

# 國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

穿孔樓版之振動特性

Vibration Characteristic of Floor With Hole

研究生：黃佩珊

指導教授：鄭復平 博士

中華民國九十三年七月

穿孔樓版之振動特性  
Vibration Characteristic of Floor With Hole

研究生：黃佩珊

Student : Pai-Shan Huang

指導教授：鄭復平 博士

Advisor : Dr. Fu-Ping Cheng

國立交通大學

土木工程學系

碩士論文



Submitted to Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Civil Engineering

July 2004

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十三年七月

# 博碩士論文授權書

本授權書所授權之論文為本人在國立交通大學土木工程學系所  
結構組九十二學年度第二學期取得碩士學位之論文。

論文名稱：穿孔樓版之振動特性

指導教授：鄭復平 博士

1. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予行政院國家科學委員會科學技術資料中心(或改制後之機構)，得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或數位化等各種方式重製後散布發行或上載網路。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：\_\_\_\_\_，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

2. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)資料，授予教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，教育部指定送繳之圖書館及國立交通大學圖書館得以紙本收錄、重製與利用；於著作權法合理使用範圍內，不限地域與時間，讀者得進行閱覽或列印。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為：\_\_\_\_\_，註明文號者請將全文資料延後半年再公開。

3. 同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，授予國立交通大學與台灣聯合大學系統圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，與回饋社會及學術研究之目的，國立交通大學圖書館及台灣聯合大學系統圖書館得不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，於著作權法合理使用範圍內，讀者得進行線上檢索、閱覽、下載或列印。

論文全文上載網路公開之範圍及時間 -

本校及台灣聯合大學系統區域網路： 年 月 日公開

校外網際網路： 年 月 日公開

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：

學號：9116529

(親筆正楷)

(務必填寫)

日期：民國 93 年 07 月 30 日

## 國家圖書館博碩士論文電子檔案上網授權書

本授權書所授權之論文為本人在 國立交通 大學 土木工程學 系所

結構 組 九十二 學年度第 二 學期取得 碩 士學位之論文。

論文名稱：穿孔樓版之振動特性

指導教授：鄭復平 博士

同意 不同意

本人具有著作財產權之上列論文全文(含摘要)，以非專屬、無償授權國家圖書館，不限地域、時間與次數，以微縮、光碟或其他各種數位化方式將上列論文重製，並得將數位化之上列論文及論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未鈎選，本人同意視同授權。

研究生簽名：

(親筆正楷)

學號：9116529

(務必填寫)

日期：民國 93 年 07 月 30 日

- 
1. 本授權書請以黑筆撰寫，並列印二份，其中一份影印裝訂於附錄三之一(博碩士論文授權書)之次頁；另一份於辦理離校時繳交給系所助理，由圖書館彙總寄交國家圖書館。

# 國立交通大學

## 論文口試委員會審定書

本校 土木工程 學系碩士班 黃佩珊 君

所提論文：穿孔樓版之振動特性

Vibration Characteristic of Floor With Hole

合於碩士資格標準、業經本委員會評審認可。

口試委員：

高健章

吳復平

彭雅南

趙文斌

指導教授：

吳復平

系主任：

方永壽

教授

中華民國 九十三年 七月 三十日

# 穿孔樓版之振動特性

研究生：黃佩珊

指導教授：鄭復平 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

## 摘 要



本論文以有限元素法分析軟體 ANSYS 來建立穿孔樓版模型，在固定支承與簡支承兩種不同邊界條件下，以模態分析探討穿孔樓版之動態特性，針對不同版厚、開孔直徑、開孔位置與邊界條件找出結構自然振動的頻率及振動模態在這些變因下的變異狀況。

研究結果顯示：不論邊界條件、開孔直徑及開孔位置改變，所有模型的第一模態振動行為皆相同。第二與第三模態為重覆模態，振動行為相同，只是相差 90 度相位角，所以頻率也相同。在固定支承下，當厚度持續增加時，振態會由 Z 軸方向的變位轉變為 XY 平面方向的變位，如果振態為 Z 軸方向的變位時，頻率隨厚度增加而增高，如果振態為 XY 平面方向的變位時，振動頻率幾乎維持定數不變。在簡支承下，當厚度持續增加時，振態甚至於會轉變成 XY 平面的扭轉現象，此時頻率則隨厚寬比增加而下降。開孔位置與大小的改變對於模態頻率影響不大。

# Vibration Characteristic of Floor With Hole

Student : Pai-Shan Huang

Advisor : Dr. Fu-Ping Cheng

Department of Civil Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

The purpose of this thesis is to study the vibration characteristics of floor with hole at different design parameters. The effects of design parameters , such as boundary condition , thickness , diameter and position of hole. The finite element model of the floor with hole is created by the use of ANSYS computer program.

The results show that whatever parameters changed, the first mode are the same. The second mode and the third mode have the same frequency and the behavior of the vibration . For fixed condition, the mode shape is changed from Z axis direction motion to the motion in XY plane with the increase of floor thickness. When the floor vibrate in Z axis direction, vibration frequency increases with the increase of floor thickness. The frequency keeps constant for the motion in the direction of X-Y plane with the increase of thickness. For hinge condition, torsional motion in XY plane occurs with the increase of thickness. In this case frequency is decreased with the increase of thickness. Other parameters has no significant effects to the dynamic characters of floor.

## 誌 謝

研究所修業兩年期間，承蒙恩師 鄭復平博士於課業上悉心指導及匡正，並給予最完善的軟硬體設施，得以順利完成論文，謹致以由衷的敬意與謝意。

口試期間幸蒙 台灣大學 高建章教授、本校彭耀南博士、趙文成教授，百忙撥冗擔任口試委員，給予指正並提供寶貴意見，使本論文更臻完善，謹致以無限謝意。

在學期間，蒙系所諸位師長諄諄教誨及指導，感謝 榮倫學長、群洲學長、郁蕙學姐在課業上給予最大的協助，承蒙洸駿學長、同窗同學 純儀、耿崧、國哲、英宏在實驗期間的配合並給予協助，更有幸能獲得學姐 郁菁、宜嫻在生活機能上的協助與精神上交流，而家銘學長、同窗同學 進華、冠華、季祥、思慧、學弟煦歲、學妹即如等，則讓我的研究生活增添不少色彩，得以抱著快樂的心情度過每一天，順利完成學業，在此致上由衷謝意。

最後，謹將本論文獻給我最親愛的父母及關心我的弟弟，感謝在精神上的勉勵及生活上的照顧，使我得以順利完成學業。

學生：黃佩珊 謹誌

民國九十三年七月三十日

# 目 錄

	頁次
中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝 .....	iii
目錄 .....	iv
表目錄 .....	vii
圖目錄 .....	ix
第一章 緒論.....	1
1-1 研究動機與目的.....	1
1-2 文獻回顧.....	3
1-3 研究流程.....	4
1-4 本文架構.....	4
第二章 基本理論.....	5
2-1 有限元素基本理論.....	5
2-2 3D元素特性與有限元素基本原理.....	10
2-2-1 二次立方體元素.....	12

2-3	有限元素振動分析·····	15
2-3-1	模態分析Modal analysis·····	15
2-3-2	以無阻尼多自由度振動系統為例·····	16
第三章	有限元素模型介紹與收斂性分析·····	19
3-1	材料性質與基本假設·····	19
3-1-1	穿孔樓版之材料性質·····	19
3-1-2	邊界設定·····	19
3-2	有限元素分析軟體ANSYS簡介·····	20
3-2-1	元素的選用·····	21
3-2-2	建立分析模型·····	22
3-2-3	分析模型網格化相關探討·····	23
3-3	模態數設定與分析方法·····	24
3-4	收斂性分析·····	25
3-4-1	節點、元素數目與自由度的比較·····	25
3-4-2	自然頻率的比較·····	26
第四章	穿孔樓版之模態分析·····	27

4-1	版厚改變對穿孔樓版的影響.....	27
4-1-1	固定支承.....	28
4-1-2	簡支承.....	31
4-2	圓形開孔大小對穿孔樓版的影響.....	34
4-2-1	固定支承.....	34
4-2-2	簡支承.....	36
4-3	開孔位置之影響.....	37
4-4	模擬穿孔樓版的第一模態頻率值.....	38
4-4-1	厚寬比為變數.....	38
4-4-2	開孔直徑為變數.....	39
第五章	結論與建議.....	41
5-1	結果討論.....	41
5-1	建議.....	43
參考文獻	.....	44
附表	.....	46
附圖	.....	71

# 表目錄

頁次

表 3-2-1	ANSYS 處理器之工作與指令.....	45
表 3-4-1	不同元素大小網格化之節點數目與元素數目比較.....	47
表 3-4-2	不同元素大小網格化之自由度比較.....	48
表 3-4-3	不同元素大小網格化的第一模態之自然頻率比較.....	49
表 4-1-1	固定支承，不同厚寬比之第一模態頻率.....	50
表 4-1-2	固定支承，不同厚寬比之第二模態頻率.....	51
表 4-1-3	固定支承，不同厚寬比之第三模態頻率.....	52
表 4-1-4	固定支承，不同厚寬比之第四模態頻率.....	53
表 4-1-5	固定支承，不同厚寬比之第五模態頻率.....	54
表 4-1-6	固定支承，不同厚寬比之第六模態頻率.....	55
表 4-1-7	簡支承，不同厚寬比之第一模態頻率.....	56
表 4-1-8	簡支承，不同厚寬比之第二模態頻率.....	57
表 4-1-9	簡支承，不同厚寬比之第三模態頻率.....	58
表 4-1-10	簡支承，不同厚寬比之第四模態頻率.....	59
表 4-1-11	簡支承，不同厚寬比之第五模態頻率.....	60

表 4-1-12	簡支承，不同厚寬比之第六模態頻率.....	61
表 4-2-1	開孔半徑改變，邊界為固定支承的前六個模態頻率值...	62
表 4-2-2	開孔半徑改變，邊界為簡支承的前六個模態頻率值.....	63
表 4-3-1	開孔位置改變之前六個模態頻率值.....	64
表 4-4-1	固端支承，不同厚寬比第一模態與預測方程式計算值之數 值比較表.....	65
表 4-4-2	簡支承，不同厚寬比第一模態與預測方程式計算值之數 值比較表.....	66
表 4-4-3	固定支承，開孔直徑與邊長比為變數之第一模態與預測方 程式計算值比較表.....	67
表 4-4-4	固定支承，開孔直徑與邊長比為變數之第二模態與預測方 程式計算值比較表.....	68
表 4-4-5	簡支承，開孔直徑與邊長比為變數之第一模態與預測方 程式計算值比較表.....	69
表 4-4-6	簡支承，開孔直徑與邊長比為變數之第一模態與預測方 程式計算值比較表.....	70

# 圖目錄

頁次

圖 3-1-1	穿孔樓版基本模型	71
圖 3-1-2	邊界條件為固定支承	72
圖 3-1-3	邊界條件為簡支承	72
圖 3-2-1	ANSYS 的分析處理流程圖	73
圖 3-2-2	Solid 45 元素	74
圖 3-2-3	Solid 92 元素	74
圖 3-2-4	Solid 95 元素	74
圖 3-2-5	穿孔樓板的切隔情形一	75
圖 3-2-6	穿孔樓板的切隔情形二	75
圖 3-4-1	Solid 92 的網格化示意圖	76
圖 3-4-2	Solid 45 與 Solid 95 的網格化示意圖	77
圖 3-4-3	不同元素大小網格化的第一模態之自然頻率比較	78
圖 4-1-1	固定支承，不同厚寬比之第一模態頻率曲線圖	79
圖 4-1-2	固定支承之第一模態	79
圖 4-1-3	固定支承，不同厚寬比之第二模態頻率曲線圖	80

