

國立交通大學

資訊科學與工程研究所

碩士論文

高對稱對比區域對稱偵測之加速處理

Acceleration in Symmetry Detection by Local Max/Min

Filtering of High Contrast Pixels

研究生：陳俊弘

指導教授：林正中 副教授

中華民國一百零一年九月

高對稱對比區域對稱偵測之加速處理

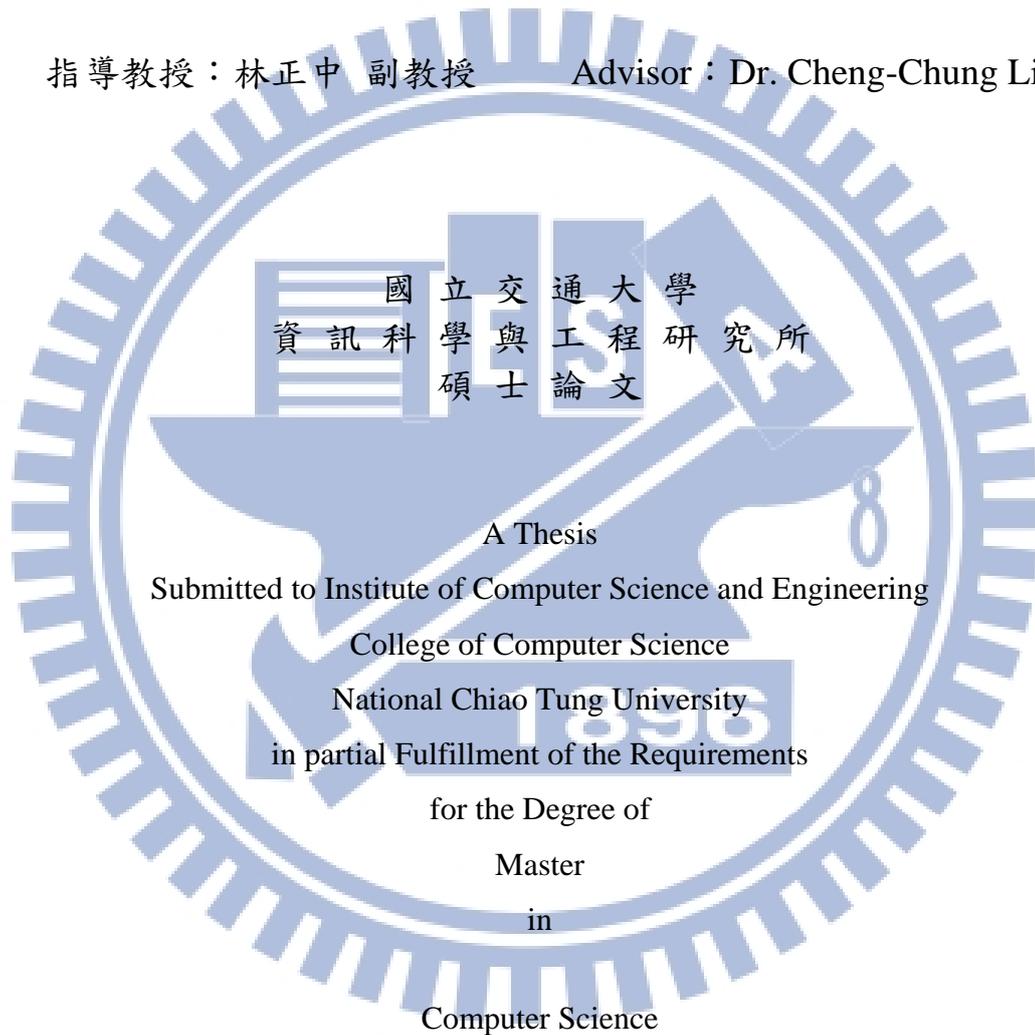
Acceleration in Symmetry Detection by Local Max/Min Filtering of High Contrast Pixels

研究生：陳俊弘

Student : Chun-Hung Chen

指導教授：林正中 副教授

Advisor : Dr. Cheng-Chung Lin



September 2012

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國 一百零一年 九月

高對稱對比區域對稱偵測之加速處理

研究生：陳俊弘

指導教授：林正中 副教授

國立交通大學

資訊科學與工程研究所

摘要

典型的對稱偵測程序大致上分為三個階段：(1)特徵點篩選(高對稱對比區域)(2)由特徵點進行對稱資訊計算(3)決定對稱所在及對稱範圍。特徵點之多寡決定了整個偵測程序之時程，而通常將特徵點數目不在少數，因此成為瓶頸所在。

本論文研究課題旨在篩選特徵點，有效減少特徵點數量，同時不至於嚴重影像對稱偵測。本論文定義極值點，並結合亮度對比與特定梯度結構分佈，有效將特徵點大幅降低，並達成與實驗室既有對稱偵測系統匹配之準確度。

關鍵字：對稱偵測、特徵點、梯度資訊、高對稱對比區域、極值點、圖形輪廓。

Acceleration in Symmetry Detection by Local Max/Min Filtering of High Contrast Pixels

Student: Chun-Hung Chen

Advisor: Dr. Cheng-Chung Lin

Institute of Computer Science and Engineering

National Chiao Tung University

Abstract

The speed of a symmetry detection process is in general determined by the number of feature points(Potentially Symmetrical Areas), on which symmetrical information are estimated for determining the existence and location of one (or more) axis of symmetry.

The study of feature point reduction by the proposing the use of local max/min points in association with contrast and a specific pattern in gradient structure will be reported in this thesis. The amount of reduction in feature points was found to be significant as compared to an existent symmetry detection system in the lab without degrading the performance in the accuracy of symmetry axis computation.

Keywords: Symmetry Detection, Feature Point, Gradient-Derived Information, Potentially Symmetrical Areas, Critical Point, Graphic Outline.

誌謝

本篇論文得以完成首先要感謝的是我的指導教授林正中博士，在這期間的用心指導及詳盡又豐富的說明讓我對影像處理技術、影像素描技巧以及影像領域都能有所斬獲；使我能夠深入瞭解，並且獲得許多豐富的知識和經驗，得以順利完成論文。另外，也非常感謝口試委員廖弘源博士、陳良華教授及荊宇泰所長的寶貴意見，補足我論文的不足之處。

其次，本篇論文特別感謝實驗室夥伴梁元宇和薛智仁給予許多指導和建議，在我遇到瓶頸時能夠提醒我思考上的盲點、給予我幫助並解決問題。不管是專業上的建議，或是研究的技巧和文章的撰寫，都非常感謝實驗室的各位夥伴，在論文的完成上，能夠有效率。

最後，感謝這段期間所有幫助我、支持我的家人和朋友，給我好的生活環境並不斷地支持、鼓勵，讓我能夠心無旁騖的專心念書與研究。由於大家的一路相伴讓我順利渡過研究生的時光。

目 錄

| | |
|--|--------|
| 高對稱對比區域對稱偵測之加速處理 | i |
| Acceleration in Symmetry Detection by Local Max/Min Filtering of High Contrast Pixels..... | ii |
| 誌 謝 | iii |
| 目 錄 | iv |
| 表格目錄 | vi |
| 定義目錄 | vi |
| 方法目錄 | vi |
| 圖片目錄 | vii |
| 第一章 簡 介 | - 1 - |
| 第二章 相關研究 | - 5 - |
| 2.1 空間域對稱偵測 | - 6 - |
| 第三章 對稱偵測方法 | - 11 - |
| 3.1 相關定義及說明 | - 11 - |
| 3.1.1 極值點 | - 11 - |
| 3.1.2 圖形輪廓擷取 | - 14 - |
| 3.1.2.1 影像像素點的亮度對比(Luminance Contrast)..... | - 14 - |
| 3.1.2.2 梯度向量資訊(Gradient Vector)..... | - 15 - |
| 3.1.2.3 擷取圖形輪廓 | - 16 - |
| 3.1.3 特徵點 | - 20 - |
| 3.1.4 對稱判斷(像素點) | - 21 - |
| 3.2 主要方法流程圖 | - 26 - |
| 第四章 實驗結果 | - 35 - |
| 4.1 單純影像 | - 37 - |
| 4.1.1 自然景物 | - 37 - |
| 4.1.2 人造文物 | - 40 - |
| 4.2 複雜影像 | - 43 - |
| 4.2.1 蝴蝶 | - 43 - |
| 4.2.2 展場汽車 | - 47 - |
| 4.3 更多實驗的結果圖 | - 51 - |
| 4.3.1 單純影像-自然景物 | - 51 - |
| 4.3.2 單純影像-人造文物 | - 59 - |
| 4.3.3 複雜影像 | - 66 - |
| 第五章 分析與討論 | - 72 - |
| 5.1 特徵點取法 | - 73 - |
| 5.2 圖形輪廓 | - 75 - |
| 5.3 執行效率 | - 76 - |

| | | |
|-----------|------------------------|--------|
| 5.4 | 方法參數取法 | - 78 - |
| 5.5 | 方法限制 | - 80 - |
| 5.5.1 | 影像圖形原始檔案太小 | - 80 - |
| 5.5.2 | 影像圖形其對稱主體太小且背景複雜 | - 82 - |
| 5.5.3 | 影像圖形其對稱主體亮度變化不大 | - 83 - |
| 第六章 | 結論與未來工作 | - 86 - |
| Reference | | - 88 - |

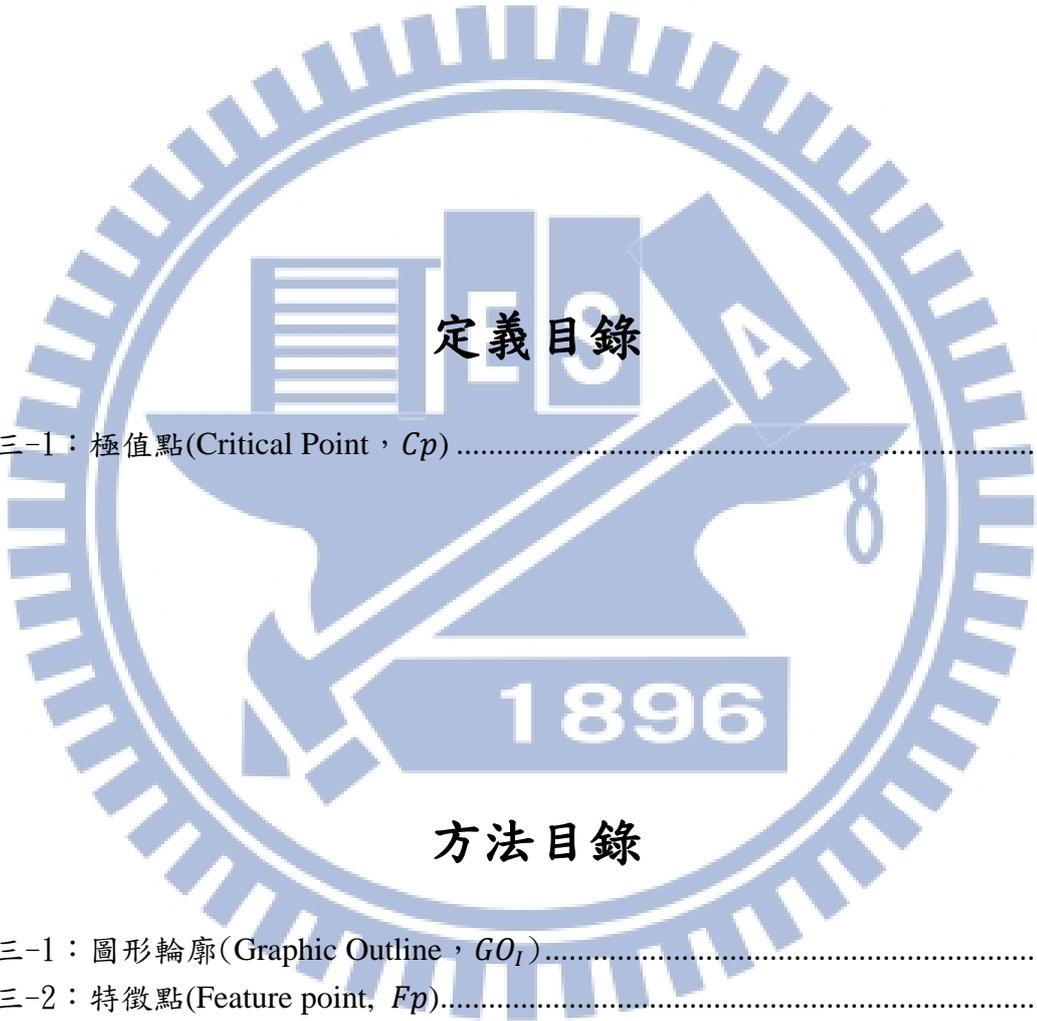


表格目錄

表五-1 文獻 [6]投票點和本系統特徵點統計數據。文獻 [6]的個數點取法高對比和同向性的遮罩皆為 3×3 ；高對比的門檻值為 30；同向性個數為 6 個以上，其角度相似的許可誤差為 30。*部分為效率失敗提升的樣本數據。- 78 -

表五-2 統整表五-1 的執行效率比較- 78 -

表五-3 篩選後的參數組合。*Leight* 和 *Width*為影像圖形的長和寬。- 79 -



定義三-1：極值點(Critical Point, Cp)- 12 -

方法三-1：圖形輪廓(Graphic Outline, GO_1)- 19 -

方法三-2：特徵點(Feature point, Fp)- 20 -

圖片目錄

| | |
|--|-----|
| 圖一-1 人造文物和自然景物對稱結構與特性(蝴蝶、廟宇)..... | 1- |
| 圖一-2 (a)軸對稱示意圖(b)旋轉對稱示意圖(c)曲線對稱示意圖(文獻 [3])..... | 2- |
| 圖一-3 本篇論文主要工作架構圖 | 4- |
| 圖二-1 文獻 [11]的有趣點結果圖 | 6- |
| 圖二-2 文獻 [12] [13]的結果圖 | 7- |
| 圖二-3 文獻 [14]中的特色點擷取(b)，(a)為原圖 | 8- |
| 圖二-4 文獻 [14]中的結果圖 | 8- |
| 圖二-5 文獻 [4]的結果圖 | 9- |
| 圖二-6 文獻 [6]的結果圖 | 9- |
| 圖三-1 極值點示意圖($n = 3$)..... | 13- |
| 圖三-2 左圖為原始圖，右圖為極值圖 | 13- |
| 圖三-3 梯度向量資訊示意圖(左:梯度方向；右:梯度強度)..... | 15- |
| 圖三-4 梯度向量運算的 $M1$ 、 $M2$ 矩陣 (左：Prewitt；右：Sobel)..... | 16- |
| 圖三-5 圖形輪廓擷取流程圖 | 17- |
| 圖三-6 左上為圖三-2的亮度高對比區域圖；右上為圖三-2的梯度方向同向性區域圖； 下為圖三-2的圖形輪廓圖 | 20- |
| 圖三-7 左上為原圖；中上為極值點擷取；右上為圖形輪廓擷取； 下方為特徵圖 | 21- |
| 圖三-8 軸對稱關係示意圖 | 22- |
| 圖三-9 對稱判斷流程圖 | 23- |
| 圖三-10 梯度方向判斷示意圖 | 24- |
| 圖三-11 影像圖形對稱性偵測流程圖 | 26- |
| 圖三-12 雙邊濾波平滑化的圖示(文獻 [17])..... | 28- |
| 圖三-13 左圖為原始圖，右圖為作過雙邊濾波平滑化後的圖 | 28- |
| 圖三-14 左上為極值點擷取；右上為圖形輪廓擷取；下方為特徵圖 | 29- |
| 圖三-15 判斷對稱角度步驟 | 30- |
| 圖三-16 符合主要對稱角度(θ)的對稱組..... | 30- |
| 圖三-17 $x-y$ 空間與 $\rho-\theta$ 空間關係圖..... | 31- |
| 圖三-18 左圖為圖三-13在圖三-16找到的對稱組中點圖； | 32- |
| 圖三-19 左圖為圖三-13在圖三-16找到的對稱組其兩像素點所在位置 | 33- |
| 圖三-20 主體對稱性偵測流程圖(搭配範例圖)..... | 34- |
| 圖四-1 方法結果-自然景物-孔雀原始圖(519×346) | 37- |
| 圖四-2 方法結果-自然景物-孔雀結果圖 (左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果 圖)..... | 38- |
| 圖四-3 方法結果-人造文物-飛機原始圖(550×366) | 40- |

| | |
|--|------|
| 圖四-4 方法結果-人造文物-飛機結果圖 (左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)..... | 41 - |
| 圖四-5 方法結果-複雜影像-蝴蝶原始圖(690×534) | 43 - |
| 圖四-6 方法結果-複雜影像-蝴蝶結果圖 (左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)..... | 45 - |
| 圖四-7 方法結果-複雜影像-展場汽車原始圖(500×374) | 47 - |
| 圖四-8 方法結果-複雜影像-展場汽車結果圖 (左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)..... | 49 - |
| 圖四-9 一對羽毛(588×608)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 51 - |
| 圖四-10 豎棘奇海星(400×300)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； ... | 51 - |
| 圖四-11 貓(500×500)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 52 - |
| 圖四-12 冰雕(549×550)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 52 - |
| 圖四-13 強尼戴普 I (426×341)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； ... | 53 - |
| 圖四-14 狒狒(512×512)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 53 - |
| 圖四-15 兔子(550×440)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 54 - |
| 圖四-16 蜻蜓(350×237)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 54 - |
| 圖四-17 小勞勃道尼(500×403)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； ... | 55 - |
| 圖四-18 海倫娜·伯翰·卡特(435×489)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 55 - |
| 圖四-19 大象(438×541)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 56 - |
| 圖四-20 蝴蝶 II (325×252)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 56 - |
| 圖四-21 強尼戴普 II (313×328)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； ... | 57 - |
| 圖四-22 青蛙(313×328)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 57 - |
| 圖四-23 對稱風景(500×333)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 58 - |
| 圖四-24 一對花(768×591)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 58 - |
| 圖四-25 藝術品-人臉(474×568)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； . | 59 - |
| 圖四-26 建築物 I (500×333)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 59 - |
| 圖四-27 建築物 III (509×376)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 60 - |
| 圖四-28 文物 I (831×546)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 60 - |
| 圖四-29 文物 II (500×509)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 61 - |
| 圖四-30 藝術品 I (512×512)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 61 - |
| 圖四-31 藝術品 II (512×384)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 62 - |
| 圖四-32 藝術品 III (500×375)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 62 - |
| 圖四-33 藝術品 IV (472×588)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 63 - |
| 圖四-34 藝術品 V (453×454)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 63 - |

| | | |
|-------|---|------|
| 圖四-35 | 藝術品 V(409×282)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 64 - |
| 圖四-36 | 門(335×500)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 64 - |
| 圖四-37 | 玩具(658×520)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 65 - |
| 圖四-38 | 建築物 IV(400×300)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 65 - |
| 圖四-39 | 石桌(599×449)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 66 - |
| 圖四-40 | 建築物 V(512×384)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 66 - |
| 圖四-41 | 人和獅子(500×333)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 67 - |
| 圖四-42 | 建築物 VI(400×322)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 67 - |
| 圖四-43 | 貓頭鷹(500×335)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 68 - |
| 圖四-44 | 鐵門(349×232)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 68 - |
| 圖四-45 | 建築物 VII (500×300)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 69 - |
| 圖四-46 | 柱子(456×348)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； | 69 - |
| 圖四-47 | 人和藝術品(307×474)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖； ... | 70 - |
| 圖四-48 | 建築物 VIII(459×356)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 70 - |
| 圖四-49 | 建築物 IX(500×386)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 71 - |
| 圖四-50 | 建築物 X(400×300)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖； | 71 - |
| 圖五-1 | 利用 SIFT 解決影像圖形對稱問題緣由 | 73 - |
| 圖五-2 | 影像圖形對稱觀察(圖形輪廓) | 75 - |
| 圖五-3 | 利用表 1 參數準確判斷軸對稱(右)和使用其他參數卻造成失敗的例子(左) | 80 - |
| 圖五-4 | 影像圖形原始檔案太小的範例。 依序圖為原始圖(左)；篩選後的特徵點(中)；結果圖(右)。 | 81 - |
| 圖五-5 | 圖五-4 放大後的結果圖。篩選後的特徵點(左)；結果圖(右)。 | 81 - |
| 圖五-6 | 影像圖形其對稱主體太小且背景複雜的範例。 | 83 - |
| 圖五-7 | 影像圖形其對稱主體亮度變化不大的範例。 | 84 - |

第一章 簡介

現實世界裡，許多人造文物或是自然界的景物都存在著對稱結構與對稱特性，因此影像的對稱性偵測一直受到廣泛的探討與研究。藉由了解對稱特性可以更加了解人造文物或是自然景物的美感、價值和特色等等，因而更加了解整個世界。例如：蝴蝶、建築物等，皆具有所謂的對稱現象，如圖一-1 所示。

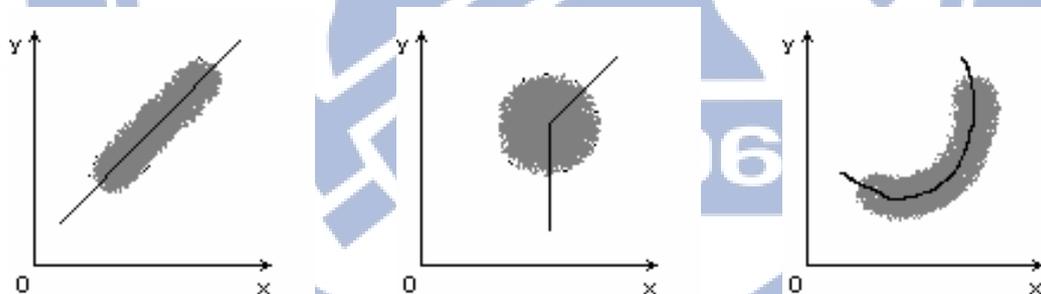


圖一-1 人造文物和自然景物對稱結構與特性(蝴蝶、廟宇)

對於人類來說，人類的視覺系統能夠快速地分辨出物體的對稱結構與範圍(文獻 [1] [2])，然而對於電腦來說，要如何讓電腦能夠快速且準確判斷其對稱以輔佐人類作研究，就必須透過一些方法和處理才能辨識。我們必須透過一些方法讓電腦判斷出對稱，進而幫助我們了解人造文物或是自然景物的特性，所以一個對電腦而言，效能好且快速的判別方法就顯得相當重要。

對於影像對稱來說，對稱的種類大致可以分為三種(文獻 [3]，更多種類的定義在文獻 [4])：第一種為軸對稱 (Bilateral Symmetry or Mirror Symmetry)，軸對稱如圖一-2 (a)所示，存在一條軸線，該軸的兩側擁有相同的形狀和特徵，而該軸稱為線對稱軸；第二種為旋轉對稱 (Rotational Symmetry)，旋轉對稱如圖一-2 (b) 所示，在其中心點，經過旋轉 $2\pi/n$ 後，形狀和特徵仍然沒有改變，稱其為旋轉對稱；第三種為曲線對稱 (Curve Symmetry)，曲線對稱如圖一-2 (c)所示，存在一條軸線，該軸的兩側擁有相同的形狀和特徵，和第一種的軸對稱相似但又不相同，最大不同處在於軸對稱的軸線為一條直線，而曲線對稱的軸線為曲線，像彎曲的羽毛一般。

圖一-2 為三種對稱型態之實際圖例。



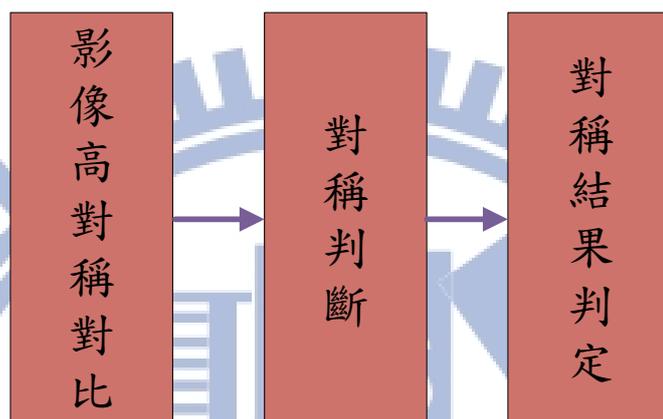
圖一-2 (a)軸對稱示意圖(b)旋轉對稱示意圖(c)曲線對稱示意圖(文獻 [3])

大致上，影像圖形對稱議題主要是在於影像的對稱型態、對稱角度和對稱個數等等。透過一套影像資訊分析技巧，由電腦執行演算法來解決影像對稱問題，是本篇論文最主要的目的。

本篇論文將針對軸對稱種類圖形進行分析與處理，建構一套流程執行對稱性的判定，找出影像中軸對稱之所在，並判定對稱範圍。主要方法步驟有三個部分：

- (一) 擷取出影像高對稱對比區域(Potentially Symmetrical Areas)：先擷取出影像的極值點(Critical Point)。此所謂的極值點為具有局部極大或極小的影像像素點(Pixel)。此想法來自於尺度不變特徵轉換方法(Scale-invariant feature transform, SIFT)構想，之後更進一步簡化方法，達到極值點的擷取。接著再透過影像角度同向性和影像亮度高對比找出影像的可能線條所在(文獻 [5] [6])。並藉由這些線條往內外去找附近極值點，篩選出特徵點(Feature point)。透過極值點的擷取，可以減少對稱判斷運算量、縮短運算時間及加強程式執行效率；藉由影像對稱的性質，篩選出線條附近的特徵點，增加對稱運算的準確度。
- (二) 對影像高對稱對比區域內的特徵點作對稱判定：透過影像的梯度向量角度和影像的亮度，搭配影像對稱的性質，找出由兩點特徵點所組成的可能對稱組。接著，由這些對稱組決定影像主要對稱角度。
- (三) 以符合主要對稱角度的對稱組搭配霍夫轉換找出可能影像對稱軸的位置。之後再以霍夫轉換後得到的影像對稱軸位置為主要路徑，依序找出距離影像對稱軸最大對稱距離，以此距離得到影像對稱的最大範圍。此範圍為影像對稱的所在。

根據前述基礎設計並發展一套流程，搭配影像像素的梯度、亮度、與對比等資訊，並整合影像處理方法，自動化產生輸入影像的對稱軸位置與最大對稱範圍，以達到本篇論文一開始的主要目的。圖一-3 為主要工作架構圖。



圖一-3 本篇論文主要工作架構圖

最後，透過一連串的實驗與觀察，找出一組最適合且目視結果較佳的參數組合方式，再針對不同類型的影像圖形進程式執行，列出系統擷取的結果及其重要流程圖，最後將作個簡單的討論，探討本篇論文提出的方法，其偵測結果良莠的因素緣由和此方法可能的使用限制及弱點。

接下來的章節內容安排如下：第二章，影像對稱的相關研究；第三章，本篇論文所使用的基本定義，發展一套影像對稱的方法，並列出工作流程圖及其演算法；第四章，列出實驗之結果；第五章，作個總結的討論，討論其限制和弱點；最後一章，則是說明成果、結論及未來可能的發展。

第二章 相關研究

在過去幾年中，對稱偵測的領域已有不少相關論文發表。各論文在其偵測技術上所依據的資訊不盡相同(如亮度、梯度、對比等)，而處理的對稱種類也有所不同(如上述所講述到的常見三種對稱結構)。一般來說，偵測技術主要建立在兩種模式：第一種為空間域對稱偵測(Spatial Domain Symmetry Detection)，依據的資料主要為影像的亮度、梯度、對比等等，搭配統計量分析或代數式運算等，獲得資訊後得以判斷對稱角度和對稱型態等，解決對稱上相關的問題。另一種為頻率域對稱偵測(Frequency Domain Symmetry Detection)，依據的資料主要為影像的亮度，透過傅立葉轉換函數，將空間上的亮度灰階值換轉到頻率域上，再透過統計量分析或代數式運算，以判斷對稱型態、對稱軸個數和對稱角度等，最終解決對稱上相關的問題。

模式優缺點各不同，各有其好壞的差異。空間域對稱偵測較為簡單，在局部性上分析處理清楚明瞭，但對於全域上的特性分析就顯得相當薄弱。頻率域對稱偵測則剛好相反，較為複雜但對於全域上的特性分析有較強的處理能力，局部性的分析就不及空間域對稱偵測的效果顯著。

由於本論文主要探討的方法是建立在空間域對稱偵測上，所以在本章節中，將簡單介紹空間域對稱偵測相關的論文其進行對稱偵測之種種做法。至於頻率域對稱偵測，可藉由文獻 [3] [7] [8] [9] [10]參考了解。

