

利用認知診斷測驗探討激發式動態教學成效之研究 -以簡易二次函數及圖形為例

研究生：謝謹謙

指導教授：曾建銘 博士

陳明璋 博士

國立交通大學 理學院 科技與數位學習學程

中文摘要

本研究主要探究在多媒體教學中，以激發式動態呈現設計教材與一般投影片設計教材來進行教學上，對不同學業成就之學生在學習成效上是否有顯著差異，並以認知診斷評量學生在技能精熟程度上以及各認知能力上的學習是否有顯著差異。並探討在後測及延後測中，學生的學習成效及在各技能或各認知能力題型上表現如何。

整體而言，以激發式動態呈現的教材設計，在後測時，高分組在「概念理解」與「解題思考」的題型上，比一般投影片教學效果還要好。而在延後測中，低分組的第 10 項技能（能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解）、高分組的第 5 項技能（能判斷二次函數圖形有最高點或最低點）以及高分組在「程序執行」題型上，均比一般投影片教學及傳統板書教學都來得有效。

關鍵詞：激發式動態教學（Trigger-based Animated Instruction）、認知診斷評量（Cognitively Diagnostic Assessment, CDA）

A Study of Instructional Design by Trigger-based Animation on Learning Achievement by Cognitively Diagnostic Assessment -Graphs of Simple Quadratic Functions as an Example

Student: Hsieh Chin-Chien

Advisors: Dr. Cheng Chien-Ming
Dr. Chen Ming-Jang

Degree Program of E-learning
National Chiao Tung University

Abstract

There are some questions to explore in multimedia teaching on this study. Are the materials designed by Trigger-based Animated Instruction different from those designed with slides? Is there significant difference to different academic achievement students in those teaching? Is there significant difference to test the students in attribute prevalence levels and cognitive levels by Cognitively Diagnostic Assessment? How do students perform in each attribute prevalence levels and in cognitive levels in the posttest and the postpone test?

Overall, in the posttest, the teaching effectiveness of the materials designed by Trigger-based Animated Instruction is better than the teaching with slides in the high-achievement students at “conceptual understanding” and “problem solving” . In the postpone test, the teaching effectiveness of the materials designed by Trigger-based Animated Instruction is better than the teaching with slides and the traditional teaching on the blackboard in the low-achievement students at the 10th skill (To understand the coordinate of a point in the quadratic function is the solution to the equation.), in the high-achievement students at the 5th skill (To judge whether there is the highest or the lowest point in the quadratic function graph), and in the high-achieving students at “procedural knowledge” .

Keywords : Trigger-based Animated Instruction 、 Cognitively Diagnostic Assessment (CDA)

誌謝

看著「誌謝」兩字，心裡百般滋味無法言語。兩年來過著週週只休一日，甚至半日或無假的生活，家人似乎也習慣了我週六不在家、週日無法陪伴的日子了。平日上班，晚上或週末上課、趕作業，早已成為了我生活中的一部分。

感覺這六百多個日子既忙碌又充實，首要實在得感謝指導教授曾建銘博士，這一年多來，除了國家教育研究院的工作十分繁忙外，開會亦是家常便飯的您還是在百忙之中撥空指導，更有時犧牲自己的家庭時間，只是為了希望這篇論文能更趨完整；而在最後階段更是不斷鼓勵著內心徬徨的我，尤其在論文口試前，我的焦慮更是明顯。

其次要感謝陳明璋博士因著對教育的執著，發展了這一套 AMA 系統，而從課程中製作教材的訓練，更使我了解到處處皆學問的道理，對在中學教學現場的我們，實在是一大利多。

更要感謝學姊家瑩，不但提供了我她花費心力製作的教材，更花了不少時間確認了我對所有的步驟及按鈕的控制、時間上的掌握等！也不吝分享其教學時的經驗及注意事項，讓本研究能如此順利進行。

也感謝這一年多來的研究夥伴冠璇，在研究的過程中互相砥勵、打氣，並且無私的給予建議與想法。

最後要感謝我的太太珮漩，這兩年來真是辛苦了，除了包辦了多數的家事外，對著兩個可愛但好動、頑皮的兒子，還要母兼父職，軟硬兼施；更有時生病了仍要強撐著疲累的身體，只為了讓我能順利的在這兩年完成學業。

雖然感謝之情無法表達其中之萬一，在此還是要致上我最深的謝意！

謝謹謙 謹致
2011 年 7 月

目錄

第一章 緒論.....	1
第一節 研究背景與研究動機.....	1
第二節 研究目的.....	2
第三節 待答問題.....	2
第四節 研究範圍與研究限制.....	3
第五節 名詞解釋.....	3
第二章 文獻探討.....	6
第一節 多媒體學習理論.....	6
第二節 激發式動態呈現.....	11
第三節 二次函數.....	13
第四節 認知診斷評量.....	14
第三章 研究方法.....	19
第一節 研究流程.....	19
第二節 研究對象.....	21
第三節 研究設計.....	22
第四節 研究工具.....	23
第五節 分析工具.....	27
第四章 結果與討論.....	30
第一節 簡易二次函數試題分析.....	30
第二節 後測及延後測之敘述統計量.....	49
第三節 技能精熟程度在簡易二次函數之分析.....	54
第四節 認知能力在簡易二次函數之比較.....	63
第五章 結論與建議.....	68
第一節 研究結論.....	68
第二節 研究建議及未來研究方向.....	69
第六章 參考文獻.....	71
一、中文部份.....	71
二、英文部份.....	72

表目錄

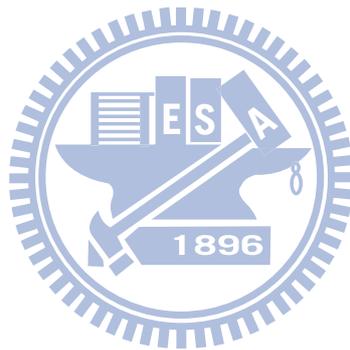
表 1-1 認知能力的分類	5
表 3-1 第三次定期評量總人數	21
表 3-2 第二次定期評量敘述統計量	21
表 3-3 起始能力檢定	22
表 3-4 技能表	24
表 3-5 後測 Q-矩陣	25
表 3-6 延後測 Q-矩陣	25
表 3-7 後測雙向細目表	26
表 3-8 第三次定期考查雙向細目表	26
表 4-1 後測及延後測敘述統計量	30
表 4-2 後測未分組之敘述統計量	50
表 4-3 後測未分組 t 檢定摘要表	50
表 4-4 後測低分組之敘述統計量	50
表 4-5 後測低分組 t 檢定摘要表	50
表 4-6 後測中分組之敘述統計量	51
表 4-7 後測中分組 t 檢定摘要表	51
表 4-8 後測高分組之敘述統計量	51
表 4-9 後測高分組 t 檢定摘要表	51
表 4-10 延後測未分組之敘述統計量	52
表 4-11 延後測未分組之變異數分析表	52
表 4-12 延後測低分組之敘述統計量	52
表 4-13 延後測低分組之變異數分析表	53
表 4-14 延後測中分組之敘述統計量	53
表 4-15 延後測中分組之變異數分析表	53
表 4-16 延後測高分組之敘述統計量	53
表 4-17 延後測高分組之變異數分析表	54
表 4-18 三 A 及三 B 在後測之技能精熟程度估計值	55
表 4-19 後測未分組各技能精熟程度之 t 檢定摘要表	55
表 4-20 後測低分組各技能精熟程度之 t 檢定摘要表	56
表 4-21 後測中分組各技能精熟程度之 t 檢定摘要表	56
表 4-22 後測高分組各技能精熟程度之 t 檢定摘要表	57
表 4-23 延後測中實驗其他組技能精熟程度估計值	57
表 4-24 延後測未分組之各技能精熟程度變異數分析表	58
表 4-25 延後測低分組之各技能精熟程度變異數分析表	59
表 4-26 延後測中分組之各技能精熟程度變異數分析表	60
表 4-27 延後測高分組之各技能精熟程度變異數分析表	61

表 4-28 各認知能力在後測及延後測之題號	63
表 4-29 後測未分組在認知能力之 t 檢定摘要表	63
表 4-30 後測低分組在認知能力之 t 檢定摘要表	64
表 4-31 後測中分組在認知能力之 t 檢定摘要表	64
表 4-32 後測高分組在認知能力之 t 檢定摘要表	65
表 4-33 延後測未分組認知能力之變異數分析表	65
表 4-34 延後測低分組認知能力之變異數分析表	66
表 4-35 延後測中分組認知能力之變異數分析表	66
表 4-36 延後測高分組認知能力之變異數分析表	67



圖目錄

圖 2-1 多媒體學習認知模式	6
圖 2-2 中學二次函數地位分析圖	13
圖 2-3 第 i 位受試者對第 j 題的反應程序圖(de la Torre, 2009a)	17
圖 3-1 研究流程圖	20
圖 3-2 教學課程流程圖	23
圖 3-3 SPSS 執行畫面	27
圖 3-4 Ox 執行畫面	28
圖 3-5 Tester2 執行畫面.....	29



第一章 緒論

本章主要分為五小節，第一節為「研究背景與研究動機」；第二節為「研究目的」；第三節為「研究範圍與研究限制」；第四節為「待答問題」；第五節為「名詞解釋」。

第一節 研究背景與研究動機

教育是百年樹人的工作，2000年時，美國提出「不放棄每個孩子」(No Child Left Behind, NCLB)教育改革計畫，並在2001年由總統小布希簽署實施；陳之華女士在2009年以芬蘭教育為主軸寫了一本書，中文書名為「每個孩子都是第一名」，但作者卻覺得英文書名較貼切，「We take every child on board. (我們將每個孩子都帶上來)」；而近年我國民間教改團體或人士也不斷呼籲此理念，政府也正視了學生課業壓力的問題，教育界興起了一波波的教育改革措施，先不論其成效如何，但改革總是希望讓整個教育體制及教育氛圍變得更易學習，讓學生更能在輕鬆學習中成長。因此，思考如何讓所有的孩子不害怕數學，使他們能在快樂中學習；如何在有限時間內將該傳授給學生的知識以更易了解的方式傳達出去，變成現今教師的一大課題。

由經濟合作發展組織 (Organisation for Economic Co-operation and Development, 簡稱 OECD) 主辦的「國際能力學生評量計畫」(Programme for International Student Assessment, 簡稱 PISA) 測驗，每三年舉辦一次，以國三及高一學生為主；我國學生在2006年第一次參加測驗，在「數學素養」方面平均成績為第一名；2009年是第二次參加，臺灣學生平均數為543分，略低於2006年的549分，但遠高於OECD會員國平均(496分)，排名第5名。在數學方面，PISA將學生的表現區分為：未達水準1以及水準1到水準6，共七級的素養水準。其中達到水準3的學生多能勝任日常生活的各項基本任務，水準5以上的學生是屬於表現優異的層級，未達水準2的學生則是屬於應實施補救教學的重點對象。在「數學素養水準」方面，我國學生在水準5以上的表現優異人數比例為28.5%，是OECD會員國平均的2倍。整體而言，水準4的學生最多(教育部，2010)。

而另一方面，由TIMSS 2003及TIMSS2007 (Trends in International Mathematics and Science Study) 所作調查中，我國學生在數學平均量尺分數分別為第4名及第1名，且臺灣的國中生在數學五大主題(數、代數、測量、幾何、統計)上表現均超過國際平均得分，但在數學自信上卻明顯不足，在數學學習具有高自信心的百分比僅比日本略高，而數學學習中度自信心的百分比為最低(教育部，2010)；而我國TASA在2007年學生作答反應與學生問卷中，對臺灣學生在

數學領域中的學科喜愛度及學習自信心調查研究也發現，程度在非常低及低的學生人數總和均超過半數（國家教育研究院，2010）。

以研究者站在教育第一線所任教之班級來看，國三的班級已呈現明顯的雙峰現象，而且原本中間程度的學生，似有往兩側游移的跡象；以研究者的經驗，學生對於「數學」的恐懼與日劇增，不但低分組的學生已因在數學領域中找不到成就感而產生放棄的心理，而高分組的學生對數學的熱愛已因害怕在段考或基測中失分而銳減，連帶使得他們亦無法享受解題所帶來的成就感。「數學」本身就是一門異於社會科學的學問，因其前後連貫，環環相扣的特性，造成對於想征服它的學生而言，只要有某幾單元觀念不清，就可能在日後的某些單元產生巨大的漣漪。

本研究以「二次函數」中的「簡易二次函數」為研究主題，其先備知識為國中一年級的「函數及其圖形」與二年級的「一元二次方程式」等，若其函數觀念不清，或配方法不熟練……等，在「二次函數」單元中可能都會造成事倍功半的效果，且往後還要再延伸至高中「圓錐曲線」單元，因此，「二次函數」單元在國中數學地位的重要性不言可喻。因此，本研究透過陳明璋博士及其研究團隊所開發之AMA系統，針對兩實驗班分別製作一套多媒體教材實施教學，並藉由認知診斷測驗，以G-DINA模式診斷出學生在哪一個單元中的哪一個技能（skill）學得不夠完整精熟。



第二節 研究目的

本研究針對國中三年級課程二次函數中的「簡易二次函數及圖形」單元的學習，以三年級某班（三A班）採「激發式動態呈現之教材設計教學」為實驗組，以三年級某班（三B班）採「傳統多媒體（一般投影片）之教材設計教學」為對照組，以其餘全校三年級學生（共23個班）為其他組，主要的研究目的為下：

- 一、不同的多媒體教學設計方法對不同學業成就之學生在學習成效上是否有顯著差異？
- 二、不同的多媒體教學設計方法對不同學業成就之學生在技能精熟程度上是否有顯著差異？
- 三、不同的多媒體教學設計方法對不同學業成就之學生在各認知能力上的學習是否有顯著差異？

第三節 待答問題

本實驗所預定要研究的問題如下：

- 一、在後測中，實驗組與對照組的高中低分組各別的學習成效是否有差異？
- 二、在延後測中，實驗組、對照組與其他組的高中低分組各別的教學成效是否有差異？

- 三、在後測中，實驗組與對照組的高中低分組各別的技能精熟程度是否有差異？
- 四、延後測中，實驗組與對照組與其他組的高中低分組各別的技能精熟程度是否有差異？
- 五、在後測中，實驗組與對照組的高中低分組各別的認知能力是否有差異？
- 六、在延後測中，實驗組與對照組與其他組的高中低分組各別的認知能力是否有差異？

第四節 研究範圍與研究限制

本實驗所研究之主題為國中數學部編版第五冊第3章「二次函數」單元中的「二次函數與圖形」概念，並不包含其中二次函數配方法與拋物線之最大最小值的探討。

本實驗樣本為方便樣本，實驗組為研究者所任教之班級，而所採實驗組及其他組均為新竹市某一所國中(入學時以入學成績作常態S型分班)之三年級學生。

此研究結果能否推論至全新竹市國中甚或全國，可能需再深入研究之。

第五節 名詞解釋

(一) Q-matrix

Q-matrix是指將每一道試題所需技能以列向量來表示，因此若共有J道試題及K個技能，則Q-matrix的大小即為 $J \times K$ ；而解題所需使用之技能以「1」表示，不需使用的則以「0」表示，其元素 q_{jk} 定義如下：

$$q_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{第 } j \text{ 道題需要第 } k \text{ 個技能} \\ 0 & \text{第 } j \text{ 道題不需第 } k \text{ 個技能} \end{cases}$$

其中， $j=1,2,\dots,J$ ， $k=1,2,\dots,K$

舉例來說，若有一Q-matrix如下所示，

$$Q = \begin{matrix} & K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} & \leftarrow & \text{第一題} \\ & \leftarrow & \text{第二題} \\ & \leftarrow & \text{第三題} \\ & & & & & & \end{matrix} \Bigg]_{j \times k}$$

則表示說第一道題目只需具備技能1即可，第二道題目則需具備技能1、技能2及技能4方能解答，以此類推。

(二) 激發式動態呈現 (trigger-based animation)

激發式動態呈現就是以一個物件當按鈕來控制一連串的動態呈現；此一方法可以協助展演者適時的呈現數位內容，吸引聽眾的注意力，引導學習，進而降低學習者的認知負荷，以達到學習功效。

(三) 簡易二次函數 (simple quadratic functions)

所謂簡易二次函數係指一般二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 中去除一次項的二次函數，型如 $y = ax^2 + k$ ，其中 $a \neq 0$ 。

(四) 認知能力

認知能力之「概念理解 (Conceptual understanding)」、「程序執行 (Procedural knowledge)」、「解題思考 (Problem solving)」等三個能力的分類是比照 NAEP (National Assessment of Educational Progress) 數學能力分類，詳細分類內容如下頁表 1-1 所示。



表1-1 認知能力的分類

認知能力與層次		NAEP 數學能力
概念理解	基礎層次	1.能辨識、指認和舉出實例或反例。
		2.能使用模型、圖表，及各種概念的表徵並了解相互的關連。
		3.能指認並應用有關原理。
		4.能知道事實與定義以說明觀念。
		5.能比較、對照並統整相關概念與原理來延伸概念與原理的性質。
		6.能指認、說明及應用抽象化的符號或術語來表示概念。
		7.在數學情境中，能解釋有關數學概念的假設與關係。
程序執行	擴展層次	1.能判別或判斷具體模型或符號運用方法過程的正確性或適切性。
		2.能正確計算。
		3.能運用不同的數學邏輯以有效解決數學問題。
		4.能讀、設計圖表以表現過程。
		5.能執行幾何構圖。
		6.能操作非計算的技能，如四捨五入、排序等。
解題思考	高級層次	1.推理與分析的能力。
		2.能認清問題並能用數學式表示。
		3.能判辨資料的充分性和均質性。
		4.能使用策略、數據、模型。
		5.能產生、修訂、充實。
		6.能判斷問題答案或方法的正確性。
		7.能利用空間、歸納、演繹、統計、比例等推理。

第二章 文獻探討

本章針對本研究主題作相關的文獻探討，共分為四節。第一節為「多媒體學習理論」；第二節為「激發式動態教學」；第三節為「二次函數」；第四節為「認知診斷評量」。

第一節 多媒體學習理論

根據Mayer(2009)的定義，多媒體可分為兩類：文字(words)及圖像(pictures)。文字(words)包含印刷或書寫文字(printed words)以及語音表達的文字(spoken words)兩種；而圖像則包含靜態圖(如插圖、地圖或照片)以及動態圖(如影音、動畫或影片)兩種，這與Paivio(1986)所提出的雙碼理論觀點非常類似。因此，一般課堂上的傳統板書教學，由授課者在黑板上書寫文字外加口述講解，有時再輔以圖示或教具展示，廣義的來說，亦可歸類為多媒體教學的一種。

但無論是板書教學，還是投影片教學、或影片教學，最主要的還是著重在學生的學習成效，因此在教學過程中均必須注意學生是否能有效處理這些教學模式所帶來的訊息。Mayer(2009)說明使用多媒體學習時，對於學習者如何分配與處理多媒體訊息，提出了三項假設：

一、雙通道理論 (Dual Channels)

多媒體學習理論認為人類對於以視覺形式或聽覺形式的訊息有各自的獨立通道，而且這兩獨立通道間的訊息是可以互相傳遞的。圖 2-1 為多媒體學習的認知模式示意圖。

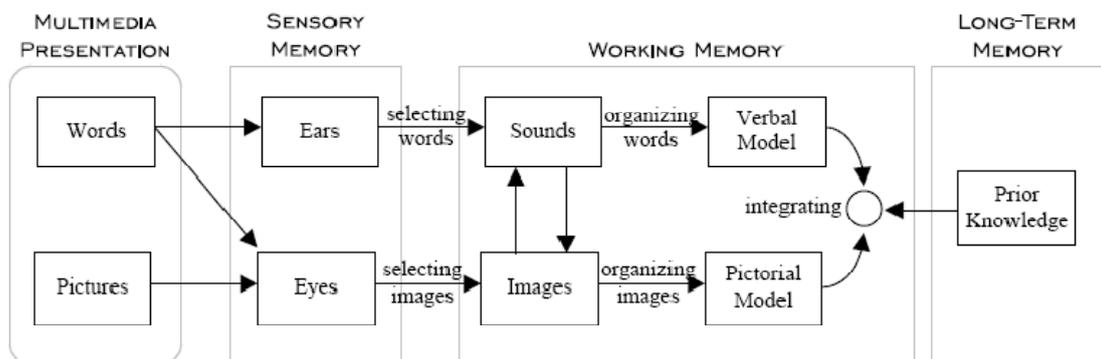


圖 2-1 多媒體學習認知模式

資料來源：引自 Mayer (2001)