圖 4-1-4	固定支承，第二模態厚寬比=0.025.....	80
圖 4-1-5	固定支承，第二模態厚寬比=0.050.....	80
圖 4-1-6	固定支承，第二模態厚寬比=0.075.....	81
圖 4-1-7	固定支承，第二模態厚寬比=0.100.....	81
圖 4-1-8	固定支承，第二模態厚寬比=0.233.....	81
圖 4-1-9	固定支承，第二模態厚寬比=0.250.....	81
圖 4-1-10	固定支承，不同厚寬比之第三模態頻率曲線圖.....	82
圖 4-1-11	固定支承，第三模態厚寬比=0.233.....	82
圖 4-1-12	固定支承，第三模態厚寬比=0.250.....	82
圖 4-1-13	固定支承，不同厚寬比之第四模態頻率曲線圖.....	83
圖 4-1-14	固定支承，第四模態厚寬比=0.025.....	84
圖 4-1-15	固定支承，第四模態厚寬比=0.083.....	84
圖 4-1-16	固定支承，第四模態厚寬比=0.125.....	84
圖 4-1-17	固定支承，第四模態厚寬比=0.250.....	84
圖 4-1-18	固定支承，不同厚寬比之第五模態頻率曲線圖.....	85
圖 4-1-19	固定支承，第五模態厚寬比=0.083.....	86
圖 4-1-20	固定支承，第五模態厚寬比=0.092.....	86

圖 4-1-21	固定支承，第五模態厚寬比=0.125	86
圖 4-1-22	固定支承，第五模態厚寬比=0.250	86
圖 4-1-23	固定支承，不同厚寬比之第六模態頻率曲線圖	87
圖 4-1-24	固定支承，第六模態厚寬比=0.067	88
圖 4-1-25	固定支承，第六模態厚寬比=0.075	88
圖 4-1-26	固定支承，第六模態厚寬比=0.133	88
圖 4-1-27	固定支承，第六模態厚寬比=0.158	88
圖 4-1-28	簡支承，不同厚寬比之第一模態頻率曲線圖	89
圖 4-1-29	簡支承，第一模態厚寬比=0.233	89
圖 4-1-30	簡支承，第一模態厚寬比=0.75	89
圖 4-1-31	簡支承，不同厚寬比之第二模態頻率曲線圖	90
圖 4-1-32	簡支承，第二模態厚寬比=0.075	91
圖 4-1-33	簡支承，第二模態厚寬比=0.267	91
圖 4-1-34	簡支承，第二模態厚寬比=0.275	91
圖 4-1-35	簡支承，第二模態厚寬比=0.9	91
圖 4-1-36	簡支承，不同厚寬比之第三模態頻率曲線圖	92
圖 4-1-37	簡支承，第三模態厚寬比=0.075	92

圖 4-1-38	簡支承，不同厚寬比之第四模態頻率曲線圖	93
圖 4-1-39	簡支承，第四模態厚寬比=0.158	93
圖 4-1-40	簡支承，第四模態厚寬比=0.166	93
圖 4-1-41	簡支承，第四模態厚寬比=0.267	94
圖 4-1-42	簡支承，第四模態厚寬比=0.275	94
圖 4-1-43	簡支承，第四模態厚寬比=0.533	94
圖 4-1-44	簡支承，不同厚寬比之第五模態頻率曲線圖	95
圖 4-1-45	簡支承，第五模態厚寬比=0.075	95
圖 4-1-46	簡支承，第五模態厚寬比=0.150	95
圖 4-1-47	簡支承，第五模態厚寬比=0.267	96
圖 4-1-48	簡支承，第五模態厚寬比=0.275	96
圖 4-1-49	簡支承，第五模態厚寬比=0.533	96
圖 4-1-50	簡支承，第五模態厚寬比=0.600	96
圖 4-1-51	簡支承，不同厚寬比之第六模態頻率曲線圖	97
圖 4-1-52	簡支承，第六模態厚寬比=0.075	98
圖 4-1-53	簡支承，第六模態厚寬比=0.142	98
圖 4-1-54	簡支承，第六模態厚寬比=0.2	98

圖 4-1-55	簡支承，第六模態厚寬比=0.233·····	98
圖 4-1-56	簡支承，第六模態厚寬比=0.433·····	99
圖 4-1-57	簡支承，第六模態厚寬比=0.533·····	99
圖 4-1-58	簡支承，第六模態厚寬比=0.750·····	99
圖 4-1-59	簡支承，第六模態厚寬比=0.900·····	99
圖 4-2-1	固定支承，開孔半徑改變之模態頻率曲線圖·····	100
圖 4-2-2	固定支承，第一模態 $R/L=0.125$ ·····	100
圖 4-2-3	固定支承，第一模態 $R/L=0.333$ ·····	100
圖 4-2-4	固定支承，第二模態 $R/L=0.125$ ·····	101
圖 4-2-5	固定支承，第三模態 $R/L=0.125$ ·····	101
圖 4-2-6	固定支承，第四模態 $R/L=0.125$ ·····	101
圖 4-2-7	固定支承，第五模態 $R/L=0.125$ ·····	101
圖 4-2-8	固定支承，第六模態 $R/L=0.125$ ·····	102
圖 4-2-9	固定支承，第六模態 $R/L=0.167$ ·····	102
圖 4-2-10	固定支承，第六模態 $R/L=0.292$ ·····	102
圖 4-2-11	簡支承，開孔半徑改變之模態頻率曲線圖·····	103
圖 4-2-12	簡支承，第一模態 $R/L=0.125$ ·····	104

圖 4-2-13	簡支承，第二模態 $R/L=0.125$ .....	104
圖 4-2-14	簡支承，第四模態 $R/L=0.125$ .....	104
圖 4-2-15	簡支承，第六模態 $R/L=0.125$ .....	104
圖 4-2-16	簡支承，第六模態 $R/L=0.250$ .....	105
圖 4-2-17	簡支承，第六模態 $R/L=0.333$ .....	105
圖 4-2-18	簡支承，第四模態 $R/L=0.333$ .....	105
圖 4-3-1	固定支承，開孔圓心位置不同之前六個模態.....	106
圖 4-3-2	開孔位置不同的第三模態之比較.....	107
圖 4-3-3	開孔位置不同的第六模態之比較.....	108
圖 4-4-1	固定支承，不同厚寬比第一模態與預測方程式計算值之數值 比較曲線.....	109
圖 4-4-2	簡支承，不同厚寬比第一模態與預測方程式計算值之數值比 較曲線.....	109
圖 4-4-3	固定支承，不同直徑與邊長比第一模態與預測方程式計算值 之數值比較曲線.....	110
圖 4-4-4	固定支承，不同直徑與邊長比第二模態與預測方程式計算值 之數值比較曲線.....	110

圖 4-4-5 簡支承，不同直徑與邊長比第一模態與預測方程式計算值之  
數值比較曲線.....111

圖 4-4-6 簡支承，不同直徑與邊長比第二模態與預測方程式計算值之  
數值比較曲線.....111



# 第一章 緒論

## 1-1 研究動機與目的

隨著台灣產業的轉型升級，資訊科技產業的高度發展，已逐漸取代舊有的傳統產業，成為台灣產業的主流並帶動著台灣經濟動脈，帶來了龐大的經濟利益，半導體產業更是已成為台灣經濟的主要支柱。科技之創新發展，對於產品高精密度化、細小型化的需求大增，如超大型積體電路 VLSI、極大型積體電路 ULSI 的研究與製造，在這數十年間也興建了不少高科技廠房。以目前高科技廠房中的精密製程儀器而言，因其靈敏度極高的特性是無法接受一般容許值下發生的振動發生，半導體、微電子等精密產業為確保其製品良率的提高，必須嚴格要求儀器和生產設備在操作運轉過程中其作業環境之振動量，所以其處理振動所需的技術和一般工程中的技術與認知大為不同。

振動依其反應量的大小可分為一般振動與微小振動，半導體晶圓廠因其製造設備所需，須能抵抗微小振動(微振)，所以設計可以抵抗微振的格子樑式樓版，又因應無塵環境的需求，空氣須透過樓版循環過濾，所以樓版上佈滿了許多孔洞，稱為穿孔樓版。由於機器設備運轉以及機器設備本身的微量偏心所造成的諧和載重 Harmonic Load 或是任何微小的衝擊力 Impluse Load 作用於所在位置的穿孔樓版上，都有可能使機器本身受到振動影響，進而降低半導體製造業的良率。一個結構系統的振態分析在結構動力計算上是一個很基礎卻非常重要的工作，藉由對這些結構動力性質的了解，工程師可以評估結構受各種動態載重時之反應，進而達成經濟安全之設計成果。

高科技廠房的設計與施工是近年來的重要課題，因易受外界活動所影響，所以其結構防振設計相對變得十分重要。同時高科技廠房中為考慮管線的架設與儀器的擺設等等空間考量，常有架高地板設計來解決配線與靜電干擾之問題、較大的跨度與淨高使儀器生產線一貫化，RC 結構格子樑式的結構設計模式也可滿足大跨度與淨高、高勁度的需求。格子樑設計中，在小樑與小樑相互交錯封閉區間所形成的局部單元版，因局部格子樑版相對於整體結構物的質量比值相當小，所以將每個局部單元版都視為一個局部之隔離單元版元素，格子樑平面方向的位移與垂直方向位移相比相當小，因此假設平面位移為零，並將此格子樑隔離單元版元素四邊視為固定端與格子樑相連接，與格子樑之間的連續條件視為剛接或鉸接，剛接或鉸接是為此樓版勁度之上下限，模擬格子樑隔離單元版元素與格子樑元素之間的勁度。以不同孔洞大小及不同厚度尺寸的格子樑穿孔樓版為模型，利用有限元素法為基礎分析方法進行各項動力分析以求得動態特性。

本篇論文以有限元素法為基礎之結構動力分析軟體 ANSYS 來建立穿孔樓版模型，模擬穿孔樓版之動力分析與動態特性。本文的目的即在探討對於不同孔洞大小及不同厚度尺寸的穿孔樓版其動態行為，找出結構自然振動的頻率及振動模式，了解其自然頻率與振動特性所造成的結果，可在設計中避開共振所產生的影響，以建立一套快速有效之結構振態分析，作為相關研究人員設計適當減振結構之參考依據，提升設計施工的技術，興建符合環境振動需求的高科技廠房。

## 1-2 文獻回顧

綜合相關於穿孔板方面的文獻,1952年 T. KUMAI[1]就曾對於方板正中央含有正方形孔洞的問題作過振動分析,1958年 S. TAKAHASI [2]則對方板正中央含有圓孔的問題作過振動分析,1979年 Mohr[3]使用有限元素法分析了板開孔問題,1980年 Dougherty[4]在等向性版上開一相當大之孔對彈性撓度所產生之影響,開孔位置分別在板中央、版的角落及兩相交區中心;1999年 M. HUANG[5]分析可具有任意形狀孔洞之方版的自由振動分析,概念是以很薄的厚度來模擬板上的孔洞部份,分析出此孔版的振動頻率與模態,但因同時有許多個形狀的孔洞在一版上時,須劃分非常多的小點,所以運算效率不好;2000年 H. A. Larrondo 與 R. E. Rossi[6]作過簡支承具變厚度之孔版的振動分析,其孔版厚度與孔洞位置可以任意改變,但只探討方孔且單一孔洞;2001年朱均勗[7]分析四邊皆為簡支邊界之複合材料薄版,利用「Ectoplasm」薄膜變厚度法,來處理版為變厚度的振動問題。

