

國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩士論文

利用認知診斷評量探討分隔訊息之交互作用

對學生學習成效的影響

-以三角形重心幾何證明為例



The Effect of Isolated Element Interactivity on Learning Achievement by
Cognitively Diagnostic Assessment

— The Geometric Proof of the Gravity Center of a Triangle as an Example

研究生：鄭勃毅

指導教授：陳明璋 博士

曾建銘 博士

中華民國 一 百 年 七 月

利用認知診斷評量探討分隔訊息之交互作用對學生學習成效的影響

-以三角形重心幾何證明為例

The Effect of Isolated Element Interactivity on Learning Achievement

by Cognitively Diagnostic Assessment

— The Geometric Proof of the Gravity Center of a Triangle as an Example

研究生：鄭勃毅

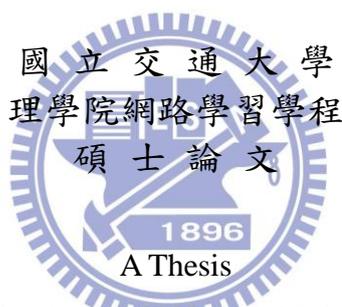
Student：Po-I Cheng

指導教授：陳明璋 博士

Advisor：Dr. Ming-Jang Chen

曾建銘 博士

Dr. Chien-Ming Cheng



Submitted to Department of E-learning

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-learning

July 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年七月

利用認知診斷評量探討分隔訊息之交互作用對學生學習成效的影響

-以三角形重心幾何證明為例

學生：鄭勃毅

指導教授：陳明璋 博士

曾建銘 博士

國立交通大學理學院網路學習學程

摘要

本研究主要是利用適性指標設計原則及分隔訊息的方式，針對國中三年級數學中「三角形重心」的兩個性質證明，設計多媒體教材。採取準實驗研究法，來探討不同設計教材下對於學生學習成就及各認知能力表現的影響，並利用認知診斷評量分析各概念或技能的精熟程度差異，最後利用單參數對數形模式 (one-parameter logistic model) 分析不同群組試題難易度的差別。

根據研究目的、研究問題，實驗研究主要的結論如下：

一、對於較為複雜的幾何證明，適性指標加上分隔訊息方式優於適性指標加上串流式方式，且兩者皆優於傳統板書教學方法。而較為簡單的幾何證明，適性指標加上分隔訊息方式與適性指標加上串流式方式並無顯著差異，但皆與傳統板書教學有顯著差異。

利用試題分析方式可以得知兩種方式皆能有效的降低證明題帶給學習者的難度。

二、受限於學習者可能有過度練習的情況，本研究選擇題大部分來說皆無顯著差異，但仍有以下的結果：

(1) 在「概念理解」認知能力表現中，高學習成就學習者利用適性指標加上分隔訊息方式教材學習，明顯優於其他兩組。

(2) 且對於學生沒有看過的題目，利用適性指標加上分隔訊息方式可降低試題難度。

關鍵詞：三角形重心、適性指標、分隔訊息、教學設計

The Effect of Isolated Element Interactivity on Learning Achievement
by Cognitively Diagnostic Assessment

— The Geometric Proof of the Gravity Center of a Triangle as an Example

Student : Po-I Cheng

Advisor : Dr. Ming-Jang Chen

Dr. Chien-Ming Cheng

Degree Program of E-learning

National Chiao Tung University

Abstract

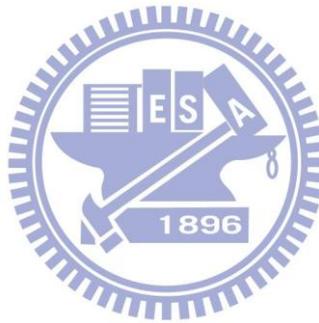
This study mainly uses the adaptive pointer as a research design principle and the isolated element interactivity as a research method to design multimedia teaching materials for the third-grade junior high school students on the issue of the two proofs of properties about the gravity center of triangle. The study adopts the quasi-experimental design to discuss how the different designed teaching materials have impact on students' learning achievement and their performances based on different cognitive levels, and as well as the cognitively diagnostic assessment (CDA) to analyze the different proficiency levels on various concepts and skills. Finally, this study uses the one-parameter logistic model to analyze the difficulty analysis of the questions.

Based on the research purpose and the questions, the research findings are as follows.

- A. As for the more complicated geometry proof, the method of the adaptive pointer added with the isolated element interactivity is better than the adaptive pointer added with the streaming one. And both of the two teaching methods are better than the traditional board-writing one. There is no significant difference between the the adaptive pointer added by the isolated element interactivity and the adaptive pointer added by the streaming, but there is indeed a significant difference between the two above and the traditional board-writing one. By using the item analysis, the study demonstrates that both of the two teaching methods mentioned above can reduce the difficulties for the learners when doing the proving questions.

- B. Being limited within the over-practicings of the learners, the choice questions of the study mostly have no significant difference. But there are still findings as follows,
- (A) On the “Concept Understanding” of the cognitive level of performace, the effect of the higher learning-achievement learners learn with the material of the adaptive pointer added with the isolated element interactivity are better than the learners with the other two materials.
 - (B) For the questions which the students never met, the method of the adaptive pointer added with the isolated element interactivity can reduce the difficulty of the questions.

Keywords: the gravity center of triangle, adaptive pointer, isolated element interactivity, instructional design



誌謝

大學畢業已經經過七年，又重新拾起書本，很有趣也很感動。進入教職現場，常常為了學生或學校事務忙到昏天暗地，而有了進修的念頭。感謝國立交通大學給我這樣一個進修的機會，讓我有成長的空間。

回首修業的兩年，感謝陳明璋老師總是很有興致地介紹 AMA 系統，讓我從其中學到許許多多的技巧，更重要的是，了解到一份好的多媒體教材所要擁有的內涵，不僅僅是畫面好看，訊息配置及展演方式更重點，在往後的日子希望可以經由我手利用所學造福更多學生。也很感謝曾建銘老師，總是細心指導對測驗統計模懵懵懂懂的我，讓我能了解測驗和教學是一體兩面，缺一不可。更重要的是，在老師繁忙的工作中，總是犧牲休息時間與我討論論文內容和修改論文錯誤之處，讓我體驗一種精實的工作精神，令我敬仰。兩位老師，謝謝你們。

李榮耀老師與袁媛老師感謝你們不辭辛苦的擔任口試委員，並且在口試當天提出許多關於論文展演、論文內容及統計方式的建議，讓我的論文能更臻完整。兩位老師，謝謝你們。

兩年中，同窗好友們總是一起為了學分共同努力著，分享了喜怒哀樂。嘉惠感謝你很細心幫我看論文，你的積極是我所要學習的。怡君感謝你與我共同討論論文，沒有你論文許多問題就無法獲得解決。真瑜、忠韻感謝兩位主任兩年來每堂課的陪伴與歡笑。志青、于芳、純慧感謝你們實小三人組，讓我對小學老師有了不同見解。各位同窗好友們，謝謝你們。

最後，感謝天長地 9 的小朋友們，常常星期三下午的缺席，謝謝你們的包容。更要謝謝帝瑩、偉雄、毅峰，總是不厭其煩的幫我檢查試題的適切性，還有怡瑄，總是讓我英文不行時讓我呼救。各位小朋友與同事，謝謝你們。

要感謝的人太多，只因我的能力不足，這讓我體驗到學無止境的道理。希望謹以此篇論文對所有人致上最深的謝意。

目次

摘要	i
Abstract.....	ii
誌謝	iv
目次	v
表次	vii
圖次	x
第一章緒論	1
1.1 研究背景和動機	1
1.2 研究目的	6
1.3 研究問題	6
1.4 研究範圍與限制	7
1.5 名詞解釋	8
第二章文獻探討	9
2.1 認知負荷理論	9
2.2 多媒體學習理論	16
2.3 適性指標	26
2.4 認知診斷評量	30
2.5 三角形三心幾何課程分析	36
第三章研究方法	39
3.1 研究流程	39
3.2 研究設計	41
3.3 研究對象	49
3.4 研究工具	53
3.5 資料分析	73



第四章研究結果與討論.....	75
4.1 學習成就相關假設檢定.....	75
4.2 各認知能力相關假設檢定.....	94
4.3 各概念或技能精熟程度相關假設檢定.....	102
4.4 試題難易度相關假設討論.....	107
4.5 研究結果摘要.....	111
第五章研究結論與建議.....	115
5.1 研究結論.....	115
5.2 建議.....	116
5.3 未來研究.....	118
參考文獻.....	119
中文部分.....	119
英文部分.....	122
附錄.....	125
附錄一：證明題施測題目.....	125
附錄二：選擇題成就測驗預試題目.....	126
附錄三：施測試題技能分析表(節錄).....	133



表次

表 1	信號原則的使用方式.....	22
表 2	適性指標教材設計原則.....	27
表 3	多媒體學習設計原則在教材設計上問題與適性指標解決方法.....	28
表 4	分數的減法認知屬性.....	34
表 5	「分數的減法」選擇題型.....	34
表 6	例題之 Q 矩陣.....	35
表 7	受試者的認知屬性狀態.....	35
表 8	三角形三心相關分年細目與說明.....	36
表 9	第一個實驗教材設計比較表.....	42
表 10	第二個實驗教材設計比較表.....	43
表 11	第三個實驗教材設計比較表.....	44
表 12	上學期第二次段考數學成績之描述性統計量摘要.....	49
表 13	上學期第二次段考數學成績之變異數分析摘要.....	50
表 14	高學習成就學生第二次段考成績之描述性統計量摘要.....	50
表 15	高學習成就學生第二次段考成績之變異數分析摘要.....	51
表 16	中學習成就學生第二次段考成績之描述性統計量摘要.....	51
表 17	中學習成就學生第二次段考成績之變異數分析摘要.....	51
表 18	低學習成就學生第二次段考成績之描述性統計量摘要.....	52
表 19	低學習成就學生第二次段考成績之變異數分析摘要.....	52
表 20	教學各階段兩份教材設計比較.....	59
表 21	說明論證題第一題評分標準.....	62
表 22	說明論證題第二題評分標準.....	65
表 23	選擇題成就測驗預試試題之雙向細目表.....	67
表 24	選擇題成就測驗之預試結果分析表.....	68
表 25	選擇題成就測驗第 12 題修改比較表.....	69
表 26	認知診斷評量之概念技能表.....	70
表 27	認知診斷評量之 Q 矩陣.....	71
表 28	說明論證題第一題兩位教師評分相關表.....	75
表 29	說明論證題第二題兩位教師評分相關表.....	75
表 30	選擇題成就測驗各題答對率描述性統計摘要表.....	76
表 31	三組在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要.....	78
表 32	三組在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要.....	78
表 33	三組在第一題說明論證題平均得分之事後比較檢定.....	79
表 34	三組在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要.....	79
表 35	三組在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要.....	79
表 36	三組在第二題說明論證題平均得分之事後比較檢定.....	79

表 37	實驗組與其他班級第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表	80
表 38	對照組與其他班級第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表	80
表 39	三組在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要	82
表 40	三組在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要	82
表 41	三組高成就學生在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要	83
表 42	三組高成就學生在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要	83
表 43	三組高成就學生在第一題說明論證題平均得分之事後比較檢定	84
表 44	三組高成就學生在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要	84
表 45	三組高成就學生在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要	84
表 46	三組高成就學生在第二題說明論證題平均得分之事後比較檢定	84
表 47	實驗組與其他班級高成就學生第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表	85
表 48	對照組與其他班級高成就學生第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表	85
表 49	三組中成就學生在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要	86
表 50	三組中成就學生在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要	86
表 51	三組中成就學生在第一題說明論證題平均得分之事後比較檢定	86
表 52	三組中成就學生在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要	87
表 53	三組中成就學生在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要	87
表 54	三組中成就學生在第二題說明論證題平均得分之事後比較檢定	87
表 55	三組低成就學生在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要	88
表 56	三組低成就學生在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要	88
表 57	三組低成就學生在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要	89
表 58	三組低成就學生在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要	89
表 59	三組高成就學生在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要	91
表 60	三組高成就學生在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要	91
表 61	三組中成就學生在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要	91
表 62	三組中成就學生在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要	92
表 63	三組低成就學生在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要	92
表 64	三組低成就學生在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要	92
表 65	三組在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要	95
表 66	三組在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要	95
表 67	三組高成就學生在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要	97
表 68	三組高成就學生在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要	97
表 69	三組中成就學生在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要	98
表 70	三組中成就學生在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要	98
表 71	三組低成就學生在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要	99
表 72	三組低成就學生在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要	100
表 73	三組在各概念或技能精熟程度表現之描述性統計量摘要	104
表 74	三組在各概念或技能精熟程度表現之變異數分析摘要	105

表 75	第一題說明論證題難易度分析.....	107
表 76	第二題說明論證題難易度分析.....	107
表 77	選擇題成就測驗難易度分析.....	108
表 78	學習成就相關研究假設檢定結果摘要表.....	111
表 79	各認知能力相關研究假設檢定結果摘要表.....	113
表 80	各概念或技能熟練程度相關研究假設檢定結果摘要表.....	114



圖次

圖 1 課堂教學環境示意圖，	5
圖 2 多媒體學習認知模型	16
圖 3 聽覺訊息(口述文字與其他非相關聲音)在聽覺通道運作示意圖	17
圖 4 文字訊息(印刷文字)在視覺通道運作示意圖	17
圖 5 圖像訊息(含圖片、動畫、影像…等)在視覺通道運作示意圖	18
圖 6 文字訊息(印刷文字)在聽覺通道運作示意圖	18
圖 7 聽覺通道與視覺通道同步運作示意圖	18
圖 8 主動處理的歷程三個階段	19
圖 9 重複原則範例(使用字幕)	23
圖 10 空間接近原則範例	23
圖 11 受試者對試題 j 的反應程序圖	34
圖 12 三角形重心教材地位分析圖	37
圖 13 研究流程圖	39
圖 14 研究架構圖	45
圖 15 實驗流程圖	49
圖 16 實驗組教材第 36 頁(對照組教材第 18 頁)	54
圖 17 實驗組教材第 71 頁(對照組教材第 35 頁)	54
圖 18 分割等分線段最後畫面	55
圖 19 中點連線性質最後畫面	56
圖 20 一條中線最後畫面	56
圖 21 二條中線主要畫面	57
圖 22 三條中線最後畫面	57
圖 23 重心定義及第一個性質畫面	58
圖 24 三中線與三角形關係最後畫面	58
圖 25 重心第二個性質畫面	58
圖 26 說明論證題第一題 1 分範例	62
圖 27 說明論證題第一題 2 分範例	63
圖 28 說明論證題第一題 3 分範例	63
圖 29 說明論證題第一題 4 分範例	63
圖 30 說明論證題第二題 1 分範例	65
圖 31 說明論證題第二題 2 分範例	65
圖 32 說明論證題第二題 3 分範例	66
圖 33 說明論證題評分流程圖	66

第一章緒論

本章共分為五節：第一節說明研究背景和動機；第二節說明研究目的；第三節說明研究問題；第四節說明研究範圍與限制；第五節說明名詞解釋。

1.1 研究背景和動機

1.1.1 為何以「三角形重心」為研究主題？

九年一貫的數學課程已經實施多年，中間歷經多次課程內容的增減(如二次函數的刪除與再加入)，的確在課程難度上降低許多，可是依然有一大部分的學生在學習數學上是感到滯礙不解。此情況在解方程式或數的運算單元，學生或許可以藉由背誦老師所教授的方法與步驟，而在學習測驗上得到不錯的成績，但在幾何領域中，因題型的不同或圖形的改變，卻造成學生在學習測驗上普遍偏低的情況。

此問題在研究者任教班級中也經歷過。根據研究者的觀察，學生對於幾何學的相關知識往往可以藉著重複背誦的方式，將知識填入長期記憶區內，並可以在一些基本的題目上應用，但若題目所包含的幾何概念稍多或圖形結構上稍複雜，往往就形成學生解題上的一大障礙。而在研究者教學過程中，常利用多媒體設備(如實物投影機)引導學生找題目中的關鍵詞或將圖形分解，企圖讓學生推理出題目所要測驗的幾何概念，收到很不錯的效果，此情況也引起研究者想要更深入了解的興趣。

數學貴為科學之母，可是往往是學生最不喜愛或最感到枯燥乏味的科目。根據研究者觀察與學生的回饋，許多學生在小學時期並不特別討厭數學，甚至有學生是非常喜愛算數學，當等到研究者於國三時候再次詢問，許多學生已將答案改為討厭或不再喜愛。此問題的癥結就在“學生學習數學已經沒了成就感”。許多教師或家長不論是因為求好心切或升學主義的驅使下，往往提供給學生許多複雜或具有難度的題目，以便學生不要輸在起跑點上，而學生也在未受到良好的引導解題下，就得做許多練習，造成學生多以記下解法而未能深入題目之中，而當題目稍有變化就不知該如何解決。也就常常於測驗過後聽到學生說：「題目好難，完全不知道題目在寫(問)甚麼？」，卻在檢討之後說：「奇怪這些知識我都知道，為什麼考試的時候就是不知道怎麼用？」之類的言語。一次次的打擊信心，影響到學生對圖形的畏懼，也造成許多學生徒有一身好功夫卻不知該如何運用，而漸漸失去對數學的喜愛，變成一台只是記住公式的機器。

在研究者教學歷程中，發現「三角形的三心」單元就很容易發生學生有概念卻不知解題的情況。根據九年一貫數學能力指標對於三角形三心的要求為：能理解三角形外心(內心、重心)的定義和相關性值(9-s-08、9-s-09、9-s-10)(教育部，2008)；及能以三角形和圓的性質為題材來學習推理(9-s-11)(教育部，2008)。對於中等學習成就的學生，其實並不難理解三角形三心的定義與基本性質，而對低學習成就的學生而言，或許較難理解三角形三心的基本性質，但都可以利用反覆演練及輔以尺規作圖記住定義和基本性質(如：外心為外接圓圓心→三邊中垂線的交點→到三頂點等距離)。且在試題設計上，涵蓋了簡單、複雜的題型，往往簡單的題型讓學生一眼即知，而複雜的題型，又讓學生不得其門而入。

且「三角形的三心」在課程設計上為銜接「相似形」、「圓」及「幾何推理」等課程，學習上需要許多的幾何概念、性質及推理證明，呂益昇(2005)在其研究中提到：「許多學生在學習三角形外心與內心時仍有相當多的困難。」學生往往面對繁瑣的性質推理證明，尚未學習就已拒絕接受知識。林福來(2003)在其研究指出僅有 1/3 的學生能在傳統教室的教學環境下有較佳的表現，而當需要兩個幾何性質推論才能完成的幾何問題，就僅僅只有 1/4 的學生能達到完備證明層次。而相較於外心—外接圓圓心，內心—內切圓圓心有明顯的幾何意義，而重心—幾何中心、質量中心對於學生來說卻顯得抽象許多。且在其論證三角形三中線經過同一點時，需要用到中點連線性質、相似形以及需分為兩部分論證，對於學生來說具有相當程度的困難度。在呂鳳琳(2009)研究成果中提出不同的幾何證明文本(分段或整體呈現)對於學生學習幾何證明的認知負荷有相當的影響。這讓研究者猜想是否透過適當的切割幾何論證步驟及內容對於學生在學習「三角形重心」的性質推論是否有影響？故本研究以此為研究主題。

1.1.2 為何採用「認知診斷評量」來探討？

「把每個學生帶上來」是現在教改的精神目標，每個孩子都是父母親手心的寶貝，但在現今以「國民中學基本學力測驗」作為評量學生能力的情況下，許許多多的學生都變成盲目的追求分數，而也有教師只求成績好看，並不管學生是否真正理解課程所要教導的內容。造成「只要成績不好，就送去補習班」一味的讓學生接受一而再、再而三的重複訓練，企圖提升學生成績而不管學生理解情況的怪象。

傳統的測驗分數只單純反映了學生答對與答錯的題數，無法知道學生在數學學習的知識結構。Anastasi(1967)即認為傳統測驗似乎比較強調統計技術，而較忽略所欲評量的能力與特質。且此分數僅能提供學生相對於團體的所在位置，不能提供額外訊息來幫助學生或教師更加了解分數所代表的涵義，以及哪一類的學習可以增進學習成效(Sheehan, 1997)。因此，對於想要「把每個學生帶上來」傳統測驗分數已經不敷使用。

現階段的評量方式，應除了要能測驗出學生的學習現況，同時也須兼具提供受試者學習缺失的診斷訊息，以利教師進行有效的補救教學。在研究者所在的教學環境中，許多教師已不僅僅在乎學生答對的總題數，而更在意答錯的題目中所代表學生潛在能力的缺陷。Nichols(1994)即主張傳統評量理論並無法提供有效的訊息，讓教師對學生的錯誤學習進行診斷的評量。因此，他提倡將認知科學(cognitive science)與心理計量學(psychometrics)結合，發展新的診斷評量方式，以幫助教學目標的達成。Nichols 將此種新的診斷評量方法，稱為認知診斷評量(cognitively diagnostic assessment, CDA)。

認知診斷評量主要探討學生的潛在知識結構與其作答反應過程的關係，所以可以針對學生的作答情況得知學生哪些概念是不精熟的訊息，讓教師可以藉此幫助學生釐清和強化學生迷思或不精熟的概念。因此，可以藉評量分析結果知道學生的長處與短處，讓老師設計教學策略，實施補救教學。

而要了解學生的作答情況與其認知的關係，就須建構合適的認知診斷模型(cognitively diagnostic models, CDMs)，因為唯有建構出能融合不同認知變量的模型，且其中參數可被很準確的估計出來，才可對各個認知變量進行量的分析，進而瞭解學生的認知結構。de la Torre(2009b)提出可利用 CDMs 判斷學生優勢與劣勢的心理計量學模式，並提供給施測者的分數型態是有效測量學生的學習和進步的信息。近年來有許多模型被發展建構，而其中 DINA 模型採用了較簡單的模型定義，僅涉及「粗心」和「猜測」兩參數且有許多學者投入此模型的探索與應用。故本研究利用 DINA 模型為基礎，探討不同的教學法對於學生學習教材所教授的技能是否有精熟程度上的差異。

1.1.3 為何利用「多媒體」來呈現教材？

從國中二年級下學期進入國中階段的幾何課程，根據教育部(2008)頒布的九年一貫課程綱要中提到幾何學習的目標為「能理解三角形及圓的基本幾何性質，並學習簡單的幾何推理。」，依循此目標，教師們無不使出渾身解數在黑板上畫下幾何圖形，正如陳滿(2003)所言：「如果教師可以在教學的過程中輔以圖形說明，必能讓學生更深入了解教材的含意。」教師總期待學生可以從黑板上所畫圖行學習到相關的知識與內容。依照研究著經驗課堂中利用大圓規與大三角板進行幾何教學，往往會有以下幾個問題：

- (1) 準確度：粉筆畫線都有其寬度，交點不易明確的訂出，容易有誤差。
- (2) 重複使用：講解完一題，圖形已有過多的線條或說明，不易重複使用。
- (3) 學習動機：測驗皆為選擇題型式，學生缺乏學習尺規作圖的動機。

所以在傳統國中幾何教學中，教師面臨的困境在於幾何教學上，教材教具可能準備不易、無多樣性及隨機性並且無法重複使用，在幾何概念的建構以及從觀察、歸納而發現幾何性質的過程常因多所限制而被忽略(謝銘祥，2007)。故往往教師汗流浹背的畫完幾何圖形，學生卻無法體會其中所要傳遞的相關知識。

美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics，簡稱 NCTM)指出數學的教與學中，利用計算機和電腦可以影響數學教學的方式，亦可提高學生的學習興趣。NCTM(2000)也建議教師可利用科技工具來教導學生數學技能與概念，使學生達到有效學習。且教育部所公佈的「國民中小學九年一貫課程綱要」中，也將電腦資訊素養列入十大基本技能之一，想要將「學電腦」轉為「資訊科技融入教學」，即將電腦是為學習工具。

在現今科技發達的年代，許多電腦輔具的出現都可以幫助教師豐富其上課情境。也隨著政府推展班班有電腦、單槍，教師運用資訊科技自行設計教材來進行課堂教學也越來越便利。但仍有許多教師不自行設計來幫助教學，其原因不外乎「沒有時間設計」、「軟體不會使用」…等理由，所以許多教師都以最容易上手的 Microsoft 套裝軟體中的 PowerPoint 來製作教材。

然而，在課堂教學中使用數位教材並不一定可以幫助學生學習，經過設計或設計不良的教材往往不會協助學生學習，反而會阻礙學生吸收訊息。例如，在同一張畫面中呈現太多的訊息、過多的動畫干擾注意力、教師的口語展演方式不佳、…等，會造成學生訊息處理超過負荷，影響學習成效(Atkinson & Mayer, 2004)。Mayer 等人經過多言研究與驗證，歸納出以「學習者」為導向(learner-centered)的多媒體設計原則(Mayer, 2001, 2005; Mayer & Moreno, 2003)是設計多媒體教材的重要依據之一。但一般的課堂教學是以「教學者」為導向，在利用多媒體教學現場中，教師掌握了所有的教學步調，且除了呈現教

學畫面給學生，也必須要搭配語言引導理解或解說畫面所要傳遞給學生的訊息。在教室中，多媒體教材大多以單槍投影到大螢幕上，如圖 1 所示，螢幕顯示著教學內容，而教師掌控畫面並輔以口語講解；學生觀看螢幕接受畫面訊息，聆聽教師口語解說並綜合思考；課堂間學生發問教師解說，師生產生互動。所以一份較好多媒體教材不僅僅要考慮訊息量、學生注意力之外，還需注意學生整體、個別的學習因素(李鈴茹，2009)。

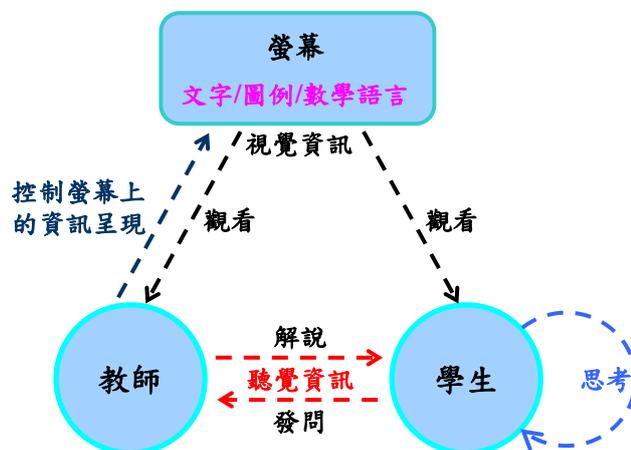


圖 1 課堂教學環境示意圖，
資料來源：取自李鈴茹(2009)

交通大學陳明璋博士基於認知科學與多媒體學習理論，提出激發式動態呈現 (Trigger-based animation) 模式，並以此為基礎開發一個以授課為導向的系統—AMA (Activate Mind Attention)，提供視覺化環境，方便教師根據授課需求和學生程度差異來設計彈性且互動教材，達到與學生的認知互動 (Chen & Tan, 2007; 陳明璋, 2008)。林煜庭 (2008) 提出「適性指標」 (adaptive pointer) 概念，是一種具有「協助視覺搜尋」以及「引導注意力」特性的視覺物件。利用此可以使教師引導學生注意力到關鍵訊息，而使得有更多的資源來做更進一步的認知處理，進而產生學習。因此在本研究中的教材多媒體設計上，均有加入適性指標的概念，以期幫助學生學習。

1.2 研究目的

基於以上研究動機，本研究設定國中三年級數學教學內容中的「三角形重心」為研究主題，以「多媒體學習理論」加上「適性指標」為基礎，並利用 PowerPoint 以及其外掛增益集—AMA 系統，來設計多媒體教材。探討區隔訊息及串流呈現幾何證明對於學生的學習成效的影響，並輔以認知診斷評量，探討此兩份教材對於學生在三角形重心所應學會概念或技能之影響。綜合以上，本研究之目的敘述如下：

1. 探討不同的教學方法對學生學習成效的影響。
2. 探討不同的教學方法對學生各認知能力的影響。
3. 利用認知診斷評量探討不同的教學方法對學生概念或技能精熟程度的影響。
4. 探討不同的教學方法對學生試題難易度的影響。

1.3 研究問題

根據上述研究目的，本研究擬探討以下問題：

1. 學生在實施不同教材設計下，學習成效是否產生影響？
 - (1) 實驗組與對照組學生的學習成效是否有影響？
 - (2) 實驗組與對照組中不同學習成就學生的學習成效是否有影響？
 - (3) 實驗組與全校其他班級學生的學習成效是否有影響？
 - (4) 實驗組與全校其他班級中不同學習成就學生的學習成效是否有影響？
 - (5) 對照組與全校其他班級學生的學習成效是否有影響？
 - (6) 對照組與全校其他班級中不同學習成就學生的學習成效是否有影響？
2. 學生在實施不同教材設計下，各認知能力的表現是否產生影響？
 - (1) 實驗組與對照組學生各認知能力的表現是否有影響？
 - (2) 實驗組與對照組中不同學習成就學生各認知能力的表現是否有影響？
 - (3) 實驗組與全校其他班級學生各認知能力的表現是否有影響？
 - (4) 實驗組與全校其他班級中不同學習成就學生各認知能力的表現是否有影響？
 - (5) 對照組與全校其他班級學生各認知能力的表現是否有影響？
 - (6) 對照組與全校其他班級中不同學習成就學生各認知能力的表現是否有影響？
3. 學生在實施不同教材設計下，各概念或技能精熟程度是否產生影響？
 - (1) 實驗組與對照組學生各概念或技能精熟程度是否有影響？
 - (2) 實驗組與全校其他班級學生各概念或技能精熟程度是否有影響？
 - (3) 對照組與全校其他班級學生各概念或技能精熟程度是否有影響？
4. 利用不同的教學方法下，對試題難易度是否產生影響？

1.4 研究範圍與限制

1.4.1 研究範圍

1.研究樣本：

本研究以某國中三年級為研究樣本，除了一班為體育班外，其餘皆為常態編班，此研究中以研究者所任教四個班為實驗研究為對象。

2.教學內容：

本研究以國中三年級課程中—三角形重心為教材設計範圍，主要以重心定義—三中線交點及重心性質—到頂點與到中點距離比、等分三角形面積，來作為教程設計內容。

1.4.2 研究限制

本研究的教學實驗設計盡可能務求嚴謹，但因實際現場環境限制能有許多變因，影響實驗施測結果。以下將闡述研究限制：

1. 研究內容的限制：

本研究期能驗證將證明過程適當的分段化、區塊化，加上利用適性指標所設計的教材於一般教學下亦可幫助學生記憶、了解證明過程及相關概念。對於其他科目或不同內容的研究並不包含在內。

2. 研究樣本的限制：

本研究因人力、物力、時間等因素的限制，僅以研究者所任教之某國中三年級學生作為施測母群體，所能抽取的有效樣本為 608 位，其中「實驗組」為 61 位、「對照組」為 63 位、「其他班級」為 484 位，對於其他不同區域學生，不見得具有代表性。

3. 研究結果的限制：

本研究利用以三角形重心的教學目標所設計之多媒體教材進行一堂的教學及一堂的測驗，對於其他單元或教學內容是否有同樣的研究結果，需另外設計其他實驗去驗證。

1.5 名詞解釋

1. 認知診斷評量

將認知科學(cognitive science)與心理計量學(psychometrics)結合，發展新的診斷評量方式，以幫助教學目標的達成。Nichols 將此種新的診斷評量方法，稱為認知診斷評量(cognitively diagnostic assessment, CDA)。本研究所採取的認知診斷模型為 DINA 模型。

DINA 模型假設當受試者具備解該題目所需之認知屬性時，即能答對該題，但答對機率仍會受粗心(slip)和猜測(guess)兩種參數的影響。

2. 區隔訊息

本研究所謂多媒體教材以區隔訊息方式呈現，指的是將教材做適當的分段化、教學訊息依相關性做區塊化、結構化的呈現，以降低認知負荷來幫助學生學習。

3. 學習成效

當學生接受以「適性指標」及「區隔訊息」的呈現方式所設計的教材後，測量學生在此教學內容的學習表現。本研究將區分為「說明論證題」及「選擇題成就測驗」兩部份測量，並加入認知診斷評量去測量學生各概念或技能的精熟程度來代表學習成就。

4. 三角形重心

為國中三年級上學期數學教學內容，主要介紹以下概念及性質：

- (1) 頂點與其對邊中點連線稱為三角形中線，三角形有三條中線。
- (2) 三角形三中線會經過同一點，此點稱為三角形重心。
- (3) 三角形重心到頂點與重心到對邊中點距離比為 2：1。
- (4) 三角形重心與頂點連線等分三角形面積。

第二章文獻探討

本章分為五節，主要針對與研究主題相關文獻加以闡述。其中，第一節為認知負荷理論，第二節為多媒體學習理論，第三節為適性指標，第四節為認知診斷評量，第五節為三角形三心幾何課程分析。

2.1 認知負荷理論

1980 年代 Sweller 提出認知負荷理論(Cognitive Load Theory)，提供探討認知歷程及教學設計的主要理論架構(Paas, Renkl, & Sweller, 2003)，並特別聚焦於工作記憶負荷與教學設計的密切關係。且認知負荷理論期望透過設計有效的教學環境，以減少心智資源的浪費，引領快速學習和形成更好的學習成果。

2.1.1 認知負荷理論的四項基本假設

認知負荷理論對於人類認知架構(cognitive architecture)提出了四項基本假設(Sweller, van Merriënboer, & Paas, 1998)，分別敘述於下：

1. 工作記憶的容量有限

工作記憶(working memory)的容量是有限的，只能同時儲存 7 ± 2 個元素(element)，且在工作記憶區中可被操弄的元素同時間只有 2-4 個元素(Sweller, et al., 1998)。而在工作記憶區中能處理訊息的時間也是有限的，若訊息未經複誦(rehearsal)，大約 20 秒就會被學習者遺忘(van Merriënboer & Sweller, 2005)。

因此，在工作記憶區各元素間的交互作用會佔用工作記憶的容量，如果因而佔用過多的工作記憶容量，會產生較大的認知負荷，造成學習困難。在設計教材時將教材是當的分段、切割，並將呈現的訊息區塊化，藉此讓呈現給學習者的訊息不至於太多，始學習者能在有限的時間內去保留或處理新的訊息。

2. 長期記憶的容量無限

相較於工作記憶的容量有限，長期記憶(Long-Term memory)的容量就是無限的。在長期記憶區中儲存了所學過的知識與技能，且當學習者對某知識或技能一而再的練習時，此知識或技能在長期記憶中的強度和存取速度都將增強。

因此，在面對問題時，專家(expert)與生手(novice)的差別在於：專家大腦中長期記憶的資料較多且檢索記憶中可用的資料速度較快，而生手相對的資料少且檢索速度慢。所以生手在解題上會費時比較多，對題目感覺困難度也比較高，也就是感受到的認知負荷較高。

