第三章　非剛性隔震儲存槽之結構-流體動力分析

3.1 運動方程式推導

本章將利用 Lagrange’s Equation 來建立非剛性儲存槽隔震系統之運動方程式

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_i}\right)+\frac{\partial U}{\partial u_i}-Q_i=0 \tag{3.1-1}$$

其中，T 表示動能，U 表示位能；u_i 為廣義座標，Q_i 為廣義作用力。

槽殼與基層(隔震層)之總動能與總位能及廣義作用力(非保守力)可分別計算如下：

(1) 槽殼之總動能(T_s)與總位能(U_s)：

$$\begin{aligned}
T_s &=\frac{1}{2}\int_0^L\int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}}\int_0^{2\pi}\rho_s r\left[\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)+\dot{w}(z,t)\right]^2 d\theta drdz\\
&=\frac{1}{2}\rho_s(2\pi Rh)\int_0^L\left[\left(\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)\right)^2+2\left(\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)\right)\left(1-\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\right)\dot{W}(t)+\left(1-\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\right)^2\dot{W}^2(t)\right]dz\\
&=\rho_s\pi Rh\left[L\left(\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)\right)^2+2\left(\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)\right)\dot{W}(t)\left(L-\frac{2L}{\pi}\right)+\dot{W}^2(t)L\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{\pi}\right)\right]\\
&=\frac{M_s}{2}\left[\left(\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)\right)^2+2\left(\dot{x}_b(t)+\dot{x}_g(t)\right)\dot{W}(t)\left(1-\frac{2}{\pi}\right)+\dot{W}^2(t)\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{\pi}\right)\right]
\end{aligned} \tag{3.1-2}$$

$$\begin{aligned}
U_s &=\frac{1}{2}\int_0^L EI(z)\left(w''(z,t)\right)^2dz\\
&=\frac{1}{2}E\int_0^L\int_{R-\frac{h}{2}}^{R+\frac{h}{2}}\int_0^{2\pi}(r\sin\theta)^2 r\psi''^2(z)W^2(t)d\theta drdz\\
&=\frac{1}{2}EW^2(t)\pi R^3h\int_0^L\left(\frac{\pi^2}{4L^2}\cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\right)^2dz\\
&=\frac{E\pi^5R^3h}{32L^4}W^2(t)\int_0^L\cos^2\left(\frac{\pi z}{2L}\right)dz\\
&=\frac{E\pi^5R^3h}{64L^3}W^2(t)
\end{aligned} \tag{3.1-3}$$

(2) 基層之總動能(T_b)與總位能(U_b)：

$$T_b = \frac{1}{2} m_b \left(\dot{x}_b(t) + \dot{x}_g(t)\right)^2 \tag{3.1-4}$$

$$U_b = \frac{1}{2} \frac{(m_t) g}{R_{FPS}} x_b^2 \tag{3.1-5}$$

其中，R_{FPS}為隔震器曲率半徑。

(3) 動水壓P_d對槽殼作用之虛功δE：

$$\begin{aligned}
\delta E &= \int_0^H \int_0^{2\pi} P_d \delta w(z,t) \cos\theta R d\theta dz \\
&= \int_0^H \int_0^{2\pi} [-\rho_l [\sum_{j=1}^{m} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\ddot{D}_j(t) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} z\right)}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right)} \cos\theta + \left(\ddot{x}_b(t) + \ddot{x}_g(t)\right) R \cos\theta \\
&\quad + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1(\lambda_i)}{H I_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} \ddot{W}(t) \cos\theta I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right)]] \psi(z) \delta W(t) \cos\theta R d\theta dz \\
&= -\rho_l \pi R \int_0^H \left[\sum_{j=1}^{m} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{\ddot{D}_j(t) \cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} z\right)}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right)} + \left(\ddot{x}_b(t) + \ddot{x}_g(t)\right) R + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1(\lambda_i)}{H I_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} \ddot{W}(t) I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \cos\left(\frac{\lambda_i}{H} z\right) \right] \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\right) dz \delta W(t) \\
&= \left[-\rho_l \pi R \sum_{j=1}^{m} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{C_2(\varepsilon_j)}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right)} \ddot{D}_j(t) - \rho_l \pi R^2 \left(\ddot{x}_b(t) + \ddot{x}_g(t)\right) \int_0^H \psi(z) dz - \rho_l \pi R \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{H I_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \ddot{W}(t) \right] \delta W(t) \\
&= \left[-\rho_l \pi R \sum_{j=1}^{m} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{C_2(\varepsilon_j)}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right)} \ddot{D}_j(t) - \frac{M_l}{H} \left(\ddot{x}_b(t) + \ddot{x}_g(t)\right) \int_0^H \psi(z) dz - \rho_l \pi R \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{H I_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \ddot{W}(t) \right] \delta W(t)
\end{aligned} \tag{3.1-6a}$$