有關於在廠房振動方面之研究資料,1997年,全湘偉、邱垂鈺[8]針對半導體製程儀具暨樓版結構,進行定量化分析並對定性化分析所擇優的結構設計作進一步之驗證評估,作為提供國內相關抑制廠房振動量的分析模式;1998年,陳尚峰[9]以有限元素法軟體 ANSYS 進行格子樑樓版受步行力衝擊後之振動反應預測,由電腦模擬結果與現場實測比對,建立預測模式,並改變格子樑的深度、寬度、樓版厚度等變因來討論對振動的影響;1999年,林義祥[10]以台積電之微電子廠房進行實驗,以快速釋放與強迫振動兩種實驗來取得台積電位於南科之廠房的自然週期、模態與阻尼等動態特性,並利用電腦模擬建立數值結構模型。在精密廠房的相關研究方面,在國內,近年來多以高速鐵路通過台南科學園區所產生的振動問題作分析研究,振動影響是微

小振動由外部傳入建築內部：1996年，郭珍祥[11]曾以波動理論分析探討外部環境之交通所導致土壤與結構體的振動效應，簡化1992年Rockwood所提出之典型微電子廠房結構，進行振動分析，得到改變加振處的建築構造所得之減振效果會比改變其他樓層之建築構造效果為佳。

### 1-3 研究流程

本篇論文的研究流程大綱：

近年來，使用有限元素分析作為設計工具已快速成長，現今市面上有限元素套裝軟體相當發達，使用介面也越來越人性化，使用容易及易於理解的軟體已是設計工程師的常用工具，固以常用的套裝軟體ANSYS來進行有限元素分析，本研究首先討論基本理論，再以有限元素電腦軟體ANSYS執行分析，分析流程：先建立穿孔樓版的模型，決定所使用的element type是Solid95，穿孔樓版的模型完成後，再由收斂性分析找出最適宜的元素大小與切割方式，邊界條件分為剛接及鉸接是穿孔樓版勁度的上下限，剛接即在四周邊界各點束制 $X$ 、 $Y$ 及 $Z$ 方向自由度，鉸接則是在四周邊界穿孔樓版厚 $Z$ 方向之中心線上各點束制 $X$ 、 $Y$ 及 $Z$ 方向自由度，上述二種邊界條件的模型分別作模態分析Modal analysis，討論在不同孔洞直徑與邊長比，相同的孔洞與邊長但是改變厚度下的分析結果。

### 1-4 本文架構

本論文第一章描述研究動機與目的、參考文獻與研究流程，第二章描述有限元素法基本理論，第三章描述建立分析模型之方法與收斂性分析，第四章描述ANSYS動態分析結果，第五章是結論與建議。

## 第二章 基本理論

由於五〇年代數字計算機的研究開發，結構學與應力方面分析的問題有了計算機這個巨大計算功能工具的幫助而能解決運算複雜的問題。由於計算能力的大幅提高這表示對系統化及重複性的分析過程有利，因為分析結果所形成的大量聯立方程式的解法不再困難，矩陣代數可以有效的處理大量的數據及資料，推導任何新的結構學原理，相形之下已較不那麼重要了。有限元素法是一種求解工程問題近似解的數值方法，目前已在工程問題上被廣泛的應用。

### 2-1 有限元素基本理論



有限元素法在建立元素力與位移的關係時與矩陣位移法相似，因此靠近似的位移關係式，而非理論上真正的關係式來建立，根據功與能量的原則來處理。有限元素分析(finite element analysis)的基本概念是將一個複雜的結構體分割成許多小區域的單位元素(element)，此分割動作又稱網格化(mesh)，即使再細的分割，分割數目是一有限的數。每一單位元素有若干節點(node)，每一節點有若干自由度，由力學分析可求得每一個元素的平衡方程式，由於結構必須滿足諧和(compatibility)條件，因此可以把個別的元素平衡方程式與諧和條件連結起來，這個過程可以把整個結構以一組聯立方程式表示出來，進而得到整體結構的平衡方程式，而主要變數即為結構物元素節點上的變數(位移、斜率、力等)，像矩陣分析法一樣，有限元素法也分別有位移分析法與力分析法兩種[12]，視節點的主變數是位移或力而定。另外也有混合型有限元素，即節點的主變數同時用位移

與力來表示；最後透過矩陣運算求得結構受負載之位移變形與結構應力、應變等近似解。此法優點有內插函數之選擇可依問題精度調整，解析部分較快速及精確，但因須對整個區域做離散化，所需計算機容量大，故不適用於無限域或半無限域問題。

有限元素法的元素類型依形狀區分為三大類：

1. 線形元素：如桁架(truss)元素、樑(beam)元素、介面(interface)或接觸(contact)性元素，在可依使用場合分為1D、2D、3D元素，但皆呈線段形式，每一節點的自由度數由所考慮的維度而會有不同的自由度定義，而同樣維度的線形元素，其自由度也會依元素特性而不同。
2. 平面形元素：典型的平面元素，依形狀可分為三角形(triangle)及四邊形(quadrilateral)元素，相同的平面元素，可有不同數目和位置的節點定義，自由度數也依使用場合的不同而有所不同。
3. 立體元素：所有的結構可以說都是立體的，原則上任何結構都可依立體元素分析，常見的立體元素有角錐體(tetrahedron)及立方體(hexahedron)元素，可依分析需要加上邊節點和體內節點。

有限元素法有兩項基本原則，稱為相容性條件：

1. 元素內任一點之位移或自由度，可表示成該元素所有節點位移或自由度的函數
2. 相鄰元素所共有的節點，此節點有相同的位移或自由度，也就是結構的諧和(compatibility)。

有限元素法處理問題的基本流程：

大體上可分為三個步驟：前處理、求解、後處理

前處理部分，是根據所面對的問題型式，將原來的問題適當地離散切割成有限個元素，再利用各個元素上的節點以及問題本身所牽涉到的物理量，來形成一整體的勁度矩陣  $K$  (stiffness matrix) 及負荷向量  $F$  (load vector)，再與待求向量  $U$  組成一線性聯立方程組  $KU=F$ 。

求解部分，則是根據前處理所形成的線性聯立方程組，再使用直接法或迭代法來求解線性聯立方程組，求出待求向量  $U$ 。

若一元素的所有節點位移或自由度可表示成  $\{a\}^e$ ， $\{a\}^e$  定義為元素之節點位移向量 nodal displacement vector，由第一個相容性條件知，可定義一個形狀函數 (shape function) 矩陣  $[N]$ ，滿足下式： $\{a\}_{nd \times 1} = [N]_{nd \times n} \{a\}^e$ ，其中  $\{a\}$  為該元素內任一點之位移或自由度的向量表示式， $nd$  為該元素考慮的位移或自由度的數目， $n$  為元素所有節點的總自由度數，而在固體力學中，應變與位移之關係式知：

$$\{\varepsilon\} = [\delta] \{a\} \quad , \quad \text{則}$$

$$\{\varepsilon\} = [\delta] [N] \{a\}^e = [B] \{a\}^e$$

$$\text{其中，} \quad [B] = [\delta] [N] \quad ,$$

$[B]$  為形狀函數矩陣  $[N]$  之微分，再由應力與應變之關係得：

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} = [D][B] \{a\}^e$$

在結構靜力分析中，每一個元素都要平衡，都有其平衡方程式，每個元素有  $n_n$  個節點，每個節點有  $n_d$  個自由度，所以每個元素有  $n = n_n \times n_d$  個自由度，該元素的節點位移向量 (或自由度向量) 以  $\{a\}_{n_d}^e$  表示，而該元素每個節點自由度的外力向量 (nodal external force vector) 定義為  $\{f\}_{n_d}^e$ 。以虛功原理推導該元素之平衡方程式，首先假設該元素的虛位

移  $\{\delta a\}_{n \times 1}^e$ ，則由節點外力向量所做的虛外功為：

$$\delta W_f = \{\delta a\}^{eT} \{f\}^e$$

由應變與變形關係，可得虛應變

$$\{\delta \varepsilon\} = [B] \{\delta a\}^e$$

又該元素由內應力所做的虛內功(virtual internal work)為

$$\delta W_i = \int_e \delta W_{io} d(\text{vol}) \dots \dots \dots (2-1)$$

其中  $\delta W_{io}$  為元素內單位體積的虛內功，且

$$\begin{aligned} \delta W_{io} &= \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} \\ &= \{\delta \varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} \\ &= ([B] \{\delta a\})^T [D] ([B] \{a\}^e) \\ &= \{\delta a\}^{eT} [B]^T [D] [B] \{a\}^e \end{aligned}$$

再代入(2-1)式，得

$$\delta W_i = \int_e \{\delta a\}^{eT} [B]^T [D] [B] \{a\}^e d(\text{vol})$$

由於元素節點之虛位移向量  $\{\delta a\}$  及元素節點位移向量  $\{a\}^e$  為常數，故

$$\begin{aligned} \delta W_i &= \{\delta a\}^{eT} \left[ \int_e [B]^T [D] [B] d(\text{vol}) \right] \{a\}^e \\ &= \{\delta a\}^{eT} [K]^e \{a\}^e \end{aligned}$$

其中  $[K]^e$  為元素勁度矩陣

再由虛功原理知，外力所做的虛外功要等於虛應力所做的虛內功

$$\delta W_i = \delta W_f \quad \text{所以得}$$

$$\{\delta a\}^{eT} [K]^e \{a\}^e = \{\delta a\}^{eT} \{f\}^e$$

$$\text{簡化得} \quad [K]^e \{a\}^e = \{f\}^e$$

上式即為元素之平衡方程式

而結構體由  $n_e$  個元素所組成每一個元素的平衡方程式為

$$[K]^e \{a\}^e = \{f\}^e \quad e=1, 2, 3, \dots, n_e$$

由於結構體的諧和，可得所有的元素平衡方程式組合得結構體之平衡

方程式  $[K]^g \{a\}^g = \{f\}^g$

其中  $[K]^g = \sum_{e=1}^{n_e} [K]^e$  為結構勁度矩陣，為  $n \times n$  的矩陣

$\{a\}^g$  為結構節點位移向量，為  $n \times 1$  的向量

$\{f\}^g$  為結構節點外力向量，為  $n \times 1$  的向量

其中  $n$  為該結構所有自由度之數目，有限元素法即是將一連續的結構體，分割成  $n_e$  個元素，分別得到所有元素之平衡方程式，再由結構之諧和條件，組合得結構之平衡方程式，代入已知的邊界條件 boundary condition 或位移限制 displacement constraint，以及外力負荷狀況 loading condition，即可求聯立方程式之解，得到結構所有未知的節點位移及節點外力，再可求得結構之應力、應變。

歸納整個有限元素法分析的步驟

1. 建立結構體之有限元素分析模型，決定使用的元素形式(element type)、分割(mesh)方式、定義已知的邊界條件(boundary condition)、定義已知的外力負載。
2. 定義元素勁度矩陣、及其平衡方程式
3. 定義整體結構的勁度矩陣、及其平衡方程式
4. 代入已知條件，如邊界條件、外力：當位移已知，則外力為未知；當外力是已知，則位移為未知。因此由結構平衡方程式，得  $n$  個方程式，求  $n$  個未知數，這些  $n$  個未知數代表未知節點位移及未知節點外力。
5. 求解結構平衡方程式，可得結構節點位移向量  $\{a\}^g$ 、結構節點外力向量  $\{f\}^g$ 。此稱為有限元素的初始結果(primary results)
6. 求解二次結果(secondary results)，也就是在求得應力、應變，

