動板之重量而造成聲壓值的下降，就如同一字形肋條之加勁設計的分析案例。

在探討不同加勁設計對平板結構振動的影響時，我們能夠透過疊加原理來幫助分析，例如將本文中之平行木紋與垂直木紋的一字形加勁設計對平板振動之影響加以疊合，便能找出平板在加入十字形加勁設計後對平板振動的影響，亦可利用等效結構的關係來幫助分析加勁設計對平板結構的影響，例如本文中探討之十字形加勁設計與雙十字形加勁設計；但在討論不同加勁設計之複合材料結構板的聲傳行為時，必須考慮到強化肋條在振動板上埋入之位置與系統激振力作用之區域的關係，激振力直接作用於強化肋條時，在激振頻率逐漸增加的

情況下推力於振動板上才能維持較有效的傳遞效果。

對於未來研究方向，可將加勁設計加以變化，使強化肋條排列之方向不一定要平行或垂直於振動板的邊緣，而能夠有某個特定的夾角角度，亦可改變肋條之幾何形狀而不一定限制在直條形，例如弧線形或雲線型等等，甚至將強化肋條本身的結構加以變化，使其從複合材料積層板之結構轉變成複合材料三明治板的結構，此改變更能減少材料的用量使整體重量更輕，如此對於設計者便能針對結構之需求做出更理想的加勁設計來增強平板結構剛性；而對於分析模擬與實驗結果之間誤差的降低，可建構出巴沙木密度與材料性質間之關係的資料庫，並研究巴沙木在經過製程中之熱壓程序前後的材料性質變化，以更準確的掌握實驗上所用之巴沙木的材料性質，並可製作與強化肋條之碳纖成形條件相同的拉伸試片，來測得巴沙木中強化肋條之真實材料性質，如此使模擬分析更為符合真實的實驗結果，而讓分析者能掌握更多準確之資料來做精確的分析。

## 參考文獻

1. R.M. Jones, "Mechanics of Composite Materials", McGraw-Hill Inc., 1975.
2. R. D. Mindlin, "Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motion of Isotropic, Elastic Plates", J. Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 31-38, 1951.
3. J.M. Whitney, "Shear Correction Factor Laminates under Static Load", J. Applied Mechanics, Vol. 40, pp. 302-304, 1973.
4. W. T. Thomson, "Theory of Vibration with Applications", 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1981.
5. 王柏村編著, "振動學", 全華書局, 台北市, 1996.
6. 卓永剛, "複合材料板之振動與聲射分析", 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2002.
7. 陳正義, "具彈性支承複合材料板之聲傳研究", 國立交通大學機械工程研究所碩士論文, 新竹市, 2003.
8. P.M. Morse and K. U. Ingard, "Theoretical Acoustics", McGraw-Hill Inc., NY, 1968; rpt. Princeton University Press, NJ, pp. 375-379, 1986.
9. T. Shindo, O. Yashima and H. Suzuki, "Effect of Voice-Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones", Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 28, No. 1, pp. 31-51, 1997.
10. C. C. Tan and C. I. Hird, "Active Control of the Sound Field of a Constrained Panel by an Electromagnetic Actuator-an Experimental

- Study”, *Applied Acoustics*, Vol. 52, No. 1, pp. 31-51, 1997.
11. R. W. Clough and J. Penzien, “Dynamics of Structures”, McGraw-Hill Inc., pp. 69-73, 1975.
  12. J.C. Roberts et al., “Buckling, Collapse and Failure Analysis of FRP Sandwich Panels”, *Composites: Part B*, Vol. 33, pp. 315-324, 2002.



表 6-1 MLSSA 的 T-S 參數對照表

T-S 參數	物理意義
Fs	最低共振頻率
Re	線圈之直流電阻
Mms	振動系統之質量
Cms	系統之柔度，即彈性係數 K 之倒數
BL	系統動態激振力量因子

表 7-1 激振器參數量測結果

T-S 參數	第一次量測	第二次量測	平均
Fs (Hz)	224.16	224.68	224.42
Re ( $\Omega$ )	3.38	3.42	3.40
Mms (g)	1.75	1.70	1.725
Cms ( $\mu M / Newton$ )	288	295	291.5
BL (Telsa-m)	2.05	2.02	2.035

表 7-2 懸邊之彈簧常數量測結果

	第一次	第二次	第三次	平均
彈簧常數 (N/m)	2015.1	1995.03	2027.625	2012.575

表 7-3 系統 1 之阻尼實驗結果

激振頻率 (Hz)	阻尼比 (damping ratio)
100	0.08256
253	0.05526
432	0.02863
490	0.02954
684	0.04669
724	0.04917
1080	0.11434

表 7-4 系統 2 之阻尼實驗結果

激振頻率 (Hz)	阻尼比 (damping ratio)
102	0.08201
226	0.06386
450	0.03257
768	0.03374
2700	0.09305
2736	0.0976

表 7-5 系統 3 之阻尼實驗結果

激振頻率 (Hz)	阻尼比 (damping ratio)
109	0.0936
369	0.04201
470	0.03463
859	0.0426
872	0.04092
991	0.04447
2790	0.1049

表 7-6 系統 4 之阻尼實驗結果

激振頻率 (Hz)	阻尼比 (damping ratio)
104	0.08727
378	0.03794
480	0.03418
778	0.03692
2340	0.08807

表 7-7 碳纖預浸材之材料機械性質

Property	Carbon/epoxy
$E_1$	147.503GPa
$E_2$	9.223GPa
$E_3$	9.223GPa
$\nu_{12}$	0.306
$\nu_{13}$	0.306
$\nu_{23}$	0.25
$G_{12}$	6.8355Gpa
$G_{13}$	6.8355Gpa
$G_{23}$	1.1229GPa
$\rho$ (密度)	1747 Kg/m <sup>3</sup>



表 7-8 巴沙木之材料機械性質

Property	Balsa Wood
$E_1$	3.7GPa
$E_2$	0.055GPa
$E_3$	0.055GPa
$\nu_{12}$	0.02
$\nu_{13}$	0.02
$\nu_{23}$	0.5
$G_{12}$	0.01Gpa
$G_{13}$	0.01Gpa
$G_{23}$	0.0067GPa
$\rho$ (密度)	153.83 Kg/m <sup>3</sup>

表 7-9 系統 1~5 之振動板非受力點與受力點的位移量比值

	位移量比值		
	A / D	B / D	C / D
系統 1 (單純巴沙木板)	0.842	0.249	0.228
系統 2 (一字形加勁設計-平行木紋)	0.98	0.297	0.248
系統 3 (十字形加勁設計)	0.977	0.968	0.538
系統 4 (雙十字形加勁設計)	0.96	0.93	0.644
系統 5 (一字形加勁設計-垂直木紋)	0.902	0.984	0.573