3. 知識是以基模(Schema)型態存於長期記憶中

基模(Schema)是過去的反應或經驗的組織，它可以將大量的訊息組織化，發揮儲存訊息的功能，降低工作記憶的負荷量。也就是說，所學的知識或技能經歷粗糙到精緻的建構過程才以基模型是存於長期記憶中，故基模在長期記憶中具有組織和儲存訊息的功能。且基模在工作記憶中也可以與訊息融合成更複雜的基模，被當成一個處理單位，因而降低工作記憶的負荷。

因此，在教學過程中，教學者必須協助學習者形成及穩固各種數學概念、知識及技能的基模。

4. 基模運作自動化(schema automation)是基模建構的重要過程

所有訊息的處理分為：意識化(conscious)處理及自動化(automatic)處理。當訊息透過意識化處理時，即在有意的處理下，較耗費意識資源，佔用許多工作記憶的空間；若訊息透過自動化處理時，因不需意識決定，不耗費意識資源，可以降低工作記憶負荷量。而要形成基模運作自動化必須透過廣泛及足夠的練習，也就是說，當一個新訊息呈現給學習者時，學習者必須先對此訊息做意識化的處理，了解其意涵及與長期記憶中的基模作結合，再經由充分的練習使其自動化。而當一個複雜的訊息給學習者時，熟悉的知識及技能可透過自動化處理而降低其認知資源，而陌生的知識及技能也因此得到較多的認知資源，使得學習者的學習效果增加。

基模自動化後可減少記憶空間，因此，教學者在教學結束後宜安排有效的練習，協助學生將所學的知識、技能等基模運作自動化，以降低後續教學內容的認知負荷。

2.1.2 認知負荷類型

Sweller 等人對教學設計的觀點，將認知負荷來源分為三類(Sweller, et al., 1998; 郭秀緞, 2006)：內在、外在及有效認知負荷，將分述如下：

1. 內在認知負荷(Intrinsic cognitive load)

內在認知負荷主要受到教材本身元素間的相互關聯程度的影響，也就是受到教材本身難易程度的影響。及學習者本身專門知識及先備知識的影響。

當一份教材中，若元素間的關聯性較低即教材較簡單時，學習者在學習時不需要將大量的元素置於工作記憶中，即可掌握各元素，此時內在認知負荷較低；若元素間的關聯性較高即教材較複雜或難時，學習者就需將大量元素置於工作記憶中以了解各元素間的關係，此時內在認知負荷較高。且相同的教學內容對於不同專門知識及先備知識的學習者，也會產生不同的認知負荷。如擁有完整的先備知識及與教材相關的基模，訊息進入學習者的工作記憶中時，可透過自動化處理與基模作統整，進而降低認知負荷；反之，

若沒有基模存在，則所有訊息皆須在工作記憶中處理，就易產生認知負荷。

內在認知負荷不能藉由教學設計來改變，但可以藉由簡化教材內在元素間相互關係即適當的切割教材內容成一小段，去管理所需的內在認知負荷來幫助學習。也就是說，在設計教材前，應對教材內容結構及學習者的能力做分析，才能將內在認知負荷降至最低。

2. 外在認知負荷(Extraneous cognitive load)

又稱為無效認知負荷(Ineffective cognitive load)。外在認知負荷與教材設計、教材呈現方式或教學活動有關，不屬於教材內容本身的負荷而是額外的負荷。也就是說，一份設計不良的教材，如粗劣的介面設計、不佳的多媒體呈現方式及不合適的教學內容編排，對於學習者而言，除了有對教學內容的內在認知負荷外，也有因為教材而產生的外在認知負荷。

外在認知負荷不直接關聯到學習，是外加的負荷，因此可以藉由改善教材展演方式及教學程序的設計，而降低外在認知負荷。

3. 有效認知負荷(Effective cognitive load)

又稱為增生認知負荷(Germane cognitive load)。有效認知負荷與外在認知負荷有關，指的是基模建構及自動化過程的負荷。藉由教學設計來引導學習者注意力用於學習內容的認知歷程或基模建構，及利用適當的教學呈現方式，不但可以降低外在認知負荷，且協助學習者對學習內容建構基模及自動化。由上可知，有效認知負荷增加了負荷量，除非負荷超載，而使得引入有效認知負荷無作用，否則有效認知負荷可以協助基模的建構與自動化是有助於學習的。

由上述三種認知負荷可知，減少內在認知負荷可藉由基模的獲得(如增加先備知識)和自動化(如增加適當的練習)，而良好的教學設計可降低外在認知負荷。倘若本身教學內容較為簡單，即內在認知負荷低，則外在認知負荷的高低並不會對學習造成影響；但若教學內容本身內在認知負荷高，則外在認知負荷就相對的重要。在不能超過工作記憶容量限制下，減少外在認知負荷，學習者才有能力增加有效認知負荷。而所謂的有效的學習，即是減少不相關的認知負荷，增加有效認知負荷並管理內在認知負荷(Clark & Mayer, 2008)。

2.2.3 認知負荷效應

Sweller 等人(1998)根據各學科的研究成果，對教學設計原則提出了七項效應。近期 Sweller(2010)將其延伸為十四項教學設計原則，提供教學設計者和教學者作為教學設計與教學實施的準則，希望藉由這些原則能引導學習者進行快速且有效的學習。將教學設計原則所產生的效應(effect)分別敘述如下：

1. 開放目的效應(Goal-free effect)

所謂開放目的是指，讓學生不受限制表達自己的思考過程的任一步驟和成果。例如面對一個解方程式或找尋某個角度時，不應給定解方程式的方法或直接要求何角度，而是要讓學習者利用任何所會方法解或讓學習者找尋可以知道的所有角度。傳統的目標導向解題(goal oriented problem solving)，因為都在找尋單一目標即所謂的標準答案(如求 $\angle A$)，和利用手段—目的分析(mean-ends analysis)的解題方式(如利用配方法解以下方程式)，限制了學習者想法，使得學習者必須配合要求而導致增加認知負荷。

因此，利用開放目的方式，讓學習者想法不受限制，可以多重的表達自己思考歷程的步驟和成果，以降低外在認知負荷(Sweller, et al., 1998; 宋曜廷, 2000)。

2. 工作示例效應(Worked example effect)

所謂工作示例是指教導程序性知識(procedure knowledge)時，先提供解題工作示例—完整的解題或解決步驟，提供學習者作為研讀參考。例如教導配方法時，將配方法的每一步驟(如平方項係數變1)，給予例子(如 $2x^2+3x-1=0 \Rightarrow x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$)。

若能提供適宜的工作示例，可以節省學習者作無關的探索，協助學習者快速了解問題的結構及解題步驟，建構出較完整的基模，因此可以降低外在認知負荷(Sweller, et al., 1998; 宋曜廷, 2000)。

3. 完成問題效應(Problem completion effect)

所謂完成問題是指將提供給學習者的工作示例，只完成一部分並未完整解決，剩下的部份要求學習者完成。也就是工作示例的修改，保留部分解題過程，交給學習者自行完成。對於學習能力高的學習者而言，可以將所提供的工作示例做完整的處理；對於學習能力低的學習者而言，只有遭遇到類似問題時，才會仔細的閱讀。且當學習示例時，「原始問題」及「示例說明」同時進入工作記憶中，容易造成負擔。

因此，呈現一部分示例的解法，另一部分由學習者自行完成，可以促使學習者詳讀工作示例，也能有效的降低外在認知負荷。(Sweller, et al., 1998; 宋曜廷, 2000)

4. 分散注意力效應(Split-attention effect)

所謂分散注意力效應是指在學習過程中，必須透過不同的訊息資訊(如相關聯的圖片和文字)才能理解，若因教材設計關係使得相關的訊息過於分散，則學習者就要分散其注意力在相關資訊中，而影響學習效果。因為學習者要花費其工作記憶資源在搜尋、比對相關的圖像和文字訊息，而降低花費在學習的資源。可以利用旁白解說圖片或將文字說明如適當的整合到圖像當中，都可改善分散注意力所帶來的影響(Sweller, et al., 1998; 翁嘉鴻, 2001)。

因此，當教學者在設計教材時，應仔細考慮圖像、文字及旁白的運用，才不至於分散學習者注意力，而增加因為教材設計的外在認知負荷。

5. 形式效應(Modality effect)

所謂形式效應是指利用聽覺與視覺兩種通道來接收訊息，會比單單只用一種通道接收學習效果較佳。就是說，當所要呈現的訊息包含有文字及圖像時，利用口述文字加上圖像呈現方式會比利用印刷文字加上圖像效果好。因為口述文字和圖像會分別進入聽覺和視覺通道，不會有通道阻塞、資源不足的情況，而若為印刷文字和圖像會同時進入視覺通道，則會產生視覺通道壅塞的情況。

6. 重複效應(Redundancy effect)

所謂重複效應是指將相同的訊息，以不同形式同時呈現時，就會產生重複效應。例如：口語講述三角形內角和為 180 度，且又呈現文字及搭配內角和為 180 度的圖像，每一個訊息都可說明同一個概念，造成學習者接收了重複的訊息，且要對所有重複訊息做整合處理，增加了無謂的外在認知處理。

而上述形式效應與重複效應都與分散注意力效應有關，只是形式效應中所講述的訊息須藉由兩種通道訊息相輔整合讓學習者了解，但重複效應中所講述的訊息單單只用一種通道訊息即可讓學習者了解，反而過多的通道訊息會增加負擔。

7. 專業知識反轉效應(Expertise reversal effect)

所謂專業知識反轉效應指的是，對讓先備知識低的學習者有較佳的學習成效之教材設計，可能會對先備知識高的學習者無作用甚至產生反效果。也就是說，對於新手有用的教材不見得對專家有效(Kalyuga, Ayres, Chandler, & Sweller, 2003)。

一般教師授課時，皆以學生為新手作概括的設計，這對已先行學過或先備知識高的學習者可能就會產生專業知識反轉效應，因此，設計教材時，應設計有效的認知環境以符合不同先備能力的學習者。

8. 引導漸減效應(Guidance fading effect)

所謂引導漸減效應指的是，隨著學習者專業知識的增加，給予的引導必須慢慢減少，避免產生專業知識反轉效應。也就是說，學習者藉由工作示例、問題講解等方式豐富其專業知識，一些問題的提示或範例對於學習者而已以不必要，若持續給予將會增加其外在認知負荷而產生專家知識反轉效應。

9. 獨立互動元素效應(Isolate-interacting elements effect)

所謂獨立互動元素效應是若教學內容中有許多高交互作用的元素時，藉由適當的區隔出部分元素先行獨立處理，以減少認知負荷。這是因為若同時大量高交互作用的元素進入工作記憶區，必會造成很高的內在認知負荷，導致認知超載而無法進行理解和學習(Sweller, 2010)。但若藉由獨立出一部分有相關的元素先在工作記憶中處理，並整合在長期記憶區中，當在學習教學內容時，因為已有先獨立處理所產生的基模，會使原先的高交互作用變為低交互作用，不會造成認知超載，可以進行更深入的學習。

由上可知獨立互動元素效應取決於教學者針對教學內容元素作操弄，已設法讓各元素間的交互作用降低，雖沒辦法改變原先教學內容的內在認知負荷，但可以藉由將內容分割為多個小單元，讓負荷較低的小單元先行處理間接降低負荷，造成更加的學習效果。

10. 整體—模組效應(Molar-Modular effect)

所謂的整體(Molar)形式就是在呈現問題的解決方式及相關的解決程序時，是以完整全部的方式呈現(Gerjets, Scheiter, & Catrambone, 2006)，也就是，學習者看到的是一個整體的解決方式。例如：教導配方法時，直接呈現完整的步驟流程，讓學習者去依循。這樣的整體化形式因每個步驟對於學習者而言都是一個知識，所以相對性其內在認知負荷較高，也就是同時間許多必要的訊息湧入工作記憶進行處理。例如：配方法中需要(1)了解配方法此名詞，(2)將式子變成完全平方式，(3)計算…等。

所謂的模組(Modular)形式與多媒體學習理論中的分隔原則類似，就是將一個問題所有解題的程序與步驟，分解成較小部分或區塊，而每一部分或區塊皆有其要傳達給學習者的意義，且每個部份或區塊皆可以分開傳達與理解(Gerjets, et al., 2006)。也就是說將一個大目標分解成數個小目標，利用引導的方式讓學習者分別完成小目標，最後再歸納統整成最後的大目標，這與獨立互動元素效應概念是相同的。

11. 變化效應(Variability effect)

所謂變化效應是指當學習者進行解題練習時，利用變換不同的問題狀態及情境，增加學習者基模的建構與發展，也進一步的提升學習者的轉化能力。雖然變換問題狀態及情境會增加認知負荷，但卻有助於學習者更投入與學習有關的任務之中，因此，在學習遷移上的效果更加明顯(Sweller, et al., 1998; 宋曜廷, 2000)。也就是說，此時增加的認知負荷是與學習相關，並非為外在認知負荷，而是屬於有效認知負荷。

12. 元素交互作用效應(Element interactivity effect)

所謂元素交互作用效應是針對元素交互作用（內在認知負荷）與外在認知負荷的關係。若一份教材元素間交互作用低時，其內在認知負荷就低，如兩圓關係只和兩圓半徑與兩圓圓心的距離有關，此時即使因為教材設計不良所引起的外在認知負荷，並不會造成學習的困擾，因為其認知負荷的總量並沒有超過工作記憶的容量(Sweller, 2010)。簡單的說，當教材元素間的交互作用低，對於學習者來說是簡單的，則不會有認知負荷效應，但倘若教材元素間交互作用高時，對於學習者來說是複雜且困難的，因本身內在認知負荷高，若在教材設計上不去減輕外在認知負荷，兩種負荷相互作用很容易會造成學習者負荷超載而影響學習。

13. 想像效應(Imagination effect)

所謂想像效應是指教導一個過程或概念時，不直接呈現此過程或概念給學習者，而要求學習者想像此過程或概念，如教導齒輪轉動與齒輪齒數比時，先要求學習者想像齒輪轉動的情形去思考齒輪齒數比的問題，如此使得學習者學習效果較佳。但效應的產生與學習者是否要具備相關知識的基模有關，例如當學習者擁有看過齒輪轉動情況，則當被要求對齒輪齒數比作想像思考時，會將所看過影像提取到工作記憶中進行處理，也就促進了基模的自動化，此時有效認知負荷就會增加，而形成較好的學習成效。但若學習者並沒有看過齒輪轉動情況時，要求其齒輪轉動情況，反而會使得學習者感到困擾，進而影響學習成效。

14. 自我解釋效應(Self-explanation effect)

所謂自我解釋效應是指針對一個新概念或過程，要求學習者嘗試自行給予解釋，此與想像效應相關，例如在教導中線定義前，先要求學習者猜想何謂中線？如此的動作會引導學習者去搜尋既有的知識，找出與其相關的元素，並針對這些元素與此主題作交互作用而達到較好的學習效果。例如學生針對中線可能會回答成中點連線、中垂線等，當發現錯誤後，慢慢歸納出正確答案，這不僅讓學習者了解中線，也再次思考中點連線與中垂線的性質。

值得注意的是，不論是自我解釋效應還是想像效應都並非為利用改變教材來降低外在認知負荷，而是藉由教學者鼓勵並引導學習者去使用的認知過程，取代由教學者直接教導，並藉由從事與學習有關的活動來減少與學習無關的活動(Sweller, 2010)。

本研究在設計教材時，亦考慮此十四項效應中的形式效應、獨立互動元素效應、整體—模組效應及元素交互作用效應，來減少學習者的認知負荷。

2.2 多媒體學習理論

在資訊技術發達的現今，教師課堂的教學已不單單是傳統的一枝粉筆和一面黑板呈現教學訊息，而會搭配許許多多媒體元素進入課堂。而要反思的是，這些電腦科技所帶來的聲光效果及美麗清晰的圖像能夠取代老師的角色嗎？答案是否定的！因為教學不單單只是訊息的呈現及訊息的接收而已。在多媒體學習理論中，強調以學習者為中心，了解人類的心智運作並試問要如何使用多媒體來促進人類學習。在這個觀點中學生是主動的學習者，教師的角色只是促進學習而已。

Clark 和 Mayer(2008)定義多媒體為文字(words)與圖片(pictures)，其中文字包含有書寫或印刷文字(printed text)與口述文字(spoken text)，圖像包含有插畫、圖片、相片、地圖、動畫和錄影…等。因此，多媒體學習理論說明了人類在利用多媒體學習時，認知系統如何分配處理資訊訊息的過程，從外界訊息對於學習者有包含文字和圖形，而分別藉由感官(耳朵和眼睛)接收，若對學習者將選取有意義的訊息進入工作記憶區作進一步處理，而在工作記憶區中將所選取文字或圖像組織成語言或圖像模式，最後與長期記憶區中的先備知識做整合而達到學習，如圖 2。

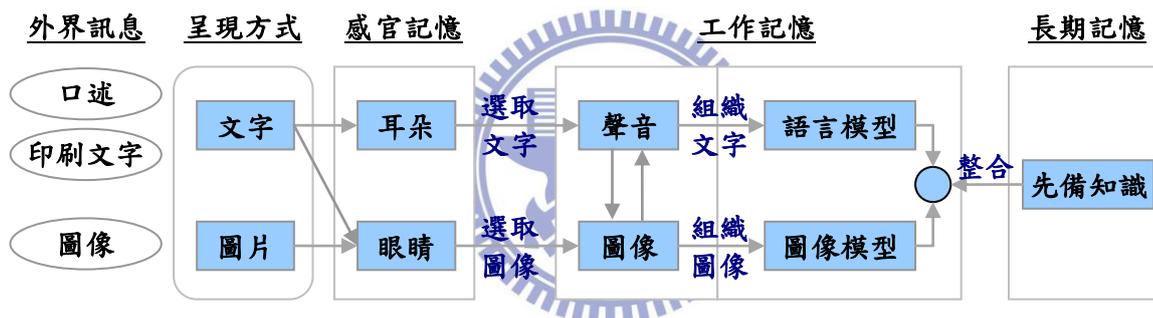


圖 2 多媒體學習認知模型
資料來源：修改自 Mayer(2005)

2.2.1 多媒體學習理論三大基本假設

正如上述學習者藉由多媒體學習過程中可以得知有三個重要的過程—選取訊息、組織訊息、整合訊息。因此，多媒體學習理論有三大基本假設，分別為雙通道假設(Dual channels)、容量有限假設(Limited capacity)、主動處理假設(Active processing)(Mayer, 2009)，於下列分別介紹：

1. 雙通道假設(Dual-channels Assumption)：

Clark 和 Paivio(1991)提出雙碼理論，指出人類以圖像的編碼和語言的編碼表徵訊息。Mayer 認為人類擁有兩個獨立處理訊息的通道，一個聽覺的聽覺通道(auditory channel)、一個是視覺化的視覺通道(visual channel)。當聽覺訊息(含口述文字及非相關聲音)傳送到耳朵時，人類就以聽覺通道來處理這類訊息，如圖 3。文字訊息中印刷文字會由眼睛接受訊息，經由視覺通道來處理此類訊息，如圖 4。而視覺化的圖像訊息，人類就以視覺通道來處理，如圖 5。

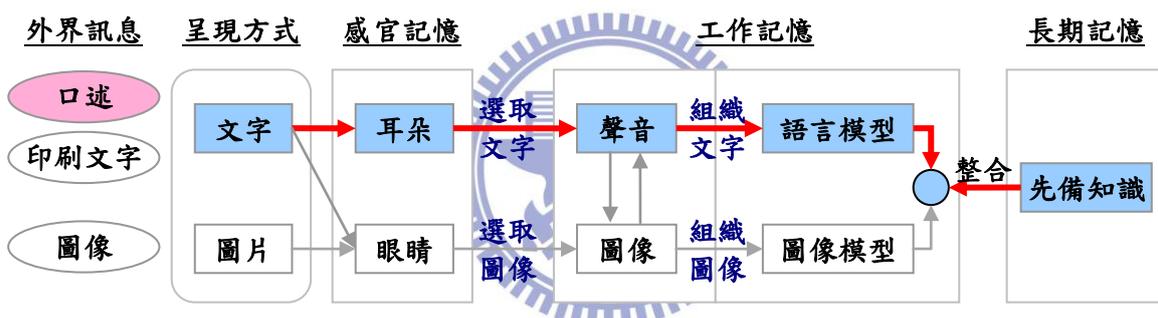


圖 3 聽覺訊息(口述文字與其他非相關聲音)在聽覺通道運作示意圖

資料來源：修改自 Mayer(2005)

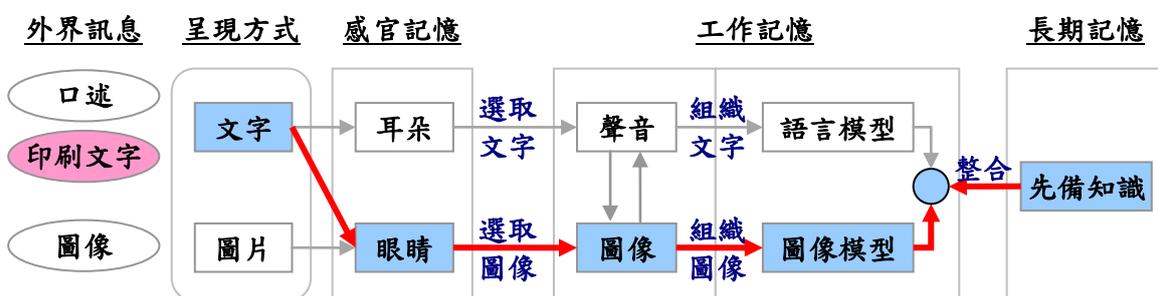


圖 4 文字訊息(印刷文字)在視覺通道運作示意圖

資料來源：修改自 Mayer(2005)

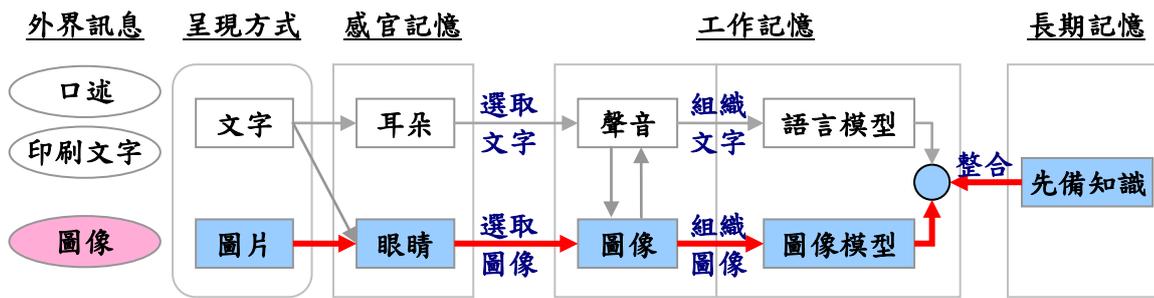


圖 5 圖像訊息(含圖片、動畫、影像…等)在視覺通道運作示意圖

資料來源：修改自 Mayer(2005)

在雙通道假設中，雖然 Mayer 定義聽覺通道及視覺通道，但不代表「文字」一定是從聽覺通道進入，有些學生也會將看到的印刷文字訊息在心裡念出後轉換成聲音來進行處理，如圖 6。同樣的，學生也可能聽到一段口語敘述後，在心裡轉換成圖像來進行處理。也因此，在兩個通道中，不論訊息是由哪個感官所接受到，學習者亦可在通道內做轉換。

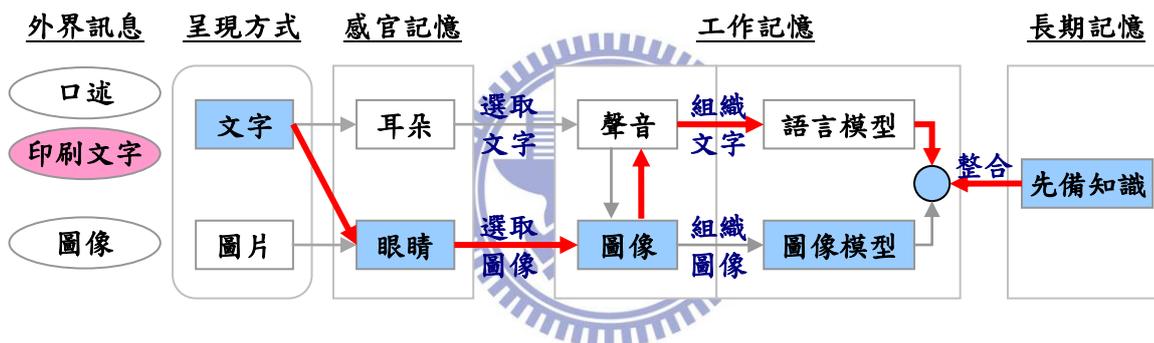


圖 6 文字訊息(印刷文字)在聽覺通道運作示意圖

資料來源：修改自 Mayer(2005)

總結，雙通道假設認為，當學習者可以同步利用兩個通道接收訊息時，可以加速訊息的處理，且這兩種訊息間存在互補的作用，心智可以整合這兩個通道所接收到的訊息，在理解後學習者就形成有意義的學習，如圖 7。

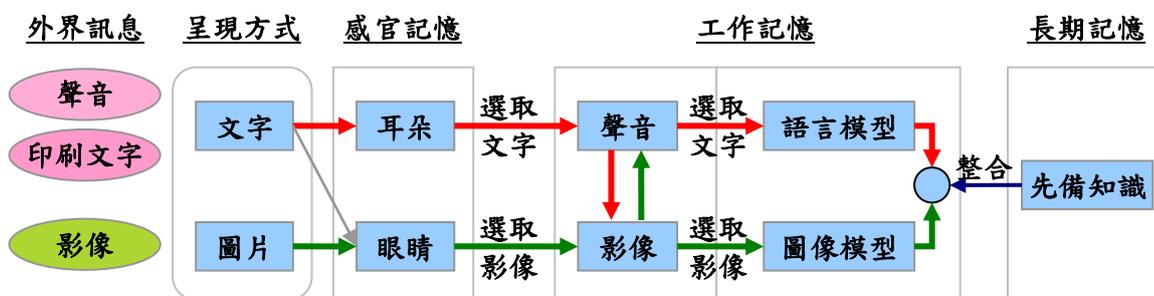


圖 7 聽覺通道與視覺通道同步運作示意圖

資料來源：修改自 Mayer(2005)

2. 容量有限假設(Limited-capacity Assumption)

學習者在每一個通道所能夠同時處理的訊息量是有限的(Clark & Mayer, 2008)，也就是說學習者無法同一時間接受大量訊息，這與 Baddeley(1992)工作記憶的訊息處理有容量限制以及 Chandler 和 Sweller(1991)認知負荷理論中提到過多的訊息或太複雜的訊息占用工作記憶空間，而產生認知負荷之主張相同。

正因容量有限假設限制，當利用多媒體呈現大量訊息時，往往被學習者保留在工作記憶區中都是少部分或者片段不完整。所以如何分割適當的訊息量給學習者進行有意義的學習，就是設計多媒體教材的重點。

3. 主動處理假設(Active-processing Assumption)

學習者要主動建構知識才能產生有意義的學習，其中含有注意、選取組織訊息，並將所得到的新訊息與其原有的先備知識做整合(Mayer, 2009; Mayer & Moreno, 2003)，而 Wittrock(1989)也提出相同的假設。也就是說，課堂中教師呈現教學內容訊息，學習者並不會全盤接受，而是會從教材中自行尋找相關的心智表現，將所聽到或看到的有關係之訊息與其先備知識做整合，進而自行建構知識。

主動處理的歷程包含有三個階段：「選擇相關訊息」、「組織以選擇的訊息」及「將新訊息與先備知識整合」(Mayer, 2001; 2005)，如圖 8。

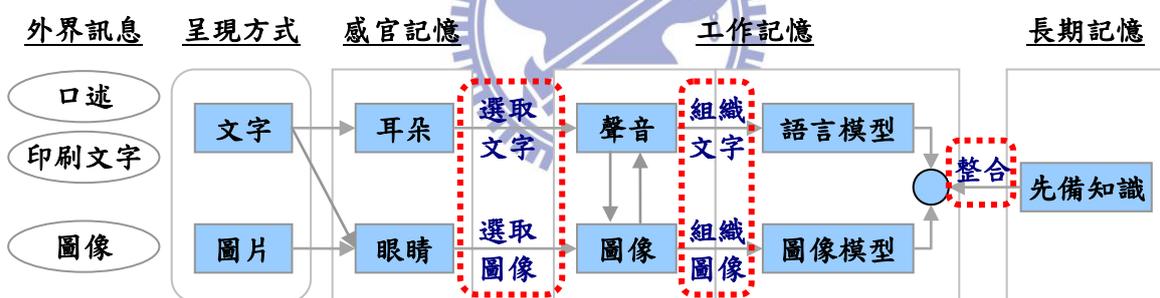


圖 8 主動處理的歷程三個階段

資料來源：修改自 Mayer(2005)

2.2.2 多媒體設計原則

Mayer(2009)根據多媒體學習的認知理論和 Sweller 的認知負荷理論，認為在學習的過程中有三種認知的處理方式：外在的認知處理(Extraneous processing)、本體的認知處理(Essential processing)、衍生的認知處理(Generative processing)。分述如下：

1. 外在的認知處理(extraneous processing)：

Sweller 稱之為外在認知負荷(extraneous cognitive load)。指的是因為教學設計不良所引起的與教學目標無關認知處理。如教材中加入與內容不相關的背景音樂，而引發聽覺的接收與訊息的搜尋，因為此外在處理耗費學習者的運用的認知處理空間，就沒辦法有足夠的空間去處理與教學內容相關的訊息，最後導致學習者無法產生有意義的學習。

2. 本體的認知處理(essential processing)：

Sweller 稱之為內在認知負荷(intrinsic cognitive load)。是指在訊息選取的處理時，將教材本身描繪到工作記憶中的認知過程。此認知處理的多或少，與教材的複雜度相關。也就是說當一份教材中，在同一時間有許多元素交互作用著，學習者在記憶理解教材時所需的認知處理就多，反之則少。與圖 8 主動處理的歷程三個階段——「選取相關訊息」相關，當學習者花費較多精力與此，則只是將訊息記憶下來，沒有組織及整合訊息，充其量只是背誦內容而非有意義的學習。

3. 衍生的認知處理(generative processing)：

Sweller 稱之為有效認知負荷(germane cognitive load)。指的是組織教材以及整合先備知識的認知處理。即圖 8 主動處理的歷程三個階段中的「組織」與「整合」階段，且衍生的認知處理與學習者的動機與先備知識有高度的相關，當學習者將大部份資源運用於此認知處理，並能更增加學習者對於教材的知覺程度而創造有意義的學習。

基於上述三種不同認知處理，Mayer(2009)提出三類十二項多媒體教材設計原則。第一類減少外在處理的設計原則：連貫原則(Coherence Principle)、信號原則(Signaling Principle)、重複原則(Redundancy Principle)、空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)、時間接近原則(Temporal Contiguity Principle)；第二類管理本體處理的設計原則：分割原則(Segmenting Principle)、事前訓練原則(Pre-training Principle)、形式原則(Modality Principle)；第三類為增加衍生處理的設計原則：多媒體原則(Multimedia Principle)、個人化原則(Personalization Principle)、聲音原則(Voice Principle)、圖像原則(Image Principle)。

將上述十二項原則分述如下：

1. 連貫原則(Coherence Principle)

當教材中多餘或不相干的文字、圖片和聲音被排除後，學習者會有較佳的學習效果。Mayer 指出多餘的訊息將造成工作記憶區中資源互相競爭、分散學習者注意力、切斷訊息的連貫性、使學習者將心力花費在不重要的訊息上。

本研究所設計使用的教材，均以空白頁為背景，所有圖形、文字皆為教學內容，並無額外的插圖，課堂中的聲音只有研究者的口述講解。整體而言，沒有多餘或不相干的訊息干擾學習者學習。

2. 信號原則(Signaling Principle)

在教材中適當的加入提示教材內容組織結構及教學重點的信號，可以引導學習者的注意力，使其將注意力及有限資源運用在重要的訊息上。訊號原則常使用的方式為「突顯標題(heading)」和「強調關鍵訊息(key information)」(Mayer, 2005)，而增加的信號有兩種—語言信號(含大綱、標題、聲音強調和指標字)及視覺信號(含箭頭、特殊顏色、閃爍、指示手勢及淡化)。將信號原則使用方式整理如表 1 所示：



表 1

信號原則的使用方式

分類	特徵	使用方式
語言信號 Verbal Signaling	大綱 Outline	在課程開始解說之前，就先把大綱呈現出來
	標題 Heading	在每一節開始加入標題，此標題是與大綱息息相關的
	強調聲音 Vocal emphasis	以更大的音量或是更慢的速度念出關鍵字
	指標字 Pointer words	在文中加下指標字，如：首先...第二...第三...
視覺信號 Visual Signaling	箭頭 Arows	以箭頭指出圖像的重要部位或要強調的訊息
	特殊顏色 Distinctive colors	用特別顯目的顏色來強調圖像的概念
	閃爍 Flashing	用閃爍的方式顯示圖像的特定元件
	指示手勢 Pointing gestures	是一種螢幕上的機制，可指出圖像的某個部分
	淡化 Graying out	將圖像中其餘部位淡化，以讓正在描述的成分能夠獲得更多的重視

資料來源：整理自 Mayer(2009)

本研究中所使用的適性指標與信號原則有極大的相關，將闡述於後。

3. 重複原則(Redundancy Principle)

利用只有「圖像及口述講解」的教材呈現給學習者比擁有「圖像、口述講解及字幕」的教材呈現給學習者，會使得學習者的學習成效較好，也就是增加的字幕對學習者來說是一種負擔。因為圖像和字幕同時要使用視覺通道，在有限的容量下將會超載，而迫使學習者必須進行選擇訊息而遺漏部分訊息。

但這並不代表教材中不能在口述講解時同時呈現字幕，例如：當教材沒有圖像訊息、當呈現速度比較慢或循序出現的圖像、當教材內容是專業、複雜或困難需要提示重點時(Clark & Mayer, 2008; Mayer, 2009)這些情況是可以使用字幕的。

本研究中所用教材，因有要讓學習者學習書寫證明的關係，所以在論述證明的畫面中皆有文字的呈現，如圖 9。

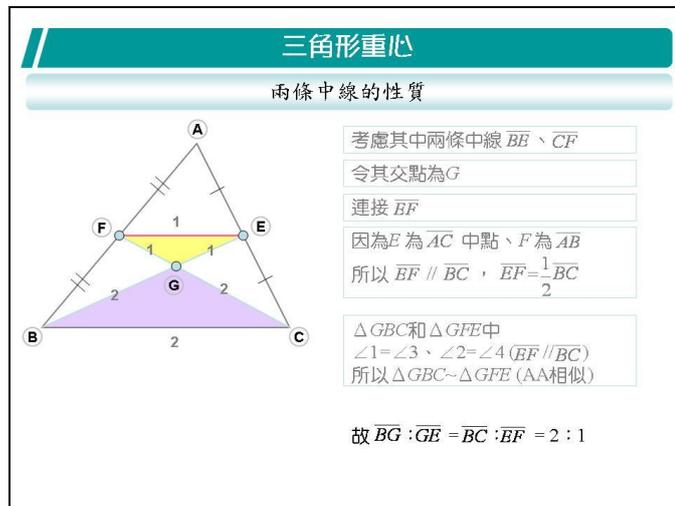


圖 9 重複原則範例(使用字幕)