求結構體的應力場與應變場，以作為結構之破壞與設計分析。

## 2-2 3D 元素特性與有限元素基本原理

所有實際的結構體都是 3D 立體形狀，所以任一之結構都可用 3D 元素進行有限元素分析，可以使分析結果接近實物，但是立體元素的節點數多、自由度多，其元素平衡方程式比平面元素多，而結構體若以立體元素切割，數量一定較多，所以整體結構平衡方程式的數量一定很龐大。常用的立體元素，以形狀來分，有角錐體和立方體元素就形狀函數的次方數來區分，常用的有線性及二次元素等。

由 2-1 節的基本理論推導，其中任意點的變形位移向量：

$$\{a\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad u、v、w \text{ 分別為 } x、y、z \text{ 方向之位移變量，由應變位移關}$$

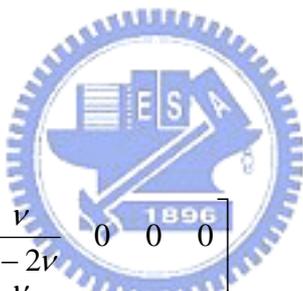
係式得：  $\{\varepsilon\} = [\delta]\{a\}$  其中

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

再由應力應變關係式得： $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$ ，其中

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$



$$[D] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

由 2-1 節知  $[K]^e \{a\}^e = \{f\}^e$  其中

$$[K]^e = \int_e [B]^T [D][B] d(vol)$$

$$[B] = [\delta][N]$$

$[N]$  為形狀函數矩陣

形狀函數用以求得元素內任意點之位移，表示式如下：

$$\{a\}_{n_d \times 1} = [N]_{n_e \times n} \{a\}_{n \times 1}^e$$

也就是當上式右側已知時，即可求得未知的元素節點位移。

形狀函數可假設為多項式函數，若元素的形狀函數為一次多項式函數，則稱此元素為線性元素，若元素之形狀函數為二次多項式函數則稱此為二次元素，由此類推。

## 2-2-1 二次立方體元素

二次立方體元素(Quadratic hexahedron element)，【圖 3-2-4】所示，每個元素有 20 個節點，每個節點有三個自由度，因此元素共有 60 個自由度，一般分析過程會先將其作座標轉換，也就是正交參數化(iso-parametric)，由  $x$ 、 $y$ 、 $z$  座標系轉換為  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$  正交座標系，使元素成為一個正立方體，如下圖所示。而元素內任意點之位移如下

$$u(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^{20} N_i(\xi, \eta, \zeta) u_i$$

$$v(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^{20} N_i(\xi, \eta, \zeta) v_i$$

$$w(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^{20} N_i(\xi, \eta, \zeta) w_i$$

改寫為矩陣形式

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_{20} & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_{20} & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_{20} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{20} \\ v_{20} \\ w_{20} \end{Bmatrix}$$

端點  $N_i = \frac{1}{8}(1+\xi_o)(1+\eta_o)(1+\zeta_o)(\xi_o+\eta_o+\zeta_o-2)$

中間點

$$\xi_i = \pm 1 \quad \eta_i = \pm 1 \quad \zeta_i = 0$$

$$N_i = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta^2)$$

$$\xi_i = \pm 0 \quad \eta_i = \pm 1 \quad \zeta_i = \pm 1$$

$$N_i = \frac{1}{4}(1+\zeta)(1+\eta)(1-\xi^2)$$

$$\xi_i = \pm 1 \quad \eta_i = \pm 0 \quad \zeta_i = \pm 1$$

$$N_i = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\zeta)(1-\eta^2)$$

其中

$$N_1 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta)(\xi-\eta-\zeta-2)$$

$$N_2 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta)(\xi+\eta-\zeta-2)$$

$$N_3 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta)(\xi+\eta+\zeta-2)$$

$$N_4 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta)(\xi-\eta+\zeta-2)$$

$$N_5 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta)(\xi - \eta - \zeta - 2)$$

$$N_6 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta)(\xi + \eta - \zeta - 2)$$

$$N_7 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta)(\xi + \eta + \zeta - 2)$$

$$N_8 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta)(\xi - \eta + \zeta - 2)$$

$$N_9 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\zeta)(1-\eta^2)$$

$$N_{10} = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta^2)$$

$$N_{11} = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\zeta)(1-\eta^2)$$

$$N_{12} = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta^2)$$

$$N_{13} = \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\zeta)(1-\xi^2)$$

$$N_{14} = \frac{1}{4}(1+\eta)(1-\zeta)(1-\xi^2)$$

$$N_{15} = \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\zeta)(1-\xi^2)$$

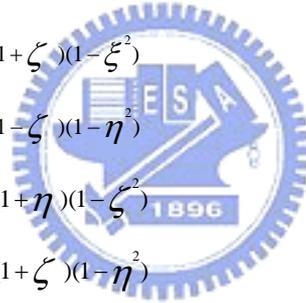
$$N_{16} = \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\zeta)(1-\xi^2)$$

$$N_{17} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\zeta)(1-\eta^2)$$

$$N_{18} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta^2)$$

$$N_{19} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\zeta)(1-\eta^2)$$

$$N_{20} = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta^2)$$



由  $[B] = [\partial][N]$  得  $[B]$

又因為形狀函數  $N_i$  是以正交座標  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$  表示，所以要定義三維之 Jacobian 矩陣來轉換為  $x$ 、 $y$ 、 $z$  座標系

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}$$

得線性立方體元素之元素勁度矩陣

$$[K]^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] \det[J] d\xi d\eta d\zeta$$

由前文推導可得平衡方程式

$$[K]^e \{a\}^e = \{f\}^e, \text{ 共 } 60 \text{ 個平衡方程式}$$

其中

$$\{a\}_{60 \times 1}^e = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \dots \quad u_{20} \quad v_{20} \quad w_{20}]^T$$

$$\{f\}_{60 \times 1}^e = [f_{1x} \quad f_{1y} \quad f_{1z} \quad f_{2x} \quad f_{2y} \quad f_{2z} \quad \dots \quad f_{20x} \quad f_{20y} \quad f_{20z}]^T$$

## 2-3 有限元素振動分析

### 2-3-1 模態分析 Modal analysis

模態分析主要求得系統的模態參數，包括自然頻率  $\omega_n$  (natural frequency)、模態阻尼  $\xi_n$ 、模態振型  $\phi_n$  (mode shape)，總稱為模態參數(modal parameters)，也就是透過分析了解系統特性。當結構體有固定材料、形狀尺寸、邊界條件時，其模態參數是唯一不變的，可視為系統特性，因此獲得結構系統之模態參數在分析中是一項重要步驟，後續的簡諧響應、暫態響應均需要系統模態參數的資料，才可做進一步分析。

模態參數的重要性是在結構設計時，避免作用於系統之外力激振頻率與系統自然頻率相近或是相同而產生共振效應(resonance)，使結構系統產生破壞。結構系統之振動效應是造成疲勞破壞(fatigue failure)的原因，所以要得到模態參數來做疲勞分析。再由模態振型顯示外力激振下的變形以及其應力分布，在結構設計時做補強或減小重量的依據。

自然頻率與模態振型為成對出現，一般系統有  $n$  個自由度就有  $n$  個振動模態，前數個模態參數通常為分析的重點。一般而言結構為連續性系統，具有無限多個自由度及無限多個振動模態，但在有限元素分析中，結構系統已被分割成許多元素的組成，也就是離散化成有限的多自由度系統，模態分析中只可得有限個振動模態。

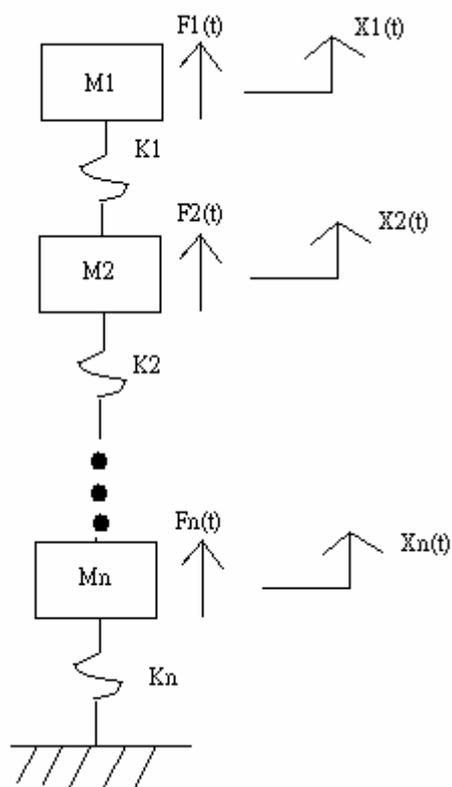
### 2-3-2 以無阻尼多自由度振動系統為例

假設有  $n$  個質塊和彈簧系統，每一質塊均受一外力作用，而產生位移運動，假設無阻尼，此  $n$  個自由度振動系統，其系統方程式可推導為

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2-3-1 \text{ 式})$$

$[M]_{n \times n}$  為質量矩陣、 $[K]_{n \times n}$  為勁度矩陣

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} \quad \{f(t)\} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{Bmatrix}$$



$\{x(t)\}$  稱為位移向量，為系統輸出之位移響應  
 $\{f(t)\}$  稱為外力向量，為系統輸入外力物理量

### 1. 模態分析

在進行模態分析時，令外力向量  $\{f(t)\} = \{0\}$ ，且  $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} e^{i\omega t}$

將上式代入 2-3-1 式，可得：

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\}e^{i\omega t} = \{0\}$$

上式為齊次聯立方程式，當  $\{X\}$  有解，且

$$\det([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad \omega_r^2, r=1, 2, \dots, n$$

可求得 n 個解，並可得對應之  $\{X_r\}$ ， $r=1, 2, \dots, n$

或改寫為特徵值問題的形式：

$$[K]\{X\} = \omega^2 [M]\{X\} \quad \omega^2 \text{ 為特徵值，}\{X\} \text{ 為其對應的特徵向量，可求得}$$

n 個解

$$\omega_r^2, \{\psi\}_r, r=1, 2, \dots, n$$

$\omega_r$  為系統的第 r 個模態自然頻率， $\{\psi\}_r$  為第 r 個模態向量，而特徵向量具有直交關係，以向量表示式如下：

$$\{\psi\}_s^T [M] \{\psi\}_r = \begin{cases} m_r & r = s \\ 0 & r \neq s \end{cases} \quad \{\psi\}_s^T [K] \{\psi\}_r = \begin{cases} k_r & r = s \\ 0 & r \neq s \end{cases}$$

若以矩陣表示：

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = [m_r] \quad [\Psi]^T [K] [\Psi] = [k_r]$$

其中  $[m_r]$  及  $[k_r]$  分別稱為模態質量(modal mass)矩陣和模態彈簧常數(modal spring constant)，而  $[\Psi]$  稱為模態矩陣(modal matrix)：

$$[\Psi] = [\{\psi\}_1 \{\psi\}_2 \dots \{\psi\}_n]$$

再令具有正交關係的模態向量： $\{\phi\}_r = \frac{\{\psi\}_r}{\sqrt{m_r}}$

則可得對質量矩陣正交化之模態矩陣： $[\Phi] = [\{\phi\}_1 \{\phi\}_2 \dots \{\phi\}_n]$

其向量表示式和矩陣表示式為：

$$\{\phi\}_s^T [M] \{\phi\}_r = \begin{cases} 1 & r = s \\ 0 & r \neq s \end{cases} \quad \{\phi\}_s^T [K] \{\phi\}_r = \begin{cases} \omega_r^2 & r = s \\ 0 & r \neq s \end{cases}$$

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad [\Phi]^T [K] [\Phi] = [\omega_r^2]$$

