

國立交通大學

理學院科技與數位學習學程

碩士論文

發展小數乘法數位化教學方案之行動研究



An Action Research of Designing and Implementing Computer
Integrated Conceptual Teaching Program on Decimal Multiplication

研究生：蘇純慧

指導教授：譚寧君、陳明璋

中華民國一百年六月



發展小數乘法數位化教學方案之行動研究

An Action Research of Designing and Implementing Computer Integrated
Conceptual Teaching Program on Decimal Multiplication

研究生：蘇純慧

Student : Chun-Huei Su

指導教授：譚寧君

Advisor : Ning-Chun Tan

陳明璋

Mingjang Chen

國立交通大學
理學院科技與數位學習學程



Submitted to Degree Program of E-Learning

College of Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Degree Program of E-Learning

June 2011

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一百年六月



發展小數乘法數位化教學方案之行動研究

學生：蘇純慧

指導教授：譚寧君、陳明璋 教授

國立交通大學理學院科技與數位學習學程

摘 要

本研究旨在依循ADDIE模式，運用AMA系統發展出「小數乘法」教學方案，包含設計教案、教學演示數位教材ppt。

研究方法採行動研究法，透過計畫、行動、省思及修正的循環歷程，完成本研究之教學方案。教學實施對象為研究者任教之國小三個五年級班級的學生。研究工具包括教學錄影、教材討論會議資料、教學檢討記錄、反思札記、形成性評量、學生態度問卷及學習成效問卷等。

依本研究結果提出之結論如下：

- 一、教師在設計教材之前，應分析現行教科書版本異同，此為設計教材的有效依據。
- 二、設計數位教材時考慮學生的背景知識、教材綱要、多媒體教材設計原則及學科教學知識，可有效降低學生的認知負荷，使學生達到更好的學習效果。
- 三、在發展教學方案過程中，透過與指導教授和同儕教師的討論，可逐步改善自行設計的教材，使之更加適性化。
- 四、學習者在學生學習態度量表大多數給予正面回應及評價，施測班級教師亦給予正面評價。
- 五、行動研究法與ADDIE模式的結合讓研究者對於發展數位教材有了更深入的認識，修正自身學科教學知識，教學策略更臻純熟。

關鍵字：ADDIE、AMA 系統、小數乘法、行動研究、學科教學知識

An Action Research of Designing and Implementing Computer Integrated Conceptual Teaching Program on Decimal Multiplication

Student : Chun-Huei Su

Advisors : Dr. Ning-Chun Tan
Dr. Mingjang Chen

Degree Program of E-Learning
National Chiao Tung University

ABSTRACT

This study aims at developing a computer integrated conceptual teaching program on decimal multiplication through ADDIE mode with AMA system. This program includes teaching plans, a power point file of digital teaching demonstrating material.

The teaching program is accomplished by an action research through the cycle process of plan, action, reflection and modification. The students in this action research are from three classes of fifth graders in the school where researcher works. The research tools include teaching videos, group discussion of teaching materials, teaching review record, reflection diary, formative evaluation, questionnaires of attitude and study result.

The findings of the study are stated as follows:

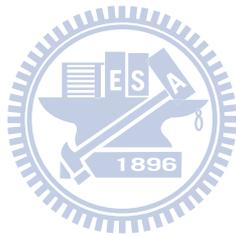
1. Before designing teaching materials, teachers are supposed to analyze the differences and similarities of each adapted math textbooks as an effective basis.
2. Researchers are supposed to consider the background knowledge of students, curriculum guidelines, principles of designing multimedia teaching materials and pedagogical content knowledge (PCK), which might reduce the cognitive load of students effectively, and help students reach better learning outcome.
3. In developing teaching plans, through discussion with advisors and co-teachers, researcher could modify teaching materials designing by self, and make it more adaptive to the pupils' needs.
4. Most learners give positive response and evaluation to the student learning attitude survey; teachers who give tests also place positive evaluation.
5. Through the combination of action research and ADDIE mode, the researcher gains deeper acquaintance and recognition to the developing of digital materials, and modifies pedagogical content knowledge and teaching strategies.

Keyword : ADDIE 、 AMA 、 decimal multiplication 、 action research 、 PCK

致 謝

感謝





目 次

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致 謝.....	iii
目 次.....	v
表 次.....	vii
圖 次.....	ix
一、緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究目的與待答問題.....	3
1.3 研究範圍與場域.....	3
1.4 名詞解釋.....	3
二、文獻探討.....	5
2.1 小數概念與教學.....	5
2.1.1 小數的意義與表徵.....	5
2.1.2 小數乘法的教學策略.....	11
2.2 小數乘法教材分析.....	13
2.2.1 九年一貫課程綱要與小數教材能力指標分析.....	13
2.2.2 不同教科書版本小數乘法佈題順序與方式之分析.....	15
2.3 AMA 系統.....	21
2.3.1 AMA 系統.....	21
2.3.2 激發式動態呈現.....	21
2.3.3 相關研究.....	23
2.4 多媒體學習理論.....	25
2.4.1 訊息處理學習論.....	25
2.4.2 認知負荷.....	27
2.4.3 多媒體學習理論.....	30
2.5 教學知識.....	34
2.5.1 學科教學知識.....	34
2.5.2 數學教學知識.....	36
三、研究方法.....	41
3.1 研究方法與架構.....	41
3.2 研究流程.....	43
3.3 研究情境.....	46
3.3.1 研究者.....	46
3.3.2 研究場所.....	47
3.3.3 研究對象.....	47

3.4 資料的蒐集與分析	48
3.4.1 資料的蒐集	48
3.4.2 資料的分析	49
四、小數乘法教學方案實踐歷程	51
4.1 分析階段	51
4.1.1 教材分析	51
4.1.2 研究情境分析	53
4.2 設計歷程	53
4.2.1 教學方案內容架構	53
4.2.2 單元教學目標	54
4.2.3 教學內容大綱	54
4.3 發展歷程	56
4.3.1 第一版教材跳脫不出教科書的框架	56
4.3.2 站在巨人的肩膀上—與文獻結合	58
4.3.3 科技始終來自於人性—把「教材」傳出去	64
4.3.4 教材演進史	66
4.4 小數乘法教學方案教學歷程	72
4.4.1 小數乘法教學方案第一節—小數的整數倍與整數的小數倍	72
4.4.2 小數乘法教學方案第二節—整數乘以小數	78
4.4.3 小數乘法教學方案第三節—小數乘以小數	80
4.4.4 小數乘法教學方案第四節—直式算則	84
4.5 評鑑	86
4.5.1 A 班形成性評量	86
4.5.2 C 班學習態度問卷	90
4.5.3 C 班學習成效問卷	93
五、結論與建議	95
5.1 結論	95
5.2 建議	97
參考文獻	98
中文部分	98
英文部分	100
附錄	102
附錄一：學生學習態度問卷	102
附錄二：學生學習成效問卷	103
附錄三：C 班學生學習態度量表後測	105
附錄四：C 班學生的學習成效量表前後測比較表	107
附錄五：小數乘法教學方案第一輪數位教材教案	110

表次

表 1	小數和整數比較表	7
表 2	小數和分數比較表	8
表 3	整數、分數及小數三種數系比較表	8
表 4	各版課程綱要小數乘法教材引入時機	13
表 5	64 年、82 年、90 年、92 年國小數學教材綱要比較表	14
表 6	90 年、92 年、97 年九年一貫課程綱要小數教材能力指標比較表	15
表 7	不同教科書版本小數教學單元分布表	16
表 8	不同教科書版本小數乘法教學題型引進順序表	16
表 9	各版本「小數 \times 整數」佈題方式比較表	17
表 10	各版本「整數 \times 小數」佈題方式比較表	18
表 11	各版本「小數 \times 小數」佈題方式比較表	20
表 12	激發式動態呈現的基本模式	22
表 13	適性指標基於視覺認知科學的設計原則	23
表 14	激發式動態呈現教學設計相關研究分析表	24
表 15	激發式動態呈現教學設計相關研究分析簡化表	25
表 16	MAYER 的多媒體設計原則分類表	31
表 17	數學教學知識分析表	38
表 18	資料來源的代號	49
表 19	各版本佈題方式異同表	52
表 20	小數乘法教學方案教學目標	54
表 21	教學內容大綱	55
表 22	第一版教材設計說明	56
表 23	教材貼心設計表	64
表 24	「小數的整數倍與整數的小數倍」題型演進表	66
表 25	「整數乘以小數」題型演進表	69
表 26	「直式算則」題型演進表	71
表 27	學生「小數的整數倍與整數的小數倍」解題類型表	78
表 28	A 班學生「整數 \times 小數(1)」解題方式表	87
表 29	A 班學生「整數 \times 小數(2)」解題方式表	89
表 30	C 班學生學習態度量表前測	90
表 31	C 班學生的學習態度量表對學習動機前後測比較表	91
表 32	C 班學生的學習態度量表後測—對資訊融入教學的想法	91
表 33	C 班學生的學習態度量表後測—認知負荷	92
表 34	C 班學生的學習態度量表後測—學習效果評估	92
表 35	學習成就問卷第 9 題分析	93
表 36	學習成就問卷第 10 題分析	94

表 37 學習成就問卷第 14 題分析.....	94
表 38 學習成就問卷第 18 題分析.....	94
表 39 學習成就問卷第 20 題分析.....	94



圖次

圖 1	小數相關概念結構圖.....	6
圖 2	丹尼積木與小數符號的分配情形.....	9
圖 3	小數倍的乘法活動.....	12
圖 4	小數乘法計算教學.....	13
圖 5	訊息處理心理歷程圖示.....	26
圖 6	學科教學知識概念圖.....	35
圖 7	學科教學科技知識概念圖.....	36
圖 8	數學教學知識模型(MKT).....	36
圖 9	研究架構圖.....	43
圖 10	數位學習課程發展與教學設計模式五個階段之關係圖.....	43
圖 11	研究流程.....	44
圖 12	班級座位表.....	48
圖 13	教學方案實踐歷程.....	51
圖 14	教學方案之內容架構圖.....	53
圖 15	第四版「小數 \times 整數」教材_1.....	72
圖 16	第四版「小數 \times 整數」教材_2.....	73
圖 17	第四版「整數 \times 小數」教材.....	74
圖 18	第四版「小數的整數倍與整數的小數倍」形成性評量_1.....	75
圖 19	第四版「小數的整數倍與整數的小數倍」形成性評量_2.....	75
圖 20	第四版「整數(連續量)乘以一位純小數」教材.....	77
圖 21	第六版「小數的整數倍與整數的小數倍」形成性評量.....	78
圖 22	第六版「整數(內容物為多個)乘以一位純小數」引起動機教材.....	79
圖 23	第六版「整數(內容物為多個)乘以一位純小數」教材.....	79
圖 24	第九版「小數乘以小數」教材_1.....	80
圖 25	第九版「小數乘以小數」教材_2.....	80
圖 26	第九版「小數乘以小數」教材_3.....	81
圖 27	第九版「小數乘以小數」教材_學生解題.....	82
圖 28	第九版「直式算則」引起動機教材.....	84
圖 29	第九版「直式算則」教材_1.....	84
圖 30	第九版「直式算則」教材_2.....	85
圖 31	第九版「直式算則」教材_3.....	85
圖 32	第九版「直式算則」教材_3.....	86
圖 33	A班學生「整數 \times 小數(1)」解題方式--圖解法.....	87
圖 34	A班學生「整數 \times 小數(1)」解題方式--分數乘法.....	88
圖 35	A班學生「整數 \times 小數(1)」解題方式--整數化.....	88
圖 36	A班學生「整數 \times 小數(1)」解題方式--直式算則.....	88

圖 37 A 班學生「整數×小數」解題方式變化圖	89
圖 38 C 班學生一星期使用電腦的平均時間圓餅圖.....	90
圖 39 C 班學習成就前後測難易度量表折線圖.....	93



一、緒論

1.1 研究背景與動機

在進入二十一世紀且處於高度文明化的世界中，數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力（教育部，2003），因此，如何讓學生的數學能力獲得提升，落實把每一位學生帶上來，是國民教育階段相當重要的課題。Hiebert, J. & Wearne, D.(1983)指出，近年來由於電腦與計算器的普及，以及公制測量的需要，小數已成為人人必備的一種數學語言(mathematic language)。而由「小數」的緣起來看，「小數」是因應人類生活中的需求而產生，故在日常生活中是極為普遍（林麗雲，2003）。隨著公制的需要，科技的發達，電腦和計算機的普及，小數被廣泛的應用在數學領域，成為現代人必備的數學語言。由此可發現，小數被大量的運用於我們的生活之中，也與我們的生活有密不可分的关系。

根據最近十多年的一些評量報告或研究結果發現學生在小數學習方面表現並不理想。更有一些研究指出學童學習整數時較少有困難，但在學習小數與分數時，就有許多困難，而學童學習小數時，常會因整數、分數概念而干擾（劉曼麗，2002），形成小數學習成就偏低的現象。另外，我國九年一貫數學暫行綱要，在與美國加州 k-12 數學課程內容標準的比較下，發現其內涵至少落後一至二年（鄭國順、王慶安，2003）。國際的比較、與高中課程銜接的問題、以及學生計算能力的下滑，使得暫行綱要尚未全面實施，便針對綱要內容進行調整與修正，並於民國九十二年公布正式綱要（教育部，2003），於九十四學年度起逐年實施九年一貫正式綱要（徐偉民、張敬苓，2008）。與暫行綱要相較，正式綱要將「小數的計算」提早至五年級進行教學，以至於國小小數教學現場同時面臨小數學習成就偏低與正式綱要難度向上提升的挑戰，親師生的壓力自然有增無減。因此，研究者希望針對此領域進行研究，然國內許多有關於小數的研究都屬於小數的診斷教學或迷思概念之探討，相對於如何實際改進小數教學之研究並不多見（張淑萍，2007），而其中以教師行動研究的方式針對教學現場設計教學方案的研究更是少數，此為促發研究者進行研究的動機之一。

在研究範圍的選擇上，本研究以國小五年級數學領域小數乘法單元為主，採 ADDIE 教學設計模式進行教學設計。ADDIE 是在實踐數位學習時最常運用的系統化教學設計 (Instructional System Design, ISD) 模式，系統化程序的實踐能讓教學設計順利地導入教學系統中（顏春煌，2010），包含分析(Analysis)、設計(Design)、發展(Development)、實施(Implementation)、評鑑(Evaluation)等五個階段。

而研究者以自行設計的方式來發展教學方案的緣起有二：其一，教科書在教學現場往往被視為教學依據，高新建研究發現國內 90% 以上的國小教師是按照課本來進行教學（高新建，1991）。就學生學習的層面來看，課程、教學及教科書皆影響著學生的學習，教科書更為學生學習的基本素材之一（余佳倫，2010）。縱看整個教育環境，可發現教科書仍引領著教學，教師及學生對其依賴甚深。教科書既為學生學習環境的一環，若合理審慎的處理，則能讓學生專注於學習，減少學生失誤的挫折，提升學生的學習興趣（教育部，2003）；但教師若過度依賴，不免易流於匠氣，或因沒有全盤的了解只能跟著教科書的腳步走，自然難以審視自己的教學，造成科目內橫向連結的遺漏，而學生的學習亦會受到影響，因此研究者希望藉由現行小數乘法教材分析來設計小數乘法教學方案，統整科目內的橫向連結。其二，研究者從大學階段即積極參與教學營隊，舉凡木鐸教育研究社、數學暨資訊教育學系學生梯隊等社團在每年寒暑假皆有出梯活動，在將

近十次的出梯經驗中每每都須自行設計教材，這也間接影響研究者利用教科書的能力，除了單純使用教科書，自行設計課程的多元性、適用性以及過程中的自我成長是研究者無法忘懷的。

面對變動的時代，數學教師需不斷的探究問題、發現問題並解決問題，行動研究就是最好的方式與做法。數學教師終日生活在現場教學中，最了解數學教學的困難和需求，能立刻察覺數學教學問題所在；在教室中與學生一起學習，利用觀察、訪問，了解學生的學習情形；能分析學生的數學解題，如考卷、作業、筆記、心得、數學作文等，進一步了解其學習情形。從這些第一手資料，教師生產自己的知識，改進教學，建構適合數學情境教學理論（李美穗，2004）。而研究者所進行的行動研究接近於「合作行動研究」，由研究者、數學教育學者、資訊媒體學者以及合作教師組成研究小組，藉以幫助研究者與教育實務工作者投身於教育現象本質的解析，並且能具體有效的發揮「將教育理論應用於實際」、「假實際經驗修正理論」的功能（甄曉蘭，1995）。

何謂教師專業？一個國小教師的教學專業能力從何判別？數學教師的專業素養必須具體表現於課程設計與教學研究，因此強化數學課程設計與數學教學行動研究，將有助於教師的專業發展（李美穗，2004）。教師對於課程的敏感度並非只能在選擇教科書版本時發揮，在課前準備及教學活動中即可展現教師專業。師資培育學者一直致力於思考專業教師應具備的知能。自從 Shulman(1986)倡導學科教學知識(pedagogical content knowledge, 簡稱 PCK)的概念之後，近二十年來學科教學知識一直在師資培育研究與相關事務上扮演重要角色（段曉林，2009）。目前在科學教育的領域當中，藉研究學科教學知識的觀點來提升教師在教學方面專業成長的探討已有豐富的研究成果（劉麗玲，2000；郭義章、段曉林，1998；江玉婷 1997），然而在數學教育方面以此為研究題材的論文為數不多，但這卻是專業數學教師應具備的知能，因此研究者期望透過發展小數乘法教學方案，自省學科教學知識能否增進。

現在的孩子所面對的生活型態已與前人大相逕庭，全面 e 化所帶來的影響也延燒至課堂之中。教育部在 90 年度至 94 年度的施政方針中均分別提到發展數位化教材，推動資訊融入教學模式（教育部，2001，2002，2003，2004，2005）。透過閱讀文獻可以發現資訊融入的相關研究大部分對於學習皆有顯著的效果，更有增加正向學習態度的附加價值（江鈞正，2004；柯重吉，2007；陳信銘，2008；曾千純，2002）。在硬體方面，除了常見的電腦及單槍投影機的設置，目前各級學校單位亦積極增置電子白板，數位化教材之研發也勢在必行。2004 年，AMA 系統(Activate Mind Attention)，原名數學簡報系統 (Mathematics Presentaion System；MathPS)，由交通大學陳明璋教授策劃研發。這套軟體以微軟的「PowerPoint」為基礎，改善原始簡報軟體對於數學操作性不足的部分，方便教學者設計教學檔案（邱建偉，2005）。該系統運用簡單的介面，重組 PowerPoint 的互動功能，提供一個按鈕式動態呈現(Button-based Animation)的教材呈現環境(Chen, 2003)，以步驟化與循序的方式，達到動態呈現、互動模式以及適性教學的效果（陳明璋，2006）。經多年教學實踐經驗發現，此系統對國中小教師發展以授課為導向的教學設計皆具正向效果，且多著重在圖解式動態呈現的表徵，因此 2008 年更名為激發式動態呈現教學設計(Trigger-based animation instructional design,TAID)，更促進了數學教材的發展。透過激發式動態呈現教學設計的操作便利與互動性，使用分解的按鈕操控，更有助於數學教材的視覺化理解（邱建偉，2005；張祐誠，2008；陳信銘，2008；彭元豐，2005；曾爰靜，2010；潘張杰，2008）。

綜合以上所述，研究者將以行動研究法的方式，採 ADDIE 教學設計模式，運用 AMA 系統進行國小五年級小數乘法教材設計與教學，並透過實證資料的分析、專家建議及教師教學心得，探討小數乘法教學設計與行動者的專業成長。

1.2 研究目的與待答問題

以行動研究法的方式，採 ADDIE 教學設計模式，運用 AMA 系統進行國小五年級小數乘法教材設計與教學，並透過實證資料的分析、專家建議及教師教學心得，探討小數乘法教學設計與教師知識。

根據上述研究動機，本研究目的為發展小數乘法教學方案以解決研究者教學上的需求，進而了解是否能提升學生學習成效，透過教學設計與實踐的歷程能促進行動者的專業成長。研究問題如下：

- (一) 分析現行國小教科書在國小數學小數乘法單元之教材有何差異？
- (二) 探討設計數位教材應考慮因素為何？可能遇見哪些困難？應如何解決？
- (三) 探討使用設計教材教學後之學生學習成效與學習動機如何？
- (四) 透過教學設計、實踐與反思的歷程，自省教師個人專業成長情形為何？

1.3 研究範圍與場域

- (一) 本研究採用國小五年級數學領域小數乘法單元作為課程發展範圍，僅探討小數乘法概念與計算。
- (二) 本研究是採用行動研究法，探討小數乘法概念教學設計、學生學習成就與教師專業成長。研究場域為科學園區實驗高級中學國小部，進行三個班級的施測。

1.4 名詞解釋

(一) 小數乘法數位化教學方案

本研究所指的「小數乘法教學方案」是以國小五年級下學期小數乘法單元為範圍，包含以 AMA 系統設計的數位教材及五節的教學活動，其中小數乘法範圍涉及「小數乘以整數」、「整數乘以小數」、「小數乘以小數」。



二、文獻探討

本研究旨在以行動研究法的方式，採 ADDIE 教學設計模式，運用 AMA 系統進行國小五年級小數乘法教材設計與教學，並透過實證資料的分析、專家建議及教師教學心得，探討小數乘法教學設計與教師知識。本章共分五節來探討相關文獻：第一節先探討小數概念與教學，以供教材設計與教學參考；第二節分析課程綱要與四種現行教科書版本小數乘法教材，了解國內小數乘法教學發展及改變的情形，以掌握教材設計順序、面向與涵蓋範圍；第三節為探討 AMA 系統、激發式動態呈現教學設計與其相關研究；第四節了解多媒體學習理論，包含教材設計原則和認知負荷理論；第五節探討數學教師知識的相關文獻，掌握教師自我反省與成長的要點。

2.1 小數概念與教學

傳統數學教學上，常把觀念與演算截然二分。然所謂能熟練數學的運算或計算，係指在能夠理解數學概念或演算規則的情況下，所進行的純熟操作。這種透過理解並能將觀念與計算結合的能力，才是演算能力（教育部，2008）。以郭幸華（2006）調查大臺北地區公立國小高年級學童小數概念的現況為例，研究結果發現受試國小高年級學童小數概念現況中，五成以上的五年級學童不能理解小數符號意義；對於小數符號結構概念表現亦不佳；且未能理解小數應用之意涵。可見小數概念至高年級仍須再次統整於課程之中，因此，研究者在這一節中將針對國小現行課程中，小數課程會涉及的小數概念作分析並了解相關教學策略，分為「小數意義與表徵」及「小數乘法的教學策略」這兩個部分進行文獻探討。

2.1.1 小數的意義與表徵

在這一小節中分成三部分敘述，第一是小數的相關概念；第二是小數與整數、分數的關係；第三部分是小數知識的連結與表徵。

一、小數的相關概念

在我們的日常生活中，許多都要涉及有關的數學領域，小數在我們生活的週遭更是隨處可見，如標示里程數的1.2 公里、加油站的油品價格26.5 元、大賣場中飲料的容量1.25 公升等，因此小數在我們的日常生活中的使用是僅次於整數，使用最多的。