根據式(3.1-6a)可得液體作用於槽殼之廣義作用力為：

$$Q_1 = -\rho_l \pi R \sum_{j=1}^{m} \frac{R}{\varepsilon_j} \frac{C_2(\varepsilon_j)}{\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R} H\right)} \ddot{D}_j(t) - \frac{M_l}{H} \left(\ddot{x}_b(t) + \ddot{x}_g(t)\right) \int_0^H \psi(z) dz - \rho_l \pi R \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{H I_1'\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)} I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right) \ddot{W}(t)$$

(3.1-6b)

其中，

$$C_2(\varepsilon_j)=\int_0^H \psi(z)\cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R}z\right)dz$$

$$=\frac{R}{\varepsilon_j}\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R}H\right)-\frac{\frac{R}{\varepsilon_j}\sinh\left(\frac{\varepsilon_j}{R}H\right)\cos\left(\frac{\pi H}{2L}\right)+\left(\frac{R}{\varepsilon_j}\right)^3\left(\frac{\pi}{2L}\right)\cosh\left(\frac{\varepsilon_j}{R}H\right)\sin\left(\frac{\pi H}{2L}\right)}{1+\left(\frac{R}{\varepsilon_j}\right)^3\left(\frac{\pi}{2L}\right)^2}$$

分別將式(3.1-2)至式(3.1-7)代入 Lagrange's Equation(3.1-1)可得

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{W}}\right)+\frac{\partial U}{\partial W}-Q_1=0 \tag{3.1-7}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_b}\right)+\frac{\partial U}{\partial x_b}-Q_2=0 \tag{3.1-8}$$

其中，$T=T_s+T_b$，$U=U_s+U_b$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{W}}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial(T_s+T_b)}{\partial \dot{W}}\right)=M_s\left(1-\frac{2}{\pi}\right)(\ddot{x}_b(t)+\ddot{x}_g(t))+M_s\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{\pi}\right)\ddot{W}(t) \tag{3.1-9}$$

$$\frac{\partial U}{\partial W}=\frac{\partial(U_s+U_b)}{\partial W}=\frac{E\pi^5R^3h}{32L^3}W(t) \tag{3.1-10}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_b}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial(T_s+T_b)}{\partial \dot{x}_b}\right)=M_s(\ddot{x}_b(t)+\ddot{x}_g(t))+M_s\left(1-\frac{2}{\pi}\right)\ddot{W}(t)+m_b(\ddot{x}_b(t)+\ddot{x}_g(t)) \tag{3.1-11}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_b}=\frac{\partial(U_s+U_b)}{\partial x_b}=\frac{m_t g}{R_{FPS}}x_b \tag{3.1-12}$$

此外，隔震系統尚有作用於基層之非保守力(摩擦力)，F，其大小滿足以下兩種情形之一：

(1) 支承處於滑動狀態

$$Q_2=F(t)=-\mu m_t g\,\mathrm{sgn}(\dot{x}_b(t)) \tag{3.1-13}$$

且 $\dot{x}_b\neq 0$，其中，

μ 為支承滑動界面摩擦係數；

sgn 為方向函數；

$\dot{x}_b$ 為支承滑動界面的瞬時相對運動速度；

g 為重力加速度。

(2) 支承處於停滯狀態

$$Q_2 = \left|F(t)\right| < \mu m_t g \tag{3.1-14}$$

且 $\dot{x}_b = 0$ 。

分別將式(3.1-6)、(3.1-9)及(3.1-10)式代入式(3.1-7)，與式(3.1-11)至(3.1-13)代入式(3.1-8)，可得非剛性儲存槽槽體之運動方程式為