4. 空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)

當教材中呈現相對應之文字及圖像呈現的位置彼此接近時，能產生較好的學習效果 (Mayer, 2001)。因為當相對應的文字及圖像彼此位置距離太遠時，學習者必需佔用認知空間來進行視覺搜尋，而用於處理學習的認知空間較相對的少。因此，不論教師是利用黑板還是多媒體進行教學，都應考慮文字與圖片的配置。如圖 10，在講解三角形面積相減的同時，有圖像的呈現，亦將算式呈現於圖形附近，方便學習者作連結。

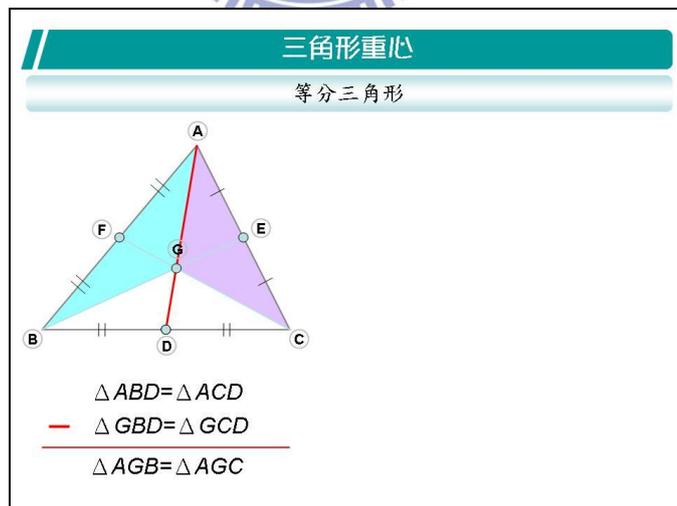


圖 10 空間接近原則範例

而實際課堂中，常常礙於訊息量太多、太複雜而無法使所有相對應的圖像與文字位置接近，就運用格式塔原理的群化原則，引導、協助學習者連結文字及圖像，減少學習者視覺搜尋的負荷。

5. 時間接近原則(Temporal Contiguity Principle)

當教材中相對應的文字及圖像同時呈現時，學習者的學習成效比間斷出現的效果要好(Mayer, 2001)。因為若相關文字及圖像能同時呈現，學習者可將訊息同儲存在工作記憶區中做整合，並連結視覺表徵與聽覺表徵的關聯性。可是若相關文字和圖像在不同時間呈現時，學習者先接受了圖像在工作記憶中，而當文字進入工作記憶區時可以已遺忘某部份圖像訊息，因此，較難對聽覺表徵及視覺表徵間建立心智連結，進而無法做有效的整合。

Mayer(2001)進一步探討，若將教材分為小段落時，同時或間斷出現訊息對於學習成效並沒有影響。這是因訊息的量有所控制，則不管文字及圖像是接續的出現或是同時出現，且若時間夠接近使得學習者所吸收訊息尚未消退，學習者靠自己整合資訊將文字與圖像作適當的對照、連結，。

6. 分割原則(Segmenting Principle)

當教材經過適當的分割成幾個小部份，讓學習者可以管理或操控其認知空間，將會使學習者較易進行本體的認知處理(Essential processing)(Clark & Mayer, 2008)。也就是說一份複雜的教材，經過分割為數個小片段，當每個小片段呈現學習者時，因為訊息量少，所有有足夠的時間和能力去選取文字和圖像並加以組織和整合，再進入下一個片段。

而呈現這些片段時建議讓學習者自行掌控比連續呈現效果好，因為當學習者忙於組織及整合訊息的同時，下一個片段已接續呈現，將會迫使學習者同時也要選取文字或圖像，這將會使得雙通道超載(Mayer & Moreno, 2003)。

7. 事前訓練原則(Pre-training Principle)

當實施教材前，先對概念內容的特徵及專有名詞作介紹，讓學習者可以在學習之前先了解，這會使得學習者學習狀況更好、更深入(Mayer, 2009)。這原則類似平常所說的「預習」，學生若能在學習前先將教材瀏覽一次，或教師在進入課程前，先將概念和名詞作介紹，當學生可以先建立基本基模，正式講解課程時，再一次複誦增加效果且容易建立起與課程間的關聯。

本研究在設計時，也有先對概念(線段切同比例、中點連線性質)和名詞(三角形中線)作介紹，讓學生可以先有基本的認識，再進入較為複雜的論證內容。

8. 形式原則(Modality Principle)

當教材以「動畫+旁白」的呈現方式會比以「動畫+文字」的呈現方式，會使學習者學習成效較佳。正如上述所提多媒體學習認知模型，當教材同時呈現動畫和文字，學習者的眼睛必須同時搜尋和選取兩種訊息，會造成視覺通道的壅塞，形成認知負荷過重。或因同時要比對圖像與文字，對於學習者來說，可能產生訊息遺漏的現象，影響接下來的訊息組織與整合。而在認知負荷理中同樣也考慮到工作記憶中的兩個處理訊息通道，並提出了「形式效應」。

9. 多媒體原則(Multimedia Principle)

當教材呈現時，若將有相關的「文字」及「圖像」同時呈現會比單單只出現「文字」，造成學習者學習成效較佳(Mayer, 2009)。因為學習者同時接收到相關的文字與圖像，易於建立兩者之間心智模型的關連並進行心智的整合。

10. 個人化原則(Personalization Principle)

當講述課程方式利用「對話式」的講述方式會比「形式化」的講述方式來得效果好(Mayer, 2009)。也就是說，在講述課程時，盡量使用「我」、「你」等第一、二人稱，而盡量避免使用第三人稱，並在講解過程中增加與學習者對話的句子，而這樣會營造像是在和學習者交談而不是教學，會讓學習者更努力的去了解教師所要傳達的訊息。

11. 聲音原則(Voice Principle)

當教材呈現中若有需要使用旁白，利用「真人發音」會比使用「機器聲」來得效果好(Mayer, 2009)。這正如上述個人化原則的想法，使用機器聲會帶給學習者突兀或者不習慣的感覺，而影響學習。

12. 圖像原則(Image Principle)

當教材中加入教師或演講者的影像，不見得會幫助學生學習。因為出現教師或演講者的影像，學習者就必須花費額外的資源去處理，這或許會干擾學生學習。

本研究在設計上主要利用與「信號原則」相關的適性指標來幫助學習者作視覺上的搜尋及引導學習者的注意力；「時間接近原則」—為了要學習者學習正確的論證寫法，所以教材設計上除了有圖像的呈現並同時搭配口語將正確的論證寫法呈現於畫面中，期望幫助學習者整合所有訊息；「空間接近原則」—除論證所需文字外，其餘圖片與文字的編排即盡量使其接近以方便學習者作選取與組織(如上述例子所示)；「分割原則」、「事前訓練原則」—因本研究的教材中，第一部分涉及較多的概念及較為複雜，因此將內容分為先備知識及本單元主要內容，其中先備知識於進入主題前先幫學習者複習，並將主要內容呈現切割幾個小區塊使得同時間所要處理的訊息量不致於太多，有利於學習者學習；「個人化原則」—在展演教材內容時，多利用第一、二人稱的方式及對話式的講解來營造氣氛，讓學習者更能明表教學者的想法。利用上述幾個多媒體設計原則作為主軸，其他多媒體設計原則的概念為輔。

2.3 適性指標

現場課堂教學中，利用多媒體教材往往會提供大量的訊息量提供給學習者，若沒有適時的提供特徵幫助學習者搜尋及引導學習者注意力，會使學習者認知超載。林煜庭(2008)在其論文「適性指標：多媒體學習中一種基於視覺認知理論的引導方式」研究中提出，若教材具有適性指標的設計會幫助學習者學習，造成比沒有適性指標設計的教材有更好的學習成效。

2.3.1 適性指標的定義

所謂的適性指標(adaptive pointer)是一種視覺物件，其包含了凸顯物件、建立物件之間的關聯或凸顯主要訊息間的關係…等，主要是課堂授課中，教學者可以適當地以互動的方式操控這些視覺物件，以達到「減少視覺搜尋」和「引導注意力」的作用。

簡而言之，適性指標的功能就是吸引學習者注意力，並幫助學習者搜尋教學者所呈現之訊息，藉此減少外在認知負荷，讓學習者將較多的認知處理用於對教材內容的理解而不是訊息的搜尋、辨識。而從使用的角度來看，適性指標主要具有下列三個用途(李鈴茹，2009)：

1. 引導注意力

2. 協助選取相關圖文碼

(增進訊息易得性、減少不必要的編碼與解碼，降低外在認知負荷)

3. 協助組織相關圖文碼

(建立訊息之間的關聯性)

其實，不論是適性指標還是多媒體學習教材設計原則，在在都是要幫助學習者盡量減少與教學內容無關的認知負荷，增加學習者的學習成效。



2.3.2 適性指標設計原則

適性指標主要運用在課堂教學環境中，林煜庭(2008)在其研究指出適性指標是一種協助視覺搜尋以及引導注意力的視覺物件，在設計上涉及視覺認知科學、教材內容及教學策略等因素，並彙整出七項設計原則，詳見如表 2。

表 2

適性指標教材設計原則

原 則	說 明
標示原始位置原則	<ol style="list-style-type: none"> 1. 適性指標之滑鼠啟動點應該在目標物所在位置。 2. 適性指標應該含有位置資訊，不論是「直接出現在目標物所在位置」或是「指出目標物的方位」。 3. 同一物件或物件之指標在不同頁面出現時位置要相同，即所謂「頁間定位」。
特徵獨立原則	<ol style="list-style-type: none"> 1. 適性指標應盡量採用單一特徵的設計方式，因較能幫助學生更快速的搜尋、辨識。 2. 適性指標應盡可能的與所有待搜尋物件沒有共同的視覺特徵，尤其不應具有干擾物的視覺特徵。 3. 適性指標應避免前一個用來標示干擾物的視覺特徵，用來標示現在要突顯的目標物。
通道原則	當畫面中某一類型的視覺特徵通道非常擁擠時，我們在設計適性指標時應該考慮採用其他類型的視覺特徵。
群化原則	<ol style="list-style-type: none"> 1. 目標物群化：可用來建立各個目標物的關聯性。 2. 干擾物群化：可以協助視覺搜尋作業，將干擾物以質感辨認的方式，整群加以忽略。
明度差異原則	適性指標的設計必須考慮明度因素，目標物或是適性指標的明度與干擾物的明度差異越大，凸顯效果越好。
引導原則	<p>要同時考慮由上而下的「抑制性引導」(inhibitory guidance) 以及由下而上的「刺激性引導」(excitatory guidance) 兩項因素。</p> <p>一個有效的策略是「目標物由下而上激發，干擾物由上而下抑制」。</p>
觸發原則	要有觸發「新出現」(new object onset) 或是觸發「新移動」(new motion onset) 的機制。

資料來源：林煜庭(2008)。適性指標：多媒體學習中一種基於視覺認知理論的引導方式，p.284-288。碩士論文，國立交通大學，新竹市。

2.3.3 適性指標與多媒體學習設計原則

在多媒體學習設計原則中，主要是以教學者為導向，而適性指標設計原則，主要是以學習者為導向，兩者在設計原則上有些不同之處，當然不同的導向所會面臨的問題也不盡相同，林煜庭(2008)在其研究中，針對空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)、時間接近原則(Temporal Contiguity Principle)、連貫原則(Coherence Principle)、形式原則(Modality Principle)、重複原則(Redundancy Principle)、信號原則(Signaling Principle)及個別差異原則(Individual Difference Principle)，提出了多媒體學習設計原則在教材設計上的問題，及提供利用適性指標可以改善的方法，整理如下表 3。其中，多媒體學習設計原則中連貫原則、形式原則、重複原則和個別差異原則與認知負荷理論中重複效應(Redundancy Effect)相關。

表 3
多媒體學習設計原則在教材設計上問題與適性指標解決方法

	教材設計問題	解決方法
適性指標 與 空間接近原則	<ol style="list-style-type: none"> 1. 圖像附近沒有足夠的空間容納所有的文字訊息 2. 文字訊息影響圖像的辨認 3. 兩個訊息在畫面中有距離，並且無法接近 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 適性指標具有可開可關的特性，教學者可依學習者的學習狀況，適時以適性指標「顯示文字訊息」，也可在不需時「隱藏文字訊息」，讓文字訊息呈現時所需要的總空間減少，並且可避免學習者在關注圖像時被文字訊息所干擾。 2. 藉由適性指標引發視覺物件的群化作用及搭配格氏塔群化原則的設計能改善距離所造成的影響。
適性指標 與 時間接近原則	<p>需要互相比較之圖層位置重疊且無法分割，所造成無法同時表達兩個圖像觀念的困擾</p>	<p>利用適性指標的適性開關，以新出現物件來引導學習者看到目前教學者說明的物件，或是將不必要的訊息加以隱藏，使教材可在不同時間點呈現當下個別的狀態，亦可運用適性指標之透明度圖層來區隔兩種狀態，便於互相加以比較。</p>

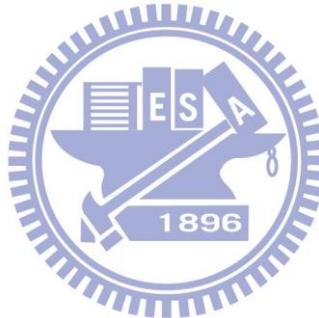
適性指標
與
重複效應
相關之原則

同一份教材中，無法同時兼顧字幕與旁白的呈現，僅能呈現其中之一。

1. 適性指標的設計可以依據個別差異情況進行適當的回應，對於高先備知識的學習者可隱藏累贅的訊息，對於低先備知識的學習者則顯示必要的訊息
2. 著重口述文字時，可以將文字訊息關閉，符合形式原則與累贅原則的精神
3. 當學習者對保持口述文字的內容感到吃力時，可適時開啟文字訊息，讓視覺通道協助認知歷程的處理，充分發揮雙通道的效能

資料來源：整理自林煜庭(2008)。適性指標：多媒體學習中一種基於視覺認知理論的引導方式，p.38-42。碩士論文，國立交通大學，新竹市。

對於本研究而言，在多媒體教材設計中，加入適性指標的設計原則，預期會對學習者造成較好的學習效果。



2.4 認知診斷評量

最近吵的沸沸揚揚的國中免試入學，教育部提出要進行全面性的國三生全國大會考，其目的是要診斷學生對於國中所應該學會的概念或技能是否精熟？可以看出現今教學評量的目的，已從單單要測驗出學生當下的學習狀況，演變成提供給學習者一份關於學習情況的診斷報告。也就是除了要告訴學生該單元成績分數外，也要讓學生知道哪些概念知識是不完整的，更讓教師及學生清楚的知道該補救的地方為何？以利學生學習有更好的效果，這就是認知診斷評量的用意。

2.4.1 認知診斷評量的意義

課堂教學完後，教師總是喜歡利用一張測驗卷來看看學生學習的情況，而測驗的結果除了評量學生的學習狀況、確定教學是否達到教學目標外，更可以作為下一個相關單元的起始行為及作為改進教學的參考(余民寧, 2003a)。但可惜的是，許多坊間的測驗卷，所測驗出來的成績往往只表示個人能力在全班整體的相對位置，並不能知道學習者概念組成情況。

正因於傳統評量主要是根據「邏輯分類」與「內容細目」來進行設計，這樣的評量設計缺乏對知識結構與歷程的形成描述(Nichols, 1994)，且測驗題目編修常根據 Bloom 等人(1956)所提出的六個認知教學目標：知識、理解、應用、分析、綜合與評鑑來進行(Anderson 2001)，而如此評量的成績並不能顯現受試者的知識結構(涂金堂, 2003)。

Nichols(1994)即提倡將認知科學(cognitive science)與心理計量學(psychometrics)結合，發展新的診斷方法，以幫助教學目標的達成。Nichols 將這種新的診斷評量方法，稱為認知診斷評量(cognitively diagnostic assessment, 簡稱為 CDA)。也就是說，認知診斷評量是基於學習心理學的理论、對學習成就的研究、及統計分析模式等基礎，所建構而成的一個新的評量方法，其評量方向主要是表現在對學科成就表現的認知結構和解題過程等方面的推論。而認知診斷評量有以下幾個特徵(余民寧, 2003b)：

1. 認知診斷評量所用的測驗是應用明確、客觀的假設來建構測驗的內容和計分方式。客觀的假設基於心理學理論，描述了受試者在施測過程中，應用了哪些知識結構、如何發展其知識結構、及專家—生手間知識結構的差異等問題。
2. 認知診斷評量的模式，在於判定個體在試題或作業的反應過程中如何作認知推論。
3. 認知診斷評量利用統計模式的計分方式，企圖對學習者的學習過程和知識結構造成影響。

因此，認知診斷評量與傳統測驗評量有以下幾點不同(Nichols, 1994; 余民寧, 1995)

1. 認知診斷評量基於學生個別差異及調適教學方案為出發點。
2. 認知診斷評量目的在推論受試者在測驗中表現的認知結構和解題程序。
3. 認知診斷評量結果的解釋，與描述受試者在該學科領域所表現的心理模式有關。
4. 認知診斷評量和傳統評量方式的主要區別在於，邏輯分類學(logical taxonomies)的應用、內容說明(content specifications)的方式及統計方法的運用等方面的差異。

由上可以看出，認知診斷評量任測驗不僅僅是測驗，更是一份診斷書，診斷學生的知識結構，診斷老師的教學方法，更是一份補救計畫書，可以幫助學生及老師知道何處不足來作因應補救，這也是本研究為何要利用認知診斷評量的原因。

2.4.2 認知診斷評量的模型

根據上述有關於認知診斷評量可得知，認知診斷評量主要探討學生面對題目的作答反應過程與其本身潛在知識結構的關係。而要對各個認知變量進行量化分析，進而了解受試者的認知結構，就必須有建構出能夠融合不同認知變量並且所有相關參數都能夠被很準確的估計出來的模型。因此開發認知診斷模型(cognitive diagnostic models, CDMs)與測驗分析就顯得相當重要。

所謂的 CDMs 是可以使用在判斷受試者優勢與劣勢的心理計量學模式，並提供給施測者的分數形態是可以有效測量學生的學習和進步的(de la Torre, 2009b)。而在使用認知診斷評量模式時，必須設定評量中所要測驗的概念，也就是試題的概念，這些概念的是根據測驗的目的選擇符合該知識領域的重要成分。當選定所要測驗的所有概念後，就要將這些概念組合成一道道試題，其中每道試題都至少必須含有一個所欲測驗的概念，為了避免設計出不適當的試題，在設計的過程中必須就概念的屬性是否類似及相對應的難易度作考量。大多數的認知診斷模型，都藉由關聯矩陣(incidence matrix)(Tatsuoka, 1995)來呈現試題與概念的關係，通常以 Q 矩陣表示，也就是說利用 Q 矩陣表明每個試題所需要具備的概念。

當測驗結束後，施測者根據受試者對問題的答題反應組型搭配測驗前所建置的 Q 矩陣，就可知道那些概念是受試者所缺乏的，而施測者也可根據此結果針對缺乏概念作補救教學，讓評量的效果增大，而不單單只是成績。由此可知，認知診斷評量模式並非像傳統測驗一樣只是個分數，而是針對各個概念來診斷學習者是否精熟，也就是說學習者在各項概念或技能中都被分類為精熟(master)或不精熟(non-master)這二種情況，這告訴我們認知診斷評量通常是二元的(即有和沒有、1 和 0 等)，也因此，當教師和學生收到

結果後即可知道各概念精熟的情況，對於能力好的學生而言可自行進行補強，而老師也可以針對能力差的學生進行個別加強。

更進一步的說，對於一個評估 K 個概念或技能的測驗而言，測驗結束後 CDMs 會給予受試者一個二元精熟分數(binary mastery scores)向量以 $\alpha=(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$ 表示。例如 K=3，受試者其 $\alpha=(1,0,1)$ 這就表示此受試者第 1、3 個技能已精熟，而第 2 個技能不夠精熟。既然每個技能都有精熟與不精熟，則 K 個技能就會有 2^K 個可能的反應組型。例如，K=3 時，就有 $2^3=8$ 個下列反應組型：

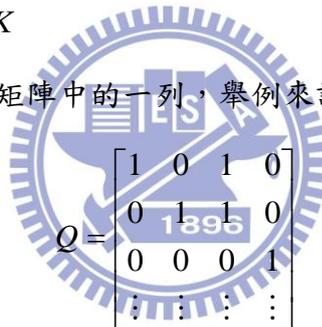
(0,0,0)、(1,0,0)、(0,1,0)、(0,0,1)、(1,1,0)、(1,0,1)、(0,1,1)、(1,1,1)

而 Q 矩陣(Q matrix)被當作概念或技能影響試題的對照表(Tatsuoka, 1995)。當一份試卷若擁有 K 個概念或技能及 J 個試題，則 Q 矩陣大小為 J×K 而其矩陣內元素 q_{jk} 代表解答第 j 個試題，是否須具有第 k 個概念或技能，其定義如下：

$$q_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{第 } j \text{ 個試題需要第 } k \text{ 個技能} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中， $j=1 \cdots J$ ， $k=1 \cdots K$

由上可知，每一個試題恰為 Q 矩陣中的一列，舉例來說，我們假設 Q 矩陣如下：



$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

可以知道第一題需要第 1、3 個概念或技能，第二題需要第 2、3 個概念或技能，而第三題只需要第 4 個概念或技能，以此類推。通常 Q 矩陣是由學科專家(subject matter experts, SMES)所建立。

Junker & Sijtsma(2001)提出之 (Deterministic Input, Noisy “And” Gate model)，因其模式較簡單且較易於解釋，僅涉及粗心 (slip) 和猜測 (guess) 兩參數的影響，且近年來，又有許多學者投入此模型的探索與應用，使 DINA 模式被推廣。而本研究也將採用此模式作認知診斷評量分析，將於下節作介紹。

2.4.3 DINA 模式

DINA 模式是許多認知診斷與評估方法的基礎(Doignon & Falgout, 1999)。DINA 模式的使用是在 Junker 和 Sijtsma(2001) 的研究中，適用於對二元計分項目測驗進行認知診斷。此模式假設具備解該題目所需之認知屬性時，即能答對該題，但試題答對的機率，會受到粗心 (slip) 及猜測 (guess) 兩個參數的影響，DINA 的模式表示如下

$$P(X_{ij} = 1 | \alpha, s, g) = (1 - s_j)^{\xi_{ij}} g_j^{1 - \xi_{ij}} \equiv P_j(\alpha_i) \quad (2)$$

其中 $\xi_{ij} = \prod_{k: Q_{jk}=1} \alpha_{ik} = \prod_{k=1}^K \alpha_{ik}^{Q_{jk}}$ ，代表試題所需具備的認知屬性是否完全具備， α_{ik} 代表受試者 i 是否具備認知屬性 k ， Q_{jk} 表示認知屬性 k 與試題 j 是否有相關，而兩個參數的定義如下

$$s_j = P(X_{ij} = 0 | \xi_{ij} = 1) \quad (3)$$

$$g_j = P(X_{ij} = 1 | \xi_{ij} = 0)$$

其中

X_{ij} ：第 i 個受試者在第 j 個試題的反應組型。

s_j ：受試者具有回答第 j 個試題所需的認知屬性，但卻因粗心答錯該題的機率。

g_j ：受試者不具有回答第 j 個試題所需的認知屬性，但卻因猜對該題的機率。

α_{ik} ：代表第 i 個受試者在第 k 個認知屬性的有無，具備該屬性其值為 1，無則為 0，

Q_{jk} ：受試者答對第 j 個試題是否需要第 k 個認知屬性，

如需要該屬性其值為 1，無則為 0。

ξ_{ij} ：代表受試者是否具有答對第 j 個試題所需的所有技能。若全部具備，則其值為 1，

反之，受試者至少缺少 1 個答對第 j 個試題所需的技能，其值為 0。

從上面的式子可知，DINA 模式將學生分為兩種，一種是掌握所有該題需具備的認知屬性，另一種則是受試者至少缺乏一個必須的認知屬性。倘若少了一個解題所需的認知屬性，回答出正確答案的機率將大幅降低，即使答對也歸納於猜測的機率。

DINA 模式的圖形表示如下圖 11，就像圖中表示的能力反應組型 η_{ij} 是受試者技能 $\{\alpha_{ik}\}$ 和試題 $\{Q_{jk}\}$ 的方程式，如果 $\eta_{ij}=1$ ，則受試者答對第 j 題的機率就是 $1-s_j$ ，如果 $\eta_{ij}=0$ 則答對機率為 g_j 。

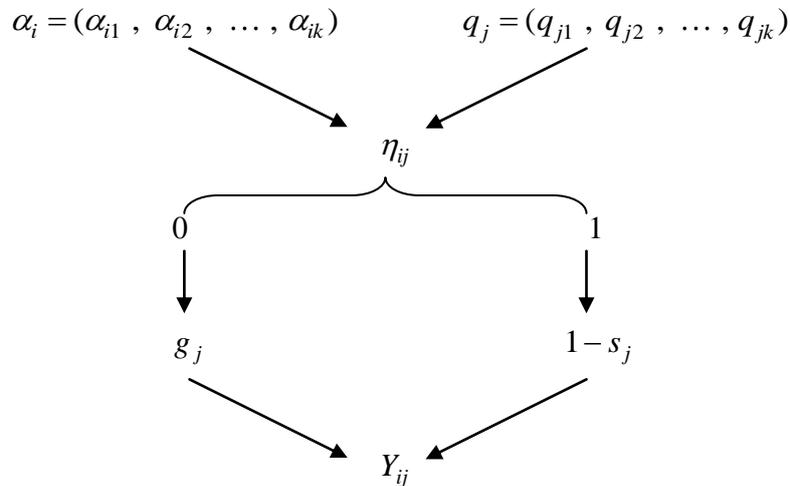


圖 11 受試者對試題 j 的反應程序圖
資料來源： de la Torre(2009a)

以 de la Torre(2009a)中的範例說明 DINA 模式的計算方法：

表 4 為分數的減法的認知屬性，表 5 為測驗學生是否具備這些認知屬性而設計的題目，表 6 為例題之 Q 矩陣。由表 6 可知，解此題目需具備認知屬性 1~3。

表 4

分數的減法認知屬性

認知屬性	敘述
1	從整數部分借 1
2	基本分數減法
3	化簡
4	將整數與分數部分分開
5	將整數變成分數

表 5

「分數的減法」選擇題型

$2\frac{4}{12} - \frac{7}{12} =$			
A: $2\frac{3}{12}$	B: $2\frac{1}{4}$	C: $1\frac{9}{12}$	D: $1\frac{3}{4}$

表 6

例題之 Q 矩陣

試題 \ 屬性	K1	K2	K3	K4	K5
Item1	1	1	1	0	0

假設給定試題參數 $s_1=0.2$ 、 $g_1=0.2$ ，而今有三名受試者，其所具備的認知屬性如表 7 所示：

表 7

受試者的認知屬性狀態

受試者 \ 屬性	K1	K2	K3	K4	K5
學生 1	1	1	1	1	0
學生 2	0	1	0	0	1
學生 3	0	1	1	1	1

由表 7 可知：學生 1 具備解題所需的三個認知屬性，因此其 $\eta_{11}=1$ ，學生 2 及學生 3 都有缺少一個以上的認知屬性，因此其 $\eta_{21}=\eta_{31}=0$ ，則三位受試者的答對機率分別計算如下：

$$P(Y_{11}=1|\alpha_1, s_1, g_1) = (1-s_1)^{\eta_{11}} g_1^{1-\eta_{11}} = (1-0.2)^1 (0.2)^{1-1} = 1-0.2 = 0.8$$

$$P(Y_{21}=1|\alpha_2, s_1, g_1) = (1-s_1)^{\eta_{21}} g_1^{1-\eta_{21}} = (1-0.2)^0 (0.2)^{1-0} = 0.2$$

$$P(Y_{31}=1|\alpha_3, s_1, g_1) = (1-s_1)^{\eta_{31}} g_1^{1-\eta_{31}} = (1-0.2)^0 (0.2)^{1-0} = 0.2$$

學生 1 具備解題所需的三個認知屬性，因此答對機率最高，學生 2 及學生 3 都有缺少一個以上的認知屬性，因此在 DINA 模式下認為若答對，是屬於猜測的機率。

de la Torre (2009a)，對 DINA 的估計是採用 EM 演算法，程式碼是使用 Ox(Doornik, 2003)程式編寫的，該程式 5.1 之後的版本提供了可以編寫程式碼及執行環境的 OxEdit 編輯器，使用上更為便利。程式執行後提供了 G-DINA 的參數估計與標準誤還有認知屬性的後驗分配及受試者的分類情形。

綜合上述，DINA 模式是一個非常簡單且很好解釋的模式，因為它每個試題，僅包含粗心及猜測兩參數，且具有良好的模式適配度(de la Torre & Douglas, 2004)，也因此被應用在測驗的許多方面。相關的研究近年來也與日俱增。de la Torre & Douglas(2004)探討了 DINA 與 Linear logistic model(LLM)模式的比較，利用 Markov chain Monte Carlo(MCMC)來進行參數估計，研究結果顯示 DINA 的參數估計精準度相較之下比較穩定；Henson & Douglas(2005)提出 Kullback-Leibler Information (KL)在 DINA 下進行測驗編制；de la Torre(2009a)更詳述了 DINA 參數估計的方法，如 joint maximum likelihood estimation 及 marginalized maximum likelihood estimation 等，降低 MCMC 參數估計的時間；de la Torre (de la Torre, 2009b)針對選擇題型，提出 multiple-choice DINA 的模式，試圖從選項中獲得更多的診斷訊息，達到更精準的估計。

2.5 三角形三心幾何課程分析

根據教育部(2008)公布國民中小學九年一貫課程綱要中，指出演算能力、抽象能力與推理能力數學教育的三大主軸，也提及數學教育要提升數學溝通能力，而溝通包括理解與表達兩種能力，其中理解指的是要能瞭解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊；而表達指的是能以書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思。因此，本研究就是要利用「適性指標設計原則」及「分隔訊息方法」呈現三角形重心的兩個性質證明——三角形三中線經過同一點，重心與頂點的連線等分三角形面積，看學習者是否在如此的教學法上，能理解這兩個性質及可書寫出性質的論證。

2.5.1 三角形三心課程分析

國中九年一貫課程中，數學領域將九年國中教育分為四個階段，而國中階段屬於第四個階段(國中一年級到三年級)，對於幾何課程也給了明確的要求：「要學習三角形及圓的基本幾何性質，認識線對稱與圖形縮放的概念，並能學習簡單的幾何推理。」這可以看出，幾何學習已由對各種幾何圖形的觀察操弄，慢慢進入非形式化的推理，最後提升至形式化的推理。

根據教育部(2008)所訂定的「國民中小學九年一貫課程綱要數學領域」與本研究三角形重心單元相關的能力指標為 S-4-16 能理解三角形內心、外心、重心的意義與性質，而其相對應的分年細目與詮釋如下表 8：

表 8

三角形三心相關分年細目與說明

分年細目		說明
9-s-8	能理解多邊形外心的意義和相關性質	<ol style="list-style-type: none">1. 多邊形外接圓圓心(圓通過每個頂點)稱為多邊形外心2. 多邊形外心到各頂點距離相同3. 直角三角形斜邊中點到各頂點等距離4. 圓內接四邊形的性質
9-s-9	能理解多邊形內心的意義和相關性質	<ol style="list-style-type: none">1. 多邊形內切圓圓心(圓與每邊均相切)稱為多邊形內心2. 多邊形內心到各邊距離相等3. 多邊形周長為 s，內切圓半徑

為 r ，知道多邊形面積為 $\frac{rS}{2}$

4. 直角三角形中，
兩股和等於斜邊加內切圓直徑
5. 圓外切四邊形的性質

9-s-10 能理解三角形重心的意義和相關性質

1. 三角形三條中線必相交於同一點，此點稱為三角形重心
2. 三角形重心到頂點的距離等於它道對邊中點距離的兩倍
3. 三角形重心與三頂點連線等分三角形面積
4. 三角形三條中線將三角形面積六等分

根據上述九年一貫數學領域課程綱要，三角形重心教材地位如下圖 12：

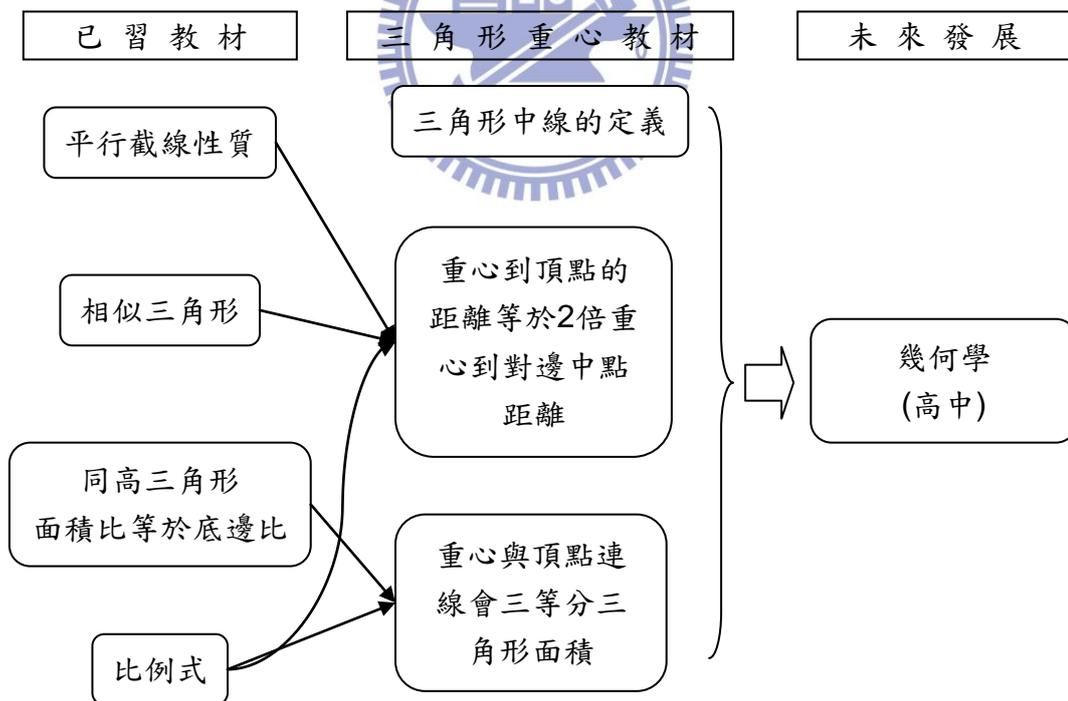


圖 12 三角形重心教材地位分析圖

2.5.2 三角形三心相關研究

查詢台灣博碩士論文知識加系統，以三角形三心為檢索關鍵，可以發現數篇相關論文，檢視其與本研究相關性，將簡述於下：

謝銘祥(2007)以 flash 軟體開發一個可輔助國中數學教師教學並提供學生觀察、探索的電腦輔助軟體。並對低成就學生進行補救教學，發現學生學習有顯著差異、且也增加學生興趣及信心。方淑美(2008)利用謝銘祥所製作 flash 應用在電子白板上對學生施以教學設計，去探討學生的學習成效及學習態度。這兩位研究生均是利用多媒體教材來幫助學生學習三角形重心，皆有其影響。