$\omega^2$  和  $\{\phi\}_r$  分別為系統自然頻率及模態振型

## 第三章 分析模型之建立

本篇論文以穿孔樓版為基本模型建立，如【圖 3-1-1】所示，長 120cm、寬 120cm 之正方形版，版中有四個圓形開孔，開孔中心點座標位置分別為 (35, 35) (35, 85) (85, 35) (85, 85)，每個開孔的直徑為 15~40cm，版厚為 1~108 cm。穿孔樓版建立模型時，因單元穿孔樓版相對於整體結構物的質量比值相當小，所以將每個局部單元版都視為一個局部之隔離單元版元素，所以本論文僅以局部的單元穿孔樓版建立模型，在不同的邊界條件、厚度、孔洞半徑及相對位置下分別作模態分析。

### 3-1 材料性質與基本假設

#### 3-1-1 單元穿孔樓版之材料性質

此單元穿孔樓版所使用混凝土強度為  $350 \text{ kg/cm}^2$ ，動力彈性模數  $E_d$ ，可利用  $f'_c = 350$  代入公式  $E_s = 15000\sqrt{f'_c}$ ，得到  $E_s = 280624.304$ ， $E_d$  約為  $E_s$  的 1.2 倍，計算求得  $E_d$  約為  $336749 \text{ kg/cm}^2$ ，且因微振動，外力甚小未造成混凝土開裂行為，因此不考慮非線性問題，並將此穿孔樓版模型視為均質的混凝土材料，定其 E 值為固定值，約等於  $336749 \text{ kg/cm}^2$ ，其包森比定為 0.2，材料密度定為  $0.0023 \text{ kg/cm}^3$ 。上述基本性質為分析模型之材料參數，用作各項動力分析。

#### 3-1-2 邊界設定

如【圖 3-1-1】所示，定義 X、Y 及 Z 軸方向，在邊界各點之 X、Y 軸水平方向位移與 Z 軸垂直方向位移相比相當小，因此假設 XY 平面位

移為零，邊界設定則分別以簡支承及固定支承作為固定方式：

固定支承：在邊界面上之各點，束制其 X、Y、Z 方向之位移，位移皆為零；見圖【3-1-2】。

簡 支 承：版在 Z 軸邊長中點的平面與各邊界面相交之各點，束制其 X、Y、Z 方向之位移，位移皆為零；見圖【3-1-3】。

以上基本設定之建立穿孔樓版模型，為本篇論文的基本分析模型用作動態分析。

## 3-2 有限元素分析軟體 ANSYS 簡介

ANSYS 是目前工業上常使用的有限元素分析軟體，可分析結構體受靜力、動力、熱傳、流力等之變化，因此可用於多種領域，其運算原理乃是以有限元素法為計算基本原理，當在軟體中被建立好結構體的分析模型後，再予以網格化，只要加上適當的條件就可直接用有限元素法來計算，得到結構體的特性。[13]

ANSYS 程式有兩種基本層次：初始層(Begin Level)及處理層(Processor level)，執行 ANSYS 後，進入初始層，在初始層可清除資料庫或改變檔案設定。由初始層可進入處理層中任何一個處理器(Processor)，處理層是針對特定目標選用功能之處理器及路徑的集合。

ANSYS 的基本架構分為前處理器、求解處理器、一般後處理器、最佳化設計以及其他一些特殊功能模組。ANSYS 都以圖形界面

(Graphic User Interface, GUI) 為操作模式完成，進入軟體的初始狀態(Begin Level)，所有模組都是獨立執行，每一模組都有其各別獨立的指令，彼此之間不能混用，有關 ANSYS 的分析處理流程見「表 3-2-1」及【圖 3-2-1】。

利用 ANSYS 軟體執行模態分析的一般步驟如下：

#### 一、前處理模組 (Preprocessor)

- 1 將 GUI 選取內容設定為結構 (Structure)
- 2 設定元素型式 (Element type) 及材料性質 (Material property)
- 3 繪製 (Create) 幾何圖形
- 4 定義元素尺寸 (Element size)
- 5 建立網格 (Mesh)
- 6 定義 (Apply) 邊界條件

#### 二、分析模組 (Solution)

- 1 選取模態分析模組 (Modal Analysis)
- 2 選取模態分析之方法 (Subspace)
- 3 執行頻率分析 (Current Ls)
- 4 振動模型分析 (Expand Modes)

#### 三、後處理模組 (General Postproc)

- 1 列示頻率分析結果 (Result Summary)
- 2 列示振動模態

### 3-2-1 元素的選用

穿孔樓版雖然是版結構，在元素的選擇上，一般分析基本上會選擇 Shell 元素，但若是使用薄殼元素，在 Z 方向上便無法切割成一個以上，這樣會造成切割出來的元素 Z 方向長度比 X、Y 方向大上很多，因此捨棄薄殼元素 Shell 63，改採用 Solid 元素。[14]

Solid 元素 包含 Solid45、Solid92 及 Solid95 等以 Solid 開頭的元素系列。Solid 45 元素為 8-nodes 之六面體元素；如【圖 3-2-2】，Solid 92 為 10-nodes 之四面體元素；如【圖 3-2-3】，Solid95 為 20-nodes

之六面體元素；如【圖 3-2-4】，Solid 45 只有在端點才有節點的元素稱為 lower-order 元素，Solid92 及 Solid95 是除了端點的節點外，還有中間節點 (Middle Node)，也就是在各邊中點有一節點的元素，為 higher-order 元素，可以適用於外形不規則或曲面，使用時並沒有太多限制，只要將模型的體積作適當分割，就可以將體積網狀化，只是 Solid 45、Solid95 兩種六面體元素，對模型的體積分割有比較嚴謹的要求。在自由度方面，Solid 45、Solid 92 及 Solid95 考慮 UX、UY、UZ 三方向位移，即每一節點有三個自由度。

### 3-2-2 建立分析模型

在 ANSYS 中建立實體模型時，可分為兩種，第一種建立方式是先建立基礎幾何單元如四方體、圓柱體等，再將這些基礎單元以堆積木的方式，透過布林運算的技巧而組合成最後的實體模型，第二種建立模型的方式是先定義結構物的參考點 (Keypoint)，然後再從點連接成線，由線組成面，而後由面再合併成一體積，最後再由體積組成完整的實體模型。一般的實體模型都是綜合運用以上兩種方法產生，本論文利用第一種方式建立分析模型[15][16]。

先分別建立長 (X 軸)、寬 (Y 軸)、高 (Z 軸) 為 60\*60\*20cm 的一塊版，設定左下角點為原點座標(0, 0, 0)，以座標(35, 35, 0)、(35, 85, 0)、(85, 35, 0)、(85, 85, 0) 處為圓心，開一半徑 17.5cm、高 20cm 之四個圓孔，再以圓心座標(35, 35, 0)、(35, 85, 0)、(85, 35, 0)、(85, 85, 0) 及版中心座標(60, 60, 0) 處為中心切正十字，將開孔版切成 16 塊，如【圖 3-2-5】，為了方便可以在邊界面上 Z 軸中心點 (Z=10) 的直線上各點做簡支端點，所以在 Z=10 時，沿 XY 平面再切割，將開孔版切成 32 塊，如【圖 3-2-6】，記得加以黏合 (GLUE)，

如此網格化之切線才會連續，再將其網格加密。即完成單元穿孔樓版模型建立。

### 3-2-3 分析模型網格化相關探討

模型建完之後，接下來就是要將實體模型網格化而建立有限元素模型。建立有限元素模型方式有二：一是直接建立節點(Node)與元素(Element)，另一種是先建立實體，再建立網格，以第二種方式較為有效，此種產生有限元素模型的動作稱為網格化，實體模型網格化可使用軟體所提供自動網格產生器(Mesh generator)，只要在使用自動網格產生器前，指定網格大小、密度及元素型式之後，就可以直接使用。本論文利用第二種方式來建立分析模型。

網格化的方式：

實體模型網格化的技巧可區分為 Free Mesh 及 Mapped Mesh 兩種。

在 Free Mesh 的技巧上，並沒有太多的限制，只須指定網格的大小、密度及型式之後，就可以直接使用，在 ANSYS 分析中，面積元素和立體元素在網格化時，若是選用四個節點及八個節點的元素切割時，系統會自動將四個節點之四邊形元素改為三角形元素，其中二個節點會合併為一，節點由四個變為三個節點，而六面體元素則會自動變成四面體元素其中五個節點合併為一，節點由八個變成四個。

在 Mapped Mesh 的技巧上，則對實體模型有比較嚴謹的要求，幾何體積必須要符合要求，切割的物體所有面的總數超過 6 時，便無法用六面體型態的元素切割之，系統會自動選擇使用四面體元素，若一定要使用 Mapped Mesh 方式時，因為分析模型中有四個圓形開孔，所以會增加面的數量，則必須用建立虛擬面與虛擬線的方式，將其中相連的兩個或多個面合併為一個虛擬面，之後再網格化，並注意若要符

合 Mapped Mesh 規則每一個面也必須僅有 3 到 4 條邊線所組成，因此同時要建立虛擬線，使面的總數減少到 6 個以下，4 個以上，否則無法將體積網格化，因此必須花很多時間將實體模型作細部切割，如此才能完成網格化的工作。但為何要花時間還做規則網格建構模型呢？因為使用規則網格建構模型，相對於自由網格建構模型，其計算出來的結果會比較嚴謹及準確，而自由網格建構模型，則有快速和方便的優點。

### 3-3 模態數設定與分析方法

將建構好的模型以 ANSYS 作模態分析求出頻率值，指定振動模態分析方法使用 Subspace 法，所求自然頻率與模態的準確率只有所要求模態數的一半，例如設定所求模態數為 10，準確值只到第五個模態左右，所以提高 ANSYS 模態分析中所求之模態數目，一般是所要求模態數加上 8 或是乘以 2 倍，因此將模態數由 30 提高到 60，因為預估格子樑版的頻率值不會大於 200Hz，所以 ANSYS 在作模態分析時，設定若求出的模態大於 200Hz 將會停止運算，以節省運算時間。

模態分析的方法選用子空間疊代法 (Subspace iteration)，此法先將整個勁度矩陣投射在較小自由度的子空間，再求此投射後系統的特徵值與向量。ANSYS 的子空間疊代法運算速度穩定且快速，所需要的記憶體較小，所以選擇此法為求解的方法。

### 3-4 收斂性分析

本論文以不同切割元素與不同切割數量的立體元素來模擬穿孔樓版的結構，切割元素邊長大小關係到求解的精準度，通常越密精度越高，但是當元素密度達到一定程度後，求得答案趨於一定值，表示已達收斂性，此稱收斂性分析。因為結構完成各項分析後，答案不一定是正確的，必須再次檢視分析的正確性，收斂性分析可以檢視有限元素模型的網格是否適當。

本論文選用三種不同的元素，分別為 Solid45、Solid92 及 Solid95，其中 Solid92 為四面體元素，切割方式使用 Free Mesh，而 Solid45 及 Solid95 為六面體元素，所以切割方式使用 Mapped Mesh。Free Mesh 及 Mapped Mesh 切割方式之示意圖，見【圖 3-4-1】與【圖 3-4-2】。

上述模型之邊界條件都是固定支承，如【圖 3-1-2】，再以不同元素大小的模型作模態分析，以第一模態之自然頻率為收斂性分析依據，決定使用元素型態及元素的大小。

#### 3-4-1 節點、元素數目與自由度的比較：

見【圖 3-4-1】及【圖 3-4-2】，可以看出 Free Mesh 之切割較為凌亂，但在某些位置密度會局部加密，而 Mapped Mesh 切割較為整齊，「表 3-4-1」為三種元素在不同元素大小網格化下的節點數和元素數目比較，可以看出以 Free Mesh 之節點數及元素數幾乎都大於 Mapped Mesh 的，因為節點數及元素數的增加會使自由度總數增加，計算時間也會跟著拉長，Solid 45 則比其他兩個元素的節點數及元素數都要少了許多，由「表 3-4-2」可以看出當切割元素邊長越