Frobisher等人(1999)提出，小數的概念是擴展到一個比1小的數字系統，因此位值以10為基底。為了延伸整數位值系統，小數的學習需透過以10為基底的積木來學習，並以 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$ 、 $\frac{1}{1000}$ 等新單位來命名。小數的計算包含加減乘除，可能會被教師認為僅是整數四則運算的延伸，但對學生而言卻不一定是見容易的事，尤其是複雜的乘除計算更需要付出時間與努力。從圖1中，我們可以發現小數的相關概念是一個複雜的體系，學生如果能在小學階段對小數有清楚的概念與認識，便能為往後的學習打下良好的基礎。

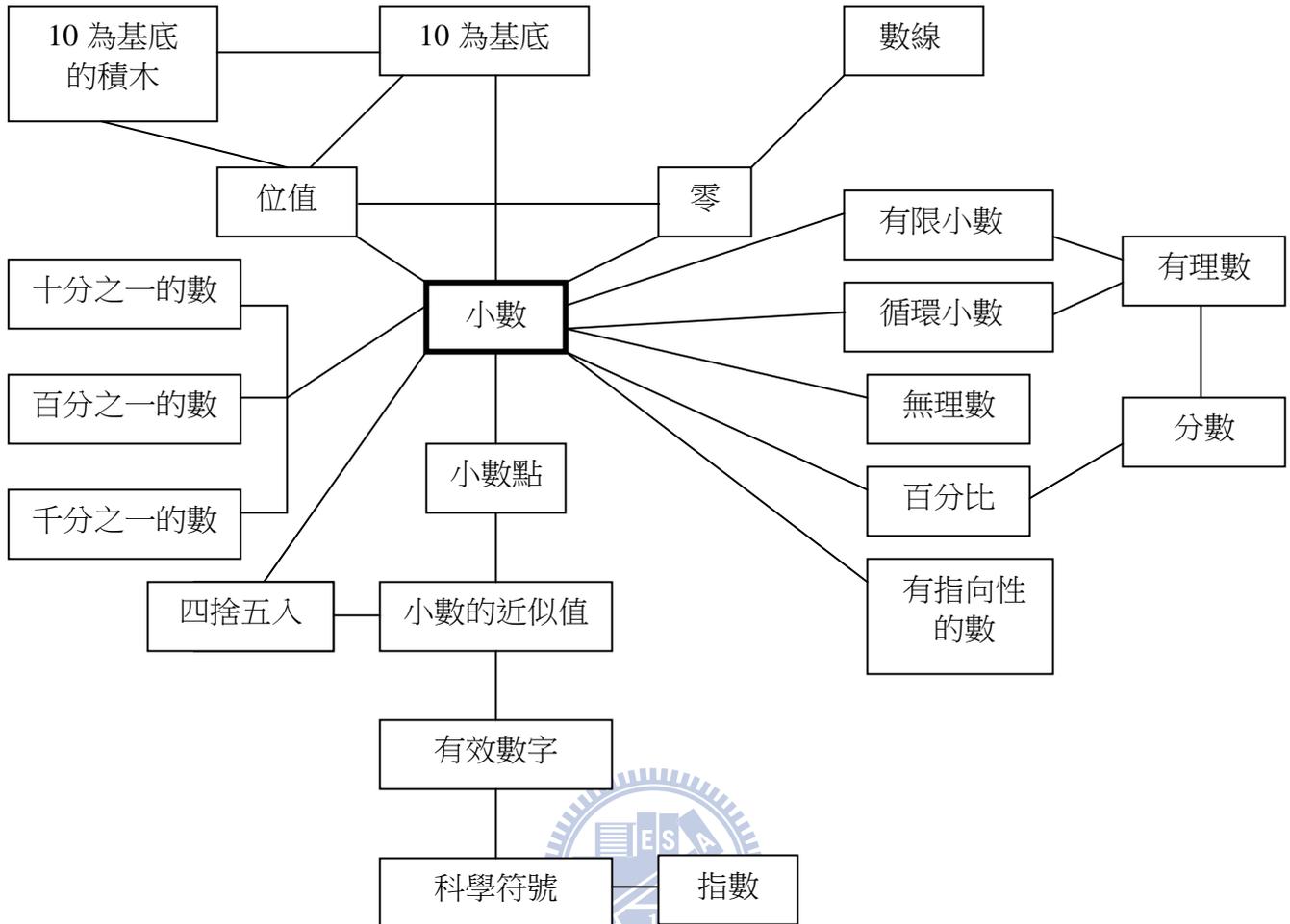


圖 1 小數相關概念結構圖

資料來源：翻譯自“Learning to teach number. A handbook for students and teachers in the primary school,” by Frobisher, L., Monaghan, J., Orton, A., Orton, J., Roper, T., & Therlfall, J., 1999, Pennsylvania USA: Trans-Atlantic, p.54.

二、小數與整數、分數的關係

Hiebert (1992) 提出了三個關於小數的重要定理 (劉曼麗, 2002) :

定理1：小數中的每一個數字所具有的位值是緊鄰其右邊的數字所具有位值的十倍，反之則為十分之一。

定理2：小數中的每一個數字依其位值來決定大小。以46.07為例，第一個數字是4、位值是10，所以它的數值是 4×10 ，而第二個數字是6其位值是1，所以它的數值是 6×1 ，第三個數字是0其位值是 $\frac{1}{10}$ ，它的數值是 $0 \times \frac{1}{10}$ ，最後一個數字是7其位值是

$\frac{1}{100}$ ，它的數值是 $7 \times \frac{1}{100}$ 。

定理3：小數的數值是它每一個數字所具有數值的總和。以46.07為例，它的數值是

$$4 \times 10 + 6 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{100}。$$

小數具有整數所沒有的連續性，所以它可度量任何長度到所想要的精確度為止。以長 2.36 公尺的佈告欄為例，若用整數，則只能說此佈告欄比 2 公尺長，但比 3 公尺短，但用小數，就可應用小數無限分割的特性，先量到十分位測出是 3，再把 0.1 分割成 10 個 0.01，就可測出其百分位是 6，或以此類推，這個佈告欄就可被度量到更準確的長度了。因此小數是在以某單位測量長度時的餘量而產生的，具有連續性的特徵。

綜合上述分析，小數兼具分數的「部分—全體關係」與整數的「位值概念」。在我國的教材中，小數的學習在整數、分數之後，而學童的小數概念是否會受到整數與分數的影響，Resnick 等人(1989)曾將小數與整數、小數與分數的異同性做一比較發現小數知識和分數知識、整數知識有相似之處，但也有不同之處，詳見表 1 和 2。

表 1
小數和整數比較表

小數 (decimal) 知識的元素	整數 (whole number) 知識的元素	類似 (+) 不同 (-)
A. 數字的值(column) 1.數字從左而右時，位值遞減 2.左邊數字是右邊數字的10倍 3.«0»有位值的意義 4.一個數的最右邊增加 0 時，其值不變 5.離小數點越遠，其值越小	A. 數字的值(column) 1.數字從左而右時，位值遞減 2.左邊數字是右邊數字的10倍 3.«0»有位值的意義 4.一個數的最左邊增加 0 時，其值不變 5.離小數點越遠，其值越大	+ + + - -
B.位名(column names) 1.小數點以後名稱按數字次序讀出 2.從十分位開始 3.位名順序是從左到右 (十分位，百分位，...) 4.讀的順序從左到右 (十分位，百分位，...)	B.位名(column names) 1.沒有小數點以後的數字 2.從個位開始 3.位名順序是從右到左 (個位，十位，百位，...) 4.讀的順序卻從左到右 (...，百位，十位，個位)	- - - -
C.讀的規則(reading rules) 簡讀 (位名不需讀出)	C.讀的規則(reading rules) 正讀 (位名需讀出)	-

資料來源：”Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions,” by Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I., 1989, *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), p.10.

表1中小數與整數的不同點，正是整數概念對小數正確概念的建構產生干擾的原因，如果學生理解不夠，就極易產生整數法則（小數點後數字越多其值越大）、小數點後的數字精讀等迷思概念。

表 2

小數和分數比較表

小數 (decimal) 知識的元素	分數數值(fraction values) 知識的元素	類似 (+) 不同 (-)
A. 小數數值(decimal values) 1.表示 0 與 1 之間的一個值 2.整體被分割成越多等分， 每一分的數值就越小 3.在 0 與 1 之間有無限多個 小數存在	A. 分數數值(fraction values) 1.表示 0 與 1 之間的一個值 2.整體被分割成越多等分， 每一分的數值就越小 3.在 0 與 1 之間有無限多個 分數存在	+ + +
B. 小數符號(decimal notation) 1.一個單位被等分成多少等分是 隱含在位數中 2.佔多少等分是由小數點後的 部份顯示 3.整體僅可被分成 10 的幕次方 (powers of 10 parts)	B. 分數符號(fraction notation) 1.一個單位被等分成多少等分是由 分母顯示 2.佔多少等分是由分子顯示 3.整體可被分成任何一個等分 的數(any numbers of parts)	- - -

資料來源：”Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions,” by Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I., 1989, *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), p.10.

表 2 中小數與分數的不同點，正是分數概念對小數正確概念的建構產生干擾的原因，如果學生理解不夠，就極易產生分數法則（小數點後數字越多其值越小）、分數與小數之間互換的概念混淆等迷思概念。而 Hiebert(1992)亦將三種數系做了比較，詳見表 3。

表 3

整數、分數及小數三種數系比較表

整數 (whole number)	分數(common fractions)	小數 (decimal fractions)
標記系統		
1.以abc的形式呈現 2.採十進制，最右邊的數字為個位 3.數字包含數值及位值 4.數值為數字位值總合	1.以 $\frac{a}{b}$ 的形式呈現 2.一個單位被等分成多少等分是由下方數字顯示 3.佔多少等分是由上方的數字顯示	1.以ab.c的形式呈現 2.採十進制，小數點左方的數字為個位 3.數字包含數值及位值 4.數值為數字位值總合
符號操作規則		
1.加、減皆透過同位值數字的結合，若需要時須進位、借位 2.乘法使用乘法算則 3.除法使用除法算則 4.比大小從位值最大的數字開始比較	1.加、減透過尋找同分母；建立等值分數，然後結合分子 2.乘法為分母相乘及分子相乘 3.除法為反轉第二個分數(除數)後相乘 4.比大小須先尋找同分	1.加、減皆透過同位值數字的結合，若需要時須進位、借位 2.乘法使用乘法算則(與整數相同)；放置小數點 3.放置小數點；使用除法算則(與整數相同)；放

(續下頁)

	母，建立等值分數，然後比較分子(視為整數)	置小數點 4.比大小從位值最大的數字開始比較
量		
離散量；個別單位的可數集合(countable sets of individual units)	離散及連續量；具稠密性(measurable to any degree of accuracy)	離散及連續量；具稠密性(measurable to any degree of accuracy)

資料來源：“Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions,” Hiebert, J., 1992, *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching*, p.293.

心理學家 Skemp 提出學習包含關係性了解(Relational understanding)與工具性了解(instrumental understanding)，關係性了解是指知道做什麼和為什麼這樣做，即「知其然更知其所以然」；機械式理解需記憶很多規則，而不是幾個可普遍應用的原理(Skemp, 1976)。表 3 的符號操作規則中，Hiebert 說明了三種數系的計算方法，即透過教學希望讓學童精熟的成人算則，但教學者需注意數學教學不只是將公式教給學生，關係性了解才是更重要的目標。

三、小數知識的連結與表徵

1.連結

Hiebert 和 Wearne (1988) 提出學生學習小數知識的四個階段論：

(1)連結(The connecting process)

指的是個別符號與指稱的建構連結，連結必須建立在數字符號與符號運作，指稱物必須為日常生活的物質（例如：錢幣、公制測量物質）或特別設計的教具（例如：各單位的數學積木）。指稱物的運算（例如：加、減）是連結數學符號運算，使學生從中產生答案，並以此為基礎從中了解符號演算法。

如丹尼積木的分割活動(見圖2)中，將立體積木(視為1)十等分割後的一片平面積木，可連結小數符號0.1；將一平面積木十等分割後的一條長積木，可連結小數符號0.01。另外，將2片積木合起來，可連結運算符號(+)（梁惠珍，2003）。

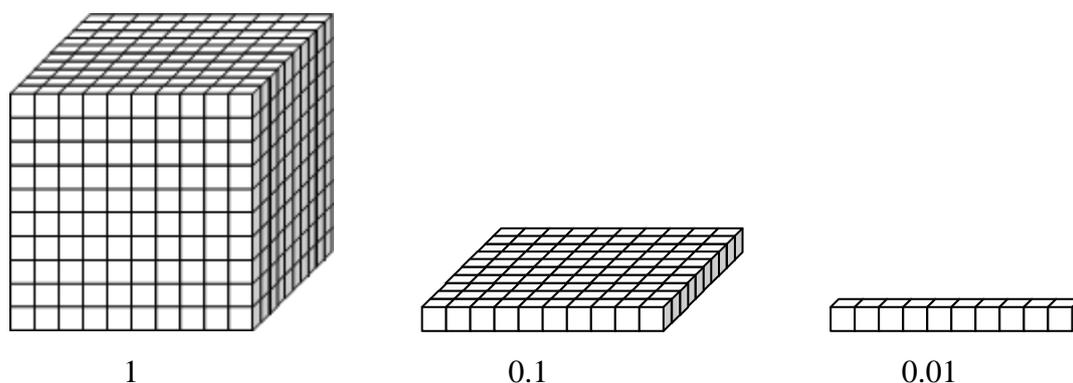


圖 2 丹尼積木與小數符號的分配情形

Hiebert非常強調「連結(connect)」的觀念，他(1992)在「小數認知分析—他們是如何學習的？」一文中認為小數概念可以具體分類為三種小數知識：(1) 記述系統知識(knowledge of the notation)：知道什麼是小數的形式，什麼不是小數的形式。(2) 運算

規則知識(knowledge of the symbol rules)：指學童操弄規則以產生正確答案的小數知識。
(3) 數量表示的知識(knowledge of the quantities)：能了解小數所表示數量的意思。而他認為學童在上述三種小數知識的連結工作做得並不好，情形如下：

①「記述系統知識」與「數量表示的知識」無法產生連結

學童可能只知道記述符號，但卻不了解數學符號的意義。例如，學童可能會念2.56，知道2是個位、5是十分位、6是百分位，但卻不能理解2.56所代表的意義是介於2與3之間，並且是接近於2與3的中間，對於2.56這個數所代表的「量感」缺乏。如果請兒童透過具體來連結抽象符號，以數學積木來表示2.56，在以100格的百格板為單位1的情形下，要學童表示是2張百格板、5條橘色積木與6個白色小積木所共同組成是有困難的。

②「數量表示的知識」與「運算規則知識」無法產生連結

學童利用太多時間和注意力在運算規則上，使得抽象的數學表徵與具體真實世界的表徵脫離，例如，學童可能會知道 $1.76 + 0.3$ 要將小數點對齊，但它們卻因為不會做數學積木或百格板的操作，所以不知小數點對齊的理由。因此 Hiebert 提出，如果我們希望學生是真正內化與了解，那就必須加強「記述系統知識」、「運算規則知識」與「數量表示的知識」彼此的連結。

(2)發展(The developing process)

在指稱的操作與符號操作產生連結，步驟的發展是建立在指稱物延伸和表現在符號的行動上，與第一個階段相比，在這個階段中，指稱物的世界和應用在符號的世界是平行的，亦即指稱的操作與符號操作是對等的發展。

(3)精緻與熟練(The elaborating/routinizing process)

能在適當的情境中應用解題規則，並加以熟練、記憶，直到自動化。精緻與熟練事實上是兩個獨立的過程，精緻在前，熟練在後。精緻指的是擴展語義的過程到其他適用的狀況，例如 0.8×2.3 可延伸至 2.06128×64.913 。熟練指的是記住和練習規則直到成為習慣性，並可用少數概念來執行。精緻與熟練能展現數學的威力，能做複雜的運算和藉由在紙上的符號移動來達到認知需求。

(4)萃化(抽象 The abstracting process)

以先前的符號為指稱，再重複三個階段，而與另一層次的符號建立更為抽象的系統。前兩階段是發展小數概念的意義，後兩階段是熟練計算程序，唯有學生理解小數的意義，才能正確使用計算程序並能應用到非例行性題目。

Hiebert 和 Wearne 並以此理論對5、6年級的學生做驗證性實驗，發現此理論獲得支持。假若學生在前兩個階段能獲得小數概念和理解小數意義，學生就能將其應用在非例行性的題目上。相對地，若學生不經過前兩個階段而直接進入小數的精緻與熟練階段，學生解題時就會特別依靠解題規則，而無法使用概念分析去解決非例行性(non-routine problem)的題目。即學生透過工具性的了解雖然可以暫時解決例行性題目(routine problem)，如數學課本或習作常看到的數學題型，但非例行性題目由於無法立即想到解答方法，需透過概念分析來加以協助，若學生直接進入小數的精緻與熟練階段，將只能依靠解題規則，這並不是數學教學的目標，亦無法提升學習興趣。

2.表徵

(1)百格板

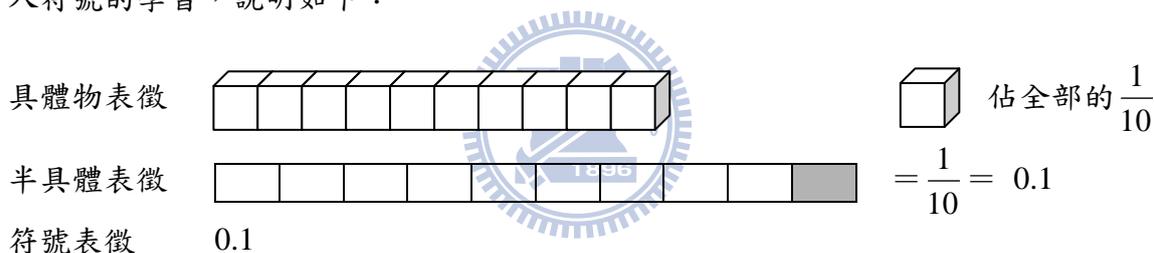
百格板是否應該使用，各人的看法不一，有的認為它會讓學童養成依賴性，造成學童單一思考方式；但有的人卻認為它是一種具體物，可以讓學童達到「心中有百格板」的形式運思。Hiebert (1992) 曾經建議百格板可配合具體物，而且百格板的單位要改變，才能幫助學生真正理解小數的意義。

(2)數線

根據Hiebert (1992) 的研究，指出用百格板比數線有效，可是數線的學習很難，但它可以用來說明連續的概念和表徵小數的意義。根據吳金聰和劉曼麗 (民89) 的研究指出，學生平常有以直尺畫線的經驗，而直尺又具有十等分的屬性，由描繪直尺的進度進入數線學習，不但能使學生感到興趣，藉由操作數線的機會更能使學生加深印象，是有益於小數知識的建構。

(3)多重表徵

Hiebert (1992) 指出，學童若能建立小數符號的知識，將有助於其對小數的學習。對於符號寫法的介紹，Hiebert 認為可以具體物舉例，再配合半具體的圖像表徵，最後進入符號的學習，說明如下：



2.1.2 小數乘法的教學策略

小數乘法文字題依照被乘數與乘數的數值可分成「小數×整數」、「整數×小數」和「小數×小數」三類 (劉曼麗、侯淑芬, 2007)，教學上也是依此順序進行教學。學生在進行小數的整數倍時，會依循整數乘法的計算方式，把被乘數當成整數來計算，再利用小數點對齊的方式，將小數點點在答案上，表面上答案是對的，但是學生基本上並不了解其背後的意義，因此單位小數的引導，在教學上更顯重要 (潘張杰, 2008)。

接著進行小數倍的乘法活動時，林碧珍 (2007) 提出兩種安排教材的方式，第一種是透過分數的乘法活動來進行小數的乘法活動，亦即先將小數轉換成分數，進行分數乘法活動後，再將所得到的分數答案轉換成小數；第二種是類比整數乘法算則，幫助學生看到相同數字 (不同位值) 相乘時位值的變化情形，引入小數的乘法。本研究參考此研究採用這兩種教材的安排方式，如圖 3，其中分數部分可以按鈕方式轉換為小數，進行分數與小數的連結。

0.1倍、0.01倍、0.001倍...