呂益昇(2005)在其研究目的為探討國中生「三角形外心與內心概念」的學習困難與因素，並發展有效的學習策略解決學習困難。在其研究中發現，國三學生「外心與內心內念」學習困難的原因有：

1. 未能以正確、完整的數學語言或符號描述圖形或數學專有名詞。
2. 未能以所學的知識整理成有系統的概念幫助學習。
3. 論證觀念不完整，文字表徵與形式論證的能力不足。
4. 缺少相關的解題經驗，沒有主動繪製參照圖的習慣。
5. 未熟悉預備知識，缺乏利用幾之性質推理的能力。

而其也利用「類比遷移」、「局部推理與模仿」的教學策略來補救教學實驗，發現能有效協助學生解決學習困難，並能使行事證明的混沌狀態趨向明朗化。

呂鳳琳(2009)在其研究目的中，去探討透過不同文本呈現方式與教學策略之幾何證明對學生的認知負荷及閱讀理解之影響。其研究發現，將一個複雜的幾何證明切割成幾個局部證明，為學習者在閱讀幾何證明時，能有助降低其認知負荷。但如要提升學生在幾何證明閱讀理解還需要加入有效的教學策略，促使學生做深層的思考以建立相關的基模網絡，方能在閱讀幾何證明的活動中達到深層的理解。

基於以上研究本研究將要利用適性指標設計原則來引導學生注意力及利用分隔訊息方式降低教材對學生的負荷，來設計多媒體教材，探討是否能有效的幫助學生學習三角形重心的兩個性質證明。

第三章研究方法

本章節分為以下四節說明研究方法：第一節為研究流程，第二節為研究設計，第三節為研究對象，第四節為研究工具，第五節為資料分析。

3.1 研究流程

本節說明研究流程，如圖 13，並敘述各階段的工作分配。

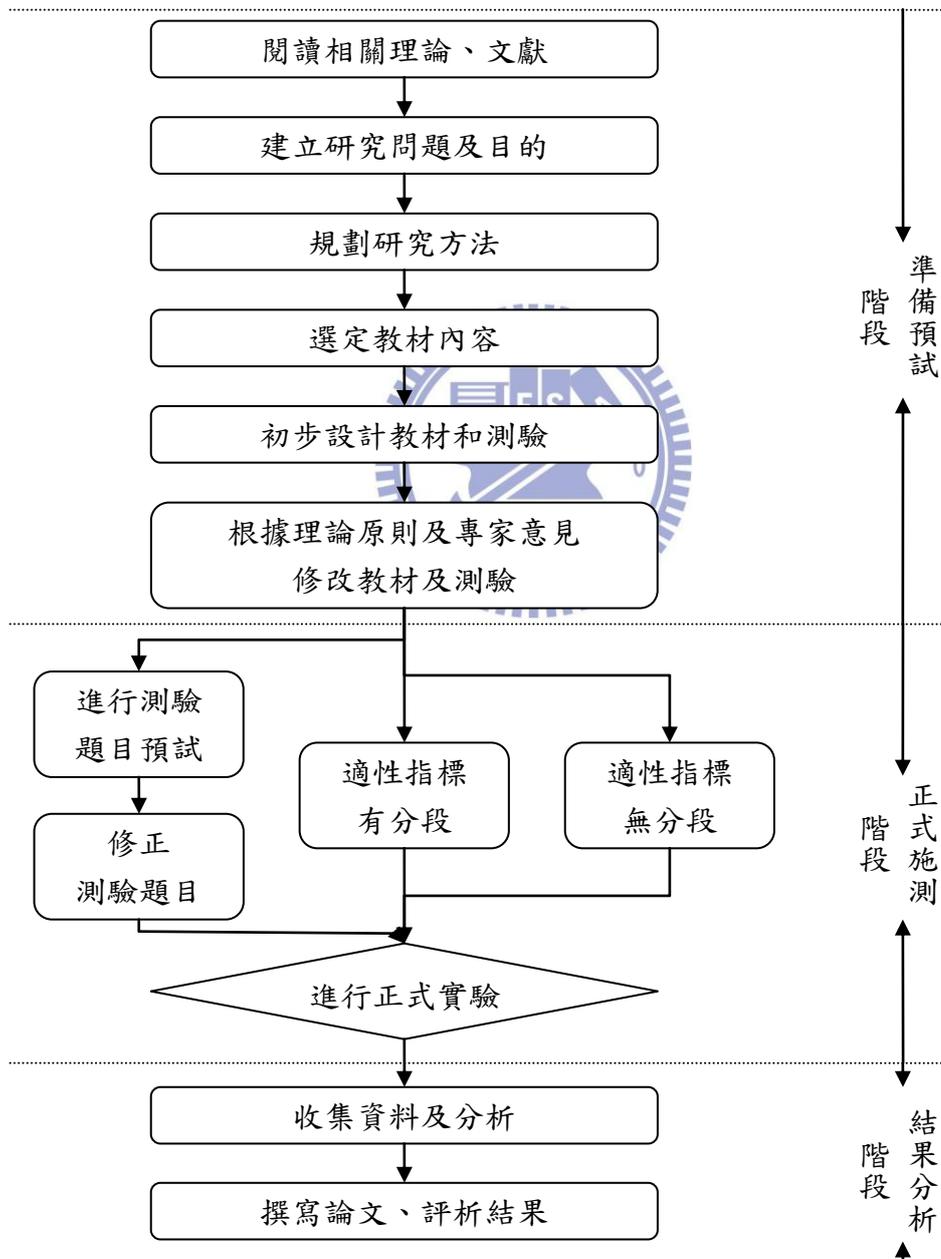


圖 13 研究流程圖

茲將研究流程各階段之工作說明如下：

1. 準備預試階段：

本階段先形成研究問題、收集相關文獻和資料進行探討、確定研究主題、課程規劃和發展研究工具。本實驗採用 Microsoft Office 中的 PowerPoint 作為教材設計軟體，並使用由交通大學陳明璋博士所開發的外掛程式—AMA 數學簡報系統來開發教材。在 100 學年度第一學期 12 月份於教授「三角形的外心、內心」時，開始使用多媒體教材上課，以消除學生新奇感及不熟悉感。並於此時設計測驗題目，且和同學年數學老師協調共同測驗時程，做好前置作業以利研究之進行。

2. 正式施測階段：

本階段先對測驗題目進行預試，並根據預試結果針對有問題之測驗題目進行修改，產生正式施測題目，於排定「三角形的重心」教學期程前一週交予同學年所有數學領域任課老師。選定研究對象後，配合學校舉行第二次數學科定期評量作為前測，再依本學年數學教學行事曆進行本實驗單元之教學。控制組(即非研究著任課班所有班級)進行一般講述教學，由非研究者之教師授課，並無其他教學情境之安排，不會造成任課教師負擔。實驗組及對照組由研究者進行授課，利用前階段所設計之兩份多媒體教材授課。並協調所有同學年數學領域教師，分別於教學完兩天內對測驗題目施測完畢，且將施測題本回收給研究者，以進行下一階段。

3. 結果分析階段：

最後階段進行施測题目的批改、給分，並成績給於同學年數學領域教師做為日常成績使用。將所收集資料作量的資料分析，撰寫研究結果並完成論文。

3.2 研究設計

在本節中將分別論述研究方法的選擇、研究變項與假設、研究架構、實施流程。

3.2.1 研究方法的選擇

本研究目的為探討利用適性指標加上區隔訊息方法的教學設計，對於學生記憶理解幾何證明是否會產生影響？對學習成效是否會產生影響？並利用認知診斷評量，觀察不同的教學設計是否對學生概念或技能的精熟程度是否會產生影響？

本研究以某國中三年級的四個班為實驗對象，教學內容為「三角形重心」的兩性質證明，為避免其他非研究欲探討的變因影響實驗結果，且不影響正常教學進度下，四班皆在原班級以一個投影螢幕教學，上課內容皆相同，為訊息出現的結構和方法不一樣。實驗組一有利用適性指標並將教學內容分段化、區塊化及結構化呈現，實驗組二有利用適性指標但教學內容以串流方式呈現。因實際教學現場無法隨機分配受試者，所以本研究採準實驗研究法。

本研究有利用認知診斷評量來探討個概念或技能的精熟程度的差異，而王文卿(2010)研究結果顯示較大的樣本數能提高 DINA、G-DINA 模式估計的準確性，所以利用全三年級學生作為樣本，如此可有較大的樣本進而提高估計的準確性。也因此，本研究可分為三個實驗來探討研究問題：

第一個實驗：為探討利用適性指標加上區隔訊息方法的教學設計，對於學生記憶理解幾何證明是否會產生影響？對學習成效是否會產生影響？並利用認知診斷評量，觀察不同的教學設計是否對學生概念或技能的精熟程度是否會產生影響？

第二個實驗：為探討利用適性指標加上區隔訊息方法設計的多媒體教材呈現教學內容的上課方式，對於學生記憶理解幾何證明是否會產生影響？對學習成效是否會產生影響？並利用認知診斷評量，觀察不同的教學設計是否對學生概念或技能的精熟程度是否會產生影響？

第三個實驗：為探討利用適性指標加上串流式訊息方法設計的多媒體教材呈現教學內容的上課方式，對於學生記憶理解幾何證明是否會產生影響？對學習成效是否會產生影響？並利用認知診斷評量，觀察不同的教學設計是否對學生概念或技能的精熟程度是否會產生影響？

在下述的研究變項及下節研究對象中也將分為三個實驗陳述。

本研究已盡力控制各項變因，但教學現場終究無法精準掌握各項變因，而降低實驗的嚴謹度及內部效度，雖然如此，卻能將實驗結果更貼近實際情況中，應用價值相對較大，外部效度較高，並期能盡量排除各項變數的干擾，以掌握自變項與因變項的關聯。

3.2.2 研究變項

第一個實驗：

探討利用適性指標加上區隔訊息呈現方法與適性指標加上串流式呈現方法的教學設計對學生的影響

本實驗變項分述如下：

1. 自變項：

教材的設計與呈現方式。二組教材設計比較如下表 9。

表 9

第一個實驗教材設計比較表

組別	設計原則	呈現方式
實驗組	適性指標＋區隔訊息呈現	多媒體教學
對照組	適性指標＋串流式呈現	多媒體教學

說明如下：

(1) 實驗組：

教材為加入適性指標及區隔訊息方式呈現的數學簡報教材。將教學內容結構化，並在呈現時將訊息分段且區塊化、並利用適性指標概念呈現訊息。且講述時利用口語化解述教學內容，並於講述時搭配畫面依序出現。

(2) 對照組：

教材為加入適性指標及串流方式呈現的數學簡報教材。將教學內容按照教科書教學順序依序出現，並利用適性指標概念呈現訊息。且講述時利用口語化講述教學內容。

2. 控制變項：

教學者、教學時間、教學內容、教學媒體、測驗時間。

3. 依變項：

(1) 幾何論證表現：

三角形重心兩性質證明——三角形三中線經過同一點及三角形重心與頂點連線等分三角形面積。本研究將於實驗後，測驗學生記憶理解程度。

(2) 學習成效：

三角形重心為國中數學第五冊第三章第三節的課程內容已是幾何階段的後半段課程，本研究將於實驗後，利用選擇題形式測驗學生學習成效。

(3) 認知能力：

本研究將於實驗後，探討學生在「概念、理解」、「程序、執行」、「解題、思考」等認知能力的差異。

(4) 技能精熟程度：

本研究將於實驗後，利用認知診斷模型中的 DINA 模型，來探討教學內容概念及技能的精熟程度。

第二個實驗：

探討利用適性指標加上區隔訊息的多媒體呈現方法與傳統式板書教學呈現方法的教學設計對學生的影響

本實驗變項分述如下：

1. 自變項：

教材的設計與呈現方式。二組教材設計比較如下表 10。



表 10

第二個實驗教材設計比較表

組別	設計原則	呈現方式
實驗組	適性指標+區隔訊息呈現	多媒體教學
全校其他班級		傳統式板書教學

說明如下：

(1) 實驗組：

教材為利用適性指標加區隔訊息呈現設計的數學簡報教材，而教學方式為利用多媒體呈現教材。

(2) 全校其他班級：

教材為一般教學用書，而教學方式為利用傳統板書呈現教材。

2. 控制變項：

教學內容、測驗時間。

3. 依變項：

(1) 幾何論證表現：

三角形重心兩性質證明—三角形三中線經過同一點及三角形重心與頂點連線等分三角形面積。本研究將於實驗後，測驗學生記憶理解程度。

(2) 學習成效：

三角形重心為國中數學第五冊第三章第三節的課程內容已是幾何階段的後半段課程，本研究將於實驗後，利用選擇題形式測驗學生學習成效。

(3) 認知能力：

本研究將於實驗後，探討學生在「概念、理解」、「程序、執行」、「解題、思考」等認知能力的差異。

(4) 技能精熟程度：

本研究將於實驗後，利用認知診斷模型中的 DINA 模型，來探討教學內容概念及技能的精熟程度。

第三個實驗：

探討利用適性指標加上串流式的多媒體呈現方法與傳統式板書教學呈現方法的教學設計對學生的影響

本實驗變項分述如下：

1. 自變項：

教材的設計與呈現方式。二組教材設計比較如下表 11。

表 11

第三個實驗教材設計比較表



組別	設計原則	呈現方式
對照組	適性指標+串流式呈現	多媒體教學
全校其他班級		傳統式板書教學

說明如下：

(1) 對照組：

教材為利用適性指標加串流式呈現設計的數學簡報教材，而教學方式為利用多媒體呈現教材。

(2) 全校其他班級：

教材為一般教學用書，而教學方式為利用傳統板書呈現教材。

2. 控制變項：

教學內容、測驗時間。

3. 依變項：

(1) 幾何論證表現：

三角形重心兩性質證明—三角形三中線經過同一點及三角形重心與頂點連線等分三角形面積。本研究將於實驗後，測驗學生記憶理解程度。

(2) 學習成效：

三角形重心為國中數學第五冊第三章第三節的課程內容已是幾何階段的後半段課程，本研究將於實驗後，利用選擇題形式測驗學生學習成效。

(3) 認知能力：

本研究將於實驗後，探討學生在「概念、理解」、「程序、執行」、「解題、思考」等認知能力的差異。

(4) 技能精熟程度：

本研究將於實驗後，利用認知診斷模型中的 DINA 模型，來探討教學內容概念及技能的精熟程度。



根據上述研究設計，本研究之架構，如下圖 14：

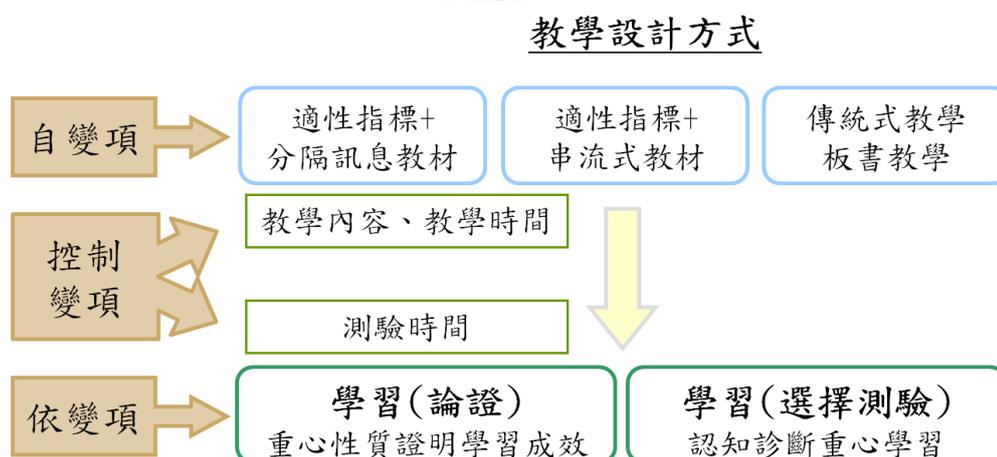


圖 14 研究架構圖

3.2.3 研究假設

林煜庭(2008)在其研究中發現，課堂授課的環境下，多媒體教材具有適當的彈性指標會比沒有彈性指標提供更好的學習效果。呂鳳琳(2009)在其研究指出學習者在閱讀幾何證明時，若將一個複雜的幾何證明切割成幾個局部證明，可以有效的降低其認知負荷。但若無有效的教學策略，學習者並無法達到深層的理解。在本研究中，欲了解利用適性指標並以區隔訊息的方式呈現教材內容，對於學生在記憶理解三角形重心的兩性質幾何證明、學習成效及概念技能精熟程度有無影響。

多位研究者(吳帝瑩，2008; 洪榮忠，2008; 葉子榕，2010; 謝東育，2008)發現利用多媒體教材對於學習者學習成效是有影響和幫助的。且因認知診斷評量的樣本數量需求下，而收集了施測學校全國三的學生。本研究可衍生探討兩種不同模式的多媒體教材相較於傳統板書教學對於學習者的影響為何？

綜合以上所言，研究者分別對研究假設提出以下幾個假設：

假設 1 學生在實施不同教材設計下，學習成就會產生影響。

假設 1-1 實驗組與對照組學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-2 實驗組與對照組不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-3 實驗組與對照組學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-4 實驗組與對照組不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-5 實驗組與其他班級學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-6 實驗組與其他班級不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-7 實驗組與其他班級學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-8 實驗組與其他班級不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-9 對照組與其他班級學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-10 對照組與其他班級不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-11 對照組與其他班級學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-12 對照組與其他班級不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 2 學生在實施不同教材設計下，各認知能力的表現會產生影響。

假設 2-1 實驗組與對照組學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-2 實驗組與對照組不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-3 實驗組與其他班級學生各認知能力的表現表現有顯著差異。

假設 2-4 實驗組與其他班級不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-5 對照組與其他班級學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-6 對照組與其他班級不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 3 學生在實施不同教材設計下，各概念或技能精熟程度會產生影響。

假設 3-1 實驗組與對照組學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。

假設 3-2 實驗組與其他班級學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。

假設 3-3 對照組與其他班級學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。

假設 4 利用不同的教學方法下，對學生試題難易度會產生影響。

假設 4-1 利用不同的教學方法下，對學生說明論證題難易度會產生影響。

假設 4-2 利用不同的教學方法下，對學生選擇題成就測驗難易度會產生影響。



3.2.4 實驗流程

本實驗共分為三個階段，流程如圖 15，並將各階段工作概述如下：

1. 實驗前準備：

分為兩項工作—教學準備、試題準備，說明如下：

(1) 教學準備：

主要為根據課程目標及教學內容決定教材，並藉由與指導教授討論訊息呈現的方式，及畫面的安排的結構性、對比性。且因為受試學生在此課程之前，數學課程皆無利用多媒體教學，為了避免因教學方式的改變而造成影響，於教授三角形重心內容前的外心及內心，皆利用多媒體教材上課。並在此時和同學年其他數學老師確認教學進度及教學方式(有無利用多媒體教學)。

(2) 測驗準備：

主要為根據教學內容及能力指標設計題目，並藉由與其他數學教師及指導教授討論題目的編修。完成試卷後，選定預試學生進行預試，並根據預試結果討論試題、進行修改，完成正式試題。且於進入三角形重心課程前一週交給同學年各任課老師，以掌控大家考試時間。

2. 教學階段：

主要為實驗進行，研究對象分為兩組—實驗組、對照組，分別施與實驗教材，教學時間預計為 40 分鐘。分別為介紹中線(5~10 分鐘)、說明三角形三中線經過同一點(15~20 分鐘)及重心與三頂點連線等分三角形面積(10~15 分鐘)。

3. 測驗階段：

主要為測驗進行，實驗組及對照組皆為教學完後一天施測，而全校其他班級也控制在教學完一~三天施測。預計測驗時間為 45 分鐘，分為兩部份：論證說明題—兩題共 15 分鐘，選擇測驗題—20 題 30 分鐘。

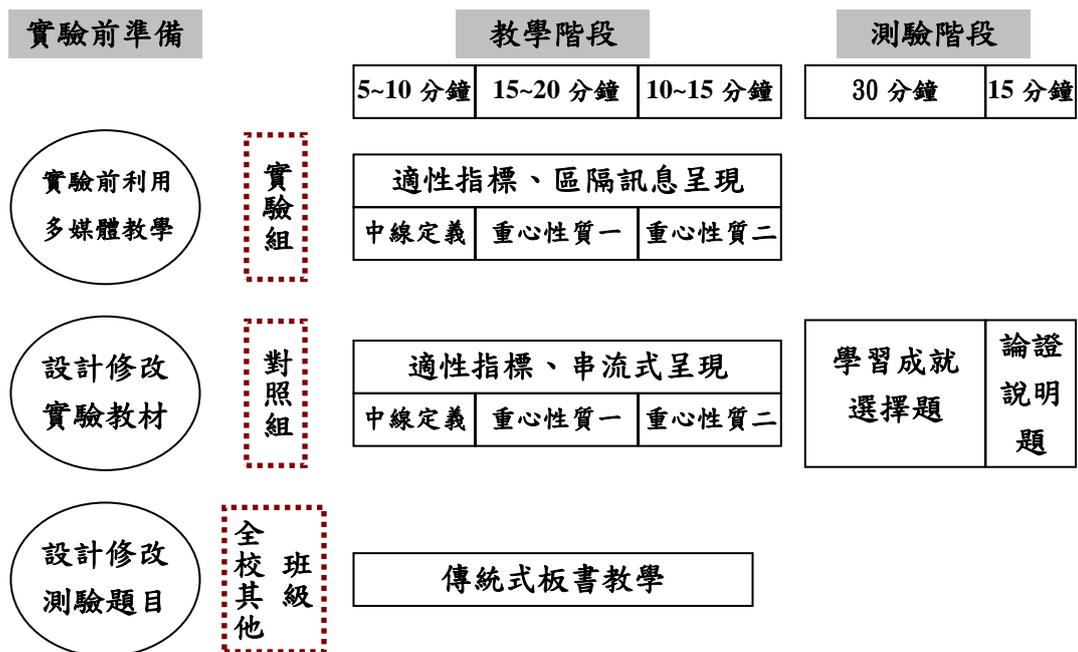


圖 15 實驗流程圖

3.3 研究對象

本研究為了研究過程中不影響學校正常教學進度，故採便利抽樣方式，以某國中三年級學生，三年級共有 20 個班，除一班為體育班外，其餘班級皆為常態編班。以研究者所任教的四個班級作為實驗研究對象，依照施測教材不同區分為兩個實驗組，四班人數共有 136 人，因實驗當天受試者狀況(請假缺席等)不同，經刪除無效樣本共有 124 人參與測驗，分別為「實驗組」共有 61 人、「對照組」共有 63 人。而因本研究有利用認知診斷評量來探討技能精熟程度，有樣本數上的考量，及欲比較多媒體教材與一般傳統教學的影響，故將同學年其他班級共 16 班的學生設定為「全校其他班級」，由其他同學年數學教師上課，同樣經刪除無效樣本後，共有 484 人參與測驗。

本研究利用上學期第二次段考做為前測成績，將「實驗組」、「對照組」和「全校其他班級」的描述性統計量摘要如表 12。

表 12

上學期第二次段考數學成績之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=61$)			對照組($n=63$)			全校其他班級($n=484$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
第二次段考成績	51.41	25.06	[44.99,57.83]	57.08	25.60	[50.63,63.53]	55.37	23.75	[53.25,57.49]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

雖然上述三組的平均數相差甚多(對照組(57)>全校其他班級(55)>實驗組(51))，但三組進行變異數同質性 Levene 檢定未達顯著($F=.741, p=.477>.05$)，表示三組樣本的變異數無顯著差異，而三組進行變異數分析考驗之 F 值 $=.959, p=.384>.05$ ，未達.05 的顯著水準，表示三個不同分組在第二次段考成績表現沒有顯著不同。檢定結果摘要如表 13。

表 13

上學期第二次段考數學成績之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
第二次 段考成績	組間	2	.959	.056	.384
	組內	605			
	總和	602			

本研究之研究目的中，欲探討不同學習成就的學生，在不同的教材設計下，是否也會產生影響。因此，研究者再將「實驗組」、「對照組」及「全校其他班級」共 608 人依第二次段考成績分為高學習成就組—段考成績在全體前 27% 的學生共 154 人、低學習成就組—段考成績在全體後 27% 的學生共 160 人及中學習成就組—其餘學生共 294 人。以下分別高、中、低學習成就分組，探討分組的適切性。

1. 高學習成就學生：

在高學習成就學生中，三組平均數差異不大，落在 84 分上下，而大小為實驗組最小、對照組次之、全校其他班級最大。三組描述性統計量摘要如表 14。

表 14

高學習成就學生第二次段考成績之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=16$)			對照組($n=19$)			全校其他班級($n=119$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
第二次 段考成績	83.25	6.40	[79.84,86.66]	84.00	6.53	[80.85,87.15]	84.10	6.56	[82.91,85.29]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

三組進行變異數同質性 Levene 檢定未達顯著($F=.016, p=.984>.05$)，表示三組樣本的變異數無顯著差異，而三組進行變異數分析考驗之 F 值 $=.119, p=.887>.05$ ，未達.05 的顯著水準，表示在高學習成就學生中三個不同分組在第二次段考成績表現沒有顯著不同。檢定結果摘要如表 15。

表 15

高學習成就學生第二次段考成績之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
第二次 段考成績	組間	2	.119	.040	.887
	組內	151			
	總和	153			

2. 中學習成就學生：

在中學習成就學生中，三組平均數只有實驗組落差稍大，而對照組二與全校其他班級幾乎是一樣，而大小為實驗組最小、全校其他班級次之、對照組最大。三組描述性統計量摘要如表 16。

表 16

中學習成就學生第二次段考成績之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組(<i>n</i> =25)			對照組(<i>n</i> =29)			全校其他班級(<i>n</i> =240)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
第二次 段考成績	53.76	11.14	[49.16,58.36]	58.90	11.21	[54.63,63.16]	58.09	10.27	[56.78,59.39]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

三組進行變異數同質性 Levene 檢定未達顯著($F=.370$, $p=.691>.05$)，表示三組樣本的變異數無顯著差異，而三組進行變異數分析考驗之 F 值=2.124， $p=.121>.05$ ，未達.05 的顯著水準，表示在中學習成就學生中三個不同分組在第二次段考成績表現沒有顯著不同。檢定結果摘要如表 17。

表 17

中學習成就學生第二次段考成績之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
第二次 段考成績	組間	2	2.124	.120	.121
	組內	291			
	總和	293			

3. 低學習成就學生

在低學習成就學生中，三組平均數除對照組略低外，實驗組與全校其他班級相差不大，而大小為對照組最小、實驗組次之、全校其他班級最大。三組描述性統計量摘要如表 18。

表 18

低學習成就學生第二次段考成績之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=20$)			對照組($n=15$)			全校其他班級($n=125$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
第二次 段考成績	23.00	9.17	[18.71,27.29]	19.47	9.55	[14.18,24.75]	22.82	8.80	[21.26,24.37]

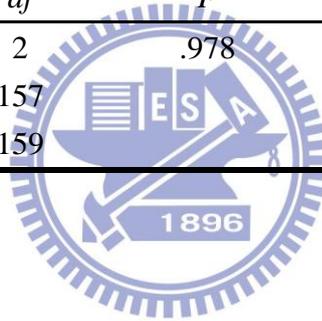
註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

三組進行變異數同質性 Levene 檢定未達顯著($F=.015$, $p=.985>.05$)，表示三組樣本的變異數無顯著差異，而三組進行變異數分析考驗之 F 值 $=.978$, $p=.378>.05$ ，未達.05的顯著水準，表示在低學習成就學生中三個不同分組在第二次段考成績表現沒有顯著不同。檢定結果摘要如表 19

表 19

低學習成就學生第二次段考成績之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
第二次 段考成績	組間	2	.978	.111	.378
	組內	157			
	總和	159			



3.4 研究工具

3.4.1 教材設計

本研究以國中數學三年級上學習的「三角形的重心」為教學範圍，並利用 Microsoft Office 中的 PowerPoint 及其外掛增益集—AMA 系統作為設計軟體，主要欲了解利用適性指標搭配訊息區隔的呈現方式，是否可以達到較好的學習效果。實驗組和對照組的教材內容相同，遵循多媒體設計原則及適性指標設計原則設計教材，唯教材呈現方式中有所差異。實驗組的教材訊息經過分段化、結構化及區塊化的分隔訊息方式呈現，藉由適當的區隔分化降低學習者於每個階段的訊息處理量。而對照組的教材訊息則為依循教科書步驟串流式出現，因為大量訊息接續出現，預期將造成較大的認知負荷，影響教學成效。

教學內容分為三個階段，第一階段為介紹三角形中線，第二階段為說明三角形三中線經過同一點，第三階段為說明三角形重心與頂點連線等分三角形面積。

而因為本研究教材不論實驗組或者是對照組教材均有使用適性指標設計原則，所以兩份教材在相對應的教學內容中所呈現的畫面幾乎一模一樣。如下圖 16，此頁面主要提問「三中線是否經過同一點」，有三個特點：

1. 保留輔助訊息：

對於中線定義為頂點與對邊中點連線，在對邊留下等分符號，且此符號為平常所使用，讓學習者可以依循教學者的口語引導，並藉著此符號將中線定義一而再、再而三的複習。

2. 凸顯主要訊息：

利用不同顏色的凸顯，將重點名詞或觀念凸顯讓學習者注意，並將此頁面主要出現的訊息利用明度差異吸引學生注意，而將前頁面所出現過訊息予以淡化處理減輕對學習者的干擾。最後在提問時，搭配口語講完後，將問題凸顯於畫面上。

3. 符合多媒體設計原則：

在畫面的配置及口語的陳述上，也利用多媒體設計原則來呈現。如將與圖像相關文字盡可能接近(空間接近原則)。在口語陳述時，將與圖像相關口述文字也於畫面呈現時同時出現(時間接近原則)。

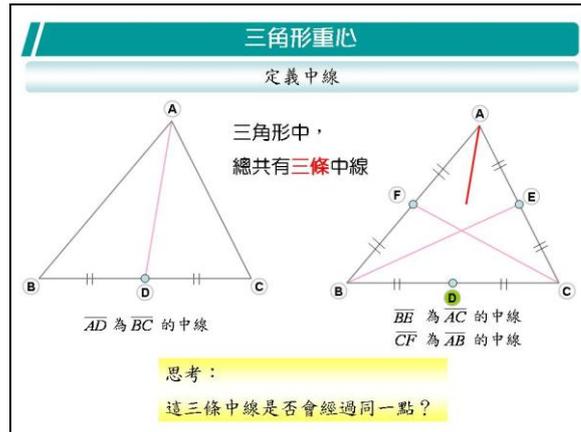


圖 16 實驗組教材第 36 頁(對照組教材第 18 頁)

本教材最主要呈現三角形重心的兩個性質證明，尤其以第一個性質「三中線經過同一點」為主要內容，而呈現畫面如圖 17，主要有個特色：

1. 凸顯主要訊息：

畫面呈現上，如上述概念，將此頁面主要呈現內容，利用顏色的差異來引導學習者的注意力。如同畫面中的線段顏色和三角形顏色。

2. 增加口語講解：

畫面中將三角形著色，除了有凸顯的作用外，在講述的過程中，也利用顏色命名，如 $\triangle EFG$ 可用黃色三角形來代表，可以減少學生尋找訊息的負荷。

3. 書寫論證方面：

因本研究有進行書寫論證的測驗，故在畫面上除了圖像之外，也呈現正確的論證寫法(如畫面右方)，並將之前文字說明予以淡化處理，以凸顯此頁面主要呈現內容(書寫論證)。

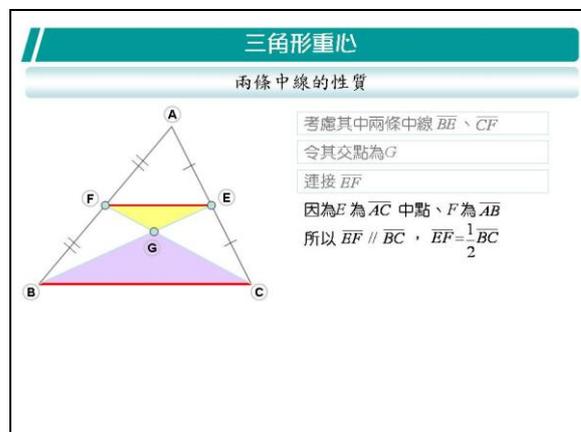


圖 17 實驗組教材第 71 頁(對照組教材第 35 頁)

本研究教材，頁面呈現上主要如同上述兩個頁面，除了上述的特色外，在教學呈現上也利用頁面轉換方式取代同一頁面有很多動畫的方式，並且在頁與頁之間的轉換，圖形的 position 是相同的，避免因為圖形定位不同而產生跳動造成對學習者的干擾(標示原始位置原則)。整體來說，兩份教材都符合適性指標的設計原則。

兩份實驗所使用的教材，主要差距為結構上的不同。經由對教學內容分析，在第一部份—三中線經過同一點中，論證過程需要用到平行截線的性質(中點連線性質)：三角形兩邊中點連線與底邊平行且長度為底邊的一半，及三角形兩條中線互相切割為 2:1 的線段比例。而在第二部份—重心與頂點連線等分三角形面積中，主要用到三角形中線將三角形分為兩個等面積三角形。

相較於對照組教材為類似傳統板書教學一般，只是單純的將教學內容一步一步呈現，也就是將教科書的內容轉化成多媒體教材，按照教學順序呈現相關訊息。而實驗組教材藉由對教學內容分析，將教學內容分為幾個部份：先備知識、一條中線、兩條中線、三條中線及三中線與三角形關係。即運用事前訓練原則及分割原則，也期望能造成獨立互動元素效應及整體—模組效應。以下將對於各部份做介紹。

1. 先備知識部份：

主要針對第一部分—三中線經過同一點，將其中會運用到的兩個概念先行介紹與複習，內容如下：

(1) 分割等分線段

呈現當兩線段以相同的比例分割時，其等分點會在同一點(當起點相同時)。主要為幫助學生在學習兩條中線所造成結果後，需將三角形分為兩個三角形分別說明將同一條中線切割成 2:1。因為是同一條中線，所以分割點為同一點。雖然此概念很簡單，但能認為先行讓學生將此概念思考一次會降低後面陳述的負荷。其最後畫面如圖 18。