2.1 空間域對稱偵測

在 1990 年文獻 [11] 中，根據人類視覺對稱的認知為主體所導出的代數運算式(如下所示)，找出作者所提到的有趣點(Interesting point)。作者認為以此找到的有趣點(Interesting point)即為人類視覺上最為關注的地方，並藉由實驗結果佐證其論證(如下圖二-1)。

$$\Gamma(p, \psi) = \left\{ (i, j) \left| \frac{p_i + p_j}{2} = p, \frac{\theta_i + \theta_j}{2} = \psi \right. \right\} \quad (2-1)$$

$$D_\sigma(i, j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\|p_i - p_j\|}{2\sigma}} \quad (2-2)$$

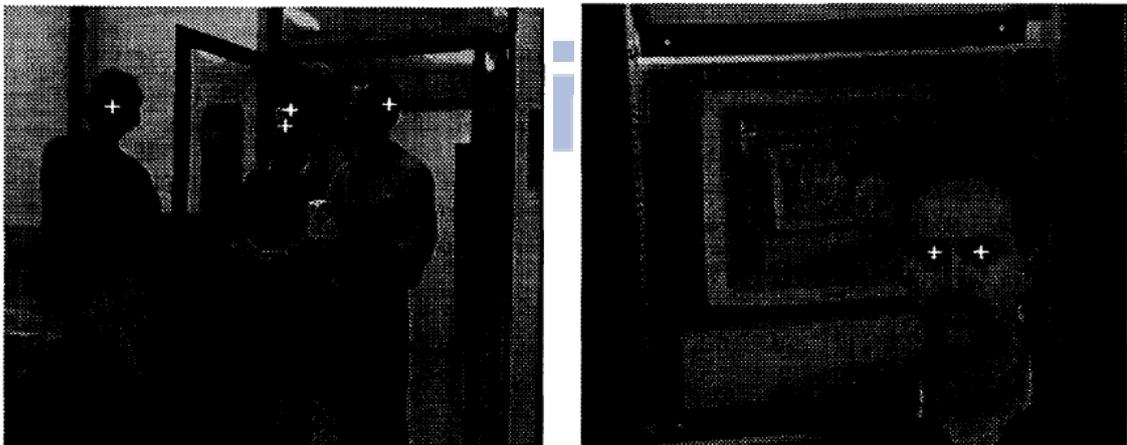
$$P(i, j) = (1 - \cos(\theta_i + \theta_j - 2\alpha_{ij}))(1 - \cos(\theta_i - \theta_j)) \quad (2-3)$$

$$S_\sigma(p, \psi) = \sum_{(i,j) \in \Gamma(p,\psi)} D_\sigma(i, j) P(i, j) r_i r_j \quad (2-4)$$

$$S_n(p, i) = \int_{\psi \in \text{bin}(i)} S_\sigma(p, \psi) d\psi \quad (2-5)$$

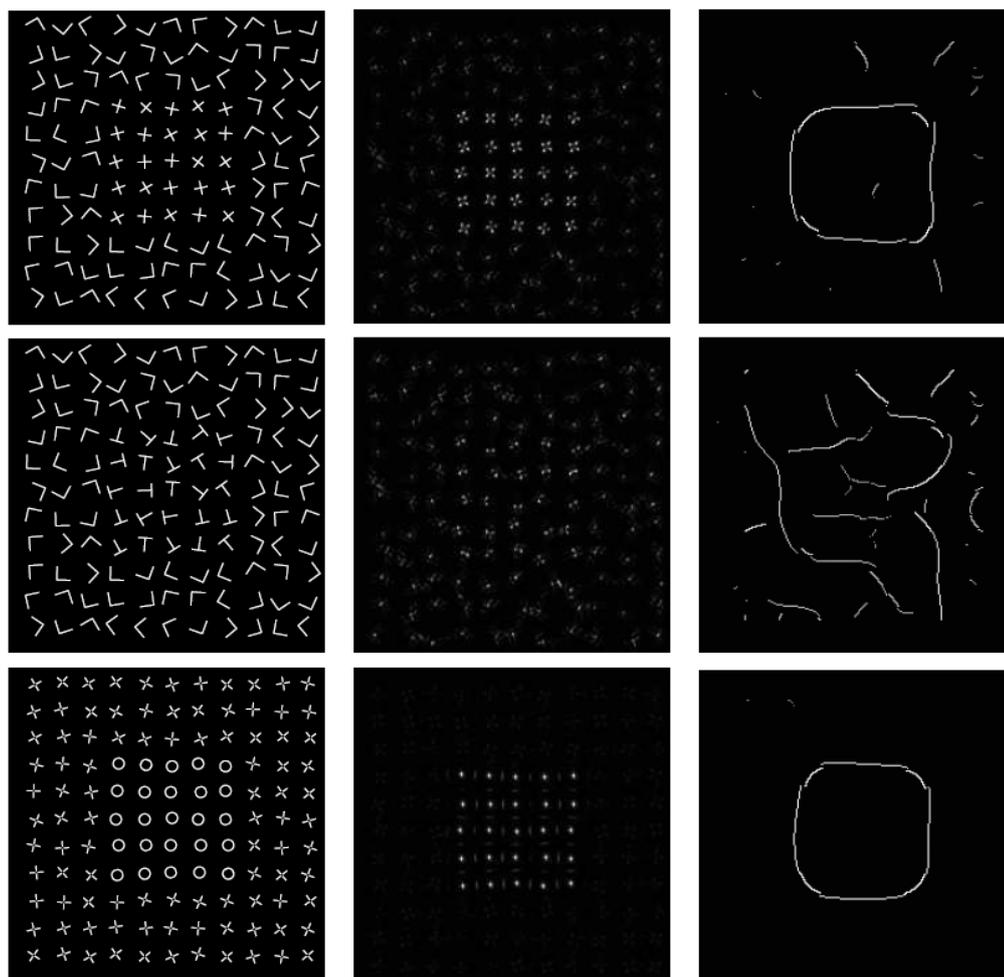
where $\text{bin}(i)$ is defined for $i = 1, \dots, n$ as

$$\text{bin}(i) = \bigcup_{k=0,1} \left[k\pi + \frac{(i-1)\pi}{n} - \frac{\pi}{2n}, k\pi + \frac{i\pi}{n} - \frac{\pi}{2n} \right) \quad (2-6)$$



圖二-1 文獻 [11] 的有趣點結果圖

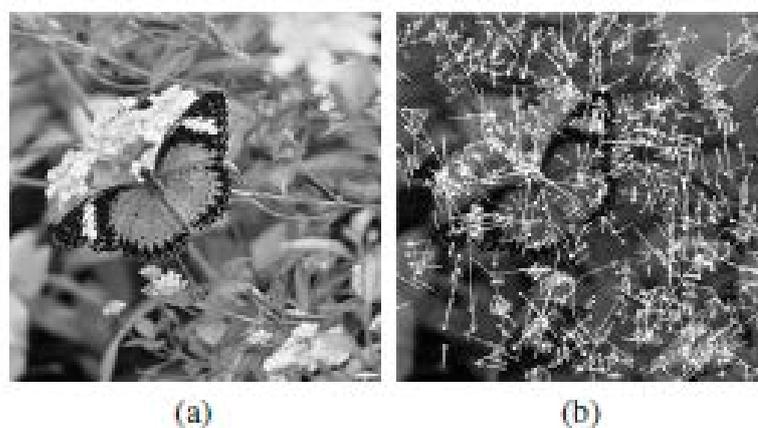
接著在 1993 年和 1994 年文獻 [12] [13] 中，原作者以前一篇論文方法為底，將其代數運算式運用在有對稱性的紋路上，透過比較的方式，成功地分辨出具有對稱圖形的紋路，或是哪些紋路比較具有對稱性。如圖二-2 所示：



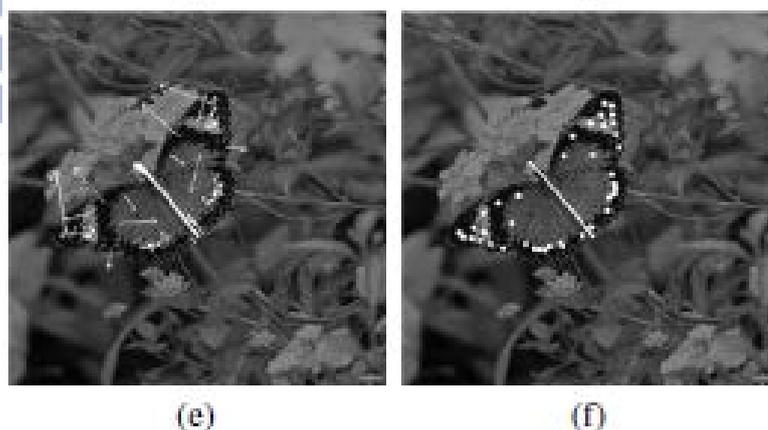
圖二-2 文獻 [12] [13] 的結果圖

作者在一連串討論文章中，以其論點找出可能對稱性圖形所在區域，大大提供後期對稱偵測上一個依據和方法。也建立了後期在對稱偵測上一個新的方向。

接著在 2006 年文獻 [14] 中，作者以前述方法為基底，搭配使用尺度不變特徵轉換(Scale-invariant feature transform, SIFT)，成功地找到圖形對稱所在。利用特徵擷取及辨識的方法，首先找出影像中的特色點，如圖二-3 所示。接著參考本篇論文代數運算式(2-4)(文獻 [11])，發展一套對稱運算式，將這些特色點代入並進行運算，找出最為重要的角度，以及其相關聯的特色點，確認雙邊對稱的對稱軸，其結果如圖二-4 所示。

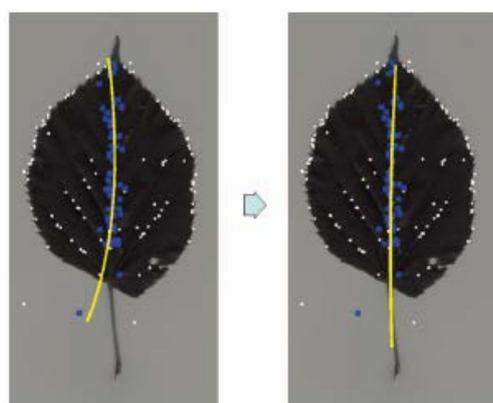


圖二-3 文獻 [14] 中的特色點擷取(b)，(a)為原圖



圖二-4 文獻 [14] 中的結果圖

在 2011 年文獻 [4] 中，作者參考文獻 [11] 方法為其基礎，並以本篇論文代數運算式(2-4) (文獻 [11]) 為起始點，發展一套方法，解決論文所提出的特定對稱類型。利用過濾、特徵擷取及辨識的方法，結合對稱運算式將這些特色點進行運算，分組配對比較，找出最為重要的角度和偏移量，進而解決問題。最後介紹一套逼近演算法，使結果能夠更加地準確。其結果為圖二-5 所示。



圖二-5 文獻 [4] 的結果圖

最後在 2011 年文獻 [6] 中，透過梯度方向、梯度強度和亮度對比等資訊，經過自動化處理過程，有效判斷出對稱軸以及對稱範圍。透過影像特性，找出其邊緣，搭配運用梯度方向找出對稱的角度，進而判斷出對稱軸以及對稱範圍。其結果如圖二-6 所示：



原圖

結果圖

圖二-6 文獻 [6] 的結果圖

文獻 [6]其方法簡單明瞭，但仍然有一些地方需要改進，如效率、速度等等。在此，我們將以文獻 [6]和文獻 [11]為基礎，並以尺度不變特徵轉換(Scale-invariant feature transform, SIFT)為出發點，搭配本篇論文所簡化定義的特徵點，以這些特徵點透過對稱運算式找到軸對稱的對稱軸和對稱範圍，更有效率地解決問題。



第三章 對稱偵測方法

本論文的目標是希望在可行和有效率的準則之下，發展一套對稱偵測方法來解決影像圖形的對稱偵測問題。希望透過這樣一套的方法可以成功並準確擷取出對稱軸和其對稱範圍。本篇論文將針對軸對稱種類圖形作對稱偵測，並作一系列實驗。透過觀察偵測結果是否符合吾人視覺所找到的對稱，找出一組與吾人視覺對稱判定較為相符的系統參數組合方式，最後透過結果圖來驗證本篇論文方法的可行性。本章節將就對稱偵測流程中的各個處理步驟作詳細的說明與介紹。

3.1 相關定義及說明

在介紹方法之前，將先對本篇論文對稱偵測方法中所使用的名詞、重要的觀念和運算式(極值點、圖形輪廓、特徵點和對稱判定)作簡單的基本定義與介紹。這些定義為本篇論文最核心的重點與精神，透過這些觀念和運算式的說明，可更容易了解本論文對稱偵測方法。

3.1.1 極值點

根據文獻 [15]，可以得知灰階影像圖形是由一群具有特定數值的像素點所構成的分佈(Distribution)，分佈內的像素點經由處理後可以找到本篇論文所需要的特徵點。

首先，會將原始影像色彩轉換灰階影像，後利用所得灰階影像中的亮度值 L (Luminance) 來擷取特徵點。其中，一般灰階影像(Grayscale)的取得方法，主要是將全彩影像(Color Image)的三個頻道(Channel，紅、綠、藍三頻道)乘上特定權重($L = 0.299R + 0.587G + 0.144B$ ， R 、 G 、 B ：紅、綠、藍)後的總合，並將其視為灰階影像的灰階值，也就是影像的亮度 L 。

以下是極值點的定義：

定義三-1：極值點(Critical Point, Cp)

圖像 I (Image)：

原始影像。

灰階值 $L(x, y)$ (Luminance)：

原始影像位置 (x, y) 像素點的灰階值。

極值影像 $C_I (= F_C(I))$ (Critical Image)：

原始影像經由下列運算式所導出的二元影像為極值影像。其中，像素點

$p_{x,y}$ (位置 (x, y))。

$$\begin{cases} C_I(p_{x,y}) = 1, & \text{if } L(x, y) - \max_{-\frac{n}{2} \leq i, j \leq \frac{n}{2}} L(x+i, y+j) = 0 \\ & \text{or } L(x, y) - \min_{-\frac{n}{2} \leq i, j \leq \frac{n}{2}} L(x+i, y+j) = 0 \\ C_I(p_{x,y}) = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-1)$$

極值點 $C_{p_{x,y}}$ (Critical Point)：

極值影像中的 C_I 為 1 的像素點。極值點在圖像中是一個圖像的像素

點，且此像素點具有局部極大(local maximum)或局部極小(local mini-

mum)的特性。(如圖三-1)

| | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $A_{(小)}$ | $B_{(小)}$ | $C_{(小)}$ | $A_{(大)}$ | $B_{(大)}$ | $C_{(大)}$ |
| $D_{(小)}$ | $E_{(大)}$ | $F_{(小)}$ | $D_{(大)}$ | $E_{(小)}$ | $F_{(大)}$ |
| $G_{(小)}$ | $H_{(小)}$ | $I_{(小)}$ | $G_{(大)}$ | $H_{(大)}$ | $I_{(大)}$ |

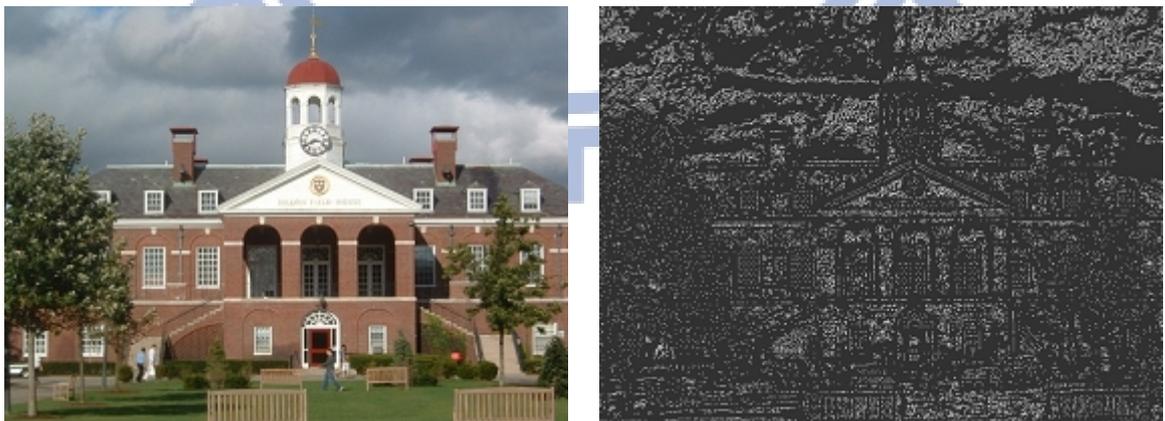
圖三-1 極值點示意圖($n = 3$)

原始影像一區域內九像素點 A~I 中，如符合兩情況，則為極值點。

- 1) 藍色像素點 E 灰階值(L_E)最大 (局部極大，左)；
- 2) 棕色像素點 E 灰階值(L_E)最小 (局部極小，右)。

圖三-1 為極值點的示意圖，由圖中可以得知，局部極大或局部極小的像素點，就是以一點為中心，和相鄰的八個相近像素點作比較，中心像素點必須是九個圖像像素點中灰階值最大；或是九個圖像像素點中灰階值最小的，那此點即為本篇論文所想要的極值點。

透過這樣的處理方式，可以在一張圖像中找到一群相對應的極值點，其分佈呈現某種特性，如圖三-2 所示：左邊為原圖，右邊為一群亮點，這些亮點是由圖像中的局部極大或局部極小的像素點所組成，即為極值圖。



圖三-2 左圖為原始圖，右圖為極值圖

3.1.2 圖形輪廓擷取

根據文獻 [5] [6]，可以得知若想要擷取出圖形輪廓可以透過影像像素的亮度對比和梯度向量兩資訊來達成目的。因此在說明擷取圖形輪廓之前，先對影像的梯度向量資訊和影像像素的亮度對比作個簡單說明，接著再詳細敘述如何擷取圖形輪廓。

3.1.2.1 影像像素點的亮度對比(Luminance Contrast)

透過文獻 [5] [6]的方法，在完成色彩轉換獲得灰階影像後，利用所得灰階影像中的亮度值 L ，以下列運算式計算影像像素點亮度對比值 LC 。

影像像素亮度對比值 $LC_{p_{x,y}}$ ($p_{x,y}$ 像素位置 (x, y)) 的公式如下：

$$LC_{p_{x,y}} = L_{\max} - L_{\min} \quad (3-2)$$

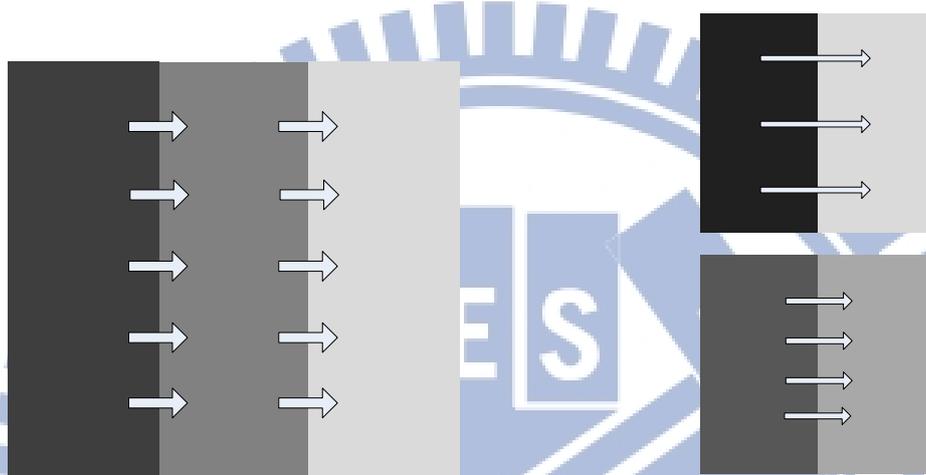
$$L_{\max} = \max_{-\frac{n}{2} \leq i, j \leq \frac{n}{2}} L(x + i, y + j) \quad (3-3)$$

$$L_{\min} = \min_{-\frac{n}{2} \leq i, j \leq \frac{n}{2}} L(x + i, y + j) \quad (3-4)$$

在影像像素亮度對比值 LC 的處理，首先會建立一個 $n \times n$ 的遮罩(mask)，接著對影像的每一個像素進行運算，當處理到某像素 $p_{x,y}$ (像素位置 (x, y)) 時，將其置於遮罩中心，並於遮罩範圍內找出亮度最大值 L_{\max} 以及亮度最小值 L_{\min} ，計算亮度最大值 L_{\max} 與亮度最小值 L_{\min} 的差值，當作該像素的對比值 $LC_{p_{x,y}}$ 。

3.1.2.2 梯度向量資訊(Gradient Vector)

透過文獻 [5] [6] 的方法，以亮度值變化量作為梯度向量的參考值，亦是說從暗到亮的亮度變化方向為梯度向量的參考值。圖三-3 所示為梯度向量示意圖。



圖三-3 梯度向量資訊示意圖(左:梯度方向；右:梯度強度)

使用下列運算式定義梯度向量：

$$\nabla L(x, y) \equiv (g_x, g_y) \equiv \left(\frac{\partial L}{\partial x}, \frac{\partial L}{\partial y} \right) \quad (3-5)$$

$$g_x = \sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{j=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} M_2(i + \frac{n}{2}, j + \frac{n}{2}) \times L(x + i, y + j) \quad (3-6)$$

$$g_y = \sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{j=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} M_1(i + \frac{n}{2}, j + \frac{n}{2}) \times L(x + i, y + j) \quad (3-7)$$

其中 $L(x, y)$ 為影像中 (x, y) 座標的亮度值，利用 prewitt 遮罩或 sobel 遮罩與灰階影像的亮度值作卷積(convolution)，可分別得到 g_x 、 g_y 兩個 x 和 y 的方向亮度值變化量。

由於梯度向量為一組 (g_x, g_y) 的數對，可提供梯度強度和梯度方向，以供後續分析與使用。其中，梯度強度為 $|\nabla L(x, y)| = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$ ；梯度方向為 $\theta(x, y) = \tan^{-1} \frac{g_x}{g_y}$ ， $\theta(x, y)$ 的範圍為 0~360 度。圖三-3 所示為梯度強度和梯度方向的示意圖，箭頭方向表示梯度資訊的方向，箭頭長度表示強度大小。從圖可以看出，梯度方向為暗到亮的方向，梯度強度為亮暗變化的大小，變化越大則強度越強，反之亦然。另外，圖三-4 所示為梯度向量運算的 M_1 、 M_2 矩陣。

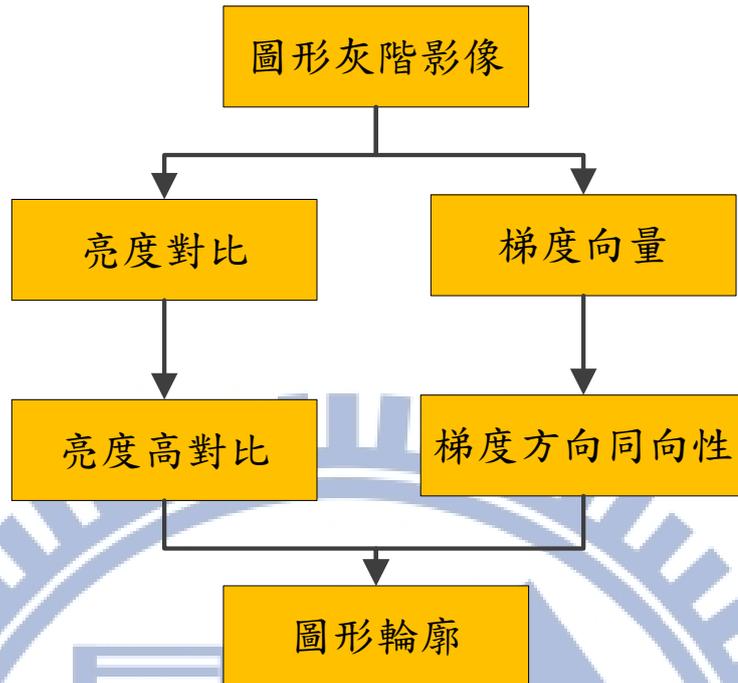
$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

圖三-4 梯度向量運算的 M_1 、 M_2 矩陣（左：Prewitt；右：Sobel）

3.1.2.3 擷取圖形輪廓

根據文獻 [5] [6] 的研究，若想要擷取出圖形輪廓可以運用影像像素的亮度對比和梯度向量兩種資訊來達成目的。以下是本篇論文的作法，圖三-5 為圖形輪廓擷取流程圖。



圖三-5 圖形輪廓擷取流程

(一) 亮度高對比區域

透過像素的對比值 LC 分佈，找到周邊亮度差距相對較高的像素點，最後將這些像素點收集起來即為亮度高對比區域。換句話說，若某個像素點 $p_{x,y}$ (像素位置 (x,y))，其像素的對比值 LC 大於某個門檻 (Threshold, LC_{TH})，便將此像素點稱為相對對比高的像素點，最後將這些較對比高的像素點收集起來。以下為其式子：

$$LC_{p_{x,y}} = LC(x,y) = L_{max} - L_{min} \geq LC_{TH} \quad (3-8)$$

(二) 梯度方向同向性區域

梯度方向同向性，即是判斷出某像素周圍是否具有較一致的梯度方向，並將其擷取出來，最後將這些像素點收集起來稱為梯度方向同向性；換句話說，將某像素點 $p_{x,y}$ (像素位置 (x,y)) 作梯度方向同向性權重運算後得

一權重值($W_{p_{x,y}}$)，再判斷此權重值是否大於某個門檻(Threshold, W_{TH})。若大於某個門檻，便將此像素點稱為具有梯度方向同向的像素點，最後再將較一致的梯度方向像素點群聚起來。以下為梯度方向同向性權重公式和梯度方向同向性判斷式。

梯度方向同向性權重公式：

$$W_{p_{x,y}} = W(x, y) = \sum_{i=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \sum_{j=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} O(x+i, y+j) \quad (3-9)$$

$$O(x+i, y+j) = \begin{cases} 1, & |\theta(x, y) - \theta(x+i, y+j)| \leq \theta_\varepsilon \\ 0, & |\theta(x, y) - \theta(x+i, y+j)| > \theta_\varepsilon \end{cases} \quad (3-10)$$

上式中 $W_{p_{x,y}}$ 為 (x, y) 座標的同向性權重值， $O(x+i, y+j)$ 為判斷兩像素點其位置 $(x+i, y+j)$ 與 (x, y) 的梯度方向是否具有同向性， $\theta(x, y)$ 為座標 (x, y) 的梯度方向， θ_ε 為梯度方向同向性可允許的誤差範圍，也就是說當兩像素點其梯度方向差值小於 θ_ε ，則稱兩像素點具有較一致的梯度方向特性。

梯度方向同向性判斷式子：

$$W_{p_{x,y}} = W(x, y) \geq W_{TH} \quad (3-11)$$

在梯度方向同向性的處理程序上，首先會建立 $n \times n$ 的遮罩，接著對各個像素進行運算，當處理到該像素時，將其置於遮罩中心，並運算遮罩範圍內其他像素與中心點的梯度方向關係(3-10)，求出各個像素的梯度同向性權重值($W_{p_{x,y}}$)，因此，當 $W_{p_{x,y}}$ 值越大，代表該遮罩($n \times n$)範圍內

會有越多的像素，其的梯度方向與中心像素點梯度方向具有較一致的傾向。

(三) 圖形輪廓

方法三-1：圖形輪廓(Graphic Outline, GO_I)

經由下列運算式所導出的二元影像為圖形輪廓影像。即是圖形影像本身是亮度高對比和梯度方向同向性的交集。

如果影像圖形是圖形輪廓，則

$$\begin{cases} GO_I(p_{x,y}) = 1, & \text{if } LC_{p_{x,y}} \geq LC_{TH}, W_{p_{x,y}} \geq W_{TH} \\ GO_I(p_{x,y}) = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-12)$$

其中， $p_{x,y}$ 為像素點。

透過上述方法，可以獲取圖形輪廓所在，為之後對稱偵測去除不必要的資訊，減少計算量，增加效率。下圖三-6 為圖三-2 的圖形輪廓。





圖三-6 左上為圖三-2 的亮度高對比區域圖；右上為圖三-2 的梯度方向同向性區域圖；
下為圖三-2 的圖形輪廓圖

3.1.3 特徵點

特徵點取法是本論文最為重要的步驟，透過篩選出特徵點後，再搭配後續處理，可以解決減少對稱判斷運算量、縮短運算時間及加強程式執行效率的問題，並達成解決對稱偵測之目的。