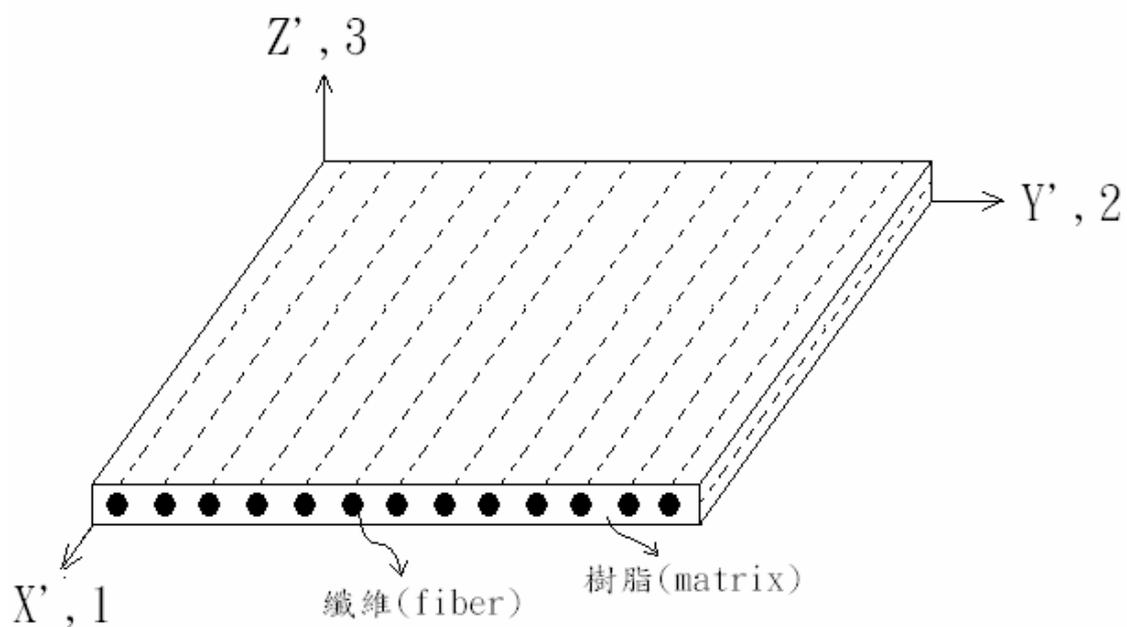


圖 2-1 纖維複合材料層板座標系統示意圖

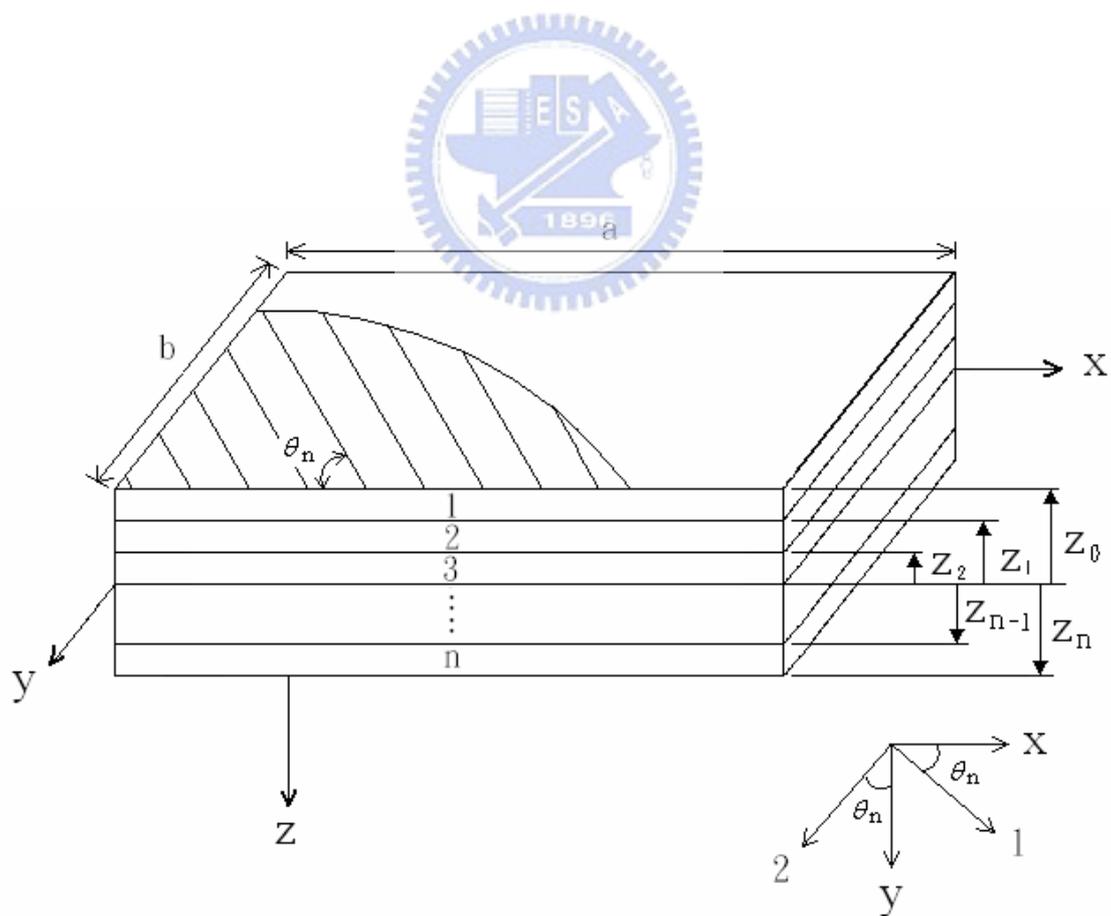


圖 2-2 複合材料積層板座標系統

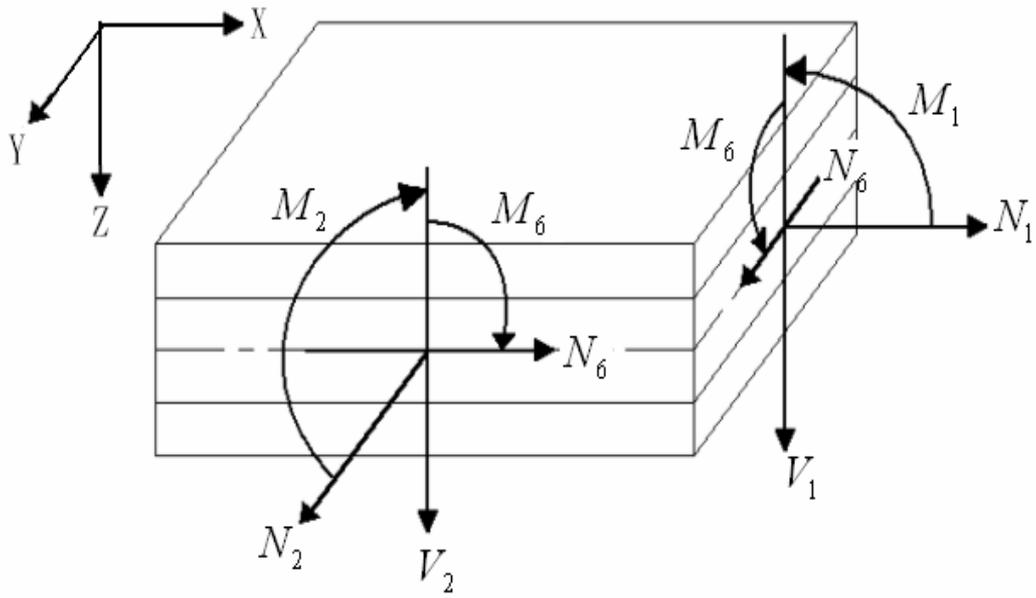


圖 2-3 複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩

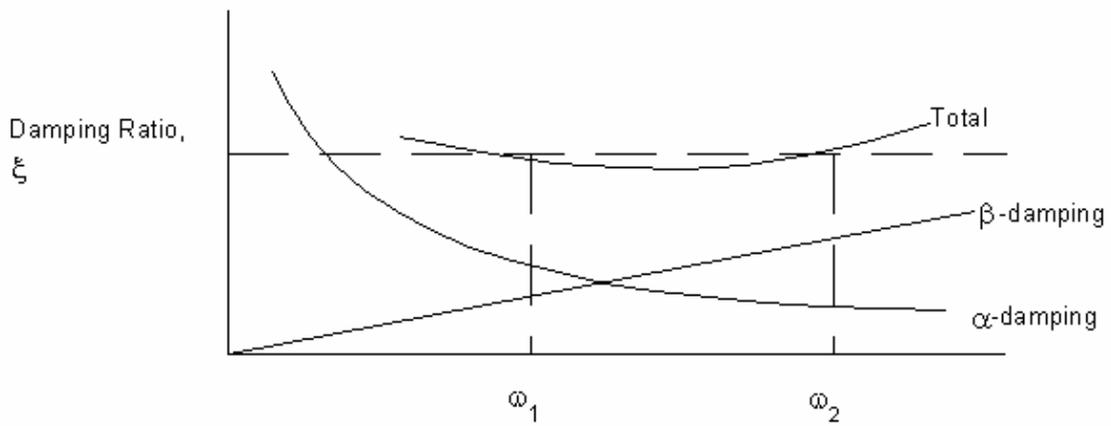


圖 3-1 阻尼比與頻率之關係圖

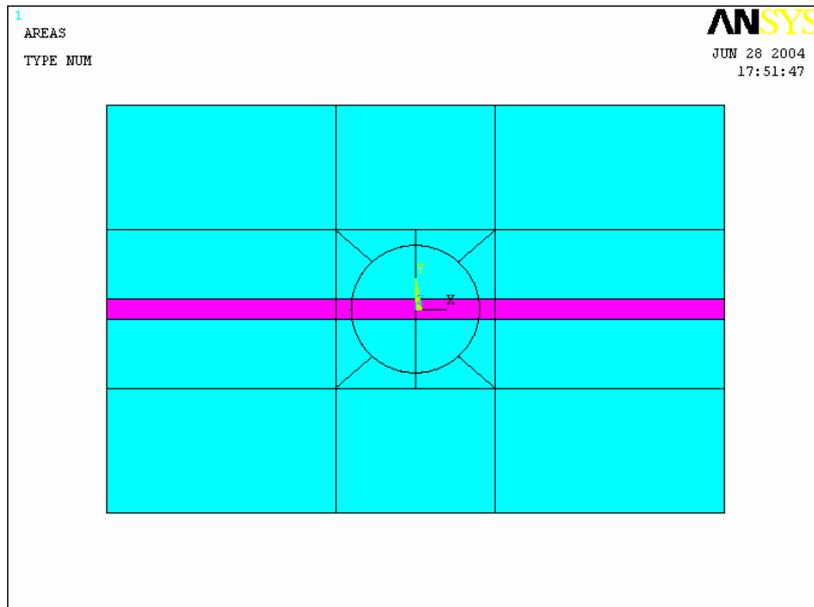


圖 4-1 振動板分析模型之面積切割圖

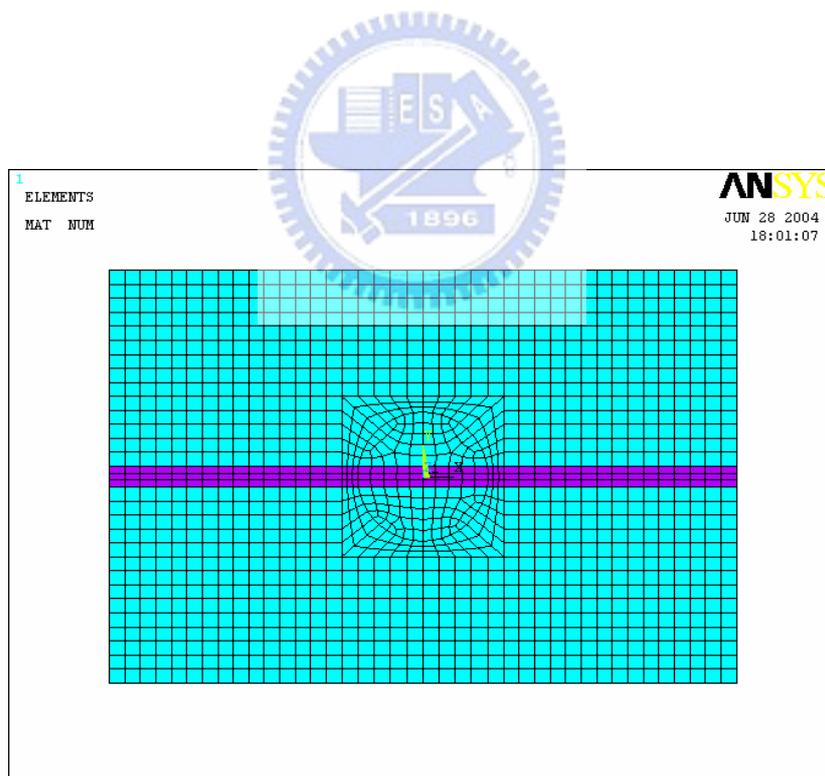


圖 4-2 振動板分析模型之網格分割圖

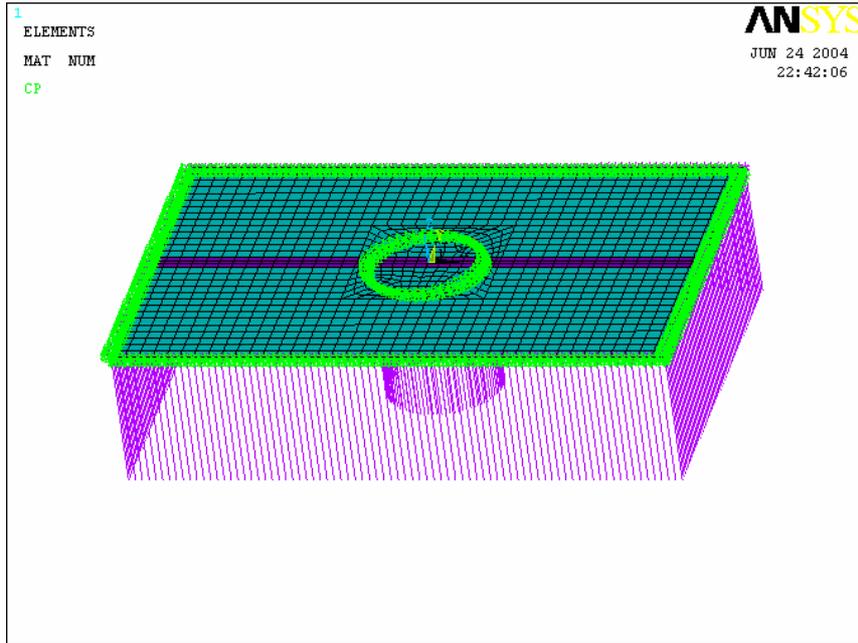


圖 4-3 ANSYS 分析模型之完成圖

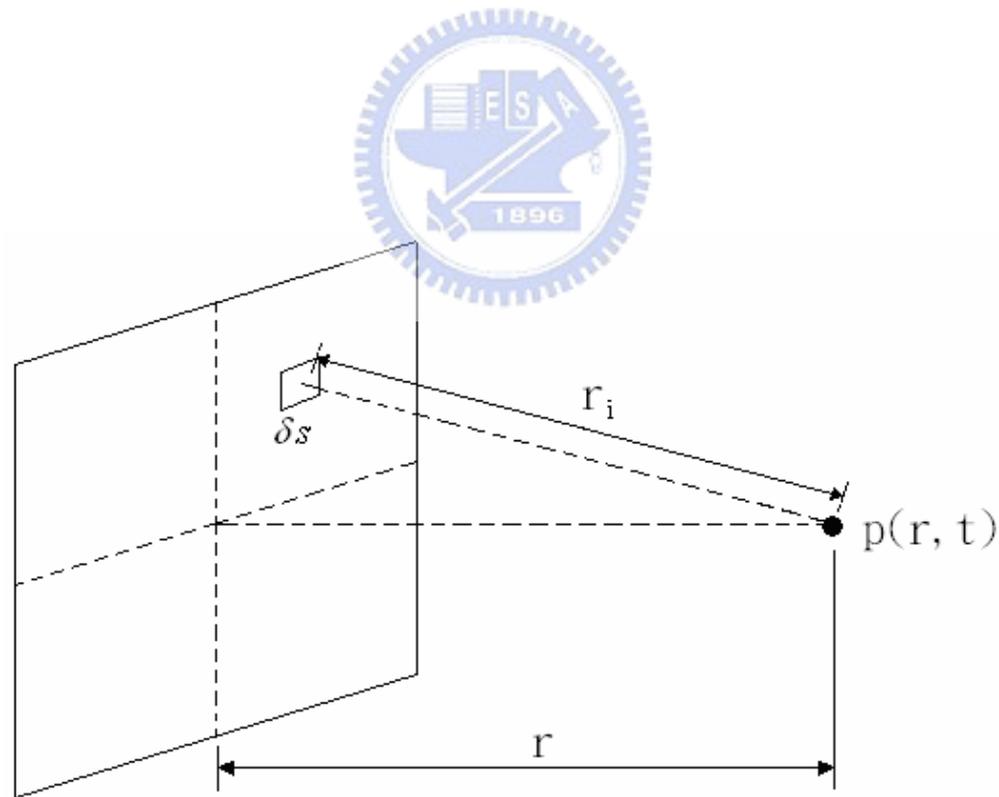


圖 5-1 振動板之聲場示意圖

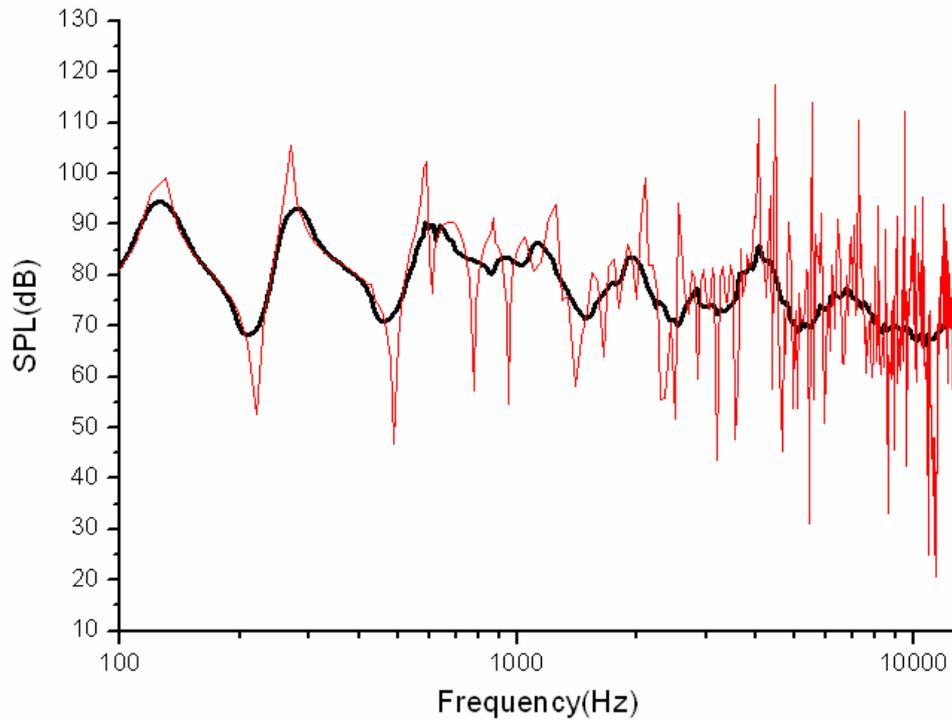
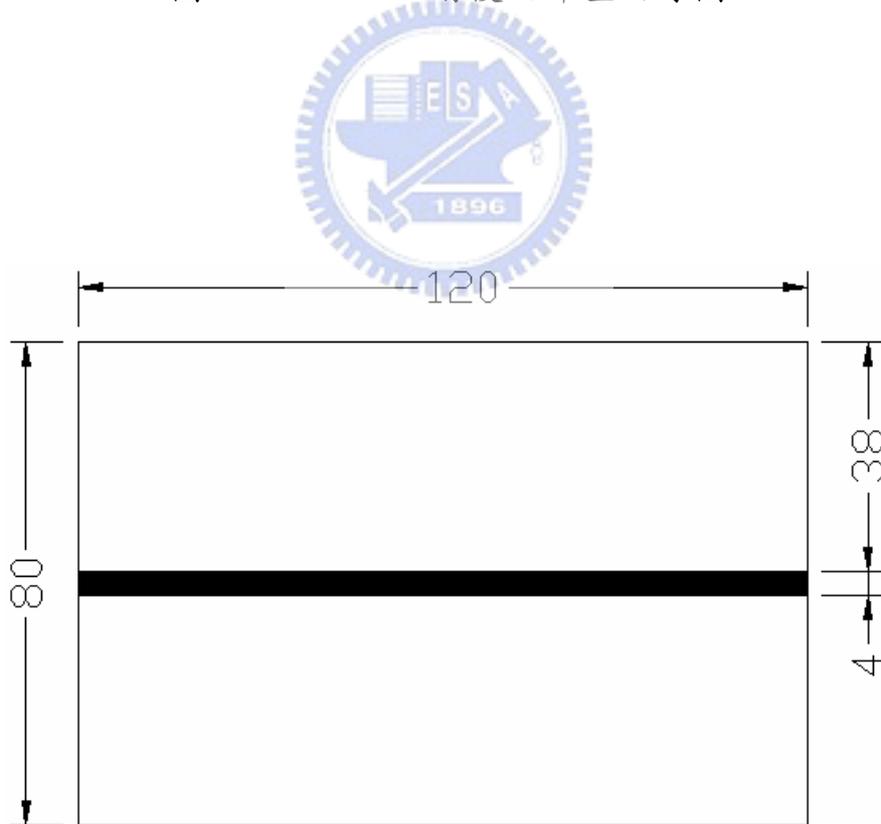