二、有限容量 (Limited Capacity)

人類在每一種通道中所能處理的訊息量均十分有限，在每一時間的每一通道中，只有片段的訊息能被主動的處理(Baddeley, 1998; Sweller, 1999)。當人類透過感官來接受到外來因素刺激時，有部分會轉存為感官記憶 (sensory memory)，有部分則會忘記，轉存為感官記憶的訊息亦可能透過編碼的方式將之儲存至長期記憶區 (long-term memory)。

而教學的目的就是希望能在有限時間內讓學習者透過感官記憶編碼至長期記憶區，但若教學流程安排不當，將造成學習者在短時間內的認知負荷，反而造成反效果。而這就如同在車流量較大的路段，卻又封閉其一半車道，如此要使其車流順暢，無異緣木求魚。

三、主動處理 (Active Processing)

主動認知處理包括投注注意力、組織進入訊息以及整合進入訊息與現存知識三種功能。當學習者主動處理，注意到呈現素材中合適的文字或圖像而專注在某一認知學習上時，立即進行相關訊息的統整，在此過程中會將外在訊息有系統的分配至工作記憶中，進而建立各訊息間的聯結，並將其與原本儲存於長期記憶中的相關訊息取出進行整合，如此每一種學習才是有意義的學習。

Clark & Mayer (2008) 根據多年教學實驗提出了「多媒體學習理論」(Multimedia Learning Theory)，並歸納出多媒體教材的一些設計原則：

一、多媒體原則 (Multimedia Principle)

其主要是指透過「文字」與「圖像」並行的教材設計，學習效果會比僅採用「文字」的好。當兩者並行呈現時，學習者在處理認知訊息，較能建構文字及圖像的心智模型，並從中建兩種心智模型之間的關連性。

反之，若只呈現「文字」，則學習者雖能建立其文字心智模型，但缺乏圖像呈現，即無法在心裡產生圖像模型，亦無法使文字與之產生關聯。

本研究單元為「簡易二次函數」，本就需大量的「圖像」，設計教材時再加上適當的「文字」呈現，讓學習者能產生圖像與文字之間的連結，故本教材設計符合「多媒體原則」。

二、空間接近原則 (Spatial Contiguity Principle)

如果在視覺畫面上的「文字」及「圖像」所呈現的位置較近時，學習者的學習成效比兩者相對位置彼此較遠時的學習成效要好。因在有限的視覺畫面上呈現時，「文字」若與「圖像」相距太遠，易造成學習者浪費其認知資源去搜尋對照，亦即相對應的「文字」及「圖像」彼此位置較接近時，學習者較有可能將認知資源放在接收訊息上，進而將訊息容納於工作記憶中。

而其處理方式除了文字與圖像相對位置的靠近之外，也可適當使用連接線連接文字與圖像兩者，如此學習者也可很快地搜尋到彼此相關的訊息，又或在訊息或元素眾多的畫面上，利用AMA (Activate Mind Attention) 的功能，依教學流

程設計以步驟化的方式呈現其內容，並適度的以AMA的開關功能，將已呈現過的內容關閉，減少學習者的認知負荷，亦減少畫面上的複雜度，其中AMA系統是陳明璋博士於2002年以教學為導向所開發的簡報系統，AMA可以外掛的方式與PowerPoint結合成一個展演教材的平台。

在教材設計上，文字與圖像共同相關的資訊，均放在附近，減少學習者搜尋的時間，並利用AMA製作開關，將沒有要呈現的資訊先行關閉，以減少學習者在學習上的負擔。

三、時間接近原則（Temporal Contiguity Principle）

時間接近原則是指相關的文字與圖像同時呈現比接續呈現的效果要好。因口語敘述的文字解說與圖像呈現的視覺畫面是經由不同的通道進行傳遞，因此文字與圖像的同時呈現，對學習者來說並不會造成負擔，反而使學習者更能在短期記憶區（short-term memory）留住此二者的心理表徵，如此能有更多的機會建立起兩者的關聯性，減少工作記憶的使用量，增加學習成效。

反之，當相對應的文字與圖像在不同時間分離呈現時，先出現的訊息因已在圖像出現前消失，導致後來本應與之對應的訊息出現後難以與前訊息整合，造成學習者較無法同時在工作記憶中留住兩者的心智表徵，如此則較不可能建立文字表徵與視覺表徵間的心智連結；意即若學習者在聽到一句或一段文字及看到與之相關圖像或動畫間的時間間隔較短，學習者應有機會可建立其文字與圖像之間的連結；倘若學習者在聽到一段文字與看到相關連之動畫圖像間的時間間隔較長時，學習者較不可能建立文字及圖像之間的連結。

在本實驗教材設計中，將相關的文字與圖像配合教學者口語敘述呈現，以符合「時間接近原則」。

四、通道原則（Modality Principle）

在文字訊息的呈現上，透過口述的解說方式呈現會比書寫或印刷的文字呈現有更好的效果。因為當文字與圖像均以視覺的形式呈現時，此兩者就在視覺的通道中彼此競爭學習者的認知資源，而聽覺的通道則是閒置的；反之，若能將圖像呈現搭配口述講解，如此視覺及聽覺兩通道均是暢通的，且不會互相干擾，並能有效降低工作記憶的使用量，以提高學習效率。

因此，在設計教學教材上，必須適度的安排教材呈現上的順序及時間，並輔以口述文字講解，使其亦符合時間接近原則，以達到學習者學習之目的，收相輔相成之效。

在教學時，當圖像的呈現量已十分龐大，教材的設計就不再加進文字佔用學習者的視覺通道，而以口語敘述配合圖像的展演讓學習者在雙通道並用的情況之下，達到最佳的學習效果。

五、重覆原則（Redundancy Principle）

「重覆原則」，又稱「冗餘原則」，Mayer(2001)指出，當圖像訊息以視覺呈現時，視覺文字及口述文字同時呈現可能降低有意義學習的機會。其與 Sweller (1998) 所提的多餘效應相似但卻不盡相同。「多餘效應」係指在任何一種多媒體學習情境中，要有更好的學習成效則必須刪除多餘的訊息教材內容，而不是包含多餘無用的教材。

「重覆原則」意指在一份教材中，學習者在只有「圖像或動畫外加口述文字講解」的學習效果上，比起「圖像或動畫、口述文字講解外加字幕」的學習效果要來得好。最主要是由於圖像與字幕的呈現均須佔據視覺通道的認知資源，造成彼此的相互競爭衝突，導致學習者因專注於文字訊息而忽略了建立圖像表徵，加深學習者的負荷，反而事倍功半。

六、連貫原則 (Coherence Principle)

「連貫原則」，又稱「一致性原則」，意指不相關的文字與圖像會降低學習者的學習效果。教材設計上若能排除掉與教學主題不相關之文字、圖像、動畫或音效...等，學習者的學習成效將更好。

因為這些與教學主題不相關的文字、圖像或音樂，彼此之間在學習通道中會競爭，加深學習者工作記憶中認知資源的浪費，進而分散了學習者學習上的專注力，在彼此干擾的狀態下，反易誤導學習者對該學習的重要內容產生不必要或不重要的連結。

所謂連貫，是指各教材元素間的結構關聯性，若可排除掉與教學主題無相關之元素時，學習者在整個學習過程中得以連貫學習，而當其為必要加入之元素，以引起學生興趣時，宜以教學相關主題的圖像或文字插入；反之，若一味地只是想美化其多媒體教材，加入無謂的音效、美編、圖檔或文字，雖有時可提高學習者的學習興趣，但這些無關的資料卻浪費了學習者的認知資源，將學習者從重要的資料或訊息中分散注意力，亦可能使學習者環繞在不相關的主題上空轉，造成工作記憶資源的浪費。

因此在教材設計上，整份教材雖看起來略顯單調，但其並無任何無謂的音效、插圖及文字出現，背景畫面亦以單一顏色呈現，以確保學習者的注意力可以在教學者所展演的教材上。

七、個別差異原則(Individual Difference Principle)

Mayer (2001)指出高學習成就的學習者對一份設計不妥的教材，可以使用他們的先備知識來補償教材呈現中的缺失，例如從文字中的敘述形成其心智中的學習影像；而低學習成就的學習者則無法從其先備知識中彌補教材呈現的不足。而高空間能力(high-spatial)的學習者也擁有較佳的整合能力，能從多媒體的呈現中統整出視覺與表徵的訊息。

其意指多媒體教材的設計效應 (Design Effect)，對於低知識(low-knowledge)的學習者比起高知識(high-knowledge)的學習者效果來得更好；而多媒體教材對

高空間能力(high-spatial)的學習者亦比對低空間能力(low-spatial)的學習者學習效應來得更佳。

再者，良好的教材設計有益於學習者在學習過程中的理解，且低知識學習的學習者比高知識學習的學習者更可從設計良好的教材中獲益，達到學習效果。因此，在使用多媒體教材教學之前，學會如何設計及使用一份多媒體教材也是重要的課題。

在教學上，展演者以不急不徐的速度教學，並在較難理解之處放慢腳步，且偶爾拋出一些可以幫助學習者思考的問題來幫助學生理解，以降低或消弭其間個別差異。

八、分割原則 (Segmenting Principle)

所謂分割原則是指當多媒體教材內容過於龐大時，有必要將其內容分割為數個小片段，並且能由教學者控制各小片段呈現的時間，以相對較少的觀念或步驟呈現給學習者，如此學習者才能有足夠的時間及能力去組織這些文字或圖像所代表的意涵，當學習者累積足夠的訊息，就能將之有效整合放入記憶區中，並再進行下一片段的學習。

反之，若多媒體教材的教學方式是以連續播放的方式呈現，雖然學習者亦能從各片段中截取文字內容及圖像，但當學習者正忙著整合組織其所截取之文字及圖像時，因多媒體的連續播放，接連呈現了下一片段的訊息內容，容易造成學習者在視覺及聽覺雙通道的負荷，影響其學習成效。(Mayer,2003)

因本研究主題僅為「簡易二次函數」，其內容不算大量，再加上研究者以兩節課的時間展演教學，再將其內容分為四小部分，以期能使學習者在各個小片段的學習上整合。

九、事先訓練原則 (Pretraining Principle)

事先訓練原則是指學習者若能夠事先知道教學主題的主要概念名字及其特點，學習效果較好。

學習者因需要學習該主題內容的知識而進行了「預習」的動作，當教學過程中出現了相關資訊或專有名詞、特徵時，能使學習者更加加深印象，提高其注意力。一旦學習者有了適當的事前訓練，多媒體教材的呈現便能增進學習者的學習效果，亦可促進高品質的教學成效。

多媒體教學設計最好依據系統化和步驟化來設計進行，較易達到預期的目標。而數位教材設計的步驟，以數位學習領域所發展出來的「ADDIE教學設計模式」最為普遍，此模式簡稱為「ADDIE」。其包含了「分析(Analysis)、設計(Design)、發展(Development)、實施(Implementation)、評鑑(Evaluation)」等五個項目。在不同多媒體教材學習中，好的教學設計方法可跨越不同媒介 (Mayer, 2003)，且其五項模式是可循環反覆的，並且能以之說明並改善教學成效，使得在設計教材上更具備彈性空間。

第二節 激發式動態呈現

教學訊息的呈現設計，經常需要在單一畫面上將欲傳達的訊息切割重組，作有組織、有彈性、有步驟的逐一呈現或互動呈現（陳明璋，2006）。如果運用動畫軟體來滿足這個需求，一個教案由劇本構想的形成到完成，需要教學專業與美編專業之間的不斷的互動與協調，需要付出很高的人力及時間成本；如果運用程式設計來編輯，那麼所需要的成本就更高了。何況教學設計需要教師一連串的灌注靈感，隨時將教學的創意融入，並經不斷的測試、修改，達到教師與教材均共同成長的目的。

由 2002 年開始，陳明璋博士及其 Informath 研究團隊開發創建了一套「數學簡報系統（Mathematical Presentation System, MathPS）」，其是以 Microsoft 公司的「PowerPoint」為平台外掛增益集的方式，而發展出教學導向的一向教學系統。陳明璋博士基於認知科學與多媒體學習理論，進一步的提出激發式動態呈現（Trigger-based Animation），並配合視覺化（visualization）的方式，期能降低多媒體教材對學習者所造成的認知負荷，進而將教學內容更有結構地呈現在學習者的面前，以突顯出教學重點，並協助學習者進行更有意義及效率的學習。因應這個設計理念的重要演進，「MathPS」也正式改稱為「AMA」（Activate Mind Attention）系統。

陳明璋（2008）指出，AMA 系統是一個以降低數位落差為出發點，所發展出來的一個媒體設計及展演的環境，主要有「激發式動態呈現 (Trigger-based Animation, TA)」，及「結構式複製繪圖法 (Structural Cloning Method, SCM)」兩大功能。激發式動態呈現就是以一個物件當按鈕來控制一連串的動態呈現；此一方法可以協助展演者適時的呈現數位內容，吸引聽眾的注意力，引導學習，進而降低認知負荷。結構式複製繪圖法以結構和複製的概念來詮釋造形，運用滑鼠精準的掌握大量的物件，原來的目的是用來解決設計教材時定位不易的問題，由於功能強大，可以繪製仿自然山水畫、複雜的對稱構圖以及光點系列等是一種新的繪圖法。

整體來說，AMA 系統是以數學概念所發展出來的教材設計及教學軟體，但其功能已不設限在數學教學方面。AMA 與 PowerPoint 結合可以成為一個數位內容設計及展演、繪本寫作及創意的平台。

一、AMA 系統的基本呈現模式—激發式動態呈現 (Trigger-based Animation, TA)

所謂「激發式動態呈現」即是以課堂授課導向為需求的多媒體教學設計，其概念為運用一個物件當作激發器 (trigger)，來控制多媒體教材中重要訊息的出現、消失、動畫或突顯，且一個訊息可以被一個或一個以上的按鈕控制；因此，整個教材預計呈現的流程、步驟，可以依展演者的需求有順序性的或有彈性的呈

現，更佳的是可以與現場的聽眾互動。以下就 AMA 系統的基本呈現模

- (一) 開關／關閉／突顯：在主要訊息上設一個透明開關，當滑鼠觸發時，可以激發訊息，將物件由關閉顯現出來，或將已顯示物件關閉成隱藏狀態；也可以改變物件性質，藉以突顯訊息。
- (二) 多元開關：可將多個控制物件的按鈕，顯示在同一位置上。當按鈕被觸發時，則具有排他作用。
- (三) 序列式激發：即是以一個按鈕控制一連串的物件，其訊息可循序出現；也可以排他的方式呈現，並隱藏前一訊息，以免發生干擾。若呈現的訊息重疊，則其過程就像是一簡單動畫。
- (四) 串接式激發：類似序列式激發，其也是循序的，但不同之處在於，每一個新出現的物件是下一個物件的激發器。其目的是因在激發一個訊息中，需要移動滑鼠指標，講解時有時也需要移動滑鼠，為了降地移動滑鼠所造成的分散注意力，因此就以滑鼠指標當下的物件當激發器。
- (五) 全開關（關閉）：一個按鈕控制一群物件，可同時出現或同時消失。
- (六) 1-1 開關：以群組的方式設定開關或關閉，將相同數量的兩個群組物件，以一群為激發器，另一群則為被激發物件，兩群之間以各群組物件的圖層順序分別一一對應。
- (七) 動態表格：一個表格可分成資料區與非資料區，以非資料區中的物件設為「全開關」、「行開關」、「列開關」以及「個別開關」，用來控制表格中與行列相關的資訊。
- (八) 連續動畫：給予兩個具有相同個數端點的多邊形，依據這兩個多邊形各端點的位置關係，當作首末兩項，中間產生多個連續的物件，並以第一個物件當作激發器。

二、激發式動態教學設計 (Trigger-based Animated Instructional

Design)

激發式動態呈現以降低數位落差的教材設計方式教學，尤其以課堂授課為導向的教學現場，更可因展演者的需求而適時呈現教材內容，吸引學習者的注意力，以達到教學效果。而欲妥善運用激發式動態呈現來設計相關教材，則有以下幾個特點：

- 一、激發注意：適時使用「開關」或「關閉」，突顯出主要訊息，關閉或淡化處理次要資訊，避免影響學習者的注意力，並可以作各訊息間的主要聯結。
- 二、分段切割：若展演內容過於龐大，可因需求作教材的分段或群化，幫助學習者做前後訊息的連貫性統整，降低其認知負荷。
- 三、多重組合：將分段切割後的訊息有意義的做分組並群化之，再以各自不同的激發器將其激發，以達教學者的目標。

- 四、彈性激發：教學者可順序性的、選擇性的呈現欲展演的課程內容，或隨意的依其需求觸發之。
- 五、平順連貫：教學者所展演的課程內容完全可以依當時的情境，平順連貫進行教材的展演控制。
- 六、溝通互動：透過多媒體的教材設計，可以讓教學者與學習者間的溝通管道暢通，並可因良好互動達到教學效果。
- 七、適性教學：教學者可依教材內容的情境做任何自由的控制，包含欲呈現的訊息順序、移除、速度或連結等。

整體而言，AMA 多媒體教材的製作，是以引導學習者注意力為目的，當畫面的訊息量過於龐大時，可以運用激發式動態教學設計方式，或依步驟化、區塊化等方法，減少教學畫面所呈現的訊息量，使學習者能降低認知負荷，並有效建立其相關訊息間的連結。但要注意的是，若教學者過度的運用或不當的展演，亦有可能形成學習者在學習上的障礙而產生負面效果。

第三節 二次函數

函數是臺灣學生從國中到大學都必須要學習的數學概念(謝豐瑞、陳材河，1997)。早在國小階段在數各大小月份的天數時，雖未出現「天數為月份的函數」此等敘述，但學生其實已接觸到了函數的雛形。而函數定義及相關名詞的出現則是在國中一年級正式介紹，先從「函數」、「常數函數」、「一次函數」，進而到國中三年級時的「二次函數」。

本研究是採99年國中數學部編版第五冊第三章來要進行研究教學，圖2-2為二次函數的地位分析。

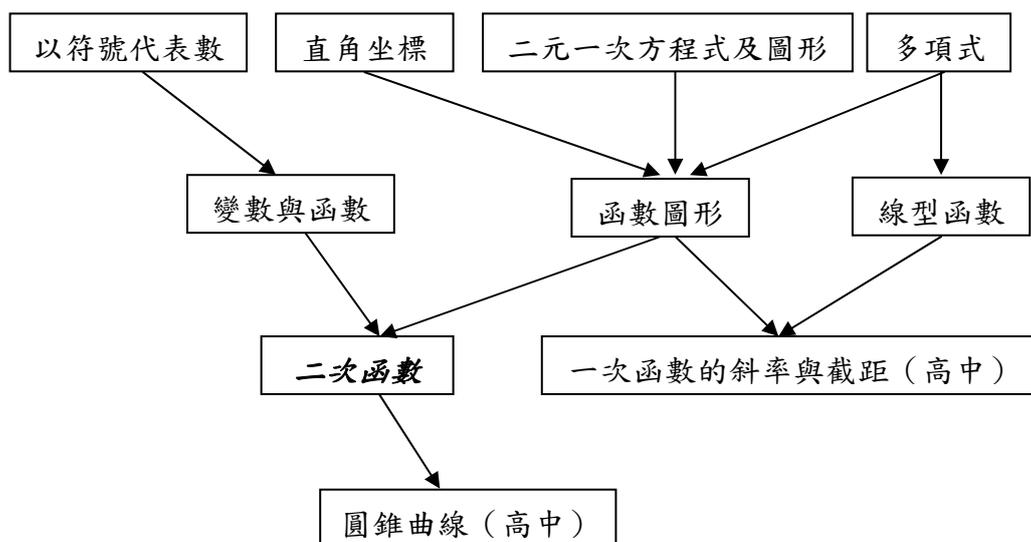


圖 2-2 中學二次函數地位分析圖

在本研究中所進行實驗的內容為「簡易二次函數」，其為型如 $y = ax^2 + k$ ，其中 $a \neq 0$ 的二次函數，因其缺少一次項，故頂點均在 y 軸上，且圖形的對稱軸也均為 y 軸。在課本的編排中為單元 3-1，其內容並不包含配方法、圖形的左右平移與二次函數的最大或最小值。