以下是特徵點的定義：

方法三-2：特徵點 (Feature point, F_p)

特徵圖 F_I (Feature Image)：

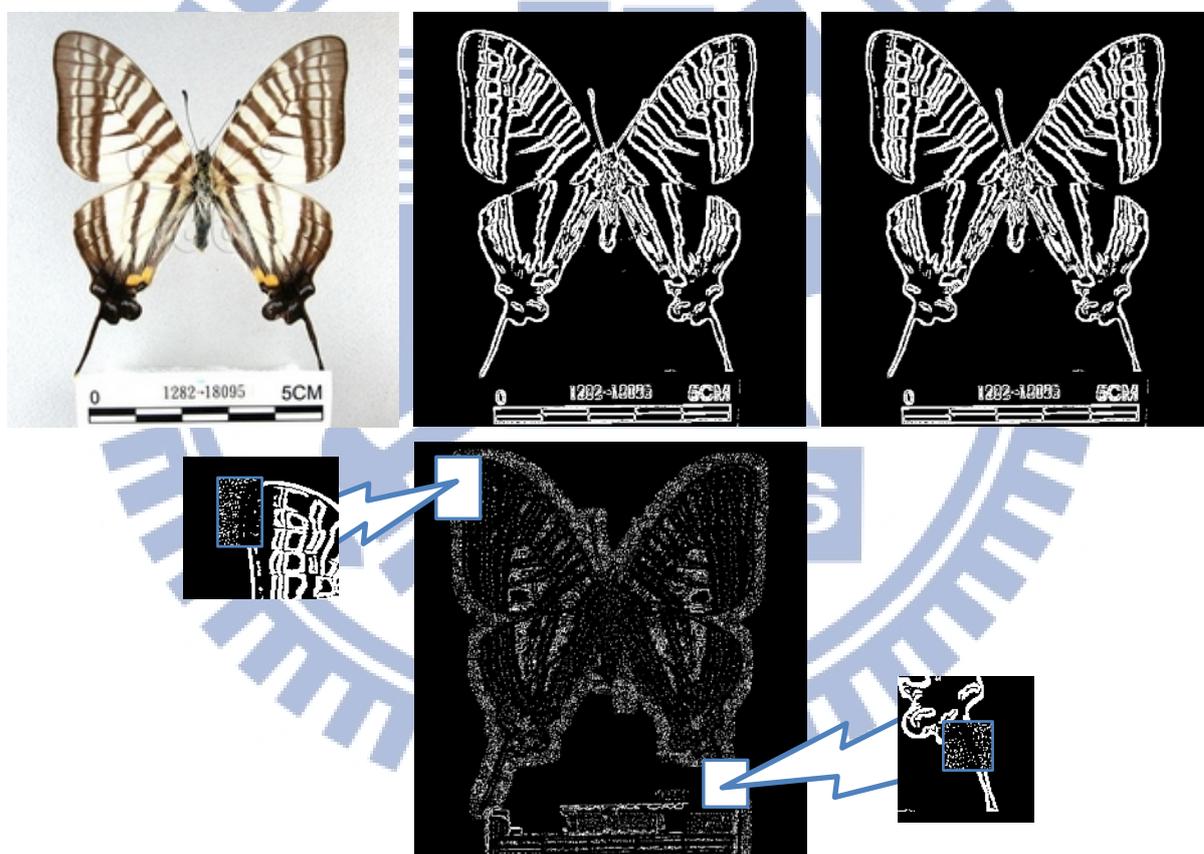
經由下列運算式所導出的二元影像為特徵圖。其中，像素點 $p_{x,y}$ (位置 (x,y))。

$$\begin{cases} F_I(p_{x+i,y+j}) = 1, & \text{if } GO_I(p_{x,y}) = 1, C_I(p_{x+i,y+j}) = 1 \quad \forall i, j \in [-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}] \\ F_I(p_{x+i,y+j}) = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3-13)$$

特徵點 F_p (Feature Point)：

特徵圖中的 F_I 值為 1 的像素點。特徵點亦為本篇論文影像高對稱對比區域位置。

由上述式子(3-13)可以看出，特徵圖中各像素點落在圖形輪廓的臨界範圍內極值點所構成之影像，像素值為 0/1。透過對影像圖形所有像素點執行極值點擷取和圖形輪廓擷取，再選出輪廓線條附近的點為特徵點。下圖三-7 為特徵圖的範例圖。由圖中可以看出特徵圖是藉由圖形輪廓往外尋找極值點，找到的極值點即為特徵點。另外，由特徵點所構成的區域稱為高對稱對比區域。

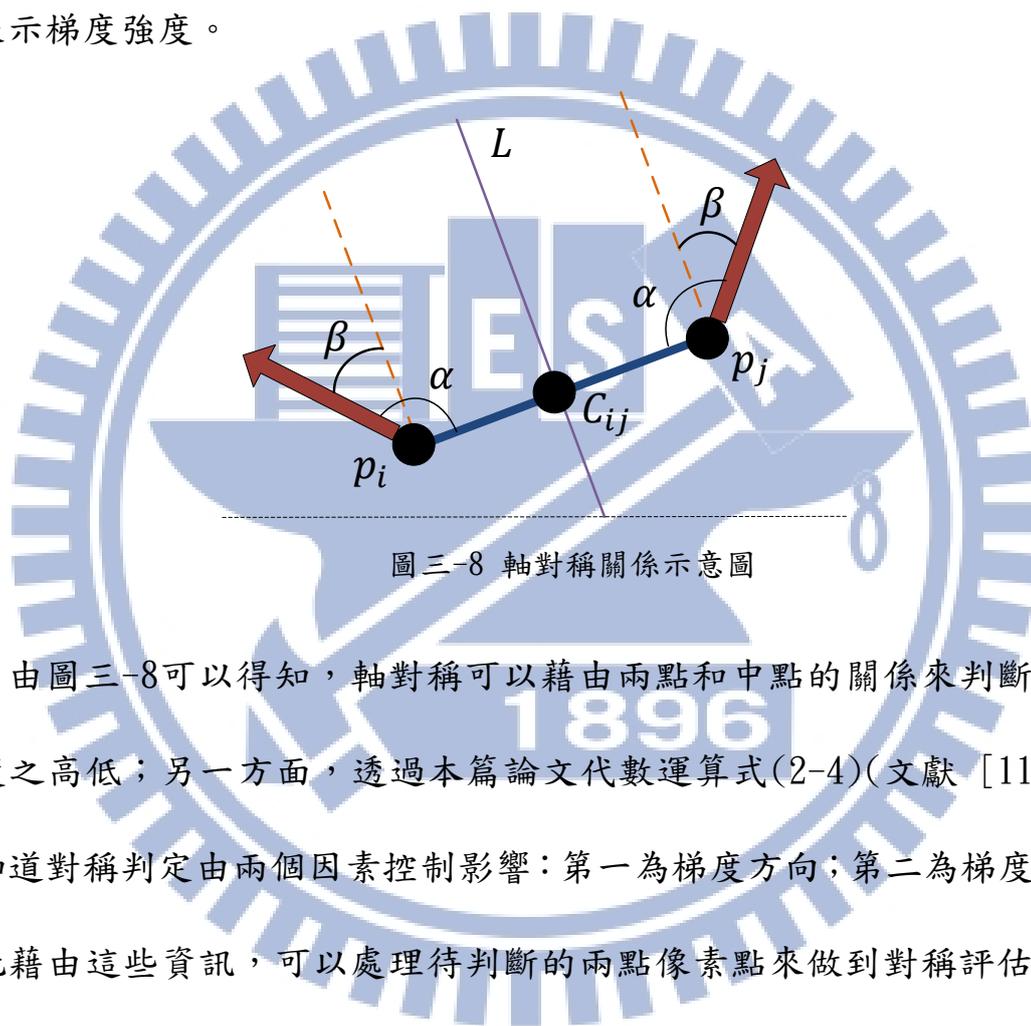


圖三-7 左上為原圖；中上為極值點擷取；右上為圖形輪廓擷取；
下方為特徵圖

3.1.4 對稱判斷(像素點)

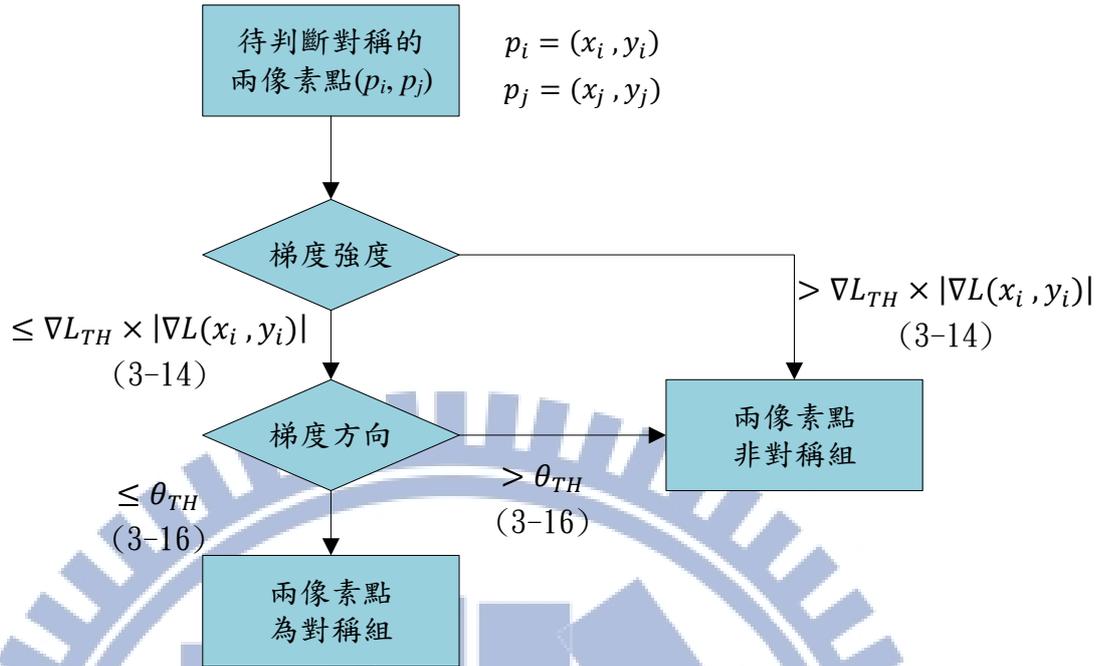
圖三-8為 p_i 、 p_j 兩點對 L 軸對稱程度之示意圖(軸對稱關係示意圖)。

根據文獻 [6] 的研究，將 p_i 、 p_j 兩點連成一條線 $\overline{p_i p_j}$ ，中點為 C_{ij} ，存在一條軸 L 垂直且平分此線 $\overline{p_i p_j}$ ， C_{ij} 與 p_i 、 p_j 兩點距離為 d ， β 為 p_i 、 p_j 的梯度方向和此軸 L 的夾角， α 為 p_i 、 p_j 和線 $\overline{p_i p_j}$ 的夾角，箭頭長短表示梯度強度。



圖三-8 軸對稱關係示意圖

由圖三-8可以得知，軸對稱可以藉由兩點和中點的關係來判斷其對稱強度之高低；另一方面，透過本篇論文代數運算式(2-4)(文獻 [11])，可以知道對稱判定由兩個因素控制影響：第一為梯度方向；第二為梯度強度。因此藉由這些資訊，可以處理待判斷的兩點像素點來做到對稱評估。透過這樣的方法，所找出來的兩對稱像素點，稱為對稱組。圖三-9為對稱判斷流程圖。



圖三-9 對稱判斷流程圖

(一) 梯度強度

由圖三-8、代數運算式(2-4)(文獻 [11]) 可以知道，兩個像素點存在著對稱關係時，其梯度強度應該要非常接近，因此可以藉由此特性作第一階段判斷，判斷兩個像素 p_i 、 p_j ($p_i = (x_i, y_i)$ 和 $p_j = (x_j, y_j)$) 的梯度強度差距是否小於門檻值，如果超過臨界值則結束檢驗，反之則繼續檢驗步驟。下列為梯度強度差距判斷表示法：

$$|\nabla L(x_i, y_i)| - |\nabla L(x_j, y_j)| \leq \nabla L_{TH} \times |\nabla L(x_i, y_i)| \quad (3-14)$$

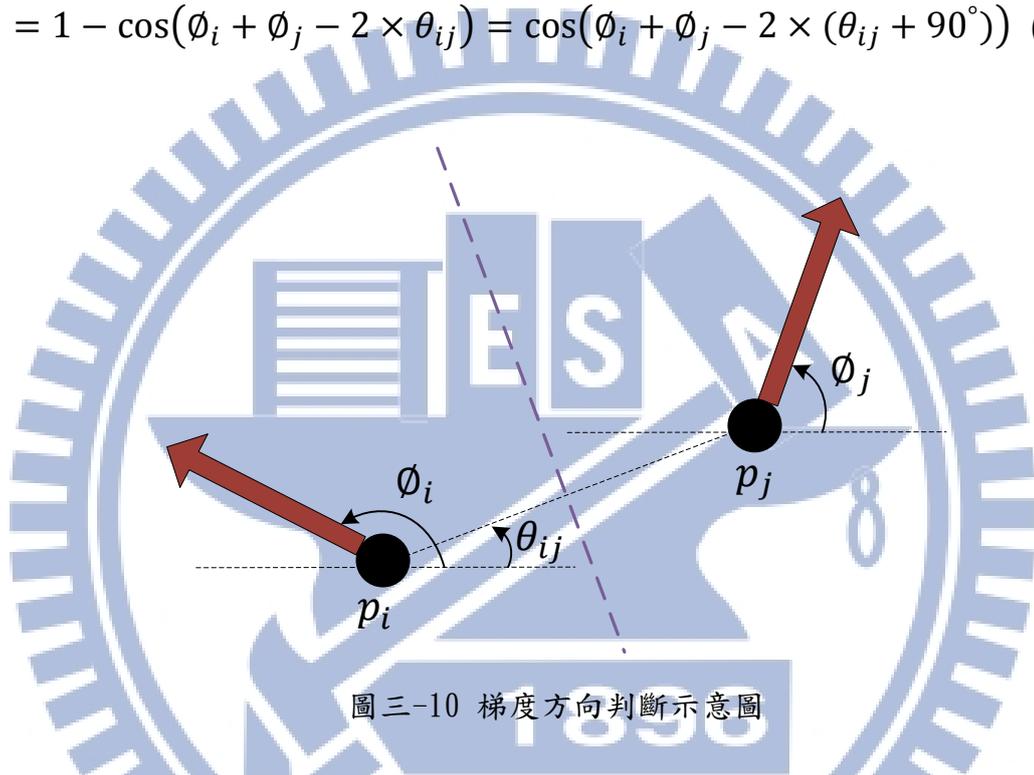
若 $|\nabla L(x_i, y_i)| - |\nabla L(x_j, y_j)|$ 超過 $\nabla L_{TH} \times |\nabla L(x_i, y_i)|$ ，則結果為兩像素點 p_i 、 p_j 非對稱組。

本系統的 ∇L_{TH} 不為一固定值，隨著不同的影像圖形、 ∇L_{TH} ，應有相應之設定。在論文的第五章中，會透過多次的實驗分析 ∇L_{TH} ，並找出較適合本論文的固定值 ∇L_{TH} 。

(二) 梯度方向

由圖三-8可以看出，兩個像素點 p_i 、 p_j 存在著對稱關係時，其梯度方向存在著某種相關。根據文獻 [6] [14] 的研究，可以透過圖三-10 梯度方向判斷示意圖，觀察出兩對稱像素點方向關係如運算式(3-15)所述。

$$\Phi_{ij} = 1 - \cos(\phi_i + \phi_j - 2 \times \theta_{ij}) = \cos(\phi_i + \phi_j - 2 \times (\theta_{ij} + 90^\circ)) \quad (3-15)$$



圖三-10 梯度方向判斷示意圖

當 $|\Phi_{ij}| \approx 1$ 時，表示兩個像素梯度方向存在對稱特性，因此可以藉由此特性作第二階段判斷。兩個像素 p_i 、 p_j ($p_i = (x_i, y_i)$ 和 $p_j = (x_j, y_j)$) 梯度方向之和除以2，和 $\theta_{ij} + 90^\circ$ 結果之差值是否小於門檻值作判斷，如果超過臨界值則結束，反之則可視為對稱。

以下為梯度方向差距判斷表示法：

$$|(\{\theta(x_i, y_i) + \theta(x_j, y_j)\} \div 2) - (\theta_{ij} + 90^\circ)| \leq \theta_{TH} \quad (3-16)$$

當超過 θ_{TH} ，兩像素點 p_i 、 p_j 為非對稱組；反之則稱兩像素點為對稱組。

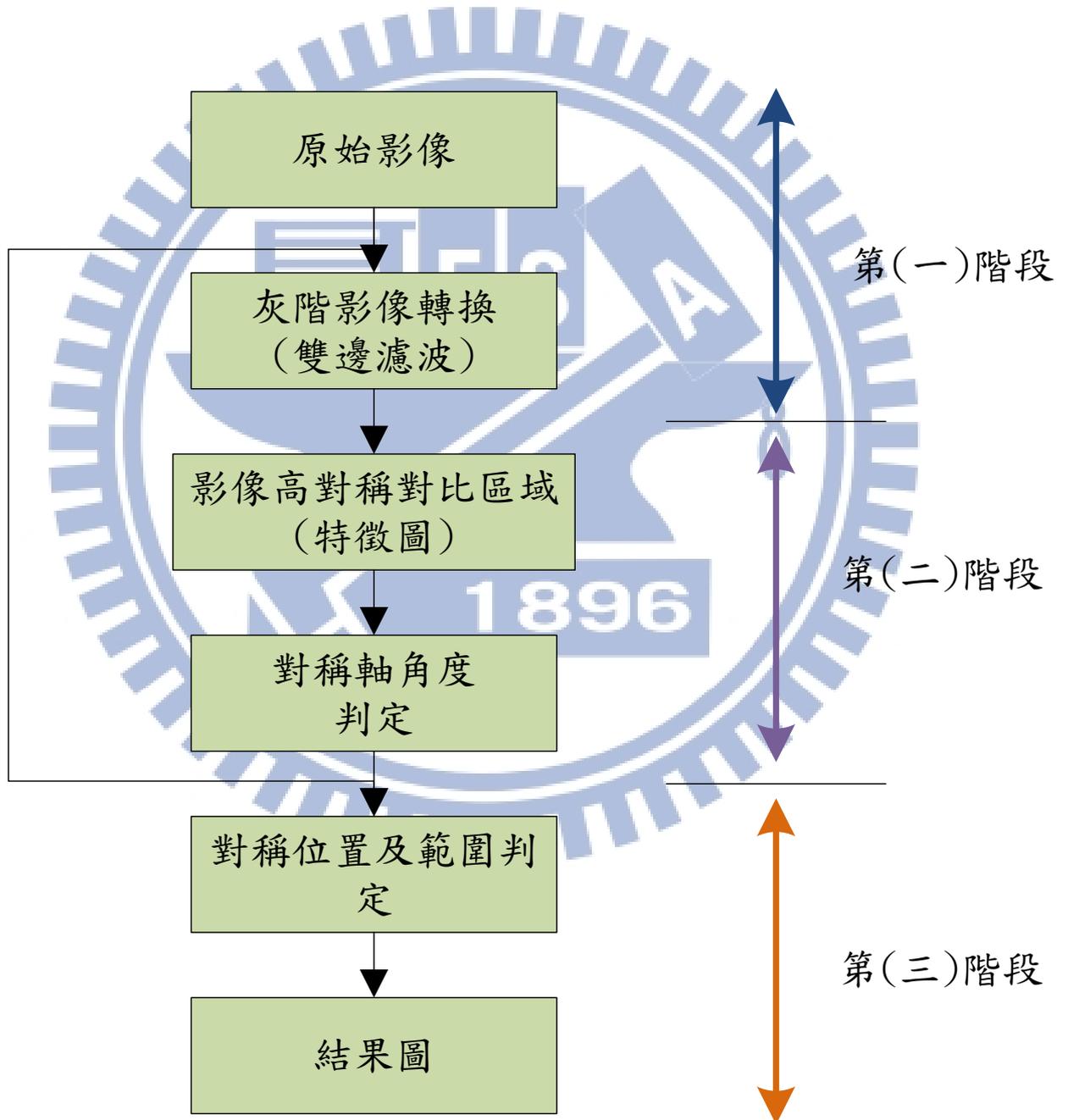
本系統的 θ_{TH} 不為一固定值，隨著不同影像圖形、 θ_{TH} 的差異，應有相應之設定，跟上述的式子(3-14)中 ∇L_{TH} 有一樣的特性。因此在論文的第五章中，會透過多次的實驗對 θ_{TH} 作多次的分析，找出較適合本論文的固定值 θ_{TH} 。

另外，圖三-10中，以一組對稱組來作觀察，其中 $\theta_{ij} + 90^\circ$ 為此對稱組的對稱角度。透過多數的對稱角度可決定影像圖形的主要對稱角度。



3.2 主要方法流程圖

本篇論文主要方法程序是採用3.1所定義之方法，再加上基本影像處理方法(影像色彩轉灰階、雙邊濾波平滑化及霍夫轉換)，來達成軸對稱偵測的目的。圖三-11為本論文影像圖形對稱性偵測流程圖。



圖三-11 影像圖形對稱性偵測流程圖

首先進行圖三-11之第(一)階段的操作，會先進行色彩轉換(Color Conversion)，由輸入之全彩影像轉換成灰階影像(如3.1.1所述)，並將灰階影像作平滑化，本系統使用雙邊濾波平滑化(Bilateral Filter)。

雙邊濾波平滑化是一種非線性濾波處理，主要原理是同時在空間域(spatial domain，以尤拉距離為主)與強度域(intensity domain，以影像灰階值為主)作高斯平滑化(Gaussian smoothing)處理(文獻 [16])，其數學定義如下(文獻 [17])：

$$BF(L_p) = \frac{1}{K_p} \sum_{q \in I_p} G_{\sigma_s}(\|p - q\|) G_{\sigma_i}(|L_p - L_q|) L_q \quad (3-17)$$

其中 $BF(L_p)$ 為像素 p 經過雙向濾波處理的結果， L_p 與 L_q 分別為像素 p 與 q 的灰階值， I_p 為像素 p 的鄰近區域， G_{σ_s} 與 G_{σ_i} 分別是空間域與強度域的高斯平滑化函數，隨著尤拉距離像素 p 以高斯 σ_s 函數降低其影響力；也隨著強度差距像素 p 以高斯 σ_i 函數降低其影響力，而 K_p 為一正規化用的函數，其上述定義可以寫成：

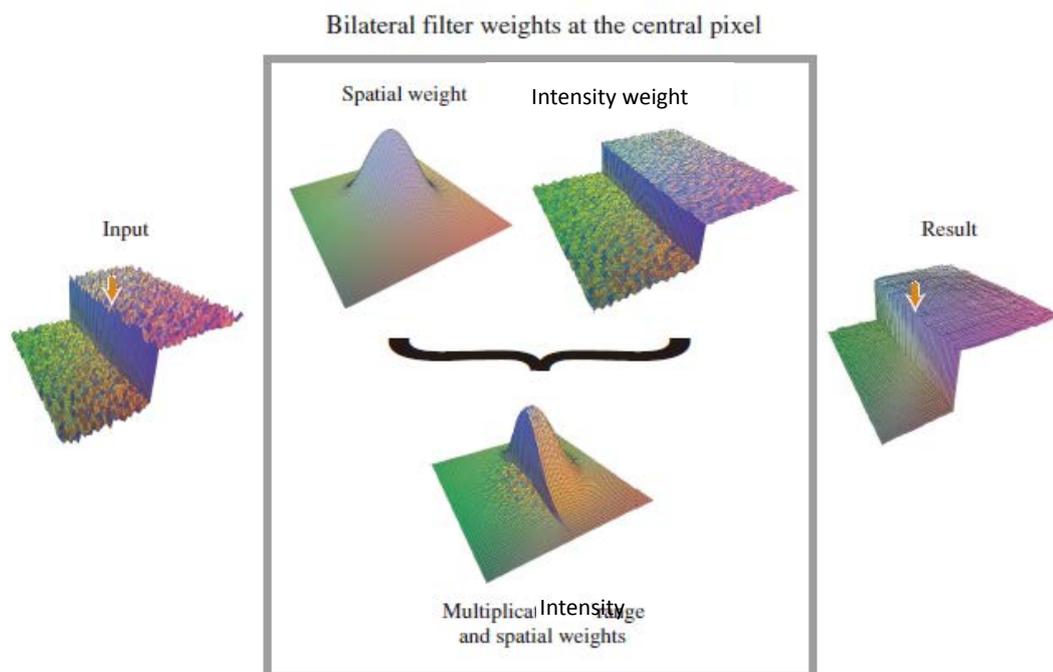
$$G_{\sigma_s}(\|p - q\|) = \frac{1}{2\pi\sigma_s^2} \exp\left(-\frac{\|p-q\|^2}{2\sigma_s^2}\right) \quad (3-18)$$

$$G_{\sigma_i}(|L_p - L_q|) = \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \exp\left(-\frac{|L_p-L_q|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (3-19)$$

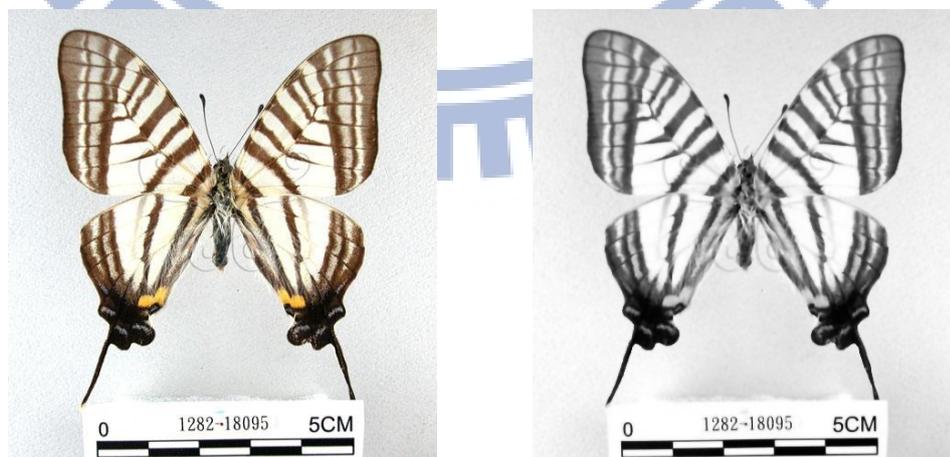
$$K_p = \sum_{q \in I} G_{\sigma_s}(\|p - q\|) G_{\sigma_i}(|L_p - L_q|) \quad (3-20)$$

本篇論文使用 $\sigma_s = 1$ 和 $\sigma_i = 1$ ， I_p 為 80×80 。

透過上述方法，希望可以藉由雙邊濾波平滑化的方法，在影像處理中能有效地將雜訊平滑化，且又可以把影像重要的邊界保留。圖三-12為雙邊濾波平滑化的圖示，圖三-13為圖形轉換灰階並執行雙邊濾波平滑化的範例。



圖三-12 雙邊濾波平滑化的圖示(文獻 [17])



圖三-13 左圖為原始圖，右圖為作過雙邊濾波平滑化後的圖

接著進行圖三-11之第(二)階段的操作，影像高對稱對比區域可透過

3.1.3方法擷取出。以下為其步驟：

(1) 極值點產生：式子(3-1)中，本系統採用 $n = 3$ 。

(2) 輪廓圖產生：參考文獻 [5] [6]，本系統採用參數為下述。式子(3-3)、

(3-4)、(3-6)、(3-7)、(3-9)中， $n = 3$ ，並採用 Sobel 遮罩。式子

(3-8) $LC_{TH} = 30$ 。式子(3-10) $\theta_{\varepsilon} = 30$ ；式子(3-11) $W_{TH} = 6$ 。