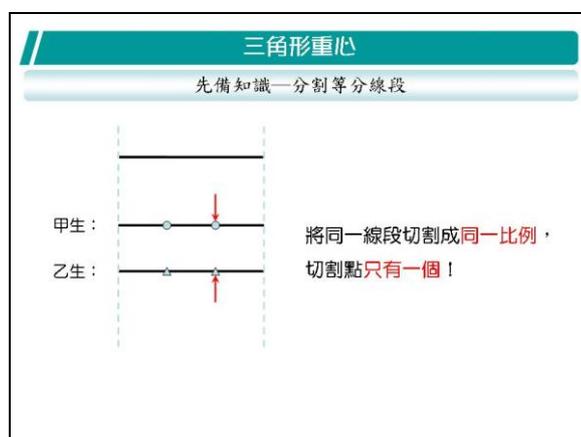


圖 18 分割等分線段最後畫面

(2) 中點連線性質

所謂中點連線性質為三角形中任兩邊中點連線必平行第三邊且長度為第三邊的一半，利用數學語言即 $\triangle ABC$ 中， E 、 F 分別為 \overline{AC} 、 \overline{AB} 中點，則 $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 且 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 。在說明二條中線時，需要利用中點連線性質說明相似及比例為2:1，其最後畫面如圖 19。

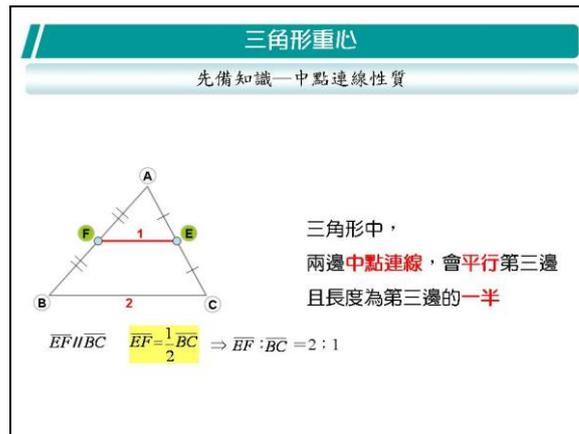


圖 19 中點連線性質最後畫面

2. 一條中線

所謂一條中線指的是劃一條中線所造成的情況：將三角形分為兩個等面積的三角形，及中線上任一點與另兩個頂點連線會形成兩組面積相同的三角形。利用數學語言即 \overline{AD} 為 $\triangle ABC$ 的一條中線，則 $\triangle ABD$ 面積 $=\triangle ACD$ 面積，且若 H 為 \overline{AD} 上任一點，則 $\triangle ABH$ 面積 $=\triangle ACH$ 面積、 $\triangle HBD$ 面積 $=\triangle HCD$ 面積。這可以說是為了說明三中線與三角形關係的先備知識，藉由等底同高的概念來說明面積相同。其最後畫面如圖 20。

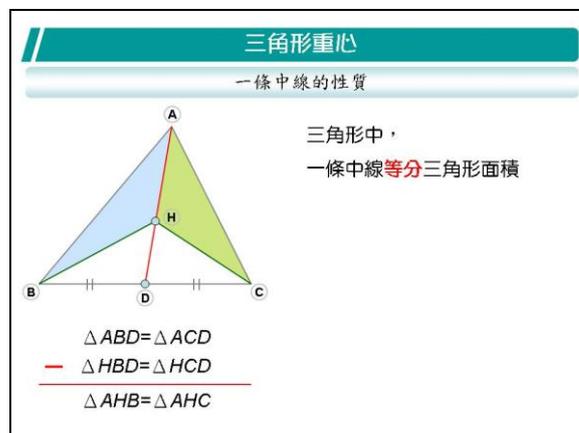


圖 20 一條中線最後畫面

3. 二條中線

所謂二條中線指的是劃二條中線所造成的情況：二條中線互相分割為 2:1。利用數學語言即 \overline{BE} 、 \overline{CF} 為 $\triangle ABC$ 的二條中線且相交於 G 點，則 $\overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 。此結果為第一部分的主要內容，學習者除需藉由圖像理解內容外，亦須學習如何書寫，故主要畫面包含圖像及書寫論證部份，其畫面如圖 21。

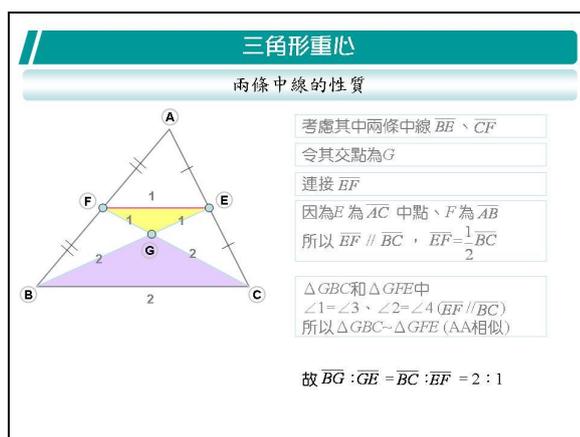


圖 21 二條中線主要畫面

4. 三條中線

所謂三條中線指的是劃三條中線所造成的情況：三角形三中線經過同一點。利用數學語言即 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 為 $\triangle ABC$ 的三條中線，則三線相交於 G 點。在說明此性質時，需將三中線分別兩兩相交均形成相同比例(皆為 2:1)，再說明此分割點為同一點，其最後畫面如圖 22。而最後引出重心定義—三中線交點並再次強調重心第一個性質：重心到頂點與重心到對邊中點距離比為 2:1，其畫面如圖 23。

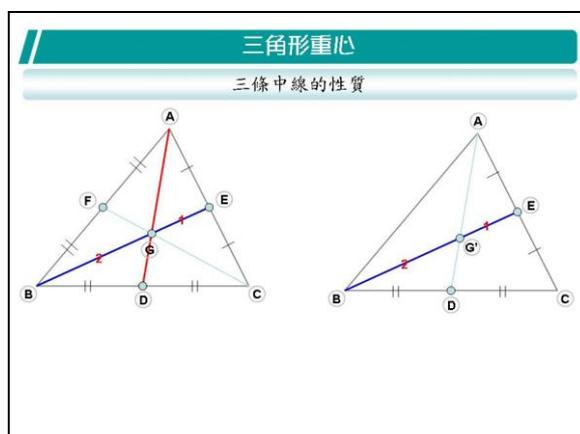


圖 22 三條中線最後畫面

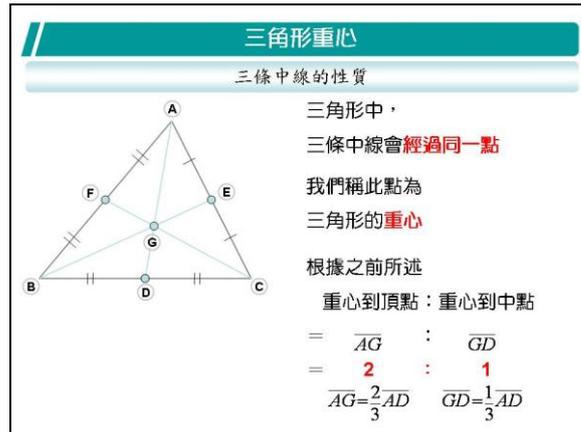


圖 23 重心定義及第一個性質畫面

5. 三中線與三角形關係

所謂三中線與三角形關係為此份教材的第二部份—重心與頂點連線等分三角形面積。利用數學語言即 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，則 $\triangle AGB$ 面積 = $\triangle BGC$ 面積 = $\triangle CGA$ 面積。主要運用到一條中線的結果：中線等分面積，其最後畫面如圖 24。而最後說明重心第二個性質，其畫面如圖 25。

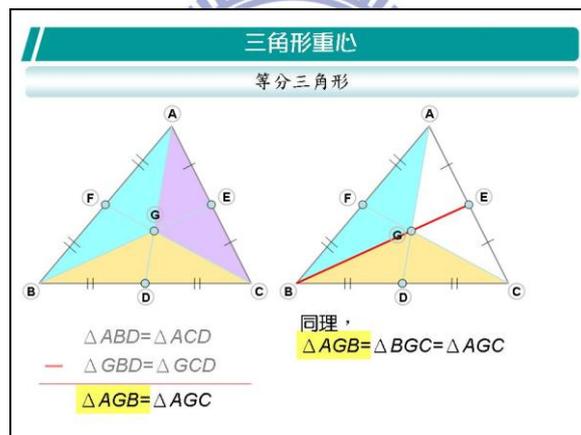


圖 24 三中線與三角形關係最後畫面

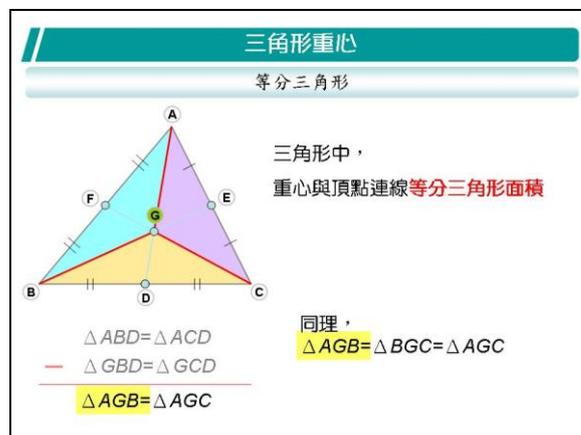


圖 25 重心第二個性質畫面

綜合以上所述，將兩份教材設計於各階段設計比較如表 20。

表 20

教學各階段兩份教材設計比較

各階段教學內容	實驗組教材	相對應投影片編號	對照組教材	相對應投影片編號
介紹三角形中線	先備知識一 分割等分線段	第 1~6 頁	定義 三角形中線	第 1~18 頁
	↓			
	先備知識二 中點連線性質	第 7~19 頁		
	↓			
	定義 三角形中線	第 20~36 頁		
	↓		↓	
說明 三角形 三中線 經過同一點	一條中線性質	第 37~54 頁	三角形三中線 經過同一點	第 19~55 頁
	↓			
	二條中線性質	第 55~85 頁		
	↓			
	三條中線性質	第 86~94 頁		
	↓		↓	
說明 三角形 重心與頂點 連線等分 三角形面積	三條中線與三 角形關係	第 95~116 頁	三條中線與三 角形關係	第 55~69 頁

3.4.2 測驗設計

本研究實驗過程中使用的測驗試題工具，包含說明論證測驗與選擇題成效測驗。在 Mayer 的多媒體學習理論中，提到學習的目標有二種，記憶(remembering)與了解(understanding)。所謂的記憶是指可以再呈現與辨認所吸收訊息的能力，以記憶測驗(retention test)測量。所謂的了解是指學生可從教材中重新建立自我心智認知的過程，以轉化測驗(transfer test)測量。而說明論證測驗為記憶測驗，而選擇題成效測驗中包記憶測驗及轉化測驗。將兩種測驗設計及記分方式說明於下。

1. 說明論證測驗

(1) 測驗說明：

實驗教材中主要為說明「三角形三中線經過同一點」及「重心與頂點連線等分三角形面積」，所以說明論證測驗主要測驗學習者是否有將教學投影片內容收錄在記憶區中。受試者測驗題目卷如附錄一。

(2) 計分說明：

本研究受試者為國中三年級全體學生，為確保大家評分標準一致，故以教科書中所載的論證方式為標準答案，並依學生所達到論證層次作為給分依據。而論證層次的定義為同學年數學任課老師所討論出，分別將兩題說明論證題之題目、標準答案及評分方式描述於下：

第一題「三角形三中線經過同一點」：

題目如下：

請簡單說明三角形三中線會經過同一點。(敘述原因)

標準答案如下：

【第一部份】

如上圖，

$\triangle ABC$ 中，

D 、 E 、 F 分別為 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 中點，

且 \overline{BE} 和 \overline{CF} 兩中線交於 G 點。

連接 \overline{EF} 。

$\because E$ 、 F 分別為 \overline{AC} 、 \overline{AB} 中點，

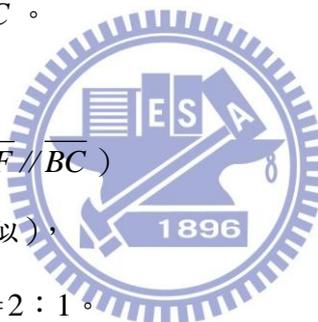
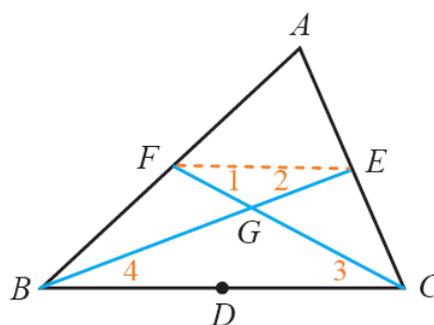
$\therefore \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ 。

在 $\triangle GBC$ 與 $\triangle GEF$ 中，

$\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ ，($\overline{EF} \parallel \overline{BC}$)

則 $\triangle GBC \sim \triangle GEF$ (AA 相似)，

故 $\overline{BG} : \overline{GE} = \overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 1$ 。



【第二部份】

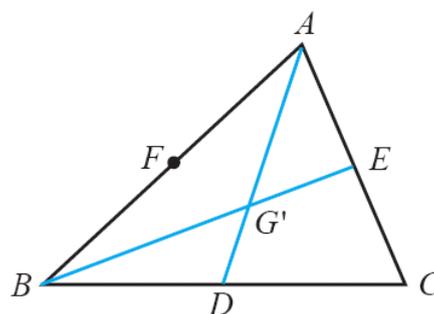
如下圖，

設 \overline{AD} 與 \overline{BE} 兩中線交於 G' 點，

同理 $\overline{BG}' : \overline{G'E} = 2 : 1$ ，

故 G 與 G' 是同一點，

即 \overline{AD} 通過 G 點。



評分標準如表 21：

表 21

說明論證題第一題評分標準

評分標準	代碼
完全未作答 (如：空白)	N
利用其他方法說明 (並非利用課本方法論述)	A
有作答，但不為正確答案。 (如：搞混定義、隨便作答)	0
依照定義作答 (如：回答此點為重心)(範例如圖 26)	1
利用作圖來回答 (如：利用尺規作圖回答)(範例如圖 27)	2
回答線段比例皆為 2：1 (如：回答中線互相分割為 2：1，但未陳述原因)(範例如圖 28)	3
有陳述到中點連線性質，所以造成線段比例為 2：1 (如：回答因為三角形相似，所以線段比為 2：1)(範例如圖 29)	4
有分為兩個三角形來說明，線段比為 2：1 (但並未具有邏輯性推理)	5
能有邏輯性推理第一部份 (較完備寫出第一部份，來說明線段比為 2：1)	6
能有邏輯性推理第一、二部份 (具有完整的推理者)	7

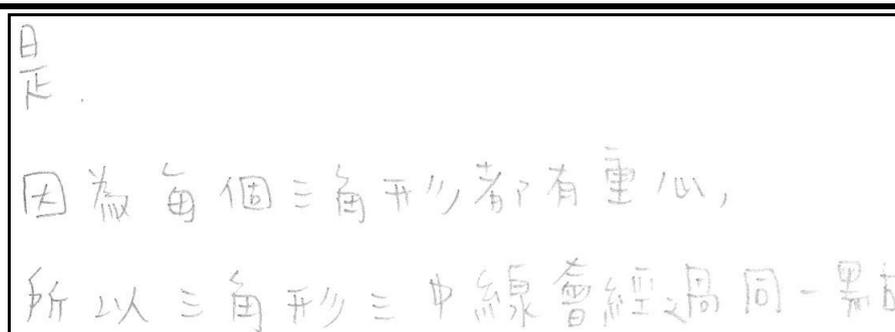


圖 26 說明論證題第一題 1 分範例

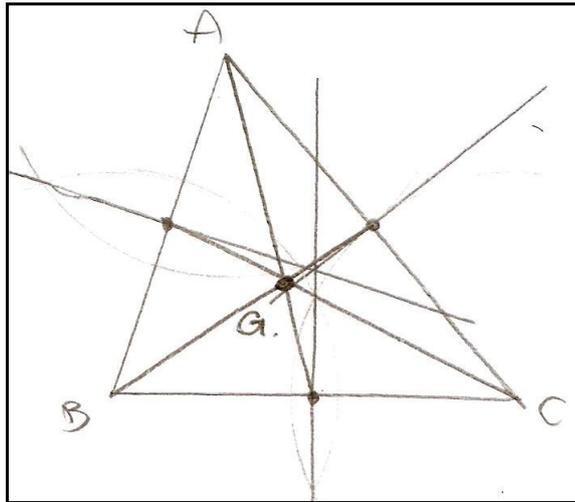


圖 27 說明論證題第一題 2 分範例

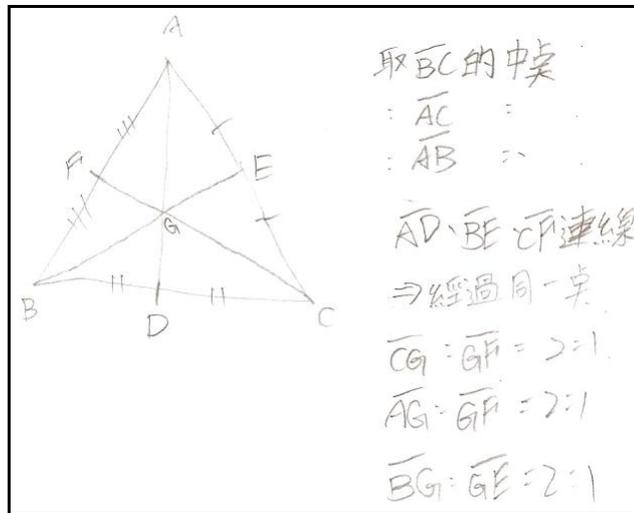


圖 28 說明論證題第一題 3 分範例

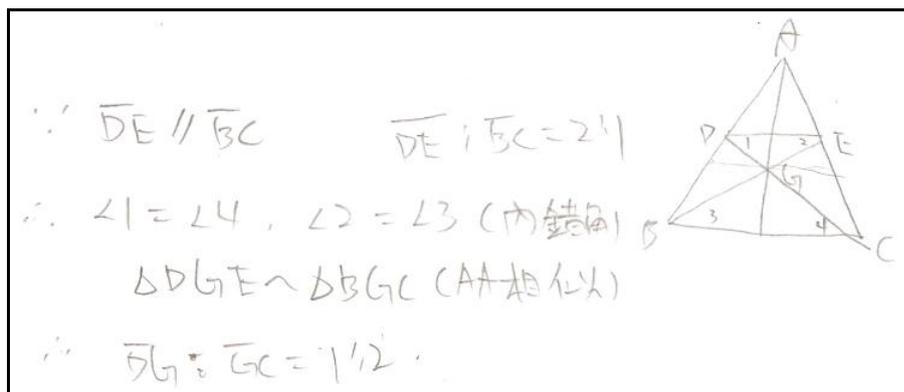


圖 29 說明論證題第一題 4 分範例

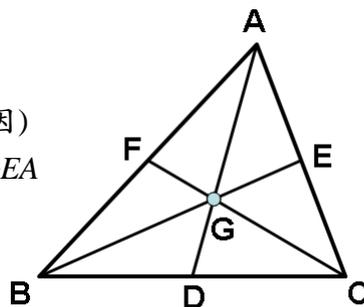
第二題「重心與頂點連線等分三角形面積」：

題目如下：

如圖，請簡單說明六個小三角形面積相等。(敘述原因)

即 $\triangle AGF = \triangle FGB = \triangle BGD = \triangle DGC = \triangle CGE = \triangle GEA$

(其中 G 為 $\triangle ABC$ 的重心)



標準答案如下：

(1)

$\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{BC} 中點，

$\therefore \triangle ABD = \triangle ACD$ 。

同理， $\triangle GBD = \triangle GCD$ 。

(2)

$\triangle ABG = \triangle ABD - \triangle GBD$
 $= \triangle ACD - \triangle GCD = \triangle CAG$

同理， $\triangle BCG = \triangle CAG$ 。

$\therefore \triangle ABG = \triangle BCG = \triangle CAG$ 。



(3)

$\therefore F$ 為 \overline{AB} 中點，

$$\begin{aligned}\therefore \triangle AFG &= \frac{1}{2} \triangle ABG \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{6} \triangle ABC\end{aligned}$$

同理， $\triangle AGF = \triangle FGB = \triangle BGD = \triangle DGC = \triangle CGE = \triangle GEA = \frac{1}{6} \triangle ABC$

評分標準如表 22：

表 22

說明論證題第二題評分標準

評分標準	代碼
完全未作答 (如：空白)	N
利用其他方法論述 (並非利用課本方法論述)	A
有作答，但不為正確答案。 (如：搞混定義、隨便作答)	0
依照性質作答 (如：回答此點為重心，所以面積會相等)(範例如圖 30)	1
只說明同高等底的性質 (如：因為中線，所以底相同)(範例如圖 31)	2
有簡單利用中線性質，來說明面積相同 (如：因為是中點所以底相同)(範例如圖 32)	3
能有邏輯性推理出三塊大三角形面積相同 (較完備寫出 $\triangle ABG = \triangle BCG = \triangle CAG$)	4
能有邏輯性推理出六塊三角形面積相同 (較完備寫出 $\triangle AGF = \triangle FGB = \triangle BGD = \triangle DGC = \triangle CGE = \triangle GEA$)	5

\because \overline{CF} , \overline{BE} , \overline{AD} 分別為 \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} 的中線
 \therefore 由 = =
 就這三條線會讓六個小三角形面積相等咩

圖 30 說明論證題第二題 1 分範例

\because $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{CE} = \overline{EA}$, $\overline{AF} = \overline{FB}$
 $\therefore \triangle ABD = \triangle ADC = \triangle BCF = \triangle BEA = \triangle ACF = \triangle CFB$
 故這六個三角形會相等 (等底同高)

圖 31 說明論證題第二題 2 分範例

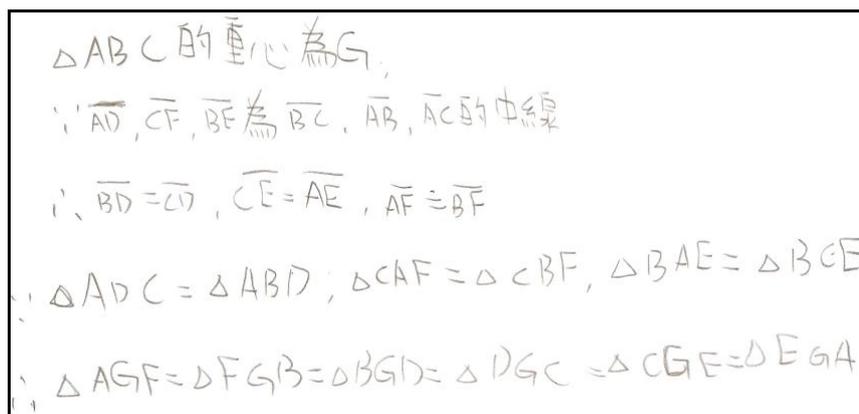


圖 32 說明論證題第二題 3 分範例

說明論證題在施測過後，收集完資料，把所有試卷掃描成電子圖檔後，將由研究者與另外一位同學年數學教師共同評分，此數學教師教學年資為 10 年，從訂定評分標準時，及與研究者共同討論，對評分標準相當熟悉。為避免兩者對評分標準仍有不同見解，所以在正式評分前，從全部隨機抽樣 20 份，共同確認評分標準，將此 20 份評分結果利用 Pearson 相關分析，第一題相關係數為 0.968、第二題相關係數為 0.932，代表兩位評分者評分具有高度相關性且兩者在這 20 份評分中最多只相差一分，因此決定得分為平均分數。在確認無誤後分別分開評分，全部評分完畢後，再將兩個評分成績作平均始為受試者成績。評分流程如圖 33。



圖 33 說明論證題評分流程圖

2. 選擇題成效測驗

本測驗根據九年一貫能力指標(教育部，2008)中 9-s-10 能理解三角形重心的定義和相關性質，及課程教學目標制訂出三角形重心所須教給學生的概念與知識如下：

- (1) 三角形中線的定義
- (2) 三角形重心為三中線交點
- (3) 三角形重心到頂點與重心到中點的距離比為 2 : 1
- (4) 三角形重心與頂點連線等分三角形面積

預計設計 20 題選擇題，首先制定此份預試試題之雙向細目表如表 23。

表 23

選擇題成就測驗預試試題之雙向細目表

能力指標	概念	程序	解題	合計 (題數)
	理解	執行	思考	
	題目	題目	題目	
1. 能知道三角形中線的定義及其性質	1、2、3	11		4 題
2. 能知道三角形三中線的交點就是重心		18	6、12、 15	4 題
3. 能了解重心到頂點的距離等於重心到對邊中點距離的兩倍	5	7、9、 13、17		5 題
4. 能知道三角形的重心與三頂點連線將三角形的面積三等分	4	16、20	8、10、 14、19	7 題
合計	5 題	8 題	7 題	20 題

根據試題雙向細目表進行測驗試題的編製，完成預試試題的編製後，進行信度、效度、難度、鑑別度分析。分述如下：

(1) 專家效度：

請 5 位任教國中數學的教師(任教年資為 6~14 年)就教學目標與測驗題目的適切性給予建議。5 位教師中，有 2 位教師曾於 94、96 學年度參加「某縣國中基本學力測驗命題比賽」分別獲得佳作與第三名，顯示其對於測驗題目的審查與評估具有一定的專業水準；有 2 位教師任教年資超過 10 年，教學經驗豐富，對測驗題目的適切性能提供專業的判斷與建議。所以本份試題具有專家效度。

(2) 信度、難度、鑑別度分析：

挑選施測學校鄰近國中三年級兩班為預試樣本。此國中因地鄰近施測學校，兩校學生背景、程度相差不大，且根據研究者本身探訪該校剛進行完三角形重心的教學，與實驗要求的施測時間相近，很合適作為預試樣本，所以挑選該校三年級某兩班共 53 位學生作為預試對象進行預試，預試題目卷如附錄二，經刪除無效樣本後剩下 43 位學生為有效樣本。

預試試題共為 20 題選擇題，預試結果如表 24。平均答對率為 0.62，顯示題目

程度為中等略偏易，接近國中基本學力測驗的設計目標，而其內容一致性信度 Cronbach's α 值達 0.89，顯示具有良好的信度。

表 24

選擇題成就測驗之預試結果分析表

題號	答對人數	答對率(%)	難度	鑑別度
1	25	58.14	0.60	0.60
2	31	72.09	0.65	0.70
3	26	60.47	0.50	0.60
4	28	65.12	0.60	0.80
5	27	62.79	0.55	0.90
6	29	67.44	0.60	0.80
7	34	79.07	0.60	0.60
8	27	62.79	0.55	0.70
9	31	72.09	0.55	0.70
10	27	62.79	0.50	0.40
11	16	37.21	0.45	0.50
12	35	81.40	0.70	0.60
13	29	67.44	0.60	0.60
14	31	72.09	0.55	0.90
15	23	53.49	0.55	0.90
16	21	48.84	0.55	0.70
17	28	65.12	0.60	0.80
18	21	48.84	0.50	1.00
19	16	37.21	0.50	0.40
20	24	55.81	0.55	0.70

將預試成績分為高、中、低三組，從最高分者向下取 27% 為高分組，由最低分者向上取 27% 為低分組(吳明隆，2007)。而難度分析採高分組及低分組答對率之平均值(郭生玉，1999)，計算公式(1)如下

$$P = \frac{P_H + P_L}{2} \quad (1)$$

(P ：難度指數； P_H ：高分組某題的答對率； P_L ：低分組某題的答對率)

難度數值範圍為 0~1，數值越高代表難度越低，當難度數值高於 0.8 表示題目太簡單，而難度數值低於 0.2 則表示題目太困難(吳明隆，2007；郭生玉，1999)。由表 24 得知此份預試試題難度介於 0.45(第 11 題)到 0.70(第 12 題)之間，顯示試卷難度介於理想值之間。

鑑別度為各題高分組的答對率減去各題低分組的答對率所得數值(郭生玉，

1999)，計算公式如(2)

$$D = P_H - P_L \quad (2)$$

(D ：鑑別度指數； P_H ：高分組某題的答對率； P_L ：低分組某題的答對率)

鑑別度數值範圍為-1~1，鑑別度指數 D 在 0.4 以上，則表示此份試卷鑑別度非常優良(郭生玉，1999)。由表 24 得知此份預試試題鑑別度介於 0.40(第 10、19 題)到 1.00(第 18 題)之間，顯示試卷具有良好的鑑別度。

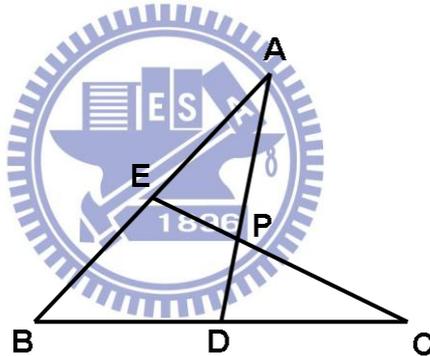
根據預試結果分析，得知預試試題為一份具有信度與效度且難度適當及鑑別度良好的試卷，經由與指導教授討論，僅對第 12 題作選項的修改，修改原因及結果如表 25，其餘皆不予更動，而形成後測試題。將後測試題題目卷詳列於附錄三。

表 25

選擇題成就測驗第 12 題修改比較表

如圖， D 為 \overline{BC} 中點、 E 為 \overline{AB} 中點，且 \overline{AD} 、 \overline{CE} 相交於 P 點，若四邊形 $PEBD$ 面積為 6，請問 $\triangle ABD$ 面積為何？

題目



原選項	(A) 6	(B) 9	(C) 10	(D) 12
選項率	.02	.81	.16	.00
高分組	.00	1.00	.00	.00
低分組	.10	.40	.50	.00
修改原因	因選項(D)選項率為 0，不具有誘答力，所以略作修改。			
新選項	(A) 6	(B) 8	(C) 9	(D) 10

根據本研究目的要利用認知診斷評量來探討各概念或技能的精熟程度，而進行認知診斷評量之前，須分析試題所需概念或技能及建構 Q 矩陣(Q-matrix) 或稱問題矩陣，將其結果說明於下。

1. 技能表

根據試題分析及教學目標，本實驗之施測題目會運用到九項屬於先備知識的概念或技能及四項屬於三角形重心教學內容的概念或技能，列於表 26。

表 26

認知診斷評量之概念技能表

種類	技能	敘述
先 備 知 識	S1	勾股定理：兩股平方和等於斜邊的平方
	S2	平行四邊形性質：對角線互相平分
	S3	同面積三角形，高與底邊成反比
	S4	相似三角形面積比等於對應邊長平方比
	S5	等腰梯形面積求法
	S6	平行線性質：同位角相等
	S7	等腰三角形頂點中線等於底邊中垂線
	S8	平行截線性質(中點連線性質)
	S9	同高三角形面積比等於底邊比
教 學 內 容	S10	三角形中線的定義
	S11	三角形重心為三中線交點
	S12	三角形重心到頂點與重心到中點的距離比為 2：1
	S13	三角形重心與頂點連線等分三角形面積

2. Q 矩陣

在建構 Q 矩陣之前，需根據上述之技能表分析解決各試題所利用的概念或技能。研究者與其他四位數學教師(教學年資為 5~12 年)，根據研究者所提供施測題目技能分析表(見附錄四)，勾選解決各題所需概念或技能。收集資料後，當在同一題中若有三位(含)以上勾選需要某技能，則此技能視做為解決該題所需技能。

根據統計結果，以橫軸為十三項技能、縱軸為試題編號，列出所對應的 Q 矩陣。本研究施測題目之 Q 矩陣列於表 27。

表 27

認知診斷評量之 Q 矩陣

題號	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
15	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
16	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0
17	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
19	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
20	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1

3. OxMatircs

Ox 是一個目標指向的統計系統。它的核心是一個有效率的矩陣語言，矩陣可以直接表示及運算，例如：矩陣相乘、計算反矩陣。這是一個相輔相成的綜合統計資料庫。它的特色是運算速度快、可延伸的資料庫及設計良好的語法與編輯器，使得程式很容易撰寫、維護及圖形繪製。Ox 可以讀寫相當多不同的資料格式，包含了電子表格(EXCEL)和 OXMETRIC 檔。Ox 也可以執行大部份的計量經濟學的高斯方程式(Doornik, 2003)。

Ox 分為二個版本：專業版和簡易版。簡易版以命令行執行程式，Ox 程式使用編輯器(例如：OXEDIT)撰寫程式碼，然後在 MS-DOS 下執行或直接在編輯器下執行。相對於專業版，簡易版無法顯示圖形及使用圖形使用者介面(graphical user interface, GUI)。

本研究利用此軟體，並以 de la Torre (de la Torre & Douglas, 2008; de la Torre & Lee, 2010)撰寫之 DINA 模式程式，估計作答反應組型內之各項試題參數及受試者的知識狀態。

4. ConQuest

Dr. Margaret Wu 亦是著名的測驗軟體 ConQuest 的作者，ConQuest 的理論基礎是試題反應模式(Item Response Modelling, IRM)，Acer ConQuest 2.0 適用於 Rasch 家族模式上，可應用於單向度、多向度 IRT 模式。本研究使用 Acer ConQuest 2.0 軟體進行單向度試題難度參數估計。

3.5 資料分析

本研究採用 Microsoft Excel、Tester For Windows 2.0、SPSS 12.0 中文視窗的統計軟體，進行資料整理、傳統測驗試題分析、資料統計分析。收集的數據之資料包含有上學期第二次數學段考成績(作為起始行為的依據)、說明論證題得分資料、選擇題成就測驗資料…等，而使用統計分機方法為獨立樣本 t 檢定、單因子變異數分析、Pearson 相關分析，分別敘述如下：

1. 獨立樣本 t 檢定

為比較不同的教材設計是否影響學生的學習成就，主要拿來分析說明論證題的數據資料，利用獨立樣本 t 檢定，分析其說明論證題得分情形是否有顯著性差異。

2. 單因子變異數分析

本研究實驗分組為三組(實驗組、對照組、全校其他班級)，為比較三組學生是否程度相當、及比較三組在不同的教材設下，是否影響學生的學習成就，主要拿來分析選擇題成就測驗的數據資料，分析教學實驗後成績的差異性是否有顯著差異。

若檢定結果有顯著差異時，則進行事後比較；當變異數同質性檢定未達顯著時，採取 Scheffe 法；若達顯著時，則採取 Games-Howell 檢定。

3. Pearson 相關分析

本研究實驗在說明論證題評分時，採用兩位教師給分平均作為得分。所以利用 Pearson 相關分析，比較兩位教師給分是否有相關。

4. Effect Size 分析

比較兩組運用不同原則設計的教材是否有差異，可藉由計算 Effect Size(效應值)來確認教學方式是否有效。Mayer(2009)利用 Cohen's d 值來當作 Effect Size，計算公式(3)如下：

$$\text{Cohen's } d = \frac{M_1 - M_2}{\sigma_{\text{pooled}}} \quad (3)$$

$$\left(\sigma_{\text{pooled}} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \right),$$

$M_1 - M_2$ ：實驗組平均-對照組平均， σ ：標準差)

Effect Size 的值若小於 0.2 則是小效果，若為 0.5 左右為中效果，如果值約為 0.8 則為大效果，倘若值大於 1 則為強效果(Mayer, 2009; 王文科、王智弘, 2009)