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_3 & M_4 + M_5 & M_6 + M_7 \\ \mathbf{0} & M_7 & M_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{W} \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & K_3 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & K_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ W \\ x_b \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} M_6 + M_7 \\ M_8 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F(t) \tag{3.1-16}$$

其中，

$$\mathbf{M}_3 = \left[m_{31} \cdots m_{3m}\right] \text{，} \quad m_{3j} = \rho_l \pi R^2 \frac{C_2(\varepsilon_j)}{\varepsilon_j \sinh\left(\dfrac{\varepsilon_j}{R} H\right)}$$

$$M_4 = \rho_l \pi R \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2C_1^2(\lambda_i)}{H I_1{}'\left(\dfrac{\lambda_i}{H} R\right)} I_1\left(\frac{\lambda_i}{H} R\right)$$

$$M_5 = M_s \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi}\right)$$

$$M_6 = \frac{M_l}{H} \int_0^H \psi(z) dz = \frac{M_l}{H}\left(H - \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi H}{2L}\right)\right)$$

$$M_7 = M_s \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$$

$$M_8 = M_s + m_b$$

$$K_3 = \frac{E \pi^5 R^3 h}{32 L^3}$$

$$K_4 = \frac{m_t g}{R_{FPS}}$$

根據式(2.3-5)及式(3.1-16)，吾人可得非剛性儲存槽以摩擦單擺支承隔震後之運動方程式如下

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & M_4+M_5 & M_6+M_7 \\ \mathbf{0} & M_7 & M_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{W} \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_3 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & K_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ W \\ x_b \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \mathbf{M}_2 \\ M_6+M_7 \\ M_8 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} F(t) \quad (3.1\text{-}17)$$

式(3.1-17)可進一步以矩陣型式表示為

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{E}\ddot{x}_g(t) + \mathbf{B}F(t) \quad (3.1\text{-}18)$$

其中，

$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & M_4+M_5 & M_6+M_7 \\ \mathbf{0} & M_7 & M_8 \end{bmatrix}$ 為 $(m+2)\times(m+2)$ 之質量矩陣；

$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_3 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & K_4 \end{bmatrix}$ 為 $(m+2)\times(m+2)$ 之勁度矩陣；

$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{W} \\ \ddot{x}_b \end{Bmatrix}$ 為 $(m+2)\times 1$ 之位移向量；

$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_2 \\ M_6+M_7 \\ M_8 \end{Bmatrix}$ 為 $(m+2)\times 1$ 之擾動向量；

$\mathbf{B} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$ 為 $(m+2)\times 1$ 之摩擦力（或支承剪力）位置向量；

$\ddot{x}_g(t)$ 為地表加速度；

$F(t)$ 為摩擦力。

當非剛性儲存槽未隔震時，其運動方程式可簡化為

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_3 & M_4 + M_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{D}} \\ \ddot{W} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \\ \mathbf{0} & K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ W \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \mathbf{M}_2 \\ M_6 + M_7 \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \tag{3.1-19}$$

3.2 狀態空間法

式(3.1-17)可以狀態空間法表示為一階常微分方程式如下

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}^*\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}^*\mathbf{F}(t) + \mathbf{E}^*\mathbf{w}(t) \tag{3.2-1}$$

其中，

$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix}$ 為 $2(m+2)\times 1$ 之狀態向量；

$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$ 為 $2(m+2)\times 2(m+2)$ 之系統矩陣；

$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$ 為 $2(m+2)\times 1$ 之摩擦力分配矩陣；

$\mathbf{E}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix}$ 為地震力分配矩陣。

對式(3.2-1)取拉普拉氏轉換(Laplace transform)可得：

$$\mathbf{z}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{z}(t_0) + \mathbf{H}(s)\mathbf{G}(s) \tag{3.2-2}$$