據廖家瑩 (2010) 的研究指出，其以國中二年級學生實施教學後，在後測成績上，具有以下幾點結論：

- 一、激發式組成績皆高於非激發式組成績，且 effect size 為 0.43，具有中強度效果。
- 二、以低分組學生成績來看，激發式組成績優於非激發式組，但進步分數激發式組略低，effect size 為 0.35 具中強度效果。
- 三、以中分組學生成績來看，激發式組成績優於非激發式組，但進步分數激發式組略低，effect size 為 0.47 具中強度效果。
- 四、以高分組學生成績來看，激發式組成績優於非激發式組，但進步分數激發式組略低，effect size 為 0.87 具中強度效果。

此可推論，激發式動態呈現教學設計，會使得高能力的學生表現更好。

Zaslavsky (1997) 認為傳統上，先學線性函數及二次方程式，之後再學二次函數的順序反而成為學生學習二次函數的阻礙。

Zaslavsky 指出學生在學習二次函數時最常犯的五種迷思概念如下：

- 一、學生在學習二次函數時，往往只看到局部的函數圖形，而忽略了它只是真正圖形的一部份而已，事實上其圖形為無限延伸的。
- 二、學生可能在學習順序上，先學二次方程式後再學二次函數，導致將二次方程式及二次函數之間的關係混淆。就像某兩個等價關係的一元二次方程式，如 $-x^2 - 5x - 6 = 0$ 與 $2x^2 + 10x + 12 = 0$ ，其解是相同的；但若以二次函數來看， $y = -x^2 - 5x - 6$ 和 $y = 2x^2 + 10x + 12$ 之間卻是不同的兩個二次函數，其圖形的開口大小、開口方向、頂點...等均不相同。但學生在學習過程中可能因其二次方程式的解相同而誤解它們是相同的二次函數。
- 三、在學習二次函數的過程中，學生易將線型函數的先備經驗類推至二次函數中，因此誤以為二次函數的圖形是一直線。
- 四、學生可能會認為 $y = ax^2 + bx + c$ ，其中 $a \neq 0$ ，此為一個二次函數；但當 $b = 0$ 及 $c = 0$ 時，反而學生就認為不屬於二次函數的範疇了，因此學生無法有效運用二次函數的概念。
- 五、學生可能會認為只要任意找到其中一個坐標值可符合該二次函數，就可以決定其頂點為何。

第四節 認知診斷評量

傳統評量主要目的在於選擇的功能，其測驗理論的建構，主要是想估計出個

人在某種潛在變項中的位置(涂金堂, 2003)。其根據邏輯分類與內容細目來進行評量設計, 但卻忽略了知識結構與學習歷程的詳細描述(Nichols, 1994)。傳統評量試題常依據 Bloom et al.(1956)所提出的六個教學目標: 知識、理解、應用、分析、綜合與評鑑來編製, 並由其學生 Anderson(2001)修改為記憶、了解、應用、分析、評鑑與創造來編製試題, 但顯然此等測驗出來的分數所代表的只是學習者的能力在某一群體中所處的相對位置, 而無法確切指出該學習者是否具備精熟某些技能(skill)的訊息。

余民寧(1995)指出, 認知心理學可以對教育評量或心理測驗理論有下列幾點顯著的貢獻:

- 一、認知心理學對認知歷程的研究成果, 有助於我們進一步瞭解測量背後所表徵的理論建構。
- 二、認知心理學能針對教育測量所要測量的教學目標, 提供創新的測量策略, 以及改善現有測量工具的缺失。透過認知心理學的協助, 教育測驗可以針對教學與學習歷程, 供更多的診斷和有用的訊息。
- 三、教育學術有許多新創的性向、學習與成就理論, 都是由認知心理學的相關研究所建構得來的。因此, 將認知心理學的研究結果, 與教育評量相結合, 意謂著教育測量將有全新的發展趨勢。

而認知診斷測驗主要的目的在於透過測驗的結果, 分析學習者在整份教材學習中, 哪些觀念不清, 哪些概念不懂, 藉以提供教學評量回饋或補救教學的參考(賴泳伶, 洪燕竹, 林居鶴, 2003)。鑑於認知心理學與教學評量理論均有其盲點存在, Nichols(1994)主張傳統測驗理論無法提供完整且有效的訊息, 讓教師對學習者的錯誤概念學習進行評量診斷, 因此, 他提倡將認知科學(cognitive science)與心理計量學(psychometrics)結合, 發展出新的診斷評量方法, 藉以診斷出學習者的概念迷失與錯誤類型。Nichols 將這種新的診斷評量方法, 稱為認知診斷評量(cognitively diagnostic assessment, 簡稱為CDA)。

認知診斷評量是以技能為診斷目標, 為的是診斷學習者是否習得該單元的某些技能, 而每一個技能都是二元的分類, 即精熟(master)或不精熟(non-master), 分別以0、1表示之。也就是說, 一個認知診斷測驗如果欲評估學習者在該單元的 K 個技能的話, 則每一個學習者均可對應到 2^K 的反應組型其中之一(Huebner, 2010)。例如, 當 $K=2$ 時, 學習者的反應組型即有 2^2 種, 即 $\{0,0\}$ 、 $\{1,0\}$ 、 $\{0,1\}$ 、 $\{1,1\}$ 等4種。

為了表示各試題與各技能間的關係, 多數的認知診斷評量均使用 Q 矩陣(Q-matrix)當作技能影響試題的對照表(Tatsuoka, 1985), 且 Q 矩陣通常是由學科專家(subject matter experts, SMEs)來建立, 目的是決定學習者在解答每道試題時所需的技能為何?

Q矩陣是指將每一道試題所需技能以列向量來表示, 因此若共有 J 道試題及 K 個技能, 則Q矩陣的大小即為 $J \times K$; 而解題所需使用之技能以「1」表示, 不需使用的則以「0」表示, 其元素 $[q_{jk}]$ 定義如下:

$$q_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{第 } j \text{ 道題需要第 } k \text{ 個技能} \\ 0 & \text{第 } j \text{ 道題不需第 } k \text{ 個技能} \end{cases}$$

其中， $j=1,2,\dots,J$ ， $k=1,2,\dots,K$

舉例來說，若有一Q矩陣如下所示，

$$Q = \begin{array}{cccccc} & K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \leftarrow \text{第一題} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \dots & \leftarrow \text{第二題} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & \leftarrow \text{第三題} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \end{array} \right]_{j \times k} \end{array}$$

則表示說解答第一道題目只需具備技能1即可，第二道題目則需具備技能1、技能2及技能4方能解答，以此類推。

余民寧(2002)認為認知診斷評量模式分數的解釋，與描述受試者在領域表現的心理學模式有關；涂金堂(2003)指出認知診斷模式能提供教學者豐富的診斷訊息，具適用於各學科領域教學評量的優點。因此，認知診斷評量是近年來教育評量上的熱門研究主題，國外有許多關於認知診斷的研究，且被極力推廣與應用，而關於認知診斷的模型(cognitive diagnostic models, CDMs)種類，因其影響答對試題的機率來自於概念精不精熟，目前已有許多模式被研發應用，其中最具有代表性的為DINA模式(Deterministic Input, Noisy “And” Gate model, Junker & Sijtsma, 2001)，其模式的因簡單性及易解釋性而使其被推廣。

以下就DINA模式及G-DINA模式做一簡單介紹。

一、DINA 模式

DINA模式是許多認知診斷與評估方法的基礎(Doignon & Falmagne, 1999; Tatsuoka, 1995)。DINA模式是由Junker和Sijtsma(2001)的研究中所創建的。該模式假定受試者若具備解答該題的技能時，即能答對，但是因答對試題為一機率，此機率會受到兩個參數影響，即粗心(slip)與猜測(guess)，DINA的模式定義如下：

$$P_j(\alpha_i) = P(X_{ij} = 1 | \alpha_i) = g_j^{(1-\eta_{ij})} (1 - s_j)^{\eta_{ij}}$$

其中粗心(s_j)及猜測(g_j)兩參數的定義如下：

$s_j = P(X_{ij} = 0 | \eta_{ij} = 1)$ 代表受試者具備解答第 j 個試題所需的認知技能，但卻因粗心大意而答錯該題的機率。

$g_j = P(X_{ij} = 1 | \eta_{ij} = 0)$ 代表受試者不具備回答第 j 個試題所需的認知技能，但卻猜對該題的機率。

$\eta_{ij} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ik}^{Q_{jk}}$ 代表解答該題所需的認知技能是否完全具備；若完全具備

則其值為1，若至少缺少一個技能則為0。

X_{ij} ：代表第 i 個受試者在第 j 個試題的反應組型。

α_{ik} ：代表第 i 個受試者在第 k 個認知技能的有無，具備該技能者其值為 1，無則為 0，

Q_{jk} ：受試者答對第 j 個試題是否需要第 k 個認知技能，如需要該技能，則其值為 1，無則為 0。

由此模型可知 DINA 是一種將所有受試者分為兩類的模式，其一為學習者完全具備了所有的認知技能，則該題答對的機率則為 $(1-s_j)$ ，即 1 扣除粗心的機率；另一則為學習者至少缺乏了一種解答該題的認知技能，因此要正確的解答該題就只能用猜測的了。

圖 2-3 為 DINA 模式的示意圖，圖中的能力反應組型 $\eta_{ij} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ik}^{Q_{jk}}$ 代表解答該題所需的認知技能是否完全具備，如果 $\eta_{ij} = 1$ ，則受試者答對第 j 題的機率就是 $1-s_j$ ，如果 $\eta_{ij} = 0$ ，則答對的機率為 g_j 。

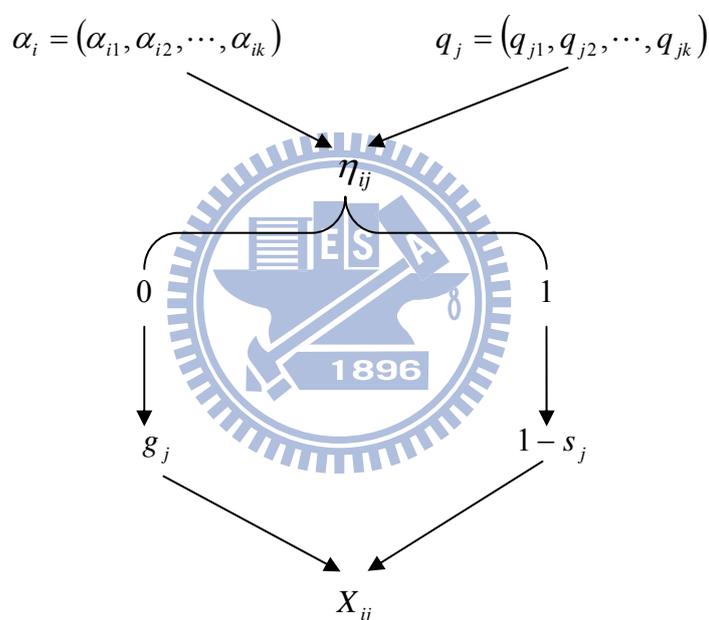


圖 2-3 第 i 位受試者對第 j 題的反應程序圖(de la Torre, 2009a)

綜上所述，DINA 模式實為一個簡單又便於解釋的估計模式，只因每道試是僅需包含粗心及猜測兩參數即可，並具有良好的模式適配度(de la Torre & Douglas, 2004)，也因此 DINA 能被廣泛的應用在許多測驗上。

而國外學者對於 DINA 相關模式的研究論文近年來也與日俱增，如下所列 (王文卿, 2010)：

(1) de la Torre & Douglas(2004) 探討了 DINA 與 Linear logistic model(LLM)模式的比較，利用 Markov chain Monte Carlo(MCMC)來進行參數估計，研究結果顯示 DINA 的參數估計精準度相較之下比較穩定。

(2) Henson and Douglas(2005)提出 Kullback-Leibler Information (KL)在 DINA 模

式下進行測驗編制。

- (3) de la Torre(2009a)詳述了 DINA 參數估計的方法，如 Joint Maximum Likelihood Estimation 及 Marginalized Maximum Likelihood Estimation 等，降低 MCMC 參數估計的時間。
- (4) de la Torre(2009b)針對選擇題型，提出 multiple-choice DINA 的模式，試圖從選項中獲得更多的診斷訊息，達到更精準的估計。
- (5) 在電腦適性化測驗上，Xu, Chang 與 Douglas (2003) 比較認知診斷架構下電腦適性化測驗策略的模擬研究。
- (6) McGlohen 與 Chang (2008)也提出了結合認知診斷測驗的電腦化適性測驗技術。
- (7) 在測驗編制上，Henson 與 Douglas (2005)提出利用 Kullback-Leibler Information (KL)在 DINA 下進行測驗編制。
- (8) Finkelman 與 Roussos (2009)提出利用基因演算法進行自動編制認知診斷模型測驗。
- (9) 在等化與信度上，Gierl, Cui 與 Zhou (2009)探討了在認知診斷評量下基於認知屬性的分數與信度 (reliability) 的研究。
- (10) Xu 與 Davier (2008)提出了一般化診斷模式間的等化與連結。

二、G-DINA 模式

G-DINA 模式(Generalized DINA Model, G-DINA)為 DINA 模式的一般化模型，由 de la Torre (2008)提出，可以下列方程式表示：

$$P(\alpha_{ij}^*) = \delta_{j0} + \sum_{k=1}^{K_j^*} \delta_{jk} \alpha_{lk} + \sum_{k' > k}^{K_j^*} \sum_{k=1}^{K_j^*} \delta_{jkk'} \alpha_{lk} \alpha_{lk'} + \delta_{j12 \dots K_j^*} \prod_{k=1}^{K_j^*} \alpha_{lk}$$

其中 δ_{j0} 代表試題 j 的截距。

δ_{jk} 代表對 α_k 的主要影響。

$\delta_{jkk'}$ 代表 α_k 和 $\alpha_{k'}$ 的交互影響。

$\delta_{j12 \dots K_j^*}$ 代表 $\alpha_k, \dots, \alpha_{k'}$ 的交互影響。

當 δ_{j0} 及 $\delta_{j12 \dots K_j^*}$ 不為 0 時，且 δ_{jk} 、 $\delta_{jkk'}$ 均為 0 時，此方程式就是 DINA 模式了，所以 DINA 模式是 G-DINA 模式下的特例。

本研究所作的參數估計即是採用 G-DINA 模式，在 Ox (Doornik, 2003)程式底下執行。該程式執行後提供了 G-DINA 的參數估計與標準誤還有認知技能的後驗分配及受試者的分類情形。

第三章 研究方法

本章就本實驗研究分為五小節說明，第一節為「研究流程」；第二節為「研究對象」；第三節為「研究設計」；第四節為「研究方法」；第五節為「研究工具」。

第一節 研究流程

本研究在研究流程方面大致上可分為幾個部分，簡述如下：

研究者在實驗研究前，先確定以「簡易二次函數」為研究主題，並作相關研究之文獻探討及擬定研究計畫；接下來即設計欲教學之教材、發展研究工具與編製後測試題，後測試題的部分則請兩位任教年資分別為19年及7年，且在不同學校服務的數學老師做內容效度的審視，並透過討論決定Q-矩陣；進而確定研究對象作教學實驗及教學後測以搜集資料，如圖3-1所示。

在後測進行完後，研究者開始編製本學期第三次定期評量題目（延後測），其題目內容除了與指導教授反覆討論外，亦委請同兩位數學教師進行內容效度審視，除了確定其Q-矩陣為何之外，亦維持題目難度為中間偏易；接下來在實施該學期全校定期評量並搜集資料以進行資料分析。



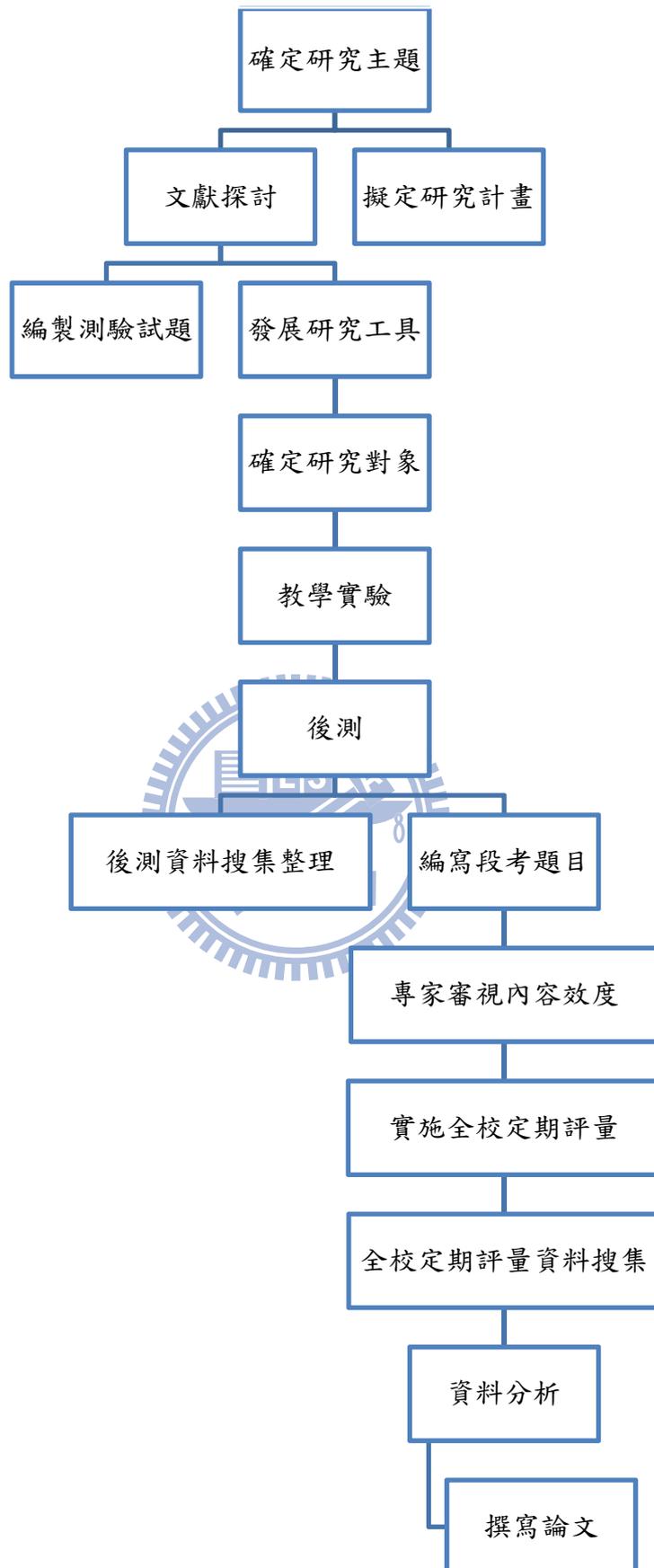


圖 3-1 研究流程圖

本研究中，主要探討在不同的多媒體教學（一為激發式動態投影片教學，一為一般非激發式投影片教學）呈現下，對學生的學習有無顯著效果。並再與一般傳統板書教學於延後測（第三次定期評量，共25個班）做比較，探究在多媒體教材教學下，學生是否將有更好的學習效果與更長期的學習記憶；且更進一步使用認知診斷評量測驗模型，藉以分析不同學習成就之學生在不同多媒體教學下，於各學習屬性技能及不同認知能力（概念理解、程序執行、解題思考）的題型中，能否有較好的表現。

第二節 研究對象

本研究對象的母群體為新竹市立某國民中學，其三年級總共25個班。

本校各年級均以國中一年級新生入學成績作為分班依據，由教育處統一採S型作常態分班。

本實驗採方便取樣，以研究者所任教之班級做為實驗組，共計2個班，實驗組為三A班（採激發式動態投影片教學），對照組為三B班（採一般多媒體投影片教學），其他組則為三年級其餘23個班（均採板書教學），實驗組教學時間為2節課（共90分鐘）。

因該實驗2節課實施時三A有一學生請假，故三A人數為35人，而三B人數為36人，其他組的23個班共803人，合計共25班874人，如表3-1所示。

表3-1 第三次定期評量總人數

學校	新竹市某市立國中			合計
班級編號	三A	三B	其餘23班	25班
人數	35	36	803	874人

本研究以99學年度第一學期第二次定期評量成績當作實驗組、對照組與其他組之起始能力檢定，如表3-2所示，以三A分數65.08分較低，三B分數66.50分較高，但三A、三B及其他這三組的平均分數均在66分左右，用以證明三A、三B及其他這三組學生的起始能力並無差異。