1 包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

$$25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$$

$$25 \times \frac{1}{100} = 0.25$$

$$25 \times \frac{1}{1000} = 0.025$$

$$25 \times \frac{1}{10000} = 0.0025$$

我們可以發現：
每乘以 0.1 倍，小數點往左移一位。



圖 3 小數倍的乘法活動

劉曼麗與侯淑芬（2007）在研究中發現學生在判斷小數倍文字題的運算符號上是有困難的，而在積數小數點的處理上也是有問題。因此針對這兩個部分提出一些教學上的看法：

一、小數乘法意義的教學

1. 以明確指出有小數「倍」的佈題，透過分數倍語言的轉換，讓學生熟悉小數倍語言。教師可明確指出小數倍的佈題，例如「哥哥有20元，妹妹的錢是哥哥的0.3倍，妹妹有多少錢？」等問題，先讓學生知道0.a倍就是乘以0.a。
2. 配合對比整數乘法的線段圖讓學生了解「乘以整數」與「乘以純小數」意義的差別。當學生能將小數倍問題以乘法算式表示後，教師可配合對比整數乘法的線段圖讓學生了解「乘以整數」與「乘以純小數」意義的最大不同在於：前者以單位量為主向外累單位量，而後者是先將單位量向內十等分成更小的單位量再累小單位量。
3. 引入沒有明確指出小數倍的佈題，透過小數與分數以及分數語言等的轉換過程，幫助學生將之與原先的「小數倍」的經驗連結起來。待學生有了充分的小數倍語言的經驗後，教師便可引入沒有明確指出小數倍的問題，如：「一公斤的橘子要20元，買0.3公斤要付多少元？」。

二、小數乘法計算的教學

由於小數乘法的對齊方式與小數加減法不同，以前的學習經驗會影響學生在小數乘法上的學習。若教師僅教授「積數的小數位數是被乘數與乘數小數位數的和」的規則，時間一久便容易張冠李戴。目前有些教科書是透過分數乘法協助學生理解積數小數點的處理原則，先引導學生將小數化成分數後，以分數乘法進行計算後，再將結果轉換回小數。本研究亦採用此教學策略，如圖4。

更多位數的小數相乘可不可以類推？

$$1.37 \times 4.5 = \frac{137}{100} \times \frac{45}{10} = \frac{137 \times 45}{1000} = \frac{6165}{1000} = 6.165$$

這題的直式怎麼寫呢？

1.37	兩位小數
× 4.5	一位小數
685	
548	
6.165	三位小數

小數乘法中，
積的小數位數等於被乘數與乘數的小數位數的和。

圖 4 小數乘法計算教學

2.2 小數乘法教材分析

這一節將分為「九年一貫課程綱要與小數教材能力指標分析」及「不同教科書版本小數乘法佈題順序與方式之分析」。希望藉多面向的教材分析清楚掌握教學活動目標、意涵及教學順序，以利小數乘法單元教學活動設計。

2.2.1 九年一貫課程綱要與小數教材能力指標分析

由表 4、表 5 及表 6 可以發現以下幾點：

- 一、小數教材難易度呈鐘擺效應，難易度逐次調整，82 年版及九年一貫暫綱的小數乘法在第二、第三階段完成教學，正綱則又將小數乘法調回四、五年級教學，較暫綱提前。
- 二、九年一貫小數乘法教材正綱有明確界定各年級需達成的能力指標。
(暫綱沒有分年細目)
- 三、正式綱要及修正綱的能力指標皆多了必須能以直式算則來處理計算的能力。
- 四、正式綱要及修正綱要特別提出數值(整數、分數、小數)與數線的結合，修正綱要更要求能在數線上做整數與小數之比較與加、減的操作。

此次研究施測班級從國小一年級(九十四學年度)起就接受九年一貫課程正式綱要的課程，因此教科書沒有暫綱與正綱的銜接問題，但小數乘法部分較暫綱提前學習，需注意學生的準備度。此外，正式綱要與修正綱要皆強調計算並提出數值(整數、分數、小數)與數線的結合，亦可當成教材設計時考量的面向。

表 4

各版課程綱要小數乘法教材引入時機

課程綱要 年段	64 年版	82 年版	九年一貫暫綱 90	九年一貫正綱 92
四	小數×整數		小數×整數	小數×整數
五	整數×小數 小數×小數	小數×整數		整數×小數 小數×小數
六		整數×小數 小數×小數	整數×小數 小數×小數	

表 5
64 年、82 年、90 年、92 年國小數學教材綱要比較表

年級	64 年	82 年	90 年	92 年
四年級	1. 二位小數、三位小數的認識 2. 測定結果的表示(複名數、小數) 3. 二位小數的加減 4. 二位小數乘除以二位整數	1. 二位小數的認識、化聚、進位與位值 2. 二位小數的數線 3. 小數與分數(分母為十、一百、一千)的雙向連結 4. 二位小數的加減	N-2-7 能以二位小數描述具體的量，並解決二位小數的合成、分解及簡單整數倍問題 N-2-19 能利用等分好的線段上，做出一條簡單的整數數線，並能進一步延伸至簡單的分數和小數的數線	4-n-08 能理解等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換 4-n-09 能認識二、三位小數與百分位、千分位的位名，並作比較 4-n-10 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算 4-n-11 能用直式處理二、三位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題
	1. 分數和整數、小數的相互關係 2. 珠算的小數加法 3. 乘數、除數是小數的乘除 4. 小數乘除混合	1. 三位小數的認識、化聚、進位、位值 2. 三位小數的加減		5-n-08 能認識多位小數，並作比較與加、減的計算，以及解決生活中的問題 5-n-09 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題 5-n-11 能將分數、小數標記在數線上
六年級	1. 整數、小數、分數的統整 2. 分數、小數的混合計算	1. 乘數、除數是整數的小數乘除 2. 乘數、除數是小數的小數乘除	N-3-5 能延伸小數的認識到三位以上(小數)，並解決生活中與小數有關的加、減、乘、除問題 N-3-6 在具體情境中，能用分數、小數表示除的結果(除的結果為有限小數) N-3-9 能理解同類量中不同單位間的關係，並作化聚活動(可以有分數、小數)	6-n-04 能用直式處理除數為小數的計算，並解決生活中的問題



表 6

90 年、92 年、97 年九年一貫課程綱要小數教材能力指標比較表

五大主題能力指標/數與量					
90年課程暫行綱要		92年課程正式綱要		97年課程修正綱要	
N-1-8	在一個整體1被明確十等分的具體生活情境中(包含離散量、連續量),能以一位小數描述其中的幾分,並能進行一位小數的合成、分解活動(和及被減數<1)。	N-2-10	能認識多位小數,理解其比較,及用直式處理加、減與整數倍的計算,並解決生活中的問題。	N-2-13	能認識一位與二位小數,並做比較、直式加減及整數倍的計算。
N-2-7	能以二位小數描述具體的量,並解決二位小數的合成、分解及簡單整數倍問題。	N-2-12	能用直式處理乘數是小數的計算,並解決生活中的問題。	N-2-15	能在數線上做整數與小數之比較與加、減的操作。
		N-2-13	能做分數與小數的互換,並標記在數線上。	N-2-16	能在數線上標記小數,並透過等值分數,標記簡單的分數。
N-3-5	能延伸小數的認識到三位以上(小數),並解決生活中與小數有關的加、減、乘、除問題。	N-3-04	能用直式處理除數為小數的計算,並解決生活中的問題。	N-3-08	能認識多位小數,並做比較、直式加減及整數倍的計算。
N-3-6	在具體情境中,能用分數、小數表示除的結果(除的結果為有限小數)。			N-3-09	能理解分數(含小數)乘法的意義及計算方法,並解決生活中的問題。
				N-3-10	能理解分數(含小數)除法的意義及計算方法,並解決生活中的問題。
				N-3-11	能用直式處理小數的乘除計算(不含循環小數)。
				N-3-12	能在具體情境中,對某數在指定位數取概數(含四捨五入法),並做加、減、乘、除之估算。
				N-3-13	能做分數與小數的互換,並標記在數線上。

註：暫綱及正綱的第二階段皆為四、五年級，97 年課程修正綱要的第二階段為三、四年級，同 82 年版。

2.2.2 不同教科書版本小數乘法佈題順序與方式之分析

本研究主要是發展小數乘法之數位教材，教材適用對象為國小五年級學童，故將針對目前市面上佔有率較大之版本的小數乘法教材進行分析。本研究教材分析版本為 97、98 學年度市面上流通使用之版本，有國家教育研究院籌備處（以下簡稱「部編版」）、康軒文教事業股份有限公司（以下簡稱「康軒版」）、翰林出版事業股份有限公司（以下簡稱「翰林版」）、南一書局企業股份有限公司（以下簡稱「南一版」）等四個版本。透過表 7 可以發現小數教學平均分配在三~六年級，其中以四年級下學期的單元數最多，南一版甚至安排了三個單元。除此之外，除翰林版於四年級上學期沒有小數教學外，各版本單元分布並沒有太大的差異。

表 7
不同教科書版本小數教學單元分布表

版本 學年度	康軒版	翰林版	南一版	部編版
96 三下	第二單元 小數	第八單元 認識小數	第八單元 小數	第四章 小數
97 四上	第十單元 小數		第十單元 小數	第九單元 小數
97 四下	第二單元 小數的加減 第四單元 小數乘除以整數	第五單元 二位小數 第八單元 三位小數	第三單元 小數的加減 第八單元 小數乘以整數 第十單元 整數、小數除以整 數	第八單元 小數
98 五上	第一單元 小數與分數	第三單元 數線與小數	第十單元 估算	第七單元 小數
98 五下	第三單元 小數乘法與估算	第三單元 小數的乘法	第二單元 小數的加減 第七單元 小數的乘法	第五單元 小數
99 六上	第四單元 小數的除法	第三單元 小數的除法	第四單元 小數的除法	第七單元 小數的除法

小數乘法文字題依照被乘數與乘數的數值可分成「小數×整數」、「整數×小數」和「小數×小數」三類（劉曼麗、侯淑芬，2007），由表8可以發現僅部編版沒有提及「整數×小數」題型，其餘各版本無異。表9、表10及表11則分別分析四種教科書版本在「小數乘法文字題佈題方式」之異同處：

表 8
不同教科書版本小數乘法教學題型引進順序表

版本 題型	康軒	南一	翰林	部編
小數 乘以 整數	四下第四單元 小數乘除以整數	四下第八單元 小數乘以整數	四下第八單元 三位小數	四下第八單元 小數
整數 乘以 小數	五下第三單元 小數乘法與估算	五下第七單元 小數的乘法	五下第三單元 小數的乘法	無
小數 乘以 小數	五下第三單元 小數乘法與估算	五下第七單元 小數的乘法	五下第三單元 小數的乘法	五下第五單元 小數

表 9

各版本「小數×整數」佈題方式比較表

小數 × 整數	康軒版 四下第四單元 小數乘以整數	部編版 四下第八單元 小數
	<p>活動一 一位小數乘以整數 配合習作34 習作</p> <p>1 班上同樂會，同學用彩帶布置教室。</p> <p>(1) 彩帶每0.2公尺剪成一段，做成一朵花，用4朵花裝飾布告欄，需要多長的彩帶？先用算式填充題記問題，再把做法記下來。</p> <p>0.2 × 4 = ()</p> <p>0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 = 0.8</p> <p>0.2 × 4 = ()</p> <p>0.2 × 4 = 0.8</p> <p>0.2是2個0.1，2個0.1的4倍是8個0.1。</p> <p>8個0.1合起來是0.8。</p> <p>答：0.8公尺</p>	<p>8-4 一位小數的乘法</p> <p>一支迴紋針長4.2公分，3支迴紋針共長幾公分？</p> <p>被乘數和乘數要靠右對齊。</p> <p>答：_____ 公分。</p>
	翰林版 四下第八單元 三位小數	南一版 四下第八單元 小數乘以整數
	<p>5 小數乘以整數</p> <p>1 小竹每天花0.5時學電腦，一星期7天共花了幾時學電腦？以小數表示。</p> <p>問題記作：0.5 × 7 = ()</p> <p>將0.5 × 7想成5個0.1的7倍。</p> <p>共花了3.5時</p>	<p>(一) 一位小數乘以一位整數</p> <p>1 1瓶礦泉水有0.6公升。</p> <p>① 3瓶礦泉水共有幾公升？把做法用算式記下來。</p> <p>0.6 + 0.6 + 0.6 = 1.8</p> <p>0.6 × 3 = 1.8 答：1.8公升</p> <p>3個0.6公升合起來是1.8公升。</p> <p>0.6公升有6個0.1公升，6 × 3 = 18，18個0.1是1.8。</p> <p>說說看，0.6表示什麼？3表示什麼？1.8表示什麼？</p> <p>0.6表示6個0.1公升，3表示3個0.6公升；</p> <p>1.8表示1.8公升的礦泉水</p>

從上表研究者發現各版本佈題方式異同處如下：

- 1、僅部編版以帶小數帶入，其他三者皆以純小數帶入。
- 2、康軒版及南一版輔以圖形表徵及累加概念。
- 3、僅南一版未包含直式算則，而部編版強調了被乘數和乘數要靠右對齊。

各版本佈題方式異同處整理如下：

	「小數×整數」	康軒版	部編版	翰林版	南一版
同	以文字題帶入	✓	✓	✓	✓
異	以純小數帶入	✓		✓	✓
	輔以圖形表徵	✓			✓
	包含直式算則	✓	✓	✓	

表 10
各版本「整數×小數」佈題方式比較表

康軒版 五下第四單元 小數乘法與估算

部編版

無

活動 1 整數乘以小數



1 一包麵粉重3.45公斤，10包、100包麵粉各重多少公斤？

$$\begin{array}{r} 3.45 \\ \times 10 \\ \hline 34.50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3.45 \\ \times 100 \\ \hline 345.00 \end{array}$$

小數點後的0可以不記嗎？



答：各重34.5公斤、345公斤

2 把3.45的10倍、100倍

記在定位板上。
說說看，你發現什麼？

	千	百	十	個	十	百	
	位	位	位	位	分	分	
原數					3	4	5
原數的10倍				3	4	5	
原數的100倍	3	4	5				

3.45的10倍是34.5，
3從個位移到十位，
4從十分位移到個位，
5從百分位移到十分位。



3.45的10倍是34.5，就是
把小數點向右移一位。
100倍就是……



3.45的1000倍是多少？3450

3 25的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍各是多少？

用小數說說看，並記在定位板上。
說說看，你發現了什麼？

	十	個	十	百
	位	位	分	分
原數	2	5		
原數的 $\frac{1}{10}$ 倍		2	5	
原數的 $\frac{1}{100}$ 倍	0	2	5	

25的 $\frac{1}{10}$ 倍是 $25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$ ，
2從十位移到個位，……



25的 $\frac{1}{10}$ 倍是把25平分成10份，
1份是2.5，就是把小數點向左移一位……

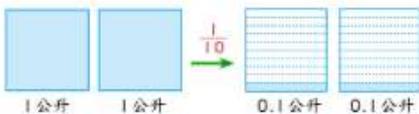


說說看，25的 $\frac{1}{100}$ 倍是多少？

5 1瓶礦泉水有2公升。

(1) 0.1瓶礦泉水是多少公升？

0.1瓶是1瓶的 $\frac{1}{10}$ 倍，
2公升的 $\frac{1}{10}$ 是 $2 \times \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$ ，
就是0.2公升。



答：0.1瓶是0.2公升

2的0.1倍是0.2，用算式怎麼記？

$$2 \times 0.1 = 0.2$$



(續下頁)

翰林版 五下第三單元 小數的乘法

1 小數的 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$ 、 $\frac{1}{1000}$ 倍

1 葡萄汁一桶 3 公升， $\frac{1}{10}$ 桶、 $\frac{1}{100}$ 桶和 $\frac{1}{1000}$ 桶各是幾公升？

$3 \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10} = 0.3$ ← $\frac{1}{10}$ 倍就是除以 10

$3 \times \frac{1}{100} = \frac{3}{100} = 0.03$ ← $\frac{1}{100}$ 倍就是除以 100

$3 \times \frac{1}{1000} = \frac{3}{1000} = 0.003$ ← $\frac{1}{1000}$ 倍就是除以 1000

2 整數乘以小數

1 水餃一包有 50 個，0.3 包有幾個？



0.3 包 = $\frac{3}{10}$ 包，就是將一包平分成 10 份，取其中 3 份， $50 \div 10 \times 3 = 15$ 。

一包有 50 個，0.1 包有 5 個，0.3 包是 0.1 包的 3 倍， $5 \times 3 = 15$ 。



50 個水餃的 0.3 倍等於 15 個水餃
記作： $50 \times 0.3 = 15$

南一版 五下第七單元 小數的乘法

5 整數的小數倍

1 國小六年級男生一天需要熱量約 2200 大卡，
國小六年級女生一天需要熱量約 2250 大卡，
右表是食物熱量表，
請看表回答問題。

食物	份量	約高熱量 (大卡)
白米飯	1 公斤	1100
可樂	1 公升	389
洋芋片	1 公斤	7000

俊昇吃了 0.25 公斤的白米飯，大約有熱量幾大卡？
用直式算算看。

把 0.25 看成 25 個 0.01

1100
× 0.25
5500
2200
27500
1100×25 = 27500

27500 個 0.01 是 275。

答：275 大卡

從上表研究者發現各版本佈題方式異同處如下：

- 1、僅部編版無「整數×小數」題型的安排，其他版本皆以此題型帶入小數的乘法。
- 2、康軒版以定位板試圖討論小數點移位概念。
- 3、康軒版及翰林版皆以分數乘法概念引入，並以對話框說明兩種解題歷程。
- 4、僅南一版直接以直式解題，將整數乘法直式算則結合小數概念。
- 5、僅康軒版輔以圖形表徵。

各版本佈題方式異同處整理如下：

	「整數×小數」	康軒版	部編版	翰林版	南一版
同	以文字題帶入	✓	/	✓	✓
異	以分數乘法帶入	✓		✓	
	對話框	✓		✓	
	直接引入直式算則				✓
	定位板、圖形表徵	✓			

表 11
各版本「小數×小數」佈題方式比較表

康軒版 五下第四單元 小數乘法與估算

部編版 五下第五單元 小數

活動 小數乘以小數 圖作 ◆配合習作 30、31

1 1 平方公尺的正方形紙，分成 10 等分，1 等分是多少平方公尺？
用小數說說看。
0.1 平方公尺的 0.1 倍是多少平方公尺？

1 平方公尺
0.1 平方公尺

0.1 平方公尺的 0.1 倍，
是 0.1 平方公尺的 $\frac{1}{10}$ 倍，
是……

$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ ，
所以是……

0.1 的 0.1 倍是 0.01，用算式怎麼記？
 $0.1 \times 0.1 = 0.01$

5-1 單位小數相乘

例 1 算算看。

1 0.1 的 0.1 倍是多少？
 $0.1 \times 0.1 = 0.01$

0.1 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 位小數} \\ \times 0.1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 位小數} \\ 0.01 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 位小數} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$

0.1 是 $\frac{1}{10}$ ，
0.1 × 0.1 可以寫成
 $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ ，
 $\frac{1}{100}$ 是 0.01。

2 0.01 的 0.1 倍是多少？
 $0.01 \times 0.1 = 0.001$

0.01 $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 位小數} \\ \times 0.1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 位小數} \\ 0.001 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ 位小數} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$

0.01 是 $\frac{1}{100}$ ，
0.01 × 0.1 可以寫成
 $\frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$ ，
 $\frac{1}{1000}$ 是 0.001。

5-2 小數乘以小數

例 1 用直式算算看。

1 1.2 的 0.7 倍是多少？
 $1.2 \times 0.7 = 0.84$

1.2 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 位小數} \\ \times 0.7 \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 位小數} \\ 0.84 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 位小數} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$

$1.2 = \frac{12}{10}$ ， $0.7 = \frac{7}{10}$ ，
1.2 × 0.7 可以想成
 $\frac{12}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{84}{100}$ ，
 $\frac{84}{100}$ 是 0.84。

2 0.75 的 0.11 倍是多少？
 $0.75 \times 0.11 = 0.0825$

0.75 $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 位小數} \\ \times 0.11 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 位小數} \\ 0.0825 \quad \left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ 位小數} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$

$0.75 = \frac{75}{100}$ ， $0.11 = \frac{11}{100}$ ，
0.75 × 0.11 可以想成
 $\frac{75}{100} \times \frac{11}{100} = \frac{825}{10000}$ ，
 $\frac{825}{10000} = 0.0825$

翰林版 五下第三單元 小數的乘法

南一版 五下第七單元 小數的乘法

3 小數乘以小數

1 豆奶一瓶 0.8 公升，哥哥喝了 0.3 瓶，喝了幾公升？
問題記作： $0.8 \times 0.3 = (\quad)$

解法 1：
 $0.8 = \frac{8}{10}$ ， $0.3 = \frac{3}{10}$ ，
 $0.8 \times 0.3 = \frac{8}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{24}{100} = 0.24$ ← 分母是 100，將小數點左移二位。

解法 2：
$$\begin{array}{r} 0.8 \\ \times 0.3 \\ \hline 0.24 \end{array}$$
 ← 先算 8×3 ，
被乘數有一位小數，
乘數也有一位小數，
所以小數點要左移二位。

6 小數的小數倍

1 100 顆糖果裝成 1 包，心樺吃了 0.1 包，奕萱吃了心樺的 0.1 倍，奕萱吃了多少包糖果？
把做法記下來，用小數要怎麼表示？兒童自行發表

$0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$

0.1 包是 100 顆的 0.1 倍，是 10 顆；
0.1 包的 0.1 倍是 10 顆的 0.1 倍，是 1 顆，是 0.01 包。

答：0.01 包

$0.1 \times 0.1 = 0.01$ 的紀錄中，被乘數是幾位小數？乘數是幾位小數？積是幾位小數？
被乘數是 1 位小數，乘數是 1 位小數，
積是 2 位小數。

從上表研究者發現各版本佈題方式異同處如下：

- 1、各版本皆先處理單位小數相乘，由學生已學過的「分數×分數」引入。
- 2、僅康軒版以圖形表徵引入「小數×小數」。
- 3、除康軒版外，其他三個版本皆在此時引入「小數×小數」直式算則。

各版本佈題方式異同處整理如下：

	「小數×小數」	康軒版	部編版	翰林版	南一版
同	先處理單位小數相乘	√	√	√	√
異	直接引入直式算則		√	√	√
	以圖形表徵引入	√			

2.3 AMA 系統

常見的電腦輔助教學軟體有很多，例如：GSP、Excel、Flash、……等等，許多相關研究也指出運用這些軟體能獲致良好的學習成效及正向學習態度（潘張杰，2008）。研究者在研究所一年級上學期利用 AMA 系統(Activate Mind Attention)進行教學設計，發現其激發式動態呈現及互動性十分適合於國小課堂呈現，因此決定使用此系統為研究工具，利用這一個媒體設計與展演的環境來設計五年級小數乘法數位教材，以期獲得最佳的教學效果。以下針對 AMA 系統、激發式動態呈現及其相關研究這三個部分做深入的說明與分析：

2.3.1 AMA 系統

AMA系統(Activate Mind Attention)，原名數學簡報系統（Mathematics Presentation System；MathPS），由交通大學陳明璋教授從民國九十二年策劃研發。這套軟體以微軟的「PowerPoint」為平台，改善原始簡報軟體對於數學操作性不足的部分，方便教學者設計教學檔案，並以步驟化與非循序的方式，達到動態呈現、互動模式以及適性教學的效果（陳明璋，2006）。陳明璋教授更基於認知科學與多媒體學習理論，提出激發式動態呈現(Trigger-based Animation, TA)(Chen & Tan, 2007)。AMA系統擷取了PowerPoint普及、通用型軟題及基本繪圖功能的優點，很適合發展成適合數學媒體設計的平台（邱建偉，2005）。經多年教學實踐經驗發現，此系統對國中小教師發展以授課為導向的教學設計皆具正向效果，且多著重在圖解式動態呈現的表徵，促進了數學教材的發展。

2.3.2 激發式動態呈現

激發式動態呈現是運用一個物件當激發器(trigger)來控制一連串的出現、突顯、消失及動畫，在此同時，一個訊息可以被一個以上的觸發器控制；因此，訊息可以由展演者以預定的、或隨意的順序及速度呈現，有彈性的呈現展演者的意念，藉此和現場聽眾產生互動（陳明璋，2008）。在以課堂授課為導向的數位教材設計及教學環境，激發式動態呈現便能提供教學者一個兼具傳統教學的彈性與資訊融入教學的便利性的優勢。其基本模式共有八個，茲整理於表12：

表 12

激發式動態呈現的基本模式

模式	主要功能
開關/關閉/凸顯	在訊息上設置一個透明物件當作觸發器，當滑鼠激發觸發器時，訊息即由隱藏變為呈現狀態、或由呈現變成隱藏狀態；也可以改變物件性質，藉以凸顯訊息
多元開關	多個按鈕控制不同的物件顯示在同一個位置，激發器控制被激發物，具有排他的作用(未被按鈕激發的物件不會出現)
序列式激發	由一個激發器控制一連串的動態呈現，可逐一、並列產生，也可以排他的方式輪流顯示訊息，顯示的同時可適時地隱藏舊訊息，若訊息重疊，則呈現的過程就形成一個簡易的動畫
串接式激發	串接式激發也是循序的，其主要的不同是每一個被激發呈現的物件本身也就是下一個即將被激發的物件之激發器
全開關 (關閉)	一個開關物件控制一群物件，同時出現或消失
1-1 開關	以群組的方式設定開關或關閉，第一群當作激發器，另一群當作被激發的物件，激發器與被激發物件之間的關係，以各群組中物件圖層的順序，分別一對一對應
動態表格	一個表格可以分成資料區與非資料區，此一功能可以設定全開關、行開關、列開關、以及個別開關；非資料區的物件當作激發器，控制與其有行列關係的資料
連續動畫	給予兩個具有相同個數端點的多變形，此一指令依據這兩個多邊形間端點的位置關係，當作首末兩項，中間產生多個連續的物件，並以第一個物件當作激發器。