圖 5-2 Smooth 前後之聲壓曲線圖



單位：mm

圖 6-1.1 一字形肋條之加勁設計（平行木紋方向）

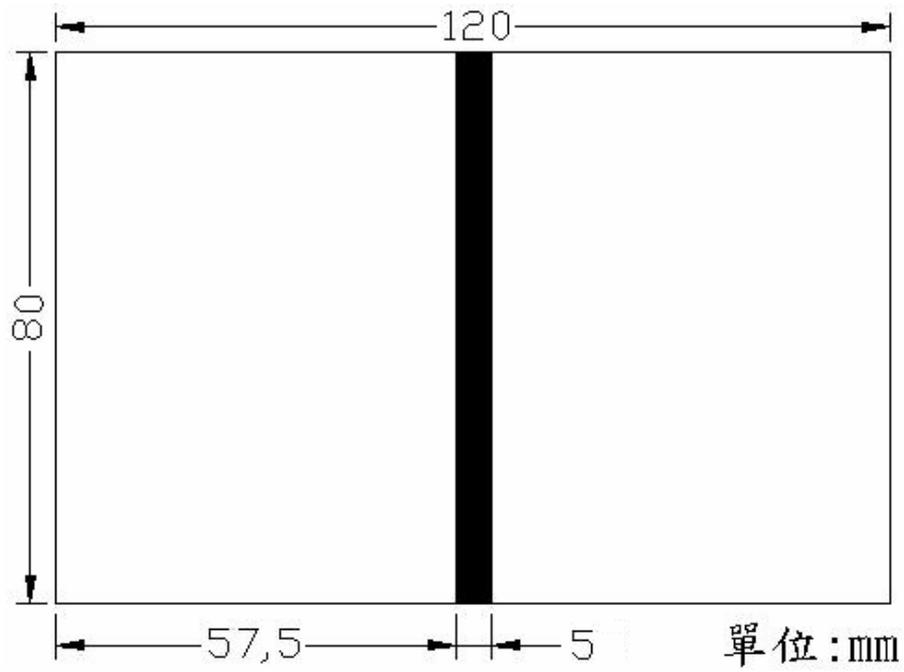


圖 6-1.2 一字形肋條之加勁設計（垂直木紋方向）

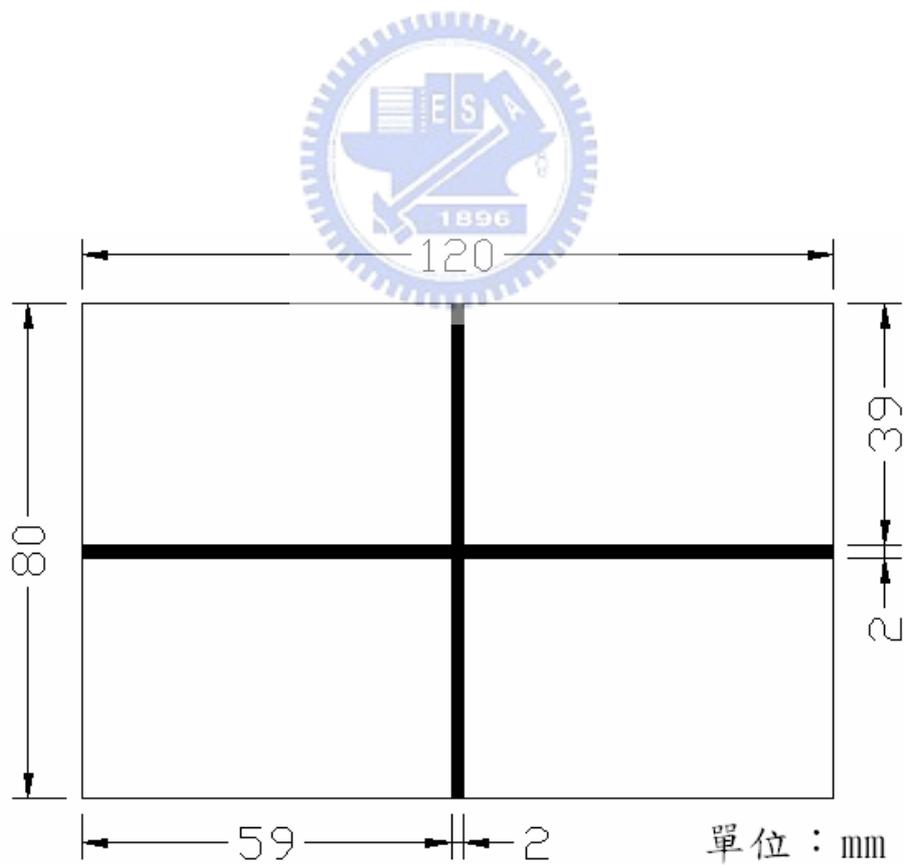


圖 6-2 十字形肋條之加勁設計

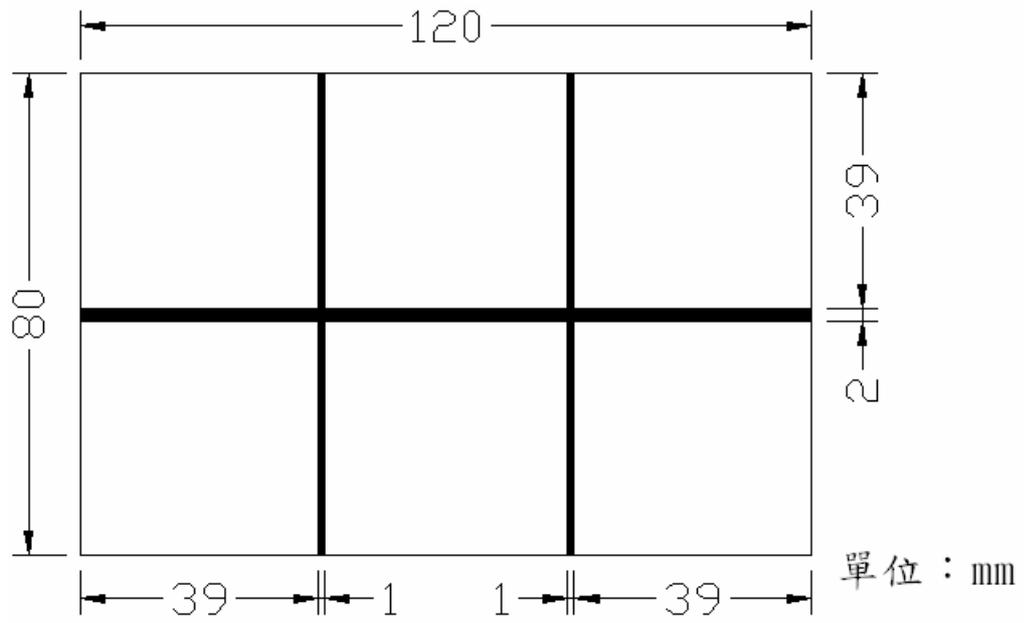


圖 6-3 雙十字形肋條之加勁設計

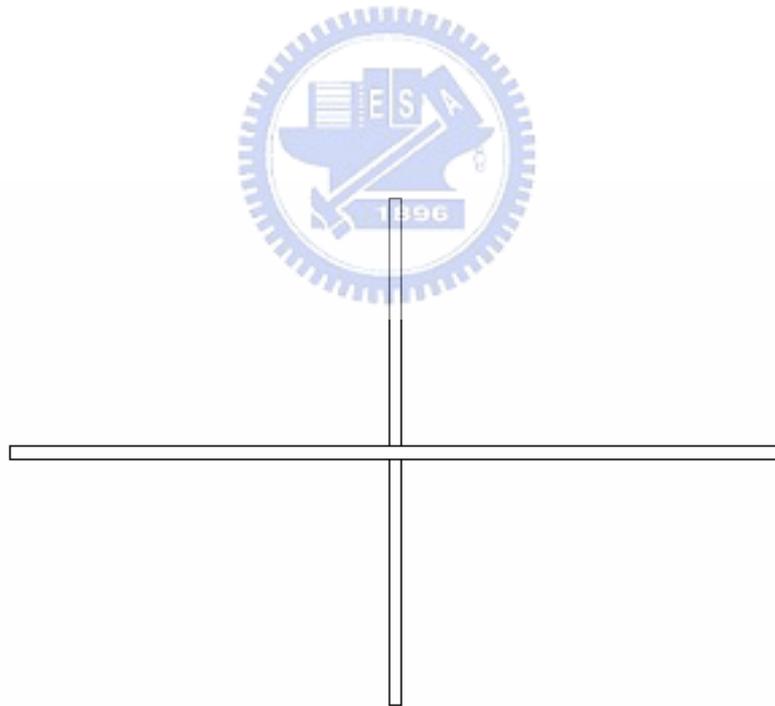


圖 6-4.1 十字形肋條之疊層單位 1 及疊層單位 4 的碳纖維排列

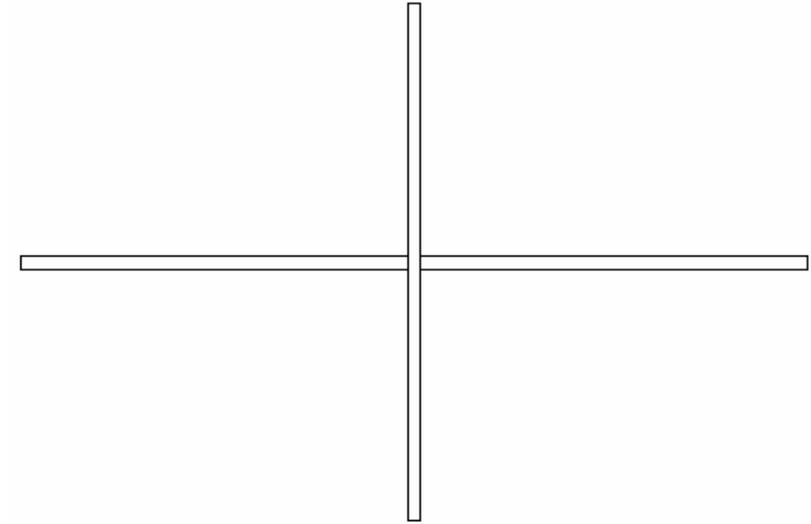


圖 6-4.2 十字形肋條之疊層單位 2 及疊層單位 3 的碳纖維排列

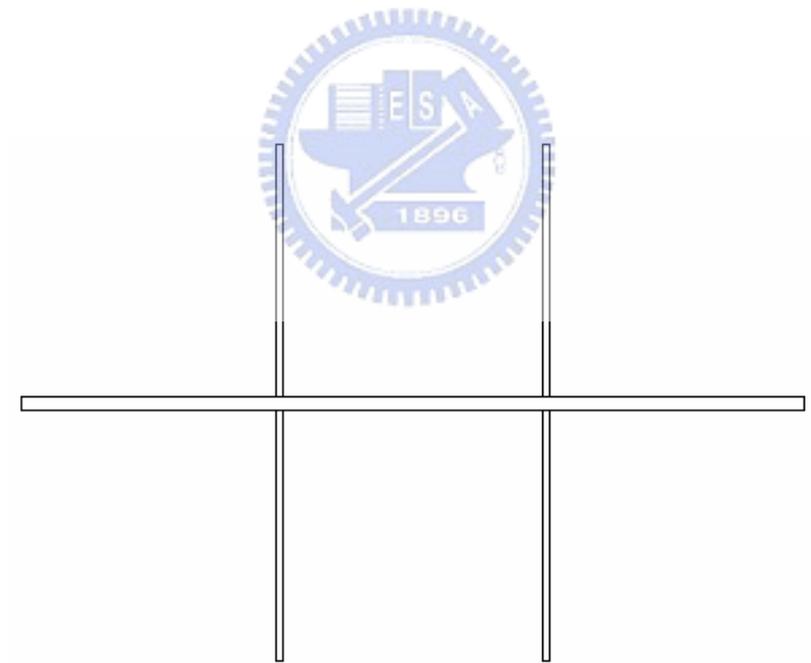


圖 6-5.1 雙十字形肋條之疊層單位 1 及疊層單位 4 的碳纖維排列

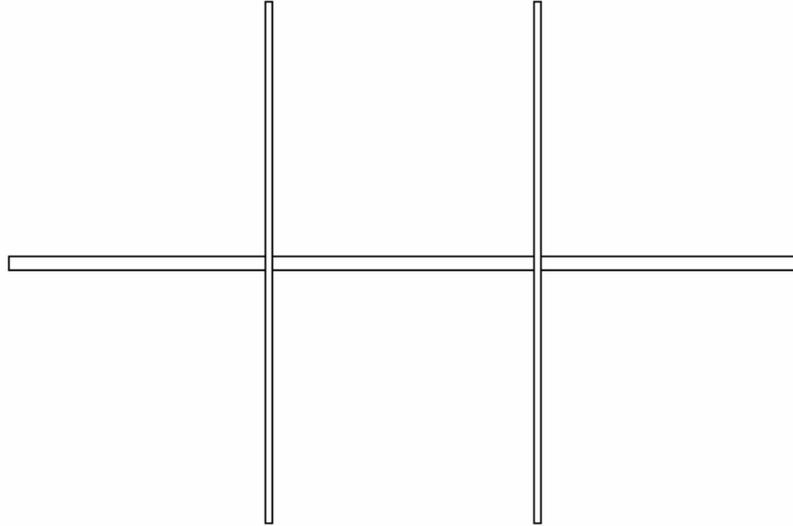


圖 6-5.2 雙十字形肋條之疊層單位 2 及疊層單位 3 的碳纖維排列