其中，

$$\mathbf{H}(s) = \left(s\mathbf{I} - \mathbf{A}^*\right)^{-1} \tag{3.2-3a}$$

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{B}^*\mathbf{F}(s) + \mathbf{E}^*\mathbf{w}(s) \tag{3.2-3b}$$

$\mathbf{z}(t_0)$ 表示初始條件。

狀態方程式(3.2-1)之解可由式(3.2-2)式取拉普拉氏逆轉換至時域而得到：

$$\mathbf{z}(t) = e^{\mathbf{A}^*(t-t_0)}\mathbf{z}(t_0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}^*(t-\tau)}\left[\mathbf{B}^*\mathbf{F}(\tau) + \mathbf{E}^*\mathbf{w}(\tau)\right]d\tau \tag{3.2-4}$$

式(3.2-4)中之積分式欲展開時，$\mathbf{w}(\tau)$、$\mathbf{F}(\tau)$ 在取樣週其內之連續函數須為已知。

由於地震記錄通常為離散型態且摩擦力呈片段線性(piecewise linear)，因此若假設載重函數在兩連續取樣瞬間為線性變化應屬合理。今取$t_0=(k-1)\Delta t, t=k\Delta t$及$\mathbf{z}[k]=\mathbf{z}(k\Delta t)$，$\mathbf{F}[k]=\mathbf{F}(k\Delta t)$時，則

$$\mathbf{F}(\tau)=\frac{k\Delta t-\tau}{\Delta t}\mathbf{F}[(k-1)\Delta t]+\frac{\tau-(k-1)\Delta t}{\Delta t}\mathbf{F}[k\Delta t]，(k-1)\Delta t\le\tau\le k\Delta t \tag{3.2-5a}$$

$$\mathbf{w}(\tau)=\frac{k\Delta t-\tau}{\Delta t}\mathbf{w}[(k-1)\Delta t]+\frac{\tau-(k-1)\Delta t}{\Delta t}\mathbf{w}[k\Delta t]，(k-1)\Delta t\le\tau\le k\Delta t \tag{3.2-5b}$$

將式(3.2-5)代入式(3.2-4)可得狀態方程式(3.2.-1)之解析解為一差分方程式如下：

$$\mathbf{z}[k]=\mathbf{A}\mathbf{z}[k-1]+\mathbf{B}_0\mathbf{F}[k-1]+\mathbf{B}_1\mathbf{F}[k]+\mathbf{E}_0\mathbf{w}[k-1]+\mathbf{E}_1\mathbf{w}[k] \tag{3.2-6}$$

其中，

$\mathbf{A}=e^{\mathbf{A}^*\Delta t}$為$2(m+2)\times2(m+2)$之離散時間系統矩陣；

$\mathbf{B}_0=\left[(\mathbf{A}^*)^{-1}\mathbf{A}+\frac{1}{\Delta t}(\mathbf{A}^*)^{-2}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\right]\mathbf{B}^*$為$2(m+2)\times1$之前瞬時離散時間摩擦力分配矩陣；

$\mathbf{B}_1=\left[-(\mathbf{A}^*)^{-1}+\frac{1}{\Delta t}(\mathbf{A}^*)^{-2}(\mathbf{A}-\mathbf{I})\right]\mathbf{B}^*$為$2(m+2)\times1$之後瞬時離散時間摩擦力分配矩陣；

$\mathbf{E}_0=\left[(\mathbf{A}^*)^{-1}\mathbf{A}+\frac{1}{\Delta t}(\mathbf{A}^*)^{-2}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\right]\mathbf{E}^*$為$2(m+2)\times1$之前瞬時離散時間地震力分配矩陣；

$\mathbf{E}_1=\left[-(\mathbf{A}^*)^{-1}+\frac{1}{\Delta t}(\mathbf{A}^*)^{-2}(\mathbf{A}-\mathbf{I})\right]\mathbf{E}^*$為$2(m+2)\times1$之後瞬時離散時間地震力分配矩陣。

由於式(3.2-6)中之摩擦力($\mathbf{F}[k]$)為高度非線性之未知數，因此無法直接求解。一般而言，其求解過程僅能由迭代方式得到近似解，本文將利用毋須迭代之半解析法－剪力平衡法進行求解。