(3) 特徵圖產生。

對影像圖形所有像素點執行極值點擷取和圖形輪廓擷取，再選出線條附近的

的特徵點，降低計算量並增加對稱運算的準確度。而挑選方式是對輪廓的

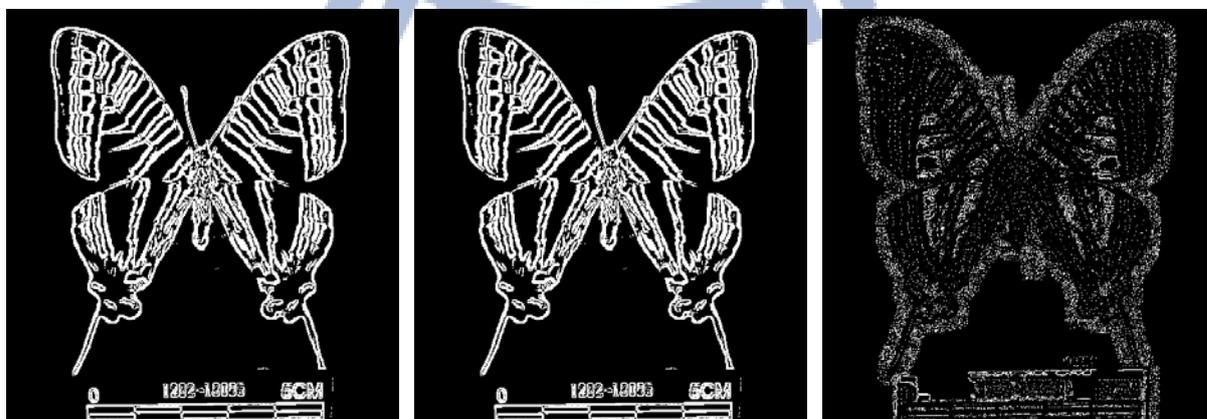
每一個像素點，以自己為中心取一個大小 $n_{fp} \times n_{fp}$ 的遮罩，再挑選出這

遮罩內的特徵點。 n_{fp} 跟前面 ∇L_{TH} 和 θ_{TH} 的參數是一樣，隨著不同的

值，將會有不同的結果。會在第五章中，和 ∇L_{TH} 、 θ_{TH} 一起作討論。在此

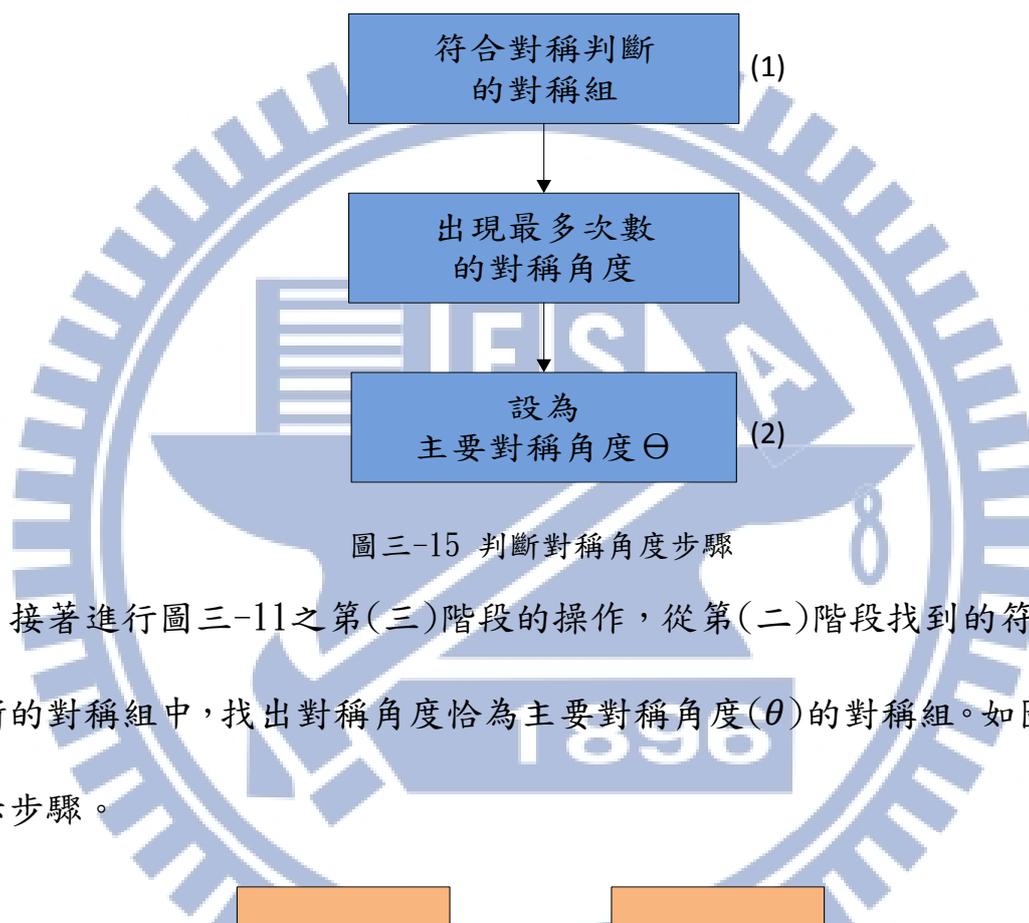
$n_{fp} = \sqrt{\left(\frac{Leight}{10}\right)^2 + \left(\frac{Width}{10}\right)^2} / 5$ 、 $\nabla L_{TH} = 0.3$ 和 $\theta_{TH} = 1$ 。圖三-14為圖三-13

執行極值點擷取、圖形輪廓擷取和其混和極值點和圖形輪廓的結果圖。



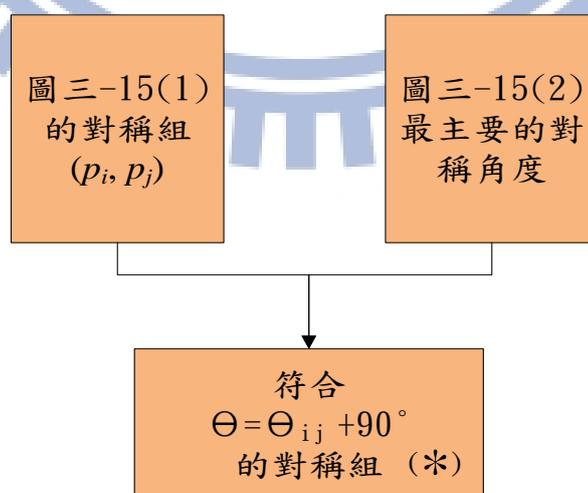
圖三-14 左為極值點擷取；中為圖形輪廓擷取；右為特徵圖

接著運用3.1.4對稱判斷方法，對篩選後的特徵點兩兩作對稱判斷，找出所有符合對稱判斷的對稱組 (p_i, p_j) 。並從得到的對稱組中，找到出現最多次數的對稱角度，並設此角度為此圖最主要的對稱角度 (θ) 。如圖三-15所示步驟。



圖三-15 判斷對稱角度步驟

接著進行圖三-11之第(三)階段的操作，從第(二)階段找到的符合對稱判斷的對稱組中，找出對稱角度恰為主要對稱角度 (θ) 的對稱組。如圖三-16所示步驟。



圖三-16 符合主要對稱角度 (θ) 的對稱組

透過圖三-16找到的對稱組(*)來判斷對稱位置和對稱範圍。以下為對稱位置和對稱範圍的方法說明：

(一) 對稱位置：

首先找出這些對稱組之中點，並利用霍夫轉換法(Hough Transform)

找出其主要對稱軸位置。

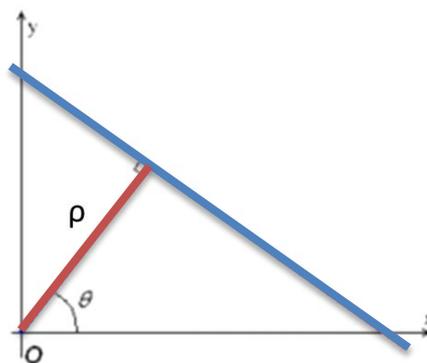
以下為霍夫轉換的方法說明。一般常見的直線表示法為 x - y 參數空間的方程式：

$$y = ax + b \quad (3-21)$$

此時 a 表示斜率， b 表示截距。在霍夫轉換法中，將直線表示法轉為 ρ - θ 參數空間的方程式：

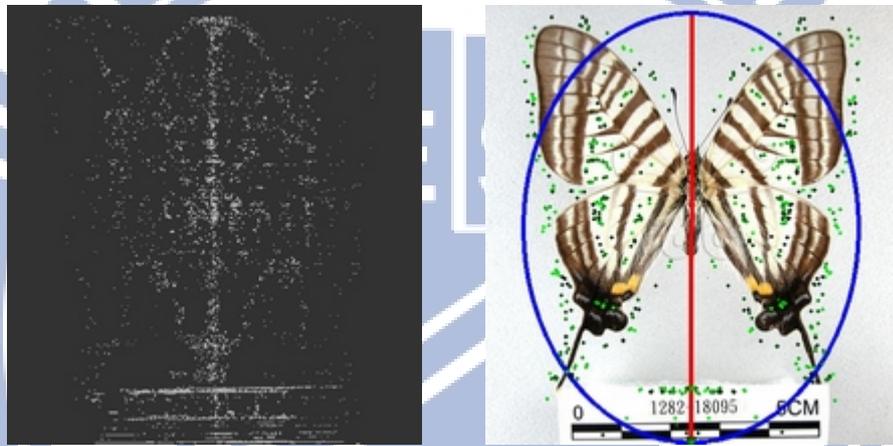
$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (3-22)$$

且在 x - y 參數空間中的每個 (x, y) 座標都能轉換成 ρ - θ 參數空間中的 (ρ, θ) 座標，圖三-17為示意圖。



圖三-17 x - y 空間與 ρ - θ 空間關係圖

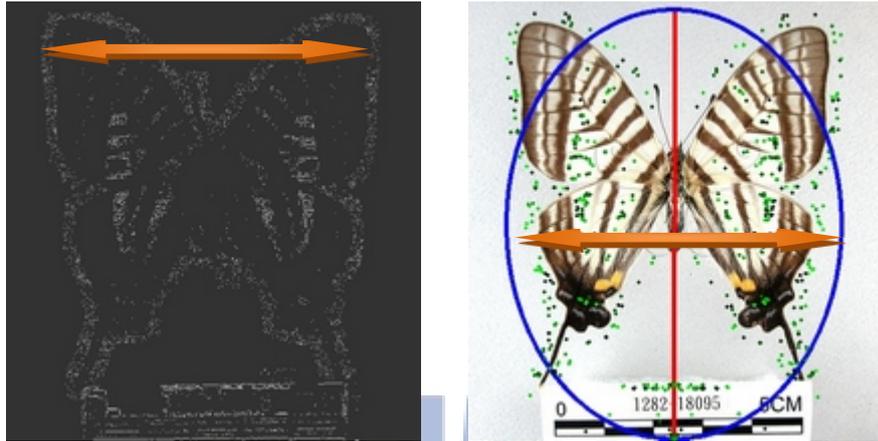
在霍夫轉換的過程中，將全部中點座標點從 $x-y$ 空間轉換到 $\rho-\theta$ 空間，完成所有中點座標點的轉換後，透過最大值所在 $\rho-\theta$ 空間的座標參數將能夠在 $x-y$ 空間決定一條直線，此直線即為此篇論文軸對稱的主要對稱軸。圖三-18為圖三-13為對稱位置霍夫轉換的範例圖。左圖為主要角度對稱組的中點；右圖紅色為軸對稱線，是中點透過霍夫轉換所得到的線。



圖三-18 左圖為圖三-13 在圖三-16 找到的對稱組中點圖；
右圖紅色為軸對稱線所在(霍夫轉換)

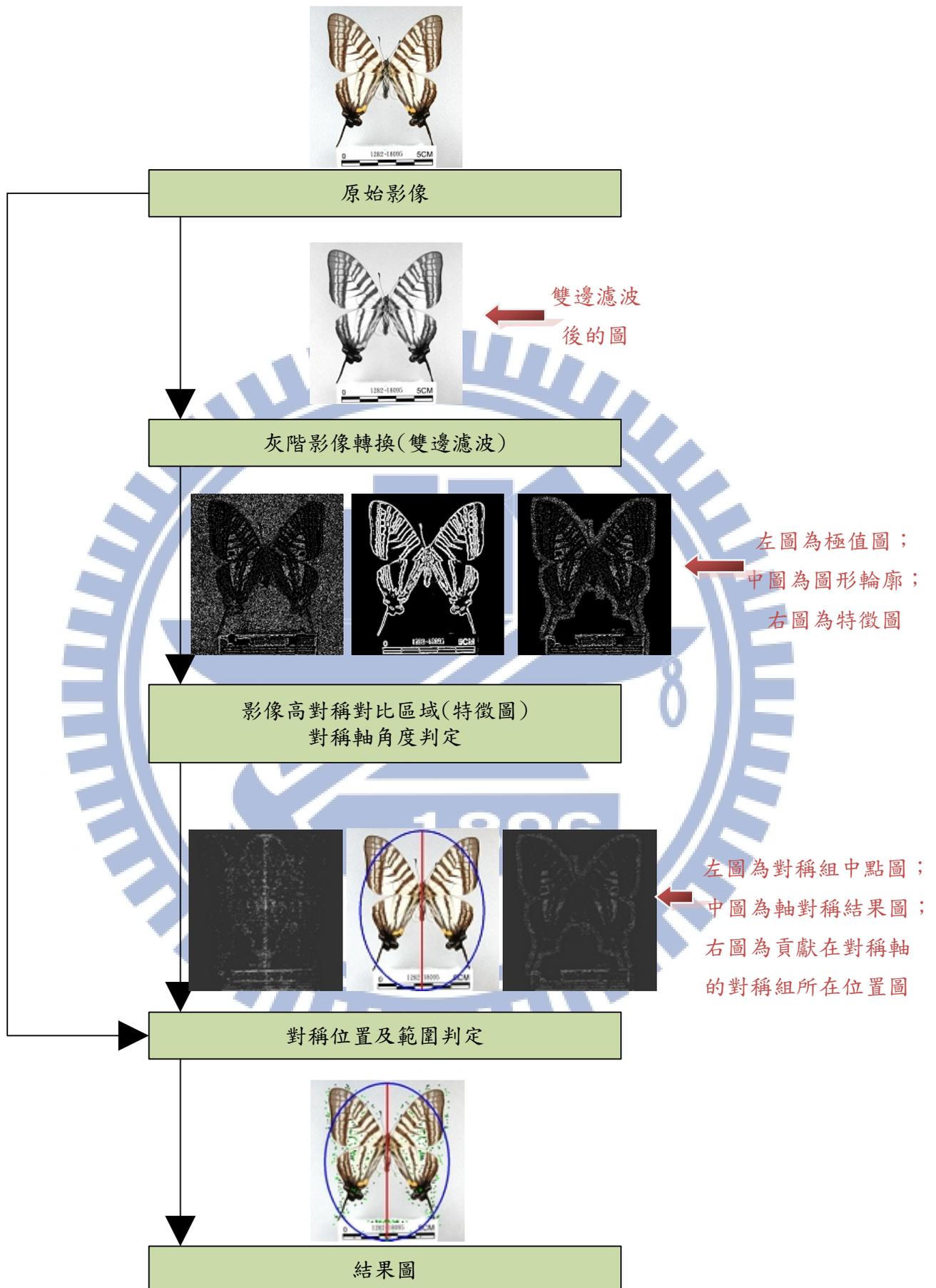
(二) 對稱範圍：

透過這些符合對稱角度為主要對稱方向的對稱組，找出這些對稱組的最大距離，並設此距離為論文軸對稱的最大可能對稱範圍，最後透過軸對稱線和最大可能對稱範圍距離，以橢圓曲線將含括的範圍畫出。圖三-19為圖三-13對稱範圍的範例圖。左圖橙色線條代表對稱組最遠距離；右圖紅色為軸對稱線，橙色線條為對稱組最遠距離，藍色則透過橢圓曲線將其對稱範圍畫出。另外，綠色點為貢獻在對稱軸上的特徵點。



圖三-19 左圖為圖三-13 在圖三-16 找到的對稱組其兩像素點所在位置
(橙色為最遠距離)；右圖藍色為對稱範圍(橙色距離)

經過上述三大階段的處理流程後，如果輸入影像存在對稱性，將能找出該影像的對稱軸及其範圍。在實驗過程中，也將過程各個步驟的影像結果呈現出來，以供驗證和判斷，圖三-20為綜合上述程序之結果圖。



圖三-20 主體對稱性偵測流程圖(搭配範例圖)

第四章 實驗結果

本系統完成後，曾就不同類型的對稱影像(152幅)進行軸對稱偵測實驗，藉由最後結果和吾人視覺之對稱認定兩者之比較差異程度進行系統參數校調。校調後之系統則另以更多之影像進行測試，以進一步瞭解系統之侷限所在；當系統對稱偵測結果和視覺判定歧異過大時，藉由系統運作過程中各關鍵點之輸出影像觀察，可判斷失誤之起因所在與隨後之誤差衍生狀況。

本章下列各節，將就若干不同類型影像之對稱偵測結果和吾人視覺判定結果加以比較。

在分類上，將影像分成單純影像及複雜影像兩種類型。在影像類型的挑選上，主要以影像組成的種類做區分，例如色彩變化簡單、紋路變化少等所建構的區域視為單純影像，在單純影像下再細分成自然影像和人造文物影像；而色彩豐富、紋路變化大或是多種類物件組成之影像(如多個自然影像和人造文物影像)，則視為複雜影像。

在分析上，以吾人視覺和本篇論文系統兩方面進行探討。

- (一) 就吾人視覺而言，影像中主體與背影之對比會受兩者面積大小、亮度變化高低、所占位置或本身亮暗，乃至較高層次之認知機制之影響，進而決定對稱軸位置之判定。

(二) 就本篇論文系統而言，本系統運作層次則侷限於低階之光彩變化層級：

- 1) 於 3×3 遮罩範疇灰階之局部最大與最小值(極值圖)
- 2) 同向性灰階梯度與高亮度對比分佈(輪廓圖)
- 3) 高對稱對比區域(特徵圖)

在此有限之基礎上，由待測定區域中計算對稱軸所在位置，並無影像主體何在之高層認知，兩者比較說明中將列出系統擷取的重要流程圖，並以特徵點、對稱輪廓和對稱判斷上執行的容易程度作初步的討論，最後再和吾人視覺的對稱認知作比較，以評估本篇論文方法是否符合吾人視覺的對稱認知，或其中可能的差異。

在本章最後，4.3 將附上許多針對不同的影像圖形之對稱偵測結果圖，以用來佐證本篇論文的可行性。

4.1 單純影像

4.1.1 自然景物

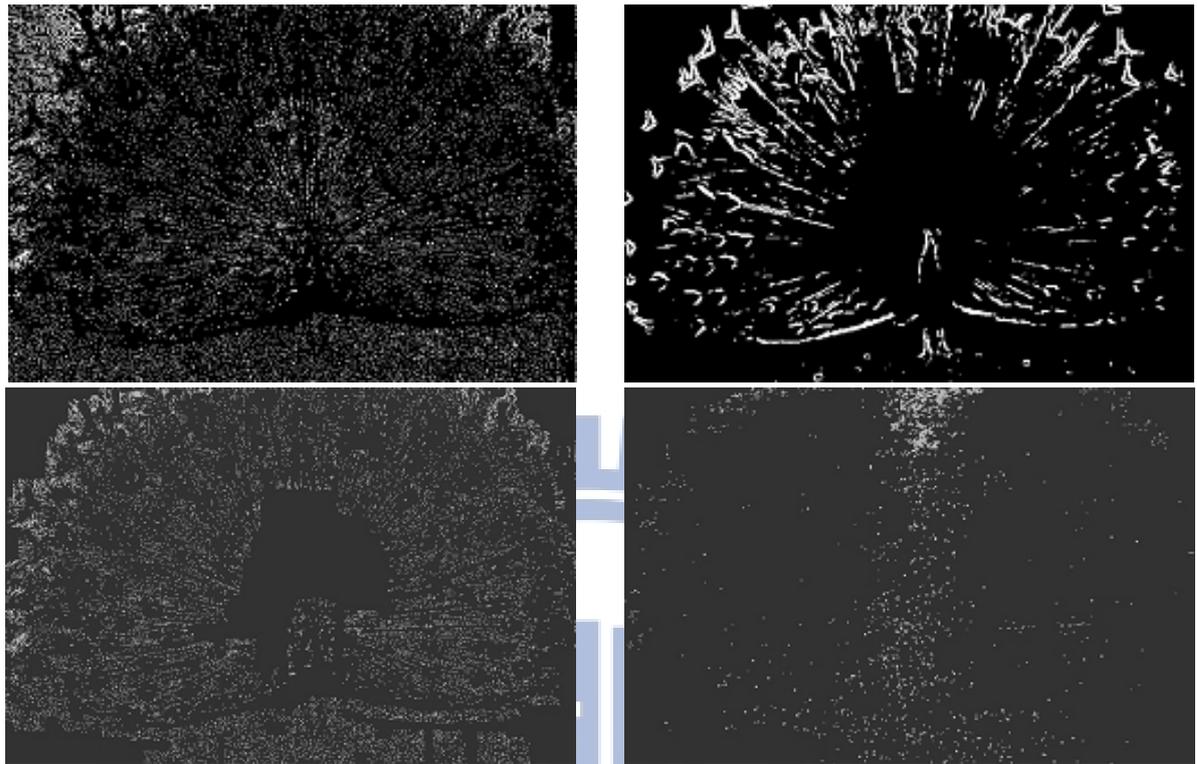
圖四-1孔雀是一張單純背景且影像圖形以孔雀主體為大部分區域的一張影像圖形。



圖四-1 方法結果-自然景物-孔雀原始圖(519×346)

以吾人視覺角度來看，這一張圖背景亮度較主體暗，加上背景亮度變化不明顯，對於吾人視覺來說，不容易受吸引。另一方面，其背景區域相對於主體來說明顯小於，更加地容易被吾人視覺所忽略。如此，可以直接斷言：在吾人視覺對稱認知判斷上，背景的影響不大。

從吾人視覺認知來看主體，這一張圖主體較背景明亮，加上主體亮度變化亦較明顯，對於吾人視覺來說，容易受到吸引。另一方面，其主體區域相對整張圖來說，占了整張圖絕大部分，將是吾人視覺所注視的地方，且主體對稱區域(位於中間)相當大，對稱區域也相對明顯，從上述的影響因素探討，可以得知吾人在視覺的對稱判斷上，是相當地容易。



圖四-2 方法結果-自然景物-孔雀結果圖

(左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)

本篇論文方法探討：

(一) 從極值點來說(圖四-2左上)：

極值點因為主體明亮變化大，所以擷取的像素點相當地多，使後續對稱運算可以有更多選擇。

(二) 對於圖形輪廓來說(圖四-2右上圖)：

由於主體區域相對於背景來說比較大，加上主體明亮變化大會包含相當多圖形輪廓，因此在主體的輪廓擷取上，系統方法能夠準確地扣除，讓不相關的圖形輪廓不會被截取出來。

(三) 針對對稱判斷來看：

透過極值點和圖形輪廓的幫助下，可以使大部分的特徵點落於主體上(圖四-2左中圖)，再加上對稱判斷式方法下，判定對稱軸方向時可以看出有很高的命中率(圖四-2右中)，最後藉由系統的方法，準確畫出主體對稱所在和對稱範圍(圖四-2下)。另外，圖四-2下綠色的點為主要貢獻對稱組所在的位置。

由上述分析可以看出，本系統擷取出來的結果圖(極值點、對稱輪廓和對稱判斷)和吾人視覺對於此圖的認知大部分相符合(在背景和主體方面)。因此針對這張圖來說，系統能準確地擷取出影像圖形軸對稱軸和其對稱範圍。

4.1.2 人造文物

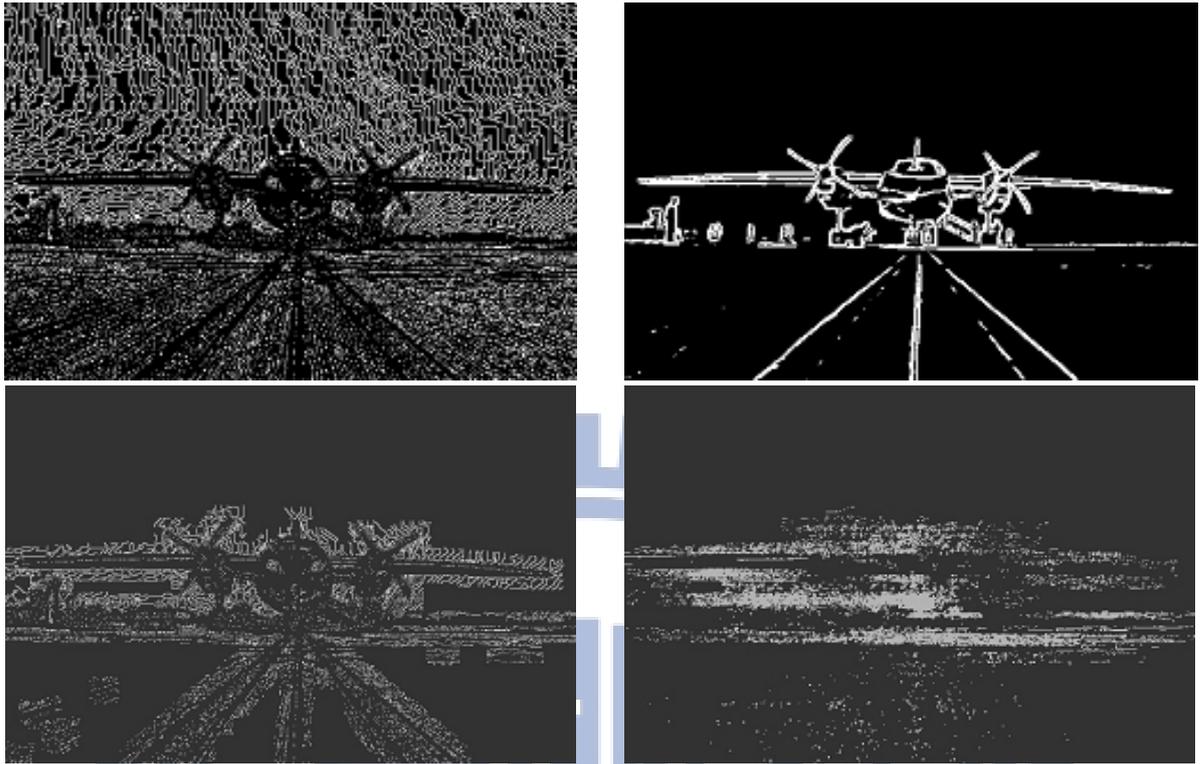
圖四-3飛機是一張背景單純、飛機對稱區域大且位置明顯的一張影像圖形。



圖四-3 方法結果-人造文物-飛機原始圖(550×366)

以吾人視覺角度來看，這一張圖背景亮度上方較一致、變化不明顯，雖然下方亮度較有變化，但差異不大。另一方面，圖下方機場跑道和飛機有相同對稱軸的地方，所以對於吾人判斷對稱來說可能更有幫助。如此，可以斷言吾人在對稱判斷上，其背景干擾的影響不大，甚至可能因為機場跑道的幫助，使得吾人對稱認知判斷上更加容易。

從吾人視覺認知來看主體，這一張圖主體亮度變化較明顯，對於吾人視覺來說，比較容易受到吸引。另一方面，主體對稱區域明顯(位於影像圖形中間)，還有主體對稱區域偏大且對稱明顯，結合背景的因素，可以得知吾人視覺在對稱判斷上，是相當容易。



圖四-4 方法結果-人造文物-飛機結果圖

(左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)

本篇論文方法探討：

(一) 從極值點來說(圖四-4左上)：

極值點因為主體明亮變化大，加上背景有些許變化，所以擷取的像素點會相當地多，可以使後續對稱運算可以有更多選擇。

(二) 對於圖形輪廓來說(圖四-4右上)：

由於主體明亮變化大包含相當較多輪廓，加上背景圖單純且一致，雖然機場跑道上明顯的變化，但由於機場跑道亦有和飛機一樣的軸對稱，因此擷取出機場跑道將對於系統對稱判斷更有幫助。由圖中可以看出，系統方法能夠正確選取大部分的輪廓，甚至包含機場跑道。

(三) 針對對稱判斷來看：

透過極值點和圖形輪廓的幫助，可以使大部分的特徵點都落於主體上(圖四-4左中)，還有機場跑道上，在判定對稱軸方向時可以看出有很高的命中率(圖四-4右中)，最後藉由系統方法判定，可以準確畫出主體對稱所在和對稱範圍(圖四-4下)。另外，圖四-4下綠色的點為主要貢獻對稱組所在的位置。