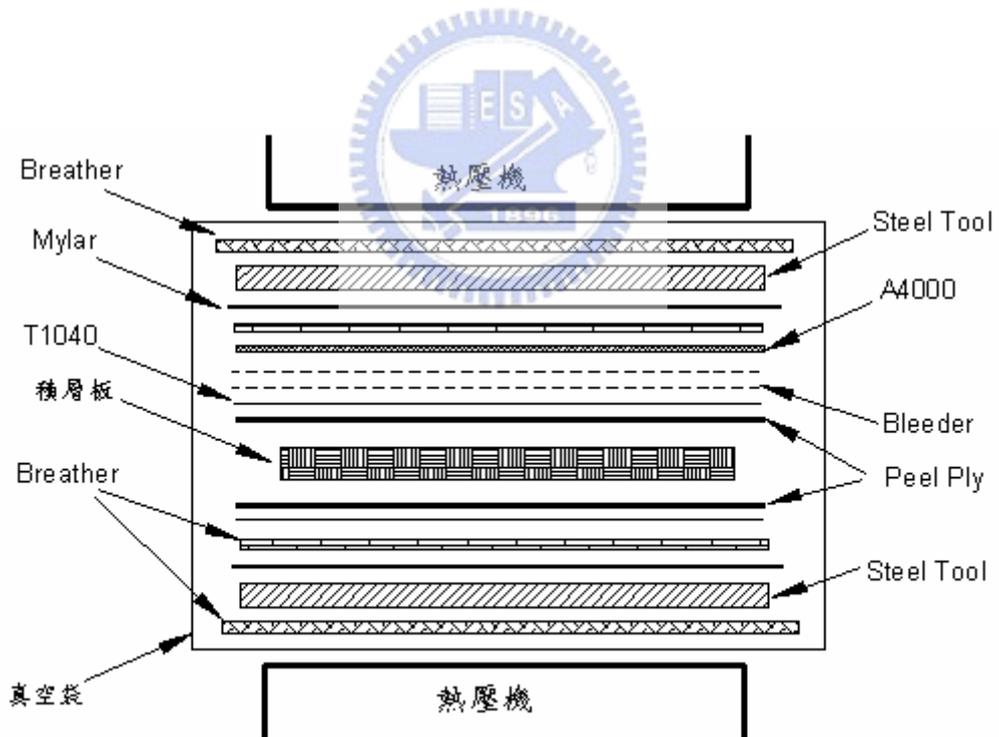


圖 6-6 輔助材料疊層順序



圖 6-7 熱壓機

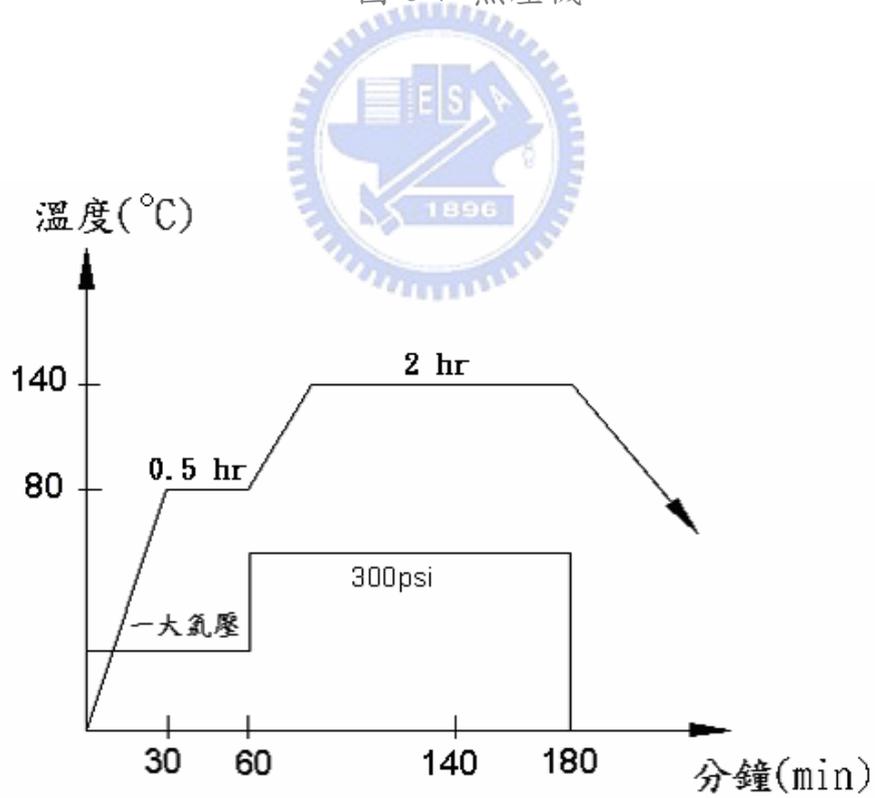


圖 6-8 複合材料積層板加熱加壓硬化之時程圖

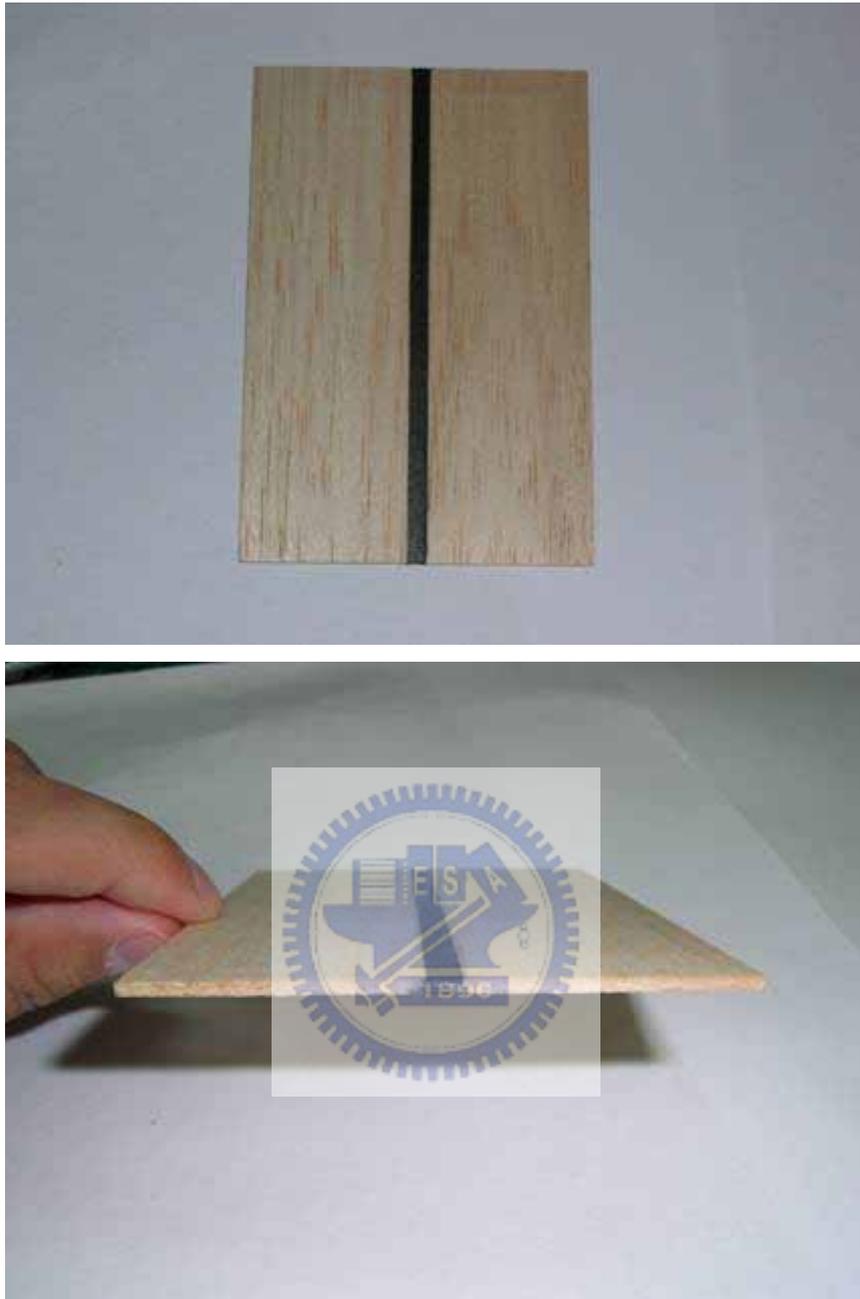


圖 6-9.1 一字形加勁設計之複合材料結構板（平行木紋方向）



圖 6-9.2 一字形加勁設計之複合材料結構板（垂直木紋方向）

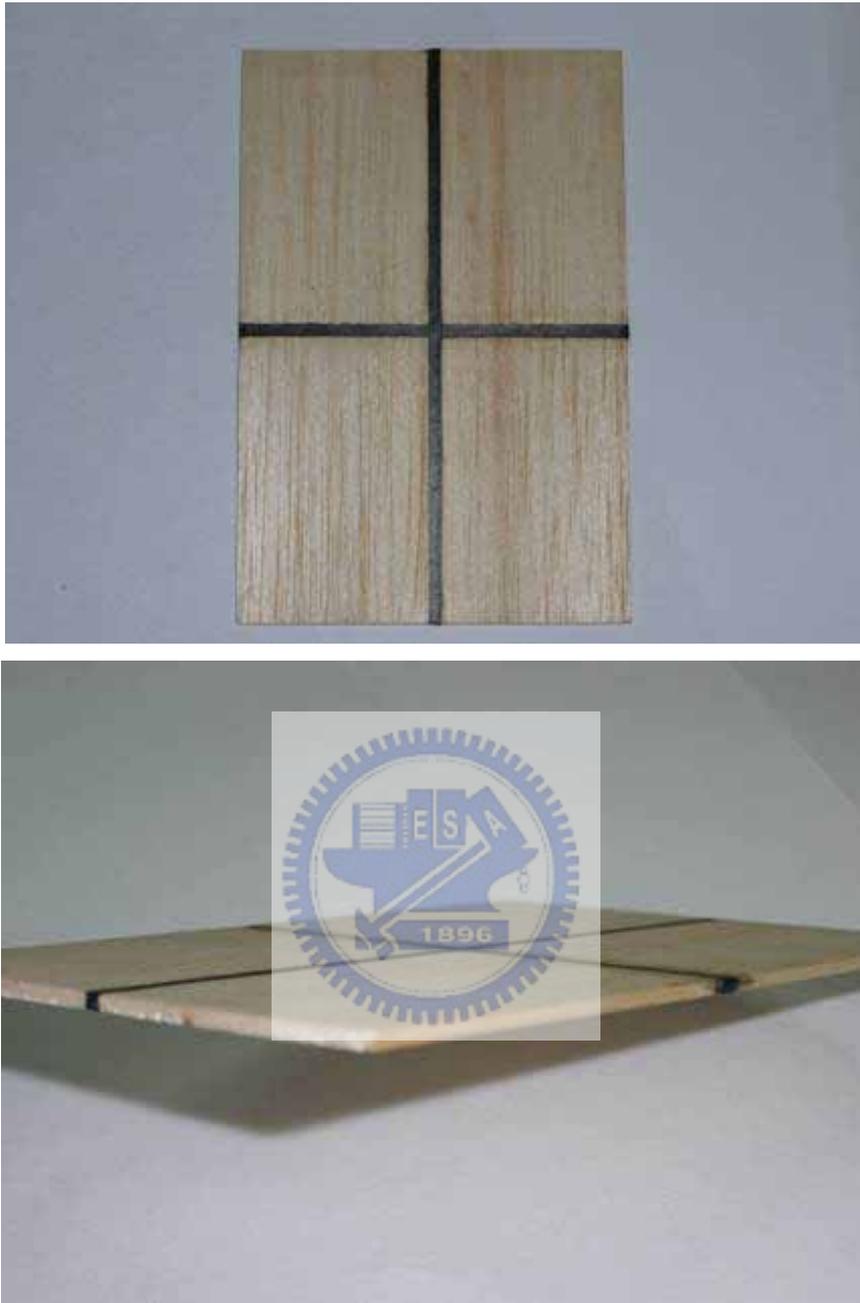


圖 6-9.3 十字形加勁設計之複合材料結構板



圖 6-9.4 雙十字形加勁設計之複合材料結構板



圖 6-10 製作懸邊之模具



圖 6-11 半圓弧形懸邊



圖 6-12 弘達 HT-9102 電腦伺服控制材料試驗機



圖 6-13 固定於框架之懸邊與碳纖板

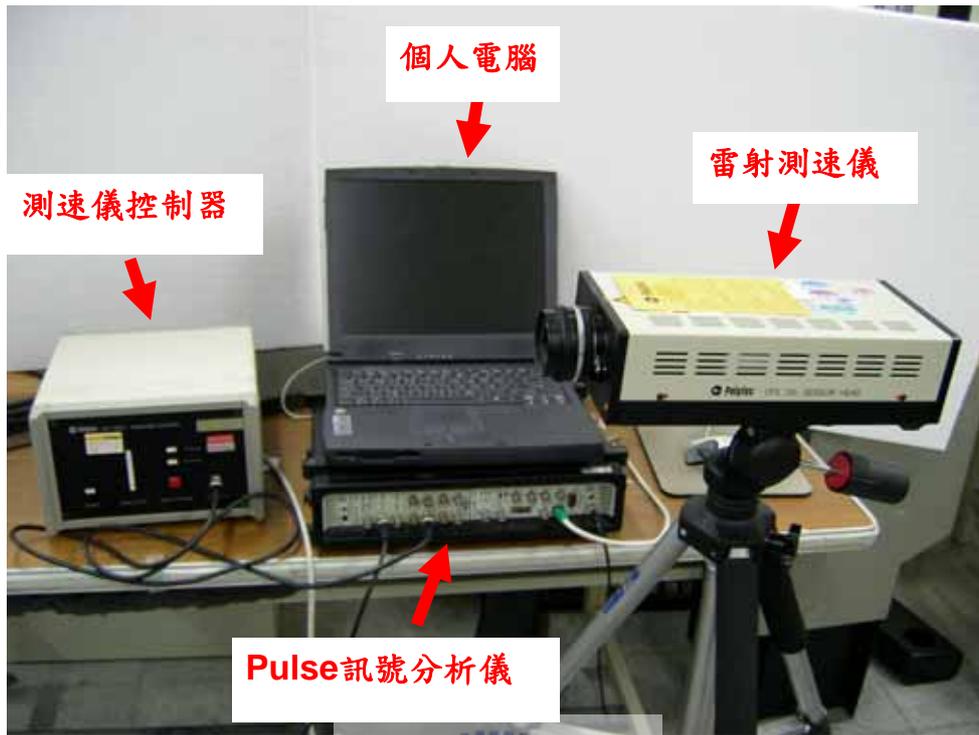


圖 6-14 雷射測速儀

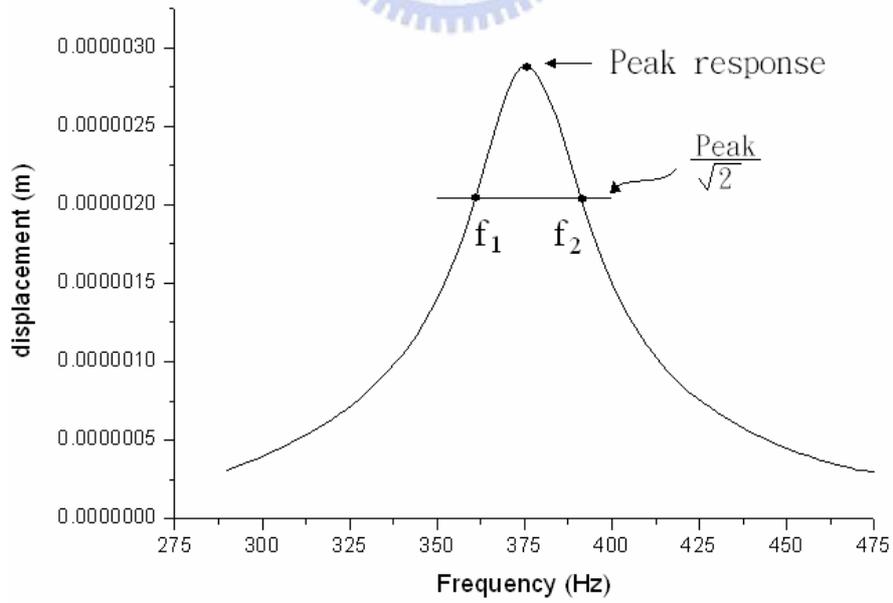


圖 6-15 位移響應圖



圖 6-16 MLSSA 聲壓頻譜儀

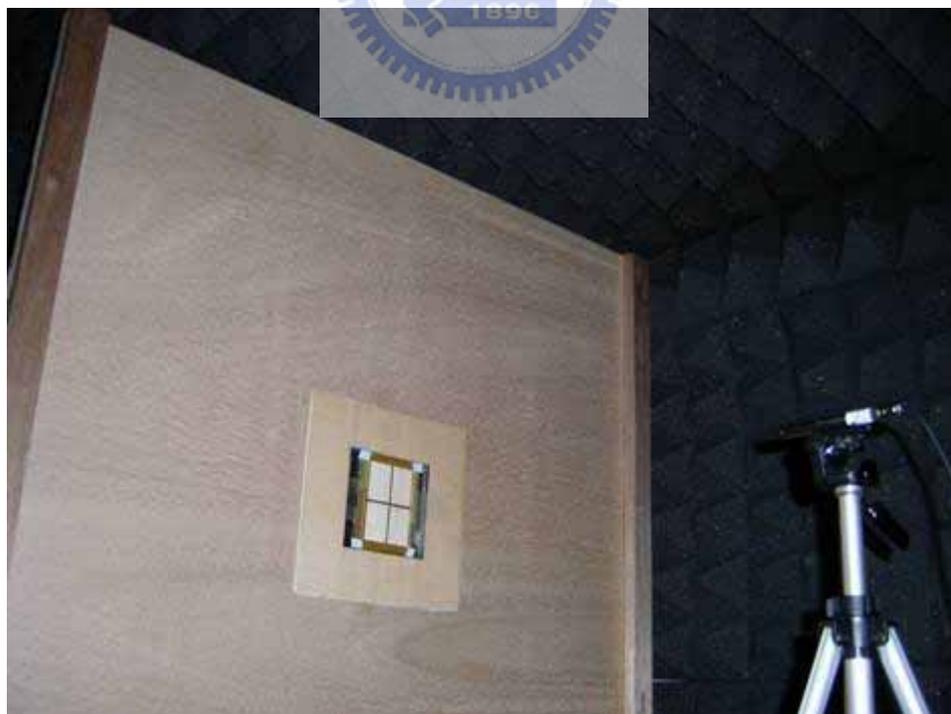