5. 單參數對數形模式(one-parameter logistic model)試題分析

現代測驗理論發展至今，已有許多試題反應理論(IRT)模式被發展出來，本研究測驗的內容皆是四選一的單選選擇題，且採用二元計分(答對為 1，答錯為 0)，因此利用 1-PL 模式來分析試題。

1-PL 模式相通於 Rasch 模式，因此又可稱為 Rasch 模式，Rasch 認為受試者的潛在能力 θ 與受試者對試題 i 的反應可以用以下之試題特徵函數(4)表示：

$$P_i(\theta) = \frac{\exp(\theta - b_i)}{1 + \exp(\theta - b_i)} \quad (4)$$

(θ 表示考生的能力， b 代表題目的難度)

若在 Rasch 模式中加入常數 D ，通常 D 值為 1.7，則原來的 Rasch 模式則稱為 1-PL 模式，其試題特徵函數(5)表示為：

$$P_i(\theta) = \frac{\exp D(\theta - b_i)}{1 + \exp D(\theta - b_i)} \quad (5)$$

(θ 表示考生的能力， b 代表題目的難度)

其中， $P_i(\theta)$ 表示任何一位能力為 θ 的學生答對試題 i 的機率為一種 S 形曲線，其值介於 0 與 1 之間； b_i 表示試題難度(difficulty)參數，其值通常介於 +3~-3 之間，值越大代表試題難度越大。

本研究進行資料分析所採用的統計檢定顯著水準分為兩個等級，當顯著水準 p-value 達 0.001 時以***表示；顯著水準 p-value 達 0.01 時以**表示；顯著水準 p-value 達 0.05 時以*表示，虛無假說的顯著水準 α 設定為 0.05。

第四章研究結果與討論

在本章節主要針對受試學生在進行課程教學後，進行兩部分測驗：說明論證題、選擇題成就測驗，並利用認知診斷測驗，將收集到的資料數據進行資料分析，以驗證本研究各實驗之假設，並利用試題分析模式進行難易度分析。

本次實驗教學為常態教學，對象包含各種程度的學生，在前章已經將資料分析，發現「實驗組」、「對照組」或「全校其他班級」學生不論整體或以學習成就來區分，皆無顯著差異，可視作程度相同。

根據實驗假設的面向本章分為五節，第一節為學習成就相關假設檢定、第二節為各認知能力相關假設檢定、第三節為各概念或技能精熟程度相關假設檢定、第四節為試題難易度相關假設討論、第五節為研究結果摘要。

4.1 學習成就相關假設檢定

本研究採取的學習成就測驗包含說明論證題及選擇題成就測驗，其中本研究說明論證題的評分方式為兩位教師分別評分，受試者的得分為兩位教師的平均分數，利用 Pearson 相關分析兩位教師後，結果如表 28、表 29，第一題兩位教師評分的相關係數等於.958，顯著性(雙尾)等於.000<.01，達到顯著水準。第二題兩位教師評分的相關係數等於.927，顯著性(雙尾)等於.000<.01，達到顯著水準。由此可知，兩位教師分別在兩題說明論證題的給分具有高度相關。

表 28

說明論證題第一題兩位教師評分相關表

變項	1	2	3
1. 第一位教師給分	—	.958**	.989**
2. 第二位教師給分		—	.990**
3. 兩位教師平均			—

註： **p<.01

表 29

說明論證題第二題兩位教師評分相關表

變項	1	2	3
1. 第一位教師給分	—	.927**	.982**
2. 第二位教師給分		—	.981**
3. 兩位教師平均			—

註： **p<.01

而本研究選擇題成就測驗，內容皆為四選一的單選選擇題，並利用答對為 1，答錯為 0 之二元化計分方式。本研究參與實驗班級的各題答對率的平均數與標準差等描述性統計量如表 30，各題平均答對率分為三組情況：

1. 以實驗組平均最高的有：
第四、五、六、十二、十五、十八、二十題
2. 以對照組平均最高的有：
第一、二、七、八、九、十、十一、十三、十五、十六、十九題
3. 以全校其他班級平均最高的有：
第一、五、七、八、九、十四、十五、十七題

僅觀察各題的答對率差別，並不能判斷是否顯著，因為數據的差別可能源自於樣本取樣所造成的誤差。因此仍須用研究法的統計檢定概念來做驗證，以確定先前的假設是否成立。

表 30

選擇題成就測驗各題答對率描述性統計摘要表

變項	分組	人數	平均數	標準差
第一題	實驗組	61	0.72	0.45
	對照組	63	0.78	0.42
	全校其他班級	485	0.78	0.42
第二題	實驗組	61	0.74	0.44
	對照組	63	0.76	0.43
	全校其他班級	485	0.73	0.45
第三題	實驗組	61	0.69	0.47
	對照組	63	0.76	0.43
	全校其他班級	485	0.73	0.44
第四題	實驗組	61	0.75	0.43
	對照組	63	0.71	0.43
	全校其他班級	485	0.71	0.46
第五題	實驗組	61	0.70	0.46
	對照組	63	0.68	0.47
	全校其他班級	485	0.70	0.46
第六題	實驗組	61	0.72	0.45
	對照組	63	0.71	0.46
	全校其他班級	485	0.70	0.46
第七題	實驗組	61	0.59	0.50
	對照組	63	0.63	0.49
	全校其他班級	485	0.65	0.48
第八題	實驗組	61	0.56	0.50
	對照組	63	0.65	0.48

	全校其他班級	485	0.65	0.48
第九題	實驗組	61	0.57	0.50
	對照組	63	0.63	0.49
	全校其他班級	485	0.65	0.48
第十題	實驗組	61	0.59	0.50
	對照組	63	0.67	0.48
	全校其他班級	485	0.63	0.48
第十一題	實驗組	61	0.66	0.48
	對照組	63	0.75	0.44
	全校其他班級	485	0.60	0.49
第十二題	實驗組	61	0.66	0.48
	對照組	63	0.65	0.48
	全校其他班級	485	0.62	0.49
第十三題	實驗組	61	0.51	0.50
	對照組	63	0.73	0.45
	全校其他班級	485	0.62	0.49
第十四題	實驗組	61	0.54	0.50
	對照組	63	0.52	0.50
	全校其他班級	485	0.58	0.49
第十五題	實驗組	61	0.49	0.50
	對照組	63	0.49	0.50
	全校其他班級	485	0.52	0.50
第十六題	實驗組	61	0.48	0.49
	對照組	63	0.51	0.50
	全校其他班級	485	0.48	0.49
第十七題	實驗組	61	0.39	0.49
	對照組	63	0.41	0.50
	全校其他班級	485	0.42	0.49
第十八題	實驗組	61	0.43	0.50
	對照組	63	0.38	0.49
	全校其他班級	485	0.38	0.49
第十九題	實驗組	61	0.34	0.48
	對照組	63	0.40	0.49
	全校其他班級	485	0.37	0.48
第二十題	實驗組	61	0.25	0.43
	對照組	63	0.16	0.37
	全校其他班級	485	0.23	0.42

4.1.1 全體學生學習成就相關假設檢定

1. 整體學生在說明論證題的學習成就表現

假設 1-1 實驗組與對照組學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-5 實驗組與其他班級學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-9 對照組與其他班級學生的論證學習成效有顯著差異。

利用單因子變異數分析三組在第一題說明論證題(三中線經過同一點)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 2.86、1.75 及 0.36，其描述性統計量表如表 31，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=163.15, p=.000$)，則三組不假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= $78.89, p=.000 < .05$ ，達顯著水準，其檢定結果摘要如表 32，並經由 Games-Howell 檢定進行事後比較得知，「實驗組」平均得分顯著優於「對照組」平均得分、「實驗組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分及「對照組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分，其事後比較檢定表如表 33。

表 31

三組在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=64$)			對照組($n=64$)			全校其他班級($n=276$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
第一題 平均得分	2.86	2.70	[2.18,3.53]	1.75	2.23	[1.19,2.31]	0.36	0.78	[0.27,0.45]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 32

三組在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p	事後比較
第一題 平均得分	組間	2	78.89	.531	.000***	實驗組 > 對照組
	組內	401				實驗組 > 其他班級
	總和	403				對照組 > 其他班級

*** $p < .001$

表 33

三組在第一題說明論證題平均得分之事後比較檢定

依變數	實驗分組 (I)	實驗分組 (J)	平均差異 (I-J)	<i>p</i>	95%CI	Effect size (Cohen's <i>d</i>)
第一題 平均得分	實驗組	對照組	1.11	.033*	[0.07,2.15]	0.45
	實驗組	其他班級	2.50	.000***	[1.68,3.32]	1.84
	對照組	其他班級	1.39	.000***	[0.71,2.07]	1.17

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，*** $p < .001$

而利用單因子變異數分析三組在第二題說明論證題(三中線等分三角形面積)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 2.32、2.32 及 1.75，其描述性統計量表如表 34，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=5.17$ ， $p=.006$)，則三組不假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=4.88、 $p=.008 < .05$ ，達顯著水準，其檢定結果摘要如表 35，並經由 Games-Howell 檢定進行事後比較發現三組間並無顯著差異，其事後比較檢定表如表 36。

表 34

三組在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=59$)			對照組($n=58$)			全校其他班級($n=310$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
第二題 平均得分	2.32	1.94	[1.82,2.83]	2.32	1.67	[1.88,2.76]	1.75	1.62	[1.57,1.93]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 35

三組在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>	事後比較
第二題	組間	2	4.88	.150	.008**	
說明論證	組內	424				
題	總和	426				

** $p < .01$

表 36

三組在第二題說明論證題平均得分之事後比較檢定

依變數	實驗分組 (I)	實驗分組 (J)	平均差異 (I-J)	<i>p</i>	95%CI	Effect size (Cohen's <i>d</i>)
第二題 平均得分	實驗組	對照組	0.00	1.00	[-0.79, 0.80]	
	實驗組	其他班級	0.57	.094	[-0.07,1.21]	
	對照組	其他班級	0.57	.051	[0.00,1.13]	

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

雖然由事後比較無顯著差異，但其中實驗組與其他班級及對照組與其他班級接近顯著水準，則分別利用獨立樣本 t 檢定作分析，以實驗組與其他班級來說，兩樣本的平均分數各為 2.32 和 1.75，變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=10.33, p=.001$)，則兩組不假設變異數相等，其 t 值等於 2.12、 $df=74.14$ 、 $p=.04 < .05$ ，達顯著水準，表示兩組在第二題得分的表現有顯著差異，因 t 值為正，因而實驗組平均得分顯著高於全校其他班級平均得分。檢定資料如表 37。

表 37

實驗組與其他班級第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	實驗組 ($n=59$)		其他班級 ($n=310$)		t	p	95%CI		Cohen's d
	M	SD	M	SD			LL	UL	
第二題平均得分	2.32	1.94	1.75	1.62	2.12	.038*	0.03	1.10	0.34

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，* $p < .05$

在對照組與其他班級的部分，兩樣本的平均分數各為 2.32 和 1.75，變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.23, p=.631$)，則兩組假設變異數相等，其 t 值等於 2.43、 $df=366$ 、 $p=.02 < .05$ ，達顯著水準，表示兩組在第二題得分的表現有顯著差異，因 t 值為正，因而實驗組平均得分顯著高於對照組平均得分。檢定資料如表 38

表 38

對照組與其他班級第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	對照組 ($n=58$)		其他班級 ($n=310$)		t	p	95%CI		Cohen's d
	M	SD	M	SD			LL	UL	
第二題平均得分	2.32	1.67	1.75	1.62	2.43	.016*	0.11	1.72	0.35

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，* $p < .05$

綜合以上針對兩題說明論證題平均得分資料分析，對於假設 1-1、假設 1-5 及假設 1-9 這三個假設部分成立。對於第一題說明論證題—三中線經過同一點而言，假設 1-1、假設 1-5 及假設 1-9 這三個假設是成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組學生在『第一題論證學習』成效有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級學生在『第一題論證學習』成效有顯著差異」及「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級學生在『第一題論證學習』成效有顯著差異」。

但對於第二題說明論證題—三中線等分三角形面積來說，假設 1-1 是不成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組學生在『第二題論證學習』成效沒有顯著差異」，但對於假設 1-5 與假設 1-9 是成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級學生在『第二題論證學習』成效有顯著差異」及「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級學生在『第二題論證學習』成效有顯著差異」。

由於兩組學生在尚未施以教學實驗前可視為程度相當、無顯著差異，但從上述資料分析結果發現第一題施測後差異顯著。導因可能為教材設計不同，但因整體學生的差異太大，所以後續將再以其他方式區分進行分析。

從整題的 Effect Size 看來，在實驗組與對照組方面說明論證題第一題= 0.45，在教學設計上屬中效果。在實驗組與其他班級方面說明論證題第一題= 1.84，在教學設計上屬於強效果，而說明論證題第二題= 0.34，在教學設計上介於中效果與小效果之間。在對照組與其他班級方面說明論證題第一題= 1.17，在教學設計上屬於強效果，而說明論證題第二題= 0.35，在教學設計上介於中效果與小效果之間。

根據上述結果進行討論，第一題說明論證題包含的概念有：中點連線性質、中線定義、相似形等概念又需要分為兩個三角形利用等分點相同的概念來說明三角形三中線經過同一點，對於學生來說是複雜的，也就是內在認知負荷高。因此，在實驗組教材設計中利用事前訓練原則和分段原則，並產生獨立互動作用效應、整體—模組效應，是比對照組只是單單串流式呈現更能讓學習者對於訊息的理解整合有幫助，且能不超出認知負荷下有效幫助學生進行學習。

相較於傳統式板書教學，兩份多媒體教材皆利用適性指標設計原則，可以得到皆比板書教學校效果為佳(皆為強效果)。且利用分隔訊息的教材比單純串流式教材更能使學習者在說明論證題部分有更好的學習成效，呼應了上述實驗組與對照組的情況。

而第二題說明論證題包含有：中線定義及同高三角形面積比等於底邊比(因為中點，多為 1:1)，對於學生來說是簡單易懂的，也就是說教學內容的內在認知負荷低，不同教材沒有差異，即元素交互作用效應。因此，在實驗組與對照組部份，利用分隔訊息呈現方式與串流式呈現方式對於學習者而言並無差異。

但相較於傳統式板書教學，兩份多媒體教材皆顯著有較佳的學習成效。而兩份皆為利用適性指標設計原則的多媒體教材，這表示適當的凸顯訊息且口語化的講解與學習者做互動式的學習，可以有效幫助學習者進行視覺搜尋及引導學習者的注意力，而達到較佳的學習效果。

整體而言，利用適性指標設計的多媒體教材能比傳統式板書教學更能幫助學生學習。而利用適性指標設計與分隔訊息呈現方式的教材，能對較為複雜到讓學習者無法同時處理的教學內容，有著比適性指標設計與串流式呈現的教材更佳的效果。而若對於較為簡單、學習者容易處理的教材，兩種呈現方式就無顯著差異。

2. 整體學生在選擇題成就測驗的學習成就表現

假設 1-3 實驗組與對照組學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-7 實驗組與其他班級學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-11 對照組與其他班級學生的選擇題學習成效有顯著差異。

利用單因子變異數分析三組在選擇題成就測驗平均得分的表現，三組樣本的平均分數各為 11.38、12.00 及 11.74，其描述性統計量表如表 39，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.86, p=.428$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= $0.25, p=.781 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在選擇題成就測驗表現並無顯著性差異其檢定結果摘要如表 40。

表 39

三組在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=61$)			對照組($n=63$)			全校其他班級($n=485$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
選擇題 成就測驗	11.38	5.32	[10.01,12.74]	12.00	4.91	[10.76,13.24]	11.74	4.94	[11.30,12.18]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 40

三組在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
選擇題 成就測驗	組間	2	0.25	0.03	.781
	組內	606			
	總和	608			

由以上檢定結果可得知對於假設 1-3、假設 1-7 及假設 1-11 是不成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組學生的選擇題學習成效沒有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級學生的選擇題學習成效沒有顯著差異」及「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級學生的選擇題學習成效沒有顯著差異」。

整體而言，兩份多媒體教材與傳統式板書教學對於選擇題成就測驗方面，沒有顯著差異，以下將整體學生利用第二次段考數學成績當作依據，分為不同的學習成就學生，進行假設檢定，繼續探討是否此兩份多媒體教材對於不同學習成就學生能有影響？

4.1.2 不同學習成就學生學習成就相關假設檢定

1. 不同學習成就學生在說明論證題的學習成就表現

假設 1-2 實驗組與對照組不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-6 實驗組與其他班級不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

假設 1-10 對照組與其他班級不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

(1) 高學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組高學習成就學生在第一題說明論證題(三中線經過同一點)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 4.88、3.40 及 0.47，其描述性統計量表如表 41，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=39.98$, $p=.000$)，則三組不假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 93.38 、 $p=.000 < .05$ ，達顯著水準，其檢定結果摘要如表 42，並經由 Games-Howell 進行事後比較得知，高學習成就學生中，「實驗組」與「對照組」平均得分並無差異、「實驗組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分及「對照組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分，其事後比較檢定表如表 43。

表 41

三組高成就學生在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=20$)			對照組($n=24$)			全校其他班級($n=114$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
第一題 平均得分	4.88	2.50	[3.70,6.05]	3.40	2.49	[2.35,4.45]	0.47	0.94	[0.29,0.64]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 42

三組高成就學生在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	df	F	η	p	事後比較
第一題 平均得分	組間	2	93.38	0.74	.000***	實驗組 > 其他班級
	組內	155				對照組 > 其他班級
	總和	157				

*** $p < .001$

表 43

三組高成就學生在第一題說明論證題平均得分之事後比較檢定

依變數	實驗分組 (I)	實驗分組 (J)	平均差異 (I-J)	<i>p</i>	95%CI	Effect size (Cohen's <i>d</i>)
第一題 平均得分	實驗組	對照組	1.48	.136	[-0.36,3.32]	
	實驗組	其他班級	4.41	.000***	[2.97,5.84]	3.43
	對照組	其他班級	2.93	.000***	[1.64,4.21]	2.19

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，*** $p < .001$

而三組高學習成效學生在第二題說明論證題(三中線等分三角形面積)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 3.53、3.44 及 2.65，其描述性統計量表如表 44，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.33$ ， $p=.266$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=4.27、 $p=.015 < .05$ ，達顯著水準，其檢定結果摘要如表 45，並經由 Scheffe 檢定進行事後比較得發現三組間並無顯著差異，其事後比較檢定表如表 46。

表 44

三組高成就學生在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=20$)			對照組($n=24$)			全校其他班級($n=114$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
第二題 平均得分	3.53	1.75	[2.71,4.34]	3.40	1.35	[2.87,4.01]	2.65	1.67	[2.36,2.93]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 45

三組高成就學生在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
第二題 平均得分	組間	2	4.27	0.22	.015*
	組內	175			
	總和	177			

* $p < .05$

表 46

三組高成就學生在第二題說明論證題平均得分之事後比較檢定

依變數	實驗分組 (I)	實驗分組 (J)	平均差異 (I-J)	<i>p</i>	95%CI
第一題 平均得分	實驗組	對照組	0.09	.985	[-1.14,1.31]
	實驗組	其他班級	0.88	.085	[-0.09,1.85]
	對照組	其他班級	0.79	.096	[-0.11,1.69]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

雖然由事後比較無顯著差異，但其中實驗組與其他班級及對照組與其他班級接近顯著水準，則分別利用獨立樣本 t 檢定作分析，以實驗組與其他班級來說，兩樣本的平均分數各為 3.53 和 2.65，變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.20, p=.654$)，則兩組假設變異數相等，其 t 值等於 2.18、 $df=152$ 、 $p=.03 < .05$ ，達顯著水準，代表兩組在第二題得分的表現有顯著差異，因 t 值為正，因而實驗組平均得分顯著高於全校其他班級平均得分。檢定資料如表 47

表 47

實驗組與其他班級高成就學生第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	實驗組 ($n=20$)		其他班級 ($n=134$)		t	p	95%CI		Cohen's d
	M	SD	M	SD			LL	UL	
第二題平均得分	3.53	1.75	2.65	1.67	2.18	.031*	0.08	1.68	0.52

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，* $p < .05$

在對照組與其他班級部分，兩樣本的平均分數各為 3.44 和 2.65，變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=2.19, p=.141$)，則兩組假設變異數相等，其 t 值等於 2.20、 $df=156$ 、 $p=.03 < .05$ ，達顯著水準，代表兩組在第二題得分的表現有顯著差異，因 t 值為正，因而實驗組平均得分顯著高於對照組平均得分。檢定資料如表 48

表 48

對照組與其他班級高成就學生第二題平均得分之獨立樣本 t 檢定摘要表

變項	對照組 ($n=24$)		其他班級 ($n=134$)		t	p	95%CI		Cohen's d
	M	SD	M	SD			LL	UL	
第二題平均得分	3.44	1.35	2.65	1.67	2.20	.030*	0.08	1.50	0.49

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，* $p < .05$

綜合以上可得知，對於高學習成就學生而言，假設 1-2、假設 1-6 及假設 1-10 不完全成立。在第一題說明論證題—三中線經過同一點及第二題說明論證題—三中線等分三角形面積，假設 1-2 不成立，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『高學習成就學生』學生的論證學習成效沒有顯著差異」。而假設 1-6 和假設 1-10 是成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級『高學習成就學生』學生的論證學習成效有顯著差異」和「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『高學習成就學生』學生的論證學習成效有顯著差異」。

從高學習成就學生的 Effect Size 看來，在實驗組與其他班級方面說明論證題第一題 = 3.43，在教學設計上屬於強效果，而說明論證題第二題 = 0.52，在教學設計上屬於中效果。在對照組與其他班級方面說明論證題第一題 = 2.19，在教學設計上屬於強效果，而說明論證題第二題 = 0.49，在教學設計上屬於中效果。

(2) 中學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組中學習成效學生在第一題說明論證題(三中線經過同一點)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 2.42、0.98 及 0.29，其描述性統計量表如表 49，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=87.90, p=.000$)，則三組不假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= $42.05, p=.000 < .05$ ，達顯著水準，其檢定結果摘要如表 50，並經由 Games-Howell 檢定進行事後比較得知，中學習成就學生中，「實驗組」平均得分顯著優於「對照組」平均得分、「實驗組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分及「對照組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分，其事後比較檢定表如表 51。

表 49

三組中成就學生在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=33$)			對照組($n=30$)			全校其他班級($n=145$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
第一題 平均得分	2.42	2.39	[1.58,3.27]	0.98	1.47	[0.44,1.53]	0.29	0.64	[0.18,0.39]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 50

三組中成就學生在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	df	F	η^2	p	事後比較
第一題 平均得分	組間	2	42.05	0.54	.000***	實驗組 > 對照組
	組內	205				實驗組 > 其他班級
	總和	207				對照組 > 其他班級

*** $p < .001$

表 51

三組中成就學生在第一題說明論證題平均得分之事後比較檢定

依變數	實驗分組 (I)	實驗分組 (J)	平均差異 (I-J)	p	95%CI	Effect size (Cohen's d)
第一題 平均得分	實驗組	對照組	1.44	.000***	[0.68,2.20]	0.72
	實驗組	其他班級	2.14	.000***	[1.56,2.71]	1.82
	對照組	其他班級	0.69	.019*	[0.09,1.30]	0.83

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，* $p < .05$ 、*** $p < .001$

而三組中學習成效學生在第二題說明論證題(三中線等分三角形面積)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 2.00、1.84 及 1.15，其描述性統計量表如表 52，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=7.41, p=.001$)，則三組不假設變異數相等，三

組進行變異數分析考驗之 F 值=7.33、 $p=.001<.05$ ，達顯著水準，其檢定結果摘要如表 53，並經由 Games-Howell 檢定進行事後比較得知，在中學習成就學生中，「實驗組」與「對照組」平均得分並無差異、「實驗組」平均得分顯著優於「其他班級」平均得分及「對照組」與「其他班級」平均得分並無顯著差異，其事後比較檢定表如表 54。

表 52

三組中成就學生在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=32$)			對照組($n=25$)			全校其他班級($n=161$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
第二題 平均得分	2.00	1.77	[1.36,2.64]	1.84	1.45	[1.24,2.44]	1.15	1.22	[0.96,1.34]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 53

三組中成就學生在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p	事後比較
第二題 平均得分	組間	2	7.33	0.25	.001**	實驗組 > 其他班級
	組內	215				
	總和	217				

** $p<.01$

表 54

三組中成就學生在第二題說明論證題平均得分之事後比較檢定

依變數	實驗分組 (I)	實驗分組 (J)	平均差異 (I-J)	p	95%CI	Effect size (Cohen's d)
第二題 平均得分	實驗組	對照組	0.16	.926	[-0.72,1.04]	
	實驗組	其他班級	0.85	.005**	[0.22,1.49]	0.64
	對照組	其他班級	0.69	.056	[-0.01,1.40]	

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)，** $p<.01$

綜合以上可得知，對於中學習成就學生而言，假設 1-2、假設 1-6 及假設 1-10 不完全成立。在第一題說明論證題—三中線經過同一點部份假設 1-2、假設 1-6 和假設 1-10 是成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『中學習成就學生』學生的『第一題論證』學習成效有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級『中學習成就學生』學生的『第一題論證』學習成效有顯著差異」和「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『中學習成就學生』學生的『第一題論證』學習成效有顯著差異」。

而第二題說明論證題—三中線等分三角形面積部分，假設 1-2 和假設 1-10 是不成立，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『中學習成就學生』學生的『第

二題論證』學習成效沒有顯著差異」和「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『中學習成就學生』學生的『第二題論證』學習成效沒有顯著差異」。僅假設 1-6 是成立的，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級『中學習成就學生』學生的『第二題論證』學習成效有顯著差異」。

從中學習成就學生的 Effect Size 看來，在實驗組與對照組方面說明論證題第一題=0.72，在教學設計上介於中效果與強效果之間。在實驗組與其他班級方面說明論證題第一題=1.82，在教學設計上屬於強效果，而說明論證題第二題=0.64，在教學設計上介於中效果與強效果之間。在對照組與其他班級方面說明論證題第一題=0.83，在教學設計上介於中效果與強效果之間。

(3) 低學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組低學習成就學生在第一題說明論證題(三中線經過同一點)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 0.50、0.10 及 0.21，其描述性統計量表如表 55，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=4.35$ ， $p=.021$)，則三組不假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=1.07、 $p=.356 > .05$ ，未達顯著水準，表示三組間平均得分並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 56。

表 55

三組低成就學生在第一題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=11$)			對照組($n=10$)			全校其他班級($n=17$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
第一題 平均得分	0.50	0.92	[-0.12,1.12]	0.10	0.21	[-0.05,0.25]	0.21	0.64	[-0.12,0.53]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 56

三組低成就學生在第一題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	df	F	η	p
第一題 平均得分	組間	2	1.07	0.24	.356
	組內	35			
	總和	37			

而三組低學習成就學生在第二題說明論證題(三中線等分三角形面積)的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 0.36、0.67 及 0.30，其描述性統計量表如表 57，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.77$ ， $p=.188$)，則三組假設變異數相等，而三組進行變異數分析考驗之 F 值=0.81、 $p=.457 > .05$ ，未達顯著水準，表示三組間平均得分並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 58。

表 57

三組低成就學生在第二題說明論證題平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=7$)			對照組($n=9$)			全校其他班級($n=15$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
第二題 平均得分	0.36	0.75	[-0.33,1.05]	0.67	0.90	[-0.03,1.36]	0.30	0.53	[0.01,0.59]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 58

三組低成就學生在第二題說明論證題平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p
第二題 平均得分	組間	2	0.81	0.23	.457
	組內	28			
	總和	30			

綜合以上可得知，對於低學習成就學生而言，在第一題說明論證題—三中線經過同一點及第二題說明論證題—三中線等分三角形面積部分假設 1-2、假設 1-6 及假設 1-10 均不成立，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『低學習成就學生』學生的說明論證題學習成效沒有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級『低學習成就學生』學生的說明論證題學習成效沒有顯著差異」和「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『低學習成就學生』學生的說明論證題學習成效沒有顯著差異」。

綜合以上結果進行討論，以「高學習成就學生」而言，第一題說明論證題原本在實驗組與對照組的全體學生表現部分是有顯著差異，但就高成就學生來看便無顯著差異，可見第一題說明論證題雖然對全體學生是較為複雜，但對於高成就學生卻尚可處理而無超過其負荷。而分別就實驗組與對照組對其他班級的高成就學生來說皆有顯著差異，呼應之前全體學生的結論，利用適性指標設計多媒體教材可以減少視覺搜尋及引導注意力的功能，讓學習者有更多的資源用於必要的認知處理上。

而對「中學習成就學生」而言，相較於高成就學生，第一題說明論證題已不是中成就學生可以同時處理而不超過負荷的內容，因此利用分隔訊息呈現方式，有效的分化教學內容成小部份，讓學習者能更了解教材所要講述的概念進而整合成全體概念。也將先備知識陳述於主要內容之前，先喚起學習者本身原本就具有的基模，以便在進行主要內容時可以將大部分資源用於理解和整合主要概念上。也就是說，此份教材對於中成就學生幫助最大。而在第二題說明論證題部分，實驗組與其他班級有顯著差異，表示在教材內容較簡單的情況下，分隔訊息與串流式呈現對學生來說沒差異，且串流式的多媒體教材與板書教學亦沒有差異，但分隔訊息呈現方式與板書教學卻有顯著差異，這表示先行

講解一條中線所造成的情況，可以讓學習者先對中線性質：等分三角形面積作思考，而在說明重心與頂點連線等分面積時，可以有更多資源在思考面積運算的部分，也可以讓中成就學生更能延伸教學內容為三中線六等分三角形面積，以致在第二題部分有更好的學習成效。同樣的，對於傳統的板書教學，對於中成就學生，如同之前所述適性指標設計是有幫助於學習的。

相較於高、中學習成就學生教材有助於學習，但「低學習成就學生」而言，因學習者本身能力低，不論對於先備知識內容或此次教學主要概念，受限於能力教材無法引起共鳴，所以三種教學方式對於低成就學生是沒有差異性。

藉由此研究可以知道適當將論證內容做分割，讓每小部份是學習者可以處理且理解的內容，並透過凸顯及口語化的呈現教學訊息可以幫助學習者記憶且理解論證的內容。也發現雖說有顯著差異，但實驗組說明論證題成績並不理想大約只有一半的成績，這或許與現行的基本學力測驗都是以選擇題為主有關，不論學生或教師在學習或講述方面皆以能幫助選擇題作答為優先考量，對於書寫論證部份，學生學習較不認真、老師教學較不刻意講述，甚至連現行教科書也以整體論證結構為主，對於推論的內容不以完整寫出為教學內容，而是採取關鍵部份以讓學生填空方式教學，這對學生學習完整論證而言，是不利的，這也是在數學教學上的一個警訊。



2. 不同學習成就學生在選擇題成就測驗的學習成就表現

假設 1-4 實驗組與對照組不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-8 實驗組與其他班級不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

假設 1-12 對照組與其他班級不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

(1) 高學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組高學習成就學生在選擇題成就測驗的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 18.06、16.79 及 16.86，其描述性統計量表如表 59，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=2.03$ ， $p=.135$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 1.55 、 $p=.215 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在選擇題成就測驗表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 60。

表 59

三組高成就學生在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=16$)			對照組($n=19$)			全校其他班級($n=119$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
選擇題成就測驗	18.06	1.53	[17.25,18.88]	16.79	2.74	[15.47,18.11]	16.86	2.70	[16.37,17.35]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 60

三組高成就學生在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p
選擇題成就測驗	組間	2	1.55	0.14	.215
	組內	151			
	總和	153			

由上述檢定可得知，對於高學習成就學生，在選擇題成就測驗表現部分，假設 1-4、假設 1-8 及假設 1-12 均不成立，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『高學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級『高學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」及「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『高學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」。

(2) 中學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組中學習成就學生在選擇題成就測驗的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 11.04、11.76 及 11.89，其描述性統計量表如表 61，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.01$, $p=.365$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.58 、 $p=.56 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在選擇題成就測驗表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 62。

表 61

三組中成就學生在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=25$)			對照組($n=29$)			全校其他班級($n=240$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
選擇題成就測驗	11.04	3.60	[9.55,12.53]	11.76	3.51	[10.42,13.09]	11.89	3.82	[11.41,12.38]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 62

三組中成就學生在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
選擇題 成就測驗	組間	2	0.58	0.06	.560
	組內	291			
	總和	293			

由上述檢定可得知，對於中學習成就學生，在選擇題成就測驗表現部分，假設 1-4、假設 1-8 及假設 1-12 均不成立，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『中學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗組與其他班級『中學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」及「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『中學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」。

(3) 低學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組低學習成就學生在選擇題成就測驗的學習成就表現成績，三組樣本的平均分數各為 6.45、6.40 及 6.63，其描述性統計量表如表 63，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.08$, $p=.928$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=0.07、 $p=.936 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在選擇題成就測驗表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 64。

表 63

三組低成就學生在選擇題成就測驗平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=20$)			對照組($n=15$)			全校其他班級($n=126$)		
	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI	<i>M</i>	<i>SD</i>	95%CI
選擇題 成就測驗	6.45	2.82	[5.13,7.77]	6.40	2.75	[4.88,7.92]	6.63	2.90	[6.12,7.14]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 64

三組低成就學生在選擇題成就測驗平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
選擇題 成就測驗	組間	2	0.07	0.03	.936
	組內	158			
	總和	160			

由上述檢定可得知，對於低學習成就學生，在選擇題成就測驗表現部分，假設 1-4、假設 1-8 及假設 1-12 均不成立，即「學生在實施不同教材設計下，實驗組與對照組『低學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」、「學生在實施不同教材設計下，實驗

組與其他班級『低學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」及「學生在實施不同教材設計下，對照組與其他班級『低學習成就學生』的選擇題學習成效沒有顯著差異」。

綜合以上得知，分隔訊息、串流式呈現方式與板書教學，不論對於全體學生或是以不同學習成就分組的學生，在選擇題成就測驗表現上，並沒有顯著的幫助。以下將各試題以雙向細目表所區分的各認知能力，持續進行分類探討，看是否不同的教學設計能對學生各認知能力表現上有產生影響？



4.2 各認知能力相關假設檢定

4.2.1 全體學生各認知能力相關假設檢定

假設 2-1 實驗組與對照組學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-3 實驗組與其他班級學生各認知能力的表現表現有顯著差異。

假設 2-5 對照組與其他班級學生各認知能力的表現有顯著差異。

利用單因子變異數分析三組全體學生在各認知能力的表現成績，將分為「概念理解」、「程序執行」和「解題思考」分述如下：

1. 全體學生在「概念理解」的表現

三組樣本的平均分數各為 3.61、3.70 及 3.65，其描述性統計量表如表 65，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.79, p=.455$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= $0.06, p=.944 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「概念理解」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 66。

2. 全體學生在「程序執行」的表現

三組樣本的平均分數各為 3.87、4.21 及 4.03，其描述性統計量表如表 65，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.89, p=.152$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= $0.41, p=.664 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「程序執行」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 66。

3. 全體學生在「解題思考」的表現

三組樣本的平均分數各為 3.90、4.10 及 4.06，其描述性統計量表如表 65，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.29, p=.750$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= $0.19, p=.826 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「解題思考」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 66。