由上述分析可以看出，本系統擷取出來的結果圖(極值點、對稱輪廓和對稱判斷)和吾人視覺對於此圖的認知大部分相符合(在背景和主體方面)。雖然有機場跑道的影響，但由於機場跑道亦有和飛機一樣的軸對稱，因此就這張圖來說，系統能準確地擷取出影像圖形軸對稱軸和對稱範圍。

4.2 複雜影像

4.2.1 蝴蝶



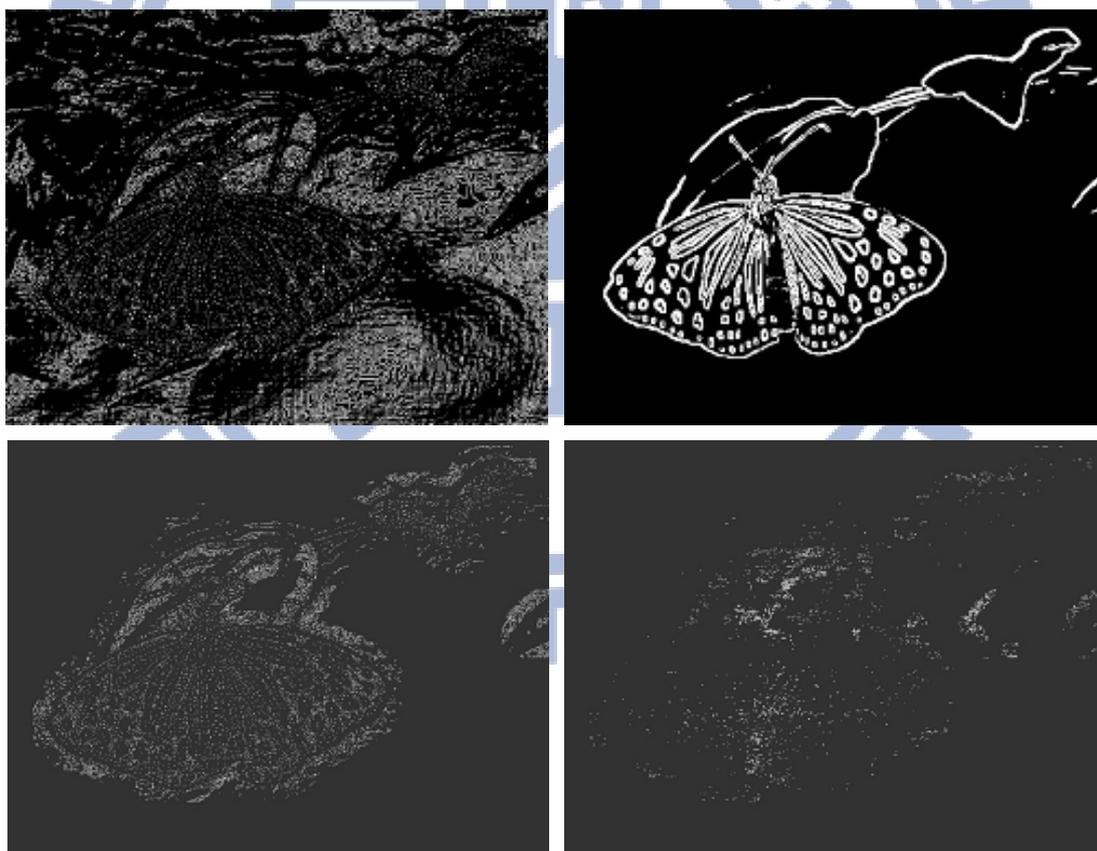
圖四-5 方法結果-複雜影像-蝴蝶原始圖(690×534)

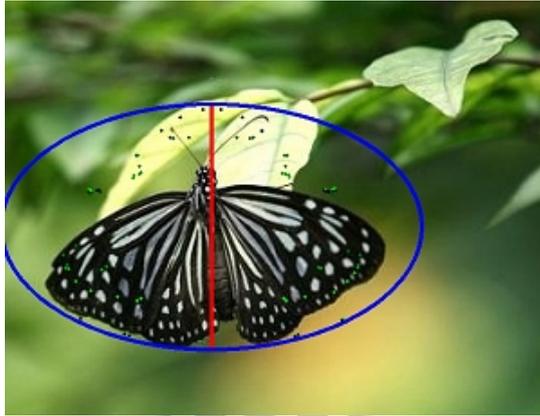
圖四-5為一張背景較為複雜(由樹葉樹枝穿插組成)，影像圖形呈現主體是蝴蝶，對稱區域比例相對小，但對稱位置依然明顯。由於這張圖片為具有多種類物件組成之影像，所以歸類於複雜影像。

從吾人視覺認知來看背景，這一張圖背景亮度不一致且變化明顯，對於吾人視覺來說，將可能受其影響；另一方面，其背景區域相對於主體來說占了不少區域，因此影響力可能更加明顯。但由於背景區域，無明顯之對稱輪廓，部分背景呈現模糊化，再加上組成物質在顏色沒有明顯的突顯性，也因為如此，使得吾人視覺在此張圖的對稱判斷上，受其背景影響之干擾不會太大。

從吾人視覺認知來看主體，這一張圖片主體亮度變化明顯；比較容易受吸引。另一方面，主體對稱區域明顯(位於影像圖形中間偏左一些)，還有主體對稱區域大且對稱形狀明顯(對於主體本身)，因此從吾人視覺角度判斷主體對稱是相當容易。

結合背景和主體的因素，吾人視覺在背景部分干擾的不會有太大的影響，再加上主體對稱的判定不會有明顯的困難，如此可以判斷吾人視覺對於此張影像圖形對稱的判定上，是相當地容易。





圖四-6 方法結果-複雜影像-蝴蝶結果圖
(左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)

本篇論文方法探討：

(一) 從極值點來說(圖四-6左上圖)：

極值點因為主體明亮、變化大，加上背景複雜，所以擷取的像素點相當地多，可以使後續對稱運算有更多選擇。

(二) 對於圖形輪廓來說(圖四-6右上圖)：

由於主體明亮變化大包含相當多輪廓，加上背景模糊化，如此在主體的輪廓擷取上，系統方法能準確地擷取主體位置，雖然有部分樹枝和樹葉會被擷取出來，但多餘的圖形輪廓並不影響主體範圍的擷取及判定。

(三) 針對對稱判斷來看：

在極值點和圖形輪廓的幫助下，可以使大部分的特徵點落於主體位置上(圖四-6左中)，此次尚含有部分的樹枝和樹葉。透過對稱判斷式的運算，在判定對稱軸方向時，由於樹枝和樹葉範圍不大，所以投票時可以看出在主體上有較高的投票率，使得主體對稱判斷有較高命中率(圖四-6右中)，

最後藉由系統的方法，可以準確畫出主體對稱位置和對稱範圍(圖四-6下)。

另外，圖四-6下綠色的點為主要貢獻對稱組所在的位置。

由上述分析可以看出，本系統擷取出來的結果圖(極值點、對稱輪廓和對稱判斷)和吾人視覺相比，對於此圖的認知大部分相符合，無論背景上屬於較複雜圖形和背影模糊上；及主體擷取和主體對稱判斷方面，有極高的相似性。因此針對這張圖來說，系統能準確地擷取出影像圖形軸對稱軸和對稱範圍。

唯一不同的是在對稱輪廓上，吾人視覺對於模糊化的影像圖形的認知，雖然影像圖形背景呈現模糊化的狀態，但是吾人認知還是可以分辨其中的差異；但對於系統來說，會將模糊化的整塊區塊給忽略掉。這是由於本方法在擷取對稱輪廓時，有加入亮度高對比的元素，因為模糊化的影像圖形在亮度高對比上並不明顯，所以很容易被忽略掉，也因為非模糊化的圖形在對稱上較模糊化的圖形來的明顯，因此以這樣的方式擷取，就這張蝴蝶圖片來說，並無直接地影響。

4.2.2 展場汽車



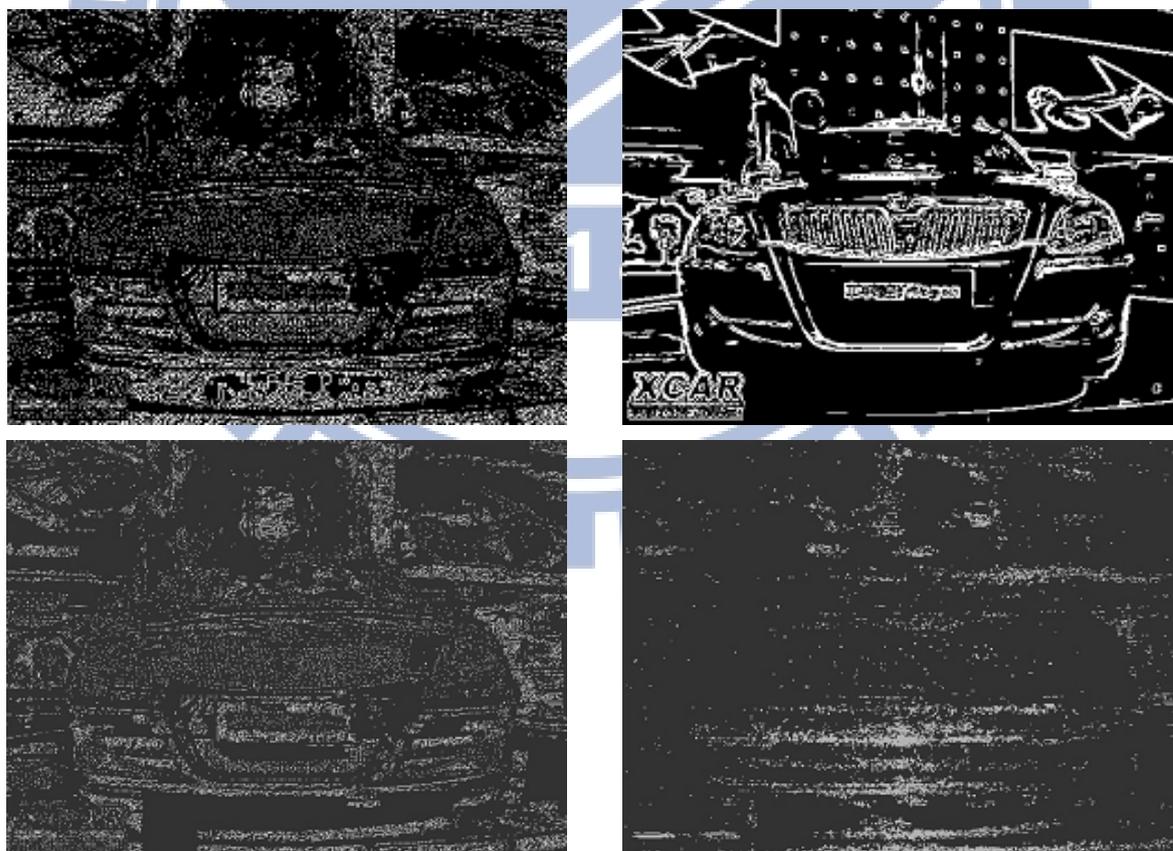
圖四-7 方法結果-複雜影像-展場汽車原始圖(500×374)

圖四-7為一展場中擺設的汽車，是一張比先前的展示圖片更為複雜的影像圖形。其背景複雜、色彩變化多、紋路變化大，且構成影像圖形物件也相對來的多(人、螢幕、其他展示汽車等等)。故將此影像圖形歸於複雜影像。

從吾人視覺來看背景，這一張圖背景亮度不一致且變化明顯，對於吾人視覺來說，將可能受其影響。另一方面，背景區域包含了多個物件，對於吾人的視覺知覺可能會分散其注意力。但就背景區域來看，相對較小於主體，也因為如此，吾人視覺對於此張圖片的對稱判斷上，受其背景干擾的影響還不算太大。

從吾人視覺認知來看主體，這一張圖主體亮度變化較為一致，但車頭燈部位變化劇烈，形狀線條有大幅度的改變，因此對於吾人視覺來說，容易受到吸引。另一方面，其主體對稱區域明顯(位於影像圖形中間)，還有主體對稱區域大且對稱形狀明顯(對於主體本身)，因此就吾人視覺主體對稱判斷是相當容易。

結合背景和主體的因素，吾人視覺在背景部分干擾不會造成太大的影響，如此可以判斷吾人視覺對於此張影像圖形對稱判斷上，算是相當容易。





圖四-8 方法結果-複雜影像-展場汽車結果圖
(左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖)

本篇論文方法探討：

(一) 從極值點來說(圖四-8左上)：

因為整張圖車頭燈位置變化劇烈，形狀線條改變很多，加上背景複雜，所以能擷取到的像素點相當地多，所以能蒐集許多的特徵點，可以使後續對稱運算有更多選擇。

(二) 對於圖形輪廓來說(圖四-8右上)：

由於主體車頭燈部位變化劇烈，形狀線條改變很多，主體輪廓的擷取上，系統方法能準確擷取出主體位置，雖然背景圖亮度變化相對明顯，但由於區塊相對小於主體，所以擷取多餘的圖形輪廓對主體範圍的影響不至太大。

(三) 針對對稱判斷來看：

透過極值點和圖形輪廓的幫助，可以使大部分的特徵點落於主體上和部分背景圖(圖四-8左中)，透過對稱判斷式的運算，判定對稱軸方向時，

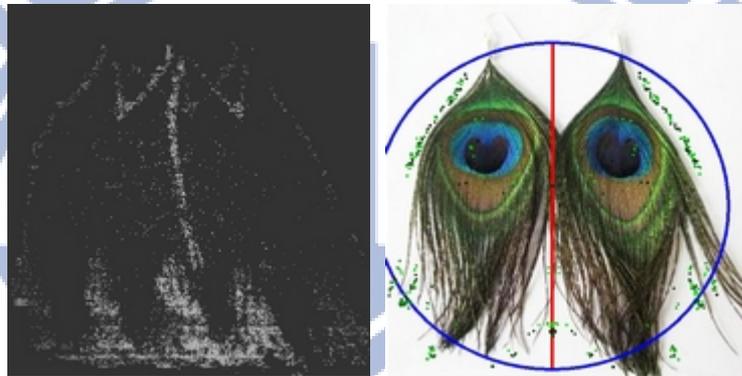
由於背景影響範圍不大且主體對稱明顯，所以投票時可以看出在主體上有較高的投票率，使得主體對稱判斷有較高命中率(圖四-8右中)，最後藉由系統的方法，可以準確地畫出主體對稱位置和對稱範圍(圖四-8下)。另外，圖四-8下綠色的點為主要貢獻對稱組所在的位置。

由上述分析可以看出，本系統擷取出來的結果圖(極值點、對稱輪廓和對稱判斷)和吾人視覺對於此圖的認知大部分相符合，儘管背景上屬於複雜圖形，或是針對主體位置的擷取、主體對稱的判斷上，達到極高的相似度。因此針對這張圖來說，系統能準確地擷取出影像圖形軸對稱軸和對稱範圍。

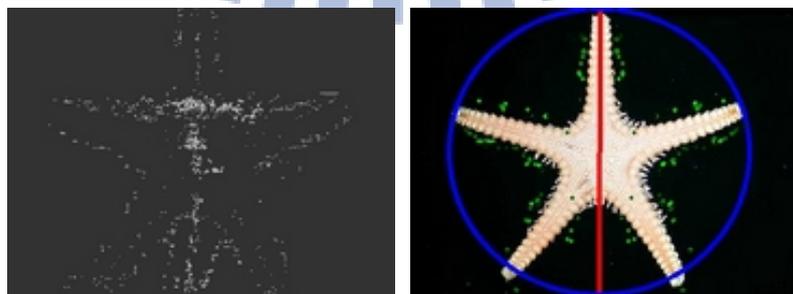


4.3 更多實驗的結果圖

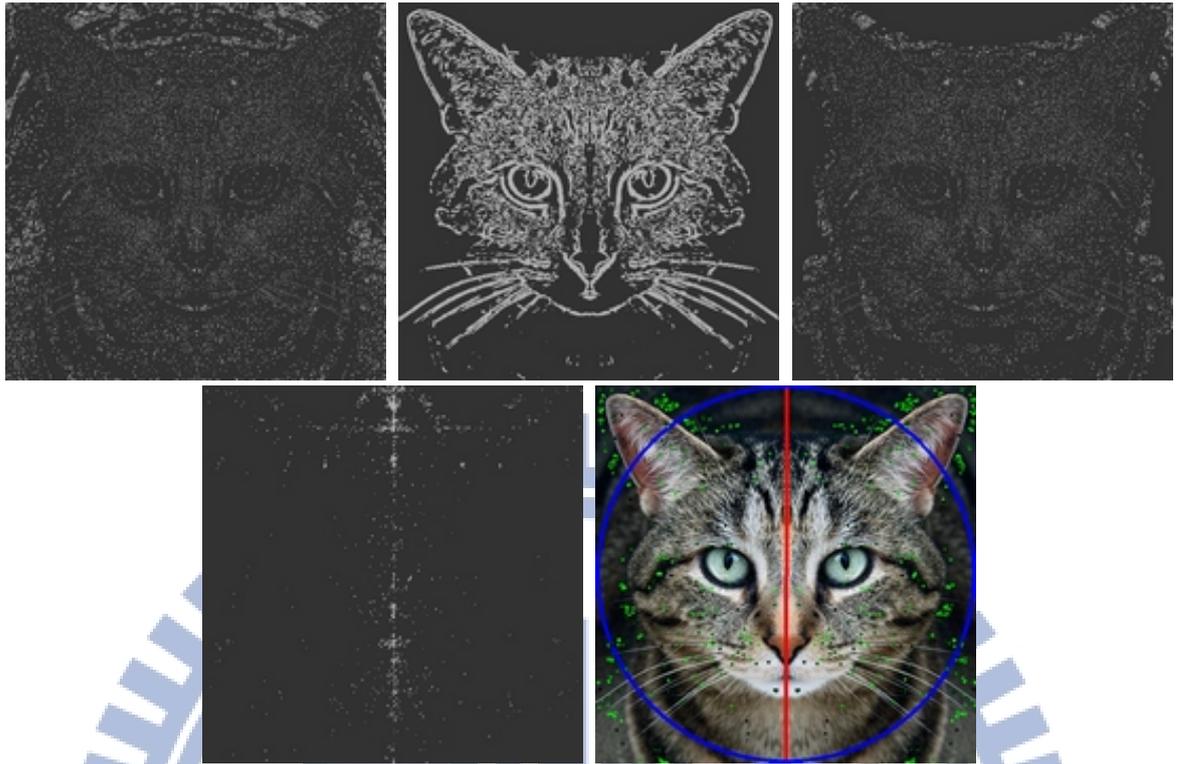
4.3.1 單純影像-自然景物



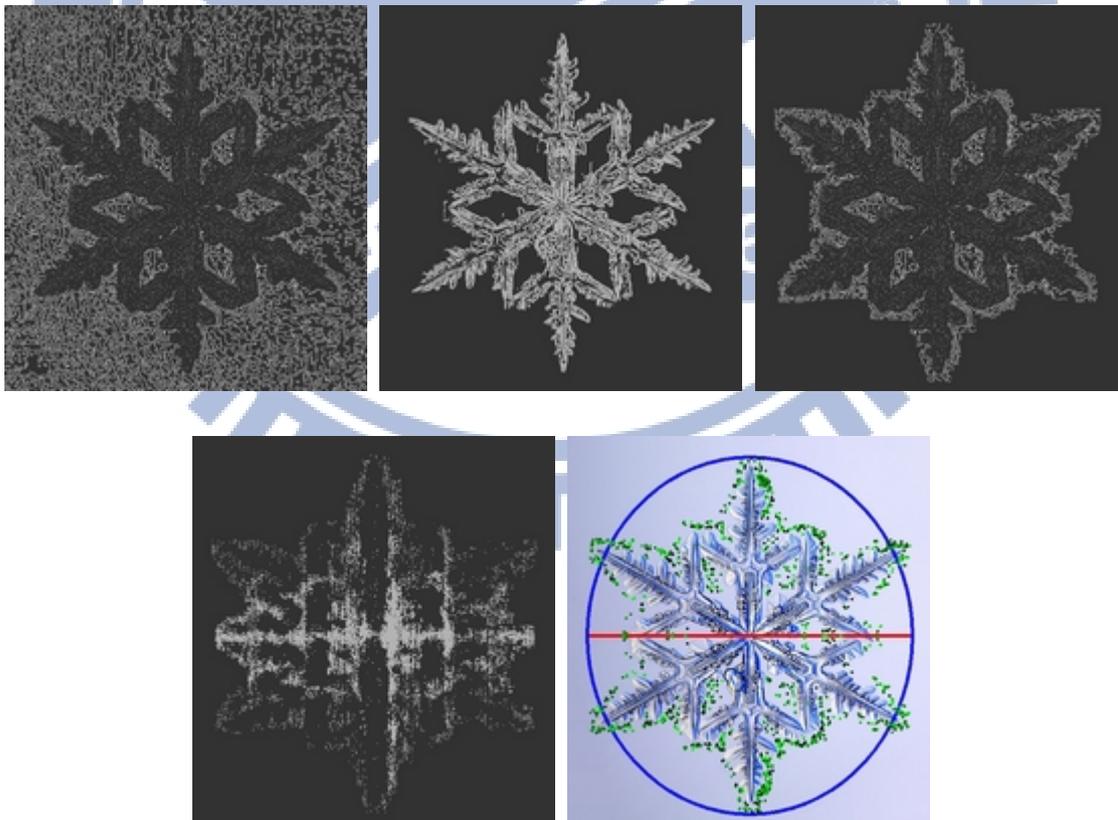
圖四-9 一對羽毛(588×608)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



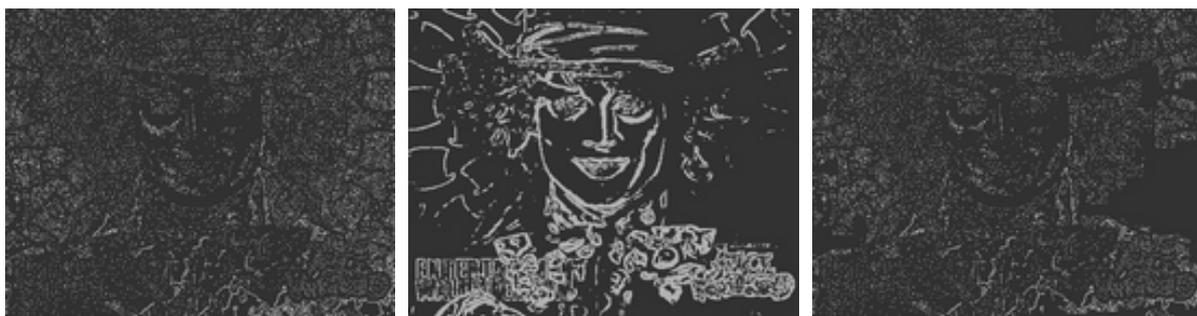
圖四-10 豎棘奇海星(400×300)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



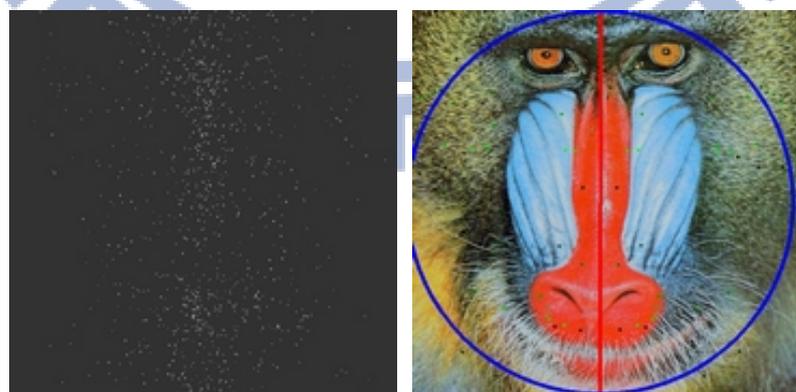
圖四-11 貓(500×500)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



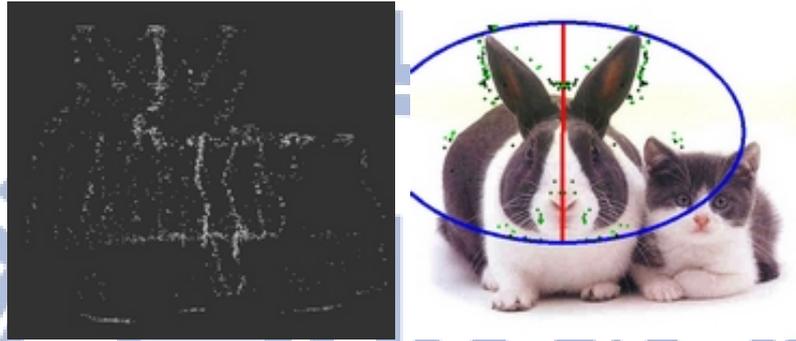
圖四-12 冰雕(549×550)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



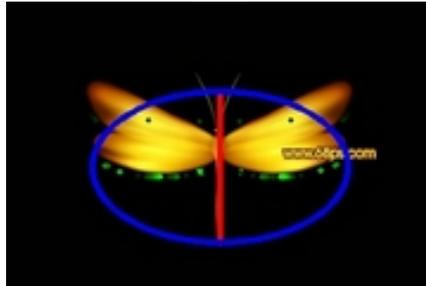
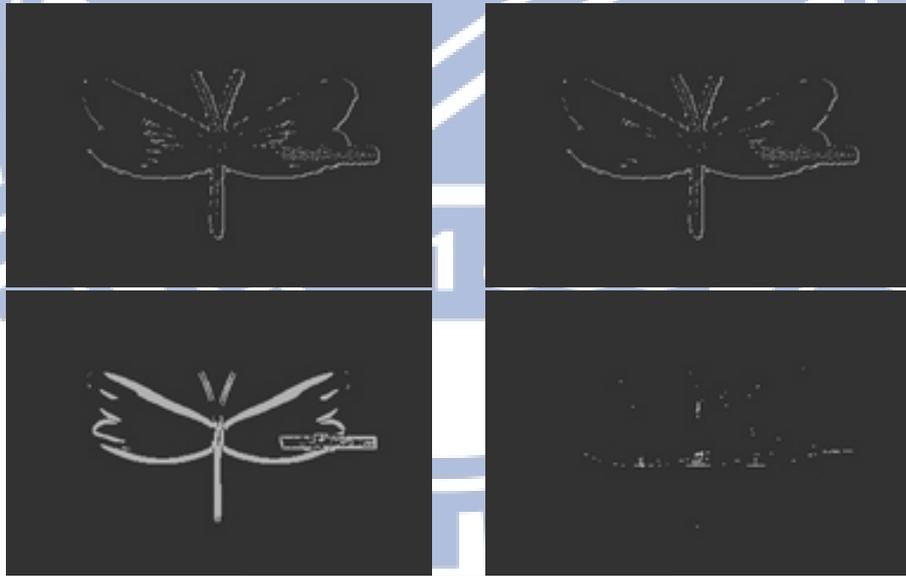
圖四-13 強尼戴普 I (426×341)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



圖四-14 狒狒(512×512)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



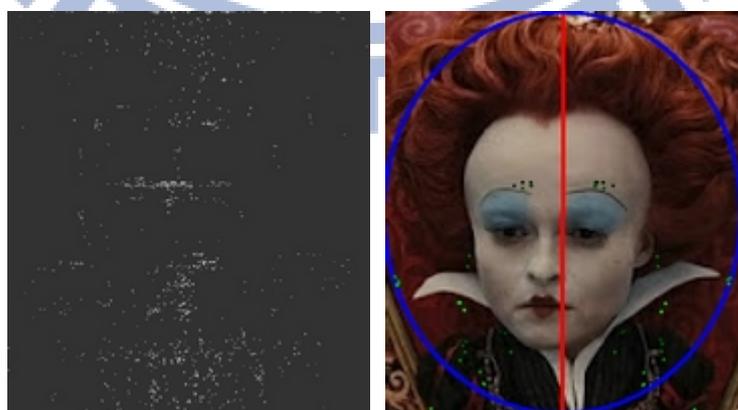
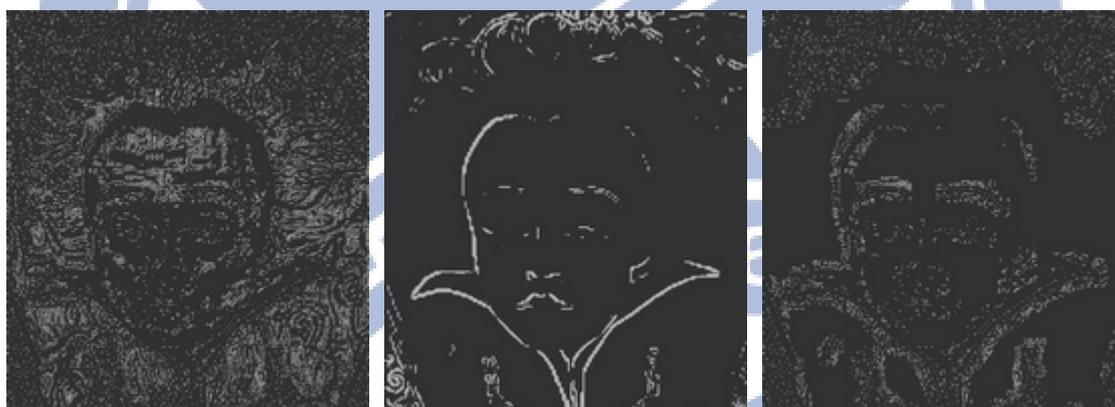
圖四-15 兔子和貓(550×440)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