資料來源：陳明璋(2008)。「一個以授課為導向之數位教材設計及展演環境簡介-Activate Mind Attention(AMA)系統。」*國民教育*，48(6)，57-63。

林煜庭(2008)利用激發式動態呈現的基本模式提出適性指標基於視覺認知科學的設計原則。適性指標是一種視覺物件，具有「協助視覺搜尋」以及「引導注意力」的特性，呈現過程中，演講者能適性地以互動方式操控此物件。「互動方式」是指視覺呈現的系統平台對演講者的輸入訊息做出「回應」，例如按一下滑鼠或是按下鍵盤的某個鍵。「回應」是指改變指標物件的視覺特徵，例如由隱藏轉變成顯示、改變顏色、大小、形狀或是移動位置。林煜庭(2008)共歸納出形狀(FORM)、顏色(COLOR)、深度(DEPTH)、及運動(MOTION)四種視覺特徵，分述如下：

一、形狀(FORM)

適性指標可讓目標物在方向、長度、寬度、尺寸大小、彎曲程度、模糊程度、外加標記等視覺特徵上與干擾物有所區別，進而達到標示出目標物的目的，吸引注意力。

二、顏色(COLOR)

適性指標利用色相 (hue)、色彩強度 (intensity) 來增強視覺搜尋與引發注意力。

三、深度(DEPTH)

深度特徵可分為「立體深度」(stereoscopic depth) 及「凸凹感受」(convexity & concavity) 兩個面向來做探討。立體深度視覺與圖層的上下息息相關，而凸凹差異會受到陰影方向 (shading orientation) 以及陰影對比 (shading contrast) 影響。

四、運動(MOTION)

運動特徵包含了「突然出現 (new object)」、「瞬變 (transient)」、「接近 (looming)」、「突然由靜而動 (new motion)」、「閃爍 (flicker)」、「運動方向 (direction)」以及「運動一致性 (coherence)」七種引發注意力的重要特徵。

適性指標基於視覺認知科學的設計原則是一種激發式動態呈現，目的是希望能讓學習者更有效地學習教材內容，是一種協助視覺搜尋以及引導注意力的教材設計原則。適性指標共有七項原則：標示原始位置原則、特徵獨立原則、通道原則、群化原則、明度差異原則、引導原則、觸發原則，整理於表13：

表 13
適性指標基於視覺認知科學的設計原則

原則	說明
標示原始位置原則	1.滑鼠啟動點應與目標物位置相同 2.應含有位置資訊 3.相同的物件在不同頁面出現時位置要相同(頁間定位)
特徵獨立原則	1.單一特徵 2.標示待搜物與干擾物的適性指標特徵不同 3.避免使用前一個用來標示干擾物的特徵來標示目標物
通道原則	當色彩使用過量(5個以上)，需標示目標物時，應採用不同類型特徵
群化原則	1.目標物群化：建立目標物之間的關聯性 2.干擾物群化：將干擾物整群忽略，協助視覺搜尋
明度差異原則	干擾物與目標物之間的明度差異愈大，突顯效果愈好
引導原則	目標物由下而上激發、干擾物由上而下抑制
觸發原則	適性指標必須要有動態視覺特徵以激發注意力

資料來源：整理自林煜庭（2008）。適性指標：多媒體學習中一種基於視覺認知理論的引導方式，碩士論文，國立交通大學，新竹市。

2.3.3 相關研究

關於AMA系統的研究可以概分為三個階段(陳明璋，2006)，階段一：著重在系統環境方面，以資訊科技為主；第二階段是有關視覺及互動呈現，以視覺及知覺為主；第三階段是教學設計，以數學教育為主。本研究屬第三階段，近幾年此階段的相關研究約有34篇，研究者與同儕教師茲將相關研究整理於表14與表15：

表 14

激發式動態呈現教學設計相關研究分析表

學程	國中	李政憲(2007)、吳帝瑩(2008)、洪榮忠(2008)、張玉琪(2008)、張祐誠(2008)、許晏斌(2008)、曾妙玲(2008)、黃建欽(2008)、謝東育(2008)、李元亨(2010)、曾椿惠(2010)、黃舜國(2010)、葉子榕(2010)、廖家瑩(2010)	
	國小	李俊賢(2007)、黃珣懿(2007)、陳素敏(2007)、潘慧萍(2007)、賴麗桂(2007)、應雅玲(2007)、邱家麟(2008)、唐珍琪(2008)、陳信銘(2008)、黃學仁(2008)、潘張杰(2008)、林育如(2009)、廖美足(2009)、呂慧君(2009)、張亦甯(2009)、沈明輝(2010)、張芝蓁(2010)、陳淑惠(2010)、曾爰靜(2010)、楊珮宜(2010)	
補救教學		邱家麟(2008)、黃學仁(2008)、陳淑惠(2010)、曾椿惠(2010)	
研究方法	準實驗研究法	黃珣懿(2007)、賴麗桂(2007)、吳帝瑩(2008)、洪榮忠(2008)、唐珍琪(2008)、張玉琪(2008)、張祐誠(2008)、許晏斌(2008)、陳信銘(2008)、曾妙玲(2008)、黃建欽(2008)、潘張杰(2008)、謝東育(2008)、呂慧君(2009)、李元亨(2010)、曾椿惠(2010)、黃舜國(2010)、廖家瑩(2010)	
	實驗研究法	潘慧萍(2007)、張亦甯(2009)、葉子榕(2010)	
	行動研究法	李俊賢(2007)、李政憲(2007)、陳素敏(2007)、應雅玲(2007)、陳淑惠(2010)	
	設計本位研究法	林育如(2009)、廖美足(2009)、沈明輝(2010)、張芝蓁(2010)、曾爰靜(2010)、楊珮宜(2010)	
	內容分析研究法	黃學仁(2008)	
	個案研究法	邱家麟(2008)	
教學領域	自然領域	李元亨(2010)、黃舜國(2010)	
	數學領域	數與量	陳素敏(2007)、潘慧萍(2007)、賴麗桂(2007)、應雅玲(2007)、吳帝瑩(2008)、邱家麟(2008)、唐珍琪(2008)、許晏斌(2008)、陳信銘(2008)、潘張杰(2008)、黃學仁(2008)、林育如(2009)、廖美足(2009)、呂慧君(2009)、張亦甯(2009)、沈明輝(2010)、張芝蓁(2010)、陳淑惠(2010)、曾爰靜(2010)、楊珮宜(2010)
		幾何	李俊賢(2007)、李政憲(2007)、黃珣懿(2007)、張玉琪(2008)、張祐誠(2008)、曾妙玲(2008)、黃建欽(2008)
		代數	洪榮忠(2008)、謝東育(2008)、曾椿惠(2010)、葉子榕(2010)、廖家瑩(2010)
研究結果	提高教學成效	黃珣懿(2007)、潘慧萍(2007)、賴麗桂(2007)、邱家麟(2008)、洪榮忠(2008)、唐珍琪(2008)、張玉琪(2008)、許晏斌(2008)、陳信銘(2008)、黃建欽(2008)、潘張杰(2008)、謝東育(2008)、黃學仁(2008)、呂慧君(2009)、張亦甯(2009)、李元亨(2010)、曾椿惠(2010)、黃舜國(2010)、葉子榕(2010)、廖家瑩(2010)	
	論及認知負荷	吳帝瑩(2008)、洪榮忠(2008)、許晏斌(2008)、黃建欽(2008)、李元亨(2010)、陳淑惠(2010)、曾椿惠(2010)、葉子榕(2010)、廖家瑩(2010)	
	降低認知負荷	吳帝瑩(2008)、洪榮忠(2008)、許晏斌(2008)、黃建欽(2008)、陳淑惠(2010)、曾椿惠(2010)、葉子榕(2010)、廖家瑩(2010)	
	提高學習興趣與態度	潘慧萍(2007)、賴麗桂(2007)、吳帝瑩(2008)、邱家麟(2008)、唐珍琪(2008)、張玉琪(2008)、潘張杰(2008)、黃學仁(2008)、林育如(2009)、李元亨(2010)、陳淑惠(2010)、曾爰靜(2010)、楊珮宜(2010)	

表 15

激發式動態呈現教學設計相關研究分析簡化表

相關研究		篇數	
學程	國中	14	
	國小	20	
學程中包含補救教學 4 篇			
研究方法	準實驗研究法	18	
	實驗研究法	3	
	行動研究法	5	
	設計本位研究法	6	
	內容分析研究法	1	
	個案研究法	1	
教學領域	自然領域	2	
	數學領域	數與量	20
		幾何	7
		代數	5
研究結果	提高教學成效	20篇論及教學成效並達顯著差異。	
	認知負荷	9篇論及認知負荷，其中8篇發現教材能降低認知負荷。	
	提高學習興趣與態度	13篇論及學生的學習興趣與態度都有顯著提升。	

由以上數據可以發現激發式動態呈現教學設計於數學領域已有為數不少的研究結果，並且成果卓越，值得持續發展以AMA系統融入教學設計的相關研究。然34篇相關文獻中僅5篇採行動研究，對於教材發展與設計的詳細描述著墨甚少，因此研究者期望以本研究增加相關研究資料。

2.4 多媒體學習理論

媒體(media)及方法(method)皆能視為一種學習時的外在因素，當學習受到外在因素的影響，那些外在因素必須透過良好的設計來引發學習者內在的認知，才可能帶來良好的學習結果(Clark, 1994)。對各級學校而言，結合內外因素來促進學習者學習的關鍵，就是教師的教學設計能力。(李宗薇, 2000)良好的多媒體設計必須在建構在多媒體學習理論的基礎上，本節將針對訊息處理學習論、認知負荷及多媒體學習理論進行深入的說明，以作為本研究設計的依據。

2.4.1 訊息處理學習論

訊息處理學習論 (information-processing theory of learning)，簡稱訊息處理 (information-processing)，是為了解釋人類在環境中，如何經由感官覺察、注意、辨識、轉換、記憶等內在心理活動，來吸收並運用知識的歷程。在此歷程中，一般認為含括有三個心理特徵：

- 一、訊息處理是階段性的；
- 二、各階段的功能不一，居於前者屬暫時性，居於後者屬永久性；

三、訊息處理不是單向直進式，而是前後交互作用的。

圖5顯示人類訊息處理的心理歷程。三個階段代表三種不同形式與不同性質的記憶，依序是：感官收錄（sensory register）、短期記憶（short-term memory）與長期記憶（long-term memory），茲分述如下（張春興，1999）：

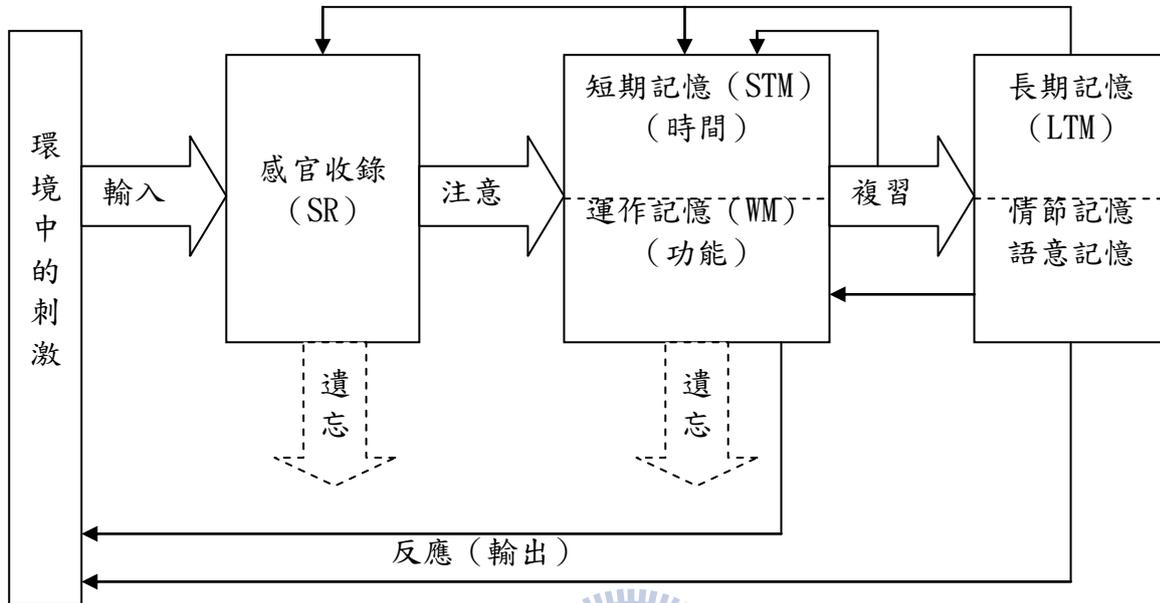


圖 5 訊息處理心理歷程圖示

資料來源：張春興（1999）。教育心理學（頁 225），台北市：東華書局。

一、感官收錄（sensory register，簡稱 SR）

指個體憑視、聽、嗅、味……等感覺器官感應到外界刺激時所引起的短暫記憶，時間約在三秒鐘內。感官收錄之異於其他階段記憶，除了時間極短之外，另一特色是在記憶中仍然保持著刺激本身原來的形式（如瞬間的照像或錄音一般）。其作用在於供個體抉擇是否進一步處理。如決定予以進一步處理時，就加以注意（attention），並予以編碼（encoding）轉換為另一種形式；否則即予以放棄。

二、短期記憶（short-term memory，簡稱 STM）

指感官收錄後再經注意而在時間上延續到20秒以內的記憶。在整個訊息處理過程中，短期記憶對個體的行為，具有兩種重要作用：其一是對刺激表現出適當反應，若反應過後目的已達，所記者隨即流失，變成遺忘。而另一作用是，採用複誦（rehearsal）的方式，可將所處理的訊息保持較長久的時間，然後輸入長期記憶。因此，短期記憶另具有運作記憶（working memory，簡稱WM）的功能。運作記憶是指各體對訊息性質的深一層認識與理解。理解之後刻意與以保留，是將之轉換為長期記憶的主要原因。

短期記憶的研究，在教學上具有重要的意義：呈現教材（刺激）時，需先引起學習者的動機與注意，以引導學習者使用舊經驗對新的資訊思維運作。此外，因為運作記憶中有資料數目的限制（約7個意元集組）而無資料大小的限制，因此教學設計者若能事先將教材以較有結構的方式呈現，將能有效降低學習者工作記憶體的負荷，使學習更有成效。教材設計就是在課前針對課程內容組織學習架構，讓學習者達到有效學習。

三、長期記憶 (long-term memory, 簡稱 LTM)

長期記憶和短期記憶有兩點最主要的差異，短期記憶有約20 秒的時限而長期記憶則無時間限制；短期記憶有限量的，約為7 個意元集組 (chunking) 而長期記憶的容量是無限的。

訊息處理理論除了主要關注人類記憶系統起作用的機制外，還探討了一個同樣重要的問題：記憶訊息貯存的方式，也就是，知識表徵的方式。在記憶系統中被貯存的訊息，不是直接複製刺激，因為感官接受的物理訊號並不是對外在世界的完美表徵，為了便於回憶，人們需以轉換或重新編碼的方式增加以後回憶訊息的可能性。而雙碼理論就是對訊息貯存型式較有影響的觀點之一 (施良方, 1996)。

雙碼理論 (Dual-coding Theory) 是 Paivio(1986) 提出來解釋人類對訊息接受和處理的理論，認為語文與視覺刺激的處理歷程會相互輔助，而促進刺激的記憶表現。換言之，若學習者的教材裡同時存有語文和圖像，在同一時間內結合二種元素學習，會比將二者分開各自學習時，獲得較佳的學習成效。

2.4.2 認知負荷

認知負荷理論(cognitive load theory,CLT)起源於 1980 年代，由澳洲新南威爾斯大學教育學院的 J. Sweller 所提出，指出教學設計對學習者認知負荷的影響，以及認知負荷與教學效果的關係；該理論提出後立即成為國際焦點，除了成為許多研究的理論基礎，亦被廣泛應用於教學設計，是當前有關學習與教學設計最具影響的理論之一。

「認知負荷」(Cognitive Load)是將一特定工作加諸於學習者的認知系統時所產生的負荷，也就是工作記憶負荷。包含了兩種成分，一是心智負荷(mental load)，二是心智努力(mental effort)(F. G. Paas, 1992)。以下將就其基本假定、類型及其在教學上的應用加以整理說明：

一、認知負荷的基本假定

認知負荷理論對人類認知架構提出四個基本假設(Sweller, Van Merriënboer, & Paas, 1998)，分述如下：

1.工作記憶 (working memory) 容量有限

工作記憶又稱作「短期記憶」，其容量是有限的，只能儲存平均約 7 ± 2 個單位，但是真正能進行操作處理的，只有 2-4 個要素，且工作記憶運作或保留的時間極短，若未經複誦 (rehearsal)，大約 20 秒隨即消失，因而形成學習與記憶上的一項瓶頸 (張新仁, 1990)。因此，若是待處理的訊息或材料本身的內部要素(element)互動性很強，要相互參照才能了解，則很耗費工作記憶容量，因而產生更大的認知負荷。在人類的認知歷程中，所有有意識的活動處理，都是在工作記憶中進行的。

2.長期記憶 (long-term memory) 容量無限

長期記憶的多寡可謂是專家(expert)和生手(novice)差別的主要來源，原因在於前者的長期記憶儲存了龐大的問題狀態(Problemstates)知識以及對應方法。面對問題情境時，專家可以在長期記憶中迅速的檢索出對應之策，而生手卻不然。

3.知識與技能是以基模(schema)形式儲存於長期記憶

根據基模理論，知識是以基模(schema)的形式，貯存在長期記憶中。基模在長期記憶中可以發揮組織與儲存知識的功能，個體將許多佔用工作記憶容量的訊息融合成一個複雜的基模，而使之變成一個處理單位，以減低工作記憶的負荷。

4.基模運作的自動化 (schema automation) 是基模建構的重要過程

自動化是基模結構中重要的程序。所有的訊息不是透過意識(conscious)處理，就是透過自動化(automatic)處理。許多知識技能起初都是經由意識處理，經不斷練習之後才轉換成自動化處理。因此，基模自動化(schema automation)可以節省許多工作記憶運作的負荷，而對更多訊息作同時或更深入的處理。教學設計如何達到基模的建構及自動化，就是認知負荷理論所關心的焦點。

二、認知負荷的類型

Sweller 等學者從教學設計的觀點，依認知負荷的來源而將認知負荷分為以下三類 (Sweller, et al., 1998)：

1.內在認知負荷 (intrinsic cognitive load)

內在認知負荷主要受到教材本身要素間相互關連程度的影響，亦即受到教材本身難易程度的影響。內在認知負荷是基本的負荷，它無法經由教學設計來降低，然而，可經由基模的獲得和自動化來降低，降低內在認知負荷就可降低整體認知負荷。但對於教材內在要素間相互關連性高的複雜教材，內在認知負荷的產生是無法透過教學操作來避免的 (F. Paas, Renkl, & Sweller, 2003)。此種負荷是材料本身的特性造成的，因此不易由教學設計來改變。

綜合上述，內在認知負荷主要來自教材的特性（要素間的關聯程度）與學習者本身的程度，以及兩者間交互作用的影響。

2.外在認知負荷 (extraneous cognitive load)

外在認知負荷或稱為無效的認知負荷 (ineffective cognitive load)，主要受到教材呈現方式和教材設計，或是教學活動本身的影響，與學習者的基模建構和自動化無關，故是由教學者所主導。教材呈現方式不同，對訊息接受者來說會造成不同程度的外在認知負荷，此種負荷是外加的，因此可藉由教學中訊息的呈現與組織方式的設計而降低，而被視為是認知負荷研究的重點之一。

3.增生認知負荷 (germane cognitive load)

增生認知負荷又可稱為有效的認知負荷 (effective cognitive load)，是受到教學設計者所影響，藉由提供額外的訊息給予學習者，或安排符合學習需求的教學活動，雖似是增加學習者的認知負荷感，但此種增生的認知負荷是促進學習而非是干擾學習 (F. Paas, et al., 2003)。因此良好的教學設計不僅可降低學生的外在認知負荷，也可同時增加學生的增生認知負荷。然而，唯有在內在認知負荷、外在認知負荷與增生認知負荷三者的總負荷量未超出學習者的認知負荷範圍，適時引入增生認知負荷才具有意義。

三、認知負荷理論在教學上的應用

Sweller 在 2010 年進一步提出新的看法，認為元素間的交互關聯 (element interactivity) 與內在認知負荷、外在認知負荷及增生認知負荷都有關。若在教學過程中所展演的教學訊息可以減少學習者同時處理多個交互關聯，並具體呈現元素間的交互關聯情形，就能降低外在認知負荷，讓學習者將注意力資源用在處理內在認知負荷及增生認知負荷上，以達到最大的學習效果(Sweller, 2010)。

Sweller 等學者(1998)歸納各學科領域的研究結果，提出 7 項認知負荷效應。在 2010 年，Sweller 針對元素間的交互關聯與外在認知負荷再次分析認知負荷效應，新增至 14 項認知負荷效應，茲分述如下(Sweller, 2010)：

1.開放目標效應 (goal-free effect)

主張教學應採開放目標的方式，讓學生不受限制，可以多重的表達自己的思考過程，啟發創造力，大量減低元素間的交互關聯，因此降低外在認知負荷。

2.示例效應 (worked example effect)

有關程序性知識 (procedure knowledge)，教師可呈現適當的解題例子，協助學生建構出較完整的解題基模。

3.完成問題效應 (completion problem effect)

此效應與示例效應相似。由於學生的學習能力不同，為減低外在認知負荷的效果，可以將示例呈現一半的解法，另一半由學生完成，可減少工作記憶中的元素交互關聯。

4.分散注意力效應 (split-attention effect)

分散注意力效應是指，面對多重訊息時，這些訊息須加以整合，最好同時、同位置呈現，才能達到學習。若不同位置或不同時間呈現，注意力分散，元素間的交互關聯增加，便增加負荷。

5.重複效應 (redundancy effect)

當圖片與文字分別都能解釋內容時，若二者同時放置一起，將強迫讀者去建立二個元素間的關聯，這多此一舉的現象非但不能加強學習效果，反而會造成認知負荷。

6.專家反向效應 (expertise reversal effect)

這個效應依存於一個元素交互關聯組的狀態轉換，一開始，對新手而言元素交互關聯組反應在內在認知負荷，當他們轉換成專家，同樣一個元素交互關聯組反應在外在認知負荷。

7.導引淡出效應(guidance fading effect)