表 65

三組在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=61$)			對照組($n=63$)			全校其他班級($n=485$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
概念理解 平均得分	3.61	1.49	[3.23,3.99]	3.70	1.47	[3.33,4.07]	3.65	1.52	[3.51,3.78]
程序執行 平均得分	3.87	2.38	[3.26,4.48]	4.21	2.06	[3.69,4.72]	4.03	2.04	[3.85,4.21]
解題思考 平均得分	3.90	2.09	[3.37,4.44]	4.10	1.99	[3.59,4.60]	4.06	2.00	[3.88,4.24]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 66

三組在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p
概念理解 平均得分	組間	2	0.06	0.01	.944
	組內	606			
	總和	608			
程序執行 平均得分	組間	2	0.41	0.04	.664
	組內	606			
	總和	608			
解題思考 平均得分	組間	2	0.19	0.03	.826
	組內	606			
	總和	608			

由上述檢定可得知，對於全體學生，在各認知能力表現部分，假設 2-1、假設 2-3 及假設 2-5 均不成立，即「實驗組與對照組學生各認知能力的表現沒有顯著差異」、「實驗組與其他班級學生各認知能力的表現沒有顯著差異」和「對照組與其他班級學生各認知能力的表現有顯著差異」。

在各認知能力方面，分隔訊息、串流式呈現方式與板書教學，三種教材、教學方式學生表現是沒有差異性。以下將根據第二次段考數學成績，將學習者區分為不同學習成就，繼續探討實施不同教材下，不同學習成就學生各認知能力表現是否有影響？

4.2.2 不同學習成就學生各認知能力相關假設檢定

假設 2-2 實驗組與對照組不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-4 實驗組與其他班級不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。

假設 2-6 對照組與其他班級不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。

1. 高學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組高學習成就學生在各認知能力的表現成績，將分為「概念理解」、「程序執行」和「解題思考」分述如下：

(1) 高學習成就學生在「概念理解」的表現

三組樣本的平均分數各為 5.00、4.68 及 4.75，其描述性統計量表如表 67，而變異數同質性檢定 Levene 檢定達顯著($F=8.59, p=.000$)，則三組不假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=1.77、 $p=.174 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間高學習成就學生在「概念理解」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 68。

(2) 高學習成就學生在「程序執行」的表現

三組樣本的平均分數各為 6.69、6.26 及 6.17，其描述性統計量表如表 67，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.03, p=.359$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=0.79、 $p=.456 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間高學習成就學生在「程序執行」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 68。

(3) 高學習成就學生在「解題思考」的表現

三組樣本的平均分數各為 6.38、5.84 及 5.94，其描述性統計量表如表 67，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.62, p=.202$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=1.15、 $p=.319 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間高學習成就學生在「解題思考」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 68。

表 67

三組高成就學生在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=16$)			對照組($n=19$)			全校其他班級($n=119$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
概念理解 平均得分	5.00	0.00	[5.00,5.00]	4.68	0.48	[4.45,4.91]	4.75	0.59	[4.64,4.85]
程序執行 平均得分	6.69	1.20	[6.05,7.32]	6.26	1.45	[5.57,6.96]	6.17	1.61	[5.88,6.46]
解題思考 平均得分	6.38	0.62	[5.05,6.70]	5.84	1.34	[5.19,6.49]	5.94	1.17	[5.73,6.15]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 68

三組高成就學生在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p
概念理解 平均得分	組間	2	1.77	0.15	.174
	組內	151			
	總和	153			
程序執行 平均得分	組間	2	0.79	0.10	.456
	組內	151			
	總和	153			
解題思考 平均得分	組間	2	1.15	0.12	.319
	組內	151			
	總和	153			

由上述檢定可得知，對於高學習成就學生，在各認知能力表現部分，假設 2-2、假設 2-4 及假設 2-6 均不成立，即「實驗組與對照組『高學習成就學生』各認知能力的表現沒有顯著差異」、「實驗組與其他班級『高學習成就學生』各認知能力的表現有顯著差異」和「對照組與其他班級『高學習成就學生』各認知能力的表現有顯著差異」。

2. 中學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組中學習成就學生在各認知能力的表現成績，將分為「概念理解」、「程序執行」和「解題思考」分述如下：

(1) 中學習成就學生在「概念理解」的表現

三組樣本的平均分數各為 3.84、4.00 及 3.91，其描述性統計量表如表 69，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.92$, $p=.151$)，則三組假設變異數相等，三組進

行變異數分析考驗之 F 值=0.12、 $p=.891 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間中學習成就學生在「概念理解」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 70。

(2) 中學習成就學生在「程序執行」的表現

三組樣本的平均分數各為 3.48、3.83 及 3.86，其描述性統計量表如表 69，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.51$ ， $p=.603$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=0.63、 $p=.532 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間中學習成就學生在「程序執行」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 70。

(3) 中學習成就學生在「解題思考」的表現

三組樣本的平均分數各為 3.72、3.93 及 4.13，其描述性統計量表如表 69，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.10$ ， $p=.909$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=0.77、 $p=.466 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間中學習成就學生在「解題思考」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 70。

表 69

三組中成就學生在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=25$)			對照組($n=29$)			全校其他班級($n=240$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
概念理解 平均得分	3.84	1.03	[3.42,4.26]	4.00	1.10	[3.58,4.42]	3.91	1.28	[3.75,4.07]
程序執行 平均得分	3.48	1.85	[2.72,4.24]	3.83	1.58	[3.23,4.43]	3.86	1.58	[3.66,4.06]
解題思考 平均得分	3.72	1.62	[3.05,4.39]	3.93	1.67	[3.30,4.57]	4.13	1.70	[3.91,4.34]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 70

三組中成就學生在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變異來源	df	F	η	p
概念理解 平均得分	組間	2	0.12	0.03	.891
	組內	291			
	總和	293			
程序執行 平均得分	組間	2	0.63	0.07	.532
	組內	291			
	總和	293			
解題思考 平均得分	組間	2	0.77	0.07	.466
	組內	291			
	總和	293			

由上述檢定可得知，對於中學習成就學生，在各認知能力表現部分，假設 2-2、假設 2-4 及假設 2-6 均不成立，即「實驗組與對照組『中學習成就學生』各認知能力的表現沒有顯著差異」、「實驗組與其他班級『中學習成就學生』各認知能力的表現有顯著差異」和「對照組與其他班級『中學習成就學生』各認知能力的表現有顯著差異」。

3. 低學習成就學生部分

利用單因子變異數分析三組低學習成就學生在各認知能力的表現成績，將分為「概念理解」、「程序執行」和「解題思考」分述如下：

(1) 低學習成就學生在「概念理解」的表現

三組樣本的平均分數各為 2.20、1.87 及 2.11，其描述性統計量表如表 71，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.02$, $p=.984$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.28 、 $p=.755 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間低學習成就學生在「概念理解」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 72。

(2) 低學習成就學生在「程序執行」的表現

三組樣本的平均分數各為 2.10、2.33 及 2.35，其描述性統計量表如表 71，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.00$, $p=.370$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.32 、 $p=.727 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間低學習成就學生在「程序執行」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 72。

(3) 低學習成就學生在「解題思考」的表現

三組樣本的平均分數各為 2.15、2.20 及 2.17，其描述性統計量表如表 71，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.21$, $p=.813$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.01 、 $p=.994 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間低學習成就學生在「解題思考」認知能力表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 72。

表 71

三組低成就學生在各認知能力表現平均得分之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=20$)			對照組($n=15$)			全校其他班級($n=126$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
概念理解 平均得分	2.20	1.36	[1.56,2.84]	1.87	1.30	[1.15,2.59]	2.11	1.36	[1.87,2.35]
程序執行 平均得分	2.10	1.48	[1.41,2.79]	2.33	1.11	[1.72,2.95]	2.35	1.29	[2.12,2.58]
解題思考 平均得分	2.15	1.31	[1.54,2.76]	2.20	1.27	[1.50,2.90]	2.17	1.31	[1.94,2.40]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 72

三組低成就學生在各認知能力表現平均得分之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
概念理解 平均得分	組間	2	0.28	0.06	.755
	組內	158			
	總和	160			
程序執行 平均得分	組間	2	0.32	0.06	.727
	組內	158			
	總和	160			
解題思考 平均得分	組間	2	0.01	0.01	.994
	組內	158			
	總和	160			

由上述檢定可得知，對於低學習成就學生，在各認知能力表現部分，假設 2-2、假設 2-4 及假設 2-6 均不成立，即「實驗組與對照組『低學習成就學生』各認知能力的表現沒有顯著差異」、「實驗組與其他班級『低學習成就學生』各認知能力的表現有顯著差異」和「對照組與其他班級『低學習成就學生』各認知能力的表現有顯著差異」。

綜合以上結果，發現不論利用分隔訊息呈現方式、串流式呈現方式或板書教學，以學習成就和各認知能力來看全體學生及不同學習成就學生，都沒有顯著差異。根據此結果分析此次實驗，推論有以下現象對實驗結果產生影響。

1. 施測對象及時間點

本研究施測對象為國三學生，而時間點為國三上學習最後一個月。國三學生就研究者觀察對於數學學習呈現三種情況，對於第一種認為可以自行掌握不願聽教師講解內容者，第二種為可以跟上老師講解內容願意聽課者，最後一種為對數學毫無成就感而放棄學習者，在整個課堂掌握上，比起其他年級有更大的困難。而因為時間接近國中基本學力測驗時間，教學內容為學習論證方面，對於學習者而言，並不是考試最主要的內容情形下，考試引導的學習者的學習意願，許多學生不願意耗費太多的精力於此。

2. 過度練習及補習盛行

根據研究者私下調查，發現許多學生除了在學校學習外，為了準備國中基本學力測驗及加強數學能力，都會到補習班上課或自行購買許多講義、參考書及題本閱讀和練習。因此，許多學生在實驗實施前已對三角形重心教學內容有所了解，導致學生不聽學校老師講課，且對於題目練習上非常充分，往往已經做到本能反應或者以對特定的題目有特定的解決方式，導致在選擇題方面是沒有顯著差異。而因為補習業者對於論證題或學生自行預習方式，皆沒有對重心兩個性質的幾何證明有所著

墨，所以本研究的實驗教材才能真正反應出說明論證題的效果為真正是教材所導致的情況。

3. 施測題目出處

本研究在選擇題成就測驗的試題方面，主要來自三處：歷屆國中基本學力測驗有關試題做些為修改、教科書內容中課本及習作的例題及研究者自行編製試題，而前兩來源佔大部分。如同上述情況，學生在對三角形重心試題有充分練習情況下，一般坊間練習題目都已達精熟程度，且坊間題目亦多有依國中基本學力測驗試題做修改，因此，本研究測驗題目對學習者而言是較無新奇感的，在過度練習的情況下，或許學習者對三角形重心教學內容並沒有充分了解，但仍可以選出正確答案。這也導致選擇題成就測驗無成效的結果原因之一。

4. 實驗教材無範例

本研究所設計的教材，主要內容為三角形重心兩個性質的幾何證明呈現，完全沒有對於三角形重心對於題目的應用及解題的思考，也就是沒有認知負荷理論中提到的工作示例效應。學習者在學習完如何做幾何論證後，沒有範例讓學習者可以依循，因此，學習者在對選擇題做測驗時，就常常只是將本身實力表現出來，教材並沒有幫助到學習者，也就導致選擇題較無成效的原因之一。

綜合以上四點，為研究者本身對於此份選擇題成就測驗三組間無顯著差異探討的原因，基於研究目的，以下將利用認知診斷模式—DINA 模式，探討實施不同教材下，對學習者各概念或技能精熟程度是否產生影響？

4.3 各概念或技能精熟程度相關假設檢定

假設 3-1 實驗組與對照組學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。

假設 3-2 實驗組與其他班級學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。

假設 3-3 對照組與其他班級學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。

利用單因子變異數分析三組全體學生在各概念或技能精熟程度的表現成績，將依各概念或技能分述如下：

1. 技能一(S1) — 勾股定理：兩股平方和等於斜邊的平方

三組樣本的平均分數各為 0.67、0.65 及 0.67，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.82$, $p=.442$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.17 、 $p=.842 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能一」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

2. 技能二(S2) — 平行四邊形性質：對角線互相平分

三組樣本的平均分數各為 0.69、0.70 及 0.72，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=1.51$, $p=.221$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.32 、 $p=.727 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能二」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

3. 技能三(S3) — 同面積三角形，高與底邊成反比

三組樣本的平均分數各為 0.45、0.43 及 0.46，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.52$, $p=.594$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.16 、 $p=.849 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能三」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

4. 技能四(S4) — 相似三角形面積比等於對應邊長平方比

三組樣本的平均分數各為 0.82、0.86 及 0.87，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=2.56$, $p=.078$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.76 、 $p=.467 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能四」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

5. 技能五(S5) — 等腰梯形面積求法

三組樣本的平均分數各為 0.44、0.39 及 0.41，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.03$, $p=.966$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.53 、 $p=.589 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能五」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

6. 技能六(S6) — 平行線性質：同位角相等

三組樣本的平均分數各為 0.62、0.57 及 0.59，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.75$, $p=.472$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.41 、 $p=.667 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能六」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

7. 技能三(S7) — 等腰三角形頂點中線等於底邊中垂線

三組樣本的平均分數各為 0.68、0.69 及 0.68，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.31$, $p=.736$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.03 、 $p=.975 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能七」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

8. 技能三(S8) — 平行截線性質(中點連線性質)

三組樣本的平均分數各為 0.82、0.86 及 0.87，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=2.66$, $p=.078$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 0.76 、 $p=.467 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能八」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

9. 技能九(S9) — 同高三角形面積比等於底邊比

三組樣本的平均分數各為 0.48、0.57 及 0.56，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.34$, $p=.715$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 1.00 、 $p=.368 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能九」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

10. 技能十(S10) — 三角形中線定義

三組樣本的平均分數各為 0.53、0.62 及 0.61，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.71$, $p=.493$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值= 1.00 、 $p=.368 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能十」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

11. 技能十一(S11) — 三角形重心為三中線交點

三組樣本的平均分數各為 0.52、0.66 及 0.61，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=2.42, p=.089$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=1.75、 $p=.175 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能十一」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

12. 技能十二(S12) — 三角形重心到頂點與重心到對邊中點的距離比為 2：1

三組樣本的平均分數各為 0.71、0.74 及 0.74，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=0.88, p=.415$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=0.12、 $p=.887 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能十二」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

13. 技能十三(S13) — 三角形重心與頂點連線等分三角形面積

三組樣本的平均分數各為 0.57、0.68 及 0.60，其描述性統計量表如表 73，而變異數同質性檢定 Levene 檢定未達顯著($F=2.29, p=.102$)，則三組假設變異數相等，三組進行變異數分析考驗之 F 值=1.19、 $p=.306 > .05$ ，未達顯著水準，代表三組間在「技能十三」精熟程度表現並無顯著差異，其檢定結果摘要如表 74。

表 73

三組在各概念或技能精熟程度表現之描述性統計量摘要

測量變項	實驗組($n=61$)			對照組($n=63$)			全校其他班級($n=485$)		
	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI	M	SD	95%CI
技能一	0.67	0.27	[0.60,0.74]	0.65	0.30	[0.57,0.72]	0.67	0.28	[0.64,0.69]
技能二	0.69	0.26	[0.62,0.75]	0.70	0.29	[0.63,0.78]	0.72	0.27	[0.69,0.74]
技能三	0.45	0.34	[0.36,0.53]	0.43	0.35	[0.34,0.52]	0.46	0.33	[0.43,0.49]
技能四	0.82	0.29	[0.75,0.90]	0.86	0.26	[0.80,0.93]	0.87	0.26	[0.84,0.89]
技能五	0.44	0.28	[0.37,0.51]	0.39	0.27	[0.33,0.46]	0.41	0.27	[0.39,0.44]
技能六	0.62	0.25	[0.55,0.68]	0.57	0.29	[0.50,0.64]	0.59	0.29	[0.56,0.62]
技能七	0.68	0.27	[0.61,0.74]	0.69	0.25	[0.62,0.75]	0.68	0.26	[0.66,0.70]
技能八	0.82	0.29	[0.75,0.90]	0.86	0.26	[0.80,0.93]	0.87	0.26	[0.84,0.89]
技能九	0.48	0.45	[0.36,0.59]	0.57	0.44	[0.46,0.68]	0.56	0.45	[0.52,0.61]
技能十	0.53	0.45	[0.42,0.65]	0.62	0.44	[0.50,0.73]	0.61	0.43	[0.57,0.65]
技能十一	0.52	0.46	[0.40,0.64]	0.66	0.43	[0.56,0.77]	0.61	0.44	[0.57,0.65]
技能十二	0.71	0.45	[0.60,0.83]	0.74	0.42	[0.64,0.85]	0.74	0.42	[0.70,0.78]
技能十三	0.57	0.43	[0.46,0.68]	0.68	0.41	[0.58,0.78]	0.60	0.42	[0.56,0.64]

註：CI=信賴區間(Confidence Interval)

表 74

三組在各概念或技能精熟程度表現之變異數分析摘要

檢定變項	變易來源	<i>df</i>	<i>F</i>	η	<i>p</i>
技能一	組間	2	0.17	0.02	.842
	組內	606			
	總和	608			
技能二	組間	2	0.32	0.03	.727
	組內	606			
	總和	608			
技能三	組間	2	0.16	0.02	.849
	組內	606			
	總和	608			
技能四	組間	2	0.76	0.05	.467
	組內	606			
	總和	608			
技能五	組間	2	0.53	0.04	.589
	組內	606			
	總和	608			
技能六	組間	2	0.41	0.04	.667
	組內	606			
	總和	608			
技能七	組間	2	0.03	0.01	.975
	組內	606			
	總和	608			
技能八	組間	2	0.76	0.05	.467
	組內	606			
	總和	608			
技能九	組間	2	1.00	0.06	.368
	組內	606			
	總和	608			
技能十	組間	2	1.00	0.06	.368
	組內	606			
	總和	608			
技能十一	組間	2	1.75	0.08	.175
	組內	606			
	總和	608			
技能十二	組間	2	0.12	0.02	.887
	組內	606			

	總和	608			
	組間	2	1.19	0.06	.306
技能十三	組內	606			
	總和	608			

由上述檢定可得知，對於全體學生，在各概念或技能精熟程度表現部分，假設 3-1、假設 3-2 及假設 3-3 均不成立，即「實驗組與對照組學生各概念或技能精熟程度沒有顯著差異」、「實驗組與其他班級學生各概念或技能精熟程度沒有顯著差異」和「對照組與其他班級學生各概念或技能精熟程度沒有顯著差異」。

綜合以上得知，分隔訊息呈現方式、串流式呈現方式和板書教學，對各概念或技能精熟程度並無顯著差異。這結果與選擇題成就測驗結果相同，如同上述陳述的四個原因有關。雖然以實驗來說是沒有顯著差異的，但就認知診斷評量的意義來說，可以發現在三角形重心的教學上，有幾個技能精熟程度是不足的，如若以 0.7 當作標準(超過 0.7 即視為此概念或技能精熟)，則全校學生在技能十、技能十一和技能十三這三個與教學內容相關技能平均表現上都是不精熟的。因此，在往後的教學上，要針對各概念或技能不精熟的學生設計教材來補救，這也是往後研究者可以研究的方向。

而接下來，將利用試題分析中，單參數對數模式來對試題難易度做探討，看是否在實施不同的教材設計下，對於試題難易度是否產生影響？



4.4 試題難易度相關假設討論

4.4.1 說明論證題試題難易度分析

假設 4-1 利用不同的教學方法下，對學生說明論證題難易度會產生影響。

本研究針對三角形重心兩個性質證明說明如下：

1. 第一題說明論證題

測驗性質：三角形三中線經過同一點

評分範圍：0 分~7 分

前述假設檢定：實驗組優於對照組，此兩組皆優於其他班級

2. 第二題說明論證題

測驗性質：三角形重心與頂點連線等分三角形面積

評分範圍：0 分~5 分

前述假設檢定：實驗組與對照組並無顯著差異，但兩組皆優於其他班級

本研究亦利用 Rasch 模型作分析難易度，難度值通常介於+3 與-3 之間，難度值越高表示對受試學生而言越困難，若難度值為負，則表示受試者認為較容易。而透過難度值的比較，可以判斷同一份試題對不同組別的難易程度。而兩題說明論證題分析結果如表 75、表 76，可以發現實驗組達到某程度的難度是最低的，而其次為對照組，最高的是其他班級，尤其第一題實驗組明顯的低。

表 75

第一題說明論證題難易度分析

	1 分	2 分	3 分	4 分	5 分	6 分	7 分
實驗組	-0.4	0.28	0.55	0.91	1.06	1.11	1.55
對照組	0.34	1.03	1.3	1.65	1.8	1.85	2.3
其他班級	1.7	2.39	2.66	3.01	3.16	3.21	3.66

表 76

第二題說明論證題難易度分析

	1 分	2 分	3 分	4 分	5 分
實驗組	-0.6	0.2	0.76	1.14	1.41
對照組	-0.43	0.36	0.93	1.3	1.58
其他班級	-0.03	0.76	1.33	1.7	1.98

綜合以上結果，就如同先前對學習成效的陳述一般，利用適性指標的設計原則，可以引導學生注意力，將其注意力用在所需要的地方，已可以降低說明論證題的難度(對照組的情況)，再加上利用分隔訊息的方式，分割整合訊息，讓認知資源不會超載，就能在更降低說明論證題的難度(實驗組的情況)。

4.4.2 選擇題成就測驗

假設 4-2 利用不同的教學方法下，對學生選擇題成就測驗難易度會產生影響。

本研究針對三角形重心教學內容，設計 20 題四選一的單選題，利用 Rasch 模型作分析難易度，難度值通常介於+3 與-3 之間，難度值越高表示對受試學生而言越困難，若難度值為負，則表示受試者認為較容易。而透過難度值的比較，可以判斷同一份試題對不同組別的難易程度。分析結果如表 77，如同前述學習成就及認知能力分析一般，大部分皆是對照組和其他班級的難度值較小，而其中第十二、十七、二十題實驗組難度值是三組中最小的，將對三題分析於後。

表 77

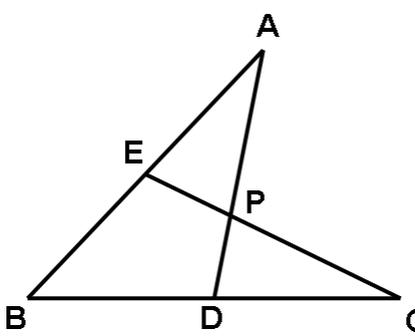
選擇題成就測驗難易度分析

	實驗組	對照組	其他班級	平均
第一題	-0.83	-1.31	-1.74	-1.29
第二題	-1.04	-1.05	-1.29	-1.13
第三題	-0.59	-1.16	-1.26	-1.00
第四題	-1.14	-0.58	-1.14	-0.95
第五題	-0.69	-0.57	-1.09	-0.78
第六題	-0.71	-0.66	-0.84	-0.74
第七題	-0.13	-0.15	-0.63	-0.30
第八題	0.13	-0.24	-0.60	-0.24
第九題	-0.07	-0.14	-0.69	-0.30
第十題	0.01	-0.42	-0.58	-0.33
第十一題	-0.39	-0.84	-0.39	-0.54
第十二題	-0.61	-0.23	-0.35	-0.40
第十三題	0.23	-0.84	-0.50	-0.37
第十四題	0.22	0.39	-0.41	0.07
第十五題	0.55	0.09	0.40	0.35
第十六題	0.40	0.46	0.39	0.42
第十七題	0.87	1.13	0.94	0.98
第十八題	0.79	1.12	0.72	0.88
第十九題	1.39	1.19	0.83	1.44
第二十題	1.84	2.53	1.85	2.07
平均	0.01	-0.06	-0.32	

第十二題，題目如下：

題目

如圖， D 為 \overline{BC} 中點、 E 為 \overline{AB} 中點，且 \overline{AD} 、 \overline{CE} 相交於 P 點，若四邊形 $PEBD$ 面積為 6，請問 $\triangle ABD$ 面積為何？

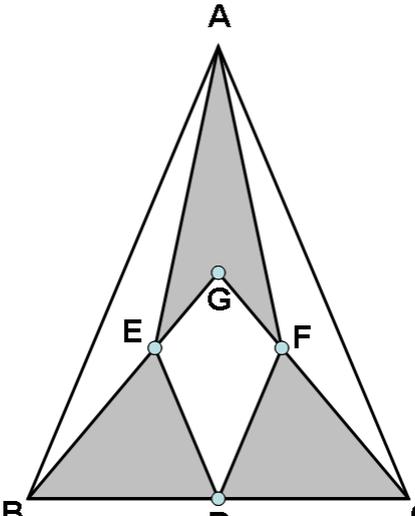


此題需要將 \overline{AC} 連接起來，才可形成三角形，雖然只利用到技能十二和技能十四，但相較於其他題，此題對學生而言並不直觀，並非制定的形式來解題。

第十七題

題目

右圖為火箭公司的商標，其設計方法及相關數據為：
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ 、 $\overline{BC} = 10$ ， D 為 \overline{BC} 中點，
 E 、 F 分別為 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ADC$ 的重心，
 延伸 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點。
 請問灰色面積為多少？



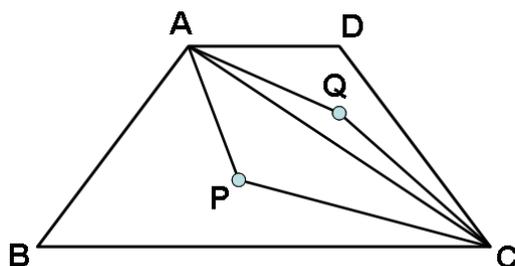
此題為研究者所自創的題目，解題方法為連接 \overline{AD} ，分為兩個三角形，再利用重心

性質解題，要利用到技能一、七、九、十四共四個技能，對學生而言比較少見且不是一眼及看穿的題目。

第二十題

如圖， $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，其中， $\overline{AD} = 3$ 、 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5$ 、 $\overline{BC} = 9$ ， P 、 Q 分別為 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 的重心，則四邊形 $APCQ$ 面積為多少？

題目



此題為本份試卷最難的一題(答對率 0.22)，解法為先計算此等腰梯形的面積，再分為兩個三角形，再利用重心與面積關係來解題，所使用技能為技能一、五、十四。

綜合以上分析，這三題對於學生而言都所於較為複雜的，如需要畫輔助線、需要分為兩個三角形、解題所需技能稍多或是學生較為少見類型，這符合之前對於選擇題成就測驗較無效果的原因討論。也就是若學生過度練習，則對於選擇題成就測驗而言，教材對其影響就不易顯示出效果，但若題目複雜度夠高(所需技能多)，學生不易一眼看出且需要理解概念才有辦法解決的試題，本研究教材在對內容分割處理、訊息凸顯方式，這些方式讓學習者產生獨立互動作用效應，且不會耗費無謂的認知資源，也就是對教材的外在認知處理少亦即降低外在認知負荷，而有更多的認知資源去進行衍生的認知處理亦即提昇有效認知負荷，產生更深層的學習結果。或者對於較不為學生所常見(需添輔助線、分為兩個三角形或為研究者自行設計)的類型題目，就可以看出教材對於試題難易度的影響。

也就是說，本研究教材對於複雜度高或學生較為不常見題目，利用此份教材會對其難易度造成影響，當然這需要更多的題目解釋。

4.5 研究結果摘要

將上述對於各研究假設面向的資料分析結果，依序呈現於後。

4.5.1 學習成就相關結果

對於學習成就相關研究假設檢定結果摘要如表 78

表 78

學習成就相關研究假設檢定結果摘要表

研究假設	結論
假設 1 學生在實施不同教材設計下，學習成就會產生影響。	
假設 1-1 實驗組與對照組學生的論證學習成效有顯著差異。	第一題說明論證題 實驗組 優於 對照組 第二題說明論證題 無顯著差異
假設 1-2 實驗組與對照組不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。	第一題說明論證題 高學習成就學生 無顯著差異 中學習成就學生 實驗組 優於 對照組 低學習成就學生 無顯著差異 第二題說明論證題 不同學習成就學生 皆無顯著差異
假設 1-3 實驗組與對照組學生的選擇題學習成效有顯著差異。	無顯著差異
假設 1-4 實驗組與對照組不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。	無顯著差異
假設 1-5 實驗組與其他班級學生的論證學習成效有顯著差異。	第一、二題說明論證題 實驗組 優於 其他班級



假設 1-6

實驗組與其他班級不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。

第一、二題說明論證題
高學習成就學生
實驗組 優於 其他班級
中學習成就學生
實驗組 優於 其他班級
低學習成就學生
無顯著差異

假設 1-7

實驗組與其他班級學生的選擇題學習成效有顯著差異。

無顯著差異

假設 1-8

實驗組與其他班級不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

無顯著差異

假設 1-9

對照組與其他班級學生的論證學習成效有顯著差異。

第一、二題說明論證題
皆有顯著性差異

假設 1-10

對照組與其他班級不同學習成就學生的論證學習成效有顯著差異。



第一題說明論證題
高學習成就學生
對照組 優於 其他班級
中學習成就學生
對照組 優於 其他班級
低學習成就無顯著差異
第二題說明論證題
高學習成就學生
無顯著差異
中學習成就學生
對照組 優於 其他班級
低學習成就學生
無顯著差異

假設 1-11

對照組與其他班級學生的選擇題學習成效有顯著差異。

無顯著效果

假設 1-12

對照組與其他班級不同學習成就學生的選擇題學習成效有顯著差異。

無顯著差異

4.5.2 各認知能力相關結果

對於各認知能力相關研究假設檢定結果摘要如表 79
表 79

各認知能力相關研究假設檢定結果摘要表

研究假設	結論
假設 2 學生在實施不同教材設計下，各認知能力的表現會產生影響。	
假設 2-1 實驗組與對照組學生各認知能力的表現有顯著差異。	無顯著差異
假設 2-2 實驗組與對照組不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。	「概念理解」認知能力 皆無顯著差異 「程序執行」認知能力 皆無顯著差異 「解題思考」認知能力 皆無顯著差異
假設 2-3 實驗組與其他班級學生各認知能力的表現表現有顯著差異。	無顯著差異
假設 2-4 實驗組與其他班級不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。	「概念理解」認知能力 皆無顯著差異 「程序執行」認知能力 皆無顯著差異 「解題思考」認知能力 皆無顯著差異
假設 2-5 對照組與其他班級學生各認知能力的表現有顯著差異。	無顯著差異
假設 2-6 對照組與其他班級不同學習成就學生各認知能力的表現有顯著差異。	無顯著差異



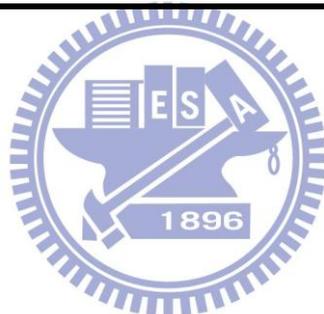
4.5.3 各概念或技能精熟程度相關結果

對於各概念或技能熟練程度相關研究假設檢定結果如表 80

表 80

各概念或技能熟練程度相關研究假設檢定結果摘要表

研究假設	結論
假設 3 學生在實施不同教材設計下，各概念或技能精熟程度會產生影響。	
假設 3-1 實驗組與對照組學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。	無顯著差異
假設 3-2 實驗組與其他班級學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。	無顯著差異
假設 3-3 對照組與其他班級學生各概念或技能精熟程度有顯著差異。	無顯著差異



第五章研究結論與建議

本研究是以國三課程中三角形重心的兩個性質進行教學設計，在激發式動態教學環境下，利用適性指標設計原則及分隔訊息方法呈現教材，針對常態教學學生探討在教材設計不同前題下，其學習成效及概念或技能精熟程度，並利用試題分析探討難易度的差別。本研究採取準實驗研究法進行實驗設計，以下根據研究結果與分析，歸納出結論與建議，以作為後續研究的參考。

5.1 研究結論

1. 學習成就部分結論

- (1) 在第一題說明論證題部分，全體學生利用「適性指標加上分隔訊息方法」學習表現優於利用「適性指標加上串流式呈現」學習表現。
- (2) 在第一題說明論證題部分，「中學習成就學生」利用「適性指標加上分隔訊息方法」學習表現優於利用「適性指標加上串流式呈現」學習表現。
- (3) 在說明論證題部分，全體學生利用「適性指標加上分隔訊息方法」學習表現優於利用「傳統式板書教學」學習表現。
- (4) 在說明論證題部分，「高、中學習成效學生」利用「適性指標加上分隔訊息方法」學習表現優於利用「傳統式板書教學」學習表現。
- (5) 在說明論證題部分，全體學生利用「適性指標加上串流式呈現」學習表現優於「傳統式板書教學」學習表現。
- (6) 在說明論證題部分，「高學習成效學生」利用「適性指標加上串流式呈現」學習表現優於「傳統式板書教學」學習表現。
- (7) 在第一題說明論證題部分，「中學習成效學生」利用「適性指標加上串流式呈現」學習表現優於「傳統式板書教學」學習表現。

2. 認知能力部分與各概念或技能精熟程度部份結論，皆無顯著差異

3. 試題難易度的影響

- (1) 「適性指標加上分隔訊息方法」與「適性指標加上串流式呈現」能有效的降低說明論證題的難度。
- (2) 「適性指標加上分隔訊息方法」與「適性指標加上串流式呈現」能有效的降低部分選擇題成就測驗的難度。

5.2 建議

回顧整個研究過程與結論，提出以下研究建議可使研究更完備：

1. 樣本的選擇

本研究施測的對象為國中三年級學生，因為接近國中基本學力測驗，學生無不加快腳步的學習，所以許多學生會先行預習或去補習班先學習上課內容，且容易對試題有過度練習的現象，而使得實驗研究受影響。再者，國中三年級學生許多學習習慣已成形，所改變的教學方式不見得會幫助學生學習，有時只是與其習慣抵觸而已。因此，建議往後研究盡可能避免國三學生，以利受測者情況的掌握。

2. 增加前測

誠如上述樣本的選擇，學習者可能已在教學進行前學習過教學內容，若能進行前測即可對學生的起始行為有更準確的掌握。而本研究因採用第二次數學段考成績來當作起使行為，並未針對三角形重心實施前測，故對於學生是否有過度練習或者先補習的狀況不了解。因此，建議往後研究實驗前先進行前測以利掌握受試者起始狀況。

3. 增加自行編製的試題比例

本研究測驗試題，主要根據國中基本學力測驗及教科書上內容進行篩選及編製，自行編製題目比例較低。雖然大型測驗的題目有其信效度，但若學生對於學習內容有過度練習的狀況，太常於被練習的題目，出現在施測試題中，即可能會對學習成效的評估產生誤差。因此，建議在信效度可接受的範圍內，增加自行編製的題目，較能貼近真正教材所造成的學習成效。

4. 增加工作示例

本研究教材只針對三角形重心兩個性質作證明的展示，並未對三角形重心相關例題演示，可能是造成選擇題成效不佳的因素之一。且課堂中，教學者總會利用例子來對學生說明解釋，完全不用例子可能會對學生學習習慣造成衝擊，而影響效果。