表3-2 第二次定期評量敘述統計量

三年級班級	個數	平均	標準差
三A	36	65.08	29.81
三B	36	66.50	25.04
其他23班	808	66.25	24.97

檢定之變異數分析如表3-3所示，其顯著性 p 值=0.96 > 0.05，顯示出實驗組（三A班）及對照組（三B班）間成績並無顯著差異；而此兩班也與其他組（其他23班）起始能力亦無顯著差異。故實驗組、二及其他組這三組學生在第二次定期評量成績上並無顯著差異。

表3-3 起始能力檢定

變異來源	平方和	自由度	平均平方和	F	p
組間	50.24	2	25.12	0.04	0.96
組內	556006.74	877	633.99		
總和	556056.98	879			

第三節 研究設計

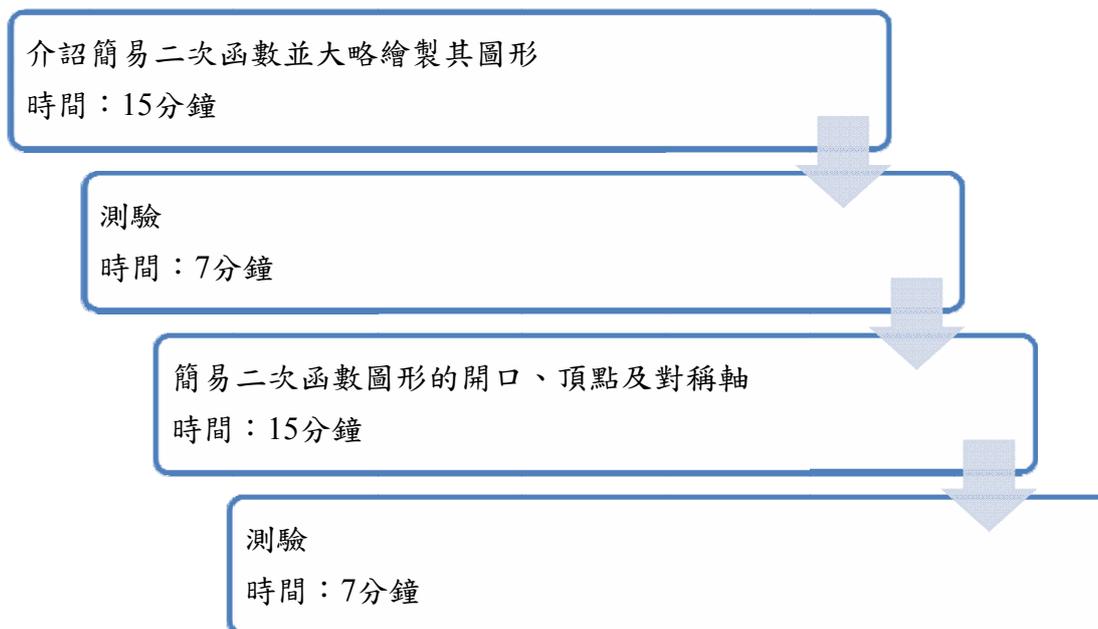
本實驗教學分為2節課，共90分鐘的教學，分在兩天進行，而每節均各自再分為兩部分，其教學內容與測驗的整個過程時間分配如圖3-2所示，且三A及三B的各項教學內容及測驗時間的分配均同。

第一天先以15分鐘的時間介紹「簡易二次函數」並大略繪製其圖形，後進行7分鐘之相關內容測驗；再以15分鐘時間作其「圖形開口、頂點及對稱軸」等的教學，教學後亦以7分鐘測驗學生的學習狀況。

第二天則以15分鐘的時間作「簡易二次函數圖形的開口大小」之教學，在教學後進行7分鐘的相關內容測驗；接下來再以15分鐘介紹「簡易二次函數的上下平移」，最後以7分鐘的測驗結束之。

其中三A的教材是採激發式動態呈現教學，內容以多媒體學習理論及激發式動態設計原則編製，其呈現時以步驟化、區塊化，按照展演者欲展演之內容呈現。而三B的教材是採一般投影片設計之，各頁投影片內容均與三A無異，只是其一開始所呈現在學生面前的就是整頁所有欲傳達的訊息。

第一天



第二天

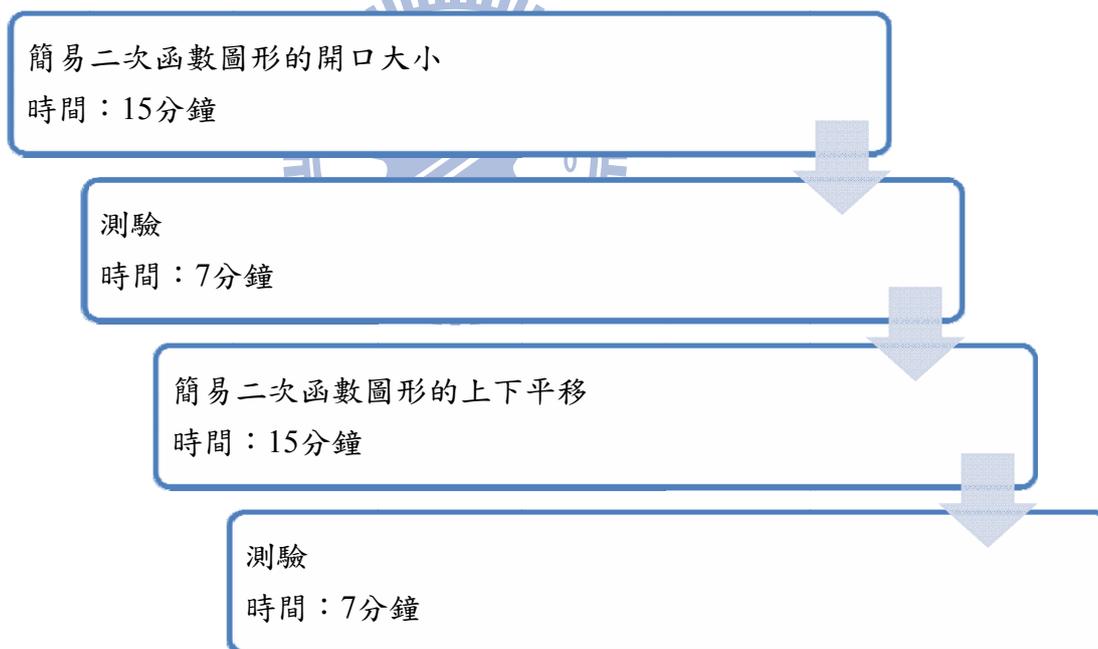


圖 3-2 教學課程流程圖

第四節 研究工具

本研究所使用的多媒體教材是由廖家瑩（2010）所提供，實驗組為以激發式動態呈現做教學，對照組則由一般投影片做教學。研究者在研究前，先進行學生的能力分組，以分別探討不同學習成就之學生在此實驗中的差異情形。

分組方式是以該校99學年度國中三年級第一學期數學科第二次全校定期評

量（段考）成績作為分組依據，研究者取全三年級學生之第27百分位數以下為低學習成就之學生（歸類為「低分組」，佔27%）；以第73百分位數以上為高學習成就之學生（歸類為「高分組」，佔27%）；其餘則為中學習成就之學生（歸類為「中分組」，佔46%）。

在設計施測題目前，先將「簡易二次函數及圖形」主題中，學習者應當學會的各項技能（以K1，K2，…，K12表示）列出，而相關技能所代表之細目如表3-4所示，用以對應研究者出題時所需搭配之技能選項。

表3-4 技能表

技能編號	技能內容
K1	能判斷二次函數開口方向。
K2	能判斷二次函數開口大小。
K3	能了解二次函數圖形為拋物線。
K4	能了解二次函數圖形是無限延伸的。
K5	能判斷二次函數圖形有最高點或最低點。
K6	能了解 $y = ax^2 + k$ 的最高點或最低點坐標為 $(0, k)$ 。
K7	能了解 $y = ax^2 + k$ 圖形對y軸對稱。
K8	能求出二次函數圖形與x軸的交點坐標。
K9	能求出二次函數圖形與y軸的交點坐標。
K10	能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解。
K11	能求出平面上過兩點的直線方程式。
K12	能了解 $y = ax^2 + c$ 與 $y = ax^2 + d$ 僅是圖形上下平移的結果，其中 $a \neq 0$ ， $c \neq d$ 。

研究者根據此技能表，並參酌部編版數學科第五冊課本第三章、國際能力學生評量計畫（PISA）及國際數學與科學教育成就趨勢調查（TIMSS）的出題方式來設計相關題目予以測驗，並請兩位在不同學校任教之數學教師，其年資分別為19年及7年，協助判斷及確認在解答各測驗題目時，所應當使用的技能是否一致，並在不一致處進行反覆討論，進而決定其Q-矩陣（Q-matrix），如表3-5所示，以便日後認知診斷測驗之用。

在Q-矩陣各元素中，「1」代表欲解答該題目時需具備該技能，而「0」則為不需具備該技能。

表3-5 後測Q-矩陣

題號	技能屬性											
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
8	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
10	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
11	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
12	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
13	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
14	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

在後測結束後，研究者即進行第三次定期評量題目編製工作作為本實驗之延後測，在決定「簡易二次函數」相關之後，立即與檢視後測內容效度之兩位數學教師討論題目內容，亦決定欲測試題目的Q-矩陣，如表3-6所示。由雙向細目表可知該內容在定期評量中所佔比例為8題。

表3-6 延後測Q-矩陣

題號	技能屬性											
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0

教學時，實驗組、對照組均為90分鐘（2節課）的課程，分為四個部分：第一部分為概略畫出簡易二次函數圖形，第二部分為開口方向、頂點及對稱軸；第

三部分為開口大小，第四部分為二次函數之上下平移。其中實驗組（3A班）採用激發式動態教學之多媒體教材，而對照組（3B）則使用一般多媒體教材教學。每一部分教學均為15分鐘，在各部分主題教學後，立即施以後測，時間為7分鐘。後測的雙向細目表如表3-7所示，且教學過程中均以投影片教學，只在第一節課開始時，因複習先備知識使用黑板，其餘時間均未使用板書。

表3-7 後測雙向細目表

單元	內容	概念理解	程序執行	解題思考	比例 (%)	題數
3-1	開口方向、頂點、對稱軸	4	1	1	43	6
3-1	開口大小	1	2	2	36	5
3-1	圖形的上下平移	0	2	1	21	3
比例 (%)		36	36	28	100	
題數		5	5	4		14

後測時間為99年12月中下旬，而在100年1月中旬，本校舉行99學年度第三次定期評量，由研究者擔任數學科出題教師，並將此次定期評量設定為延後測，將預定施測之延後測題目編入考題中，藉以驗證實驗組學生的學習成效，施測對象為全校國中三年級之學生。表3-8為第三次定期考查之雙向細目表：

表3-8 第三次定期考查雙向細目表

單元	內容	節數	概念理解	程序執行	解題思考	比例 (%)	題數
2-4	數學證明	6	3	3	2	32	8
3-1	二次函數與圖形	6	4	2	2	32	8
3-2	配方法與拋物線	8	3	4	2	36	9
比例 (%)			40	36	24	100	
題數			10	9	6		25

其中，本研究內容為單元3-1的8道測驗題，並委請前述之兩位數學教師針對

此8題進行技能確認，以便列出其Q-矩陣。

在檢視過程中，發現有道題目所需之技能（K11）內容並非此單元所欲教學的範疇，而是在國一時就該具備之技能，但考量事後的學習診斷測驗中，也許學生在解題過程中所遭遇的困難並不是本研究主題內容，而是先備知識的不足，因此教師也可針對此先備知識內容施以補救教學，因而決定將此技能列入Q-矩陣中。

另外，在後測時並無測驗第 8 項技能（K8），研究者是將其與第 9 項技能歸為一類（能求出二次函數圖形與兩軸的交點坐標），因此後測時並無 K8 及 K11 兩項技能的施測與估計值；而在延後測（第三次定期評量）的部分，研究者將技能再細分，期望能診斷出更細部之處，以了解學生所學之不足，因此將此技能列入延後測之 Q-矩陣中。

第五節 分析工具

在本研究中，後測 14 題及延後測 8 題等資料的處理主要所採用之統計分析軟體有三，分別簡述如下：

一、SPSS 統計軟體

本研究藉 SPSS 的功能統計實驗組及其他組之敘述統計量，並利用 t-考驗（t-test）及單因子變異數分析（ANOVA），做施測後各組的平均數、技能精熟程度及各認知能力上是否有顯著差異之檢定。

其執行畫面如圖 3-3 所示，用以檢定三 A、三 B 及其他此三組的差異。本研究採用 SPSS 統計軟體版本為 17.0 版。

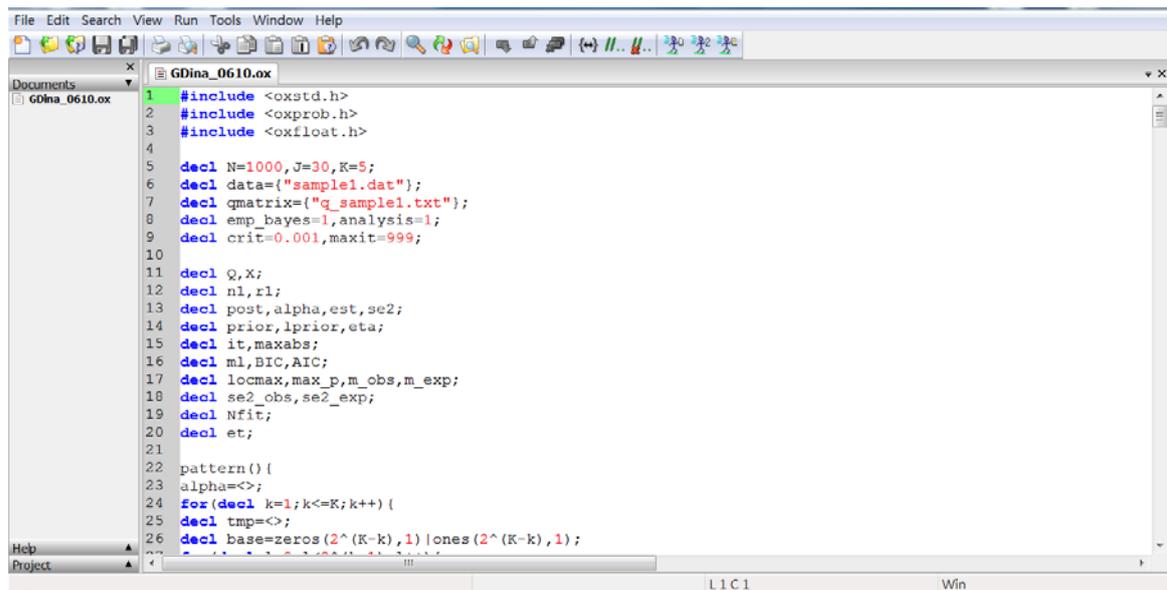
	Q5	Q6	Q7	Q8	總分	概念理解	程序執行	解題思考	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
1	1	1	0	0	4	2	0	2	0.5000	0.4000	0.4000	0.5000	0.5000	0.0200	1.0000
2	0	0	0	0	1	1	0	0	0.5000	0.3000	0.3000	0.5000	0.5000	0.0000	1.0000
3	1	1	1	1	8	4	2	2	0.9000	1.0000	1.0000	0.9000	1.0000	1.0000	1.0000
4	0	0	0	1	2	1	1	0	0.5000	0.3000	0.3000	0.5000	0.5000	0.0200	0.5000
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5000	0.3000	0.3000	0.5000	0.5000	0.0000	1.0000
6	0	1	1	0	5	4	1	0	0.5000	0.9000	0.9000	0.5000	0.3000	1.0000	0.8000
7	0	1	1	1	7	4	2	1	0.8000	1.0000	1.0000	0.8000	0.8000	0.9000	1.0000
8	0	1	1	0	6	4	1	1	0.7000	1.0000	1.0000	0.7000	0.6000	0.9000	0.9000
9	1	1	1	1	7	3	2	2	0.5000	0.4000	0.4000	0.5000	0.3000	1.0000	1.0000
10	1	1	1	0	6	3	1	2	0.5000	0.4000	0.4000	0.5000	0.1000	1.0000	1.0000
11	1	1	1	0	7	4	1	2	0.9000	1.0000	1.0000	0.9000	0.9000	1.0000	0.9000
12	1	1	1	1	8	4	2	2	0.9000	1.0000	1.0000	0.9000	1.0000	1.0000	1.0000
13	0	1	1	1	6	4	2	0	0.4000	1.0000	1.0000	0.4000	0.5000	1.0000	0.9000
14	1	1	1	1	8	4	2	2	0.9000	1.0000	1.0000	0.9000	1.0000	1.0000	1.0000
15	1	1	1	1	8	4	2	2	0.9000	1.0000	1.0000	0.9000	1.0000	1.0000	1.0000
16	0	1	1	0	5	4	1	0	0.5000	0.9000	0.9000	0.5000	0.3000	1.0000	0.8000
17	1	1	1	0	7	4	1	2	0.9000	1.0000	1.0000	0.9000	0.9000	1.0000	0.9000
18	1	1	1	1	6	3	2	1	0.5000	0.4000	0.4000	0.5000	0.1000	1.0000	0.9000

圖 3-3 SPSS 執行畫面

二、Ox 參數估計軟體

de la Torre 對 G-DINA 模式的參數估計是採 EM 演算法，其程式碼是由 Doornik (2003) 在 OxEdit 編輯器寫的，程式執行之後可提供各技能精熟程度的參數估計值與答題各組型的分類情形。

其執行畫面如圖 3-4 所示，並以 G-DINA 模式進行估計作業，將實驗組、對照組及其他組各學生的技能精熟程度估計出來，以便進行更進一步的探討。



```
File Edit Search View Run Tools Window Help
G_Dina_0610.ox
1 #include <oxstd.h>
2 #include <oxprob.h>
3 #include <oxfloat.h>
4
5 decl N=1000, J=30, K=5;
6 decl data={"sample1.dat"};
7 decl qmatrix={"q_sample1.txt"};
8 decl emp_bayes=1, analysis=1;
9 decl crit=0.001, maxit=999;
10
11 decl Q, X;
12 decl nl, rl;
13 decl post, alpha, est, se2;
14 decl prior, lprior, eta;
15 decl it, maxabs;
16 decl ml, BIC, AIC;
17 decl locmax, max_p, m_obs, m_exp;
18 decl se2_obs, se2_exp;
19 decl Nfit;
20 decl et;
21
22 pattern() {
23 alpha=<>;
24 for(decl k=1; k<=K; k++) {
25 decl tmp=<>;
26 decl base=zeros(2^(K-k), 1) | ones(2^(K-k), 1);
27
```

圖 3-4 Ox 執行畫面

三、Tester2 軟體

由國立政治大學教育學系余民寧教授於 2002 年所開發之電腦程式 Tester for Window 2.0，主要用於「注意係數」的計算，其值域為 0 至 1 之間。「注意係數」為佐藤隆博博士 (Dr. T. Sato) 所發明的 S-P 表分析技術 (余民寧, 2002)，用以表示試題作答組型是否呈現不尋常 (unusual) 或異常 (aberrant)。若「注意係數」數值超過 0.50，則該作答組型即為「異常」，而「注意係數」值愈大 (如超過 0.75)，即表示「異常」的情況愈嚴重，此時宜多加注意题目的設計方向，故稱其為「注意係數」。

其執行畫面如圖 3-5 所示，而本程式亦可計算各題之整體通過率、高分組及低分組的通過率，並計算該題之難度及鑑別度，也可呈現各選項的選項率，從中分析學生的錯誤類型及迷思概念。