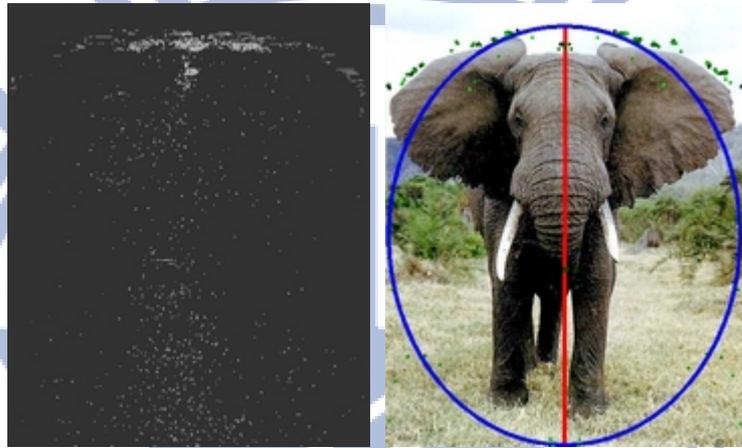
圖四-16 蜻蜓(350×237)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



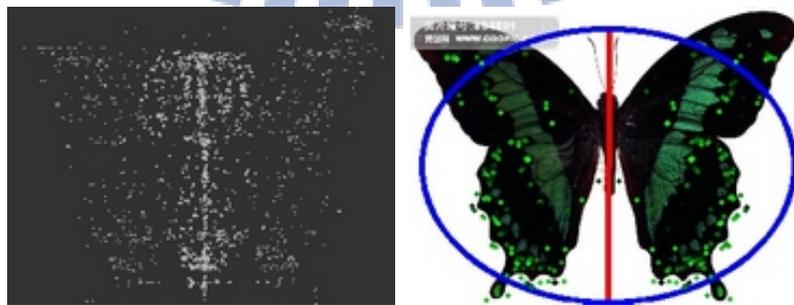
圖四-17 小勞勃道尼(500×403)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



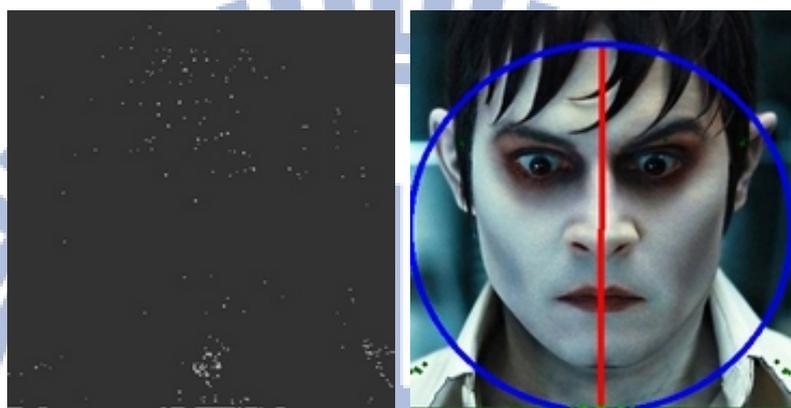
圖四-18 海倫娜·伯翰·卡特(435×489)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



圖四-19 大象(438×541)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



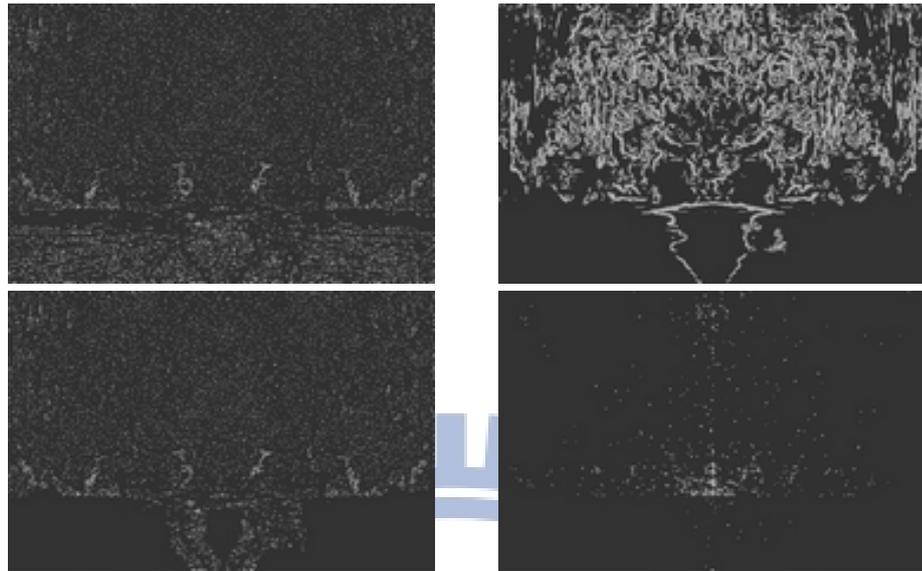
圖四-20 蝴蝶Ⅱ(325×252)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



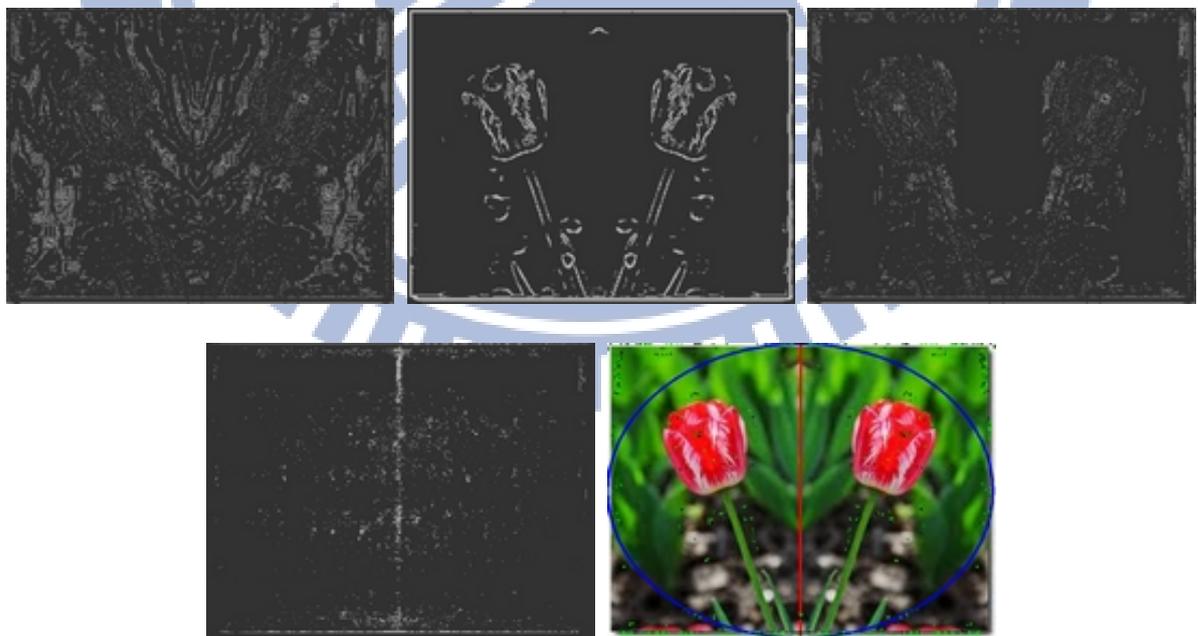
圖四-21 強尼戴普 II (313×328)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



圖四-22 青蛙 (313×328)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖

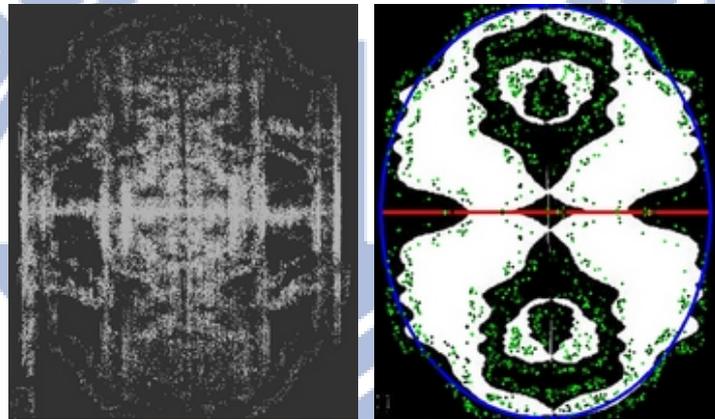
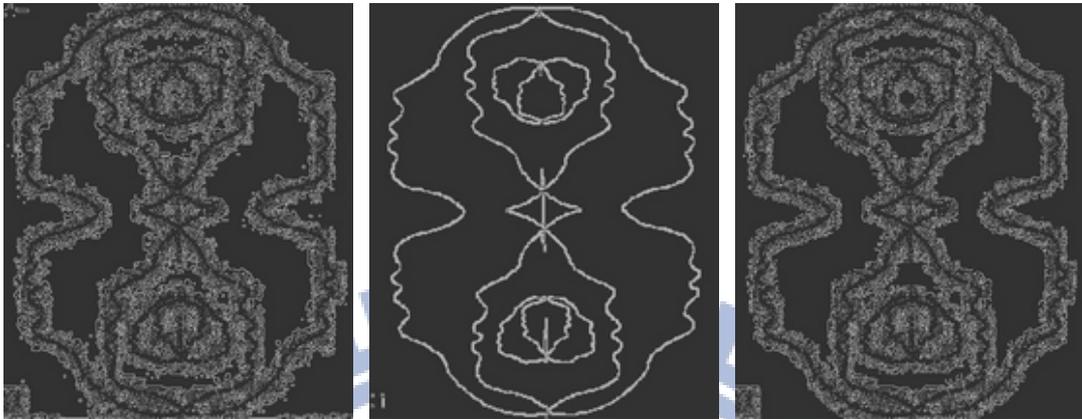


圖四-23 對稱風景(500×333)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖

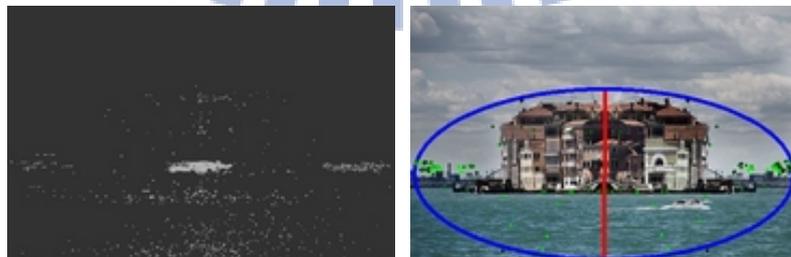


圖四-24 一對花(768×591)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖

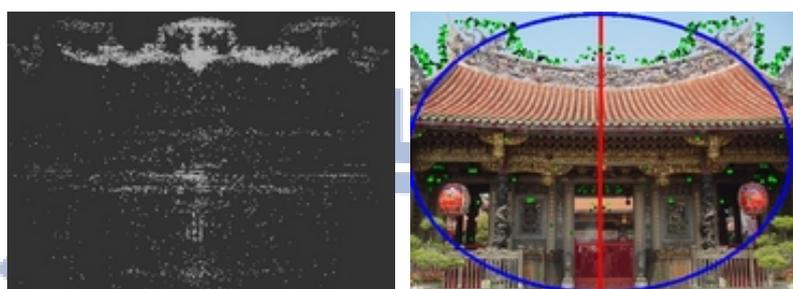
4.3.2 單純影像-人造文物



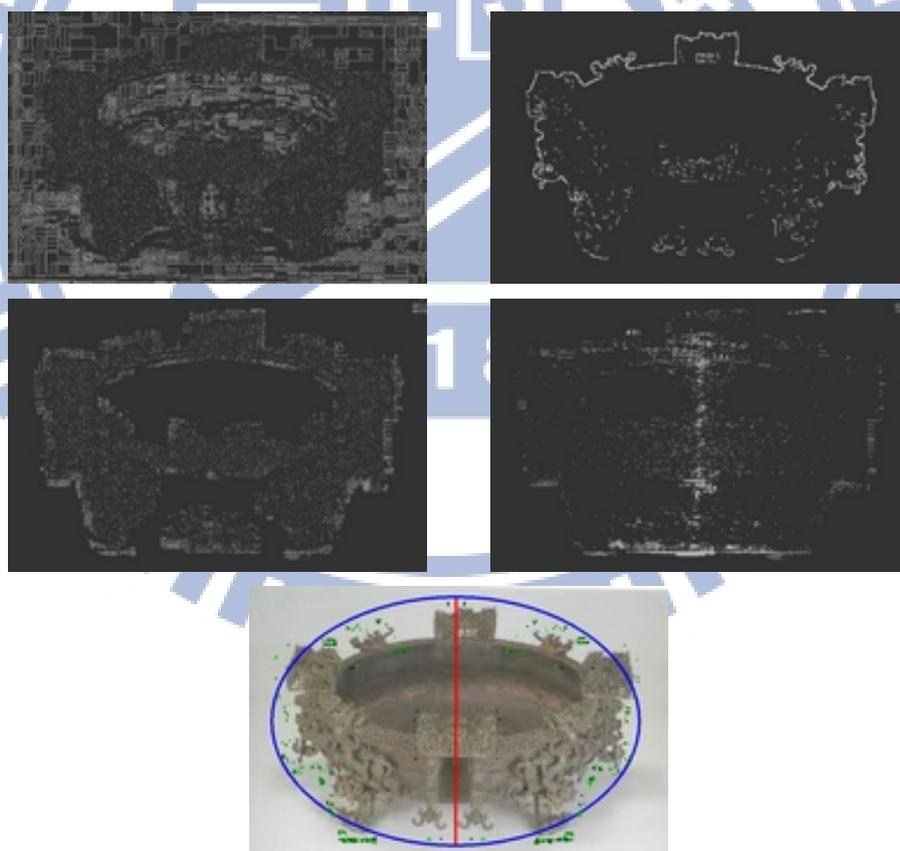
圖四-25 藝術品-人臉(474×568)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



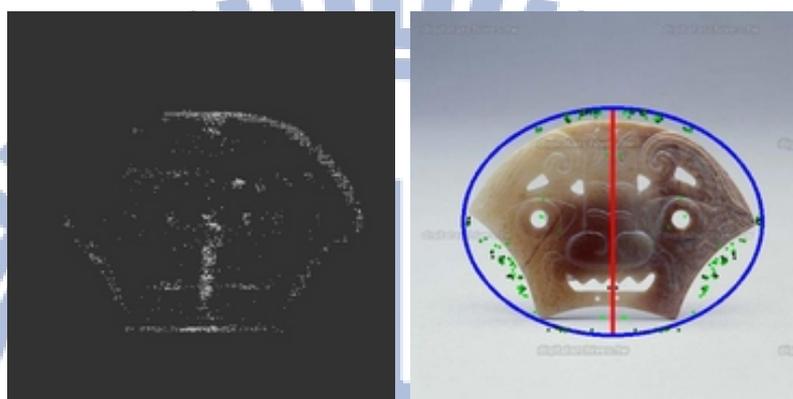
圖四-26 建築物 I (500×333)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



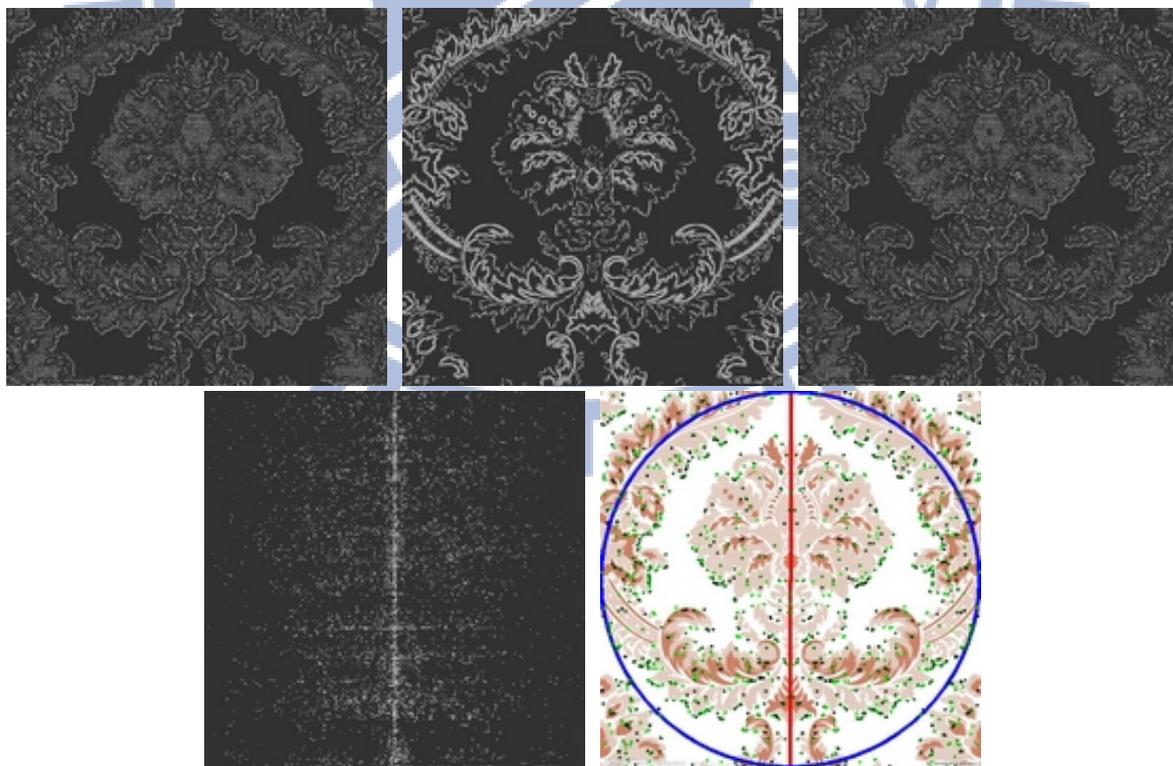
圖四-27 建築物Ⅲ(509×376)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



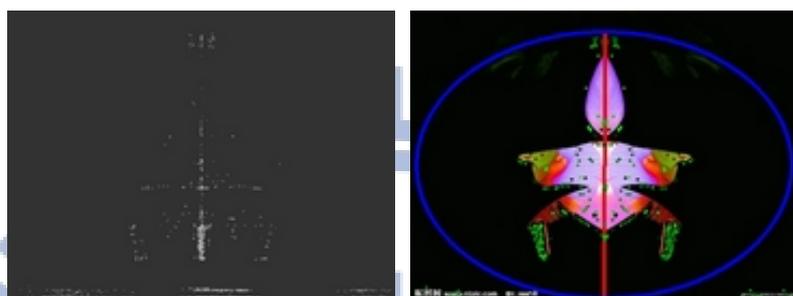
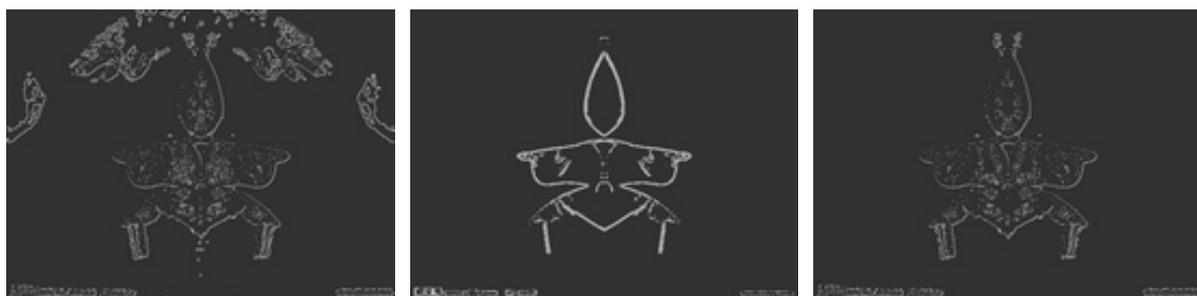
圖四-28 文物Ⅰ(831×546)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



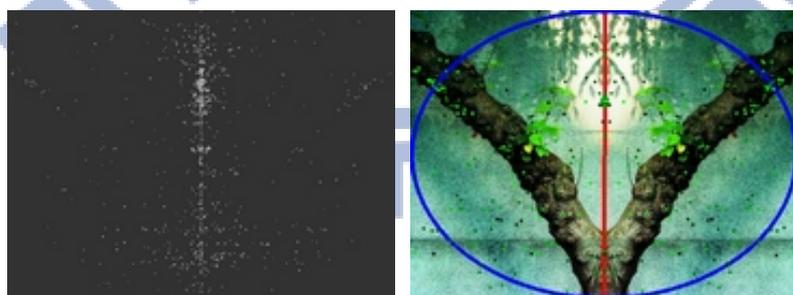
圖四-29 文物 II (500×509)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



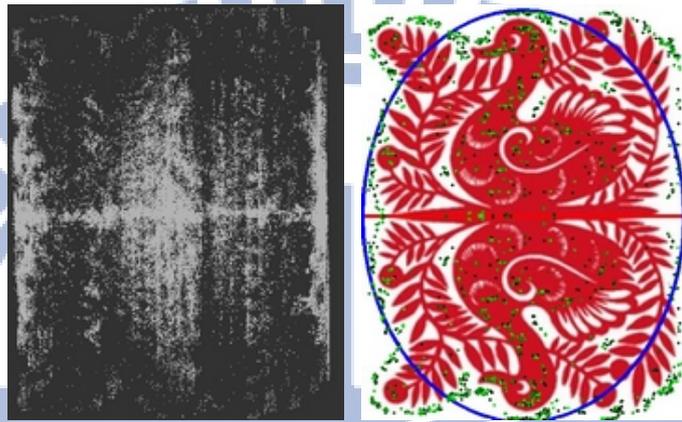
圖四-30 藝術品 I (512×512)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



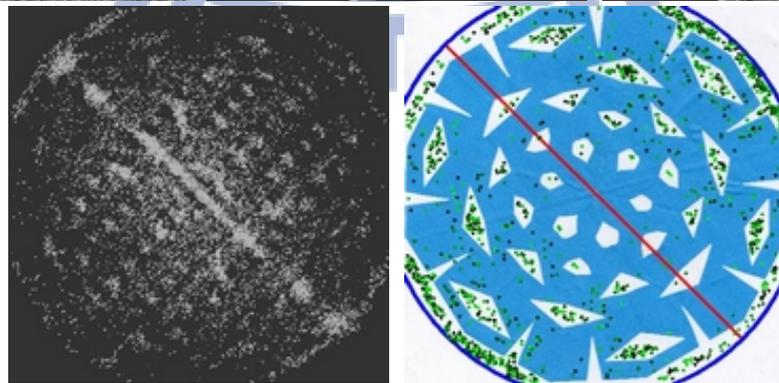
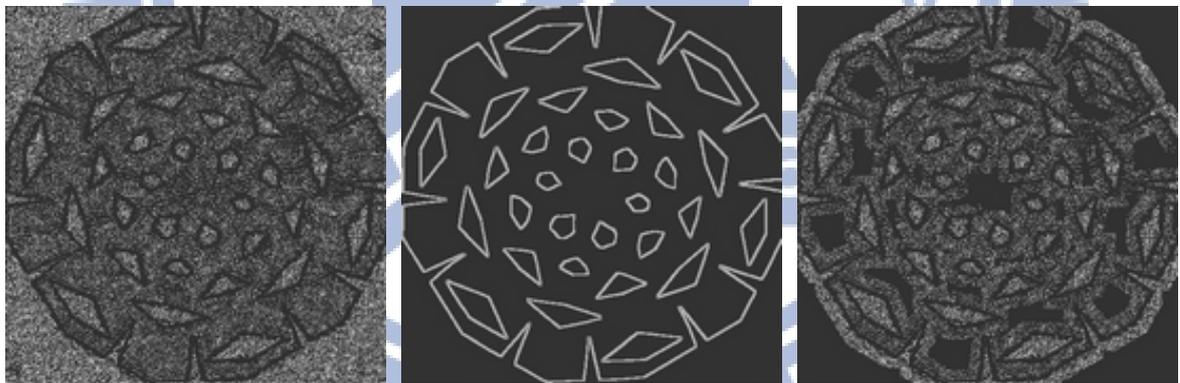
圖四-31 藝術品 II (512×384)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



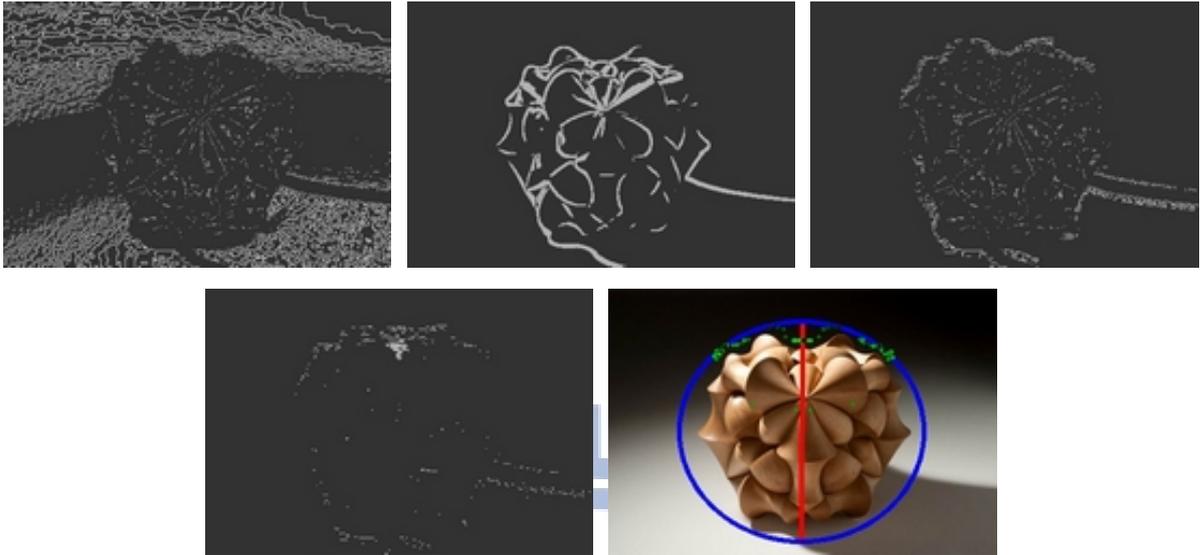
圖四-32 藝術品 III (500×375)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