圖 6-17 麥克風與揚聲器之架設



圖 7-1 激振器



圖 7-2 揚聲器系統 1



圖 7-3 揚聲器系統 2



圖 7-4 揚聲器系統 3

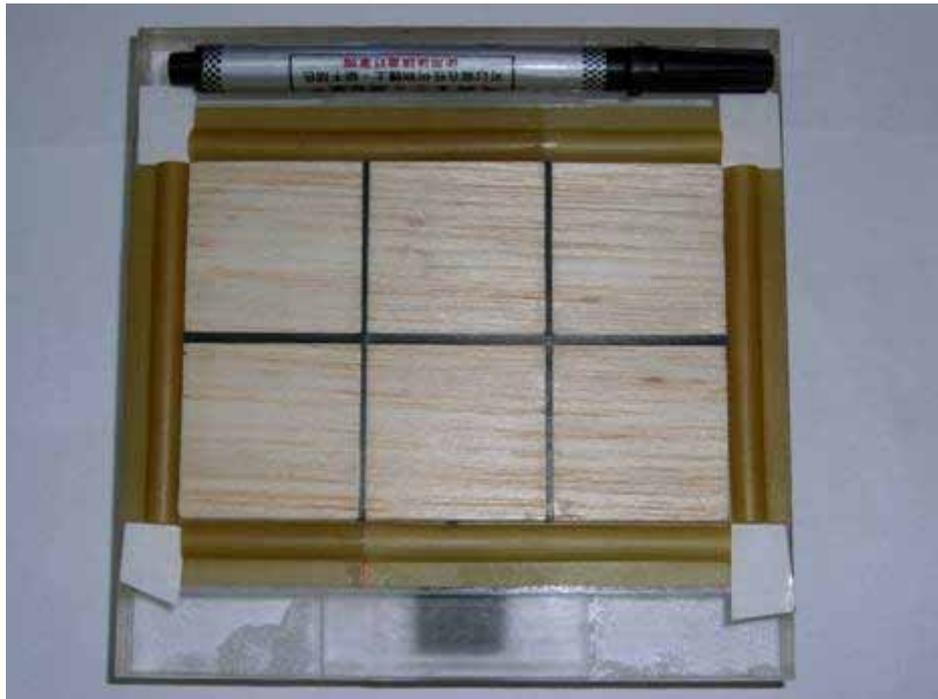


圖 7-5 揚聲器系統 4



圖 7-6 揚聲器系統 5

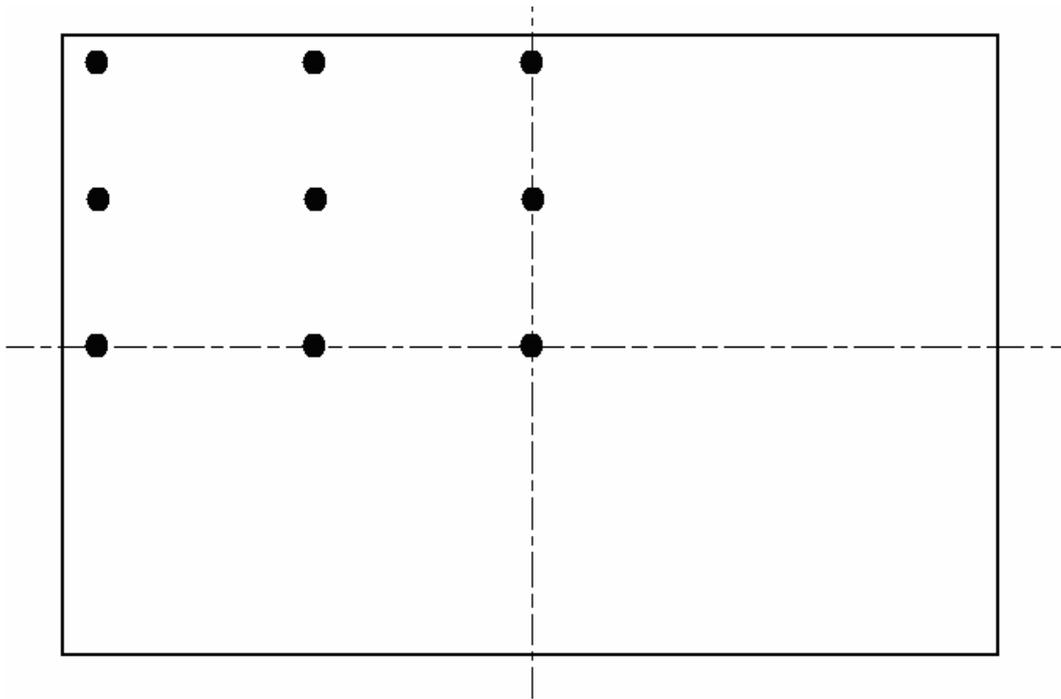


圖 7-7 振動板之九個阻尼量測點

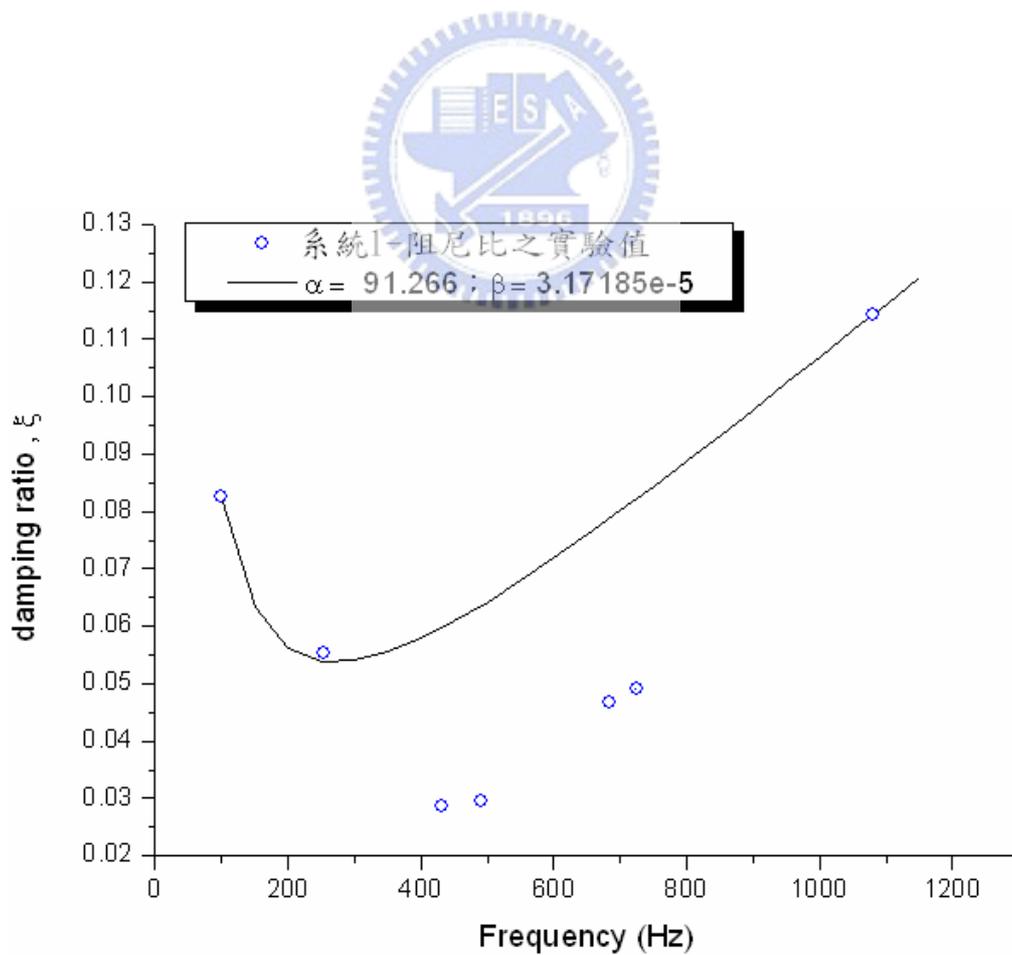


圖 7-8 系統 1-阻尼比實驗值與理論模擬之比對

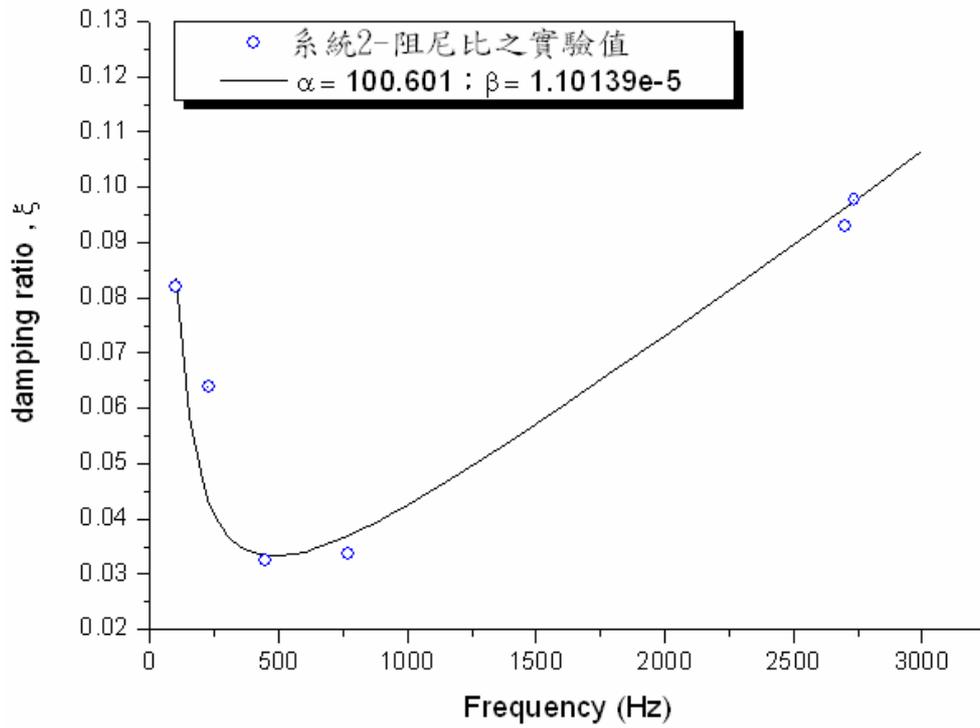


圖 7-9 系統 2-阻尼比實驗值與理論模擬之比對

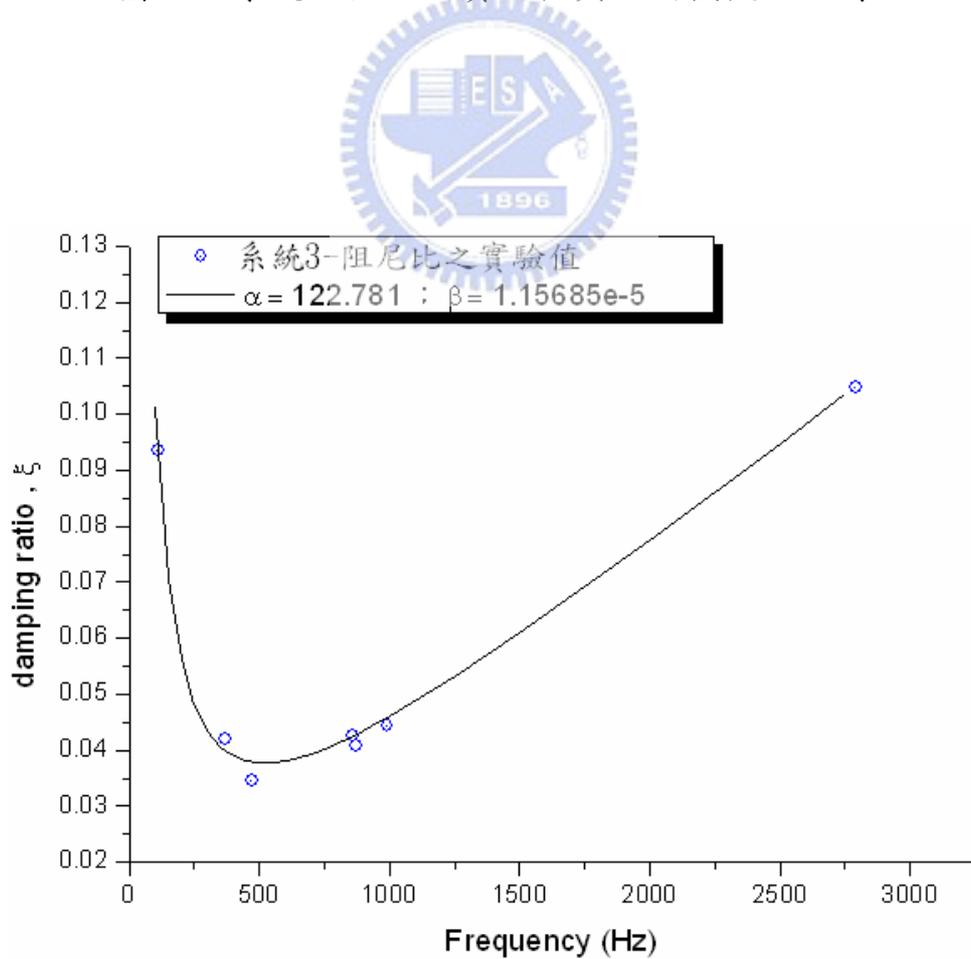


圖 7-10 系統 3-阻尼比實驗值與理論模擬之比對

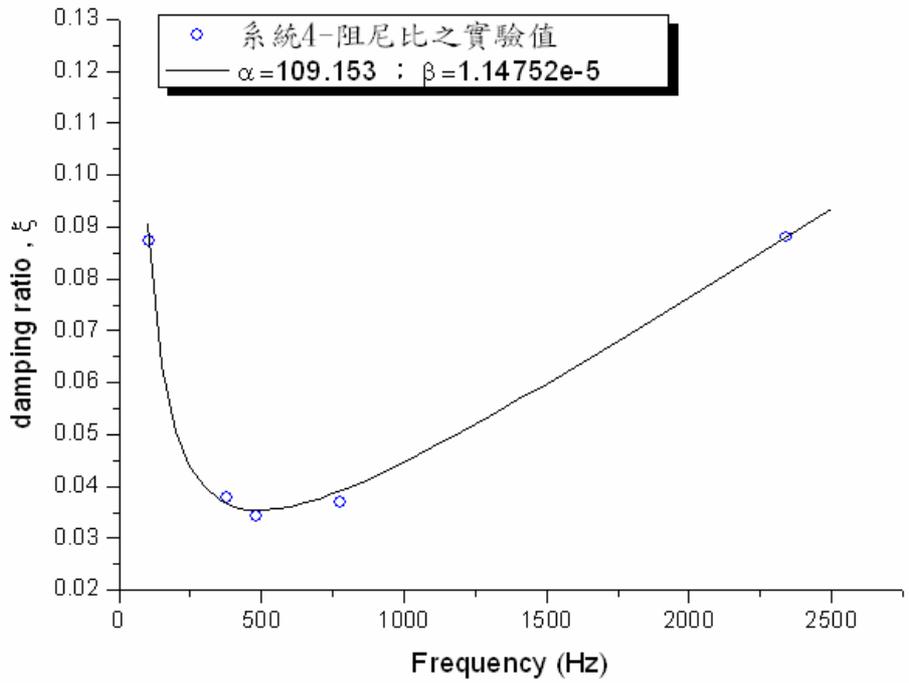


圖 7-11 系統 4-阻尼比實驗值與理論模擬之比對

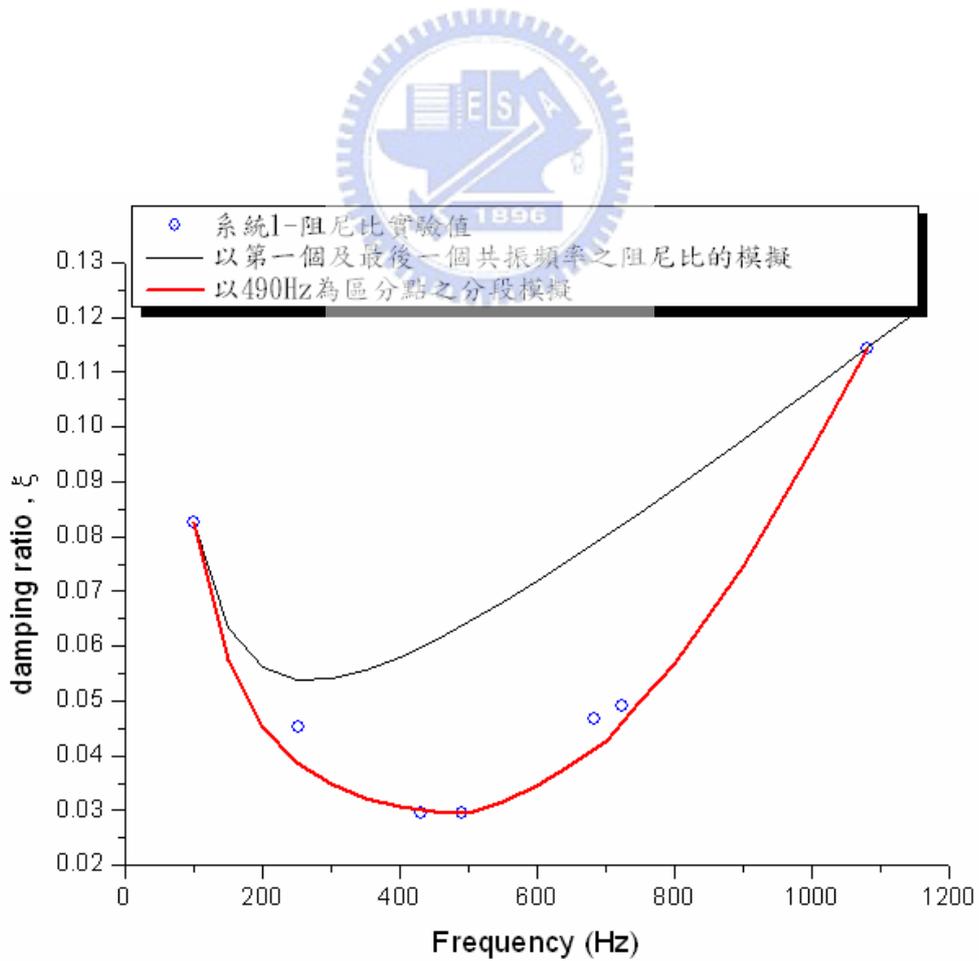


圖 7-12 系統 1 之阻尼比分段模擬之結果