3.3 剪力平衡法

在摩擦力的作用下，滑動隔震結構之運動包括停滯(Stick)與滑動(Slip)兩種狀態。其過程可分解為：

(1) 停滯狀態：非剛性儲存槽如同固定在基礎上，此時地震所引致的支承剪力未達界面最大摩擦力，滑動界面之相對速度為零。

(2) 停滯到滑動：當結構的支承剪力達到滑動界面之最大摩擦力時，非剛性儲存槽之基層開始滑動。

(3) 滑動狀態：此階段由地震力所引致之支承前力恆等於滑動界面之最大摩擦力，摩擦力作用方向與支承面運動方向相反。

(4) 滑動到靜止：當支承剪力小於滑動界面之最大摩擦力時，非剛性儲存槽之基層停止滑動，此時其相對滑動速度為零。

由上述有關結構運動狀態之描述可以了解，支承剪力與滑動界面之相對速度可作為判定其運動狀態的指標。惟無論非剛性儲存槽處於何種運動狀態，必須始終保持整個系統之力平衡關係，此即剪力平衡法之依據。當支承處於滑動狀態時，其摩擦力為一已知值，如式(3.1-13)所定義者，結構之反應可由式(3.2-6)之差分方程式求解。當支承處於停滯狀態時，基底剪力小於滑動界面之最大摩擦力，如式(3.1-14)示，其時為未知，因此無法由式(3.2-6)直接求解，惟基層之相對滑動速度在停滯狀態時速度為 $0(\dot{x}_b = 0)$，可視為已知條件方程式，可據以計算平衡剪力再代回式(3.2-6)求出結構之反應。

3.4 解析法則

於每一瞬時分析之初，均先假設支承處於停滯狀態，即基層與滑動界面間之相對速度為零，亦即 $\dot{x}_b = \mathbf{Dz}[k] = 0$，其中 $\mathbf{D}$ 為基層之速度位置向量，代入式(3.2-6)可得預測之支承剪力 $\overline{\mathbf{F}}[k]$ 為：

$$\overline{\mathbf{F}}[k] = -(\mathbf{DB}_1)^{-1}\mathbf{D}(\mathbf{Az}[k-1] + \mathbf{B}_0\mathbf{F}[k-1] + \mathbf{E}_0\mathbf{w}[k-1] + \mathbf{E}_1\mathbf{w}[k]) \tag{3.4-1}$$

換言之，吾人想找到一個支承剪力 $\overline{\mathbf{F}}[k]$ 滿足基不產生滑動之假設。根據摩擦機制的原理，當結構處於停滯狀態時，其支承剪力必小於最大摩擦力，因此

(1) 若 $\left|\overline{\mathbf{F}}[k]\right| < \mu m_t g$ 時，即支承剪力仍小於最大摩擦力，表示基層據停滯狀態，與先前之假設相符。令 $\mathbf{F}[k] = \overline{\mathbf{F}}[k]$ 代回式(3.2-6)中即可求得正確之結構反應。

(2) 若 $\left|\overline{\mathbf{F}}[k]\right| > \mu m_t g$ 時，即支承剪力已大於或等於滑動面最大摩擦力，表示基層並非處於停滯狀態，與先前之假設不符，此時支承剪力應等於滑動界面之最大摩擦力，因此支承剪力必須調整。令 $\mathbf{F}[k] = \mu m_t g \operatorname{sgn}(\overline{\mathbf{F}}[k])$ 再代回式(3.2-6)中以求得正確之結構反應。

改良式剪力平衡法之特色為：(1)僅以單一之控制方程式描述非剛性儲存槽隔震結構之運動，無論處於停滯或滑動狀態下，整個歷時分析過程系統之參數均不變；(2)分析過程無須統過迭代，可結省大量運算時間，此為現存方法所不易達成者；(3)積分步幅始終為定值，即使在停滯—滑動之過渡階段，亦毋須切割成極小之片斷。因此，本文將利用剪力平衡法計算非剛性儲存槽

隔震結構之動力反應，俾便評估隔震系統之減震效益。