對於新手而言，需要較多的示例，而專家則需要較多的問題解決機會，導引學習者的順序建議可從示例、半完成問題，然後是一個完整的問題。元素間的交互關聯與專家反向效應相同。

8.個別與互動元素效應(isolated-interacting elements effect)

這個效應與內在認知負荷相關的交互關聯元素的轉變有關。一個任務的內在認知負荷無法被改變，但任務的交互關聯元素可以先逐一教予學習者，暫且不論其間的互動

性，如此可以降低學習者的內在認知負荷。

9. molar-modular effect

和個別與互動元素效應相似，但在兩個面向有所不同：一、教予 molar 組的教材不同於教予 modular 組的教材；二、molar 與 modular 兩種情況不會同時教予學習者。

10. 變化效應 (variability effect)

學生在進行解題練習時，若常變化不同的問題狀態和情境，雖然有可能在表面造成更大的內在認知負荷，但教予學習者的元素是與任務相關的重要交互關聯元素，因此能促進學習遷移，有助於基模的建立與發展。

11. 元素交互關聯效應(element interactivity effect)

當內在認知負荷低時，其他的認知負荷效應無法發揮作用。元素交互關聯效應植基於與內在及外在認知負荷相關的交互關聯元素，當兩種認知負荷都很高時，才有可能超過工作記憶容量。

12. 形式效應 (modality effect)

形式效應是指，處理訊息時可經由多重管道分別處理不同的性質的訊息，而非單一模式。工作記憶區有二套訊息處理系統——視覺（如：動畫）與聽覺（如：旁白），二者同時出現可降低短期記憶負荷。

13. 想像力效應(imagination effect)

在某些情況下，當學習者被要求想像過程或概念，而非是研讀相關資訊，反而能促進學習。當學習者被要求想像過程或概念時，工作記憶會處理與內在認知負荷相關的交互關聯元素，而不用處理與外在認知負荷相關的交互關聯元素，增生認知負荷亦因此增加。

14. 自我解釋效應(self-explanation effect)

相似於想像力效應，自我解釋教學法要求學習者將新的過程與概念用自己的想法解釋一次，這個方法會讓增生認知負荷去處理與內在認知負荷相關的交互關聯元素。通常降低外在認知負荷會透過改變教材，但想像力效應和自我解釋效應是希望學習者投入不同於以往的學習活動，亦能降低外在認知負荷。

2.4.3 多媒體學習理論

Mayer (2001) 提出多媒體學習理論，結合了 Paivio (1986) 的雙碼理論、Baddeley (1992) 有限工作記憶容量理論與 Sweller, Merrieroer, and Paas (1998) 的認知負荷理論特點，並提出不同設計方式，是為了減少外在認知負荷的說法。Mayer 提出的架構其核心概念是：

- 一、提供聽覺旁白讓受試者不會與需要用來描述的視覺編碼混淆。
- 二、聲音被組織為口語模式與進入圖像模式的視覺影像。
- 三、工作記憶是用來整合口語模式、圖像模式與儲存於長期記憶 (Long-term Memory, LTM) 之中的先備知識。他認為這種整合常常發生在接受到少量資訊之後，而不是發生在教學結束的時候。

為此，Mayer 根據多媒體學習理論，透過實證研究後對多媒體教材的運用提出了七

大設計原則：多媒體原則 (multimedia principle)、空間接近原則 (spatial contiguity principle)、時間接近原則 (temporal contiguity principle)、連貫性原則 (coherence principle)、形式原則 (Modality principle)、重覆原則 (Redundancy principle)、個別差異原則 (individual differences principle) 等，隨著多媒體學習的研究日益廣泛，於 2005 年再次編輯提出十項教材設計原則，爾後，在 Mayer(2009)的 Multimedia Learning 一書中更提出多媒體的 12 項設計原則，並依認知處理方式分為三類，茲整理如表 16：

表 16
Mayer 的多媒體設計原則分類表

減低外在處理的設計原則 (Principles for Reducing Extraneous Processing)	連貫原則(Coherence Principle)
	信號原則(Signaling Principle)
	重覆原則(Redundancy Principle)
	空間接近原則(Spatial Contiguity Principle)
	時間接近原則(Temporal Contiguity Principle)
管理本質處理的設計原則 (Principles for Managing Essential Processing)	分割原則(Segmentation Principle)
	預先訓練原則(Pretraining Principle)
	形式原則(Modality Principle)
增加衍生處理的設計原則 (Principles for Fostering Generative Processing)	多媒體原則(Multimedia Principle)
	個人化原則(Personalization Principle)
	聲音原則(Voice Principle)
	圖像原則(Image Principle)

資料來源：Multimedia Learning, by Mayer, R. E, 2009, New York : Cambridge.

現將 12 項多媒體教材的設計原則詳述整理如下(Mayer, 2009; 張祐誠, 2008; 陳信志, 2009)：

一、多媒體原則 (Multimedia Principle)

原則：教材設計採用文字與圖像並用的學習效果會比僅採用文字好。

說明：依據Mayer (2001)，視覺及語文表徵在訊息吸收上並不相等，使用圖像可以用文字描述及圖像描繪等方式來進行，但語文及圖像表徵有不同的訊息效果。語文及圖像表徵也許彼此互補，但兩者不能彼此取代。因此，當文字及圖像一起呈現時，有助學生去建構語文及圖像的心智模型，及建構兩種心智模式之間的關連，所以學生從文字及圖像學習的學習效果會比單獨從文字學習的學習效果好，此原則與雙碼理論 (Paivio, 1986) 一致，圖文一起呈現有助記憶與理解。

二、空間接近原則 (Spatial Contiguity Principle)

原則：相關文字與圖像在畫面中位置接近會比位置遠離的學習效果好。

說明：從多媒體學習認知理論的主動有效學習 (active learning) 假設可知，學習者不僅是將訊息儲存於工作記憶區，而應是試著主動選擇相關文 (words) 與圖片 (pictures) 組織成一致性的語文與圖像心智模式及整合這兩種模式來了解教材，形成新的知識存入長期記憶。然而電腦螢幕空間或書本空間皆為有限的空間資源 (limited resource)，因此有關多媒體設計的決定可視

為此資源最具經濟的配置，決定在書本與電腦螢幕中如何配置空間、決定多少空間用於呈現文字、多少空間用於呈現圖片，多媒體設計者需要決定在電腦螢幕與書本中如何安排以文字為主的空間及以圖片為主的空間。

三、時間接近原則 (Temporal Contiguity Principle)

原則：相關的文字與圖像同時呈現比接續呈現的效果好。

說明：多媒體學習的認知理論認為分離的呈現是假設學習者可以完全的將先呈現的文字訊息保留於工作記憶以能和後來的動畫訊息整合，然而當文字先呈現時，因為工作記憶能力的嚴重限制，當後來的動畫呈現開始時，僅剩極少部分的敘述保留於語文工作記憶中，因此學習者對於文字與圖片之間的連結建立產生困難。因此，由Mayer (2001) 整理的相關實徵研究中得知，整合性的呈現文字與相對應圖片對學習者的學習成就優於分離性的文字與相對應圖片呈現。

四、連貫原則 (Coherence Principle)

原則：與主題不相關的文字、圖像或聲音若能加以排除，學習效果較好。

此原則可細分成下列三個子原則：

1. 不相關的文字與圖像會降低學習者的學習效果。
2. 不相關的聲音或音樂會降低學習者的學習效果。
3. 不必要的文字若從教材中省略會增進學習者的學習效果。

說明：連貫 (coherence) 指的是信息中元素間的結構關係；連貫效應 (coherence effect) 則是指當無關的資料或訊息 (material) 被排除時，學習者的學習成就優於當無關的資料或訊息 (material) 被納入時的學習成就。所以一味地加入有趣但不相關的文字、插圖、音樂或聲音會傷害學習，而當不需要的文字從多媒體呈現中被刪除時，學生的學習成就增加。

Mayer (2001) 舉出無關的資料或訊息可能會造成：

1. 在工作記憶中競爭認知資源
2. 將學習者從重要的資料或訊息中分散注意力
3. 分裂組織中的資料或訊息處理
4. 可能使學習者繞著不適當主題組織資料或訊息。

五、形式原則 (Modality Principle)

原則：文字訊息以口述文字的方式呈現會比印刷文字有更好的效果。

說明：因為視覺文字、圖片、動畫皆利用到視覺／圖像管道，兩者在此管道中彼此競爭認知資源，當這個管道認知超荷時，聽覺／語文管道卻沒被使用到；但當文字以口語表達文字呈現時，口語表達文字使用到聽覺／語文管道，而圖片、動畫則使用到視覺／圖像管道，當兩種管道皆使用到時，彼此平衡。工作記憶區會有較大的容量去處理進來的訊息。

六、重覆(多餘)原則(Redundancy Principle)

原則：學習者從「具有動畫與口述文字」的教材比「具有動畫、口述文字與字幕」的教材能得到更好的學習效果。

說明：Mayer(2001)舉出，當圖像訊息以視覺呈現且媒體沒有提供如播放速率等學習者控制功能時，將視覺文字及口語表達文字同時呈現可能降低有

意義學習的機會，但在第二語言學習的多媒體環境中，提供學生視覺文字的功能則可幫助其學習第二語言。

Mayer 所提出的多餘原則較 Sweller 所提的多餘效應相似但廣度不同，Sweller 所提的多餘效應指的是在任何的多媒體情境中，刪除多餘的訊息教材將比包含多餘的訊息教材有更好的學習成效；而 Mayer 所提出的多餘原則指的是在任何的多媒體情境中，動畫或圖示搭配敘述時的學習成效比動畫同時搭配字幕及敘述時的學習成效好。

七、個人化原則(Personalization Principle)

原則：教學時採用口語化(conversational style)的方式會比採用形式化(formal style)的方式得到更好的學習效果。而課堂上的教學就是教師利用教材和學生作為溝通的平台，本研究符合此原則。

說明：個人化原則是指設計螢幕的教學代理人特別地重要，他可以在教育的課程中引導學習及幫助教學進行。在這個主題中，焦點是在我們稱為可見作者(the visible author)的部分。讓對話系統、教學代理人和可以見到作者的心理優勢上，希望可以誘發學習者與電腦互動，如同是社會對話的夥伴一般。

八、信號原則 (Signaling Principle)

原則：多媒體教材若含有可強調教材內容組織結構與重點的提示，學習效果較好。

說明：因為適當的提示能引導學習者將注意力投注在重要的教材內容上，如此可以避免學習者的注意力被不相關或不重要的內容吸引，造成認知資源不必要的浪費。在較複雜但不多餘的多媒體教材中，使用提醒信號，如在口語中加強重音提醒關鍵字、紅色和藍色箭頭指示該注意動畫中的哪個影像、藉著添加綱要或標題以協助組織文字、藉由添加地圖顯現出課程已呈現哪些部分來協助組織影像。激發式動態呈現的教學設計在吸引學生的注意方面，常運用此設計原則。

九、分割原則 (Segmentation Principle)

原則：當多媒體教材被分割成數個小片段時，若學習者能掌控呈現速度，會比連續呈現教材有更好的學習成效。

說明：當多媒體教材被分割成數個小片段時，學習者能夠從每一個片段中選擇文字及影像，並且有時間及能力去組織及整合被選擇的文字及影像，再進入下一片段；相反地，如果多媒體教材是以連續的方式播放，學習者能夠從第一個片段中選擇文字及影像，但當學習者忙於組織及整合被選擇的文字及影像時，便被要求對於接連呈現的訊息做選擇文字及影像的工作，造成學習者二重管道皆超荷的情況，降低學習成效 (Clark & Mayer, 2003)。

十、預先訓練原則 (Pretraining Principle)

原則：當學習者知道主要概念的名稱及特徵時，學習成效較佳。

說明：在適應期教學者要顯示虛擬教室的不同部份，隨著每位學生將使用的工具做一些介紹練習，也就是對課程中主要概念的名稱和特徵提供「預先訓練」。例如觀看消化系統如何工作，在講述動畫前可預先訓練他們要學習的身體部位的名稱和位置。

十一、聲音原則(Voice Principle)

原則：當多媒體課程中的講述為友善人聲，學習者的學習效果較機器發音為佳。
說明：以會話方式呈現所造成的社會臨場感(social presence)會讓學習者在學習時致力於更深層的認知過程(Mayer,2005)，但須避免過度口語，例如：嘿！老兄，我今天要來告訴你……。

十二、圖像原則(Image Principle)

原則：當多媒體課程中的講述者圖像出現在螢幕上，學習者不必然會學得比較好。
說明：透過實證研究發現，不論講述者的圖像是否出現在螢幕上，只要學生能聽到講述者的聲音，學習效果相當。

上述多媒體教材設計原則均是透過實證研究而提出，若能妥善運用於教材設計，勢必能設計出有效提升學習成效的數位教材。

2.5 教學知識

為達成九年一貫課程的精神，教師若能具備學科教學知識的觀念來做為教學前的準備、教學中的依據與教學後的反省，就能培養出符合九年一貫課程課程目標中，最重要的培養出獨立思考與具備解決問題能力的學生。故本節擬針對學科教學知識以及數學教學知識兩個部分進行文獻探討，以作為支持研究者省思自身教學的依據。

2.5.1 學科教學知識

以大眾的觀點，醫生是一種專業、建築師是一種專業，而教師的專業何在？近年來教師專業不斷受到質疑與考驗，究竟教師應該具備怎樣的知識與能力？Shulman(1986)以其在教師知識方面的研究和參與美國國家教師專業考試的研究心得，從學者專家的角度提出了學科教學知識(Pedagogical Content Knowledge, PCK)的概念，強調教師除了需具備學科內容知識(Content Knowledge, CK)及教學知識(Pedagogical Knowledge, PK)外，亦應統整出學科教學特色的學科教學知識。Schulman(1987)在次年更提出七個教師知識，其中特別強調學科教學知識的重要性，他指出：「學科教學知識是一種學科內容與教學的混合物，最能突顯教師專業知識的領域」。Shulman(1986)針對美國許多州的師資檢定過程僅以筆試來檢測教師的學科內容知識，即只是測出特定學科事實記憶；後來又以教案設計與評量來確認教室管理與教育政策、學生的個別差異等作為教學知識的評鑑內容提出批評，在此過程中因為完全看不到「學科」的影子，所以Shulman特別提出「迷失的派典」(Missing Paradigm)，企圖使師資檢驗制度能重新重視學科知識在教學中的重要性，因而提出學科教學知識的概念，換言之，PCK是從學科知識中所衍生而出的(林美淑, 2005)。

Shulman(1986)對學科教學知識的定義如下：學科教學知識必須要能將所教授的內容在教學中具體的表現出來。學科教學知識包括在某個學科領域中最常被教授的主題，呈現那些概念最有用的表徵型態，最有效的類比、圖解、舉例、解釋、展示等，簡言之，就是能讓學生理解的概念闡述方式(Shulman, 1986, p. 9)。其概念可參考圖6。

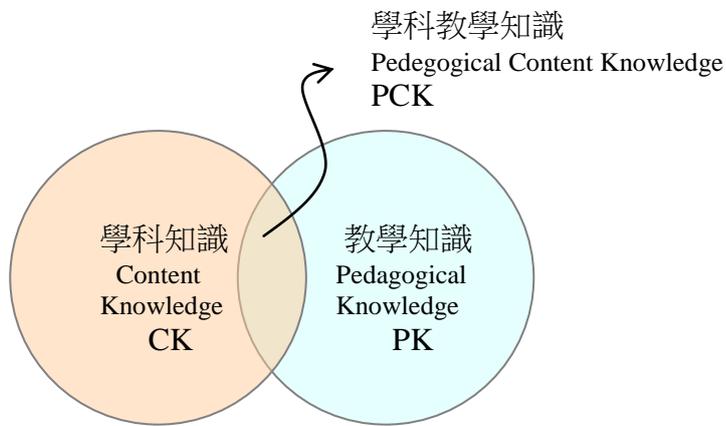


圖 6 學科教學知識概念圖

資料來源：”Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge,” by Mishra, P., & Koehler, M. J., 2006, *Teachers college record*, 108(6), p.1022.

在Shulman所提出的學科教學知識框架中並未特別強調「科技」(Technology)在教學上的應用，這可能是因為現代與80年代相較，對於所謂「科技」的討論已無法同日而語，換句話說，當時被視為「科技」的產品可能至今已司空見慣的事。

時序進入21世紀，電腦與網路科技逐年突飛猛進，科技應用的創新與進化可謂日新月異，此時「教學科技」應用的多樣化早已與當時大相逕庭，且科技已深深影響了現代教與學的形式與品質。有鑒於此，2006年密西根大學的Punya Mishra與Matthew J. Koehler二位教授因應了「科技」的快速發展趨勢，在Shulman的PCK架構基礎上，新加入了「科技」(Technology)這個元素，發表了「學科教學科技知識」(Technological Pedagogical Content Knowledge, TPACK)的新架構，可參考圖7說明(Mishra & Koehler, 2006)。

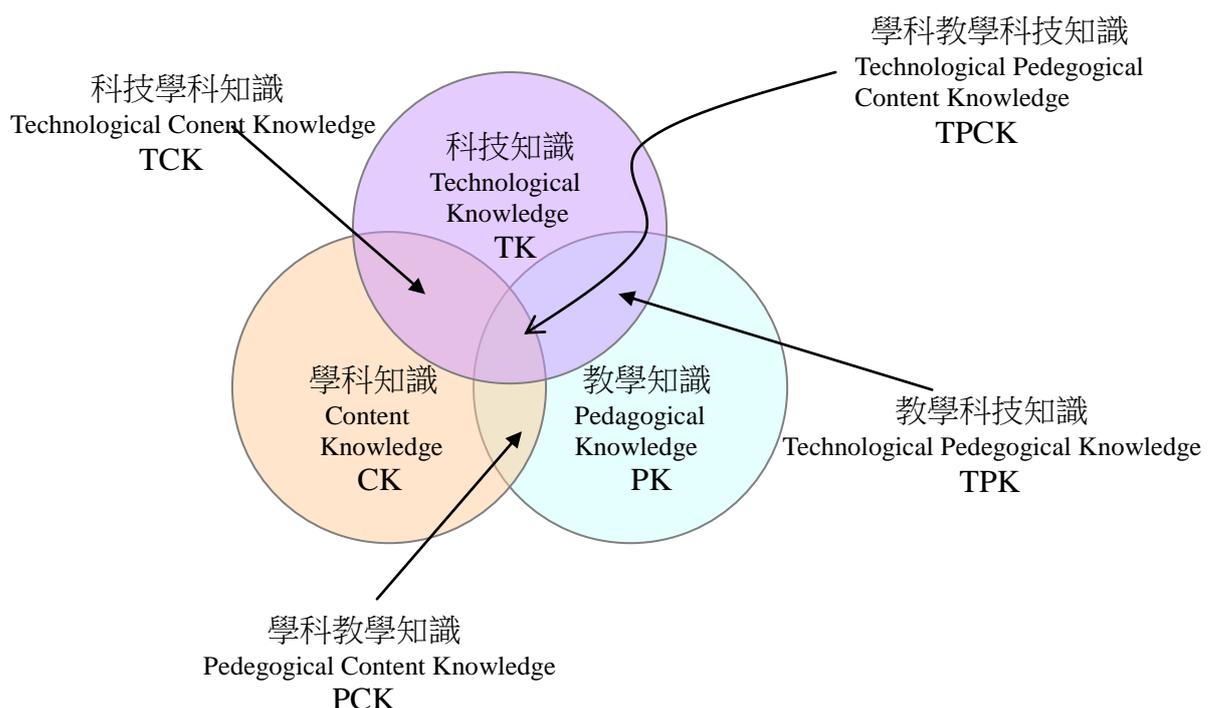


圖 7 學科教學科技知識概念圖

資料來源：”Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge,” by Mishra, P., & Koehler, M. J., 2006, *Teachers college record*, 108(6), p.1025.

2.5.2 數學教學知識

針對數學教師專業知識相關研究，Fennema 與 Frank (1992) 認為數學教師有三類重要數學教學知識：數學的知識 (Knowledge of mathematics)、學習者數學認知的知識 (Knowledge of learners' cognitions in mathematics)、教學法的知識 (Pedagogical knowledge)，在特定脈絡中動態的交互作用著，並且發展教師的教學知識 (李源順、林福來、呂玉琴、陳美芳，2008)。國內學者林碧珍 (2001) 將 Shulman 所提出的知識再區分為三個領域，即將數學教師的教師知識部份，分為數學知識、數學教學知識和學生認知知識，同時也強調不能將其嚴格區分。Hill, Ball & Schilling(2008)對數學教師專業知識部分，提出「數學教學知識 (MKT) 模型」，更細分數學教師專業知識，包括學科知識 (SMK) 和教學內容知識 (PCK) 二大類，其中再化為六小項。如圖 8，學科知識有一般內容知識 (CCK)、數學水準知識、特定內容知識 (SCK) 三項；教學內容知識有內容與學生知識 (KCS)、內容與教學知識 (KCT)、課程知識三項。

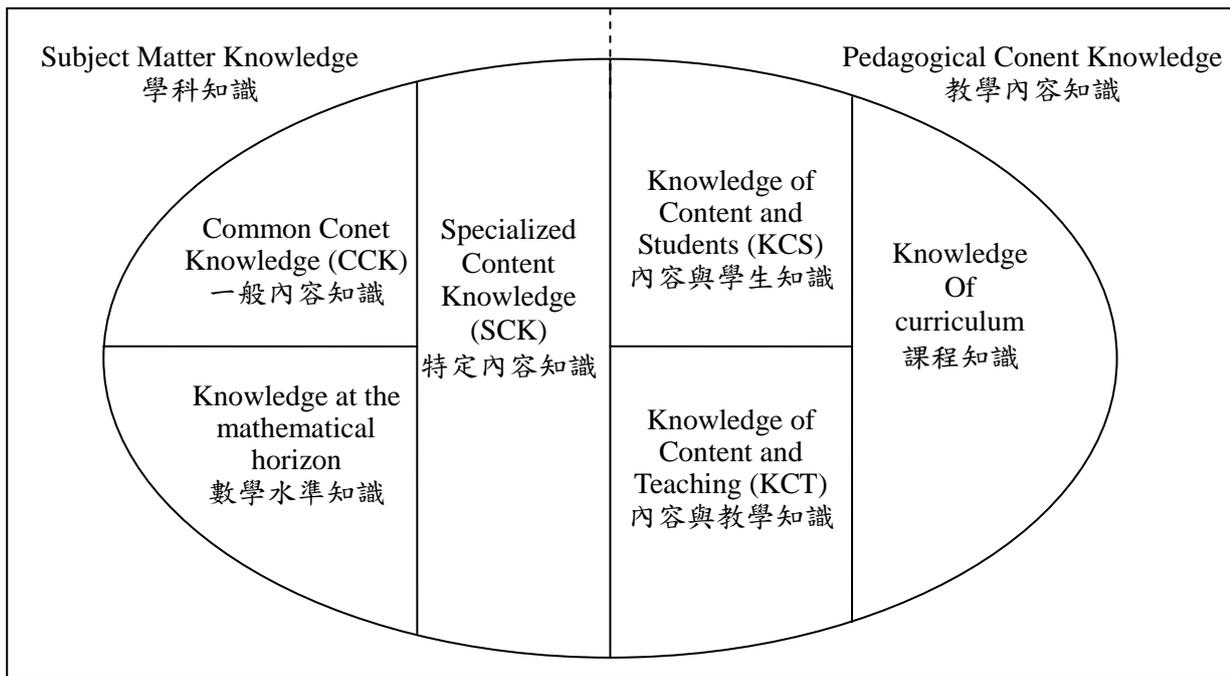


圖 8 數學教學知識模型(MKT)

資料來源：”Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students,” Heather C. Hill, Deborah Loewenberg Ball and Stephen G. Schilling, 2008, Volume 39, Issue 4, p.377.