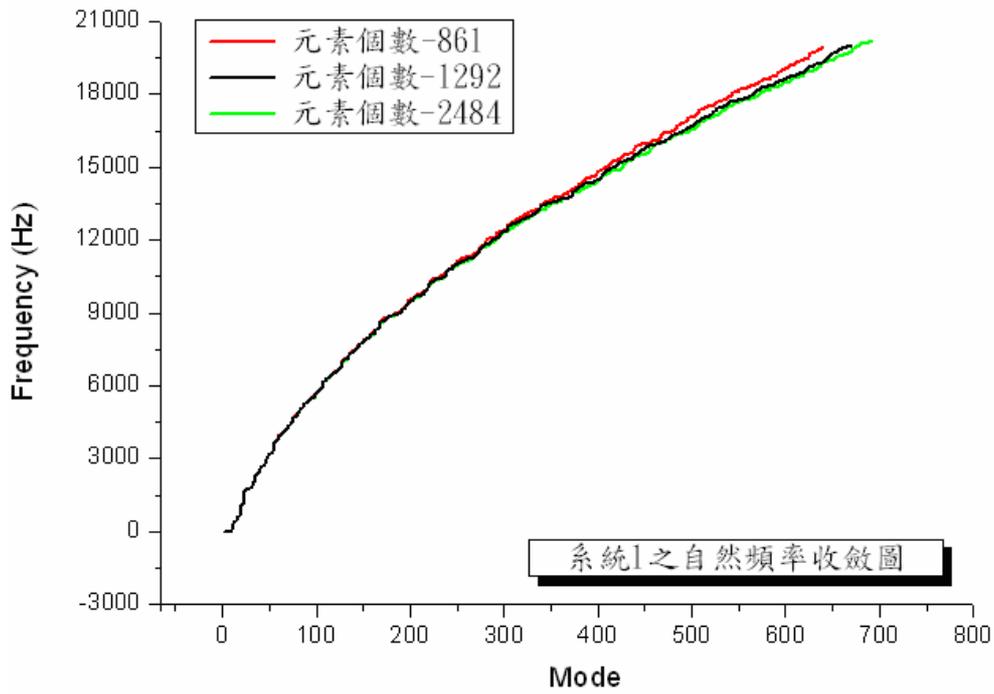


圖 7-13 系統 1 之自然頻率收斂圖

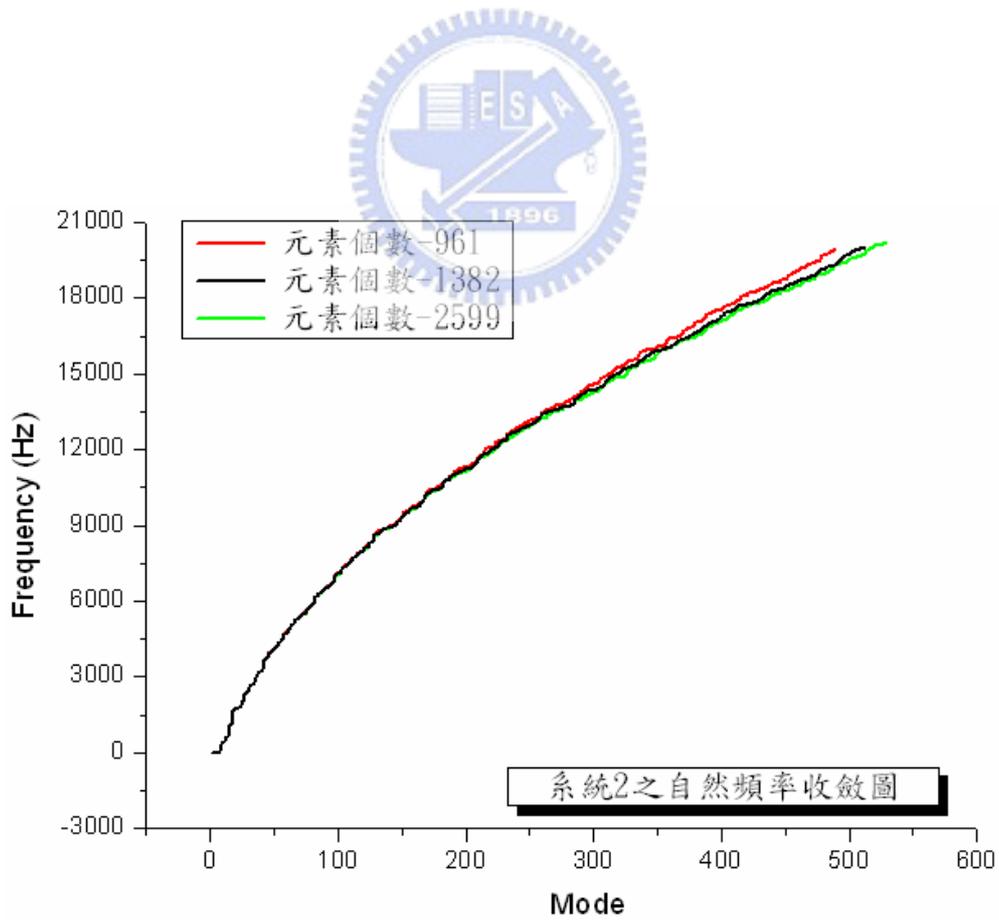


圖 7-14 系統 2 之自然頻率收斂圖

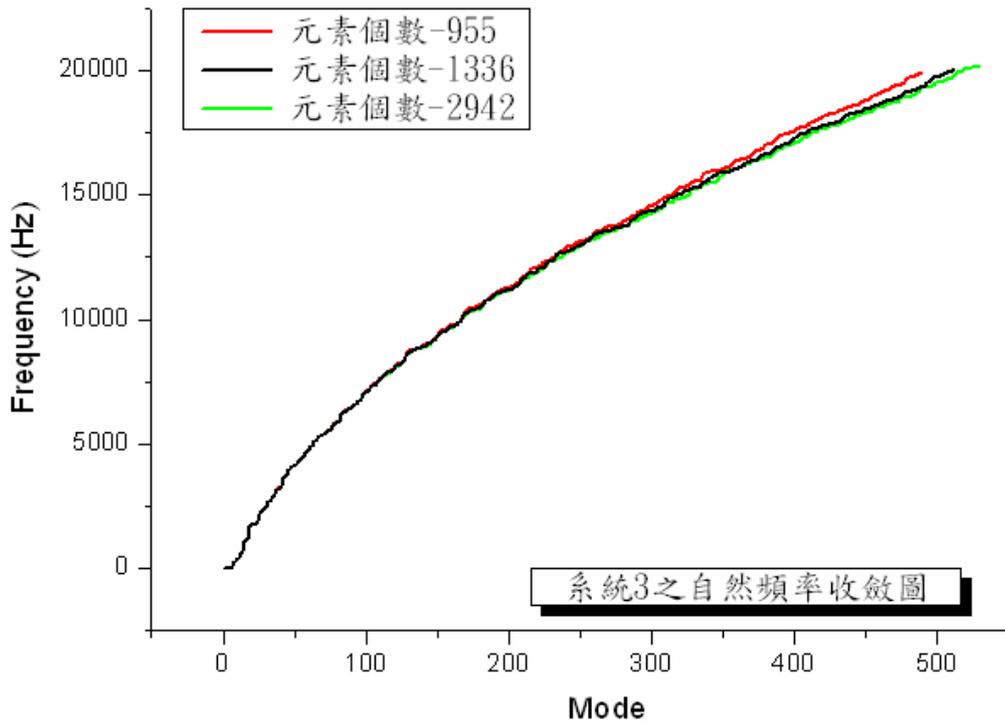


圖 7-15 系統 3 之自然頻率收斂圖

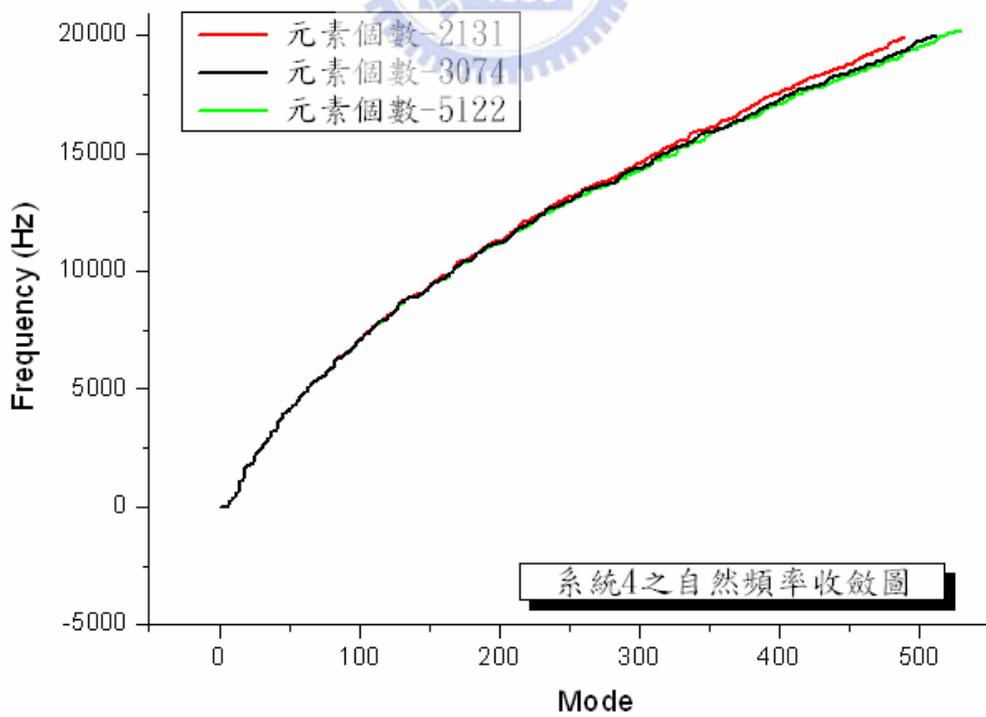


圖 7-16 系統 4 之自然頻率收斂圖

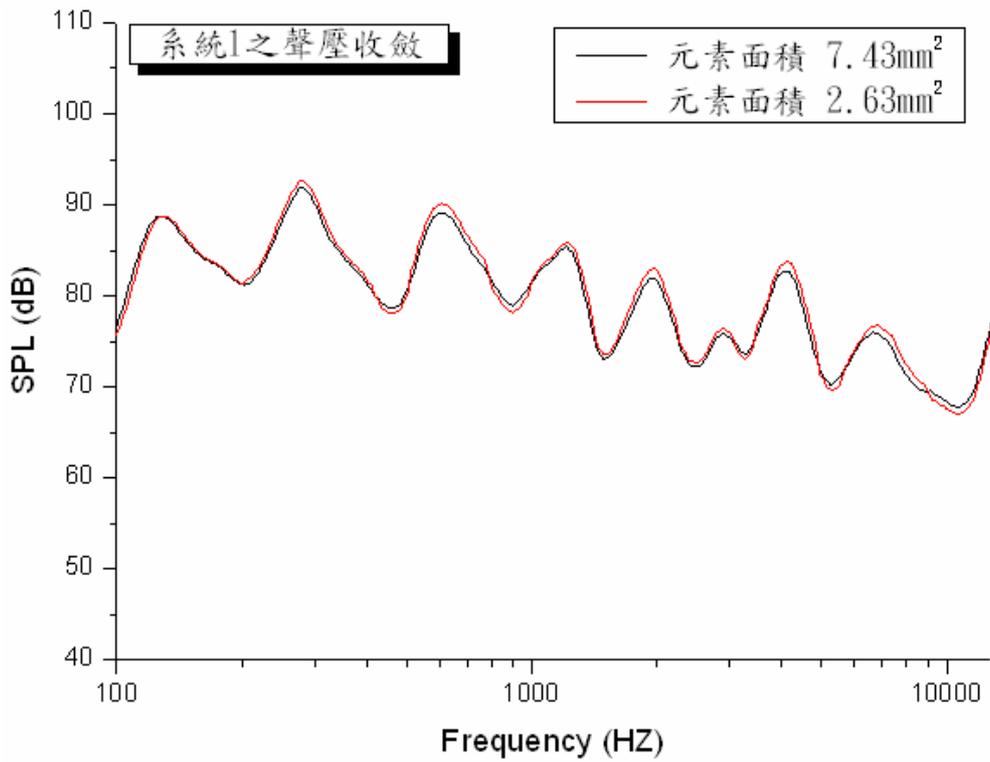


圖 7-17 系統 1 之聲壓值的收斂

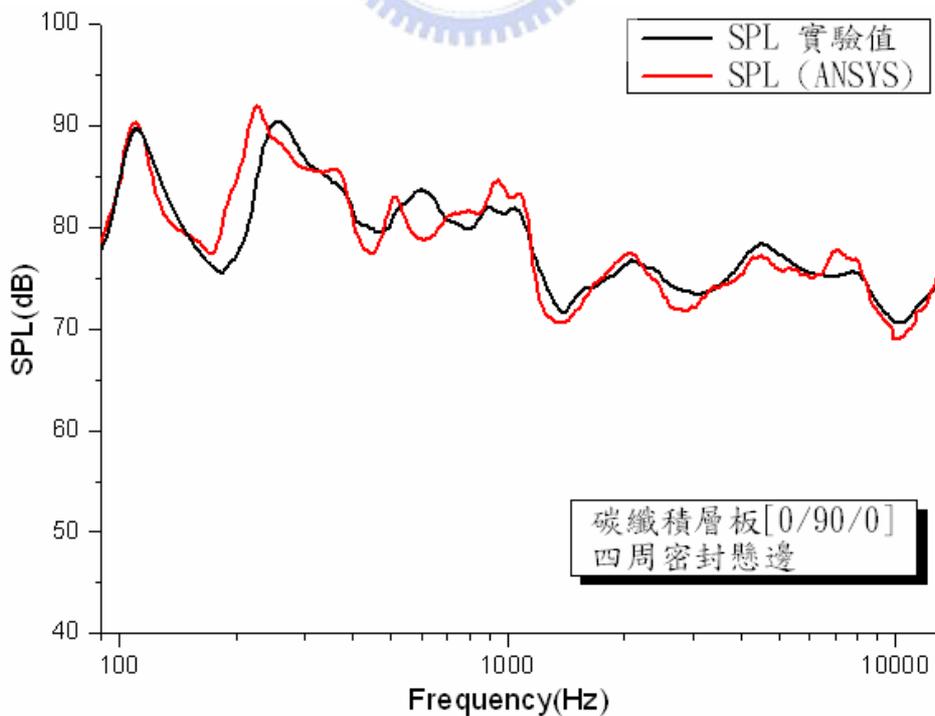


圖 7-18 碳纖積層板揚聲器系統之聲壓實驗值與理論模擬之比較

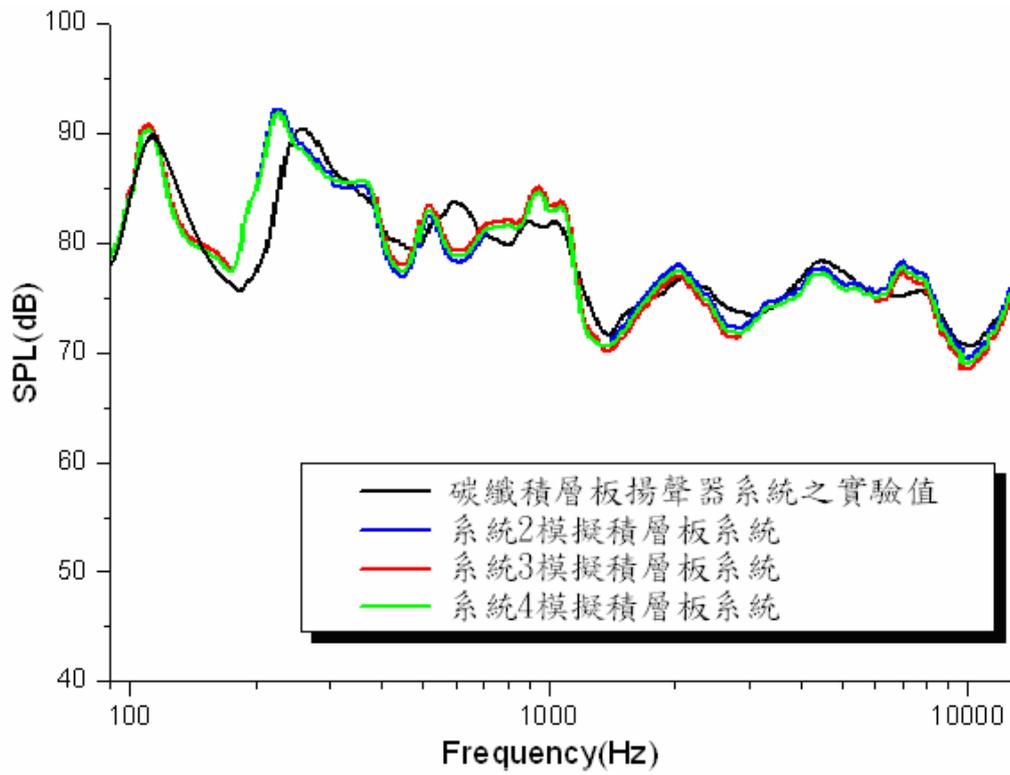


圖 7-19 系統 2 至系統 4 之聲壓模擬驗證

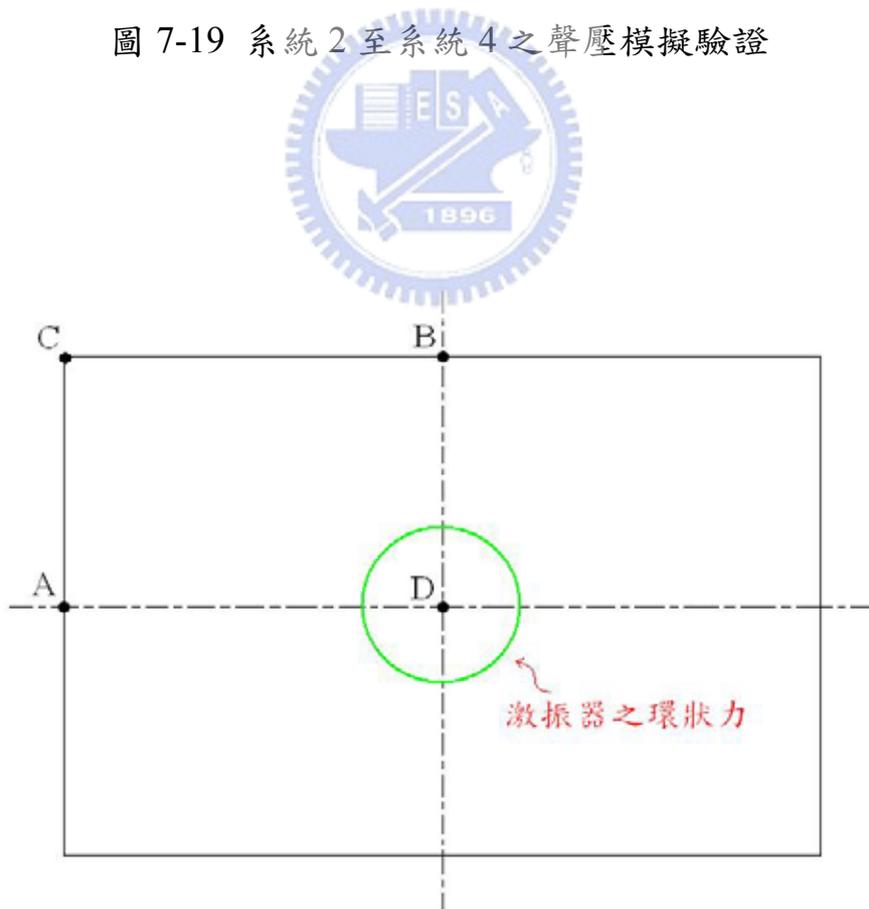
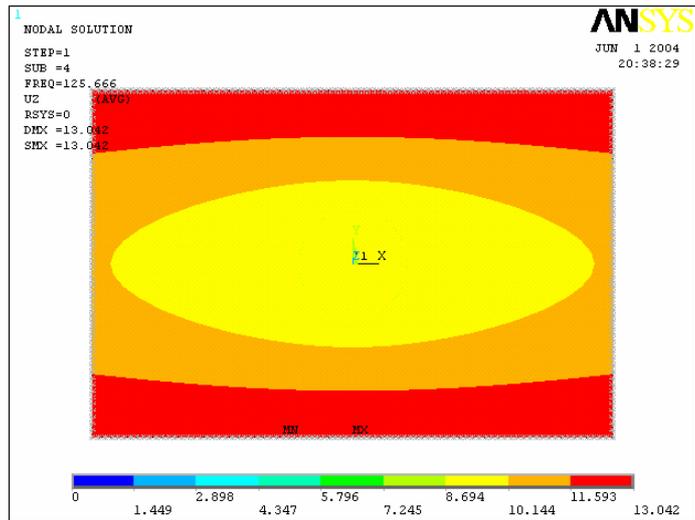
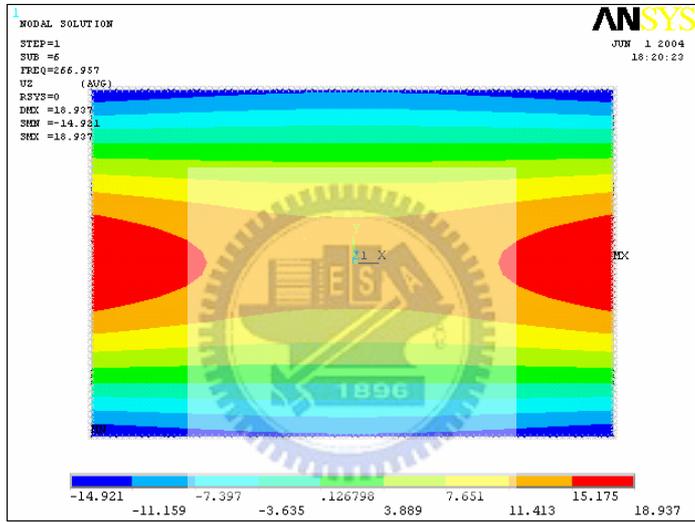