小所增加的自由度數越大，而且幾乎是呈倍數增加，計算的時間也呈倍數拉長，當邊長為 2 cm 時，則 Solid92 因為自由度太大，記憶體不足而不能完成解，在需要大量的電腦記憶體與硬碟空間及計算時間有限，因此要節省時間但又不可以損失精確度下，選擇合理的元素大小。

### 3-4-2 自然頻率的比較

「表 3-4-2」分別表示在不同元素大小網格化下，作模態分析之第一項自然頻率的結果。自然頻率為收斂性分析的一項主要的依據，見【圖 3-4-3】，可看出自然頻率在元素越小時越接近，但是 Solid45 遠遠不及其他兩種元素來的接近，而 Solid95 與 Solid92 求出之自然頻率非常接近，而且圖中顯示隨元素越小越趨於水平，表示收斂性良好，切割元素邊長在小於 5cm 時，Solid95 與 Solid92 的第一模態頻率值相差約小於  $0.4 \times 10^{-2}$ 。

本論文由收斂性分析決定在不影響精確度下，使用元素大小為 3 cm，Solid95 與 Solid92 的誤差皆達到容許誤差範圍內，但是 Solid 92 元素所產生的節點數為 Solid 95 元素所產生節點數的 1.5 倍左右，所計算的時間約是五十小時，所需的計算時間過久，因此選擇 Solid 95 元素作為本論文之使用元素，以 Mapped Mesh 方式網格化，網格化之元素大小為 3cm。

上述穿孔樓版之分析條件，再以不同的邊界條件、厚度、孔洞半徑及相對位置下分別作模態分析。

## 第四章 穿孔樓版之模態分析

動態分析 Dynamic Analysis 可分為兩大類，一為頻率分析 Frequency Response Analysis，一為暫態分析 Transient Response Analysis。在頻率分析中，負載為穩態的周期函數，例如圓周運動。在暫態分析中，負載為暫態的時間函數，例如衝擊行為。本文只針對動態分析中的頻率作分析。

分析單元穿孔樓版的動態行為，先介紹單元穿孔樓版長 120cm、寬 120cm、厚 20cm 之正方形版，版中有四個圓形開孔，X、Y 及 Z 軸方向定義，如【圖 3-1-1】所示，邊界條件為固定支承，將穿孔樓版模型在邊界面上各點，束制其 X、Y、Z 方向之位移，位移皆為零；邊界條件為簡支承，以穿孔樓版在 Z 軸中央之平面與各邊界面相交之各點，束制其 X、Y、Z 方向之位移，位移皆為零。上述為基本模態分析的模型，之後改變單一變數再與原來的模型作模態頻率值比較。模態圖型的敘述，分為左上、左下、右上及右下四部分，左上圖為分析模型之等角視圖，左下圖 X-Z 平面為分析模型之上側下視圖，右上圖 Y-Z 平面為分析模型之右側視圖，右下圖 X-Y 平面為分析模型之正視圖，而且定義 X-Y 平面為水平面，Z 軸為垂直方向，無位移顯示為深藍色，最大位移顯示為紅色，如【圖 4-1-2】所示。

### 4-1 版厚改變對穿孔樓版的影響

比較厚度與頻率值的關係及振動模態的變化，開孔與版的相對位置也不變，開孔圓心座標位置分別為 (35, 35) (35, 85) (85, 35) (85, 85)，固定邊長及開孔直徑，每個開孔的直徑為 35cm，洞與洞的

淨間隔為 15cm，分析模型以 Solid95 元素網格化。在此節分別對不同的邊界條件做分析。

#### 4-1-1 固定支承

由模態頻率數值「表 4-2-1」，可看出第一模態頻率值是隨著厚寬比增加而變大，第一模態自然頻率之曲線，如【圖 4-1-1】，繪出的圖型為一拋物線的曲線，但隨厚寬比的增加，頻率增加的速度卻越小，最終趨近於水平，所有厚度的第一模態圖形皆如【圖 4-1-2】所示，由 X-Y 平面之正視圖上可看出開孔形狀未改變，所以在水平(XY 平面)方向位移很微小，由上側下視圖與右側視圖可以看出版中心的 Z 軸垂直位移最大，且水平 X 軸與垂直 Y 軸的模態圖形僅局限在 Z 軸方向垂直位移的變化，形成 SIN 半週期函數的形狀，所以厚寬比增加並不會改變第一模態形狀，但頻率會隨之增加。

第二模態頻率值與曲線，見「表 4-1-2」及【圖 4-1-3】，自然頻率隨厚寬比增加而增大，但厚寬比大於 0.233 時，則頻率增加速度很緩慢。觀察不同厚寬比的振動行為，在厚寬比等於 0.025 時，如【圖 4-1-4】所示，X-Y 平面可看出開孔無明顯變形，所以水平方向則無位移，由圖中的顏色深淺分佈，以 Y 軸為對稱，左右兩邊作 Z 軸上下之振動，X-Z 平面可看出左右兩邊的 Z 軸垂直位移變化，以水平 X 軸中點為反曲點，水平 X 軸呈現為反對稱圖形，形成 SIN 單一週期的圖形；在厚寬比等於 0.05 時，如【圖 4-1-5】所示，X-Y 平面由顏色深淺分佈，以左上右下之斜對角線為對稱線，分為右上左下兩邊，即當右上邊部份沿 Z 軸垂直位移正向移動，則左下邊部份沿 Z 軸垂直位移負向移動，X-Z 平面可看出左右兩邊開孔的 Z 軸垂直位移變化，以水平 X 軸中點為反曲點，水平 X 軸呈現為反對稱圖形，使版在對稱軸上，形成一個週期 SIN 的形狀；如【圖 4-1-6】與【圖 4-1-7】之改變，當厚

寬比隨著增加，再轉變為水平 X 軸為對稱軸；當厚寬比達到 0.233，頻率值約為 50Hz，如【圖 4-1-8】所示，振動圖型又以左上右下之斜對角線為對稱軸，右下左上兩邊作反對稱之垂直上下振動，厚寬比大於 0.233 後，曲線就呈持平狀態，振動情形如【圖 4-1-9】所示，X-Z 與 Y-Z 平面在 Z 軸位移很小，X-Y 平面開孔有變形，所以 X、Y 水平方向的位移變大，為水平方向左右振動。

見「表 4-2-3」及【圖 4-1-10】，第三模態頻率值與第二模態頻率值相同，振動行為如【圖 4-1-11】與【圖 4-1-12】，與第二模態圖形相同，第二模態與第三模態在自由振動下之振動行為實質相同，所以模態頻率值也會相同，只是兩模態圖型間相差一 90 度相位角，此種模態稱之為重覆模態 (repeated mode)。方版之所以會產生重覆模態，乃因方版為一對稱軸，又因方版上開孔的分佈亦出現對稱之狀態，所以在 X 軸與 Y 軸之 2 維平面上之振動行為，每組之重覆模態均會出現兩個，同理，球狀或立方體的自由振動每組之重覆必然有三個。

第四模態頻率與曲線，見「表 4-1-4」及【圖 4-1-13】，厚寬比在 0.125 之下，厚寬比與自然頻率成正比，振動行為如【圖 4-1-14】所示，X-Y 平面可看出在版中心部分顏色為藍色所以沒有位移，兩兩相鄰開孔之中間實體部份的顏色為紅色，所以 Z 軸的垂直位移也較大，將版之兩兩相鄰開孔中間實體分為上下左右四部份，當上下部份實體往 Z 軸的垂直位移下移，則左右部份實體就往上移，呈現反對稱的振動，在 X-Z 平面與 Y-Z 平面，振動型態類似 1.5 倍的 SIN 週期圖形，隨厚寬比增加，見【圖 4-1-15】，中間深藍色部份漸漸縮小，表示 Z 軸位移慢慢增大；在厚寬比為 0.125~0.233，頻率值約為 50Hz，振動情形皆如【圖 4-1-16】所示，位移為 X-Y 平面的水平振動，由在 X-Z 平面與 Y-Z 平面看出 Z 軸方向位移很小；在厚寬比大於 0.233，頻率

值開始增加，振動情形【圖 4-1-17】，也轉變為以斜對角線為對稱軸，做反對稱的 Z 軸垂直位移振動。

第五模態頻率與曲線，如「表 4-2-5」及【圖 4-1-18】所示，在厚寬比小於 0.092 時，厚寬比與自然頻率成正比，見【圖 4-1-19】振動行為可以看出與第四模態【圖 4-1-15】相同，但是頻率值高於第四模態頻率，所以可看出圖中版中間部份的顏色為紅色，表示中間部份在 Z 軸方向也有位移，厚寬比等於 0.092 時，頻率開始維持在約 50Hz，振動行為如【圖 4-1-20】所示，變成 XY 平面的水平方向振動，當厚寬比增為 0.125 之後，與第四模態頻率值皆相同，其振動方式也一樣，如【圖 4-1-16】與【圖 4-1-21】之比較，出現重覆模態，在厚寬比為 0.250，頻率值開始增加，振動圖形如【圖 4-1-22】所示，厚寬比大於 0.25，皆與第四模態的頻率值及振動行為一樣。

第六模態頻率與曲線，見「表 4-1-6」及【圖 4-1-23】，在厚寬比小於 0.075 時，厚寬比與自然頻率成正比，振動行為如【圖 4-1-24】所示，由 X-Y 平面看出四個開孔皆無變形，無水平位移，以斜對角開孔兩兩為一組，兩組以反方向在 Z 軸上下振動，在 X-Z 平面與 Y-Z 平面則看出開孔振動型態為反對稱，當厚寬比等於 0.075~0.125 時，頻率約為 50Hz，振動形態如【圖 4-1-25】所示，振動為 XY 平面的水平方向振動，厚寬比為 0.133~0.150，頻率隨厚寬比增加，振動圖形如【圖 4-1-26】所示，在 Z 軸的位移變大，而 XY 平面位移很小，厚寬比大於 0.150 之後，頻率增加幅度變小，且約維持在 56.5Hz，振動圖型如【圖 4-1-27】，則是由 X-Y 平面之中心點為旋轉中心，順、逆時針的來回旋轉，造成開孔部份順著同一方向變形；而 X-Z 平面與 Y-Z 平面則在 Z 軸方向位移很小。

就整體而言前六個模態頻率都是隨厚度變大而上升，隨著厚度增

加，Z 軸變位漸漸減小，所以頻率增加幅度不大，除了第一模態頻率，後五個模態頻率約達到 50Hz，頻率曲線圖就開始出現持平狀態了，而且各模態的振動情形都會相同。而第四、五、六模態則是維持相同頻率值一小段，之後又開始增加，當頻率值維持穩定，則振動情形在 Z 軸方向位移都變很小，在 XY 平面的位移則比較明顯，且各模態的振動情形都會相同。若頻率增加，則模態振動就為以 Z 軸位移較大，而在 XY 平面的位移則較小。

## 4-1-2 簡支承

第一模態頻率與曲線，見「表 4-2-7」與【圖 4-1-28】所示，厚寬比小於 0.6 時，第一模態頻率值與厚寬比成正比，與邊界為固定支承的第一模態頻率比較，約減少了一半，【圖 4-1-29】與【圖 4-1-2】相比較，明顯在邊界的顏色變淺了許多，且邊界面也有變形，因為邊界面上全部的點束制，所以當版在做垂直 Z 軸方向位移，則邊界面上未束制點也會有所位移，厚寬比大於 0.6，頻率值下降了，見【圖 4-1-30】最大位移 (MN) 由中心點移到的邊界上，Z 軸方向位移很小，XY 平面沿 Y 軸方向來回振動。