Ball研究小組在Shulman等人的研究基礎上，以數學學科為依託，通過紮根實踐的研究方法，把Shulman (1987) 教師知識分類中內容知識 (content knowledge)、課程知識和教學內容知識 (pedagogical content knowledge) 統稱為“教學需要的數學知識”，並對此進行了重新劃分和界定 (黃興豐，2009)。

一般的數學能力並不能完全滿足數學教學所需的知識和技能(Hill, Ball, &

Schilling,2004)。數學教學需要一種純(pure)學科的、專門化的(specialized)知識。“純學科的知識”是指純粹的數學知識，未曾揉合學生或教法的知識，有別於 Shulman 所說的教學內容知識；“專門化”的涵義是指數學教師所必需的特有的數學知識，有別於其他職業所需要的數學知識。例如：在思考如下問題時，就需要這種“純學科的、專門化的”知識：

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{8} \div \frac{6}{8} = 5 \div 6 = \frac{5}{6}$$

問題 1：這種除法得記算過程正確嗎？

問題 2：上述計算過程能否推廣，為什麼？

在這裏我們看到，思考上述兩個問題只需要數學知識，不需要教學法或學生心理的其他知識，也就是說只需要“純學科的”知識。同時，其他行業的人員，可以不具備這樣的數學知識，他們只要知道如何按照分數除法的標準演算法（除以一個數，等於乘以這個數的倒數）得到正確的結果就可以了。然而，對教師而言需要擁有這樣的知識，因為在教學中可能會遇到學生“創造”出不同一般性的演算法，教師需要判斷並作出合理的解釋。這也就解釋了為什麼說這種知識是“專門化的”緣由。

透過“專門化”的數學知識，教師能順利解決以下問題：

一、分析學生的數學錯誤

在低年級的學生中一個可能常見的錯誤是：

$$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 261 \end{array}$$

教師必須馬上指出 261 是一個錯誤的答案，這並不需要專門的知識就完全可以做到：任何人只要計算出了正確答案，都可以一眼看出來。然而，教學遠遠要比辨別一個錯誤的答案複雜得多。成功的教學要求教師能洞察學生錯誤的原因，而且必須迅速及時，往往是一瞬間。教師的工作具有一定的特殊性，需要大多數職業所不需要的數學推理知識。

二、應對解決問題的多種方法

遇到學生自己創造的計算方法，教師不僅要進行數學思考，還得向學生提供正確答案。不一定要急著否定學生的做法，透過理解與持續教導，學生會漸漸由未成熟的算則發展至成人算則，這才是數學教學的關鍵，更是教師應對各種教學問題的基礎。

三、解釋方法的數學意義

教師在教學中必須掌握方法的合理性、特殊性，恰當的使用於各種情境，同時還要向學生解釋為什麼要這樣做？這樣做的依據是什麼？要使學生知其然，又知其所以然。

四、選擇恰當的數學例子

在教學的過程中，選擇恰當的例子十分重要。在考量得過程中需要數學的推理和數學的洞察力的問題，這對於數學教學而言是十分關鍵的，但對於大多數其他職業的人來說，幾乎是無關緊要的。

五、概括

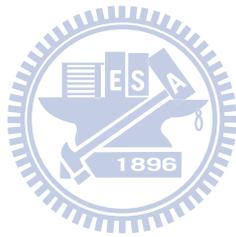
Ball研究小組認為：第一，數學教學工作的本質在很大程度上具有濃烈的數學色彩。許多數學任務，即使是日常的教學任務，如佈置作業、聽學生報告、評定學生的成績，皆要求教師必須具備特殊的數學知識，良好的思維習慣，以及敏銳的數學洞察力。第二，數學知識和教學休戚相關。她們認為教學內容知識的一個重要價值是在學科知識的學術世界和教學實踐的現實世界之間架起了一座橋樑，這是通過學科、學生和教法知識之間的融合而實現的。

透過文獻的閱讀，研究者依MKT架構，茲將以下兩篇文章的數學教學知識詳述於表17。本研究將以PCK中的KCT及KCS作為設計及教學前、中、後的反省方向，以期了解並增進自身數學教學專業。

表 17
數學教學知識分析表

文獻	Converting Mathematics Tasks to Learning Opportunities(Sullivan, Clarke, & Clarke, 2009)	介紹 ball 研究小組數學教學需要的學科知識之研究 (黃興豐, 2009)
Subject Matter Knowledge (SMK) 學科知識		
common content knowledge(CCK) 一般內容知識	解題所需的數學知識	教師用以判斷學生答案的對錯，非教學工作所特有，譬如：教師必須理解所教的素材，必須識別學生的錯誤答案、不精確的定義，必須正確使用專業術語和符號，如： (1)哪個數在 1.1 和 1.11 之間？ (2)正方形是不是長方形？ (3)0 能不能做除數？ (4)平行四邊形的兩條對角線一定互相垂直嗎？
specialised content knowledge(SCK) 專門的內容知識	教師能精確的呈現數學概念，提供數學上的常規與過程的解釋、檢驗與了解問題的特殊解法 (Hill, et al., 2008, p. 378)	教師為了教學而必須具備的一種獨特的數學知識，遠比教給學生的知識來的豐富而且深刻，不僅有量的差別，更是存在質的差異，如： (1)為什麼異分母分數相加減，首先要通分？ (2)如何用圖形來表示 $2 \div \frac{2}{3}$ ？
knowledge at the mathematical horizon 數學橫向的知識	覺知到在課程中與數學主題相關聯的數學 (Ball et al., 2008)	橫向的內容知識(Horizon content knowledge,HCK)(Ball, 1993)，屬學科知識，是指彼此不同數學專題之間的連結以及對具體數學專題在課程或學科中的地位的認識。
Pedagogical Content Knowledge (PCK) 教學內容知識		
knowledge of content and teaching (KCT) 內容與教學知識	了解教學順序、 如何平衡教學中的優缺點、 如何處理學生的回答	內容與教學的知識聯合了關於數學和教學這兩方面的知識。許多數學任務需要教學設計的知識。許多的教學決策也需要內容與教學的

		<p>知識。例如：</p> <p>(1)決定哪些數學內容學生必須著重掌握，哪些內容可以忽略，哪些內容暫且可以擱置放到以後再學。(續下頁)</p> <p>(2)決定在何時暫停課堂的討論，澄清某些觀點。</p> <p>(3)決定何時採納學生的觀點形成數學結論。</p> <p>(4)決定何時提出新的數學問題和任務促進學生學習。</p>
<p>knowledge of content and students(KCS) 內容與學生的知識</p>	<p>結合了解學生與了解數學的知識</p> 	<p>內容與學生的知識把關於學生和數學這兩個方面的知識交叉組織在一起，形成一種實踐性知識(Hill, et al., 2008)要求教學需要同時思考數學內容和學生這兩個方面的相互關係，譬如：</p> <p>(1)什麼圖形學生很有可能也當作是三角形？</p> <p>(2)學生有沒有可能把 405 寫成 45 呢？</p> <p>(3)如果學生混淆了周長和面積的概念，那麼可能會出現哪些錯誤呢？</p>
<p>knowledge of curriculum 課程知識</p>		<p>Knowledge of content and curriculum(KCC) 內容和課程的知識</p>



三、研究方法

本研究旨在以行動研究法的方式，採ADDIE教學設計模式，運用AMA系統進行國小五年級小數乘法教材設計與教學，並透過實證資料的分析、專家建議及教師教學心得探討小數乘法教學設計與教師知識。本章擬分別就研究方法與架構、研究情境、資料蒐集的方法以及資料的整理與分析等四個章節加以說明。

3.1 研究方法與架構

本研究採用行動研究法，行動研究(action research)最為直接簡明的定義，是由John Elliott(1991：69)所提出：行動研究是社會情境的研究，是以改善社會情境中行動品質的角度來進行研究的研究取向（夏林清等（譯，1997）。行動研究企圖支持教師以及教師團體能有效地因應實務工作中的挑戰，並且以一種反映(reflective)思考的方式來創新地改革困境。亦即透過教育行動研究可以整合教育理論與教學實務，進而使教學與研究相結合。在教育現場的教師期望透過行動研究的歷程與結果，在不斷的計劃、行動、檢討、反省與修正中，改進教學方式與解決教學實務問題，進而提升教學品質、促進教師專業成長。本研究希望透過行動研究分析現行國小教科書在國小數學小數乘法單元之教材有何差異？探討設計數位教材應考慮因素為何？可能遇見的困難與解決方法為何？探討使用設計教材教學後之學生學習成效與學習動機如何？更進一步的，透過教學設計、實踐與反思的歷程，自省教師個人專業成長情形。在過程中，透過數學教育學者、資訊媒體學者以及合作教師組成研究小組，在彼此不斷的對話、辯證、省思與修正的循環歷程中，逐漸發展小數乘法教學方案。採取的是行動研究中計劃、行動、反省、修正的步驟，並分為三大階段：學習階段、開發階段以及應用階段，而每個階段均為一個行動研究的循環，研究架構如下圖9：

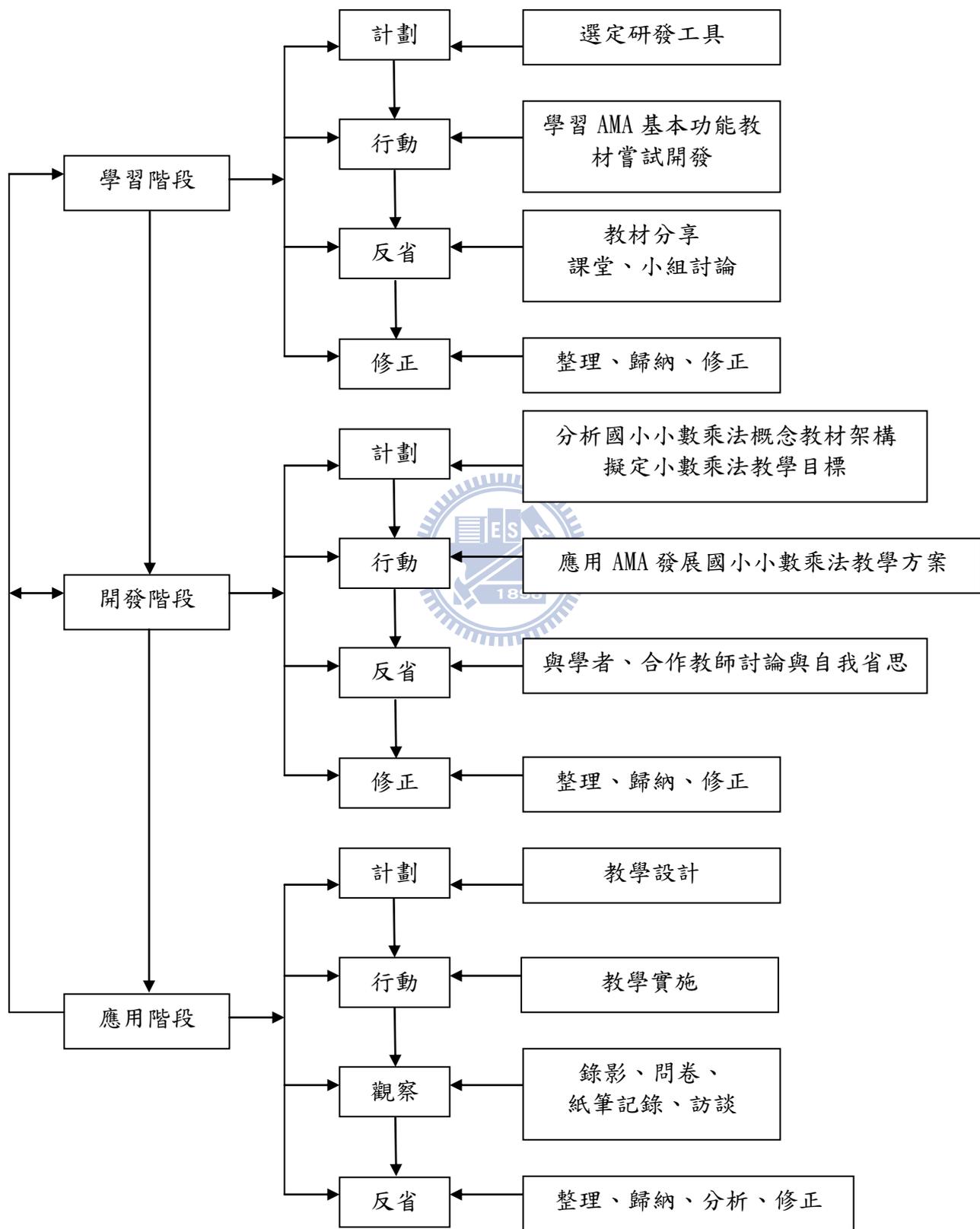


圖 9 研究架構圖

3.2 研究流程

ADDIE是在實踐數位學習時最常運用的系統化教學設計(Instructional System Design, ISD)模式，數位學習的品質跟教學關係密切，而系統化程序的實踐才能讓教學設計順利地導入教學系統中，所以不只傳統的教學系統使用ADDIE，數位學習同樣要運用ADDIE的模型（顏春煌，2010）。縱然目前已有上百種系統化教學設計模式被開發應用於數位學習領域中，但最常見的仍是線性的系統化教學設計模式，其他各種模式可以說是由ADDIE模式所衍生的變化模式（張慧雯，2006）。此外，模式結構清楚、步驟分明，教師可直接運用，具省時經濟的優點（黃政傑，1997）。ADDIE教學設計模式包含分析(Analysis)、設計(Design)、發展(Development)、實施(Implementation)、評鑑(Evaluation)等五個階段，彼此之間的關係可以從圖10得知：

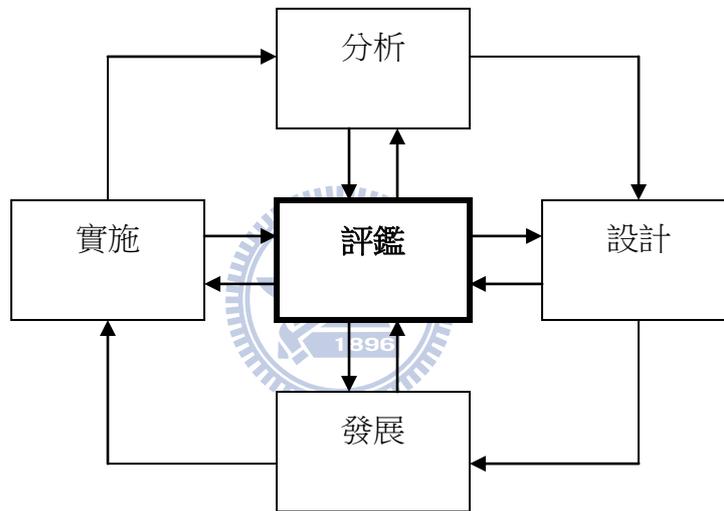


圖 10 數位學習課程發展與教學設計模式五個階段之關係圖

資料來源：徐新逸（2003）。數位學習課程發展模式初探。教育研究月刊，116，26。

茲將其核心要素分述如下：

- 一、分析(Analysis)：確立教學的需求，定訂教學策略與目標。
 - 二、設計(Design)：擬定具體學習計劃及設計研究問題。
 - 三、發展(Development)：發展研究工具及方法，訂定學習進度。
 - 四、實施(Implementation)：實施教學活動，進行實作，完成作品。
 - 五、評鑑(Evaluation)：根據學習者學習施予評鑑，評估及修正教學結果與學習活動。
- 本研究應用 ADDIE 模式建構研究流程，如圖 11：

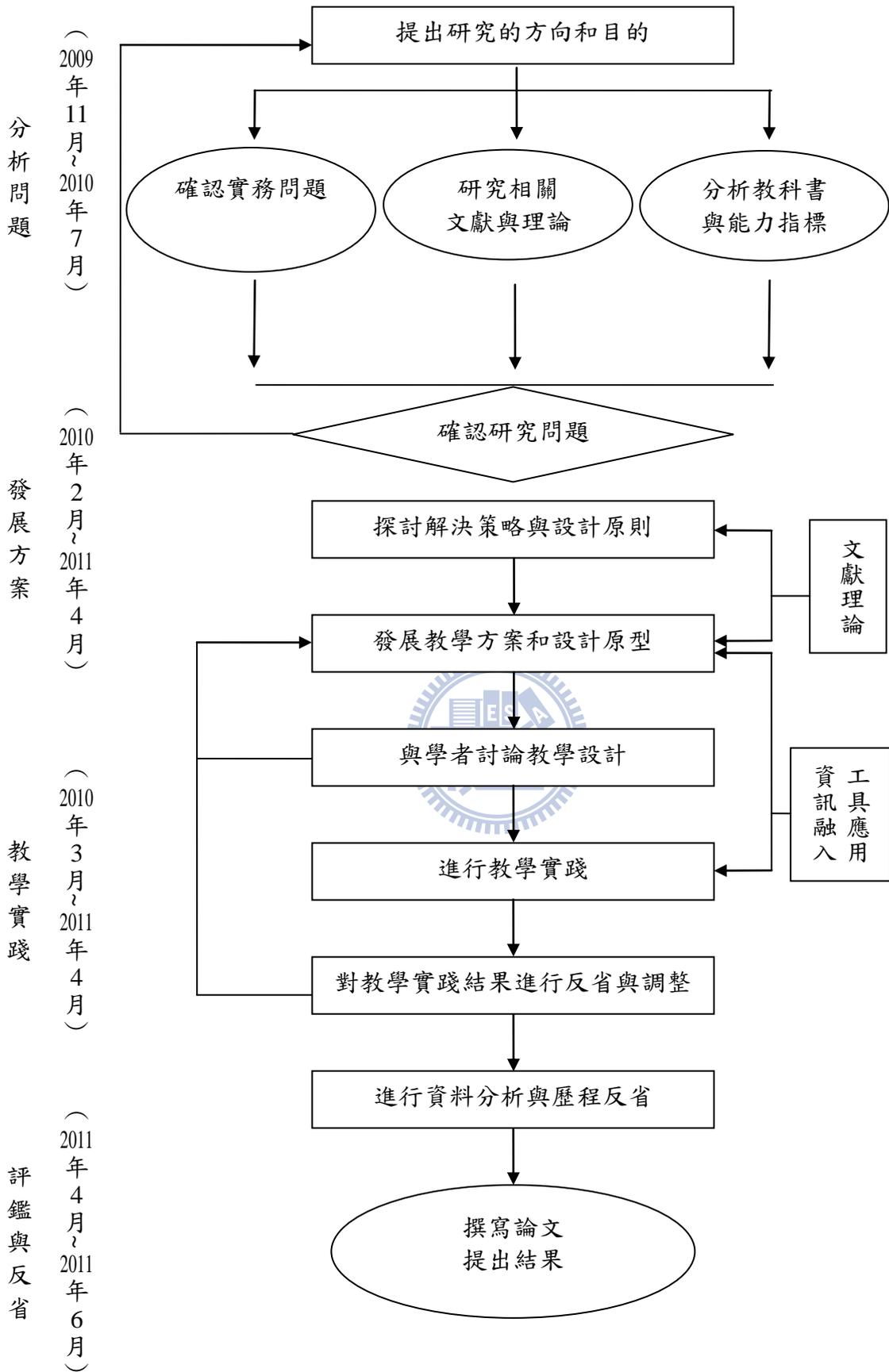


圖 11 研究流程

以下就研究流程圖的各階段加以說明：

一、前置學習階段：

在譚寧君教授的引介下，研究者在研究所課程開始前即參與由國立交通大學陳明璋教授所主持的「認知與數位學習」暑期讀書會，自 2009 年七月至八月每週三下午討論 E-LEARNING 與 AMA 實務操作，同時班上有來自各地的中小學教師一同進行學習。讀書會期間，利用實務操作的機會分享所設計的教材，之後再整理、歸納與修正，在此循環中一次次的精鍊教材。

二、分析問題(Analysis)：

研究者在與指導教授幾次的談話中發現國小課程中關於小數的教材研究仍屬少數，因此和同儕教師針對高年級小數單元進行研究。在小數乘法方面，研究者在教學現場發現多數教師認為小數乘法僅是整數算則的延伸，教學上不用耗費太大的力氣，但為何多年來學童在這方面的學習成效卻不見起色？（劉曼麗、侯淑芬，2007）此外，愈到高年級，學童對於數學的學習興趣愈顯低落，往往無法從中獲得成就感，因此，研究者希望能針對以上兩個問題進行深入研究，並與指導教授討論後訂定研究主題。

三、發展方案(Design & Development)：

在整理相關文獻及進行教材分析後發現小數乘法雖然看似簡單，但其背後涉及的小數概念卻不易呈現與檢驗，因此先以現行教科書為架構開始著手設計，再依據理論於實務經驗進行修正。另外，在研究所一年級上學期已利用 AMA 系統進行教學設計，發現其動態呈現及互動性十分適合於國小課堂呈現，因此決定使用 AMA 系統為研究工具，利用資訊融入教學的方式來設計五年級小數乘法數位教材，以期獲得最佳的教學效果。

四、教學實踐(Implementation)：

在教學現場實際教學，並利用研究札記、錄影、數學日記、學習成效及學習態度問卷等方式作記錄，瞭解學生學習成效及學習態度改變的情形，再做教材的反省與修正，以期能發展出合適的小數乘法教學方案。施測班級總計三班，第一輪在研究者任教的班級施測，於2010年三月完成教學；修正教材之後，第二輪在同年段的同儕教師任教班級施測，於同一時期完成教學；再次修正教材後，第三輪在下一學年度的五年級進行施測，於2011年三月完成教學。

五、評鑑與反省(Evaluation)