5. 增加延後測

本研究因考量到學生接近國中基本學力測驗，正為升學作努力，且在寒假中，會有複習的動作，所以沒有實施延後測。但若增加延後測，除了能探討當下學生學習成效，也能了解相關知識的保留程度為何，更能深入探討教材對學習的影響。

6. 資加質化分析

教學效果雖可以收集到測驗結果的量化分析，但學生對教材及教學過程的感受卻無法透過測驗數據觀察得知，若能增加與學習者晤談，便能更清楚學習者感受，並可作為

教材改善的參考依據，而更能設計出貼近學習者的教材。

7. 繼續進行補救教學階段

本研究有採用認知診斷評量來作為研究方法，而藉由認知診斷評量可以得知學習者在概念或技能上的缺失，而教學者若能針對其缺失進行補救教學，這才是教學的真正目的，也更能充分發話認知診斷評量的功能。

8. 教學多利用分隔訊息方式

根據研究結果，可以知道利用分隔訊息方式有效幫助學生管理有限的認知資源，在使其不超載的情況下，能對學習內容做充分的認知處理，以達到良好的學習成果。不論是對於論證內容的部份，對於一般教學內容相信也可以有很好的效果。並能在板書教學中，多多利用適性指標，來協助學習者做視覺搜尋及引導學習者注意力於主要訊息上。也就是改進板書呈現的方式以符合適性指標設計原則。



5.3 未來研究

1. 增加其他論證內容

本研究教學內容為三角形重心之兩個性質，對於如果要評估教材對哪種類型的說明論證題有影響，只挑選兩個性質證明，並不足以代表全部。因此，未來可以參考本研究方法與實驗設計，針對其他非三角形重心教學內容作研究，並也利用認知診斷評量來作為分析學生知識結構的方法，依其結果並進行補救教學。研究者認為適性指標加上分隔訊息的方法對其他論證內容亦可有良好影響。

2. 增加研究對象

本研究成果僅限於某國中三年級學生，無法推論到其他地區的學生。因此，未來可以將研究對象擴大為某個縣市的學校，甚至可以從國三所學的論證研究延伸到高中的幾何課程可研究，應可發現更多不一樣的效果。

3. 進行補救教學

本研究發現學生在學習三角形重心上對於技能十、技能十一、技能十三精熟程度全校平均不到 0.7。建議可以針對這個現象設計教材，對學生進行補救教學的實驗，去探討何者的教學設計可以有效幫忙上述三個技能的精熟程度。也可探討是否多個概念一起補救或者單一概念進行補救的成效差異為何，進而可以提供未來補救教學使用的教學策略或方法。達成教學與評量一體的目標，即透過評量了解學生不足之處，再利用教學補救學生能力，形成良好的循環。

參考文獻

中文部分

- 方淑美 (2008)。應用數位工具探討三角形三心概念的教學成效 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dncldr&s=id=%22096NCTU5726074%22.&searchmode=basic>
- 王文科、王智弘 (2009)。教育研究法。台北市: 五南圖書。
- 王文卿 (2010)。DINA 模式與 G-DINA 模式參數估計比較 (未出版碩士論文)。國立臺中教育大學，台中市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dncldr&s=id=%22098NTCTC629023%22.&searchmode=basic>
- 余民寧 (1995)。認知診斷測驗的發展趨勢。教育研究雙月刊，45，14-22。
- 余民寧 (2003a)。教育測驗與評量—成就測驗與教學評量。台北: 心理出版社。
- 余民寧 (2003b)。線上認知診斷評量模式之研究: 以國小數學科低成就學生為對象 (1/2)(2/2)。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告 (編號: NSC-90-2614-S-004-011(1/2)、NSC-91-2521-S-004-011(1/2))，未出版。
- 吳明隆 (2007)。SPSS 統計應用學習實務: 問卷分析與應用統計。台北縣: 知城圖書。
- 吳帝瑩 (2008)。激發式動態呈現教學設計之研究-以一個排列組合問題為例 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dncldr&s=id=%22096NCTU5726052%22.&searchmode=basic>
- 呂益昇 (2005)。國三學生三角形外心與內心概念學習之困難因素及類比教學實驗的探討 (未出版碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dncldr&s=id=%22094NTNU5479006%22.&searchmode=basic>
- 呂鳳琳 (2009)。幾何證明不同文本呈現方式對學生認知負荷與閱讀理解影響之研究 (未出版碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dncldr&s=id=%22098NTNU5479019%22.&searchmode=basic>

- 宋曜廷 (2000)。先前知識文章結構和多媒體呈現對文章學習的影響 (未出版博士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22088NTNU0328003%22.&searchmode=basic>
- 李鈴茹 (2009)。教材設計與解說方式對於學習表現和眼動影響之初探-以三角形內角題目為例 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22097NCTU5726046%22.&searchmode=basic>
- 林煜庭 (2008)。適性指標：多媒體學習中一種基於視覺認知理論的引導方式 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22096NCTU5726013%22.&searchmode=basic>
- 林福來 (2003)。青少年數學概念學習研究—子計畫十四：青少年數學論證能力發展研究(3/3)。行政院國家科學委員會專題研究計畫報告 (編號：NSC91-2522-S-003-002)，未出版。
- 洪榮忠 (2008)。激發式動態呈現教學設計之研究-以二元一次方程式的圖形為例 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22096NCTU5726031%22.&searchmode=basic>
- 涂金堂 (2003)。認知診斷評量的探究。南師學報：教育類，37(2)，67-97。
- 翁嘉鴻 (2001)。以認知負荷觀點探討聽覺媒體物件之媒體呈現方式對學習成效之影響 (未出版碩士論文)。國立中央大學，桃園縣。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22089NCU00396033%22.&searchmode=basic>
- 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要。台北市：教育部。
- 郭生玉 (1999)。心理與教育測驗。台北縣：菁華。
- 郭秀緞 (2006)。以認知負荷理論探討數學問題設計與後設認知策略教學對國小高年級學生數學解題之影響 (未出版博士論文)。國立高雄師範大學，高雄市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22094NKNU0332115%22.&searchmode=basic>
- 陳明璋 (2008)。一個以授課為導向之數位教材設計及展演環境—Activate Mind Attention (AMA) 系統。國民教育，48(6)，57-63。

- 陳滿 (2003)。國小五年級學童數學推理能力之研究~以 BBS 為工具 (未出版碩士論文)。臺中師範學院，台中市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22091NTCT1480017%22.&searchmode=basic>
- 葉子榕 (2010)。激發式動態教學對學習成效與認知負荷影響之研究 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22098NCTU5395013%22.&searchmode=basic>
- 謝東育 (2008)。激發式動態呈現教學設計之研究—以代數為例 (未出版碩士論文)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22097NCTU5726048%22.&searchmode=basic>
- 謝銘祥 (2007)。幾何探索軟體的開發與補救教學研究—以三角形三心探索為例 (未出版碩士論)。國立交通大學，新竹市。取自
<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/gs32/gswweb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22095NCTU5726056%22.&searchmode=basic>



英文部分

- Anastasi, A. (1967). Psychology, psychologists, and psychological testing. *American Psychologist*, 22(4), 297-306.
- Atkinson, C., & Mayer, R. E. (2004). *Five ways to reduce PowerPoint overload: E-Book*, Los Angeles, CA: Sociable Media.
- Baddeley, A. (1992). Working memory. *Science*, 255(5044), 556-559.
- Bloom, B. S., & Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain.
- Chandler, P., & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction*, 8(4), 293-332.
- Chen, M. J., & Tan, N. C. (2007). *A study of interactive mathematical environments for teacher with trigger-based animation*. Paper presented at the Asian Technology Conference in Mathematics.
- Clark, J. M., & Paivio, A. (1991). Dual coding theory and education. *Educational Psychology Review*, 3(3), 149-210.
- Clark, R. C., & Mayer, R. E. (2008). *E-learning and the science of instruction: Proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning (2 ed.)*, San Francisco, CA Hoboken, NJ: Pfeiffer ; Wiley.
- de la Torre, J. (2009a). DINA model and parameter estimation: A didactic. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 34(1), 115-130.
- de la Torre, J. (2009b). A cognitive diagnosis model for cognitively based multiple-choice options. *Applied Psychological Measurement*, 33(3), 163-183.
- de la Torre, J., & Douglas, J. A. (2004). Higher-order latent trait models for cognitive diagnosis. *Psychometrika*, 69(3), 333-353.
- de la Torre, J., & Douglas, J. A. (2008). Model evaluation and multiple strategies in cognitive diagnosis: An analysis of fraction subtraction data. *Psychometrika*, 73(4), 595-624.
- de la Torre, J., & Lee, Y. S. (2010). A Note on the Invariance of the DINA Model Parameters. *Journal of Educational Measurement*, 47(1), 115-127.
- Doignon, J. P., & Falgagne, J. C. (1999). *Knowledge spaces*. New York: Springer.

- Doornik, J. (2003). Object-oriented matrix programming using Ox (Version 3.1)[Computer software]. *London: Timberlake Consultants.*
- Gerjets, P., Scheiter, K., & Catrambone, R. (2006). Can learning from molar and modular worked examples be enhanced by providing instructional explanations and prompting self-explanations? *Learning and Instruction, 16*(2), 104-121.
- Henson, R., & Douglas, J. (2005). Test construction for cognitive diagnosis. *Applied Psychological Measurement, 29*(4), 262-277.
- Junker, B. W., & Sijtsma, K. (2001). Cognitive assessment models with few assumptions, and connections with nonparametric item response theory. *Applied Psychological Measurement, 25*(3), 258.
- Kalyuga, S., Ayres, P., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). The expertise reversal effect. *Educational Psychologist, 38*(1), 23-31.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, Va: The Council.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia learning*. New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (2005). *The Cambridge handbook of multimedia learning*. New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning*. New York: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E., & Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist, 38*(1), 43-52.
- Nichols, P. D. (1994). A framework for developing cognitively diagnostic assessments. *Review of Educational Research, 64*(4), 575-603.
- Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J. (2003). Cognitive load theory and instructional design: Recent developments. *Educational Psychologist, 38*(1), 1-4.
- Sheehan, K. M. (1997). A Tree Based Approach to Proficiency Scaling and Diagnostic Assessment. *Journal of Educational Measurement, 34*(4), 333-352.
- Sweller, J. (2010). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review, 22*(2), 123-138.
- Sweller, J., Van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review, 10*(3), 251-296.

- Tatsuoka, K. K. (1995). Architecture of knowledge structures and cognitive diagnosis: A statistical pattern recognition and classification approach. In P. Nichols, S. F. Chipman, & P. L. Brennan (Eds.), *Cognitively Diagnostic Assessment*, 327-359, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- van Merriënboer, J. J. G., & Sweller, J. (2005). Cognitive load theory and complex learning: Recent developments and future directions. *Educational Psychology Review*, 17(2), 147-177.
- Wittrock, M. C. (1989). Generative processes of comprehension. *Educational Psychologist*, 24(4), 345-376.



附錄

附錄一：證明題施測題目

第二部分：【說明題】：請說明下列敘述的正確性。

一、請說明三角形三中線是否會經過同一點？

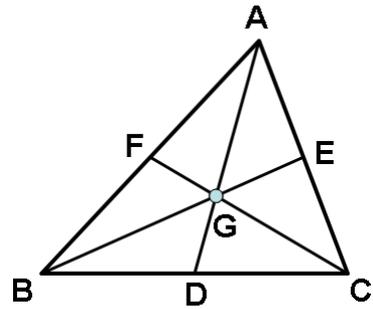
(敘述原因)



二、如圖，請簡單說明六個小三角形面積是否會相等？

即 $\triangle AGF = \triangle FGB = \triangle BGD = \triangle DGC = \triangle CGE = \triangle EGA$ (G 為 $\triangle ABC$ 重心)

(敘述原因)



附錄二：選擇題成就測驗預試題目

國中三年級 【三角形重心】概念診斷 預測試題

試題說明：此份試題為診斷國中生於【三角形重心】認知診斷之預測題目，題目形式皆為選擇題。

每題皆有一正確選項或最適合答案！請各位同學細心作答！謝謝

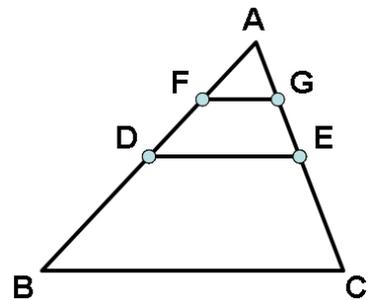
班級：__

姓名：_____

1. 如圖， $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{AB} 中點， E 為 \overline{AC} 中點，連接 \overline{DE} ，

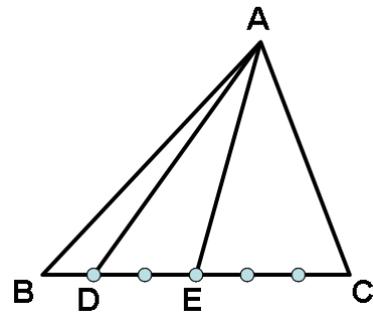
F 為 \overline{AD} 中點， G 為 \overline{AE} 中點，連接 \overline{FG} ，請問下列敘述何者錯誤？

- (A) $\overline{FG} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BC}$
 (B) $\overline{FG} : \overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 2 : 3$
 (C) $4\triangle AFG = \triangle ADE$
 (D) $4\triangle ADE = \triangle ABC$



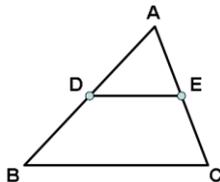
2. 如圖，將 \overline{BC} 做六等分， D 和 E 分別為第一和第三等分點，請問下列面積比何者錯誤？

- (A) $\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 1$
 (B) $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 5$
 (C) $\triangle ABD : \triangle ACE = 1 : 3$
 (D) $\triangle ABD : \triangle ADE = 1 : 4$

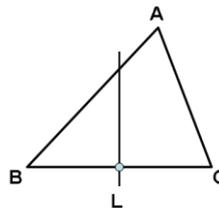


3. 下列何者為 $\triangle ABC$ 的中線？

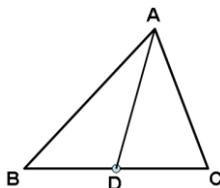
(A) $\overline{AD} = \overline{DB}$ ， $\overline{AE} = \overline{EC}$



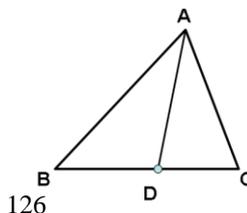
(B) L 平分 \overline{BC} ，且垂直 \overline{BC}



(C) $\overline{BD} = \overline{DC}$



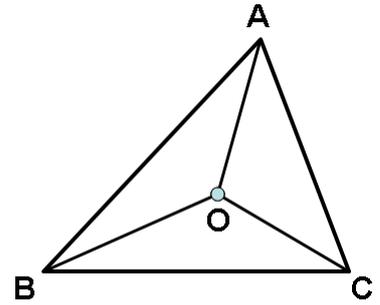
(D) $\angle BDA = \angle DAC$



4. 如圖， $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AC} = 5$ ，若 O 為 $\triangle ABC$ 之重心，

則 $\triangle ABO$ 面積： $\triangle BCO$ 面積： $\triangle CAO$ 面積 = ?

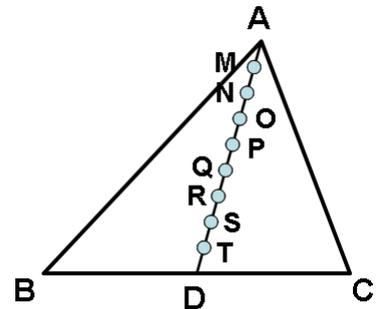
- (A) $\frac{1}{7} : \frac{1}{6} : \frac{1}{5}$
 (B) $5 : 6 : 7$
 (C) $49 : 36 : 25$
 (D) $1 : 1 : 1$



5. 如圖， $\triangle ABC$ 中 D 為 \overline{BC} 的中點，今將 \overline{AD} 做 9 等分，

得到 8 個等分點依序為 M 、 N 、 O 、 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，
 何者為 $\triangle ABC$ 的重心？

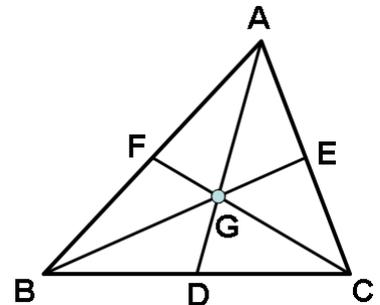
- (A) R 點
 (B) Q 點
 (C) P 點
 (D) O 點



6. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD} = \overline{CD}$ 、 $\overline{CE} = \overline{EA}$ 、 $\overline{AF} = \overline{BF}$ ， \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 相交於 G 點，

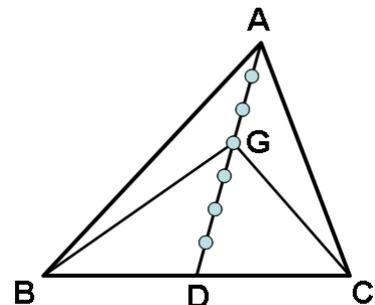
若 $\overline{AD} = 8$ 、 $\overline{BE} = 9$ 、 $\overline{CF} = 10$ 則 $\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = ?$

- (A) 27
 (B) 18
 (C) $\frac{27}{2}$
 (D) 9



7. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ，且 $\overline{AG} : \overline{GD} = 4 : 3$ ，請問 $\triangle AGB : \triangle AGC = ?$

- (A) $1 : 1$
 (B) $1 : 2$
 (C) $4 : 3$
 (D) $3 : 4$

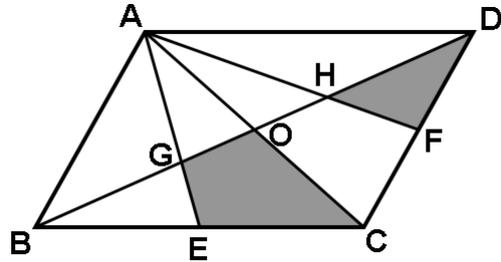


8. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，若 E 、 F 分別為 \overline{BC} 、 \overline{CD} 的中點，

且兩對角線 \overline{AC} 、 \overline{BD} 相交於 O ， \overline{AE} 、 \overline{AF} 分別交 \overline{BD} 於 G 、 H ，

則四邊形 $GECD$ ： $\triangle HFD$ 為何？

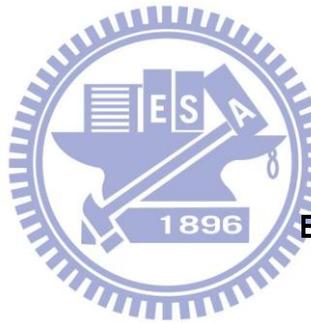
- (A) 3 : 2
- (B) 2 : 1
- (C) 1 : 1
- (D) 3 : 1



9. 矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AD} = 8$ ，若 G_1 、 G_2 分別為 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心，

則 $\overline{G_1G_2} = ?$

- (A) 5
- (B) $\frac{10}{3}$
- (C) $\frac{8}{3}$
- (D) 2

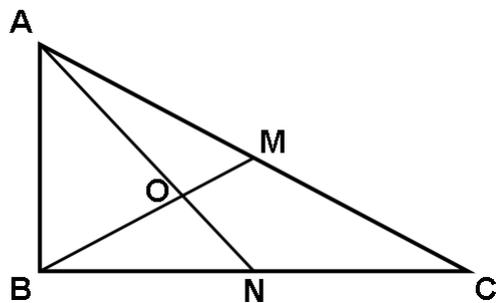


10. 如圖， $\triangle ABC$ 中，其中 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 15$ ，

M 、 N 分別為 \overline{AC} 、 \overline{BC} 的中點， \overline{AN} 、 \overline{BM} 相交於 O 點，

請問下列何者敘述正確？

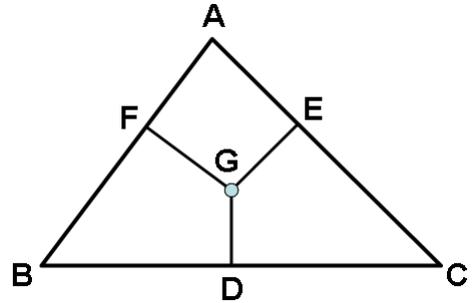
- (A) 四邊形 $ONCM$ 面積 = $\triangle ABO$ 面積
- (B) $\triangle AMO$ 面積 = 20
- (C) $\overline{BO} = \frac{17}{6}$
- (D) $\overline{AO} = \overline{BO}$



11. 如圖， $\triangle ABC$ 中， G 為重心， $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ ，

作 $\overline{GD} \perp \overline{BC}$ 、 $\overline{GE} \perp \overline{AC}$ 、 $\overline{GF} \perp \overline{AB}$ ，則 $\overline{GD} : \overline{GE} : \overline{GF} = ?$

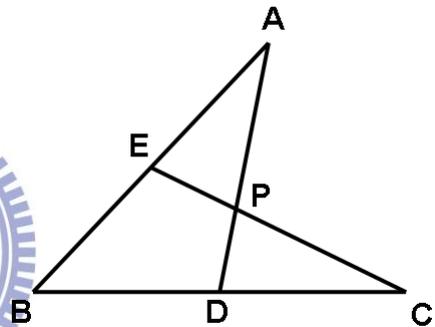
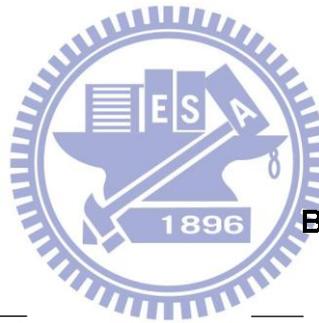
- (A) 1 : 1 : 1
- (B) 4 : 5 : 7
- (C) 7 : 5 : 4
- (D) 20 : 28 : 35



12. 如圖， D 為 \overline{BC} 中點、 E 為 \overline{AB} 中點，且 \overline{AD} 、 \overline{CE} 相交於 P 點，

若四邊形 $PEBD$ 面積為 6，請問 $\triangle ABD$ 面積為何？

- (A) 6
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 12

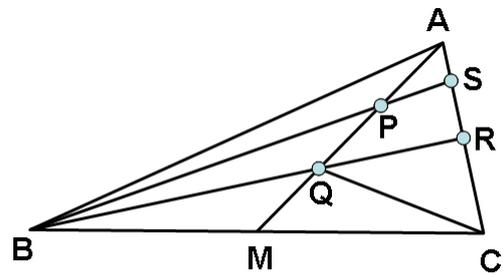


13. 如圖， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\overline{BC} > \overline{AC}$ ， P 、 Q 兩點在 \overline{AM} 上，其中 $\overline{AP} = \overline{PQ}$ ，

且 Q 為 $\triangle ABC$ 的重心。若兩直線 BP 、 BQ 與 \overline{AC} 分別交於 S 、 R 兩點，

則下列關係何者正確？

- (A) $\overline{AS} = \overline{SR}$
- (B) $\overline{AR} = \overline{RC}$
- (C) $\overline{QB} = \overline{QC}$
- (D) $\overline{QR} = 2\overline{PS}$

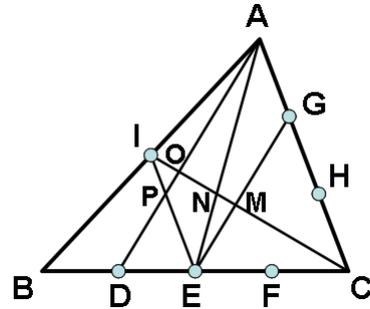


14. 如圖， $\triangle ABC$ 中 $D、E、F$ 將 \overline{BC} 四等分， $G、H$ 將 \overline{AC} 三等分， I 將 \overline{AB} 二等分，

\overline{AD} 分別交 \overline{CI} 、 \overline{EI} 於 $P、O$ 兩點， \overline{CI} 分別交 \overline{EG} 、 \overline{AE} 於 $M、N$ 兩點，

請問 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABE$ 的重心分別為何者？

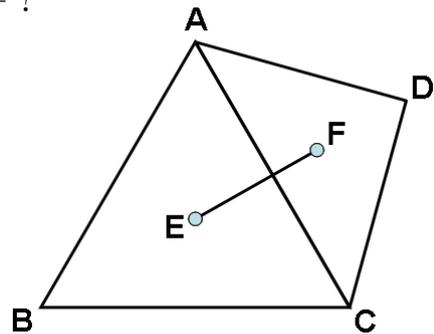
- (A) $N、O$
- (B) $N、P$
- (C) $M、O$
- (D) $M、P$



15. 如圖， $\triangle ABC$ 是正三角形， $\overline{AB} = 6$ ， $\triangle ADC$ 為等腰直角三角形， $\angle D = 90^\circ$ ，

若 E 為 $\triangle ABC$ 的重心， F 為 $\triangle ADC$ 的重心，則 $\overline{EF} = ?$

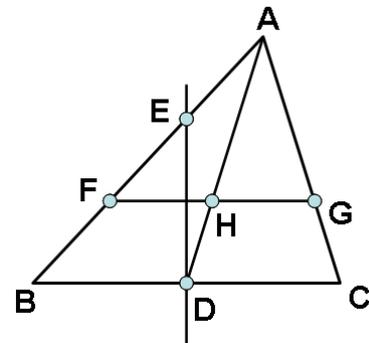
- (A) $\sqrt{3} + 1$
- (B) $\sqrt{3} + 2$
- (C) $\sqrt{2} + 1$
- (D) $\sqrt{2} + 2$



16. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{DE} 垂直且平分 \overline{BC} ，且恰好 $E、F$ 為 \overline{AB} 三等分點，

作 $\overline{FG} \parallel \overline{BC}$ 交 \overline{AD} 於 H 點，則下列敘述何者錯誤？

- (A) H 為 $\triangle ABC$ 的重心
- (B) $\overline{ED} \perp \overline{FG}$
- (C) 四邊形 $HDCG$ 面積 $>$ $\triangle AHF$ 面積，
- (D) $\triangle AHG$ 面積 $= 2\triangle AED$ 面積，



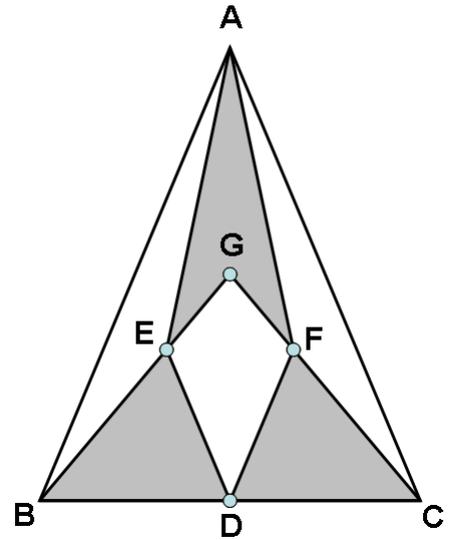
17. 右圖為火箭公司的商標，其設計方法及相關數據為：

$\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ 、 $\overline{BC} = 10$ ， D 為 \overline{BC} 中點，

E 、 F 分別為 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ADC$ 的重心，

延伸 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於 G 點。請問灰色面積為多少？

- (A) 20
- (B) 30
- (C) 40
- (D) 60

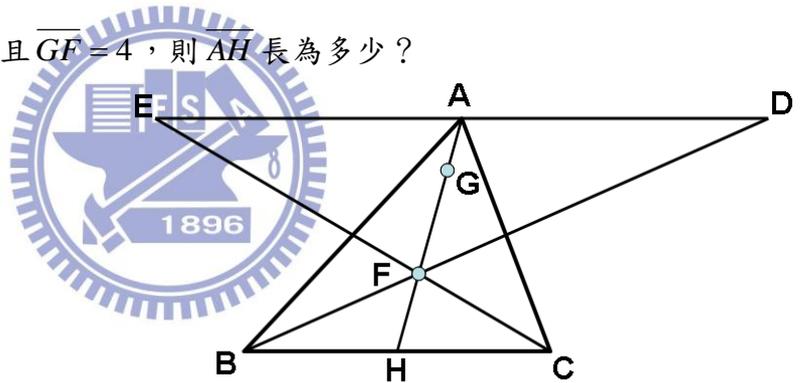


18. 如圖， $\triangle ABC$ 中，過 A 做 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，

且 \overline{BD} 平分 \overline{AC} 、 \overline{CE} 平分 \overline{AB} ，兩線段相交於 F 點。

若 G 點為 $\triangle FED$ 的重心，且 $\overline{GF} = 4$ ，則 \overline{AH} 長為多少？

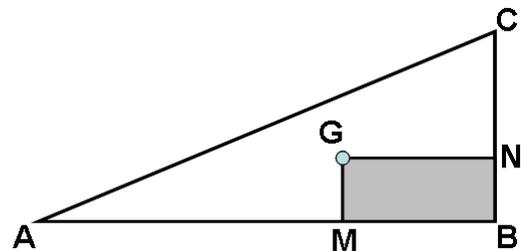
- (A) 8
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 12



19. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 為直角，其中， $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{BC} = 5$ ， G 為 $\triangle ABC$ 重心， $GMBN$ 為矩形，

則矩形 $GMBN$ 面積為多少？

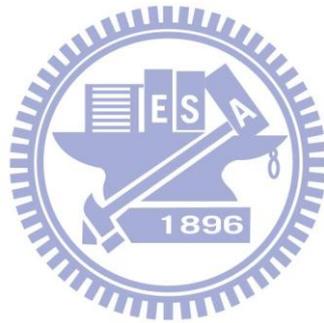
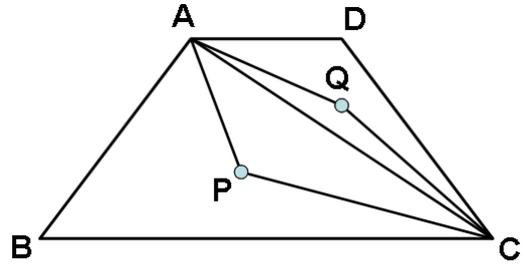
- (A) 10
- (B) 15
- (C) $\frac{15}{4}$
- (D) $\frac{20}{3}$



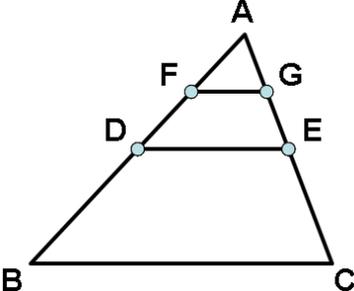
20. 如圖， $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，其中， $\overline{AD} = 3$ 、 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5$ 、 $\overline{BC} = 9$ ，

P 、 Q 分別為 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 的重心，則四邊形 $APCQ$ 面積為多少？

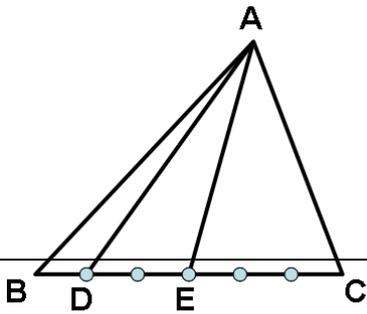
- (A) 8
- (B) 12
- (C) 15
- (D) 16



附錄三：施測試題技能分析表(節錄)

試題一		
題目內容	<p>如圖，$\triangle ABC$ 中，</p> <p>D 為 \overline{AB} 中點，E 為 \overline{AC} 中點，連接 \overline{DE}，</p> <p>F 為 \overline{AD} 中點，G 為 \overline{AE} 中點，連接 \overline{FG}，</p> <p>請問下列敘述何者<u>錯誤</u>？</p>	
選項分配	<p>(A) $\overline{FG} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{BC}$</p> <p>(B) $\overline{FG} : \overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 2 : 3$</p> <p>(C) $4\triangle AFG = \triangle ADE$</p> <p>(D) $4\triangle ADE = \triangle ABC$</p>	
技能	內容	有無
1	勾股定理：兩股平方和等於斜邊的平方	
2	平行四邊形性質：對角線互相平分	
3	同面積三角形，高與底邊成反比	
4	相似三角形面積比等於對應邊長平方比	
5	等腰梯形面積求法	
6	平行線性質：同位角相等	
7	等腰三角形頂點中線等於底邊中垂線	
8	平行截線性質(中點連線性質)	
9	同高三角形面積比等於底邊比	
10	三角形中線的定義	
11	三角形重心為三中線交點	
12	三角形重心到頂點與重心到中點的距離比為 2 : 1	
13	三角形重心與頂點連線等分三角形面積	
若有其他技能，請直接加入		

試題二

<p>題目內容</p>	<p>如圖，將 \overline{BC} 做六等分， D 和 E 分別為第一和第三等分點， 請問下列面積比何者<u>錯誤</u>？</p>
<p>選項分配</p>	<div style="text-align: right;">  </div> <p>(A) $\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 1$ (B) $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 5$ (C) $\triangle ABD : \triangle ACE = 1 : 3$ (D) $\triangle ABD : \triangle ADE = 1 : 4$</p>

技能	內容	有無
1	勾股定理：兩股平方和等於斜邊的平方	
2	平行四邊形性質：對角線互相平分	
3	同面積三角形，高與底邊成反比	
4	相似三角形面積比等於對應邊長平方比	
5	等腰梯形面積求法	
6	平行線性質：同位角相等	
7	等腰三角形頂點中線等於底邊中垂線	
8	平行截線性質(中點連線性質)	
9	同高三角形面積比等於底邊比	
10	三角形中線的定義	
11	三角形重心為三中線交點	
12	三角形重心到頂點與重心到中點的距離比為 2 : 1	
13	三角形重心與頂點連線等分三角形面積	

若有其他技能，請直接加入

試題三

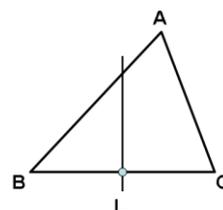
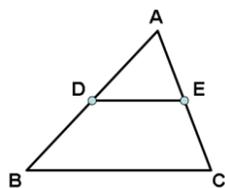
題目內容

下列何者為 $\triangle ABC$ 的中線？

選項分配

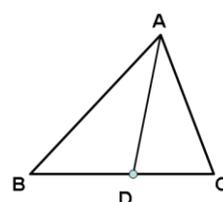
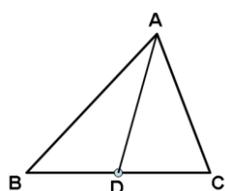
(A) $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$

(B) L 平分 \overline{BC} , 且垂直 \overline{BC}



(C) $\overline{BD} = \overline{DC}$

(D) $\angle BDA = \angle DAC$



技能	內容	有無
1	勾股定理：兩股平方和等於斜邊的平方	
2	平行四邊形性質：對角線互相平分	
3	同面積三角形，高與底邊成反比	
4	相似三角形面積比等於對應邊長平方比	
5	等腰梯形面積求法	
6	平行線性質：同位角相等	
7	等腰三角形頂點中線等於底邊中垂線	
8	平行截線性質(中點連線性質)	
9	同高三角形面積比等於底邊比	
10	三角形中線的定義	
11	三角形重心為三中線交點	
12	三角形重心到頂點與重心到中點的距離比為 2 : 1	
13	三角形重心與頂點連線等分三角形面積	

若有其他技能，請直接加入