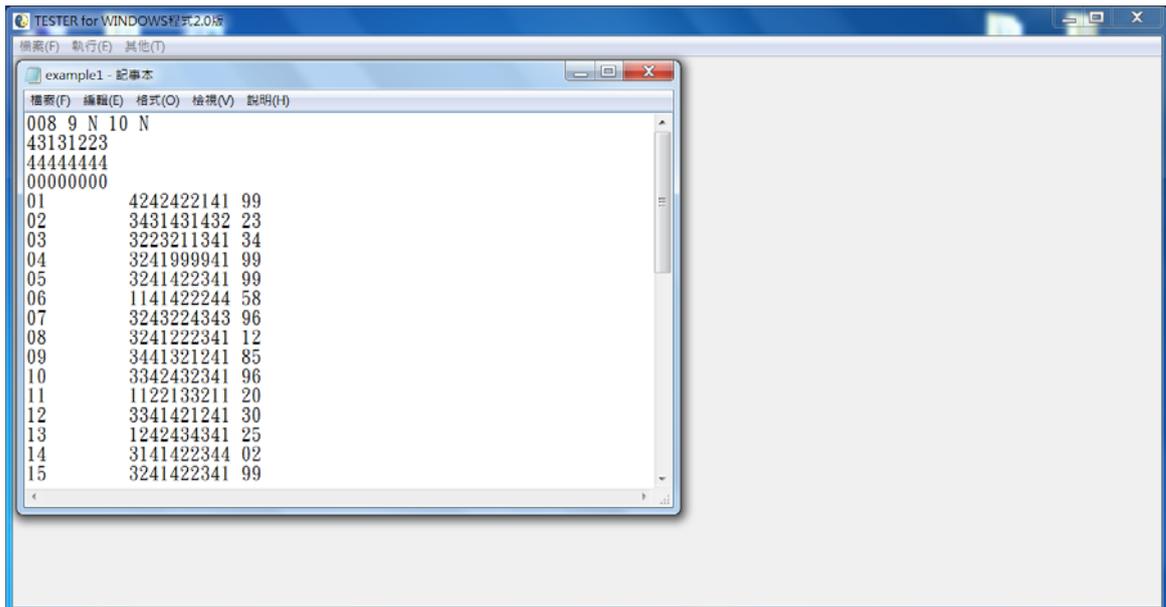


圖 3-5 Tester2 執行畫面

所謂選項率是以全體受試學生中，每一個選項的作答人數佔總人數的百分比。每一選項的選項率，可作為篩選或修改不恰當試題的依據，並可分析學生作答情形，藉以了解學生是否有一些錯誤或迷思概念。

難度又稱「難易度」，其主要在確定每一個試題的難易度，本研究希望仿照國中基測試題的難度，以中間偏易之題目施測；Tester2 軟體採內部一致性 (internal consistency) 的方式，將受試者依總分的高低排列，再以高分組與低分組在每一個試題的通過率，分別以 P_H 及 P_L 表示。依照古典試題分析理論，難度(P)的計算方式為「 $P = (P_H + P_L) / 2$ 」，以其表示試題的難易度(item difficulty index)。當P值愈大，表示該試題愈容易，愈多數學生答對該試題；而P值愈小，則表示該試題愈困難，愈少數學生答對該試題；而P值接近0.5時，則表示該試題難易度適中，為理想的難度指數。

而鑑別度是指試題能區別受試者能力高低的程度，亦採內部一致性的方式，將受試者依總分高低排列，再以高分組與低分組在每一個試題的通過率，分別以 P_H 及 P_L 表示。鑑別度(D)的計算方式為「 $D = (P_H - P_L)$ 」，以其表示試題的鑑別度 (item discrimination index)。D值的值域介於-1.00到+1.00之間，D值愈大，表示鑑別度愈大；D值愈小，表示鑑別度愈小；D值為0，表示沒有鑑別度，可能是因為試題太容易或太艱難，使得所有人均答對或均答錯，或是題目不清；若D值計算出來為負數，表示低分組學生答對率高於高分組，具有反向作用，則該試題應淘汰。其原因可能是因為能力低的學生胡亂猜測，結果碰巧猜對；能力高的學生看不懂題目、會錯意、粗心大意。一般而言，鑑別度以0.25以上為標準，高於0.4為優良試題。

第四章 結果與討論

本章為研究結果與討論，共分為四小節做說明。第一節為「簡易二次函數試題迷思概念分析」；第二節為「後測及延後測之敘述統計量」；第三節為「技能精熟程度在簡易二次函數之分析」；第四節為「認知能力在簡易二次函數之比較」。

第一節 簡易二次函數試題分析

以下就學生在後測題目（共 14 題，三 A 及三 B 兩班，共 71 人施測）及延後測題目（共 8 題，全校 25 個班，共 874 人施測）中，以 Tester2 程式逐題分析各題通過率、難度、鑑別度；以及實驗組（三 A）、對照組（三 B）與其他組（其他）之高分組（高學習成就）及低分組（低學習成就）於各選項所選答的比率，並就其錯誤類型及迷思概念作分析，亦可於日後應用於學生補救教學上，表 4-1 為後測及延後測題目之敘述統計量。

表4-1 後測及延後測敘述統計量

	後測	延後測
平均答對人數	52.71	592.25
受試者總數	71.00	874.00
平均答對率	0.74	0.68
問題總數	14.00	8.00
內部一致性係數	0.85	0.75
差異係數	0.49	0.35

註(1)「*」為正確選項。

註(2)「其他」為空白未填或該題畫記 2 個答案以上。

註(3)「選項率」即各選項的選答比率。

一、後測

1、下列哪一個點在二次函數 $y = 2x^2 + 6$ 的圖形上？

- (A) (1, -8)
- (B) (-1, -8)
- (C) (-2, 14)
- (D) (2, -14)

三 A						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.03	.06	.86	.00	.06	通過率:85.714
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.7727
低分組	.09	.18	.55	.00	.18	鑑別度:0.4545
三 B						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.00	.11	.83	.03	.03	通過率:83.333
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.8750
低分組	.00	.17	.75	.00	.08	鑑別度:0.2500

分析：

此題所需的能力為知道將座標 (a,b) 以 $x=a, y=b$ 代入檢驗 $y = 2x^2 + 6$ 等式是否成立，如此即可求得答案。

討論：

- (1)在三 A 及三 B 中，高分組均全數通過，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響；而低分組答對的比率也均超過五成，顯示此題難度偏易，故鑑別度偏低。
- (2)選 A、B、D 者應補救其負整數的平方運算及整數的加減法運算。
- (3)在三 A 中，選 A 選項者比率為 0.09，三 B 中則無人選此選項，因三 A 及三 B 總人數分別為 35 人及 36 人，故此即為 1 人之差距；另外低分組的答對率三 A 與三 B 相差 0.20，事實上則為 2 人的差距，此為兩實驗組因人數較少所造成的結果。

2、若二次函數的圖形通過 $(3,5)$ 與 $(-3,5)$ 兩點，則其對稱軸為何？

- (A) $y=0$
- (B) $x-3=0$
- (C) $3x-5=0$
- (D) $x=0$ 。

三 A						
選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.31	.06	.03	.60	.00	通過率:60.000
高分組	.09	.00	.00	.91	.00	難 度:0.5455
低分組	.55	.18	.09	.18	.00	鑑別度:0.7273

三 B

選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.17	.08	.08	.64	.03	通過率:63.889
高分組	.17	.00	.00	.83	.00	難 度:0.5833
低分組	.08	.25	.25	.33	.08	鑑別度:0.5000

分析：

此題主要能力為下：

- (1)知道 $(3,5)$ 與 $(-3,5)$ 兩點的座標位置。
- (2)了解二次函數的大致圖形，並能畫出其對稱軸。
- (3)必須知道 y 軸的直線方程式為 $x=0$ 。

討論：

- (1)選 A 者應知道對稱軸為 y 軸，但不知 y 軸方程式為 $x=0$ ，尤其三 A 選 A 選項之比率遠高過三 B，且兩班的高分組均有人選擇該選項，顯示應就一年級「直線方程式」課程加以補強。
- (2)選 B、C 兩選項者應為猜測答題，因此低分組的學生集中在這兩個選項，而三 A 及三 B 高分組均無人選此兩個選項。
- (3)因此題牽涉一年級直線方程式之課程，若此題將選項 A、D 直接改為 x 軸與 y 軸表示時，高分組及低分組的答對率均會增加。

3、把兩個二次函數 $y=3x^2$ 與 $y=-3x^2$ 的圖形畫在同一坐標平面上，將之看成一個圖形時，則此圖形的對稱軸為下列何者？

- (A) x 軸
- (B) y 軸
- (C) x 軸及 y 軸皆是
- (D) $x=3$ 。

三 A

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.20	.09	.69	.03	.00	通過率:68.571
高分組	.09	.00	.91	.00	.00	難 度:0.6818
低分組	.18	.27	.45	.09	.00	鑑別度:0.4545

三 B

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.17	.17	.61	.03	.03	通過率:61.111
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.6667
低分組	.25	.25	.33	.08	.08	鑑別度:0.6667

分析：

此題所需能力為下：

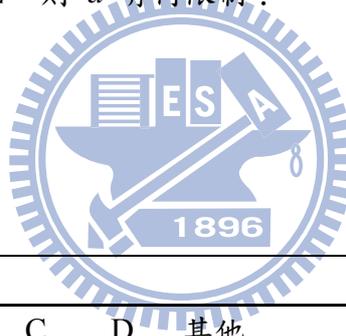
- (1)知道二次函數圖形開口方向。
- (2)知道二次函數圖形開口大小。
- (3)知道二次函數圖形頂點位置。
- (4)須會繪製 $y = 3x^2$ 、 $y = -3x^2$ 之圖形。
- (5)須了解「對稱軸」的意義。

討論：

- (1)三 A 高分組選擇 A 選項比率為 0.09 (1 人)，三 B 高分組則沒有人選；而低分組兩班選 A 選項比率分別為 0.18 及 0.25，顯示選擇此選項者應是寫太快，而忽略了後面尚有合理的選項。
- (2)選 B 選項者之兩組高分組並無人選擇，但低分組的學生選擇該選項的比率為 0.27 及 0.25，顯示兩種教材均有其不足之處。推測若將 C 選項與 A 選項調換順序，則通過率會更高。
- (3)選 D 者兩班則均各為 1 人，推測應為學生猜題結果。

4、若 $y = ax^2$ 圖形有最高點，則 a 有何限制？

- (A) $a \geq 0$
- (B) $a < 0$
- (C) $a > 0$
- (D) $a \neq 0$ 。



三 A

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.06	.83	.11	.00	.00	通過率:82.857
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7273
低分組	.18	.45	.36	.00	.00	鑑別度:0.5455

三 B

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.06	.67	.06	.19	.03	通過率:66.667
高分組	.00	.92	.00	.08	.00	難 度:0.5417
低分組	.17	.17	.17	.42	.08	鑑別度:0.7500

分析：

此題主要能力為知道如何判斷二次函數開口方向即可。

討論：

- (1)三 A 高分組全數答對此題，而低分組也達 0.45 比率答對；反觀三 B 高分組有一人未答對，而低分組答對比率也偏低；顯示激發式動態教學在此相關題型上俱有優勢。
- (2)三 A 高、低分組均無人選 D 選項，而三 B 高分組有一人選擇了 D 選項，低分

組則有相當的比例選了D選項，顯示一般傳統多媒體教學對二次函數開口方向的展演較激發式動態教學要差。

(3)綜合兩班通過率來看是有些差距，因此在此種題型上，使用AMA設計教材更能達到教學成效。

5、下列哪一個二次函數的圖形開口最大？

- (A) $y = 25x^2$
 (B) $y = 27x^2$
 (C) $y = -23x^2$
 (D) $y = -24x^2$ 。

三 A

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.03	.23	.74	.00	.00	通過率:74.286
高分組	.00	.09	.91	.00	.00	難 度:0.6818
低分組	.09	.45	.45	.00	.00	鑑別度:0.4545

三 B

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.06	.11	.78	.06	.00	通過率:77.778
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.7083
低分組	.17	.25	.42	.17	.00	鑑別度:0.5833

分析：

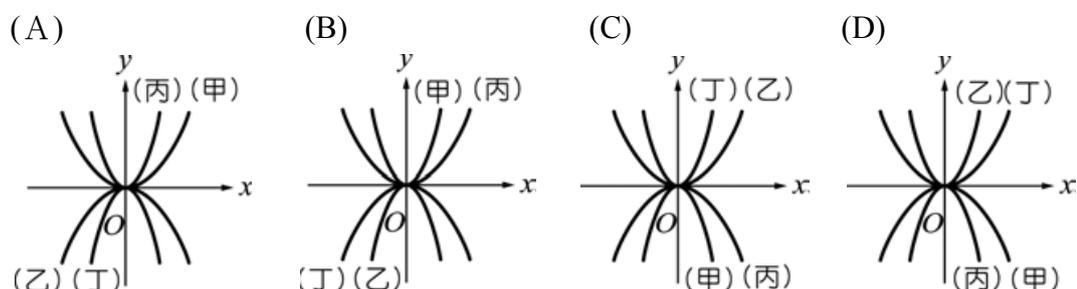
此題須知道如何判斷二次函數開口大小。

討論：

- (1)此題通過率兩班實差不多，不過三A無論高分組或低分組選A選項的比率均較三B來的高，顯示在二次函數開口大小的單元中，若所比較開口大的二次函數中，其二次項係數為正數的話，一般多媒體教學成效反而較激發式動態教學來的好。
- (2)三A無人選D選項，而三B則有2人，或許此為學生猜測答題結果，也有可能是一般多媒體教學在二次項係數為負數時的教學成效不如激發式動態教學。
- (3)大致上，選B、D者應就二次函數圖形開口大小加強補救。

6、有四個二次函數如下：

(甲) $y = 5x^2$ ；(乙) $y = -5x^2$ ；(丙) $y = 8x^2$ ；(丁) $y = -8x^2$ ，
 則下列何者為它們在同一坐標平面上的圖形？



三 A						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.74	.14	.06	.06	.00	通過率:74.286
高分組	1.00	.00	.00	.00	.00	難 度:0.6818
低分組	.36	.27	.18	.18	.00	鑑別度:0.6364
三 B						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.83	.11	.00	.06	.00	通過率:83.333
高分組	1.00	.00	.00	.00	.00	難 度:0.7500
低分組	.50	.33	.00	.17	.00	鑑別度:0.5000

分析：

此題主要能力為學習者需具備二次函數開口方向及開口大小的整合能力。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組在此題均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響。
- (2)三 A 及三 B 低分組有大約三成比例選擇 B 選項，顯示這兩套教材設計上對低分組的學習者仍有盲點存在，或可在多媒體教材內多加些實例。
- (3)選 C、D 者應就二次函數圖形開口方向加以補強。
- (4)選 B、D 者應就二次函數圖形開口大小加以補強。

7、在坐標平面上，直線 $y = -3$ 與 $y = -x^2$ 交於 A、A' 兩點，與 $y = -2x^2$ 交於 B、

B' 兩點，與 $y = -3x^2$ 的圖形交於 C、C' 兩點。試比較 $\overline{AA'}$ 、 $\overline{BB'}$ 、 $\overline{CC'}$ 的大小關係為何？

- (A) $\overline{BB'} > \overline{AA'} > \overline{CC'}$
- (B) $\overline{CC'} > \overline{AA'} > \overline{BB'}$
- (C) $\overline{CC'} > \overline{BB'} > \overline{AA'}$
- (D) $\overline{AA'} > \overline{BB'} > \overline{CC'}$ 。

三 A						
選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.00	.09	.26	.66	.00	通過率:65.714
高分組	.00	.09	.09	.82	.00	難 度:0.5909
低分組	.00	.18	.45	.36	.00	鑑別度:0.4545

三 B

選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.11	.11	.14	.64	.00	通過率:63.889
高分組	.00	.00	.08	.92	.00	難 度:0.5833
低分組	.25	.33	.17	.25	.00	鑑別度:0.6667

分析：

此題屬較難題型，學習者需具備以下能力：

- (1)能將 $y = -x^2$ 、 $y = -2x^2$ 與 $y = -3x^2$ 大致的圖形畫在同一座標平面上。
- (2)能將 $y = -3$ 的圖形亦畫在同一座標平面上，如此才能得到三線段在座標平面上的相對位置。

討論：

- (1)三 A 低分組 C 選項的選項率為 0.45，而三 B 低分組則為 0.17，可見三 A 的多媒體教材應就二次函數開口大小部分多加著墨。
- (2)三 A 及三 B 高分組此題答對率均達八成以上。
- (3)選 A、B 選項者應是以猜測方式答本題；但三 A 高分組有 1 人選擇了 B 選項，有可能是因為粗心造成。
- (4)選 C 選項者應就二次函數之圖形及開口大小補強。

8、以下四個二次函數中，若 x 值從 0 開始遞減，則哪一函數值最快達到 100？

(A) $y = 2x^2$

(B) $y = 3x^2$

(C) $y = \frac{1}{3}x^2$

(D) $y = x^2$ 。

三 A

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.03	.69	.26	.03	.00	通過率:68.571
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.6364
低分組	.09	.27	.55	.09	.00	鑑別度:0.7273

三 B

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.03	.78	.11	.08	.00	通過率:77.778
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7917
低分組	.08	.58	.17	.17	.00	鑑別度:0.4167

分析：

此題學習者除了必須能繪製此四個二次函數選項的大略圖形外，還必須了解何謂「函數值」。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組已全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響。
- (2)三 A 低分組在 C 選項的選項率超過三 B 低分組在 C 選項的選項率的 3 倍，顯示三 A 的教材需就二次函數圖形在座標平面上的相對位置多舉一些例子，以讓低分組學生能更加了解，並就二次函數開口大小加以補強。
- (3)選 A、D 選項者應為學習者以猜測的方式答題結果。

9、若兩拋物線 $y = 27x^2 + 5$ 及 $y = -27x^2 - 5$ 的頂點分別為 A、B，則 $\overline{AB} = ?$

- (A) 10
- (B) 1
- (C) 5
- (D) 0

三 A						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.77	.06	.09	.09	.00	通過率:77.143
高分組	1.00	.00	.00	.00	1.00	難 度:0.6818
低分組	.36	.18	.18	.27	.00	鑑別度:0.6364
三 B						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.75	.06	.03	.17	.00	通過率:75.000
高分組	1.00	.00	.00	.00	.00	難 度:0.7083
低分組	.42	.17	.08	.33	.00	鑑別度:0.5833

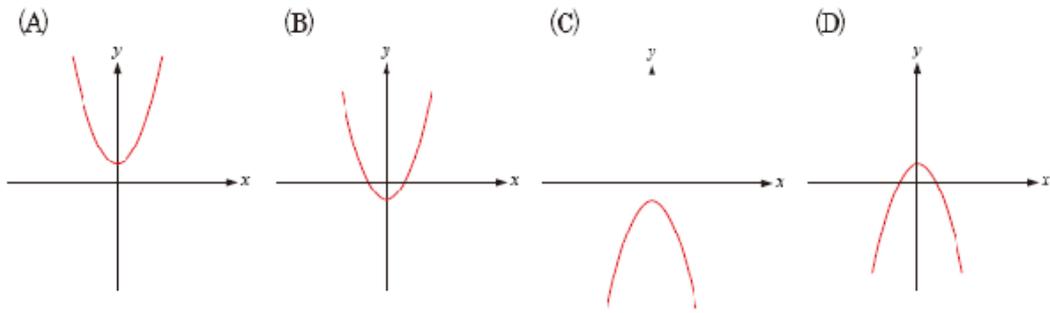
分析：

此題學習者必須能將二次函數的頂點座標標示出來，才能算出兩頂點座標的距離。

討論：

- (1)三 A 與三 B 高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響。
- (2)選 D 選項者的迷思概念為其認為拋物線 $y = 27x^2 + 5$ 及 $y = -27x^2 - 5$ 的圖形為上下對稱的線對稱圖形，且頂點在同一條水平對稱軸上，因此兩圖形頂點為同一點，故距離為 0。
- (3)選 B、C 選項者應為猜測式答題結果。

10、已知二次函數 $y = ax^2 + k$ ，其中 $a > 0$ 、 $k < 0$ ，則下列哪一選項可能是此二次函數圖形？



三 A

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.09	.83	.06	.03	.00	通過率:82.857
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7727
低分組	.27	.55	.09	.09	.00	鑑別度:0.4545

三 B

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.14	.75	.03	.08	.00	通過率:75.000
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7500
低分組	.33	.50	.00	.17	.00	鑑別度:0.5000

分析：

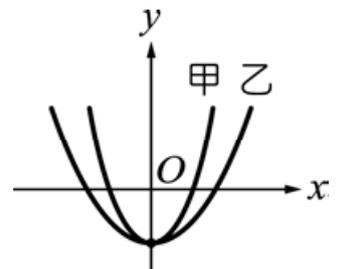
此題將二次函數的各項係數由數字更改為文字符號，其需具備能力為知道如何判斷二次函數開口方向及判斷頂點座標為何。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響；而低分組答對的比率也均達五成。
- (2)三 A 及三 B 低分組在 A 選項上的選擇率均約三成，顯示兩份多媒體教材需針對低分組學生就判斷「二次函數開口方向」及「頂點座標」加強。
- (3)選 A、D 選項者應就二次函數圖形頂點相關觀念補強。
- (4)選 C、D 選項者應就二次函數圖形開口方向的判斷補強。