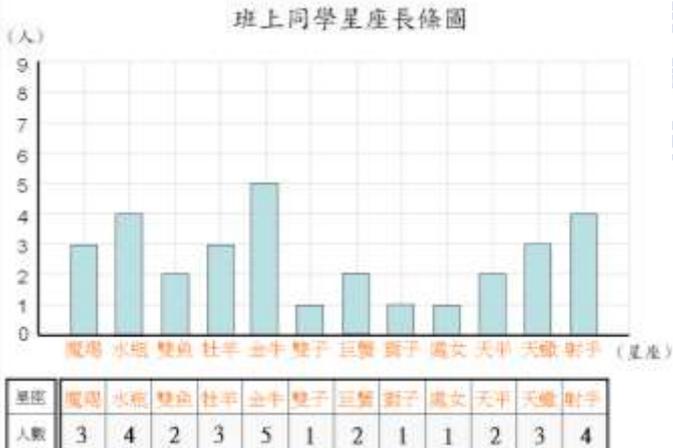
在每一次的教學實踐後進行評鑑與反省，並整理教學錄影、教學檢討札記、反思札記、形成性評量、學生學習態度問卷及學生學習成效問卷，以為修正教材與專業成長的依據。

3.3 研究情境

3.3.1 研究者

研究者畢業於國立台北教育大學數學暨資訊教育學系，在學期間即積極參與以數學教育為主軸的營隊活動，除了系上的數學梯隊，更自發參與木鐸教育研究社，在學理與實踐間找尋平衡點。踏入教育現場讓我發覺自己不足之處，回到學校更清楚自己所需及所追求，如此的訓練讓理論與實務相得益彰。升任教職後更不忘初衷，課餘期間除了和志同道合的夥伴到阿里山上的小學自辦趣味數學營隊外，更利用寒暑假參加數學無限工坊及人本教育基金會數學想想營隊，「除」和「除以」有什麼不同？什麼樣的圓才是正圓？數學真的愈「想」愈有趣！參與營隊能讓自己一直處在活躍的數學教育現場，與夥伴腦力激盪，激發出更適切的數學教育火花，樂此不疲。

研究者在畢業後於彰化代課一年，於 2007 年進入新竹科學園區實驗高級中學國小部任教，於 2009 年進入國立交通大學理學院碩士在職專班科技與數位學習組進修，希望藉由理論的學習為教學現場注入新知。在國立交通大學陳明璋教授的指導下利用 AMA 系統設計教材，與同儕共同設計了數學科「統計挖挖挖」及社會科「愛台灣」的數位教材，在實際教學經驗中發現其動態呈現及互動性十分適合於國小課堂呈現，因此決定使用 AMA 系統為研究工具，利用資訊融入教學的方式來設計五年級小數乘法數位教材，以期藉此增進教學效果。

統計挖挖挖																											
 <table border="1"><thead><tr><th>星座</th><th>魔羯</th><th>水瓶</th><th>雙魚</th><th>牡羊</th><th>金牛</th><th>雙子</th><th>巨蟹</th><th>獅子</th><th>處女</th><th>天秤</th><th>天蠍</th><th>射手</th></tr></thead><tbody><tr><td>人數</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr></tbody></table>	星座	魔羯	水瓶	雙魚	牡羊	金牛	雙子	巨蟹	獅子	處女	天秤	天蠍	射手	人數	3	4	2	3	5	1	2	1	1	2	3	4	此頁面透過 AMA 系統的設計可以直接和學生互動，在調查班上學生的星座人數後，於下方的格子點出人數，之後透過提問依序繪出上方的長條圖，藉此建立學生繪製長條圖的能力，互動效果良好。
星座	魔羯	水瓶	雙魚	牡羊	金牛	雙子	巨蟹	獅子	處女	天秤	天蠍	射手															
人數	3	4	2	3	5	1	2	1	1	2	3	4															

愛台灣	
	此頁面透過 Flash 強大的互動功能，讓人物及旗子可如玩大富翁遊戲般的自由移動，補足 AMA 系統的不足，而當人物走至定點縣市時，再超連結至 PowerPoint 呈現各地特色及挑戰題，讓學生藉由有趣的互動遊戲認識台灣各地的特色。

然而資訊的融入僅是呈現教學的方式之一，課程設計才是教師的專業表現。資訊方面，透過文獻的閱讀，e-learning、認知負荷及多媒體設計原則皆成為課程設計的理論依據；數學科教材教法則是向國立台北教育大學的譚寧君教授請教，了解到教師專業知識的重要性，因此開始閱讀相關文獻，更透過學科教學知識(PCK)檢視此次行動研究中的教師成長。

此教學方案尚有兩位協同研究者進行教學方案的實際操作，並在操作後給予研究者相關的建議與回饋。兩位協同研究者皆為研究者的同事，本研究所提及的同儕教師是黃老師，與研究者是研究所及大學同學，較研究者早一年進到學校任教，目前與研究者任教於同一年段，平時經常互相切磋教學內容及方法，在工作與求學時相輔相成；楊老師為下一學年度的五年級導師，在校任教十七年，雖然不是數學教育相關科系畢業，但是對於數學教學十分關切，常與研究者討論數學教學問題，因此邀請楊老師進行教學方案的實際操作，以期透過更多老師的使用讓教學方案更具適用性。

3.3.2 研究場所

本研究的場所為研究者所任教的學校，為位於台灣新竹科學工業園區內的完全學校，創立於1983年，提供園區廠商、政府機關、學術研究機構（含清大、交大、工研院及國家實驗室等）、派外返國人員與歸國學人之子女特別就學機會，並吸引歸國學人或科技人才留在新竹大科學園區地區。全校分作五部：高級中學部、國民中學部、國民小學部、雙語部及幼稚園部，研究者任教於國民小學部(簡稱國小部)。99學年度，全校共102班，計有學生近2900人，其中國小部班級數普通班計40班(一年級6班，二年級6班，三～六年級各7班，研究者任教於高年級)、資源班8班(資優資源班4班，學習輔導班4班)，主任及教師共78位，職員幹事共3位，工友1位。

本校招生對象為新竹科學園區廠商、食品工業研究所、中科院、核能研究所、科學園區管理局、國家發展研究院駐新竹地區研究機構、國家衛生研究院新竹科學園區竹南園區、財團法人台灣動物科技研究所、科學園區實驗中學等學術研究機構（含清大、交大、工研院及國家實驗室等）、派外返國人員與歸國學人之子女皆有資格參加實驗中學國小部年度招生抽籤。由於家長多在科技業上班，學童參與課後安親班或學習活動的比例較高，接受的資源刺激豐富多元，因此如何在教材呈現上吸引學生亦是一大挑戰。

學校給予教師很大的教學自主性，不同專業領域的教師在開放多元的討論文化中不時激發出創意十足的教學方式。在班級教室的教學設備上，每班配置布幕、單槍投影機及電腦一部，每學年一套按按按系統，更有四間科任教室安裝電子白板，軟硬體設備充足，提供教師多元教學的便利性。雖然學生對於多媒體教學已見怪不怪，但研究者在第一次以數位教材教學時發現學生的情緒會較於浮躁，可能跟過去單槍使用的經驗中多與影音娛樂結合相關，因此上課前的準備態度應向學生說明。

3.3.3 研究對象

本研究的研究對象以研究者、黃老師及楊老師所任教的班級為觀察對象，國小部五年級的班級皆為四年級採S型重新編班。研究者及黃老師的班級屬同一年段，班上學生皆為33名，男生17人、女生16人，於五年級下學期實施教學方案，楊老師為下一學年度的五年級導師，班上學生共35名，男生19人、女生16人，亦於五下實施教學方案。三個班級的家長皆以從事科技業居多。研究者與黃老師任教的這一屆學生從國小一年級(九十四學年度)起就接受九年一貫課程正式綱要的課程，因此教科書沒有暫綱與正綱的銜接問題；於三、四年級採用部編版教科書，五、六年級採用康軒版，透過教材分析可以發現此單元並無版本銜接的問題。楊老師任教於下一學年度的五年級，該年段於三年級

採用部編版教科書，之後因教材適用性而於四年級更換為康軒版教科書，由於各版本的小數乘法皆於四年級引入，因此此單元無版本銜接問題。

研究者任教班級採傳統座位方式(圖12)，兩兩併桌，如需討論時與附近的同學組成一組，全班可分為六組。每個單元教學以課本為主，於課堂間如遇開放性問題則穿插數學日記的使用，以了解學生的數學概念及學習態度，由於此教學方案已設計形成性評量及問卷蒐集相關資料，因此未使用數學日記。

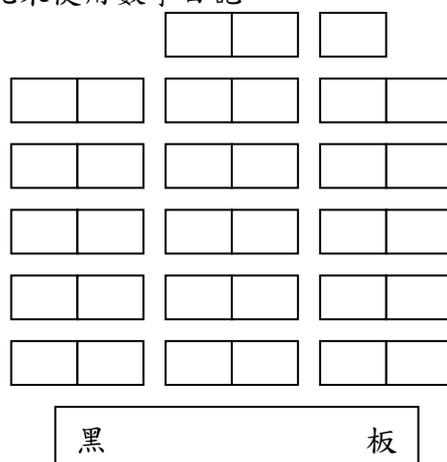


圖 12 班級座位表

3.4 資料的蒐集與分析

3.4.1 資料的蒐集

本研究採用行動研究的模式，研究者從開發階段開始陸續蒐集資料，在教學歷程中，亦持續性地進行資料蒐集並同時加以分析，以做為下一步修正行動的參考。所蒐集的資料如下：

一、教學錄影：

為了更精確回憶與分析教學過程及學生上課之反應，因此於研究者任教班級針對小數乘法單元的教學過程進行錄影，並於課後進行錄影回顧，節錄教學過程摘要。

二、教材討論資料：

研究者與同儕教師在確認研究主題後，即著手設計教材，並定期與兩位指導教授討論，進行教材的修正。

三、教學檢討札記：

研究者與黃老師及楊老師在進行完每一節課的教學後，皆會針對教學過程進行教學檢討，並記錄於札記中。

四、反思札記：

以札記方式來記述對教材發展、教學歷程及教學成效的反思，包含與指導教授、同儕教師和施教班級學生討論後的省思記錄等，這些資料可提供研究者反思本身的教學與想法。

五、形成性評量：

透過課程中的形成性評量，可以了解學生的解題記錄方式及學習情況。

六、問卷資料：

本研究利用自行設計的兩份問卷—「學習態度問卷」及「學習成效問卷」蒐集三個施教班級學生對於使用資訊融入教學方式的學習動機與回饋以及對於小數乘法單元的自我學習成效檢視，藉此了解學生對於此套小數乘法教學方案的看法以及學生對於各小數乘法概念的學習成效等。(問卷內容詳見附錄一、二)

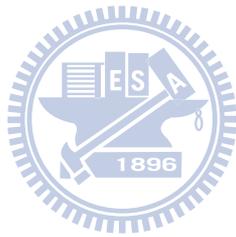
3.4.2 資料的分析

在行動研究的過程中，研究者持續不斷地進行資料蒐集並加以分析，研究者將所有資料按照時間順序排列、統整並加以分類。資料的編碼是在資料名稱後加上日期做標記，例如：(教資990321)，表示99年3月21日與教授進行的教材討論資料、教學錄影則用班級+教錄+日期表示.....等，另外，學生的形成性評量則在形評的前面加上班級及學生編號，A表示研究者任教班級，B表示黃老師任教班級，C表示楊老師任教班級；s12表示學生12號，如表18。

最後進行報告撰寫的工作，這是資料分析的關鍵階段，研究者根據研究過程中所獲得的資料，加以詮釋、分析，再加上研究時的真實情境，一再反省、修正，最後綜合所有的資料，再撰寫研究報告。

表 18
資料來源的代號

資料來源	代號
教學錄影	班級+教錄+日期
教材討論資料	教資+日期
教學檢討札記	教札+日期
反思札記	反札+日期
形成性評量	班級+Sn+形評+日期
學習態度問卷	班級+Sn+態卷+日期
學習成效問卷	班級+Sn+效卷+日期



四、小數乘法教學方案實踐歷程

本研究旨在以行動研究法的方式，採 ADDIE 教學設計模式，運用 AMA 系統進行國小五年級小數乘法教材設計與教學，並透過實證資料的分析、專家建議及教師教學心得，探討小數乘法教學設計與教師知識。本章擬依 ADDIE 模式撰寫教學方案實踐歷程(見圖 13)，分別就分析、設計、發展、實施與評鑑五個階段加以說明。

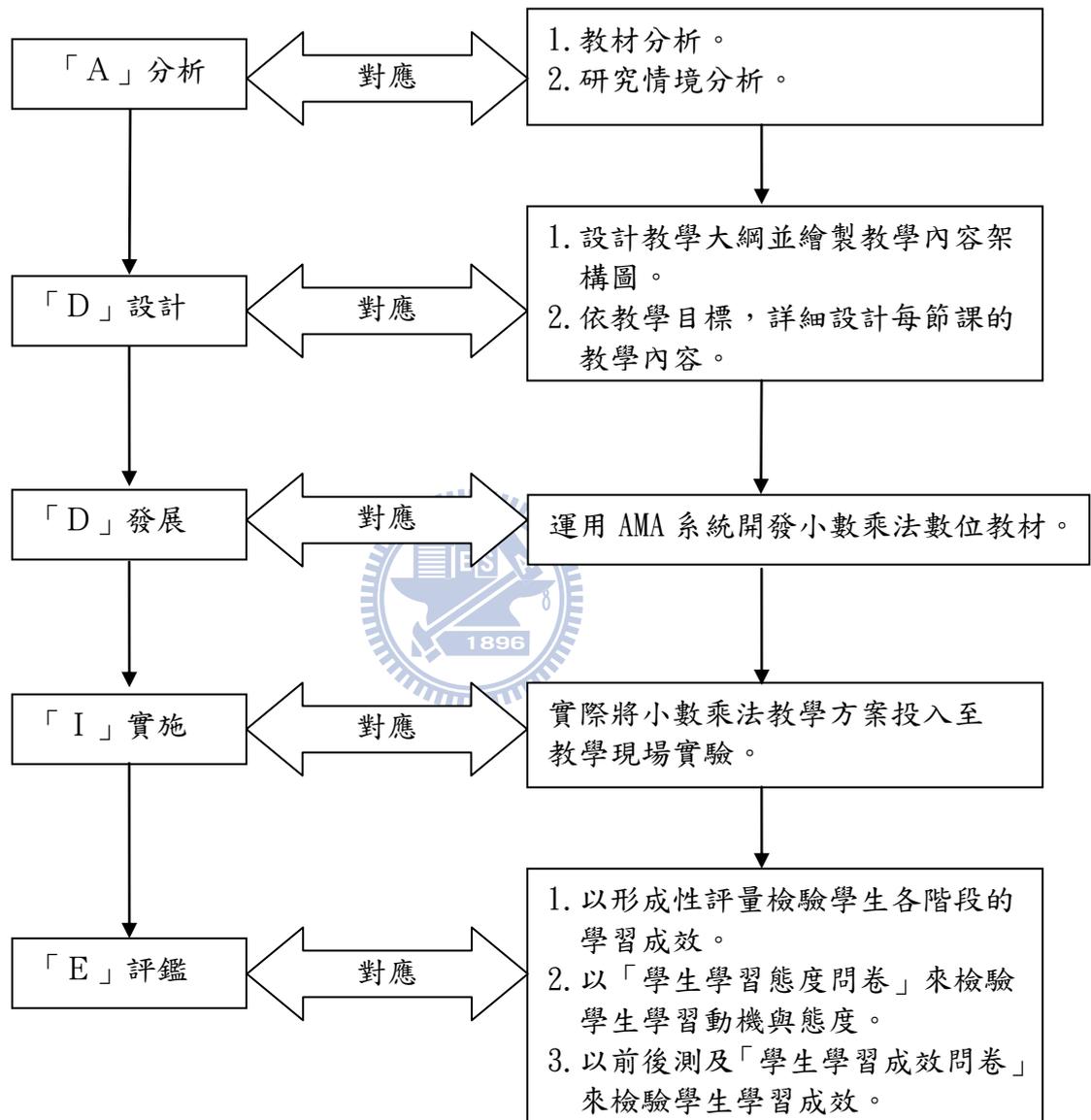


圖 13 教學方案實踐歷程

4.1 分析階段

此階段中的教材分析已詳述於第貳章，研究情境分析則於第參章第三節中闡述，茲將結果整理如下：

4.1.1 教材分析

透過「九年一貫課程綱要與小數教材能力指標分析」可以發現以下幾點：

- 一、小數教材難易度呈鐘擺效應，難易度逐次調整，82年版及九年一貫暫綱的小數乘法在第二、第三階段完成教學，正綱則又將小數乘法調回四、五年級教學。
- 二、九年一貫小數乘法教材正綱較暫綱明確界定各年級需達成的能力指標。

(暫綱沒有分年細目)

- 三、正式綱要及修正綱的能力指標皆多了必須能以直式算則來處理計算的能力。
- 四、正式綱要及修正綱要特別提出數值(整數、分數、小數)與數線的結合，修正綱要更要求能在數線上做整數與小數之比較與加、減的操作。

此次研究施測班級從國小一年級(九十四學年度)起就接受九年一貫課程正式綱要的課程，因此教科書沒有暫綱與正綱的銜接問題，但小數乘法部分較暫綱提前學習，需注意學生的準備度。此外，正式綱要與修正綱要皆強調計算並提出數值(整數、分數、小數)與數線的結合，亦可當成教材設計時考量的面向。

內容透過「不同教科書版本小數乘法佈題順序與方式之分析」可以發現以下幾點：

- 一、小數教學平均分配在三~六年級，其中以四年級下學期的單元數最多，南一版甚至安排了三個單元。除此之外，除翰林版於四年級上學期沒有小數教學外，各版本單元分布並沒有太大的差異。
- 二、小數乘法文字題依照被乘數與乘數的數值可分成「小數×整數」、「整數×小數」和「小數×小數」三類(劉曼麗、侯淑芬, 2007)，僅部編版沒有提及「整數×小數」題型，其餘各版本無異。
- 三、四種教科書版本在「小數乘法文字題佈題方式」之異同處整合於表19，從表中可以發現康軒版的面向較多元，多輔以圖形表徵，符合Hiebert和Wearne (1988)提出學生學習小數知識的四個階段論中的「連結」與「發展」，從概念引入小數乘法學習，其他版本較偏向於直接從「精緻與熟練」引入，從其他版本在「整數×小數」與「小數×小數」題型多先處理直式算則這一點可以看出端倪。因此研究者在設計教材時主要以康軒版為主要架構，再融和關係性題型，以期培養學生的數感。

表 19

各版本佈題方式異同表

教科書版本		康軒版	部編版	翰林版	南一版
文字題類型					
「小數×整數」					
同	以文字題帶入	✓	✓	✓	✓
異	以純小數帶入	✓		✓	✓
	輔以圖形表徵	✓			✓
	包含直式算則	✓	✓	✓	
「整數×小數」					
同	以文字題帶入	✓	/	✓	✓
異	以分數乘法帶入	✓		✓	
	對話框	✓		✓	
	直接引入直式算則				✓
	定位板、圖形表徵	✓			
「小數×小數」					
同	先處理單位小數相乘	✓	✓	✓	✓
異	直接引入直式算則		✓	✓	✓
	以圖形表徵引入	✓			

4.1.2 研究情境分析

研究者畢業於國立台北教育大學數學暨資訊教育學系，於 2007 年進入新竹科學園區實驗高級中學國小部任教，於 2009 年進入國立交通大學理學院碩士在職專班科技與數位學習組進修，影響研究者積極進修的原因有二：

- 一、營隊參與：研究者在大學時期即積極參與以數學教育為主軸的營隊活動，在學理與實踐間找尋平衡點。踏入教育現場讓我發覺自己不足之處，在回到學校後更清楚自己所需及所追求，如此的訓練讓理論與實務相得益彰，讓自己一直處在活躍的數學教育現場，與夥伴腦力激盪，激發出更精彩、適切的數學教育火花，並樂此不疲。
- 二、工作環境：本研究的場所為研究者所任教的學校，為位於台灣新竹科學工業園區內的完全學校。由於家長多在科技業上班，學童參與課後安親班或學習活動的比例較高，接受的資源刺激豐富多元，因此教師本身的專業成長需與時俱進。此外，學校給予教師很大的教學自主性，不同專業領域的教師在開放多元的討論文化中不時激發出創意十足的教學方式。軟硬體設備充足，提供教師多元教學的便利性。

基於上述兩個原因，研究者在研究題材的選擇上決定開發國小數學數位教材，以期藉此增進教學效果與教師專業成長。

4.2 設計歷程

4.2.1 教學方案內容架構

本研究所指的「小數乘法教學方案」是以國小五年級下學期小數乘法單元為範圍，包含以激發式動態呈現設計的數位教材及五節的教學活動，每節課為 40 分鐘，總計 200 分鐘(見圖 14)。

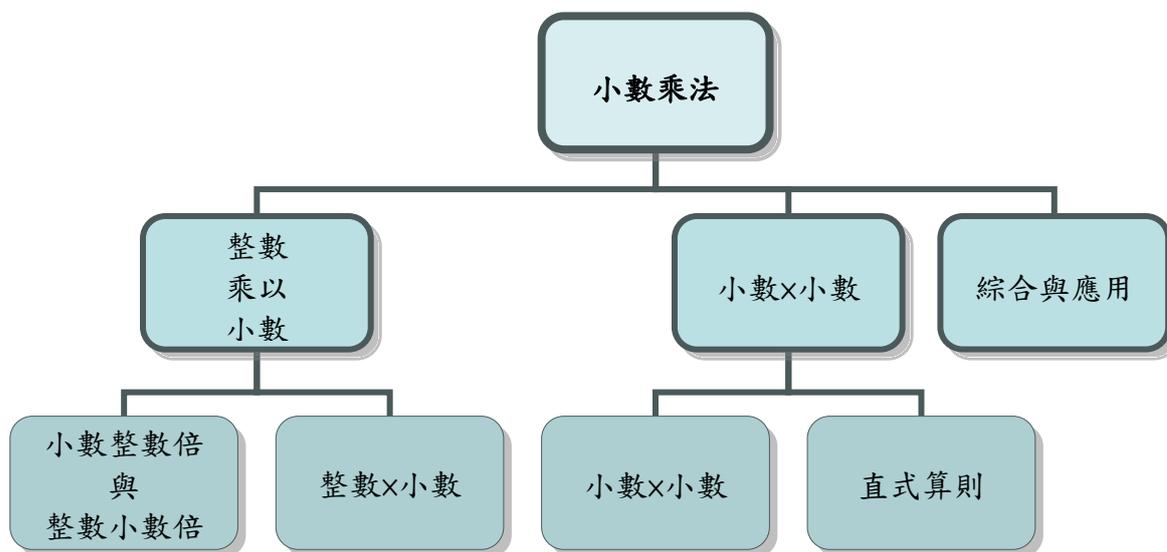


圖 14 教學方案之內容架構圖

4.2.2 單元教學目標

本單元教學目標如下：

- 一、解決生活中的小數乘法問題，並嘗試理解直式算則。
 - 二、察覺小數乘法問題中，被乘數、乘數與積的變化關係。
- 欲達成的學習目標如表 20：

表 20

小數乘法教學方案教學目標

教學活動	教學目標	節數
活動一：整數乘以小數	1-1 能解決小數的整數倍問題	2 節
	2-1 能察覺被乘數乘以 10 倍、100 倍...後小數點的變化	
	1-2 能解決整數的單位小數倍問題	
	2-2 能察覺被乘數乘以 0.1 倍、0.01 倍...後小數點的變化	
	1-3 能解決整數乘以純小數的乘法問題	
	2-3 能藉由小數點位置的移動，判斷兩個小數的位值關係與兩個小數乘法問題的大小關係	
活動二：小數乘以小數	1-4 能解決小數的單位小數倍問題	1 節
	1-5 能解決小數乘以純小數的乘法問題	
活動三：直式算則	1-6 能理解整數乘以小數的乘法直式算則	1 節
	1-7 能理解小數乘以小數的乘法直式算則	
	2-4 能察覺小數乘法問題中，積的小數位數為被乘數、乘數的小數位數的和	
活動四：綜合與應用	1-8 理解直式算則，並能解決生活中的小數乘法問題	1 節
	2-5 能察覺小數乘法問題中，被乘數、乘數與積的變化關係	