第二模態頻率與曲線，如「表 4-2-8」及【圖 4-1-31】，厚寬比為 0.008~0.267，【圖 4-1-32】由 X-Y 平面可看出顏色深淺分佈，以左上右下之斜對角線為對稱線，分為右上左下兩邊，即當右上邊部份沿 Z 軸垂直位移正向移動，則左下邊部份沿 Z 軸垂直位移負向移動，再由 Y-Z 平面可看出上下兩邊開孔沿 Z 軸垂直位移變化，以水平 Y 軸中點為反曲點，水平 Y 軸呈現為反對稱圖形，形成一個週期 SIN 的形狀。厚寬比為 0.267 時，振動行為如【圖 4-1-33】所示，振動情形與上述相同，只是相差一個相位角，而且因為邊界為簡支承，所以邊界面也

開始彎曲變形。厚寬比大於 0.267 頻率值就開始下降了，見【圖 4-1-34】可以看出振動行為開始改變，Z 軸垂直位移變小，XY 平面沿斜對角線的位移變大，厚寬比為 0.533 時，如【圖 4-1-35】所示，由於厚度持續增厚，所以 XY 平面之移動變小，開孔變形也比較微小，所以頻率下降速度變小。

第三模態頻率與曲線，如「表 4-2-9」及【圖 4-1-36】所示，與第二模態頻率值相同，振動行為也相同，如【圖 4-1-37】與【圖 4-1-32】，為重複模態。

第四模態頻率與曲線，如「表 4-2-10」及【圖 4-1-38】所示，厚寬比為 0.008~0.158，與頻率成正比，振動情形如【圖 4-1-39】所示，由 X-Y 平面可看出在版中心部分顏色為藍色所以沒有位移，兩兩相鄰開孔的中間實體部份的顏色為紅色，所以 Z 軸的垂直位移也較大，將兩兩相鄰開孔中間實體分為上下左右四部份，當上下部份實體往 Z 軸的垂直位移下移，則左右部份實體就往上移，呈現反對稱的振動，在 X-Z 平面與 Y-Z 平面則看出振動型態，類似 1.5 倍的 SIN 週期圖形，厚寬比大於 0.158，頻率值開始下降，振動圖形如【圖 4-1-40】與【圖 4-1-41】所示，XY 平面沿斜對角線來回移動變為 X 軸振動，顯示厚度增加，勁度變大，厚寬比大於 0.266，振動情形見【圖 4-1-42】，又轉為 Z 軸方向的上下振動，頻率也開始增加，厚寬比大於，厚寬比大於 0.4，頻率值下降，振動情形如【圖 4-1-43】，以版中心 Z 軸為旋轉軸，整個模型以旋轉軸為旋轉中心，同一方向來回旋轉振動，除了 Z = 10 與 XY 軸相交之平面，因邊界簡支承束制，所以無位移。

第五模態頻率與曲線，如「表 4-2-11」及【圖 4-1-44】所示，厚寬比為 0.008~0.142，頻率值隨厚度增加，振動情形見【圖 4-1-45】，與第四模態【圖 4-1-39】相似，但第五模態頻率大於第四模態頻率，

所以版中心 Z 軸方向的位移較大，厚寬比大於 0.142 時，頻率逐漸下降，振動情形見【圖 4-1-46】，Z 軸方向位移很小，XY 平面沿 X 軸方向來回振動。見【圖 4-2-47】隨厚度增加，XY 平面之位移逐漸減小，厚寬比大於 0.267 時，則頻率開始增加，振動情形如【圖 4-1-48】，又使 Z 軸方向的振動位移較大，當厚寬比增至 0.4，頻率值又開始下降，厚寬比大於 0.4 時，振動情形見【圖 4-1-49】，XY 平面沿斜對角線作伸長與縮短的振動，當厚寬比為 0.6 時，見【圖 4-1-50】，由於厚度過大，可於 X-Z 平面上側視圖，清楚看到上半部與下半部作沿 X 軸方向，作相反方向移動。

第六模態頻率與曲線，如「表 4-2-12」及【圖 4-1-51】所示，厚寬比為 0.008~0.133，頻率值隨厚度增加，振動情形見【圖 4-1-52】，以斜對角開孔兩兩為一組，一組開孔在沿 Z 軸方向正向移動，則另一組則沿 Z 軸負向移動，兩組作反對稱的振動，而版中央部份則沒有移動；厚寬比為 0.142~0.158，頻率隨厚寬比下降，振動情形如【圖 4-1-53】所示，由正面 X-Y 上視圖可看出版中心位移，沿 XY 平面對角線來回振動，X-Z 平面與 Y-Z 平面在 Z 軸方向的位移很小；厚寬比為 0.166~0.2，頻率隨厚寬比增加，振動情形如【圖 4-1-54】所示，兩兩相鄰開孔中間實體分為上下左右四部份，當上下部份實體往 Z 軸的垂直位移下移，則左右部份實體就往上移，呈相反的振動，在 X-Z 平面上側視圖與 Y-Z 平面右側視圖則看出振動型態，類似 1.5 倍的 SIN 週期圖形；厚寬比為 0.233~0.4，頻率隨厚寬比下降，振動情形如【圖 4-1-55】所示，以版中心的 Z 軸為旋轉中心，順逆時針來回旋轉；厚寬比為 0.433 與 0.466 時，頻率值相近，振動情形如【圖 4-1-56】所示，以左上右下之對角線為旋轉軸，右下及左上之開孔則對旋轉軸來回旋轉，X-Z 平面與 Y-Z 平面在 Z 軸方向有位移；厚寬比為 0.533~0.9

時，頻率值隨厚寬比下降，振動情形如【圖 4-1-57】所示，以 X-Y 平面之垂直軸為旋轉軸，整個模型繞旋轉軸來回旋轉；隨著厚度的增加，使模型的勁度變大，在厚寬比為 0.75，整個模型旋轉的行為類似剛體，如【圖 4-1-58】所示；在厚寬比為 0.9，振動情形如【圖 4-1-59】，以版中心之 Z 軸為旋轉軸，整個模型繞旋轉軸來回扭轉。

就整體而言前六個模態頻率增加時，則在 Z 軸方向的位移會較大，XY 平面的水平位移較小，若頻率減小，則是在 XY 平面的水平位移較大，在 Z 軸方向的位移會較小，振動情形若出現扭轉現象，則頻率會下降，因為簡支承在邊界面並未完全束制，所以若頻率增高，則邊界面變形就越明顯，但若厚度增加，使模型接近立方體，因為模態接近剛體行為，變形變小，則頻率就會下降。



## 4-2 圓形開孔大小對穿孔樓版的影響

當格子梁版邊長為 120cm×120cm×20cm 不變，開孔圓心位置 (35, 35)、(35, 85)、(85, 35)、(85, 85) 也不變，只有改變開孔直徑 (R)，開孔直徑由 15 cm 增至 40 cm，設定以 2.5 cm 為增加單位，共有十一個模型，以了解當開孔變大或變小時，模態頻率值及其行為有無改變或影響。

### 4-2-1 固定支承

當格子樑版的邊長 (L)、厚度 (B) 與開孔位置不變，邊界條件是固定支承，改變開孔的直徑 (R)，由「表 4-2-1」可知當 R/L 由 0.125 增至 0.333 時，模態頻率曲線【圖 4-2-1】，第一模態頻率約下降 1.5Hz，觀察模態振動圖形見【圖 4-2-2】與【圖 4-2-3】，Z 軸方向的振動隨

R/L 的增加而幅度較明顯，因為開孔變大，版中央的勁度減小，所以 Z 軸變位增加，但是頻率反而下降，應該是因為整個體積減少，而頻率減小，但是由於第一模態頻率曲線起伏不大，所以振動形態都相同；第二、三模態頻率值都相同，見【圖 4-2-4】與【圖 4-2-5】為重覆模態，X-Y 平面之正視圖上可看出在水平方向則無位移，由圖中的顏色深淺分佈，正面 X-Y 以垂直中心線分為左右兩邊，再由上側視圖 X-Z 平面可看出左右兩邊的 Z 軸垂直位移變化，以水平 X 軸中點為反曲點，水平 X 軸呈現為反對稱圖形，形成 SIN 單一週期的圖形；第四、五模態頻率值都相同，見【圖 4-2-6】與【圖 4-2-7】為重覆模態，Z 軸垂直位移變小，XY 平面沿斜對角線的位移變大，頻率隨 R/L 增加而下降，所以得知開孔大小，對 XY 平面的變位影響較大，孔越大則 Y、X 軸的實體水平寬度會變小，兩兩相鄰的開孔中間實體部份變的細長，勁度變的比較小，頻率值下降也比較多；R/L=0.125~0.167，第六個模態頻率隨 R/L 增加而增大，見【圖 4-2-8】與【圖 4-2-9】，隨開孔變大，原本是四個開孔邊緣變位最大，轉變為兩兩開孔中間有最大變位；R/L=0.292，頻率下降曲率變大，振動行為見【圖 4-2-10】，以版中心之 Z 軸為旋轉軸，以順逆方向旋轉，開孔變大，此時兩兩相鄰的開孔間的淨間距為 15 cm，中間實體部份變的細長，所以此處勁度變小，而厚度為 20 cm，所以變位以水平方向較大，而且頻率下降幅度比較大。

整體而言，第二、三模態頻率值曲線圖也是呈現線性直線圖，也是跟第一模態相同，都是 Z 軸位移控制振動方向及頻率值，但是頻率值是隨 R/L 增大而平緩向上增加，是相較於其他四個模態頻率值比較不一樣的地方，第二、三模態與第四、五模態為兩組重覆模態，前三個模態都是 Z 軸變位較大，但是頻率值並未有很大的起伏，顯然開孔

的大小，對前三個模態頻率並不如厚度影響來的大。第四至六個模態頻率，大體上來說，隨  $R/L$  增大而頻率減小，因為振動是以水平變位為主，所以開孔變大，使水平勁度變小，所以頻率也下降。

#### 4-2-2 簡支承

當格子樑版的邊長不變與開孔位置不變，邊界條件是簡支承，改變開孔的半徑，由「表 4-3-2」與【圖 4-2-11】，可知當直徑由 15 cm 增到 40 cm 時，隨著  $R/L$  增大而下降，下降約 1.5Hz，與固定支承的曲線斜率一樣；第二、三模態頻率曲線圖也是呈線性直線圖，與第一模態相同，都是  $Z$  軸位移控制振動方向及頻率值；然而第四、五模態頻率則是隨著開孔直徑變大而變小，但是下降的幅度不大，與固定支承的第四、五模態頻率曲線不同；觀察整體的模態，見【圖 4-2-12】~【圖 4-2-15】，簡支承與固定支承的前六個模態行為相似；第六個模態頻率也是隨  $R/L$  增加而緩慢變大， $R/L=0.125\sim 0.229$ ，振動情形如【圖 4-2-15】，但當  $R/L$  等於 0.25 時，振動情形如【圖 4-2-16】，之後頻率隨  $R/L$  增加而下降，當  $R/L=0.333$  時，第四、五及六模態的頻率相當接近，此時第五與第六模態的振動圖型為重覆模態，如【圖 4-2-17】，以  $XY$  平面的水平變位為主，而第四模態之振動行為，如【圖 4-2-18】所示。