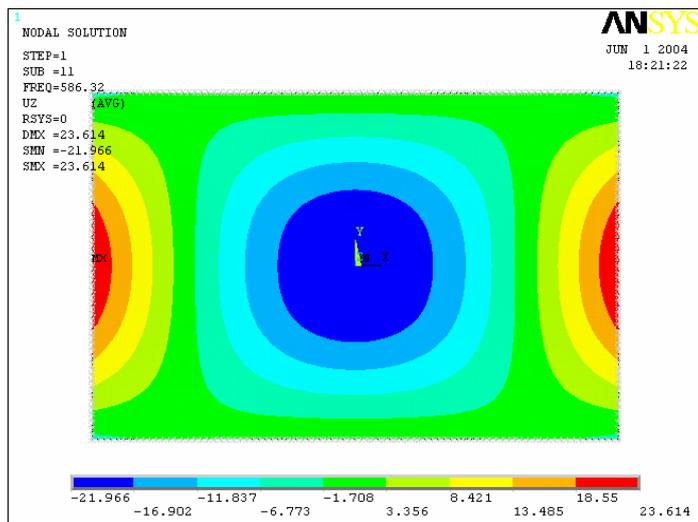
圖 7-20 振動板位移量比對之四點位置圖



125 Hz

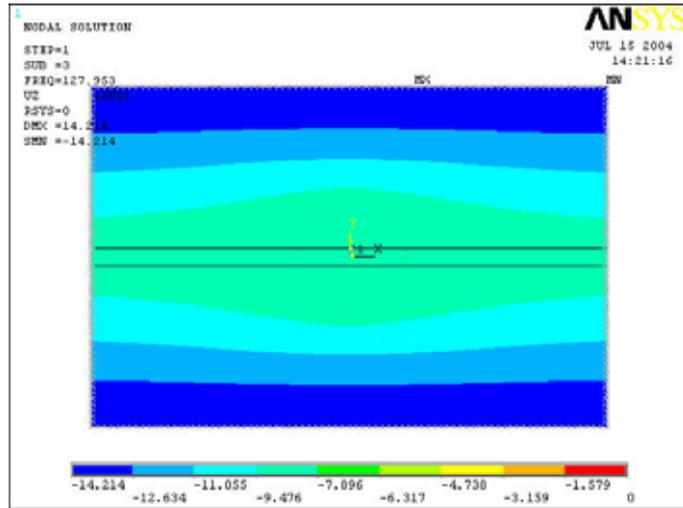


266 Hz

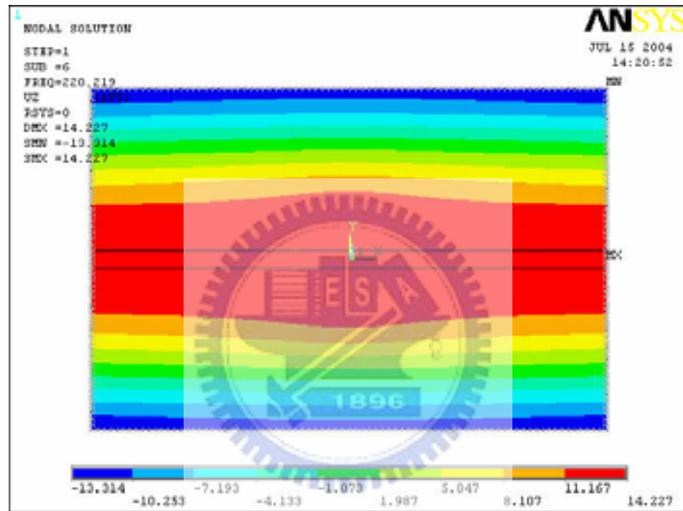


586 Hz

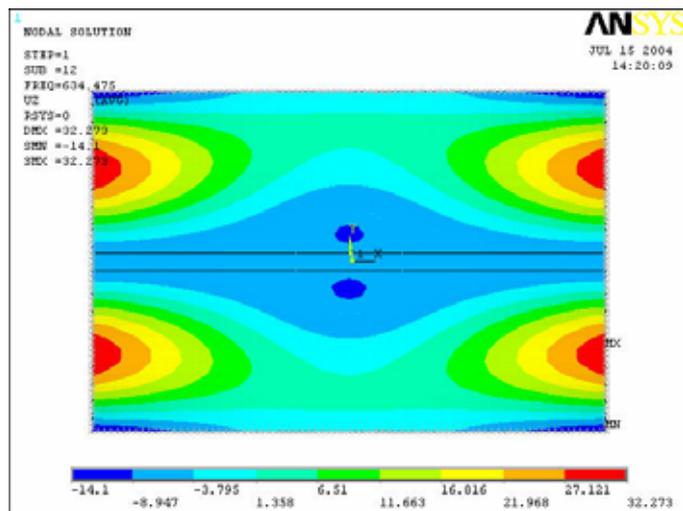
圖 7-21 系統 1-節線不在直接激振區域內的前三個自然振動模態



127 Hz

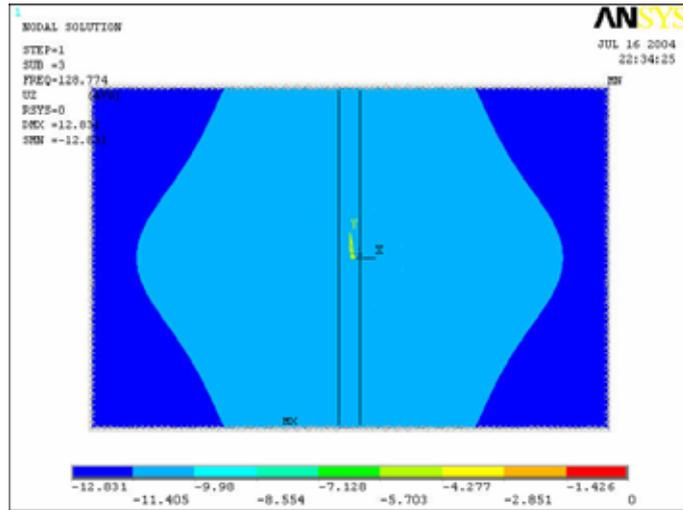


220 Hz

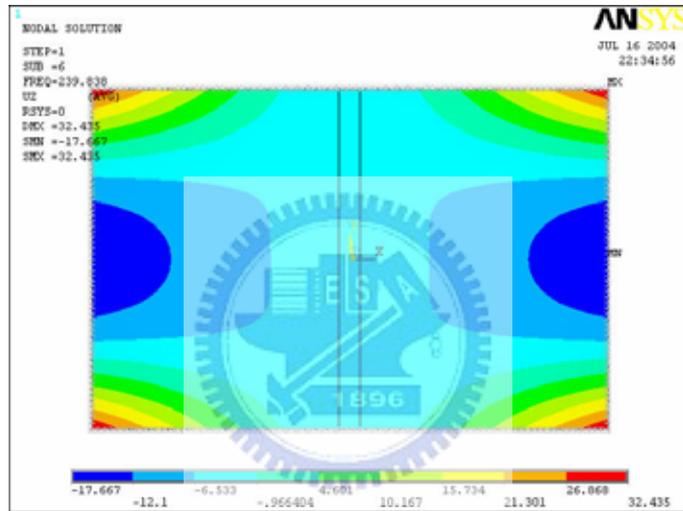


634 Hz

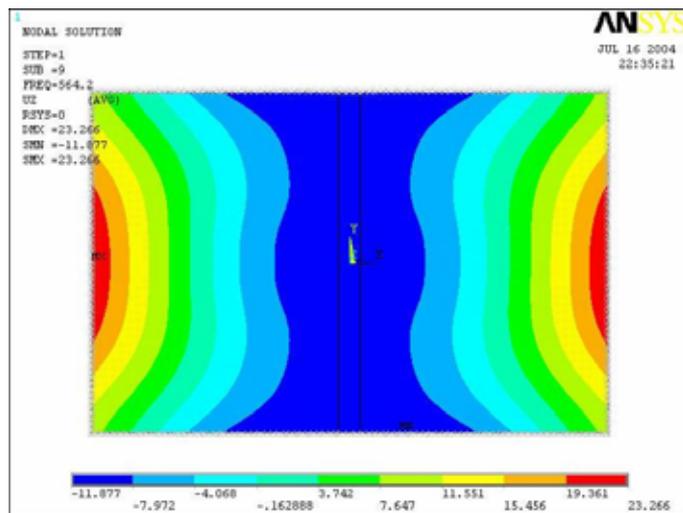
圖 7-22 系統 2-節線不在直接激振區域內的前三個自然振動模態



128 Hz

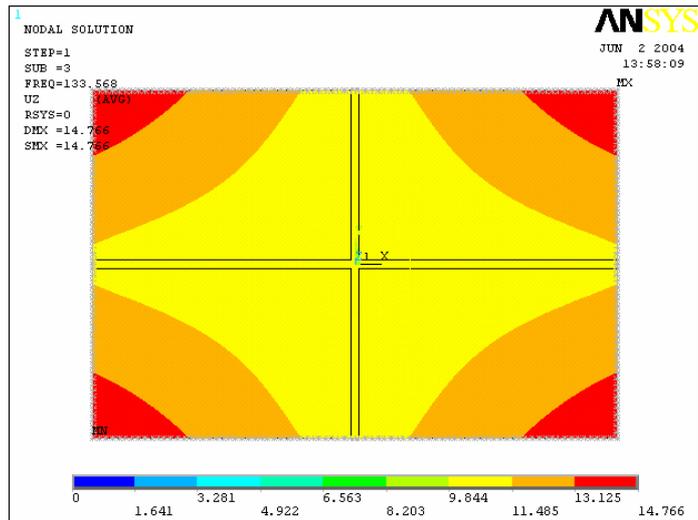


239 Hz

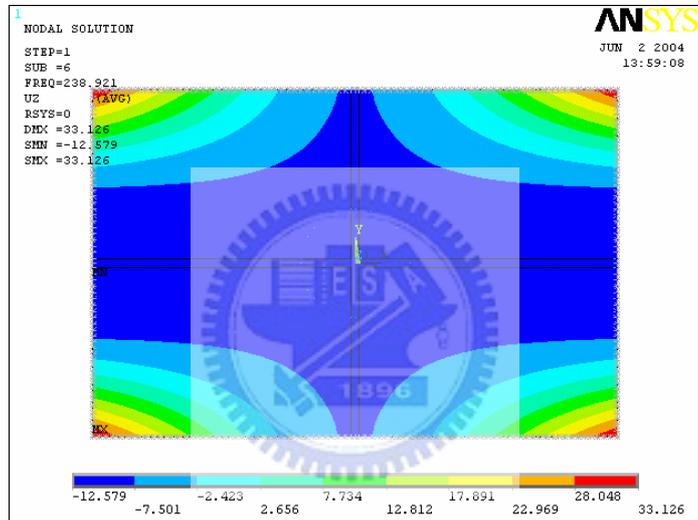


564 Hz

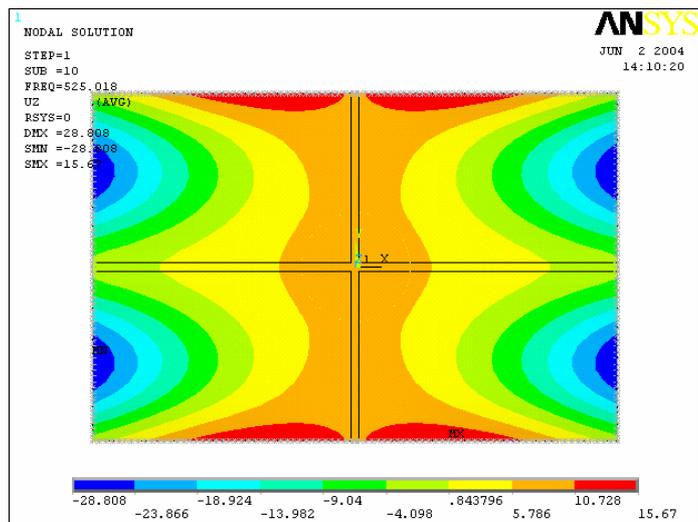
圖 7-23 系統 5-節線不在直接激振區域內的前三個自然振動模態



133 Hz

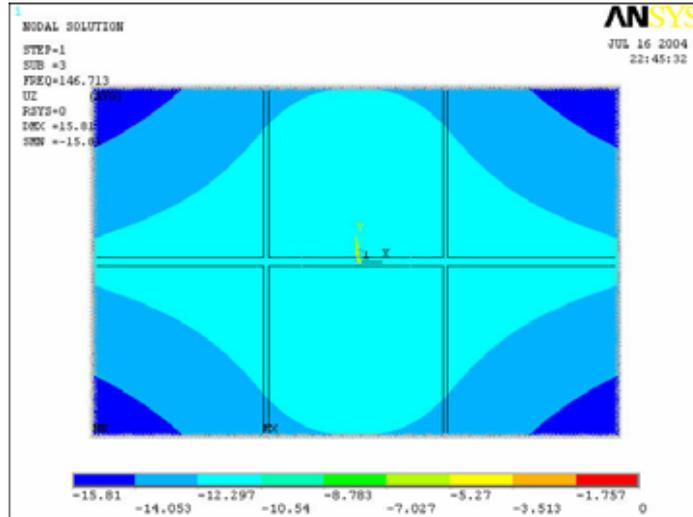


238 Hz

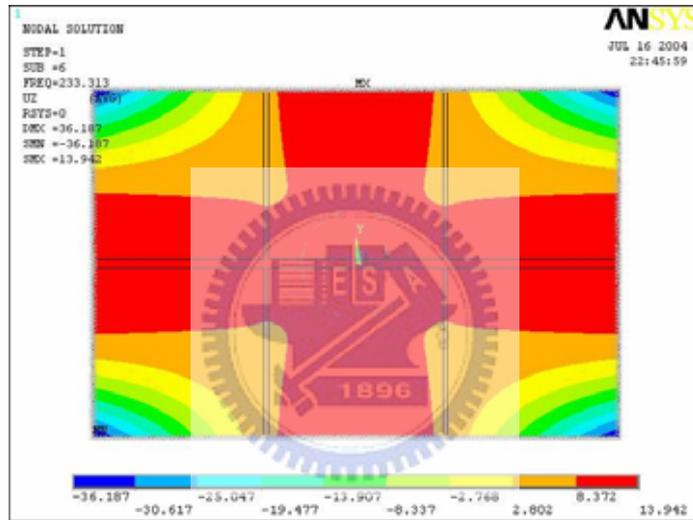


525 Hz

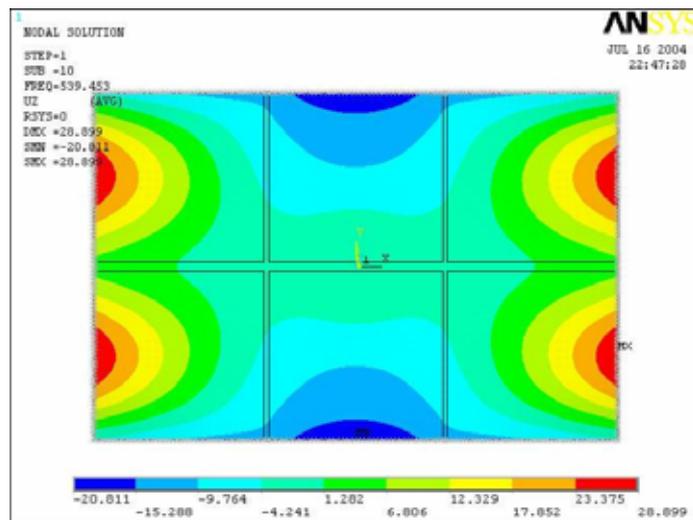
圖 7-24 系統 3-節線不在直接激振區域內的前三個自然振動模態



146 Hz



233 Hz



539 Hz

圖 7-25 系統 4-節線不在直接激振區域內的前三個自然振動模態

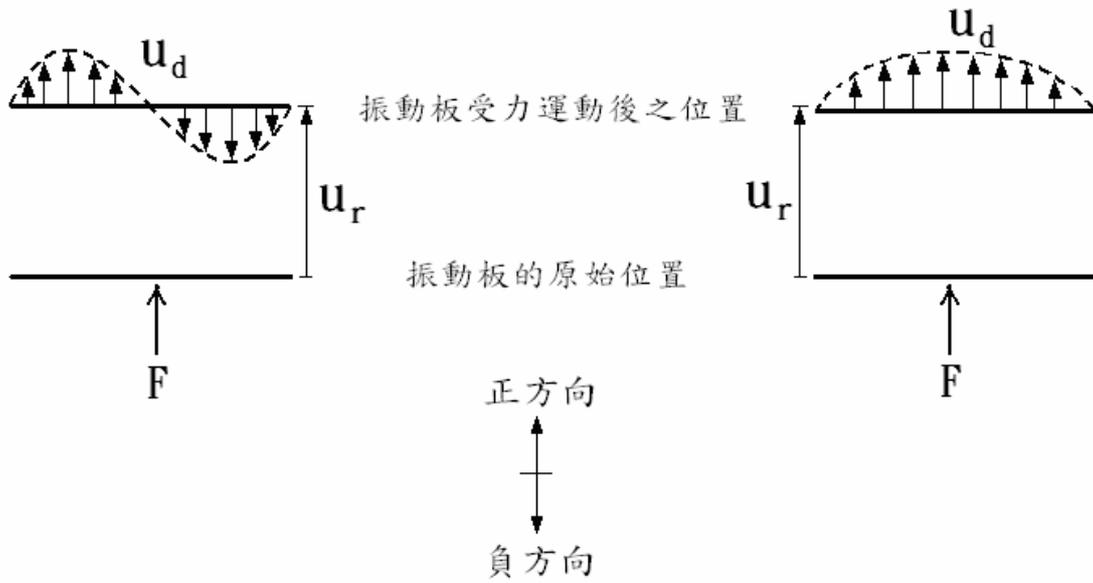


圖 7-26 揚聲器之振動板的運動

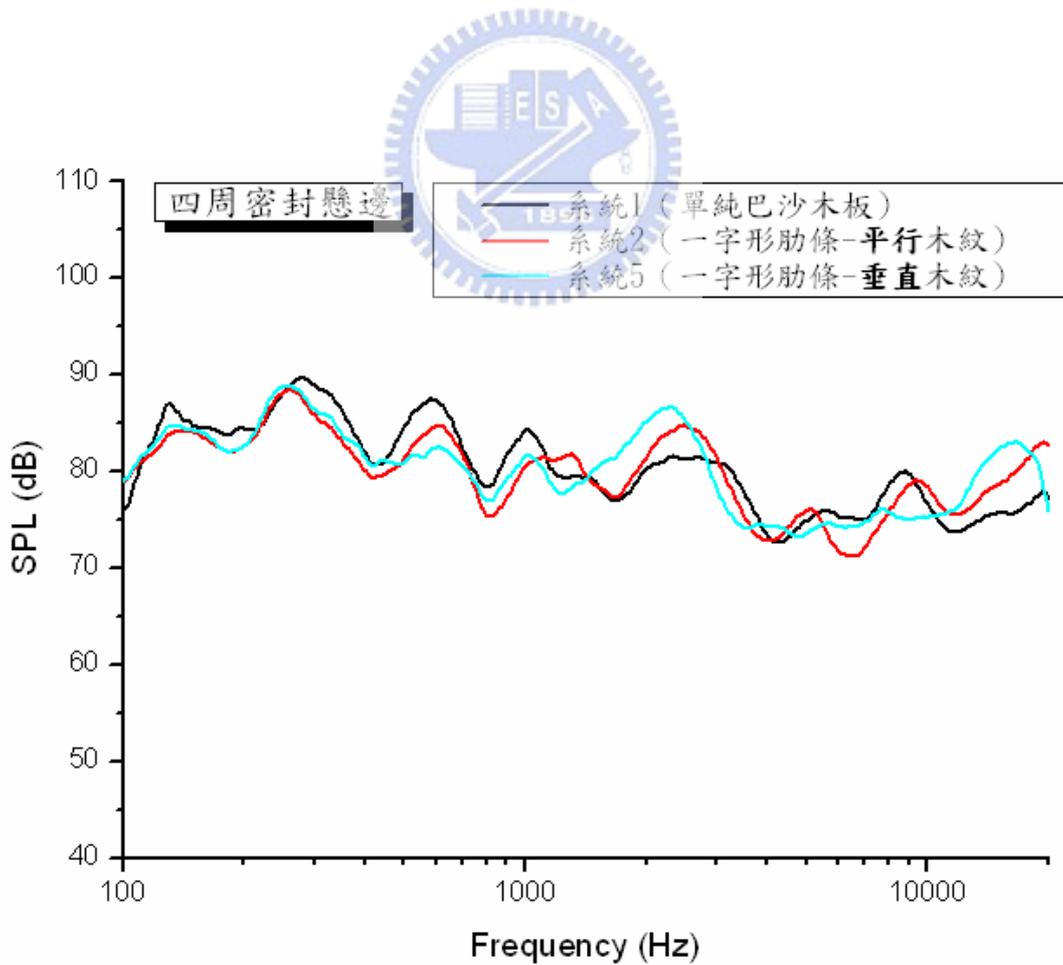
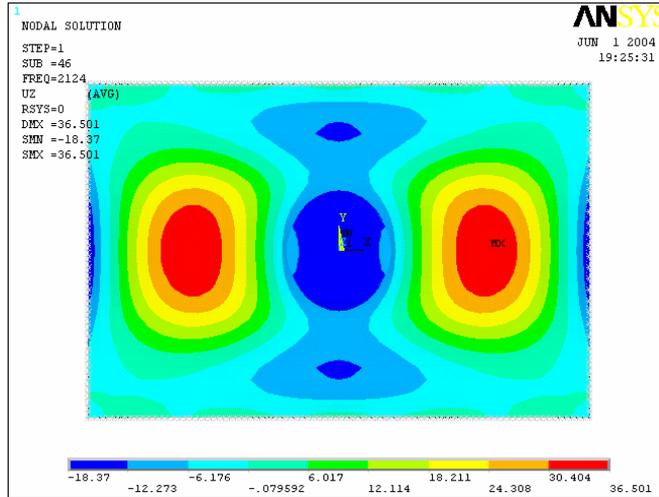
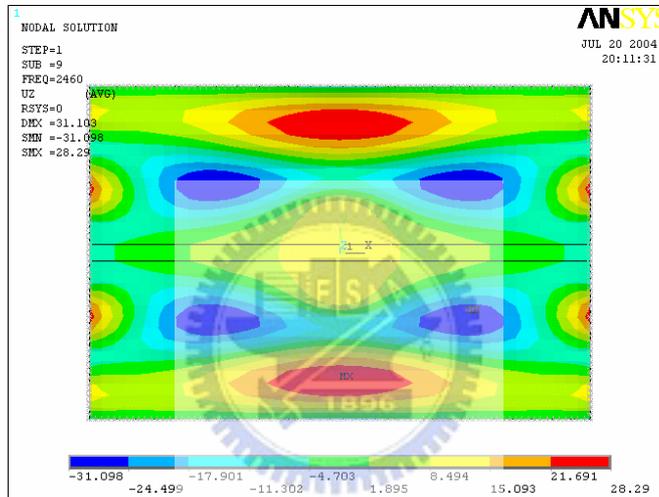


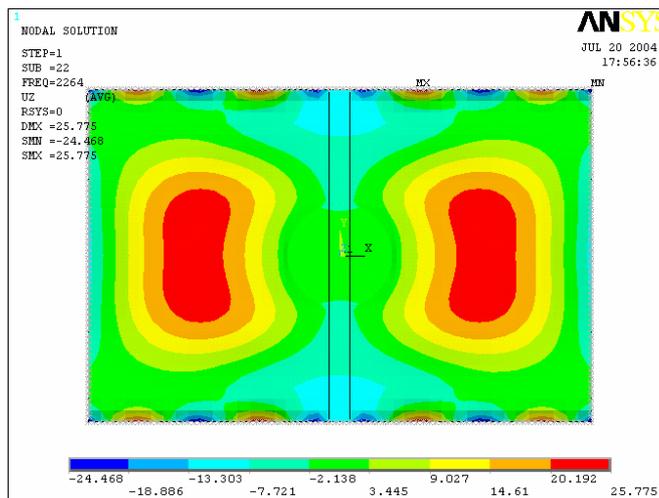
圖 7-27 系統 1、系統 2 及系統 5 之聲壓實驗值比較



系統 1 (單純巴沙木板)



系統 2 (一字形加勁-平行木紋)



系統 5 (一字形加勁-垂直木紋)