11、如圖，拋物線甲的二次函數為 $y = ax^2 + b$ ，拋物線乙的二次函數為 $y = cx^2 + d$ ，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $b = d$
- (B) $a > 0$
- (C) $c > 0$
- (D) $c > a$ 。



三 A						
選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.11	.09	.03	.77	.00	通過率:77.143
高分組	.00	.00	.00	1.00	.00	難 度:0.7727
低分組	.18	.18	.09	.55	.00	鑑別度:0.4545
三 B						
選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.17	.03	.08	.72	.00	通過率:72.222
高分組	.00	.00	.00	1.00	.00	難 度:0.6667
低分組	.42	.00	.25	.33	.00	鑑別度:0.6667

分析：

本題為第 10 題的延伸，將兩個由文字符號表示的二次函數圖形畫在同一座標平面上來判斷各項係數的大小關係。所需具備的能力為：

- (1)知道開口朝上為二次項係數大於 0。
- (2)能判斷二次函數圖形開口大小。
- (3)能知道二次函數圖形頂點座標。

討論：

- (1)三 A 及三 B 的高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響。
- (2)選 A 選項者均為低分組，其可能性有二：一是粗心，將「何者錯誤」看成「何者正確」；一是需改善教材，尤其是三 B 的教材，可多補些例題以降低高低分組的落差。
- (3)選 B、C 選項者應為學習者猜測答案的結果，可就「二次函數開口方向」加以補強。

12、二次函數 $y = -3x^2 + 1$ 圖形向上移動 5 個單位長，所得到的新二次函數為何？

- (A) $y = 2x^2 + 1$
- (B) $y = -8x^2 + 1$
- (C) $y = -3x^2 + 6$
- (D) $y = -3x^2 - 4$ 。

三 A						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.03	.06	.86	.06	.00	通過率:85.714
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.8182
低分組	.09	.18	.64	.09	.00	鑑別度:0.3636

三 B

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.03	.03	.86	.08	.00	通過率:86.111
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.7917
低分組	.08	.08	.58	.25	.00	鑑別度:0.4167

分析：

本題主要概念為二次函數圖形的上下平移，只有常數項的加減變動而已。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響。
- (2)三 A 及三 B 低分組答對率也均約六成，因此此題鑑別度偏低，但難度還是中間偏易。
- (3)選 A、B 選項者應就「二次函數圖形經平移後，其 x^2 項係數亦不變」加以補強。
- (4)選 D 選項者則需就其平移後頂點位置作補強。

13、在坐標平面上有一個二次函數圖形的頂點為 $(0, -2)$ ，經過平移後可與 $y = 5x^2 + 3$ 的圖形重合，則此二次函數的圖形為下列何者？

- (A) $y = 5x^2 + 1$
- (B) $y = 5x^2 - 2$
- (C) $y = -5x^2 - 2$
- (D) $y = 2x^2$ 。



三 A

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.11	.66	.17	.06	.00	通過率:65.714
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.5909
低分組	.36	.18	.27	.18	.00	鑑別度:0.8182

三 B

選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.17	.72	.08	.03	.00	通過率:72.222
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7083
低分組	.33	.42	.17	.08	.00	鑑別度:0.5833

分析：

此題主要需了解二次函數圖形經過上下平移後，其圖形的基本形狀是不會改變的；以及了解頂點座標在該二次函數中所扮演的角色。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學

生並無任何影響。

- (2)三 B 低分組答對率明顯比三 A 低分組還要高，顯示教材可針對三 A 的多媒體教材作改善，增加實例的整合，降低低分組學習者的認知負荷。
- (3)三 A 及三 B 低分組選擇 A 選項者均超過三成，應就二次函數之頂點加以補強；亦可針對頂點部分作教材的改善。
- (4)選 C 選項者應就其二次函數開口方向作補強。

14、若兩個二次函數 $y = -24x^2 + 5$ 與 $y = ax^2 + k$ 圖形的開口方向相同，且開口大小相等，若這兩個函數圖形的頂點相距7個單位，則 $k = ?$

- (A) 12
- (B) -2
- (C) -12 或 2
- (D) 12 或 -2。

三 A						
選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.06	.09	.09	.77	.00	通過率:77.143
高分組	.00	.00	.00	1.00	.00	難 度:0.6818
低分組	.18	.18	.27	.36	.00	鑑別度:0.6364
三 B						
選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.03	.06	.17	.75	.00	通過率:75.000
高分組	.00	.00	.00	1.00	.00	難 度:0.7500
低分組	.08	.17	.25	.50	.00	鑑別度:0.5000

分析：

此題主要需具備的能力為：

- (1)能判斷二次函數圖形的開口方向。
- (2)能了解二次函數圖形的開口大小相等即為二次項係數的絕對值相等。
- (3)能判斷二次函數圖形的頂點座標。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組均全數答對此題，顯示此兩份不同多媒體設計教材對高分組學生並無任何影響。
- (2)不論三 A 或三 B 的低分組，此題各選項的選項率均差不多，也顯示了此兩份教材在教學成效上並無較大差別，也可能是內容過於簡單的緣故。
- (3)低分組學生選 A 與 B 選項者可能是少考慮了圖形可上下平移的特性，因此所求出的答案只有一個。
- (4)低分組選 C 選項者可能為粗心所致，或其為猜測答題。

二、延後測

1、試比較(a) $y = x^2 + 1$ ，(b) $y = -2x^2$ ，(c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ 的開口大小關係。

- (A) $a > b > c$
 (B) $b > a > c$
 (C) $a > c > b$
 (D) $c > a > b$ 。

三 A

選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.14	.14	.09	.63	.00	通過率:62.857
高分組	.00	.09	.00	.91	.00	難 度:0.5909
低分組	.36	.18	.18	.27	.00	鑑別度:0.6364

三 B

選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.06	.06	.08	.75	.06	通過率:75.000
高分組	.00	.00	.00	1.00	.00	難 度:0.6667
低分組	.17	.08	.25	.33	.17	鑑別度:0.6667

其他

選 項	A	B	C	D*	其他	
選項率	.04	.15	.12	.67	1.0136	通過率:67.497
高分組	.00	.02	.01	.98	.00	難 度:0.5825
低分組	.14	.29	.37	.19	.02	鑑別度:0.7950

分析：

此題主要能力為判斷二次函數開口大小是由二次項係數的絕對值判斷，若絕對值愈大，則其開口愈小；反之若絕對值愈小，則其圖形開口愈大。

討論：

- (1)三組的高分組答對率均達九成以上，而三 A 高分組選 B 選項者有 1 人，推測其可能為粗心所致。
- (2)低分組的各選項選項率均差不多，選 A 選項者應為猜測答題結果。
- (3)選 B、C 選項者可就「二次函數圖形之開口大小」相關觀念加以補強。

2、下列哪個函數圖形是由 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 5$ 的圖形再往上移動 3 個單位所得到的圖形？

- (A) $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$

$$(B) y = -\frac{1}{3}(x-3)^2 - 5$$

$$(C) y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$$

$$(D) y = -\frac{1}{3}x^2 - 8。$$

三 A

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.03	.09	.89	.00	.00	通過率:88.571
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.8182
低分組	.09	.27	.64	.00	.00	鑑別度:0.3636

三 B

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.06	.03	.81	.11	.00	通過率:80.556
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.7500
低分組	.08	.08	.50	.33	.00	鑑別度:0.5000

其他

選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.07	.07	.81	.05	.00	通過率:80.822
高分組	.01	.00	1.00	.00	1.00	難 度:0.7300
低分組	.22	.21	.47	.11	.00	鑑別度:0.5300

分析：

本題主要概念為二次函數圖形的上下平移，只有常數項的加減變動而已。

討論：

- (1)三 A、三 B 及其他 23 班的高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材及板書教學在延後測中對高分組學生並無任何影響。
- (2)三 A 低分組答對率為 0.64，明顯比三 B 的 0.50 與其他 23 班的 0.47 要高，顯示激發式動態教學對低分組學生有較佳的教學成效。
- (3)選 A、B、D 選項者均可就「二次函數圖形之頂點座標」之觀念予以補強。

3、若 $(2, a)$ ， $(b, -29)$ 在 $y = -2x^2 + 3$ 的圖形上，則數對 (a, b) 為何？

- (A) $(-5, \pm 4)$
- (B) $(11, \pm 4)$
- (C) $(-5, 4)$
- (D) $(11, -4)$ 。

三 A						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.89	.06	.03	.03	.00	通過率:88.571
高分組	1.00	.00	.00	.00	.00	難 度:0.8182
低分組	.64	.18	.09	.09	.00	鑑別度:0.3636

三 B						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.78	.08	.11	.03	.00	通過率:77.778
高分組	1.00	.00	.00	.00	.00	難 度:0.7083
低分組	.42	.25	.25	.08	.00	鑑別度:0.5833

其他						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.79	.06	.09	.04	.00	通過率:79.328
高分組	1.00	.00	.00	.00	.00	難 度:0.6625
低分組	.33	.20	.30	.16	.01	鑑別度:0.6650

分析：

此題所需的能力為知道將座標 (p,q) 以 $x=p, y=q$ 代入並檢驗 $y = -2x^2 + 3$ 等式是否成立，如此即可求得答案。

討論：

- (1)三 A、三 B 及其他 23 班的高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材及板書教學在延後測中對高分組學生並無任何影響。
- (2)三 A 低分組答對率為 0.64，明顯比三 B 的 0.42 與其他 23 班的 0.33 要高，顯示激發式動態教學對低分組學生有較佳的教學成效；而且一般多媒體設計教學也比傳統板書教學效果更好。
- (3)選 C、D 選項者可就其平方根的概念再予以補強。
- (4)選 B、D 選項者應就整數的加減法加以補強。

4、若將二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$ 與 $y = \frac{1}{20}x^2 + 8$ 兩個圖形畫在同一個坐標平面上，

試問這兩個二次函數圖形會出現幾個交點？

- (A) 沒有交點
- (B) 1 個交點
- (C) 2 個交點
- (D) 無窮多個交點。

三 A						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.23	.11	.60	.06	.00	通過率:60.000
高分組	.00	.00	1.00	.00	.00	難 度:0.6818
低分組	.27	.18	.36	.18	.00	鑑別度:0.6364
三 B						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.36	.11	.47	.06	.00	通過率:47.222
高分組	.00	.08	.92	.00	.00	難 度:0.5417
低分組	.42	.25	.17	.17	.00	鑑別度:0.7500
其他						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.30	.14	.52	.04	.01	通過率:51.806
高分組	.02	.00	.98	.00	.00	難 度:0.6300
低分組	.32	.28	.29	.10	.02	鑑別度:0.6900

分析：

此題主要能力為將兩個二次函數圖形畫在同一個座標平面上，並依其各自的開口大小繪製概略圖即可求得答案。

討論：

- (1)此題有一迷思概念為二次函數的頂點為(0,3)及(0,8)，且其兩函數圖形均為開口向上，因此學生易產生不會有交點之想法，故低分組選擇A選項的比例較高，尤以三B低分組為甚，或可在其教材上作二次函數繪圖及開口大小方面教學之改善。
- (2)選A選項者應已了解頂點座標如何判斷，其只需就「二次函數圖形開口大小」及「可無限延伸」之特性加以補強。
- (2)選B選項者應就圖形頂點座標予以補強。
- (3)選D選項的學生應是猜測答案的結果。

5、若直線 $y = 2011$ 與二次函數 $y = x^2$ 交於 A 、 A' 兩點，與 $y = x^2 + 100$ 交於 B 、 B' 兩點，與 $y = x^2 - 200$ 交於 C 、 C' 兩點，試比較 $\overline{AA'}$ 、 $\overline{BB'}$ 、 $\overline{CC'}$ 的大小關係？

- (A) $\overline{CC'} > \overline{AA'} > \overline{BB'}$
- (B) $\overline{BB'} > \overline{AA'} > \overline{CC'}$
- (C) $\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'}$
- (D) 無法比較。

三 A						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.49	.14	.34	.03	.00	通過率:48.571
高分組	.73	.09	.18	.00	.00	難 度:0.4545
低分組	.18	.36	.36	.09	.00	鑑別度:0.5455
三 B						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.56	.19	.19	.06	.00	通過率:55.556
高分組	.92	.00	.08	.00	.00	難 度:0.5833
低分組	.25	.42	.17	.17	.00	鑑別度:0.6667
其他						
選 項	A*	B	C	D	其他	
選項率	.56	.17	.22	.04	.01	通過率:56.040
高分組	.97	.01	.02	.00	.00	難 度:0.5875
低分組	.21	.39	.30	.09	.02	鑑別度:0.7650

分析：

此題為呼應後測第 7 題所作，將三個二次函數的開口大小調為相同，只頂點位置的不同來判斷三線段的大小關係。其主要能力為了解並繪出此三個二次函數在座標平面上的概略圖形及頂點位置，以及其無限延伸的特性即可解答。

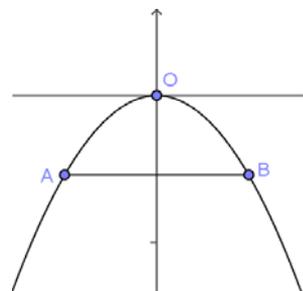
討論：

- (1) 三 A 高分組的答對率明顯不如三 B 及其他，此與後測第 7 題結果一致，顯示應就三 A 的激發式動態教材做適度的修正並補充。
- (2) 選 B 選項者應就二次函數圖形位置加以補強。
- (3) 選 C 選項者應理解圖形開口大小之意，只需補強其頂點座標。
- (4) 選 D 選項者應為猜測答案結果。

6、二次函數 $y = -3x^2$ 圖形如圖所示，已知 A、B 兩點均在圖形上，且 $\overline{AB} \perp y$ 軸，

若 $\overline{AB} = 6$ ，試求直線 AB 方程式為何？

- (A) $y = -6$
- (B) $y = -27$
- (C) $y = -54$
- (D) $y = -108$ 。



三 A						
選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.17	.69	.03	.11	.00	通過率:68.571
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.6364
低分組	.36	.27	.09	.27	.00	鑑別度:0.7273
三 B						
選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.08	.78	.11	.03	.00	通過率:77.778
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7917
低分組	.08	.58	.25	.08	.00	鑑別度:0.4167
其他						
選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.10	.75	.07	.07	.00	通過率:75.218
高分組	.00	1.00	.00	.01	.00	難 度:0.6200
低分組	.30	.25	.26	.20	.01	鑑別度:0.7500

分析：

此題主要能力為需了解二次函數圖形線對稱的特性，即可知道 A 、 B 兩點的 x 座標分別為 -3 及 3 ，再將其代入二次函數中即可求得 y 座標，以便求出直線 AB 的方程式。

討論：

- (1) 三 A、三 B 及其他 23 班的高分組均全數答對，顯示此兩份不同多媒體設計教材及板書教學在延後測中對高分組學生並無任何影響。
- (2) 三 B 低分組答對率為其他 23 班的 2 倍以上，顯示其一般多媒體教學在低分組上的成效比傳統板書教學要好。
- (3) 選 A、C、D 選項者可就二次函數圖形之對稱特性加以補強。
- (4) 此題答錯者亦可就其答題技巧，將四個選項的點代入求解或解一元一次方程式部分加強。

7、已知 $y = \frac{8}{9}x^2 - 32$ 與兩軸交於 A 、 B 、 C 三點，則 $\triangle ABC$ 面積為何？

- (A) 384
- (B) 192
- (C) 96
- (D) 48。

三 A						
選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.03	.80	.11	.06	.00	通過率:80.000
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.7273
低分組	.09	.45	.36	.09	.00	鑑別度:0.5455
三 B						
選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.06	.64	.19	.08	.03	通過率:63.889
高分組	.00	1.00	.00	.00	.00	難 度:0.6250
低分組	.17	.25	.33	.17	.08	鑑別度:0.7500
其他						
選 項	A	B*	C	D	其他	
選項率	.04	.71	.20	.05	.01	通過率:70.610
高分組	.00	.99	.01	.00	.01	難 度:0.6400
低分組	.12	.29	.46	.12	.02	鑑別度:0.7000

分析：

此題主要必須能求出 $y = \frac{8}{9}x^2 - 32$ 此二次函數圖形與兩座標軸的交點座標，並將其畫在座標平面上，以方便了解此三角形的底與高，進而求出其面積。

討論：

- (1) 三 A、三 B 的高分組均全數答對，而其他 23 班的高分組也幾乎全答對了(99%)，顯示此兩份不同多媒體設計教材及板書教學在延後測中對高分組學生並無任何影響。
- (2) 三 A、三 B 及其他的低分組選擇 C 選項的比率均達三成以上，尤其板書教學組的更是高達 46%，顯示多媒體教材或一般課本內容可以增加類似題型並練習，讓學生較不會因為先備知識的不足而算錯。
- (3) 選 A、C、D 選項者應就「二次函數圖形與兩座標軸交點座標」加以補強。
- (4) 選 A 選項者或許是三角形面積的計算忘了除以 2。

8、下列關於二次函數 $y = 4x^2 - 1$ 敘述何者正確？

- (A) 圖形與 y 軸相交於 $(\frac{1}{2}, 0)$ 及 $(-\frac{1}{2}, 0)$
- (B) 圖形的最高點為 $(0, -1)$
- (C) 圖形的對稱軸為 $x = 0$
- (D) 圖形與 $y = -2$ 交於兩點。

三 A						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.17	.14	.51	.17	.00	通過率:51.429
高分組	.00	.09	.82	.09	.00	難 度:0.5000
低分組	.18	.36	.18	.27	.00	鑑別度:0.6364
三 B						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.17	.11	.47	.22	.03	通過率:47.222
高分組	.08	.08	.83	.00	.00	難 度:0.5000
低分組	.08	.17	.17	.50	.08	鑑別度:0.6667
其他						
選 項	A	B	C*	D	其他	
選項率	.16	.13	.61	.09	.01	通過率:61.270
高分組	.01	.01	.97	.01	.01	難 度:0.6050
低分組	.28	.30	.24	.17	.01	鑑別度:0.7300

分析：

此題所需具備能力如下：

- (1)能求出二次函數圖形與 y 軸的交點座標。
- (2)能判斷二次函數圖形的最高最低點座標。
- (3)能判斷二次函數圖形的對稱軸為何。
- (4)能概略繪出 $y = 4x^2 - 1$ 與 $y = -2$ 的圖形，了解其交點狀況。

討論：

- (1)三 A 及三 B 高分組的答對率均遠不及其他 23 班的答對率，顯示不同的多媒體設計教學並無法提升學生的學習效果。
- (2)選 A 選項者應就求 y 軸上的點座標加以補強。
- (3)選 B 選項者應就「二次函數圖形之開口方向」及「具有最高或最低點」特性補強。
- (3)選 D 選項者應就其圖形頂點座標予以補強。

第二節 後測及延後測之敘述統計量

本節主要是以 SPSS 軟體統計各學生在後測及延後測中所得分數之敘述統計量，並就其平均數分別作 t -考驗 (t -test) 及變異數分析 (ANOVA) 予以驗證效果是否顯著。

各題計分均以 1 分計算，後測題數為 14 題，總分為 14 分；延後測題數為 8 題，總分為 8 分。

一、後測

(一) 未分組時，三 A 在後測的平均數為 11.31，三 B 的平均數則為 11.08，如表 4-2 所示。

表4-2 後測未分組之敘述統計量

未分組	班級	個數	平均數	標準差
總分	三 A	35	11.31	3.78
	三 B	36	11.08	3.72

三 A 及三 B 兩組在未分組的 t-檢定下，其顯著性為 0.80，並未達到顯著差異。如表 4-3 所示。

表4-3 後測未分組t檢定摘要表

未分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
總分	0.26	69.00	0.80	-1.54	2.01

(二) 以三 A 與三 B 之低分組來看，三 A 低分組在後測的平均分數為 6.11，而三 B 則為 7.10，如表 4-4 所示。

表4-4 後測低分組之敘述統計量

低分組	班級	個數	平均數	標準差
總分	三 A	9	6.11	2.26
	三 B	10	7.10	2.85

三 A 及三 B 在低分組的 t-檢定下，其顯著性為 0.42，並未達顯著差異。如表 4-5 所示，顯示不同的兩種多媒體教材並未對低分組學生產生效果。

表4-5 後測低分組t檢定摘要表

低分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
總分	-0.83	17.00	0.42	-3.50	1.52