整體來說，簡支承與固定支承的前六個模態行為相似，但是由於邊界面的束制點較少，所以邊界的勁度也較小，所以簡支承的頻率會比固定支承小。

### 4-3 開孔位置之影響

討論在四周邊界 Z 軸方向上的點都固定的情形下，開孔位置對穿孔樓版的行為影響。穿孔樓版模型的邊長為 120 cm\*120 cm\*20 cm，開孔直徑為 35 cm 時，改變開孔對邊界的相對位置，分析當開孔位置中心由版之中心一直移到版的角隅端，每次移動位置為 X、Y 方向各 2.5 公分之距離，以了解當開孔位置的改變，在模態頻率值及其行為上的影響，可以由「表 4-3-1」及【圖 4-3-1】看出當開孔越靠近穿孔樓版的中心，也就是圓心到邊界的距離越長，前五個模態頻率值會隨著越大，第一個模態頻率值增加了約 3.7 Hz，第二、三個模態頻率增加了 5.8Hz，第四、五個模態頻率值增加 1.4Hz，第六個模態頻率值則是下降約 6.6 Hz。

第一模態的振動行為，還是在 Z 軸作上下振動，第二、三模態為重覆模態，頻率約是第一模態頻率值的兩倍，雖然也是 Z 軸垂直方向作控制，但是振動方式則是四個開孔所圍的中間部份以斜對角線方向做反對稱的形式上下振動，所以離中心最接近開孔點，有最大的位移，隨開孔位置往中心移動，振動行為改變成以兩兩開孔為一組，做反對稱的上下振動，因為開孔與開孔的間距變了，所以此處的勁度最弱，而比較容易移動，不同開孔位置之第三模態比較，見【圖 4-3-2】；第四、五個模態則是以水平方向（X、Y 軸）的位移控制，振動方式由四個開孔所圍的版中心部份以斜對角方向來回移動；第六個模態頻率值則是越靠近穿孔樓版的中心越小，見【圖 4-3-3】，因為第六個模態的動態行為是水平方向（X、Y 軸）的位移控制，所以開孔會以版中心為旋轉軸而旋轉變形，要是開孔離邊界越近則會頻率值會越高，在動態行為上開孔旋轉變形也會比較小，因為孔與孔的間距變大了，造成水平位移的勁度增加。

## 4-4 模擬穿孔樓版的第一模態頻率值

本文希望能針對穿孔樓版的模態頻率值，找出一方程式來求出模態頻率值，利用 ANSYS 求解一系列不同模型的模態頻率值，基本條件單元穿孔樓版邊長為 120cm×120cm 不變，厚度 20 cm，開孔圓心位置 (35, 35)、(35, 85)、(85, 35)、(85, 85)，開孔直徑為 35 cm，再分別以版厚及開孔半徑做為變數，來分析模態頻率值的變化

### 4-4-1 厚寬比為變數

當厚寬比為變數之模態頻率曲線圖，以第一模態是最為有規則的拋物線，後五個模態頻率值的曲線並不能用迴歸曲線預測出來，所以我們只針對第一模態頻率值曲線來做迴歸曲線分析，於是我們對於邊界為簡支承及固定支承整理出公式：

L 為穿孔樓版的邊長，固定為 120 cm

H 為穿孔樓版厚度

$\omega$  為頻率(Hz)

X 為厚寬比=H/L，為方程式的變數

(A)固定支承： $\omega = -150.22X^4 + 394.56X^3 - 395.07X^2 + 188.6X - 0.296$

(B)簡支梁： $\omega = -77.91X^4 + 165.91X^3 - 165.65X^2 + 92.338X + 0.0124$

見【圖 4-4-1】與【圖 4-4-2】，可以看出預測模態頻率曲線能夠相當符合實際的模態頻率值，固定支承第一模態頻率值與預測方程式計算值，見「表 4-4-1」，在真數與預測數值的誤差，可以看出

每個模態頻率值的正確性約到小數點第二位，而整模態頻率值的平均誤差約為 0.0024，簡支承第一模態頻率值與預測方程式計算值，見「表 4-4-2」，在真數與預測數值的誤差，可以看出每個模態頻率值的正確性約到小數點第二位，整個模態頻率值的平均誤差值約 0.001，可以相當準確的計算出來。

#### 4-4-2 開孔直徑與邊長比為變數

當開孔直徑與邊長比為變數，見【圖 4-2-1】與【圖 4-2-11】，看出前三個模態頻率是呈現一線性直線，所以我們可以用一元三次方程式來模擬這些數值，於是我們對於邊界為簡支承及固定支承整理出公式：

L 為穿孔樓版的邊長，固定為 120 cm

D 為開孔直徑 (cm)

$\omega_1$  為第一模態頻率(Hz)

$\omega_2$  為第二模態頻率(Hz)

X 為直徑與邊長比=D/L，為方程式的變數

(A)固定支承：

$$\omega_1 = 78.97 X^3 - 68.612 X^2 + 11.654 X + 22.426$$

$$\omega_2 = -55.511 X^3 + 34.45 X^2 + 0.7863 X + 41.348$$

(B)簡 支 梁：

$$\omega_1 = 0.0859 X^3 - 5.6499 X^2 - 4.3655 X + 13.26$$

$$\omega_2 = -268.94 X^3 + 158.31 X^2 - 36.351 X + 32.026$$

見【圖 4-4-3】~【圖 4-4-6】，可以看出預測模態頻率曲線能夠相當符合實際的模態頻率值，見「表 4-4-3」~「表 4-4-6」，固定支承與簡支承的第一模態頻率值與預測方程式計算值，在真數與預測

數值的誤差，可以看出每個模態頻率值的正確性約到小數點第二位，而整模態頻率值的平均誤差約為零，可以相當準確的計算出來。



## 第五章 結論與建議

### 5-1 結果討論

由模態頻率數值分析做以下結果討論：

1. 不論邊界條件、開孔直徑及開孔位置改變，所有模型的第一模態振動行為皆相同，最大位移在穿孔樓版中心位置。
2. 第二與第三模態為重覆模態，振動行為相同，只是相差 90 度相位角，所以頻率也相同；第四與第五模態也具相同情形。
3. 邊界為固定支承之模態，初期與厚寬比成線性增加，當模態頻率值達到約 50Hz，而第二至六個模態曲線圖則會出現水平。
4. 邊界為固定支承與簡支承，當頻率隨厚寬比增加而增加時，模態振動圖形會出現 Z 軸垂直變位為上下振動；當頻率隨寬厚比增大而不變，模態振動圖形會出現 XY 平面的變位較大，而 Z 軸垂直位移變小；當厚寬比增加，模態振動圖型出現扭轉現象，固定支承之模態頻率會不變，而簡支承之模態頻率則會降低。
5. 由於頻率與勁度成正比，固定支承之勁度大於簡支承勁度，所以邊界為固定支承的自然頻率值會高於邊界為簡支承。
6. 開孔位置在越靠近穿孔樓版的中心時，則前五個模態頻率會增高，在版中的 Z 軸垂直方向的位移也會加大，第六個模態頻率則會下降，水平方向的位移也會減少。
7. 開孔直徑與第一模態頻率值成反比，因為開孔直徑變大，而勁度變小，但接近線性減小，所以開孔直徑對影響頻率值並不大。
8. 本文採用有限元素的 SOLID95 的元素來分析穿孔樓版的模態行為分析，依據程式所計算出來的數值資料，希望能歸納出方程式來預測模態的頻率值，以下公式只針對本論文分析的基本模型作計算。

A：厚寬比為變數

L 為穿孔樓版的邊長，固定為 120 cm

H 為穿孔樓版厚度

$\omega$  為第一模態頻率(Hz)

X 為厚寬比=H/L，為方程式的變數

(A)固定支承： $\omega = -150.22X^4 + 394.56X^3 - 395.07X^2 + 188.6X - 0.296$

(B)簡支梁： $\omega = -77.91X^4 + 165.91X^3 - 165.65X^2 + 92.338X + 0.0124$

B：開孔直徑與邊長比為變數

L 為穿孔樓版的邊長，固定為 120 cm

D 為開孔直徑 (cm)

$\omega_1$  為第一模態頻率(Hz)

$\omega_2$  為第二模態頻率(Hz)

X 為開孔直徑與邊長比=D/L，為方程式的變數

(A)固定支承：

$$\omega_1 = 78.97 X^3 - 68.612 X^2 + 11.654 X + 22.426$$

$$\omega_2 = -55.511 X^3 + 34.45 X^2 + 0.7863 X + 41.348$$

(B)簡支梁：

$$\omega_1 = 0.0859 X^3 - 5.6499 X^2 - 4.3655X + 13.26$$

$$\omega_2 = -268.94 X^3 + 158.31 X^2 - 36.351X + 32.026$$

## 5-1 建議

- 1、由於論文中對於推導出的式子皆只有一項變數，未來可以再針對雙變數來使各個式子有關聯性，歸納出方程式。
- 2、對於邊界的設定僅以簡支承及固定支承作分析，未來可以利用彈簧與邊界的連接，來改變邊界的勁度，能夠更符合實際的情形，而能建立整個穿孔樓版的模型，進而分析整體結構的振態。
- 3、本論文只針對模態頻率值作分析，未作暫態分析及頻譜分析，因此未來可以再以暫態及頻譜作深入的探究，並進一步的利用所分析的結果作進一步的處理，如針對微振處理求振動值等。
- 4、建立完整的穿孔樓板參數分析，相信對振動環境的控制有很大的幫助。



## 參考文獻

1. Kumai, T., “The flexural vibrations of square plate with a central hole” , Proceeding of second Japanese national congress of applied of applied mechanics, pp. 339-342, 1952.
2. Takahsi, S., “Vibration of rectangular plates with circular holes” , Japanese society of mechanical engineers Bulletin 1, pp. 380-385, 1958.
3. Mohr, G. A., “Displacement of reinforcement in perforated slabs” , Civil Engineering Transactions, Institution of Engineers, Australia, 21(1), pp. 21-25, 1979
4. Dougherty, B. K., “Deflection of slabs with large openings” , Civil Engineer in South Africa, 22(6), pp. 153-156, 1980.
5. Huang, M. “Free vibration analysis of rectangular plates with variously-shaped holes” , Journal of Sound and vibration, 226, pp. 769-786, 1999.
6. Larrondo, H. A. and Ross R. E., “Vibration of simply supported rectangular plates with varying thickness and same aspect ratio cutouts” , Journal of Sound and Vibration, 224, pp. 738-745 , 2000.
7. 朱均勗，王有任，「具阻尼含洞複合薄板之振動分析」，國立中央大學，碩士論文，民國 92 年。
8. 全湘偉，邱垂鈺，「半導體廠房製程儀具基礎暨樓板結構震動反

- 應分析模式之建立」，機械月刊，第二十三卷第九期，327~337 頁，民國 86 年。
9. 陳尚鋒，江哲銘，「步行引致樓版振動之預測與評估」，國立成功大學，碩士論文，民國 87 年。
  10. 林義祥，姚昭智，「微電子廠房之動力特性與振動衰減」，國立成功大學，碩士論文，民國 88 年。
  11. 郭珍祥，「機械或車輛引致結構及土壤之振動效應」，國立台灣大學，碩士論文，民國 85 年。
  12. Zienkiewicz, O.C. , Taylor, R.L., ” The Finite Element Method” .
  13. 唐淵，陳信吉，「ANSYS 入門」，台北，科技圖書，民國 91 年 9 月。
  14. 陳申岳，「ANSYS 有限元素法軟體-實務產品可靠度分析」。
  15. 洪慶章，劉清吉，郭嘉源，「ANSYS 教學範例」，台北，知城數位科技股份有限公司，民國 90 年 11 月。
  16. 賴育良，林啟豪，謝忠祐，「ANSYS 電腦輔助工程分析」，四版，台北，儒林圖書有限公司，民國 91 年 9 月。
  17. ANSYS 電腦線上使用手冊