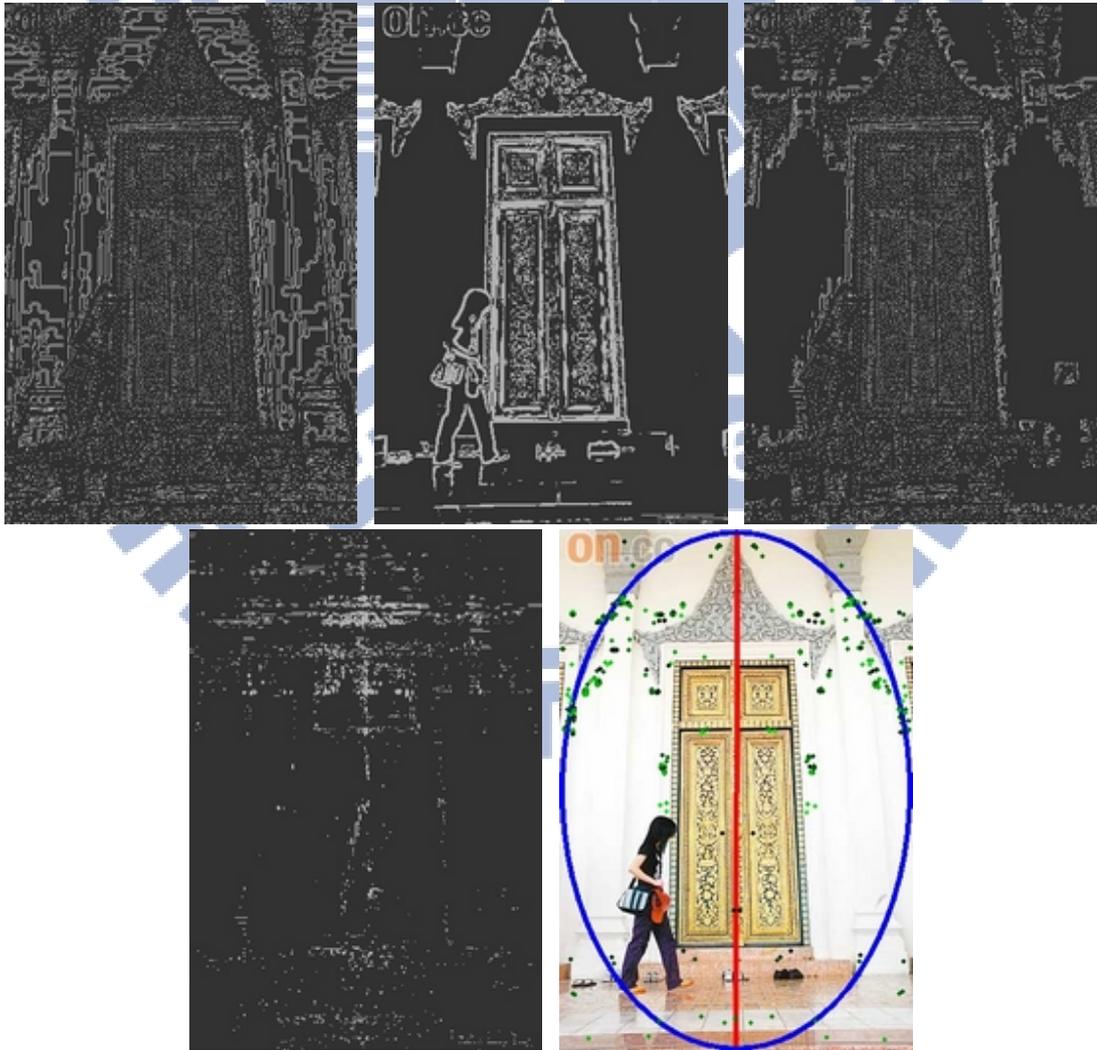
圖四-33 藝術品IV(472×588)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



圖四-34 藝術品V(453×454)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



圖四-35 藝術品V(409×282)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



圖四-36 門(335×500)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖

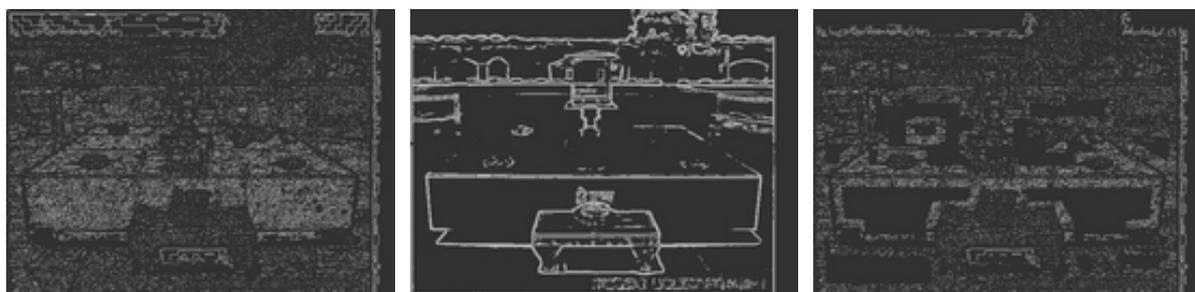


圖四-37 玩具(658×520)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖

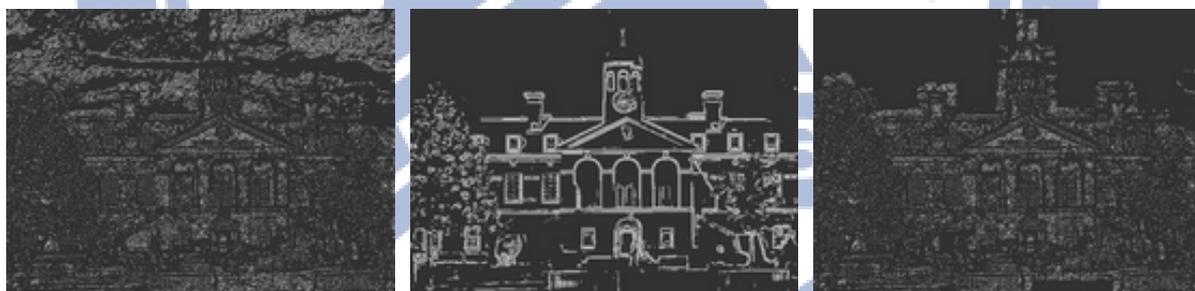


圖四-38 建築物IV(400×300)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖

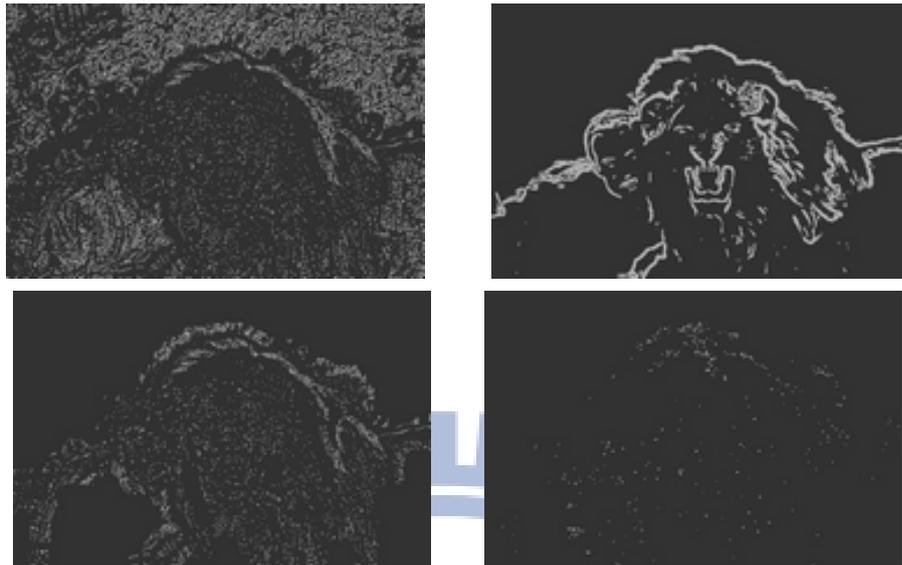
4.3.3 複雜影像



圖四-39 石桌(599×449)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



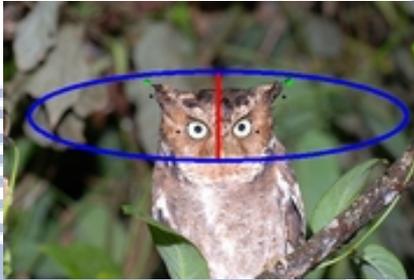
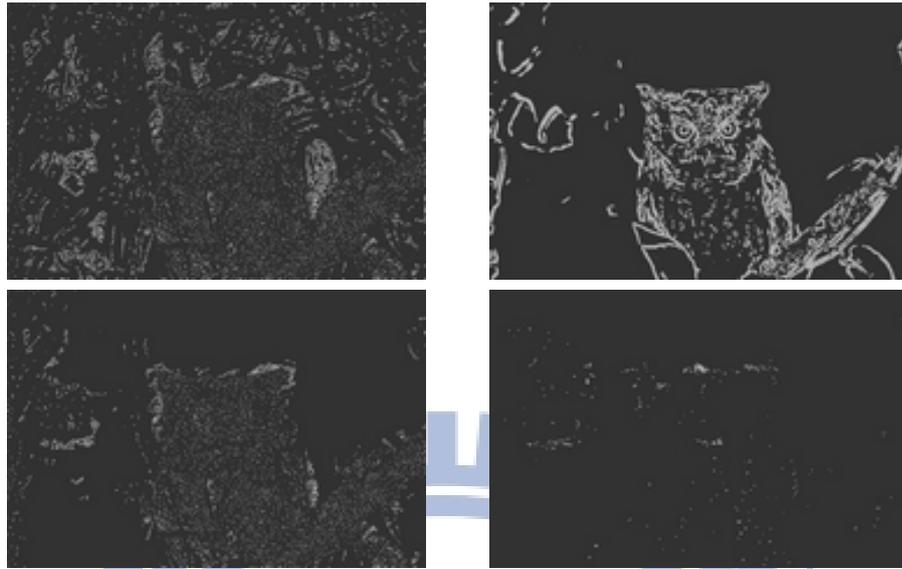
圖四-40 建築物V(512×384)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



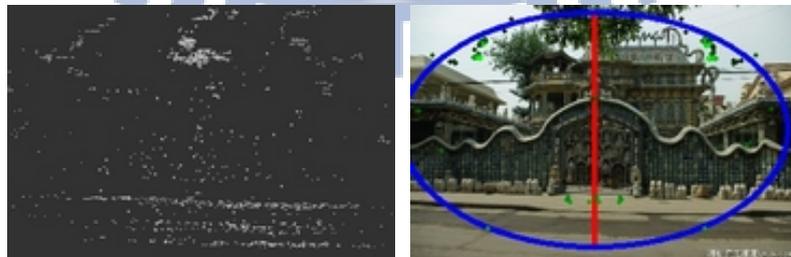
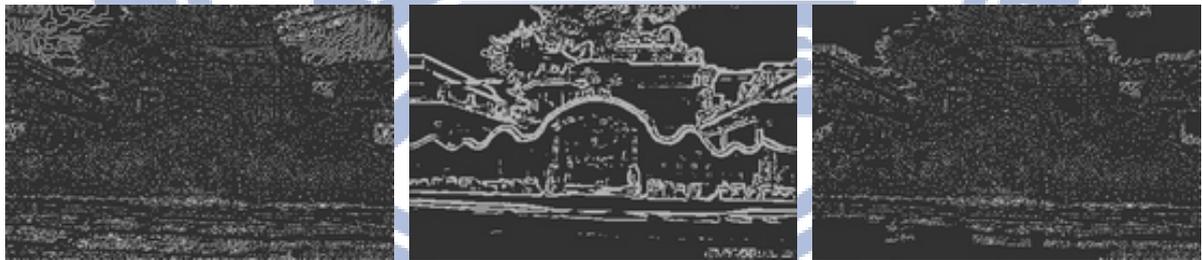
圖四-41 人和獅子(500×333)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



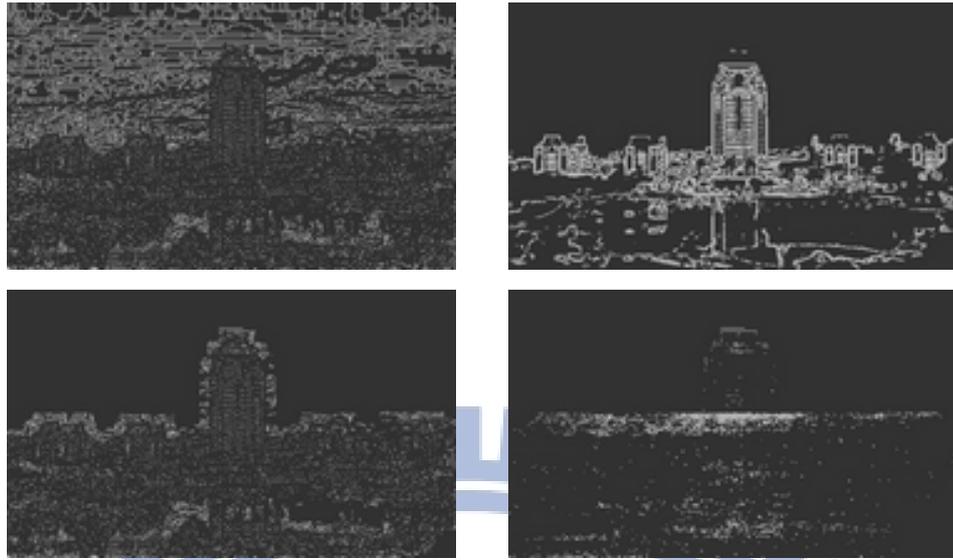
圖四-42 建築物VI(400×322)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



圖四-43 貓頭鷹(500×335)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



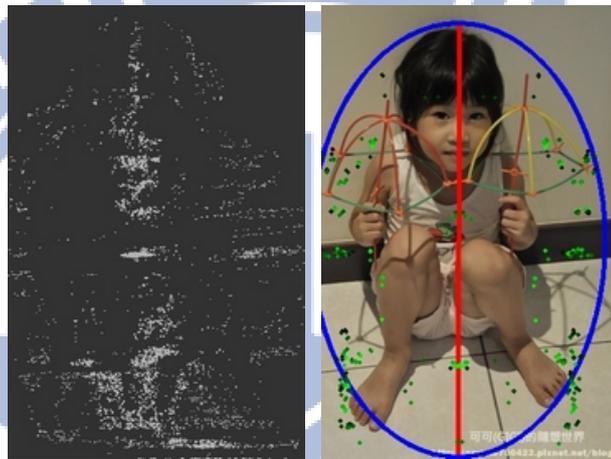
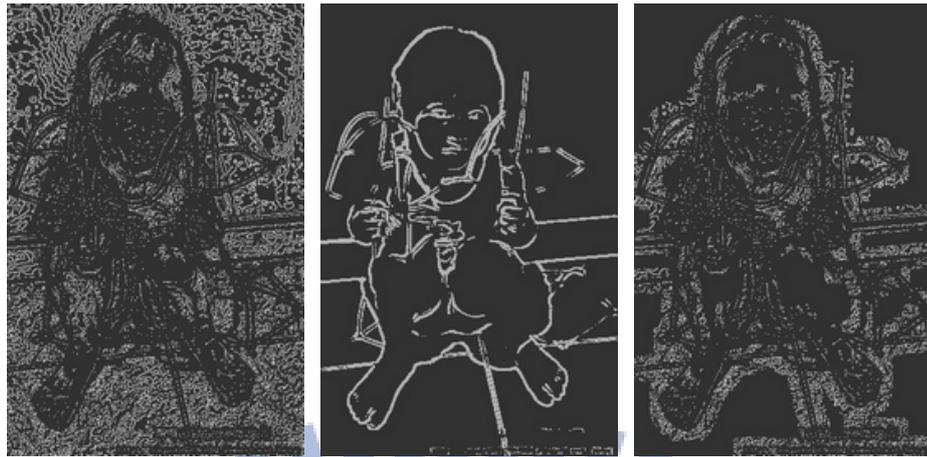
圖四-44 鐵門(349×232)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



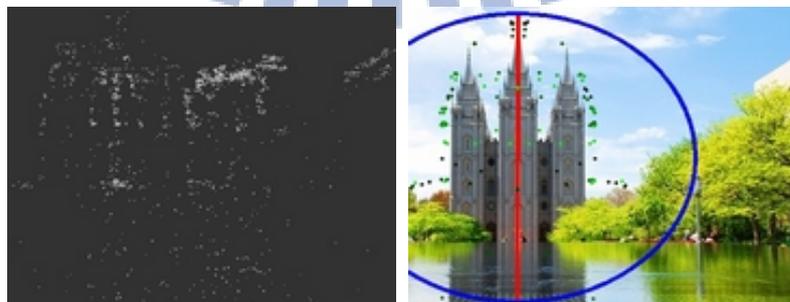
圖四-45 建築物VII (500×300)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



圖四-46 柱子(456×348)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



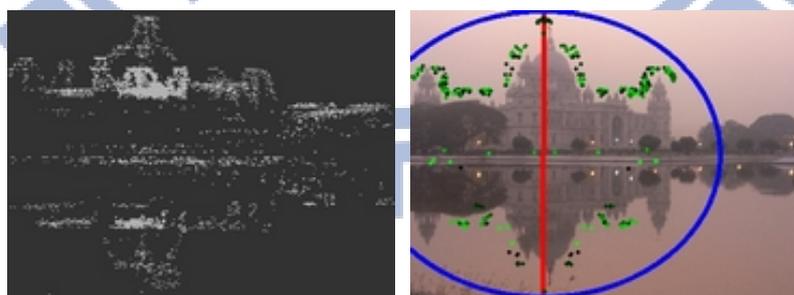
圖四-47 人和藝術品(307×474)：左上極值圖；中上圖形輪廓圖；右上特徵圖；
左下對稱組中點圖；右下對稱結果圖



圖四-48 建築物VIII(459×356)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



圖四-49 建築物IX(500×386)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖



圖四-50 建築物X(400×300)：左上極值圖；右上圖形輪廓圖；左中特徵圖；
右中對稱組中點圖；下對稱結果圖

第五章 分析與討論

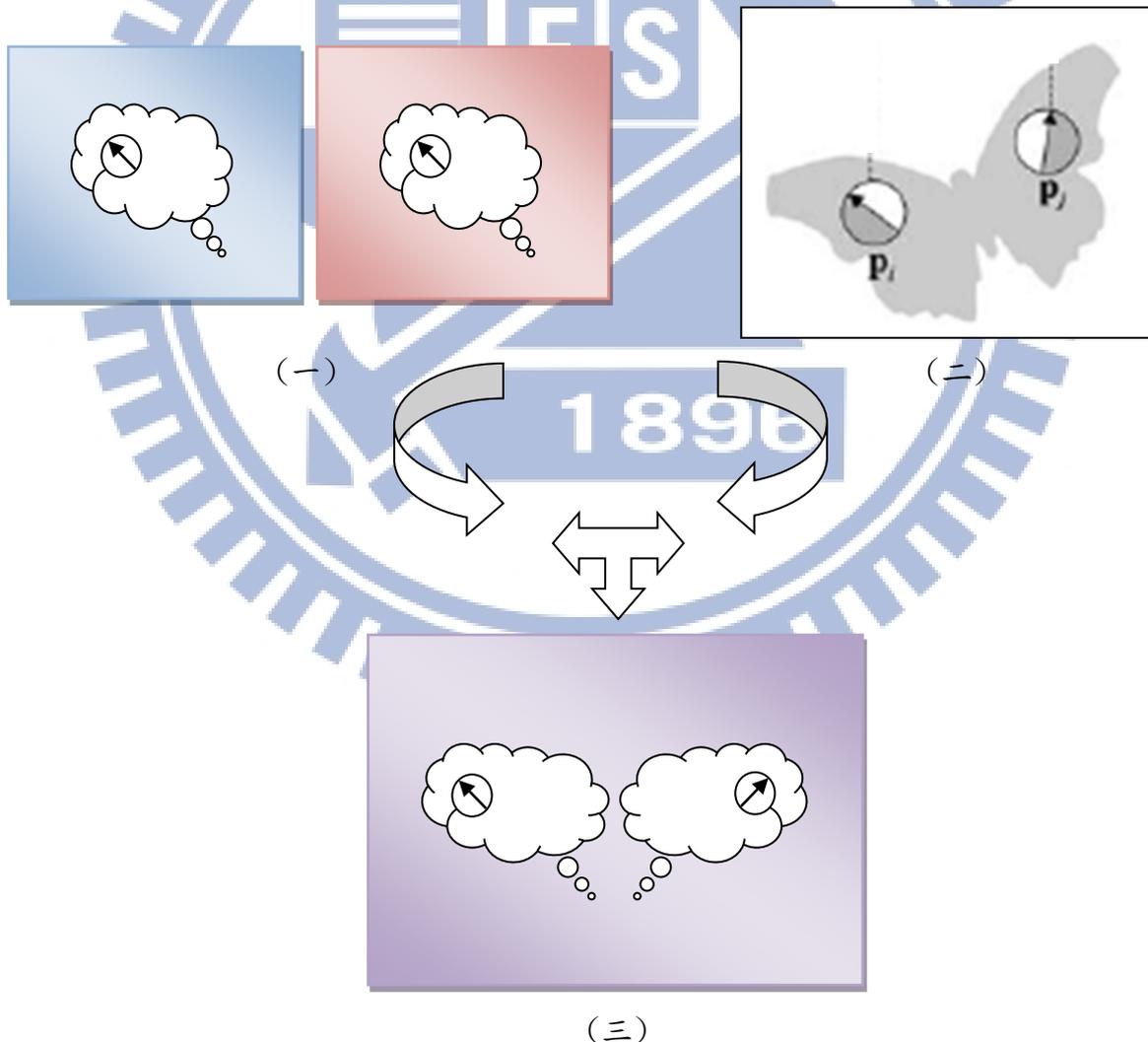
在論文最後將探討從最初想法起點到方法確立的過程中，所遇到的一些重要困難或值得探討的細節，在此將提出來分析和討論，並檢討論文方法的可能問題點和缺陷，使整套方法更加完整。

一開始將先說明特徵點和圖形輪廓的方法確立的緣由，並討論這些方法的優勢點和可能遇到的問題，並附上數據佐證特徵點取法的優勢點。接著討論在方法確立後，觀察系統使用不同的參數值如何影響結果圖，再藉由不斷實驗後的結果圖和吾人視覺判定的對稱作比較，篩選一組最佳參數使系統方法逼近吾人視覺認知，其結果對稱圖符合吾人視覺所找到的對稱，最後將此參數固定。

最後從不符合吾人視覺的結果對稱圖中，統整歸納找出可能本篇論文方法所不能解決的影像圖形特性，並一一討論其問題點和可能的解決方式。希望在未來能針對這些問題加以研究，以期能解決這樣的問題，使整體方法更加完備。

5.1 特徵點取法

本篇論文一開始之所以想用特徵點來解決影像圖形對稱問題，是因為本篇論文希望透過對稱判斷式(3-14)和(3-16)來判斷對稱組，但是藉由對稱判斷式(3-14)和(3-16)來判斷對稱組可能會有計算量過大的問題。所以在看過文獻 [18]後，發現可藉由 SIFT 方法來決定兩張影像圖形是否相似的物體辨識問題。那麼，在影像圖形對稱問題應該也可以利用 SIFT 來解決。圖五-1 為圖示說明。



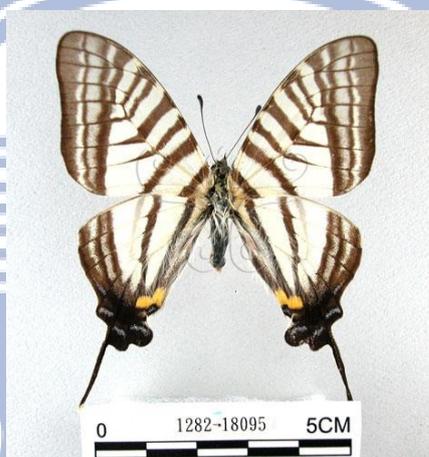
圖五-1 利用 SIFT 解決影像圖形對稱問題緣由

圖五-1(一)的部分為文獻 [18]中藉由 SIFT 來解決影像圖形相似問題的方法簡介。也就是說若兩張圖相似時，藉由 SIFT 找出的特色點()，兩圖將同時存在。圖五-1(一)可以看出因為左右為一模一樣的圖，所以以 SIFT 方法找出的特色點將在左右兩圖一樣的位置上出現。之後透過利用 SIFT 所找出特色點其所具有特性：相同的特色點出現次數越高則代表兩張圖相似度越高，如此可用來解決影像圖形相似的問題。圖五-1(二)的部分則是說明當影像圖形中有軸對稱情況發生時，將主體分兩半來看時，物體兩半必為相似，只有軸翻轉的差別。因此當影像圖形對稱主體兩半各自為相似物件時，可以透過圖五-1(三)的方式，利用 SIFT 將這些點找出，在左半部出現的對稱點，在右邊同時會出現，找到相似度高的兩半部分，則可判斷為對稱。這就是本篇論文會選擇對稱判斷式(3-14)和(3-16)來作對稱偵測的重要理由。

另一方面，在使用 SIFT 方法時，可能會因為 SIFT 的定義嚴格導致所找出的特色點過少，但由於在使用對稱判斷式(3-14)和(3-16)作對稱偵測時，這樣的方式會造成問題，所以我們希望需要運算的像素點不要過少。因此本篇論文為了解決這個問題，便將定義一新特色點(特徵點)。此特徵點包含了兩個優點，第一，此特徵點可以找到較多的像素點，藉由大量投票組提升準確性；第二，此特徵點也會包含 SIFT 左右對稱特色點會同時出現的特性，同時可增加運算速度。

需要特別說明的是，特徵點的缺點是特徵點的計算量將會比 SIFT 所需的大；幸運的是可藉由第二點圖形輪廓來改進這一點，使特徵點數量再次降低，增加速率。

5.2 圖形輪廓



圖五-2 影像圖形對稱觀察(圖形輪廓)

選擇使用圖形輪廓原因有二：

第一為圖形輪廓上對稱明顯。透過吾人視覺觀察圖五-2，可以發現圖五-2 是一個很明顯具有對稱的影像圖形。再仔細細看其輪廓，可以發現圖形輪廓上對稱明顯程度不輸給主體。