(三) 以三 A 與三 B 之中分組來看，三 A 中分組在後測的平均分數為 12.38，而三 B 則為 11.76，如表 4-6 所示。

表4-6 後測中分組之敘述統計量

中分組	班級	個數	平均數	標準差
總分	三 A	16	12.38	2.45
	三 B	17	11.76	3.09

三 A 及三 B 在中分組的 t-檢定下，其顯著性為 0.54，並未達顯著差異。如表 4-7 所示，顯示不同的兩種多媒體教材並未對中分組學生產生效果。

表4-7 後測中分組t檢定摘要表

中分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
總分	0.63	31.00	0.54	-1.38	2.60

(四) 以三 A 與三 B 之高分組來看，三 A 高分組在後測的平均分數為 14.30，而三 B 則為 14.22，如表 4-8 所示。

表4-8 後測高分組之敘述統計量

高分組	班級	個數	平均數	標準差
總分	三 A	10	13.30	0.67
	三 B	9	13.22	0.67

三 A 及三 B 在高分組的 t-檢定下，其顯著性為 0.80，並未達顯著差異。如表 4-9 所示，顯示不同的兩種多媒體教材並未對高分組學生產生效果。

表4-9 後測高分組t檢定摘要表

高分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
總分	0.25	17.00	0.80	-0.57	0.73

(五) 小結

無論在未分組、高分組、中分組或低分組，不同的教材在三 A 與三 B 兩實驗組之間在後測總分上均無顯著差異。因本單元教學對象為國中三年級，研究者根據自身教學經驗推測其原因為部分三年級學生已對數學失去信心，尤其更有一部分早已對學習教科書內容失去興趣，因此無論使用何種

設計教材教學，只要是與數學相關之內容，研究者企圖引起學生學習共鳴的各種方法均徒勞無功。

二、延後測

(一) 未分組時，三 A 在延後測的平均分數為 5.49，三 B 為 5.25，而其他 23 班平均則為 5.43，如表 4-10 所示。

表4-10 延後測未分組之敘述統計量

未分組	班級	個數	平均	標準差
總分	三 A	35	5.49	2.12
	三 B	36	5.25	2.23
	其他	803	5.43	2.22

三 A、三 B 及其他 23 班在未分組的變異數分析下，其顯著性為 0.88，並未達顯著差異，如表 4-11 所示。顯示不同的兩種多媒體教材及傳統板書教學並未對學生學習產生效果。

表4-11 延後測未分組之變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	F	p
組間	1.22	2	0.61	0.12	0.88
組內	4283.83	871	4.92		
總和	4285.05	873			

(二) 延後測中，三 A 低分組的平均分數為 3.00，三 B 為 3.00，而其他 23 班平均則為 2.80，如表 4-12 所示。

表4-12 延後測低分組之敘述統計量

低分組	班級	個數	平均	標準差
總分	三 A	9	3.00	1.80
	三 B	10	3.00	1.63
	其他	210	2.80	1.57

三 A、三 B 及其他 23 班在低分組的變異數分析下，其顯著性為 0.86，並未達顯著差異，如表 4-13 所示。顯示不同的兩種多媒體教材及傳統板書教學並未對低分組學生學習產生顯著效果。

表4-13 延後測低分組之變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	<i>F</i>	<i>p</i>
組間	0.73	2	0.37	0.15	0.86
組內	566.20	226	2.51		
總和	566.93	228			

(三) 延後測中，三 A 中分組的平均分數為 6.00，三 B 為 5.59，而其他 23 班平均則為 5.91，如表 4-14 所示。

表4-14 延後測中分組之敘述統計量

中分組	班級	個數	平均	標準差
總分	三 A	16	6.00	1.59
	三 B	17	5.59	1.87
	其他	407	5.91	1.63

三 A、三 B 及其他 23 班在中分組的變異數分析下，其顯著性為 0.70，並未達顯著差異，如表 4-15 所示。顯示不同的兩種多媒體教材及傳統板書教學並未對中分組學生學習產生顯著效果。

表4-15 延後測中分組之變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	<i>F</i>	<i>p</i>
組間	1.88	2	0.94	0.35	0.70
組內	1172.11	437	2.68		
總和	1173.99	439			

(四) 延後測中，三 A 高分組的平均分數為 6.90，三 B 為 7.11，而其他 23 班平均則為 7.33，如表 4-16 所示。

表4-16 延後測高分組之敘述統計量

高分組	班級	個數	平均	標準差
總分	三 A	10	6.90	0.99
	三 B	9	7.11	1.17
	其他	186	7.33	0.87

三 A、三 B 及其他 23 班在高分組的變異數分析下，其顯著性為 0.27，並未達顯著差異，如表 4-17 所示。顯示不同的兩種多媒體教材及傳統板書教學並未對高分組學生學習產生顯著效果。

表4-17 延後測高分組之變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	F	p
組間	2.07	2	1.03	1.31	0.27
組內	158.78	202	0.79		
總和	160.85	204			

(五) 小結

無論未分組、高分組、中分組或低分組，不同多媒體教材在三 A、三 B 與其他 23 個班三組之間在延後測總分上均無顯著差異。因教學內容為國中三年級課程，學習該單元需具備一些國中一二年級之先備知識，雖然某些學生試圖藉此教材學好該單元內容，但因前兩年的先備經驗不足而無法達到其預期效果。



第三節 技能精熟程度在簡易二次函數之分析

本節旨在利用 Ox 程式以 G-DINA 估計參數模式比較後測及延後測中，學生在簡易二次函數中各技能精熟程度估計值(Estimates of Attribute Prevalence)，其值域為 0 至 1 之間，該值愈大，即代表學生精熟程度愈高。並以 SPSS 軟體，呈現後測未分組、低分組、中分組、高分組學生在各技能精熟估計值以 t-test 比較；延後測部分則以 ANOVA Table 比較，藉以顯示各組別學生在不同教材呈現下，所學習到的各技能是否有所差異。

一、後測

後測時，三 A 與三 B 在技能精熟程度估計值中，除了第 9 項技能 (K9)，三 A 技能精熟程度似乎優於三 B 外，大致上使用兩種教材教學所得到的估計值是差不多的，如表 4-18 所示，且因為第 8 及第 11 項兩技能在後測題目中並未施測，因此其技能熟練程度估計值均為 0.50。

表4-18 三A及三B在後測之技能精熟程度估計值

技能編號	技能內容	Estimates of Attribute Prevalence	
		三 A	三 B
K1	能判斷二次函數開口方向。	0.86	0.83
K2	能判斷二次函數開口大小。	0.74	0.78
K3	能了解二次函數圖形為拋物線。	0.86	0.75
K4	能了解二次函數圖形是無限延伸的。	0.73	0.74
K5	能判斷二次函數圖形有最高點或最低點。	0.84	0.75
K6	能了解 $y = ax^2 + k$ 的最高點或最低點坐標為 $(0, k)$ 。	0.81	0.75
K7	能了解 $y = ax^2 + k$ 圖形對 y 軸對稱。	0.71	0.73
K8	能求出二次函數圖形與 x 軸的交點坐標。	0.50	0.50
K9	能求出二次函數圖形與 y 軸的交點坐標。	0.81	0.58
K10	能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解。	0.86	0.83
K11	能求出平面上過兩點的直線方程式。	0.50	0.50
K12	能了解 $y = ax^2 + c$ 與 $y = ax^2 + d$ 僅是圖形上下平移的結果，其中 $a \neq 0, c \neq d$ 。	0.75	0.74

(一) 未分組前，三 A 及三 B 在各技能的 t-檢定如表 4-19 所示。各技能的精熟程度在不同多媒體教材教學下並無顯著差異。

表4-19 後測未分組各技能精熟程度之t檢定摘要表

未分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
K1	0.50	69.00	0.62	-0.12	0.21
K2	0.50	69.00	0.62	-0.14	0.24
K3	1.13	66.80	0.26	-0.08	0.30
K4	0.12	69.00	0.91	-0.14	0.16
K5	1.44	67.07	0.15	-0.05	0.30
K6	0.02	69.00	0.98	-0.18	0.19
K7	-0.13	69.00	0.90	-0.22	0.20
K9	1.29	65.34	0.20	-0.05	0.23
K10	0.27	69.00	0.79	-0.15	0.20
K12	0.11	69.00	0.91	-0.13	0.14

(二) 三 A 及三 B 在低分組中，各技能的 t-檢定如表 4-20 所示。各技能的精熟程度在不同多媒體教材教學下並無顯著差異。

表4-20 後測低分組各技能精熟程度之t檢定摘要表

低分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
K1	-0.68	17.00	0.51	-0.64	0.33
K2	0.65	17.00	0.53	-0.35	0.66
K3	0.71	17.00	0.49	-0.33	0.67
K4	1.00	9.00	0.34	-0.06	0.16
K5	0.03	17.00	0.97	-0.40	0.41
K6	-0.03	17.00	0.98	-0.38	0.37
K7	-0.92	17.00	0.37	-0.68	0.27
K9	1.77	17.00	0.09	-0.03	0.34
K10	-0.65	17.00	0.52	-0.66	0.35
K12	-1.00	9.00	0.34	-0.16	0.06

(三) 三 A 及三 B 在中分組中，各技能的 t-檢定如表 4-21 所示。各技能的精熟程度在不同多媒體教材教學下並無顯著差異。

表4-21 後測中分組各技能精熟程度之t檢定摘要表

中分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
K1	1.64	16.65	0.12	-0.05	0.36
K2	-0.12	31.00	0.91	-0.25	0.22
K3	0.40	31.00	0.69	-0.21	0.31
K4	-0.67	31.00	0.51	-0.33	0.17
K5	1.65	26.86	0.11	-0.04	0.39
K6	-0.24	31.00	0.81	-0.27	0.21
K7	0.30	31.00	0.77	-0.26	0.35
K9	1.29	27.38	0.21	-0.07	0.31
K10	1.00	16.00	0.33	-0.06	0.18
K12	0.15	31.00	0.88	-0.21	0.24

(四) 三 A 及三 B 在高分組中，各技能的 t-檢定如表 4-22 所示。各技能的精熟程度在不同多媒體教材教學下並無顯著差異。其中，在第 1、2、6、12 項等四項技能，無論三 A 或三 B 的高分組，均已全數答對。

表4-22 後測高分組各技能精熟程度之t檢定摘要表

高分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
K3	1.00	8.00	0.35	-0.15	0.37
K4	0.62	17.00	0.55	-0.19	0.35
K5	1.11	8.00	0.30	-0.13	0.38
K7	0.25	17.00	0.81	-0.22	0.28
K9	-1.00	9.00	0.34	-0.23	0.09
K10	1.00	8.00	0.35	-0.15	0.37

(五) 小結

後測中，低分組、中分組、高分組三組在各技能精熟程度上均未達顯著差異。經研究者事後訪談發現，學生補習風氣盛行，而坊間補習班的課程進度亦走在學校進度之前，因而造成學生於校內學習該單元內容之前，已先行在補習班接觸過了，故造成其效果不彰。

二、延後測

延後測時，如表 4-23 所示，三 A、三 B 與其他組在技能精熟程度估計值中，三 B 及其他組在第 1、第 6、第 7 項技能表現優於三 A；而三 A 及三 B 在第 2、第 3、第 4、第 5、第 8、第 9 與第 10 項技能表現則優於其他組。

表4-23 延後測中實驗其他組技能精熟程度估計值

技能編號	技能內容	Estimates of Attribute Prevalence		
		三 A	三 B	其他
K1	能判斷二次函數開口方向。	0.49	0.60	0.62
K2	能判斷二次函數開口大小。	0.75	0.73	0.74
K3	能了解二次函數圖形為拋物線。	0.75	0.73	0.74
K4	能了解二次函數圖形是無限延伸的。	0.62	0.60	0.49
K5	能判斷二次函數圖形有最高點或最低點。	0.68	0.54	0.58
K6	能了解 $y = ax^2 + k$ 的最高點或最低點坐標為 $(0, k)$ 。	0.68	0.81	0.71
K7	能了解 $y = ax^2 + k$ 圖形對 y 軸對稱。	0.67	0.78	0.80
K8	能求出二次函數圖形與 x 軸的交點坐標。	0.83	0.76	0.70
K9	能求出二次函數圖形與 y 軸的交點坐標。	0.83	0.76	0.70
K10	能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解。	0.85	0.78	0.73
K11	能求出平面上過兩點的直線方程式。	0.67	0.59	0.72

K12	能了解 $y = ax^2 + c$ 與 $y = ax^2 + d$ 僅是圖形上下平移的結果，其中 $a \neq 0$ ， $c \neq d$ 。	0.61	0.71	0.56
-----	--	------	------	------

(一) 延後測時，三 A、三 B 與其他組在未分組情況之下，各技能精熟程度之變異數分析表如表 4-24 所示。在各項技能中，均無任何一項達到顯著性教學效果。

表4-24 延後測未分組之各技能精熟程度變異數分析表

未分組		平方和	自由度	平均平方和	<i>F</i>	<i>p</i>
K1	組間	0.02	2	0.01	0.24	0.79
	組內	32.18	871	0.04		
	總和	32.19	873			
K2	組間	0.03	2	0.01	0.13	0.87
	組內	87.01	871	0.10		
	總和	87.03	873			
K3	組間	0.03	2	0.01	0.13	0.87
	組內	87.01	871	0.10		
	總和	87.03	873			
K4	組間	0.02	2	0.01	0.24	0.79
	組內	32.18	871	0.04		
	總和	32.19	873			
K5	組間	0.13	2	0.06	0.98	0.38
	組內	56.73	871	0.07		
	總和	56.86	873			
K6	組間	0.28	2	0.14	0.84	0.43
	組內	144.39	871	0.17		
	總和	144.67	873			
K7	組間	0.15	2	0.08	0.91	0.40
	組內	72.35	871	0.08		
	總和	72.50	873			
K8	組間	0.16	2	0.08	0.80	0.45
	組內	86.88	871	0.10		
	總和	87.04	873			
K9	組間	0.16	2	0.08	0.80	0.45
	組內	86.88	871	0.10		
	總和	87.04	873			

K10	組間	0.15	2	0.08	0.46	0.63
	組內	143.45	871	0.16		
	總和	143.60	873			
K11	組間	0.04	2	0.02	0.29	0.75
	組內	53.54	871	0.06		
	總和	53.58	873			
K12	組間	0.12	2	0.06	0.91	0.40
	組內	59.43	871	0.07		
	總和	59.55	873			

(二) 延後測時，三 A、三 B 與其他組在低分組情況之下，各技能精熟程度之變異數分析如表 4-25 所示。在第 10 項技能（能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解）中，其顯著 p 值為 0.04，已達到顯著水準 0.05，顯示在低分組的延後測中，三 A 的表現優於三 B 及其他組，其中三 A 對三 B 的 $Cohen's d=0.46$ ，三 A 對其他組的 $Cohen's d=0.95$ ，分別具有中強度及高強度的效果值。

表4-25 延後測低分組之各技能精熟程度變異數分析表

低分組		平方和	自由度	平均平方和	F	p
K1	組間	0.00	2896	0.00	0.04	0.96
	組內	0.32	206	0.00		
	總和	0.32	208			
K2	組間	0.03	2	0.02	0.30	0.74
	組內	11.00	206	0.05		
	總和	11.03	208			
K3	組間	0.03	2	0.02	0.30	0.74
	組內	11.00	206	0.05		
	總和	11.03	208			
K4	組間	0.00	2	0.00	0.04	0.96
	組內	0.32	206	0.00		
	總和	0.32	208			
K5	組間	0.01	2	0.00	0.13	0.88
	組內	6.39	206	0.03		
	總和	6.40	208			
K6	組間	0.17	2	0.08	0.43	0.65
	組內	39.91	206	0.19		
	總和	40.07	208			

K7	組間	0.17	2	0.09	0.67	0.51
	組內	26.23	206	0.13		
	總和	26.40	208			
K8	組間	0.09	2	0.04	0.39	0.68
	組內	23.47	206	0.11		
	總和	23.56	208			
K9	組間	0.09	2	0.04	0.39	0.68
	組內	23.47	206	0.11		
	總和	23.56	208			
K10	組間	1.02	2	0.51	3.26	0.04*
	組內	32.23	206	0.16		
	總和	33.25	208			
K11	組間	0.04	2	0.02	1.56	0.21
	組內	2.54	206	0.01		
	總和	2.58	208			
K12	組間	0.02	2	0.01	0.17	0.84
	組內	14.17	206	0.07		
	總和	14.19	208			

* $p < 0.05$

(三) 延後測時，三 A、三 B 與其他組在中分組情況之下，各技能精熟程度之變異數分析如表 4-26 所示。其顯示了在中分組的延後測中，三 A、三 B 及其他組的各項技能之精熟程度均無顯著差異。

表4-26 延後測中分組之各技能精熟程度變異數分析表

中分組		平方和	自由度	平均平方和	F	p
K1	組間	0.03	2	0.02	0.87	0.42
	組內	7.59	436	0.02		
	總和	7.62	438			
K2	組間	0.12	2	0.06	0.73	0.48
	組內	37.15	436	0.09		
	總和	37.28	438			
K3	組間	0.12	2	0.06	0.73	0.48
	組內	37.15	436	0.09		
	總和	37.28	438			

K4	組間	0.03	2	0.02	0.87	0.42
	組內	7.59	436	0.02		
	總和	7.62	438			
K5	組間	0.06	2	0.03	0.33	0.72
	組內	38.71	436	0.09		
	總和	38.77	438			
K6	組間	0.06	2	0.03	0.77	0.47
	組內	17.98	436	0.04		
	總和	18.04	438			
K7	組間	0.22	2	0.11	0.92	0.40
	組內	51.45	436	0.12		
	總和	51.67	438			
K8	組間	0.26	2	0.13	1.51	0.22
	組內	38.17	436	0.09		
	總和	38.43	438			
K9	組間	0.26	2	0.13	1.51	0.22
	組內	38.17	436	0.09		
	總和	38.43	438			
K10	組間	0.10	2	0.05	0.80	0.45
	組內	28.14	436	0.06		
	總和	28.24	438			
K11	組間	0.06	2	0.03	0.40	0.67
	組內	32.71	436	0.08		
	總和	32.77	438			
K12	組間	0.01	2	0.00	0.05	0.95
	組內	37.34	436	0.09		
	總和	37.35	438			

(四) 延後測時，三 A、三 B 與其他組在高分組情況之下，各技能精熟程度之變異數分析如表 4-27 所示。在第 5 項技能中，其顯著 p 值為 0.04，已達到顯著水準 0.05，顯示在高分組的延後測中，三 A 在此項技能的表現優於其他組，其中三 A 對其他組的 $Cohen's d = 0.68$ ，且有中強度以上的效果值；而三 B 與其他組之間則無顯著差異。

表4-27 延後測高分組之各技能精熟程度變異數分析表

高分組	平方和	自由度	平均平方和	F	p	$Cohen's d$
-----	-----	-----	-------	-----	-----	-------------

K1	組間	0.02	2	0.01	0.30	0.74	
	組內	5.17	202	0.03			
	總和	5.19	204				
K2	組間	0.02	2	0.01	0.29	0.75	
	組內	6.37	202	0.03			
	總和	6.39	204				
K3	組間	0.02	2	0.01	0.29	0.75	
	組內	6.37	202	0.03			
	總和	6.39	204				
K4	組間	0.02	2	0.01	0.30	0.74	
	組內	5.17	202	0.03			
	總和	5.19	204				
K5	組間	0.20	2	0.10	3.37	0.04*	0.68
	組內	5.92	202	0.03			
	總和	6.12	204				
K6	組間	0.00	2	0.00	0.16	0.85	
	組內	1.15	202	0.01			
	總和	1.15	204				
K7	組間	0.00	2	0.00	0.01	0.99	
	組內	3.05	202	0.02			
	總和	3.05	204				
K8	組間	0.01	2	0.00	0.31	0.73	
	組內	2.59	202	0.01			
	總和	2.60	204				
K9	組間	0.01	2	0.00	0.31	0.73	
	組內	2.59	202	0.01			
	總和	2.60	204				
K10	組間	0.00	2	0.00	0.05	0.95	
	組內	0.92	202	0.00			
	總和	0.92	204				
K11	組間	0.00	2	0.00	0.04	0.96	
	組內	8.49	202	0.04			
	總和	8.50	204				
K12	組間	0.04	2	0.02	0.76	0.47	
	組內	5.43	202	0.03			
	總和	5.47	204				