圖 7-28 系統 1、系統 2 及系統 5 於 2500Hz 附近之自然共振模態

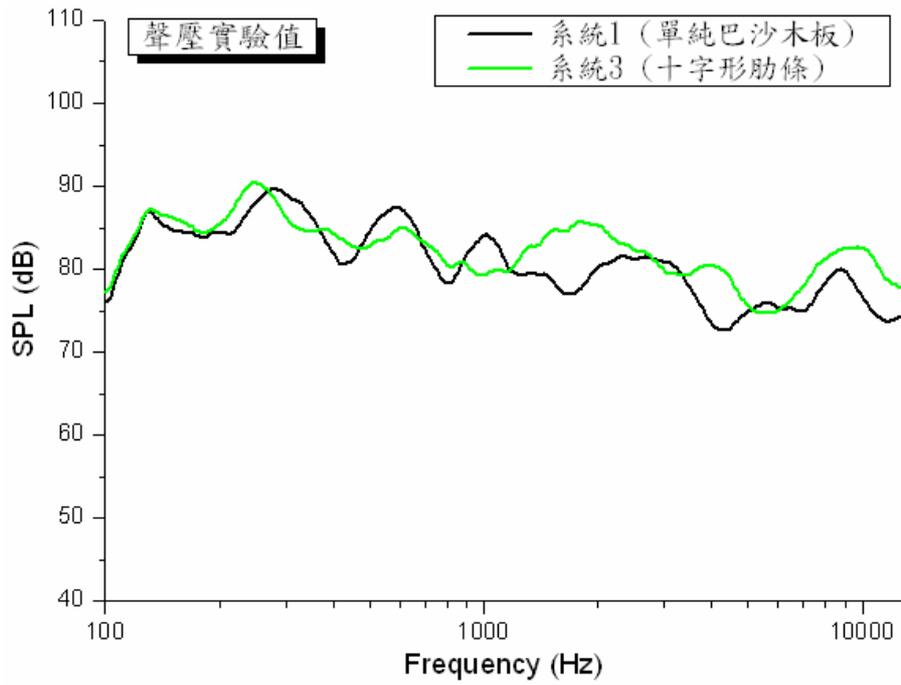


圖 7-29 系統 1 與系統 3 之聲壓實驗值比較

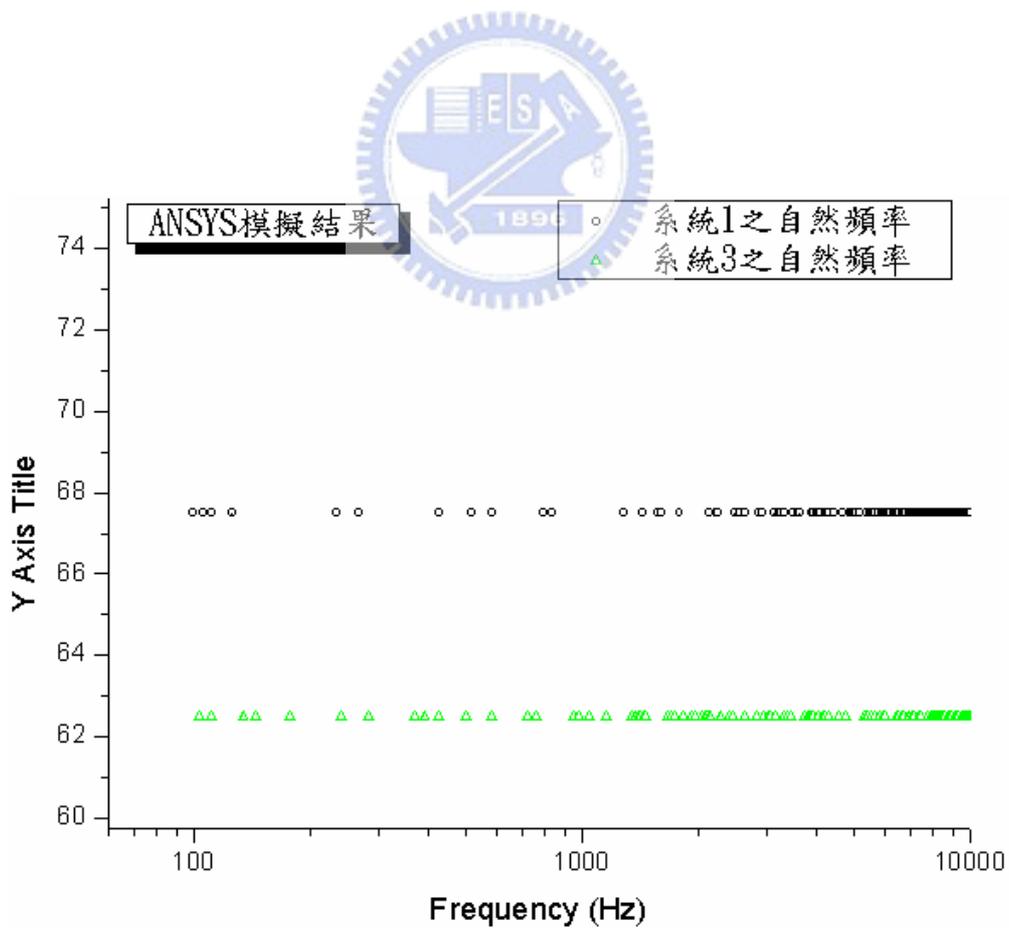


圖 7-30 系統 1 及系統 3 以 ANSYS 分析之自然頻率分佈圖

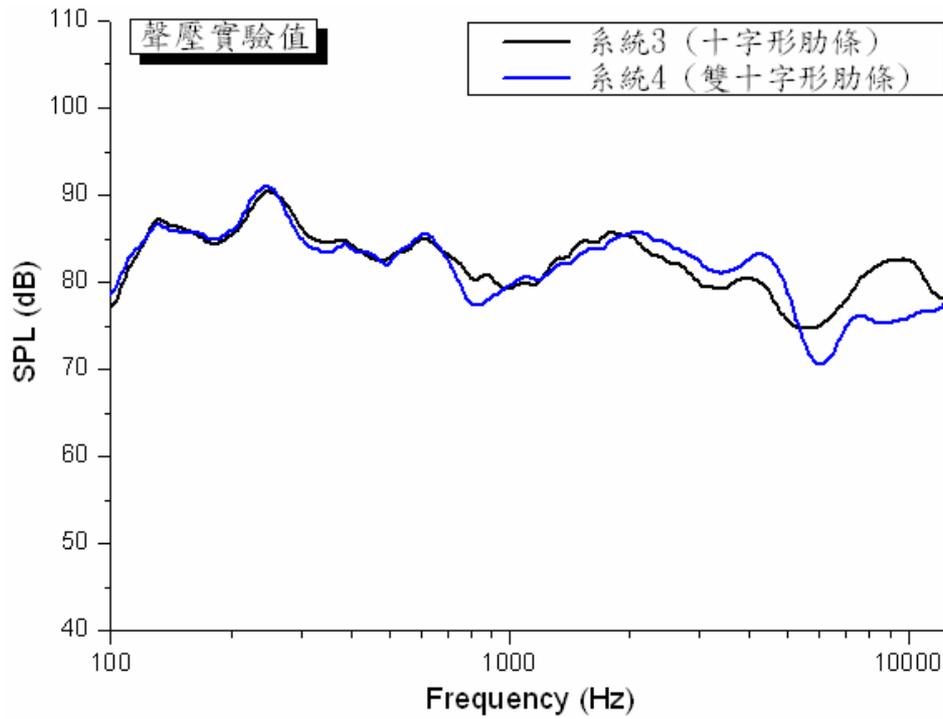


圖 7-31 系統 3 與系統 4 之聲壓實驗值比較

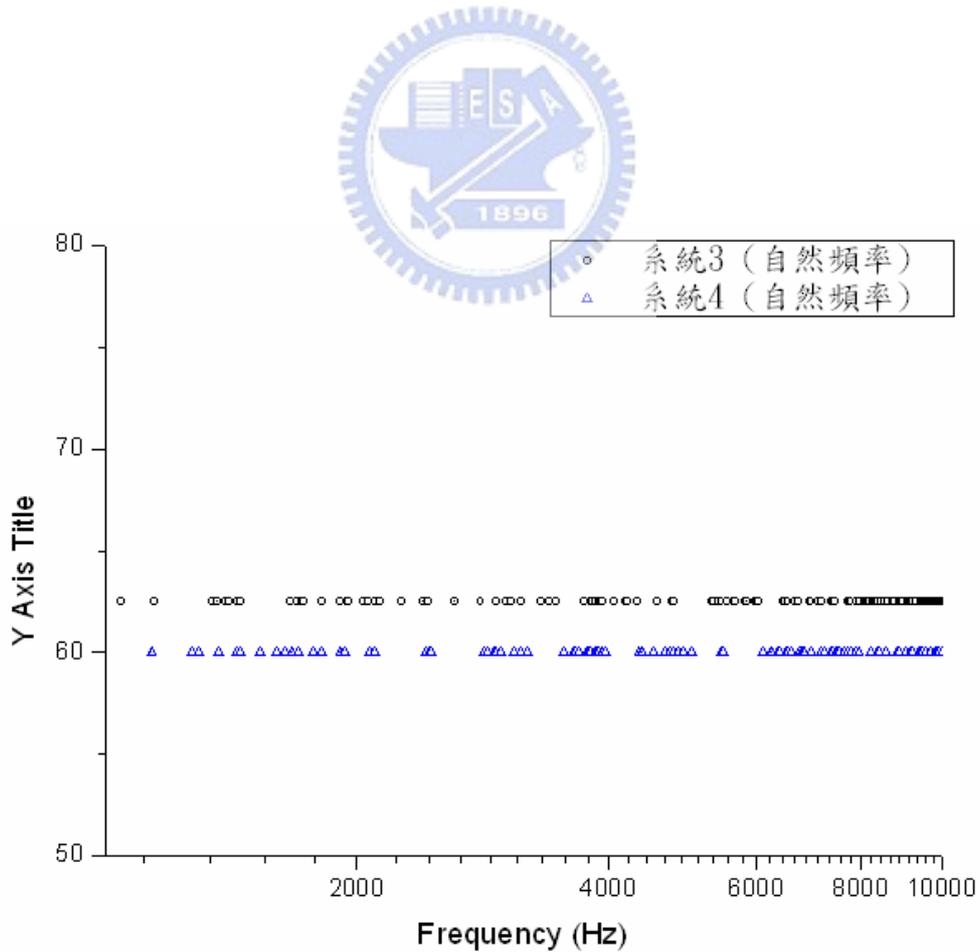


圖 7-32 系統 3 及系統 4 以 ANSYS 分析之自然頻率分佈圖

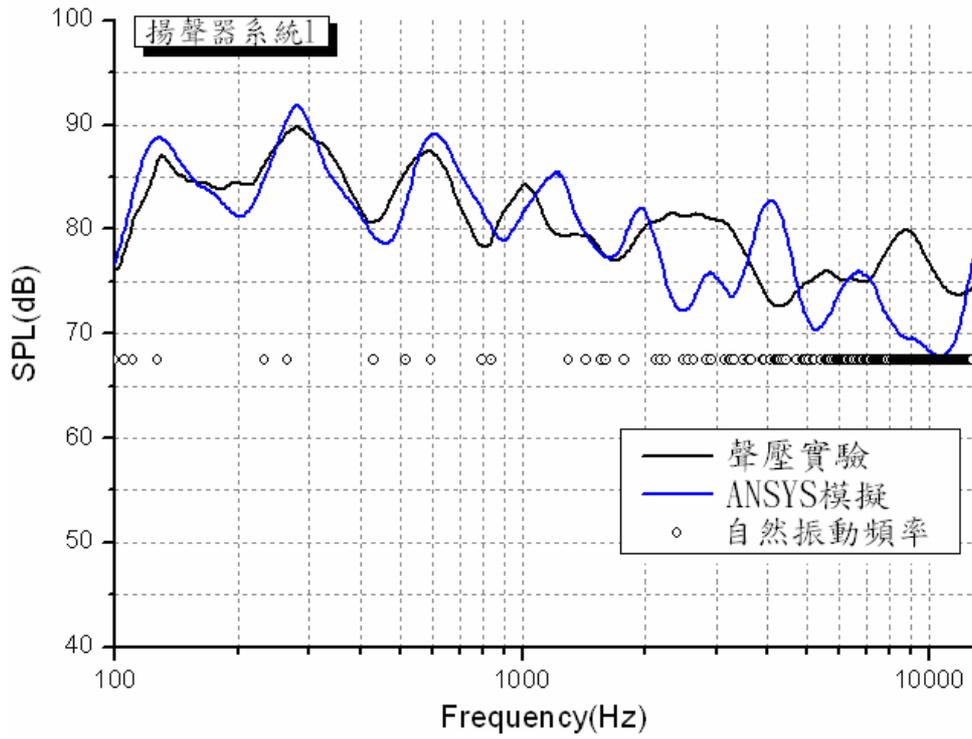


圖 7-33 系統 1 之聲壓實驗與模擬結果的比較

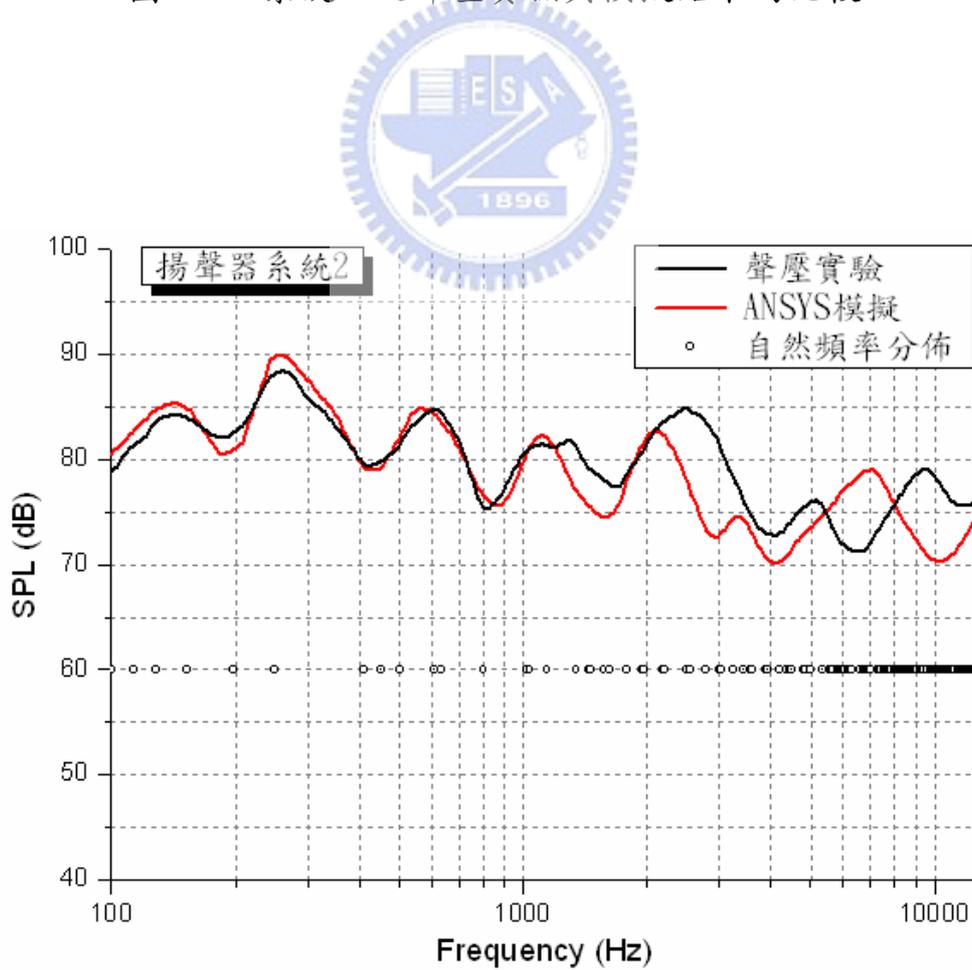


圖 7-34 系統 2 之聲壓實驗與模擬結果的比較

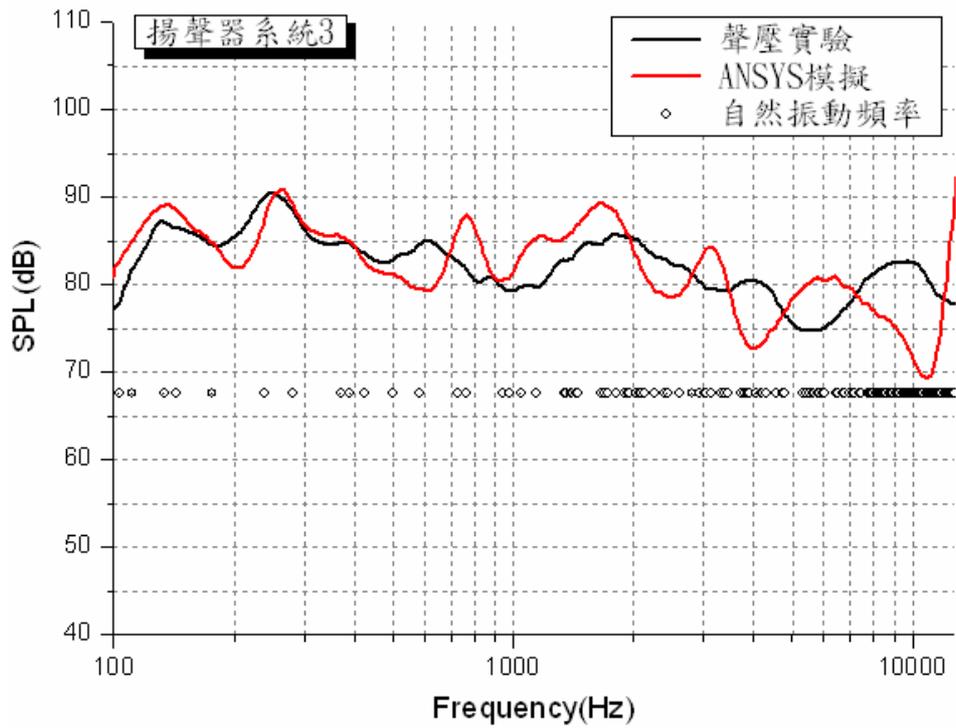


圖 7-35 系統 3 之聲壓實驗與模擬結果的比較

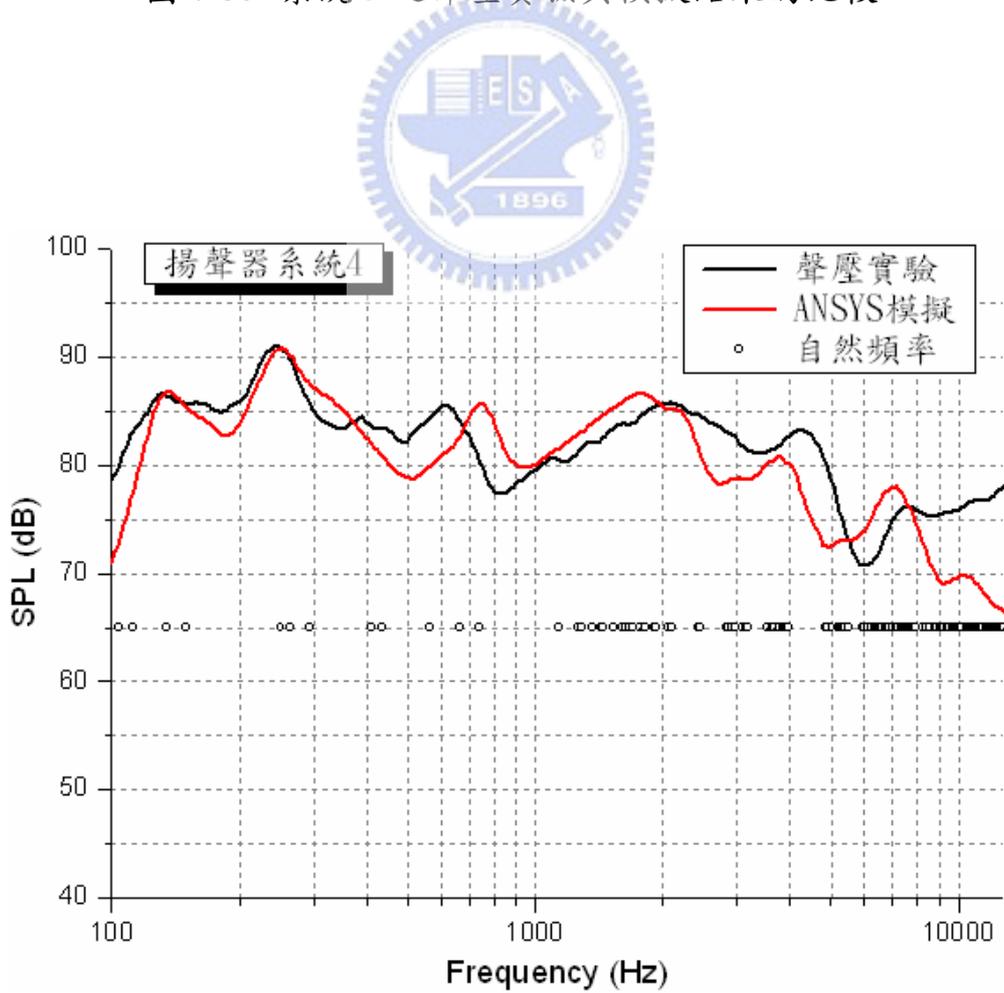


圖 7-36 系統 4 之聲壓實驗與模擬結果的比較