第二為圖形輪廓的像素點個數較少。圖形輪廓的像素點數量跟主體相比，其數量減少很多。運用這樣的特性，可以幫助對稱偵測更加快速。

如此，若能成功將其圖形輪廓成功抓取出，搭配極值點後，將可以大量減少對稱判斷式(3-14)和(3-16)的運算量，增加速率。

5.3 執行效率

以下將針對執行效率作個簡單的討論。在作對稱偵測中，主要瓶頸在於需要執行對稱判斷式(3-14)和(3-16)的計算量。因為需要執行對稱判斷式的像素點 $O(n^2)$ ，若像素點越多，則對稱偵測的執行效率越低。所以若能減少執行(3-14)和(3-16)的個數，將可以大大提升執行效率。下列將針對本篇論文和文獻 [6]的執行效率上加以比較。將以單純影像-自然景物、單純影像-人造文物和複雜影像分成三大類，並比較在不同影像圖形上的執行效率本篇論文成功提升的機率和效率提升的比率，還有失敗機率和效率降低的比率。針對參與文獻 [6]和本系統中對稱判斷式(3-14)和(3-16)運算之像素個數多寡，經 152 個測試影像，得統計表表五-1 如下。表五-2 為統整表五-1 的執行效率比較。

| 單純影像- 自然景物 | 文獻[6] 投票點 | 本系統 特徵點 | 單純影像- 人造文物 | 文獻[6] 投票點 | 本系統 特徵點 | 複雜影像 | 文獻[6] 投票點 | 本系統 特徵點 |
|---------------|--------------|------------|---------------|--------------|------------|------|--------------|------------|
| 1 | 67812 | 17388 | 1* | 6530* | 7744* | 1 | 15779 | 5854 |
| 2 | 53444 | 20310 | 2 | 21263 | 6347 | 2 | 20918 | 5936 |
| 3 | 10611 | 3712 | 3 | 56534 | 17063 | 3 | 38117 | 13318 |
| 4 | 18372 | 14410 | 4 | 18575 | 4840 | 4 | 40828 | 27501 |
| 5* | 9245* | 10476* | 5 | 8409 | 5408 | 5 | 23590 | 8395 |
| 6 | 30519 | 10749 | 6 | 28420 | 13020 | 6 | 21383 | 9797 |
| 7 | 28715 | 10864 | 7 | 30473 | 16245 | 7 | 60095 | 12967 |
| 8 | 10105 | 7490 | 8 | 19113 | 6395 | 8 | 30372 | 11023 |
| 9 | 18777 | 9828 | 9 | 23246 | 9198 | 9 | 20741 | 7009 |
| 10 | 42053 | 11160 | 10 | 19768 | 8188 | 10 | 25836 | 7317 |
| 11 | 15251 | 12728 | 11 | 80442 | 40813 | 11 | 24826 | 11566 |
| 12 | 29726 | 21204 | 12 | 15174 | 11953 | 12 | 23209 | 15861 |
| 13 | 42552 | 18045 | 13 | 40684 | 11779 | 13 | 21015 | 7634 |

| | | | | | | | | |
|-----|-------|--------|-----|--------|--------|-----|--------|--------|
| 14 | 45435 | 15244 | 14 | 34356 | 19826 | 14 | 32464 | 14262 |
| 15 | 10679 | 5631 | 15 | 23620 | 12106 | 15 | 16321 | 6292 |
| 16 | 6202 | 5243 | 16 | 89910 | 10799 | 16 | 81447 | 23751 |
| 17 | 8266 | 7581 | 17 | 54815 | 30565 | 17 | 14851 | 3042 |
| 18 | 13811 | 3737 | 18 | 6784 | 3678 | 18 | 14513 | 13035 |
| 19 | 32871 | 22141 | 19 | 24672 | 11225 | 19 | 98092 | 16057 |
| 20 | 14835 | 11071 | 20 | 49791 | 14734 | 20 | 62235 | 10649 |
| 21 | 38393 | 12105 | 21* | 18375* | 20319* | 21 | 24825 | 8857 |
| 22 | 43654 | 11747 | 22 | 57015 | 16679 | 22 | 12294 | 4091 |
| 23 | 12230 | 5029 | 23* | 13455* | 13473* | 23 | 26067 | 6692 |
| 24 | 6288 | 4156 | 24 | 34195 | 28756 | 24 | 108048 | 10942 |
| 25 | 42208 | 8042 | 25 | 39940 | 18383 | 25 | 15969 | 9025 |
| 26 | 15745 | 7145 | 26 | 15045 | 5518 | 26 | 18610 | 7294 |
| 27 | 62863 | 21995 | 27 | 24663 | 11225 | 27 | 53453 | 25978 |
| 28 | 56334 | 13988 | 28 | 17773 | 10921 | 28 | 29256 | 13367 |
| 29 | 37664 | 8781 | 29 | 31001 | 17286 | 29 | 7779 | 2604 |
| 30 | 36656 | 7305 | 30 | 54815 | 30565 | 30 | 83561 | 13623 |
| 31 | 10445 | 3877 | 31 | 71287 | 38643 | 31 | 20347 | 11136 |
| 32 | 17538 | 3958 | 32 | 60070 | 21091 | 32* | 6536* | 7325* |
| 33 | 12884 | 3806 | 33 | 35847 | 19634 | 33 | 4121 | 3847 |
| 34 | 23314 | 5502 | 34 | 83470 | 36534 | 34 | 38282 | 21216 |
| 35 | 34370 | 14857 | 35 | 90100 | 28046 | 35 | 26635 | 7672 |
| 36 | 33038 | 14647 | 36 | 22146 | 12409 | 36* | 11140* | 12919* |
| 37 | 22174 | 8162 | 37 | 9068 | 5387 | 37* | 5691* | 6118* |
| 38 | 8058 | 3077 | 38 | 17320 | 14482 | 38 | 32214 | 24277 |
| 39 | 52351 | 8494 | 39 | 25932 | 6520 | 39 | 37595 | 12526 |
| 40 | 7172 | 6515 | 40 | 50573 | 24380 | 40 | 4186 | 3044 |
| 41 | 18513 | 12714 | 41 | 23392 | 4997 | 41 | 63447 | 20557 |
| 42 | 30416 | 10106 | 42 | 8047 | 2615 | 42 | 33491 | 13301 |
| 43 | 4807 | 995 | 43 | 20611 | 18293 | 43 | 28625 | 12700 |
| 44 | 4325 | 949 | 44 | 36760 | 14429 | 44 | 30325 | 14678 |
| 45 | 7994 | 5498 | 45* | 8355* | 8364* | 45 | 104809 | 10735 |
| 46 | 84809 | 19715 | 46 | 68972 | 26175 | 46 | 42379 | 14883 |
| 47 | 16552 | 7232 | 47 | 8755 | 3590 | 47 | 38032 | 18519 |
| 48* | 9572* | 10127* | 48 | 60146 | 15627 | 48 | 28078 | 11284 |
| 49 | 14154 | 4006 | 49 | 13244 | 9113 | 49 | 5566 | 2592 |
| 50 | 74488 | 14093 | 50 | 20894 | 12699 | 50 | 56798 | 8658 |

| | | | | | | | | |
|--|--|--|----|-------|-------|--|--|--|
| | | | 51 | 46514 | 14275 | | | |
| | | | 52 | 53605 | 12613 | | | |

表五-1 文獻 [6]投票點和本系統特徵點統計數據。文獻 [6]的個數點取法高對比和同向性的遮罩皆為 3×3 ；高對比的門檻值為 30；同向性個數為 6 個以上，其角度相似的許可誤差為 30。*部分為效率失敗提升的樣本數據。

| | 單純影像- 自然景物 | 單純影像- 人造文物 | 複雜影像 | 影像總數 |
|---------------|---------------|---------------|--------|--------|
| 樣本數 | 50 | 52 | 50 | 152 |
| 效率成功 提升的機率 | 96% | 92.31% | 94% | 94.10% |
| 效率提升 的比率 | 56.77% | 54.06% | 59.68% | 56.84% |
| 效率失敗 提升的機率 | 4% | 7.69% | 6% | 5.90% |
| 效率降低 的比率 | 9.56% | 7.35% | 11.85% | 9.59% |

表五-2 統整表五-1 的執行效率比較

透過表五-2 可以看出，藉由高對稱對比區域特徵點的幫助，將可以大大降低(3-14)和(3-16)的計算量，提升執行效率。雖然會有失敗的時候，但機率並不高，且效率降低尚在可以接受的範圍內。

5.4 方法參數取法

在此將對根據第三章對稱偵測方法中所提到的變動參數作探討。這些變動參數總共有三個(∇L_{TH} 、 θ_{TH} 和 n_{fp})，全部非為固定值，隨著不同影像圖形會導致不同的結果的。藉由不斷實驗後的結果圖，和吾人視覺找到的對稱作比較，篩選出一組最佳參數使系統方法逼近吾人視覺，其結果對稱圖符合吾人視覺所找到的對稱。表五-3 為篩選後的參數組合。

| 參數名稱 | 參數值 |
|-----------------|---|
| ∇L_{TH} | 0.3 |
| θ_{TH} | 1 |
| n_{fp} | $\sqrt{\left(\frac{Leight}{10}\right)^2 + \left(\frac{Width}{10}\right)^2} / 5$ |

表五-3 篩選後的參數組合。*Leight* 和 *Width* 為影像圖形的長和寬。

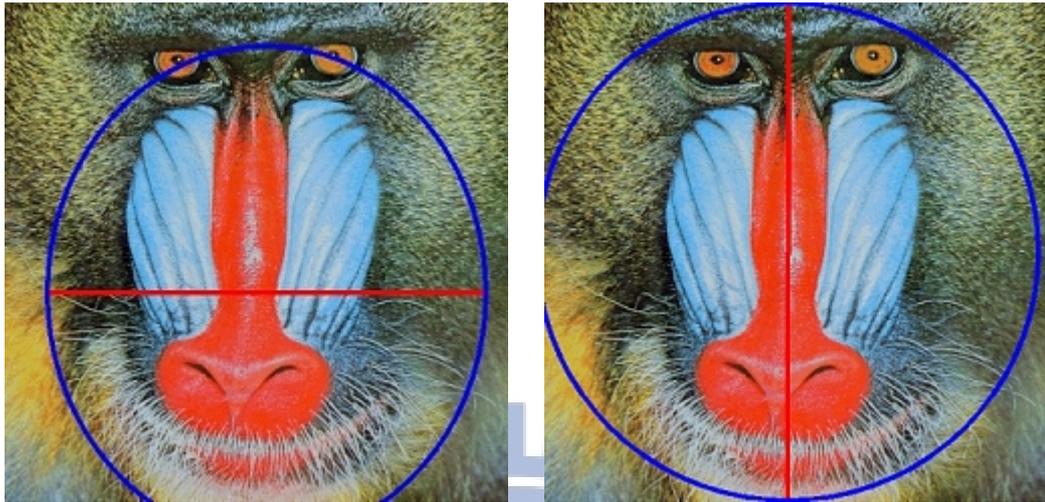
(一) 判斷對稱門檻 ∇L_{TH} 和 θ_{TH} 的說明：

當 ∇L_{TH} 和 θ_{TH} 越大，代表對稱判斷越鬆散，可以得到越多的對稱組，命中吾人視覺所判定的對稱角度越多，使找出來的對稱角度越有代表性。但相對的所找出的對稱組越多，可能的誤判對稱組的干擾組就越多，將可能導致結果變不準確。

(二) 輪廓挑選特徵值遮罩大小 n_{fp} 的說明：

當 n_{fp} 越大，代表輪廓挑選特徵點越多，可以得到越多的特徵點。如此可以得到越多的對稱組，命中吾人視覺所判定的對稱角度越多，找出來的對稱角度就越有代表性。但相對的，所找出的對稱組越多，可能的誤判干擾組就越多，可能導致結果變不準確。另外，這裡將以圖原始大小為基準，不同大小的影像圖形，其遮罩大小也不同。

由(一)(二)可以發現，對稱組的多寡將影響最後的結果，所以一個好的參數組合，將可以大大提高系統方法的準確度。圖五-3 為利用表五-3 參數準確判斷軸對稱和使用其他參數卻造成失敗的例子。



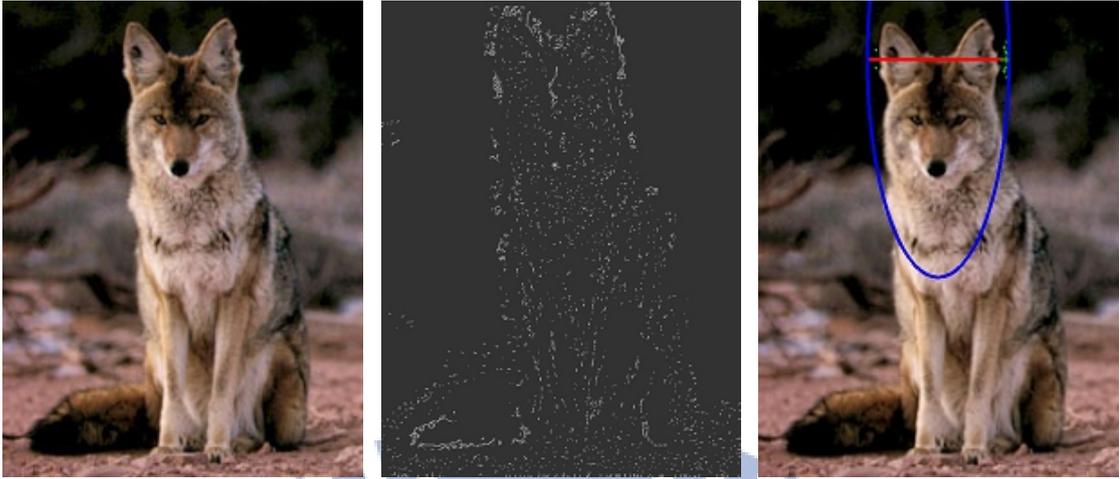
圖五-3 利用表五-3 參數準確判斷軸對稱(右)和使用其他參數卻造成失敗的例子(左)

5.5 方法限制

在實驗中，發現有些影像圖形透過系統方法所判斷出的軸對稱，並未符合吾人視覺所認定的對稱。在透過不斷地實驗和分析後，將歸納三類較不適用本篇論文方法的影像圖形。第一為影像圖形原始檔案太小；第二是影像圖形主體太小或是主體對稱不明顯；第三為對稱主體亮度變化不大。以下將一一作探討，並提出可能的解決辦法。

5.5.1 影像圖形原始檔案太小

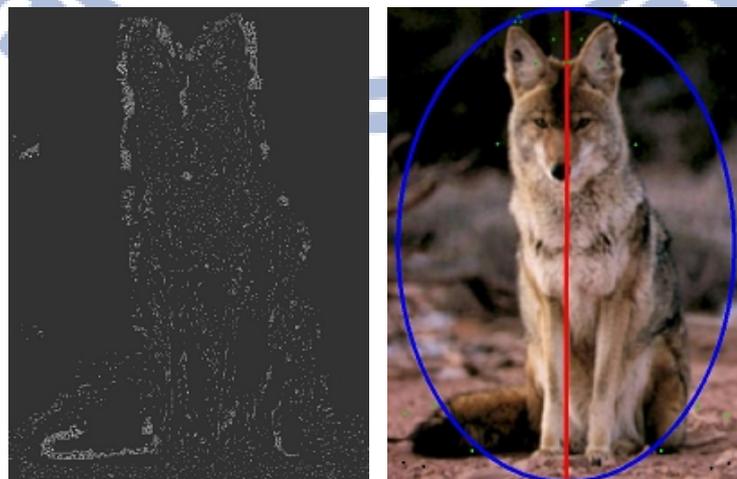
在實驗中，發現如果對原始檔案太小的影像圖形作對稱偵測，將可能導致出現不符合吾人視覺對稱認知的結果圖。圖五-4 為影像圖形原始檔案太小的範例。



圖五-4 影像圖形原始檔案太小的範例。

依序圖為原始圖(左)；篩選後的特徵點(中)；結果圖(右)。

圖五-4 的原始檔案大小為 200×266 ，可以藉由圖五-4 看出結果圖所判斷出的軸對稱並不符合吾人視覺所判斷的對稱。推測原因可能是由於本系統對稱方法是採取對稱組投票，一個原始檔案太小的影像圖形，其篩選後的特徵點將會太少，如此對稱組投票的方法將可能受誤判干擾組影響變大，導致結果不正確。因此在此作了一個新嘗試，首先將原始圖檔放大成 450×600 後，再用系統方法作對稱判斷。結果發現，透過這樣的方式，將可改善上述的誤差。圖五-5 為圖五-4 放大後的結果圖。

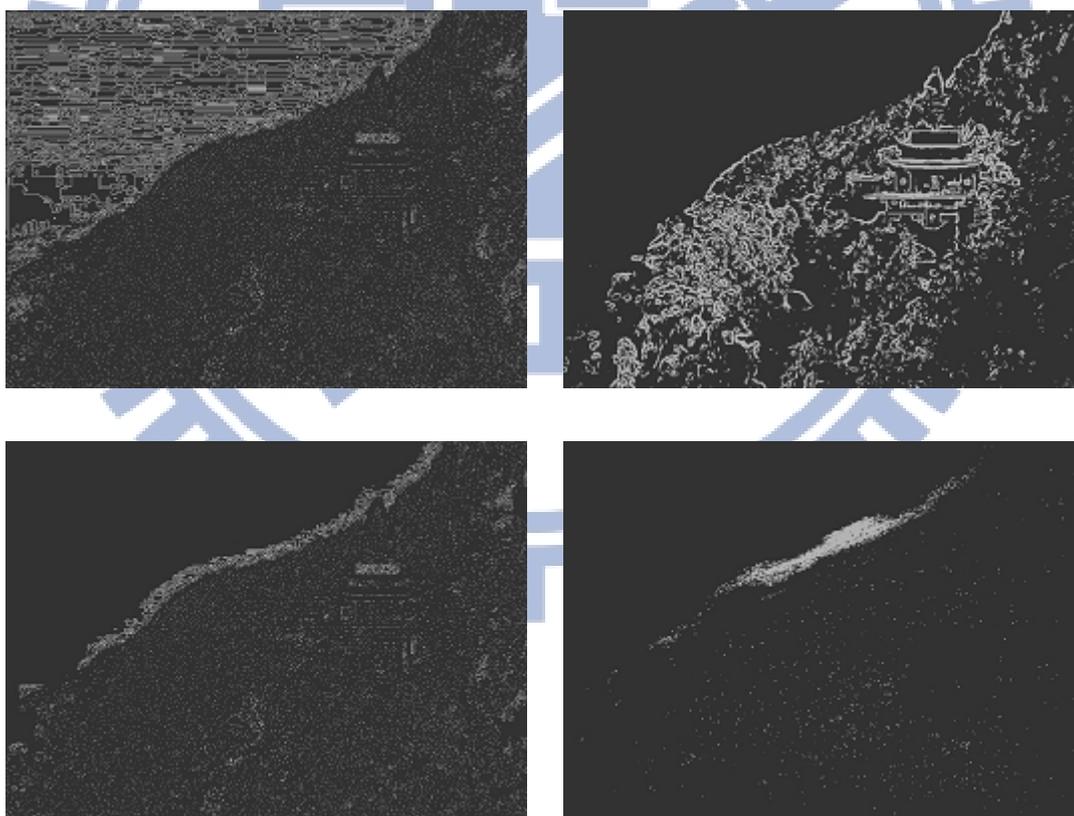


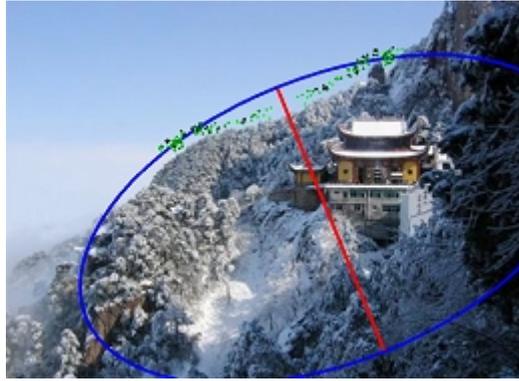
圖五-5 圖五-4 放大後的結果圖。篩選後的特徵點(左)；結果圖(右)。

由圖五-5 結果圖可以看出，其軸對稱符合吾人視覺所判斷的對稱。因此猜測原始檔案太小的影像圖形並不適合本篇論文系統方法。透過多次的實驗，找出最適合的檔案大小長寬至少需要 250 像素以上。

5.5.2 影像圖形其對稱主體太小且背景複雜

在實驗中，發現如果對稱主體太小且背景複雜的影像圖形作對稱偵測，將可能導致出現不符合吾人視覺對稱認知的結果圖。圖五-6 為影像圖形其對稱主體太小且背景複雜的範例。





圖五-6 影像圖形其對稱主體太小且背景複雜的範例。

依序為左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖

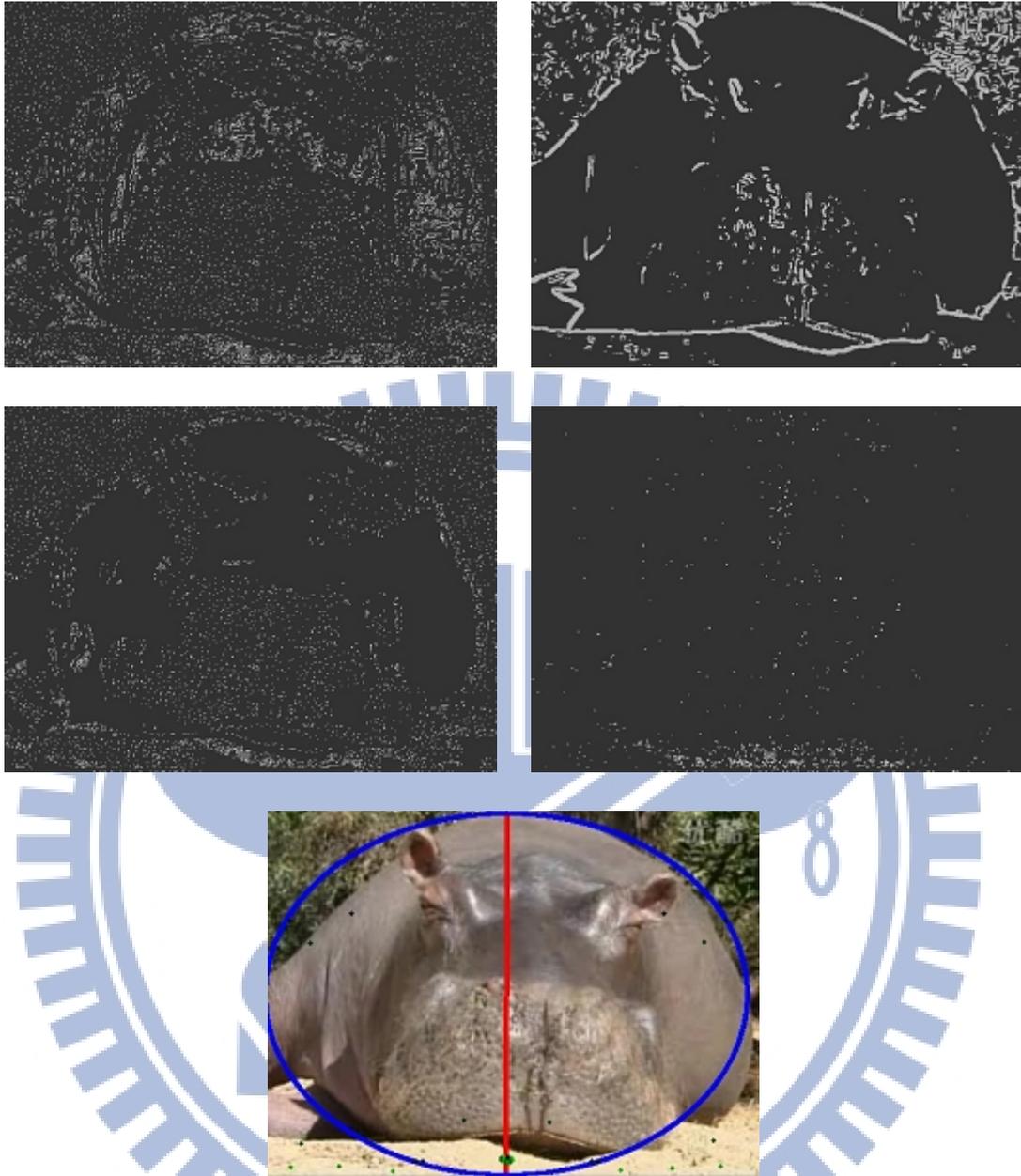
失敗原因可能是在於背景部分在圖形輪廓被截取出來的太多，加上主體對稱區域面積不大，導致受背景區域干擾影響太多，如此對稱組投票的方法將可能受誤判干擾組影響變大，導致結果不正確，使系統誤判找出不符合吾人視覺所判斷的對稱。

另外，從主要對稱組圖可以看出，主要貢獻位於山的輪廓上，不在雪山的房子上，所以有了錯誤的結果。

在這張圖上，若是能夠在圖形輪廓上成功分辨主體和背景的差別，並取需要的圖形輪廓後再作對稱偵測，將可以提高命中率。

5.5.3 影像圖形其對稱主體亮度變化不大

在實驗中，發現如果對稱主體亮度變化不大的影像圖形作對稱偵測，將可能導致出現不符合吾人視覺對稱認知的結果圖。圖五-7 為影像圖形其對稱主體亮度變化不大的範例。



圖五-7 影像圖形其對稱主體亮度變化不大的範例。

依序圖左上極值圖、右上圖形輪廓圖、左中特徵圖、右中對稱組中點圖、下對稱結果圖

失敗原因在於本系統方法圖形在輪廓的擷取上，因為主體亮度變化不大，導致真正對稱的地方沒辦法被有效地擷取出來，使篩選後的特徵點包含太多背景或不對稱的地方，而真正對稱部分附近的特徵點無法提供所需量的訊息，因此對稱組投票的方法可能受誤判干擾組影響變大，導致結果不正確，使系統誤判找出不符合吾人視覺所判斷的對稱。

另外，從主要對稱組圖可以看出，主要貢獻不在主要對稱主體上，所以有了錯誤的結果。

在這張圖上，若是能夠在圖形輪廓上成功擷取需要的圖形輪廓後再作對稱偵測，將可以減少干擾影響，降低誤差，增加準確率。



第六章 結論與未來工作

本篇論文透過影像圖形本身的灰階值和梯度資訊發展一套高對稱對比區域對稱偵測流程，分別取出極值點和圖形輪廓，在篩選出特徵點之後，透過對稱本身具有的梯度資訊作對稱判斷，再整合影像處理方法，自動化產生輸入影像的軸對稱位置與最大對稱範圍，以達到本篇論文一開始的主要目的。並透過一連串的實驗與觀察後，可以更加地了解影像圖形對稱特性，以驗證本系統對於對稱的處理之極限所在。

藉由5.5中的說明，可以了解到此方法在某些類型影像圖形之處理上還有待加強，因此提出下列幾點可以改進與加強的地方：

(一) 在於圖形輪廓方法上：

從章節 5.5.2 和 5.5.3 中可以發現到，若是在圖形輪廓上能夠成功分辨主體和背景，並擷取需要的圖形輪廓後再作對稱偵測，將可以減少干擾並且提高命中率。

(二) 最佳參數：

本篇論文所找出的參數，是藉由一連串的實驗，搭配吾人視覺輔助，所找出的可能最佳參數，但並非為唯一最佳參數，所以希望在未來，能以數學運算推演、歸納出最佳解，使本方法在對稱偵測的判斷上能更加地準確。

在未來工作上，假設能在上述這兩方面都獲得改進，對於偵測準確度和正確性將能大大獲得提升。

另外，由於本論文所解決的對稱問題主要是軸對稱問題，希望在未來能透過本方法的延伸或進步來解決更多類型的對稱問題，使其方法能夠更加地完整、全面。



Reference

- [1] J. Wagemans, "Detection of visual symmetries," *Spatial Vision*, 1995.
- [2] H. Weyl, "Symmetry", Princeton University Press, 1952.
- [3] Zhitao Xiao and Jun Wu, "Analysis on Image Symmetry Detection Algorithms," *FSKD 2007. Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, 2007.
- [4] Seungkyu Lee and Yanxi Liu, "Curved Glide-Reflection Symmetry Detection," *CVPR 2009. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009.
- [5] Chun-Liang Chiang and Cheng-Chung Lin, "Basic Observations on Potential Cues Behind Vision Target Perception : Intensity, Contrast and Gradient Organization," *NCTU Master thesis*, 2010.
- [6] Ming-Hung Ho and Cheng-Chung Lin, "Symmetry Detection Based on Gradient-Derived Information," *NCTU Master thesis*, 2011.
- [7] Yosi Keller and Yoel Shkolnisky, "An algebraic approach to symmetry detection," *ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition*, 2004.
- [8] Yuanhao Gong, Chenhui Yang, Qicong Wang and Yahui Gao, "A Novel Symmetry Detection Method for Images and Its application for Motion Deblurring," *MMIT '08. International Conference on MultiMedia and Information Technology*, 2008.
- [9] L. Lucchese, "A Frequency Domain Algorithm for Detection and Classification of Cyclic and Dihedral Symmetries in Two-Dimensional Patterns," *Proceedings. 2002 International Conference on Image Processing*, 2002.
- [10] Georgios Tzimiropoulos, Vasileios Argyriou and Tania Stathaki, "SYMMETRY DETECTION USING FREQUENCY DOMAIN MOTION ESTIMATION TECHNIQUES," *ICASSP 2008. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008.
- [11] Daniel Reifeld, Haim Wolfson and Yehezkel Yeshurun, "Detection of Interest Points Using Symmetry," *Proceedings, Third International Conference on Computer Vision*, 1990.
- [12] Y. Bonne, D. Reifeld and Y. Yeshurun, "Texture Discrimination by Local Generalized Symmetry," *Proceedings., Fourth International Conference on Computer Vision*, 1993.
- [13] Yoram Bonne, Daniel Reifeld and Yehezkel Yeshurun, "Quantification of Local Symmetry: Application for Texture Discrimination," *Spatial Vision*, vol. 8(4), pp. 515-530, 1994.
- [14] Gareth Loy and Jan-Olof Eklundh, "Detecting Symmetry and Symmetric Constellations of Features," *Proceeding ECCV'06 Proceedings of the 9th European conference on Computer Vision*, vol. Part II, pp. 508-521, 2006.

- [15] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, "Digital Image Processing, Third Edition", 2010.
- [16] JIUNN-LIN WU, "An Automatic Enhancement Method for High Contrast Images via Bilateral Filtering," *Journal of Science and Engineering Technology*, vol. 3, no. 3, pp. 81-87, 2007.
- [17] S. Paris, P. Kornprobst, J. Tumblin and F. Durand, "Bilateral Filtering: Theory and Applications," *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*, vol. 4, no. 1, pp. 1-73, 2008.
- [18] D. G. Low, "Object Recognition from Local Scale-Invariant Features," *The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision*, 1999.
- [19] Hugo Cornelius, Michal Perd'och, Jiri Matas and Gareth Loy, "Efficient Symmetry Detecting Using Local Affine Frames," *SCIA 2007, LNCS 4522*, pp. 152-161, 2007.
- [20] Hugo Cornelius and Gareth Loy, "Detecting Bilateral Symmetry in Perspective," *Perceptual Organisation in Computer Vision (POCV)*, 2006.
- [21] Milan Sonka, Vaclav Hlavac and Roger Boyle, "Image Processing, Analysis, and Machine Vision".