* $p < 0.05$

(五) 小結

在延後測中，低分組 K10 ($p = 0.04$) 以及高分組 K5 ($p = 0.04$) 兩技能中，三 A 的確比其他組具有更高的技能精熟程度；而三 B 則與其他組無顯著差異。根據研究者教學經驗推測，因為後測與延後測之間相差近三週時間，學生於該段時間又學習了二次函數較艱深之一般式 ($y = ax^2 + bx + c$) 及配方法與最大、最小值，並在段考前反覆練習的情況之下，可能已消彌一開始教學後的差異，因而在能力上並無法顯示出優劣之分。但此結果亦顯示了以激發式動態呈現來設計多媒體教材教學，對比於一般多媒體投影片教學與傳統板書教學，更能在此兩技能上加深學生印象，在記憶中能持續較久時間。

第四節 認知能力在簡易二次函數之比較

本節旨在將後測及延後測所有施測題目依雙向細目表區分為概念理解、程序執行與解題思考三種認知能力，並就學生在未分組前、低分組、中分組及高分組以 SPSS 作 t-檢定及變異數分析分別加以比較，藉以了解不同的教材呈現在各認知能力中，學生學習上有無顯著差異。其中表 4-28 所示為各認知能力於後測及延後測題目中之各題號：

表4-28 各認知能力在後測及延後測之題號

	後測題號	延後測題號
概念理解	1,4,5,10	1,2,3,6
程序執行	2,3,6,9,12	7,8
解題思考	7,8,11,13,14	4,5

一、後測

(一) 後測題目中，三 A 及三 B 在學生未分組前，三種認知能力上的比較如表 4-29 所示。其顯示出後測在未分組時，各認知能力均無顯著差異。

表4-29 後測未分組在認知能力之t檢定摘要表

未分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
概念理解	1.04	69.00	0.30	-0.31	0.98
程序執行	0.12	69.00	0.91	-0.68	0.60
解題思考	0.20	69.00	0.84	-0.76	0.62

(二) 後測中，三 A 及三 B 在學生低分組的三種認知能力上的比較如表 4-30 所示。其顯示出低分組學生在後測時，三 B 在解題思考的題型上明顯優於三 A，其 *Cohen's d* = 1.02。推論其原因，就研究者自身經驗而言，三 A 班是研究者任教三年的班級，從國中一年級開始，該班在學習成效上即呈現些許的雙峰現象，而愈到後來此現象則愈明顯，尤其低學習成就學生的平均分數也普遍低於其他班，無論大考或小考，隨意猜測答案的學生也較多。另一方面，解題思考之題型是屬於較難的題目，必須通過思考、融會貫通進而統整所學，才能有效的解決該題型，因此三 A 班在解題思考題型中並不如三 B 班。

表4-30 後測低分組在認知能力之t檢定摘要表

低分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間		<i>Cohen's d</i>
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界	
概念理解	0.36	17.00	0.72	-1.24	1.75	
程序執行	-1.10	17.00	0.29	-1.72	0.54	
解題思考	-2.20	17.00	0.04*	-1.28	-0.03	1.02

* $p < 0.05$

(三) 後測中，三 A 及三 B 在學生中分組的三種認知能力上的比較如表 4-31 所示。其顯示出中分組學生在後測時，各認知能力上的教學效果並無顯著差異。

表4-31 後測中分組在認知能力之t檢定摘要表

中分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間	
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界
概念理解	0.88	31.00	0.38	-0.34	0.87
程序執行	0.12	31.00	0.91	-0.83	0.94
解題思考	0.73	31.00	0.47	-0.53	1.12

(四) 後測中，三 A 及三 B 在學生高分組的三種認知能力上的比較如表 4-32 所示。其顯示出高分組學生在後測時，三 A 在「概念理解」及「解題思考」的題型中，明顯優於三 B 的學生，其中在「概念理解」中，其 *Cohen's d* = 2.83，而在「解題思考」中，其 *Cohen's d* = 1.12，此二者均屬高強度效果。顯示出激發式動態呈現教學在高分組的概念理解及解題思考題型中，是比一般多媒體投影片教學有成效的。

表4-32 後測高分組在認知能力之t檢定摘要表

高分組	平均數相等的 t 檢定			95% 信賴區間		Cohen's <i>d</i>
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	下界	上界	
概念理解	2.12	17.00	0.047*	0.00	0.67	2.83
程序執行	0.62	17.00	0.54	-0.34	0.63	
解題思考	2.45	9.00	0.04*	0.03	0.77	1.12

* $p < 0.05$

(五) 小結

- (1) 後測中，在低分組的解題思考部分裡，三 A 不如三 B。
- (2) 後測中，在高分組的概念理解部分裡，三 A 比三 B 更好。
- (3) 後測中，在高分組的解題思考部分裡，三 A 比三 B 更好。

二、延後測

- (一) 延後測題目中，三 A、三 B 與其他組在學生未分組前，三種認知能力上的變異數分析比較如表 4-33 所示。其顯示出延後測在未分組時，各認知能力題型上均無顯著差異。

表4-33 延後測未分組認知能力之變異數分析表

未分組	平方和	自由度	平均平方和	<i>F</i>	<i>p</i>	
概念理解	組間	0.33	2	0.17	0.11	0.90
	組內	1356.64	871	1.56		
	總和	1356.97	873			
程序執行	組間	1.49	2	0.74	1.27	0.28
	組內	509.48	871	0.58		
	總和	510.97	873			
解題思考	組間	0.09	2	0.05	0.08	0.93
	組內	525.77	871	0.60		
	總和	525.86	873			

- (二) 延後測題目中，三 A、三 B 與其他組在學生低分組的三種認知能力上之變異數分析比較如表 4-34 所示。其顯示出低分組學生在延後測時，各認知能力題型上均無顯著差異。

表4-34 延後測低分組認知能力之變異數分析表

低分組	平方和	自由度	平均平方和	<i>F</i>	<i>p</i>	
概念理解	組間	3.55	2	1.77	1.44	0.24
	組內	254.18	206	1.23		
	總和	257.72	208			
程序執行	組間	0.12	2	0.06	0.12	0.89
	組內	110.10	206	0.53		
	總和	110.22	208			
解題思考	組間	1.00	2	0.50	1.11	0.33
	組內	93.09	206	0.45		
	總和	94.09	208			

- (三) 延後測題目中，三 A、三 B 與其他組在學生中分組的三種認知能力上之變異數分析比較如表 4-35 所示。其顯示出中分組在延後測時，各認知能力題型上均無顯著差異。

表4-35 延後測中分組認知能力之變異數分析表

中分組	平方和	自由度	平均平方和	<i>F</i>	<i>p</i>	
概念理解	組間	0.08	2	0.04	0.06	0.94
	組內	295.95	436	0.68		
	總和	296.03	438			
程序執行	組間	0.88	2	0.44	0.88	0.41
	組內	218.36	436	0.50		
	總和	219.24	438			
解題思考	組間	0.68	2	0.34	0.58	0.56
	組內	254.68	436	0.58		
	總和	255.37	438			

- (四) 延後測題目中，三 A、三 B 與其他組在學生高分組的三種認知能力上之變異數分析比較如表 4-36 所示。其顯示出高分組學生在延後測時，以三 A 在「程序執行」題型上明顯優於其他組，其 *Cohen's d* = 0.92，而三 B 與其他組則無顯著差異。

表4-36 延後測高分組認知能力之變異數分析表

高分組		平方和	自由度	平均平方和	<i>F</i>	<i>p</i>	<i>Cohen's d</i>
概念理解	組間	0.09	2	0.04	0.45	0.64	
	組內	19.96	202	0.10			
	總和	20.05	204				
程序執行	組間	1.81	2	0.91	6.01	0.003**	0.92
	組內	30.51	202	0.15			
	總和	32.32	204				
解題思考	組間	0.07	2	0.03	0.09	0.91	
	組內	74.01	202	0.37			
	總和	74.08	204				

** $p < 0.01$

(五) 小結

延後測中，程序執行的題目在高分組中，三 A 的學習成效明顯比其他組（其他）來得好；而三 B 則與其他組無顯著差異。

整體而言，以激發式動態呈現的教材設計，在後測時，高分組在概念理解與解題思考的題型上，比一般投影片教學效果還要好。而在延後測中，低分組的第10項技能（能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解）、高分組的第5項技能（能判斷二次函數圖形有最高點或最低點）以及高分組在程序執行題型上，均比一般投影片教學及傳統板書教學都來得有效。

第五章 結論與建議

本章針對本研究結果作出結論統整及建議，共分為二節。第一節為「研究結論」；第二節為「研究建議及未來研究方向」。

第一節 研究結論

本研究主要探討以不同的多媒體教材設計方法教學，對數學各學習成就之學生在學習效果上的影響，以及在技能精熟度、認知能力上有無顯著差異。本研究綜合第四章研究成果，結論如下：

結論一：無論在未分組、高分組、中分組或低分組，不同的多媒體教材設計方法在三 A 與三 B 兩實驗組之間的後測總分上均無顯著差異。

結論二：無論在未分組、高分組、中分組或低分組，不同的多媒體教材設計方法在三 A 與三 B 兩實驗組之間的延後測總分上均無顯著差異。

結論三：三 A 之第 1 項技能（能判斷二次函數開口方向）、第 6 項技能（能了解 $y = ax^2 + k$ 的最高點或最低點坐標為 $(0, k)$ ）及第 7 項技能（能了解 $y = ax^2 + k$ 圖形對 y 軸對稱）等三技能精熟度之估計值在延後測中雖不如三 B 及其他組，不過其變異數分析結果並無顯著差異。

結論四：在延後測中，低分組的第 10 項技能（能了解二次函數圖形上的點坐標即為方程式的解）以及高分組的第 5 項技能（能判斷二次函數圖形有最高點或最低點）兩技能中，三 A 的確比其他組（其他 23 班）具有更高的技能精熟度；而三 B 則與其他組無顯著差異。

結論五：後測中，在低分組的解題思考部分裡，三 A 不如三 B。

結論六：後測中，在高分組的概念理解部分裡，三 A 比三 B 更好。

結論七：後測中，在高分組的解題思考部分裡，三 A 比三 B 更好。

結論八：延後測中，程序執行的題目在高分組中，三 A 的學習成效明顯比其他組（其他）來得好；而三 B 則與其他組無顯著差異。

教學上對高學習成就的學生，就認知能力中的「概念理解」與「解題思考」兩部分而言，在後測中，以激發式動態呈現教學的學生表現較佳。而在延後測中，則在「程序執行」的題目部分以激發式動態呈現教學的學生表現較佳。而一般投影片教學與傳統板書教學則對高分組學生在認知能力上較無此等效果。

但這兩種教材設計的教學法無論是後測或延後測中，反而對中學習成就的學生在學習效果上並無顯著差異，此與研究者一開始的預期有些落差，推測其原因為下列所述：

- （一）在中分組這 46% 的學生中，透過研究者事後訪談，發現其在事前練習的比例偏高，因而可能在研究者實施教學之前，已先行初步學過了相關內容，

因此在此研究中並無法客觀的呈現出研究結果。

- (二) 實驗組的樣本數可能太少，若往後有意深入研究的話，應可將實驗組的樣本數增加，或許教學效果能更顯著。
- (三) 因本教學內容偏易，學生在學習上並無較困難之處，因而造成專家反效之效果。以激發式動態呈現作逐步引導教學，對學生而言似感無趣，尤其是中、高分組的學生而言，造成教材弱化、教學方法無作用之效果。

第二節 研究建議及未來研究方向

本研究以「簡易二次函數」單元為研究內容，探討激發式動態教學對各學習成就之學生在學習上、在各技能精熟度上與各認知能力的題目上的差異，針對此研究內容，可提出下列幾點建議：

一、補救教學

因教學對象為國中三年級學生，其研究成效不彰，應在學生國中一、二年級時就需針對其學習效果做補救教學；甚或在更早時（也許國小）就需進行補救，才不致於使學生過早失去信心及學習動機。

二、延長教學時數

本教學實驗時間只有 2 節課（共 90 分鐘），且從頭到尾只有研究者教學而無與學生的互動；若能延長教學時間，讓教學更貼近一般教學時程，增加學生討論課程或提問時間，相信更能看出學生的實際學習成效。

三、教學內容

在「簡易二次函數」單元中，教材內容實偏易，若能將內容延伸至整個二次函數單元，將配方法及函數最大、最小值納入教學範圍，以此進行教材設計並教學，或許更能有整個二次函數單元的連貫性與完整性，在研究成效方面也更加具備參考價值。

四、加深加廣

研究者並不主張提前至國中二年級實施教學，雖然學習該單元之先備知識除了「線對稱圖形」相關內容外，學生均已具備，但一來在教學上的時間上可能不允許；二來在此年齡層的智能發展上，多了一年的學習可能在學生的領悟力上就有所差距。

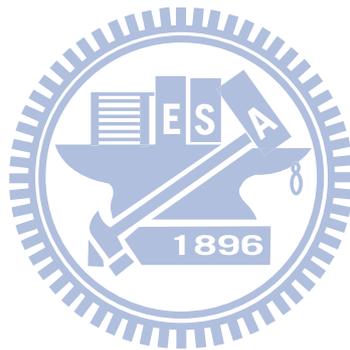
研究者建議或可將教學內容加深加廣，而非侷限於課程範圍，如此既可避開坊間補習班的影響，若能與生活實例做結合，亦可使學生對其內容產生探究的興趣，進而提高學習意願與動機，例如，可引導學生探討日常生活中所看到的弧形是否均為二次函數圖形呢？

五、總結

此研究最終還是希望透過不同的教材設計方法，以期能給學生較易學習吸收知識的管道，讓學生了解到「數學」的美，學數學是為了學習更高深的數學，但前提是不能失去對數學的那份興趣與深入探索的心。

不同的多媒體教學方法充其量只能是輔佐工具，並非所有課程內容均適合製作多媒體教材，因其並無法完全取代傳統板書教學模式，否則就不需學校及教室了，取而代之的只是時間與網路，以進行線上學習即足夠。

因本實驗教材並非研究者所編製，故可能造成教學的不流暢；另一方面，本研究成效與在廖家瑩（2010）的結果有出入，也有可能是選取的實驗對象不同所致（一為國二學生，一為國三學生）。故研究者認為，所有教學模式的好壞之分，最重要的是「人」的因素，無論教學者或學習者均同，因此若能將各種教學模式混合使用，使其各司其職，相輔相成，相信必能收取事半功倍之效。



第六章 參考文獻

一、中文部份

- 王文卿 (2010)。DINA 模式與 G-DINA 模式參數估計比較。國立臺中教育大學教育測驗統計研究所理學碩士論文，未出版，臺中市。
- 余民寧 (2002)。教育測驗與評量：成就測驗與教學評量 (二版)。臺北市：心理。
- 余民寧 (1995)。認知診斷測驗的發展趨勢。教育研究雙月刊，45，14-22。
- 涂金堂 (2003)。認知診斷評量的探究。臺南師範學院學報，37(2)：67-97。
- 國家教育研究院 (2010 年 3 月 15 日)。「臺灣學生學習成就評量資料庫」電子報第七期。取自 <http://tasa.naer.edu.tw/10epaper-2-detail.asp?id=14>。
- 陳明璋 (2006)。數學簡報系統——一個克服數位落差之教師專業發展環境。第十屆全球華人計算機教育研討會，北京清華大學。
- 陳明璋 (2008)。一個以授課為導向之數位教材設計及展演環境簡介—Activate Mind Attention (AMA) 系統。國民教育月刊，48：6，57-63。
- 教育部 (2010)。國民中學數學課本第五冊。國家教育研究院籌備處。
- 教育部中等教育司(2010 年 12 月 7 日)。我國參與國際學生能力評量計畫(PISA) 2009 結果。取自 http://www.edu.tw/news.aspx?news_sn=4113。
- 教育部國教司(2010 年 6 月 11 日)。教育部學生國際級競賽風雲榜網站(TIMSS)。取自 http://award.moe.gov.tw/news_in.aspx?siteid=&ver=&usid=&mnuid=1820&modid=200&mode=&nid=240&noframe=。
- 廖家瑩 (2010)。激發式動態教學對學習成效與認知負荷影響之研究-以簡易二次函數圖形為例。國立交通大學理學院碩士論文，未出版，新竹市。

賴泳伶、洪燕竹、林居鶴 (2003)。應用於診斷測驗之選題策略研究。第七屆國際電腦輔助教學研討會論文集。臺北市：國立臺灣師範大學資訊教育研究所。

謝豐瑞、陳材河 (1997)。函數的一生。科學教育月刊，199，34-43。

二、英文部份

Anderson, W. & Krathwohl, D. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's educational objectives*. NY: Longamn.

Baddeley, A. D. (1998). Recent developments in working memory. *Current Opinion in Neurobiology*, 8, 234-238.

Bloom B. S., et al.(1956). *Taxonomy of educational objectives: Cognitive domain*. New York: David McKay.

Clark, R. C. & Mayer, R. E. (2008). *E-Learning and the science of instruction: proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning (2nd ed.)*. San Francisco: Pfeiffer.

de la Torre, J., & Douglas, J. (2004). Higher-order latent trait models for cognitive diagnosis. *Psychometrika*, 69(3), 333-353.

de la Torre, J., & Douglas, J. (2008). Model evaluation and multiple strategies in cognitive diagnosis: An analysis of fraction subtraction data. *Psychometrika*, 73(4), 595-624.

de la Torre, J. (2009a). DINA model and parameter estimation: A didactic. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 34, 115-130.

de la Torre, J. (2009b). A cognitive diagnosis model for cognitively-based multiple-choice options. *Applied Psychological Measurement*, 33, 163-183.

Doignon, J.-P.,&Falzagne, J.-C. (1999). *Knowledge spaces*. New York: Springer-Verlag.

- Doornik, J. A. (2003). *Object-oriented matrix programming using Ox* (Version 3.1). [Computer software]. London: Timberlake Consultants Press.
- Finkelman, M., Kim, W., & Roussos, L. (2009). Automated test assembly for cognitive diagnostic models using a genetic algorithm. *Journal of Educational Measurement, 46* (3), 273-292.
- Gierl, M., Cui, Y., & Zhou, J. (2009). Reliability and attribute-based scoring in cognitive diagnostic assessment. *Journal of Educational Measurement, 46* (3), 293-313.
- Henson, R. A., & Douglas, J. (2005). Test construction for cognitive diagnosis. *Applied Psychological Measurement, 29* (4), 262-277.
- Huebner, A. (2010). An Overview of Recent Developments in Cognitive Diagnostic Computer Adaptive Assessments. *Practical Assessment, Research & Evaluation, 15*(3).
- Junker, B., & Sijtsma, K. (2001). Cognitive assessment models with few assumptions, and connections with nonparametric item response theory. *Applied Psychological Measurement, 25*(3), 258-272.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia Learning*. New York: Cambridge University press.
- Mayer, R. E., & Moreno R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist, 38*(1), 43-52.
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning*. New York: Cambridge University Press.
- McGlohen, M., & Chang, H. (2008). Combining computer adaptive testing technology with cognitively diagnostic assessment. *Behavior Research Methods, 40* (3), 808-821.
- Nichols, C. (1994). A framework for developing cognitively diagnostic assessment. *Review of Educational Research, 64*, 575-603.

- Paivio, A (1986). *Mental representations: a dual coding approach*. Oxford. England: Oxford University Press.
- Sweller J. (1999). *Instructional design in technical areas*. Melbourne: ACER Press.
- Sweller J. (1988). Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. *Cognitive science* , 12, 257-285.
- Tatsuoka, K. K. (1985). A probabilistic model for diagnosing misconceptions by the pattern classification approach. *Journal of Educational Statistics*, 10, 55-73.
- Tatsuoka, K. K. (1995). Architecture of knowledge structures and cognitive diagnosis: A statistical pattern recognition and classification approach. In P. D. Nichols, S. F. Chipman, & R. L. Brennan (Eds.), *Cognitively diagnostic assessment* (pp. 327–359). Hillsdale NJ: Erlbaum.
- Xu, X., Chang, H., & Douglas, J. (2003). *A simulation study to compare CAT strategies for cognitive diagnosis*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.
- Xu, X. & von Davier, M. (2008). *Linking for the general diagnostic model*. ETS Research Report. Princeton, New Jersey: ETS.
- Zaslavsky, O. (1997). Conceptual obstacles in the learning of quadratic functions. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 19(1), 2-42.