4.2.3 教學內容大綱

研究者依據自行設計的「教學方案之內容架構圖」來擬定更詳細的教學內容大綱，並將其整理於下表21：

表 21
教學內容大綱

節次	教學目標	課程內容
第一節： 小數整數倍 與 整數小數倍	1-1 能解決小數的整數倍問題 2-1 能察覺被乘數乘以 10 倍、 100 倍...後小數點的變化 1-2 能解決整數的單位小數倍 問題 2-2 能察覺被乘數乘以 0.1 倍、 0.01 倍...後小數點的變化	1. 透過佈題討論、觀察並歸納小數乘以 10 倍、100 倍...後小數點的位置變化 規律。 2. 將先前的結果放入定位板後討論其位值 變化。 3. 透過佈題討論、觀察並歸納小數乘以 0.1 倍、0.01 倍...後小數點的位置變化 規律。 4. 將結果放入定位板討論位值變化。
第二節： 整數 × 小數	1-3 能解決整數乘以純小數的 乘法問題 2-3 能藉由小數點位置的移動， 判斷兩個小數的位值關係 與兩個小數乘法問題的 大小關係	1. 以圖像互動方式呈現整數(連續量、離 散量、內容物為多個)乘以純小數 的題型，讓學生了解其乘法意義。 2. 透過互動遊戲讓學生判斷兩個小數 乘法問題的大小關係，並說明原因。
第三節： 小數 × 小數	1-4 能解決小數的單位小數倍 問題 1-5 能解決小數乘以純小數的 乘法問題	1. 透過佈題讓學生思考如何解決單位小 數的單位小數倍(0.1×0.1)。 2. 利用激發式動態呈現教學設計的互動 功能和學生討論如何在 1 平方公尺的正 方形紙中呈現單位小數的單位小數倍 (0.1×0.1)及純小數的純小數倍($0.2 \times$ 0.3)。 3. 讓學生在紙上實際繪製，並利用激發式 動態呈現教學設計的互動功能讓學生 自行擬題來和其他同學互動。
第四節： 直式算則	1-6 能理解整數乘以小數的 乘法直式算則 1-7 能理解小數乘以小數的 乘法直式算則 2-4 能察覺小數乘法問題中， 積的小數位數為被乘數、 乘數的小數位數的和	1. 透過佈題讓學生查覺直式的需要性並 觀察整數乘以小數的直式算則與整數 乘法算則有何異同之處。 2. 透過分數乘法與直式算則的對照讓學 生觀察和討論小數乘法問題中，積的小 數位數與被乘數、乘數的小數位數間的 關係。 3. 透過大家來找碴的佈題來檢測與澄清 學生的直式算則概念。
第五節： 綜合 與 應用	1-8 理解直式算則，並能解決 生活中的小數乘法問題 2-5 能察覺小數乘法問題中，被 乘數、乘數與積的變化關係	1. 透過本單元相關题目的練習，讓學生在 關係判斷及直式算則使用上的更加熟 練。 2. 統整前面四節課的內容與概念，讓學生 能對所學更具整體感並期能達到融會 貫通。 3. 施行相關測驗並予以評鑑。

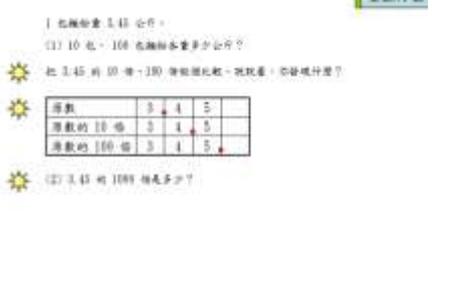
4.3 發展歷程

本節旨在呈現發展小數乘法數位教材歷程中，研究者依據教學經驗以及學習理論所提示的要點所進行的教材設計。從第一版的教材發覺自身對於教科書的依賴度，與理論的結合逐步提升教材的有效性，到為推廣教材做準備的適用性調整，最後透過教材演進史探討學科教學知識。以下將針對小數乘法數位教材發展歷程做一詳細說明：

4.3.1 第一版教材跳脫不出教科書的框架

萬事起頭難，教書多年一直依賴教科書，開始自編教材才發現設計的困難，第一版教材清楚看見發展數位教材的一大盲點，只有模仿沒有創意。猶記得當時盯著電腦畫面卻完全不知該如何開始下筆的心情，應該是諸多教材設計者共同的困擾。在苦思無門之下，只好先以學校課本為藍本，這正也說明了教學者若過度依賴教科書，當習慣成自然時，想要創意思考時，卻發現怎麼也離不開教科書的框架，因此，與其說是設計，不如說是「教科書電子化」，表22將就第一版教材加以說明：

表 22
第一版教材設計說明

教學頁面	設計理念
	<p>p1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以離散量佈題，採用學生熟悉的金錢情境佈整數乘法題，希望利用學生的舊經驗引入乘法算則。 2. 透過圖型表徵幫助學生理解題意。 3. 以類比方式出一相同題型的題目，希望學生能利用整數的概念，推論到小數的概念，以完成解題。
	<p>p2</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以文字題呈現小數的10倍、100倍，利用定位板察覺數字往左移動的現象。
	<p>p3</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 將原題目保留，並以不同表徵形式，採數字對齊的方式，提供學生察覺放大10倍、100倍，小數點往右移動的現象。

(續下頁)

1 包糖重 3.45 公斤。

(1) $\frac{1}{10}$ 包 $\frac{1}{100}$ 包糖各重多少公斤？

把 3.45 拆成 $\frac{3}{10}$ 磅 + $\frac{45}{100}$ 磅能比較，加減看，你發現什麼？

原數			3	4	5	
原數的 $\frac{1}{10}$ 倍	0	.	3	4	5	
原數的 $\frac{1}{100}$ 倍	0	.	0	3	4	5

(2) 3.45 的 $\frac{1}{10}$ 倍是多少？

p4

- 將原題目保留，採數字對齊的方式，提供學生察覺放大 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍，提供學生察覺小數點往左移動的現象。

1 包糖重 2 公斤。

(1) 0.1 包糖重多少公斤？ **0.1 包糖 0.2 公斤**

2 的 0.1 包是 0.2 包，用算式怎麼記？ **$2 \times 0.1 = 0.2$**

(2) 0.2 包糖重多少公斤？
用算式記記看。 **$2 \times 0.2 = 0.4$** **0.2 包糖 0.4 公斤**

(3) 0.5 包糖重多少公斤？
用算式記記看。 **$2 \times 0.5 = 1.0$** **0.5 包糖 1.0 公斤**

p5

- 以連續量佈題，討論整數乘以一位純小數的題型，引導學生透過分數概念思考小數概念。
- 透過圖型表徵幫助學生理解題意。
- 採用簡化變數方式，先固定被乘數，透過乘數的變化讓學生察覺答案的變化關係。

1 包糖重 75 公克。

(1) 共有 0.1 包糖，重多少公克？
如果每包是 1 包糖，那 0.1 包糖是多重呢？

你要把 1 包糖分成幾等份？ **10 等份**

1 等份是多少公克？ **7.5 公克**

1 包糖重 75 公克，75 公克的 0.1 包要怎麼用算式來記？
 $75 \times 0.1 = 7.5$

(2) 0.7 包糖重多少公克？
用算式記記看。 **$75 \times 0.7 = ?$**

p6

- 以類比方式出一相同題型的題目，希望學生能利用整數的概念，推論到小數的概念，以完成解題。
- 透過圖型表徵幫助學生理解題意。
- 提供一數字較複雜的題目，藉此引入直式算則的需要性。

$75 \times 0.7 = ?$ 用算式怎麼記？

$\begin{array}{r} 75 \\ \times 0.7 \\ \hline 525 \end{array}$	$\begin{array}{r} 75 \\ \times 7 \\ \hline 525 \end{array}$
---	---

你覺得哪一個直式是對的呢？

p7

- 以對比方式，出一相同題型的題目，透過兩個直式的相對比較，提供學生討論直式合理性。

$75 \times 0.7 = ?$ 用算式怎麼記？

$\begin{array}{r} 75 \\ \times 0.7 \\ \hline 525 \end{array}$	$\begin{array}{r} 75 \\ \times 7 \\ \hline 525 \end{array}$
---	---

525 個 0.1 合起來的多少？ **52.5**

先把 0.7 看成 7 個 0.1
總共 525 個 0.1

p8

- 透過原題，引導學生了解整數與小數的意義與兩種直式之間的關係。
- 透過單位量的轉換了解整數化後的直式中各數值的含意。

(續下頁)

	<p>p9</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 佈一整數乘以帶小數的問題，引導學生了解整數與小數的意義與兩種直式之間的關係。 2. 透過單位量的轉換了解整數化後的直式中各數值的含意。
--	---

透過表22可以發現，雖然第一版教材像是把「教科書電子化」，但每一個教材頁面仍包含著教學者的學科教學知識，可見將學科教學知識數位化才是真正的難題。在第一次教材編修討論會上，指導教授提出修正參考建議如下(教資20100208)：

1. p1用類比的方式出題，提供學生觀察思考是好事，但上下兩種題型不同，是否能類比是一件事，而對於學生而言，巧克力這個元素反而較容易理解，例如：一公斤巧克力400元，買2公斤要多少錢?買 0.2公斤要多少錢?
2. 圖像呈現方式，對學生的抽象思考有所幫助，即使已是高年級的學生，宜多加利用。
3. p3用表格跟定位板意義不同，使用時機也有差別，容易產生混淆，可以先弱化表格的出現(甚至不用)，待學生對小數點移位有感覺後再用定位板。

在指導教授的建議下，第二版教材跟著應運而生。沒錯！萬事起頭難，但只要你踏出第一步，透過行動研究的循環步驟，你會找到教材設計的下一步，最後，你將會發現第一版教材最具省思價值的珍寶。

4.3.2 站在巨人的肩膀上——與文獻結合

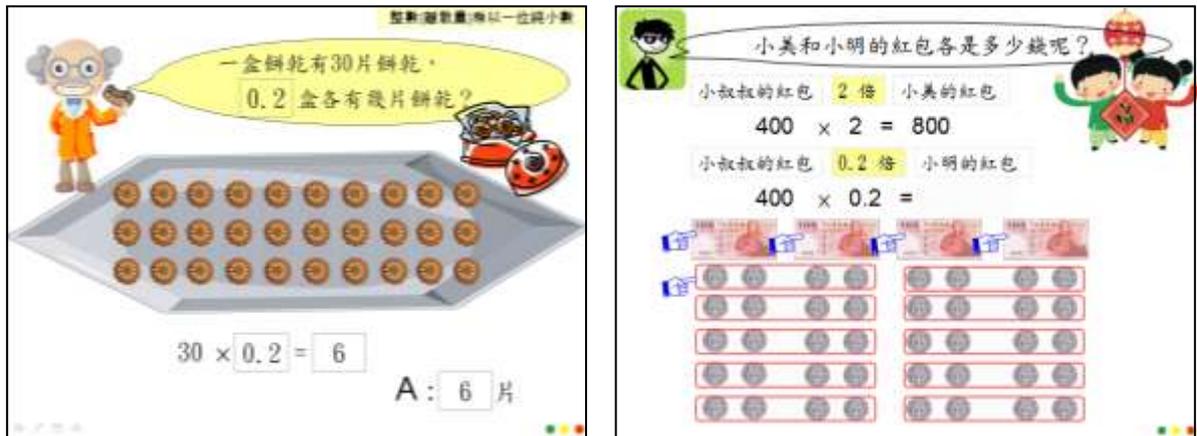
如何結合理論應用在實務上是本研究的重點。在學習AMA的過程中，指導教授屢將多媒體學習理論融合進例題中作說明。Mayer(2009)在Multimedia Learning一書中提出多媒體的12項設計原則，林煜庭(2008)利用激發式動態呈現的基本模式提出適性指標基於視覺認知科學的設計原則。在教材修改的過程中，透過文獻而習得的設計原則都成為重要考量因素，茲將研究者使用的設計原則與使用方式詳述如下：

一、多媒體教材設計原則

減低外在處理的設計原則	連貫原則	✓
	信號原則	✓
	重覆原則	✓
	空間接近原則	✓
	時間接近原則	
管理本質處理的設計原則	分割原則	✓
	預先訓練原則	
	形式原則	✓
增加衍生處理的設計原則	多媒體原則	✓
	個人化原則	✓
	聲音原則	✓
	圖像原則	

1. 多媒體原則 (Multimedia Principle) :

教材設計採用文字與圖像並用的學習效果會比僅採用文字好。本研究之數位教材的設計皆採用文字與圖像並用的多媒體教材呈現，亦符合數學教學所強調的圖像表徵。



2. 空間接近原則 (Spatial Contiguity Principle) :

相關文字與圖像在畫面中位置接近會比位置遠離的學習效果好。本研究的圖文解說都在與彼此接近的位置中呈現，如0.1瓶的圖像討論完即可呈現其文字說明。



3. 連貫原則 (Coherence Principle) :

與主題不相關的文字、圖像或聲音若能加以排除，學習效果較好。本研究在第一版(左下圖)就同時呈現過多的文字，因此教學者在解說時，學習者容易被不相關的文字干擾而增加認知負荷，之後的設計即將此原則列入考量(如右下圖)。

整數×小數

1. 包糖菓重 75 公克。

(1) 弟弟有 0.1 包糖菓，重多少公克？

如果這還是 1 包糖菓，那 0.1 包糖菓是多重呢？

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

如果你把 1 包糖菓分成幾等份？ 10 等份

1 等份是多少公克？ 7.5 公克

1 包糖菓重 75 公克，75 公克的 0.1 倍要怎麼用算式來記錄？

$75 \times 0.1 = 7.5$

(2) 0.7 包糖菓是多少公克？

用算式記記看， $75 \times 0.7 = ?$

10倍、100倍、1000倍

1 包麵粉重 3.45 公斤。

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

4. 形式原則 (Modality Principle) :

文字訊息以口述文字的方式呈現會比印刷文字有更好的效果。本研究於教材設計中僅提供教師關鍵提問，主要的教學說明仍須仰賴教學者本身的學科教學知識(PCK)，關於教材的詳細流程可以參附錄五。

如果把剛剛的結果放進定位板，你又發現了什麼？

	萬位	千位	百位	十位	個位	十分位	百分位
原數					3	4	5
原數的 10 倍				3	4	5	
原數的 100 倍		3	4	5			
原數的 1000 倍	3	4	5	0			
原數的 10000 倍	3	4	5	0	0		

我是會算數的小瓢蟲，你知道我會停在哪嗎？

$61.53 \times 100 = (6153)$

$47. \times 0.001 = (0.047)$

$205. \times 0.01 = (2.05)$

$0.19 \times 1000 = (190)$

5. 重覆(多餘)原則(Redundancy Principle) :

學習者從「具有動畫與口述文字」的教材比「具有動畫、口述文字與字幕」的教材能得到更好的學習效果。過長的敘述不一定能增加了解度，本教材的畫面中僅呈現重點問句，並未將教師口述文字全數放在畫面中，避免學生需同時處理動畫、旁白及文字；而教學者應避免直接口述文字，易干擾學習者的閱讀理解。

0.1倍、0.01倍、0.001倍

1 包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

原數 25.

$25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$

$25 \times \frac{1}{100} = 0.25$

$25 \times \frac{1}{1000} = 0.025$

$25 \times \frac{1}{10000} = 0.0025$

把 25 的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍……做個比較。說說看，你有什麼新發現？

0.1倍、0.01倍、0.001倍

1 包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

原數 25.

$25 \times 0.1 = \frac{25}{10} = 2.5$

$25 \times 0.01 = 0.25$

$25 \times 0.001 = 0.025$

$25 \times 0.0001 = 0.0025$

把 25 的 0.1 倍、0.01 倍……做個比較。說說看，你有什麼新發現？

6. 個人化原則(Personalization Principle)

教學時採用口語化(conversational style)的方式會比採用形式化(formal style)的方式得到更好的學習效果。本研究為課堂授課導向，課堂上的教學就是教師利用教材和學生作為溝通的平台，即採用口語化方式。教學畫面中的Q博士是整個教材中的提問者，不時出現在畫面中引導學生思考。

7. 互動原則(Interactivity Principle)：

學習者可以控制教材呈現的步調時學習效果較好。本研究的教材雖然屬課堂授課導向，但部分畫面可以邀請學生上台操作(下頁圖)，讓學習者根據題意解題或自行擬題來進行互動。同樣的，由於本研究為課堂授課導向，教師可依學習者的狀況調整進度，從授課者的角度亦符合互動原則。



7. 信號原則 (Signaling Principle)

多媒體教材若含有可強調教材內容組織結構與重點的提示，學習效果較好。如左下圖利用紅色框框幫助學生點數400元的0.1倍是4個10元，右下圖在討論完後呈現本畫面概念的關鍵句幫助學習者整合訊息。



8. 分割原則 (Segmentation Principle)：

當多媒體教材被分割成數個小片段時，若學習者能掌控呈現速度，會比連續呈現教材有更好的學習成效。本研究的部分教材被分割成數個小片段，依學習者反應適時進入下一片段，讓學習者有充裕時間組織與整合畫面中的資訊，教師亦可彈性控制教學速度。

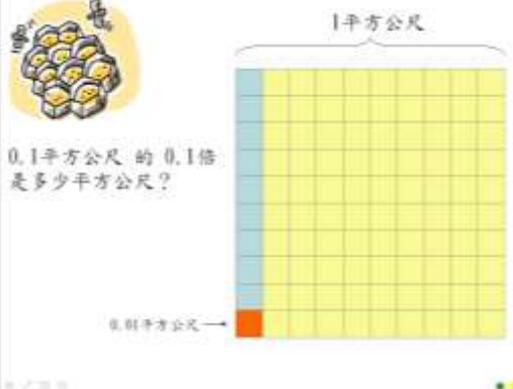
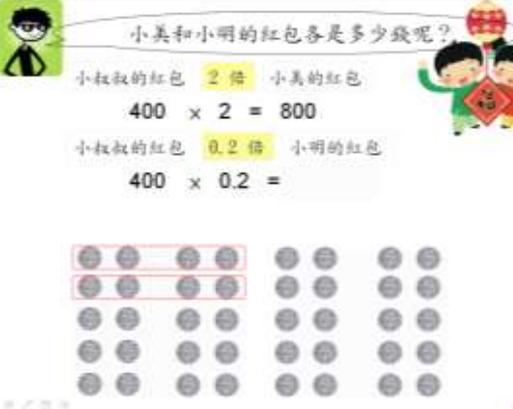


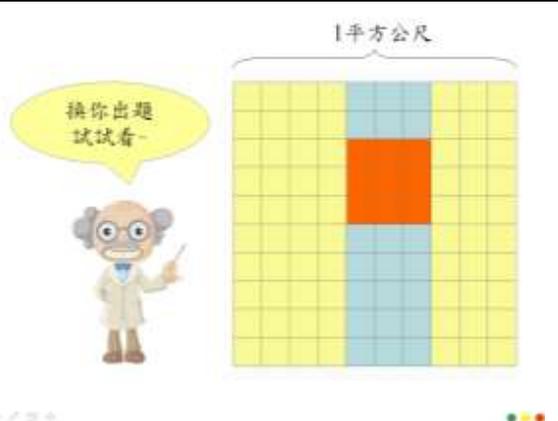
9. 聲音原則(Voice Principle)：

當多媒體課程中的講述為友善人聲，學習者的學習效果較機器發音為佳。本研究為課堂授課導向，教師可依學生反應給予適切的回應，教材設計未採用機器發音。

二、適性指標教材設計原則

原則	圖例/說明	
標示原始位置原則		<p>1. 滑鼠啟動點與目標物位置相同：</p> <p>以左圖為例，欲展示 0.1 瓶時，點選 0.1 瓶的位置即可。</p> <p>2. 應含有位置資訊：</p> <p> 以淡出動畫出現及消失來提示使用者該處有按鈕。</p>
		<p>3. 頁間定位：</p> <p>前後兩個頁面有相同物件時，可先複製第一個頁面，再修改成第二個頁面，即可完成頁間定位。</p>

<p>特徵獨立原則</p>		<p>1. 單一特徵：</p> <p>左圖中以橘色訊息表示 0.01 平方公尺，與干擾物只有色彩上的差異。</p>
<p>通道原則</p>		<p>留意色彩使用量(5 個以內)：</p> <p>本研究的教材畫面皆避免使用過多色彩。</p>
<p>群化原則</p>		<p>(續下頁)</p> <p>目標物群化：</p> <p>利用紅色框框幫助學生點數 400 元的 0.1 倍是 4 個 10 元</p>
<p>明度差異原則</p>		<p>為與前頁的式子類比，保留前頁的式子並淡化處理。</p>
		<p>邊框的淡化能突顯目標物。</p>

觸發原則	 <p>10倍, 100倍, 1000倍...</p> <p>1包麵粉重 3.45 公斤。</p> <p>10 包、100 包……麵粉各重多少公斤？</p> <p>原數 3.4 5</p> <p>$3.45 \times 10 = 34.5$</p> <p>$3.45 \times 100 = 345$</p>	<p>動態視覺特徵：</p> <p>左圖中的小數點以彈跳動畫進入，吸引學生注意力。</p>
	 <p>1平方公尺</p> <p>換你出題 試試看</p>	<p>以按鈕式動態呈現的方式在百格板中點選出需要的區塊，藉此激發學生注意力並提供師生彈性激發的選擇。</p>

4.3.3 科技始終來自於人性—把「教材」傳出去

回顧教材設計過程，在一次次討論與實作中反覆修正，為的就是設計出一套具推廣性與適用性的小數乘法數位教材。激發式動態呈現教學的一大特性就是教學者能彈性激發訊息，依照教學者的學科教學知識及學習者的反應決定教學順序與步調，但追求彈性激發的結果通常會演變成整個畫面中充斥著按鈕的情況，若不熟悉設計者思路的教師自然無法運用自如。因此如何讓設計者以外的使用者容易上手也是教材設計的考量因素之一，茲將相關的四個「貼心設計」於表23說明：

表 23

教材貼心設計表

貼心設計	教材畫面
------	------

循序漸進

使用說明
教材因分割原則會被分割成數個小片段，以便依學習者反應適時進入下一階段，教材內容若無彈性激發的需要，不建議以按鈕方式呈現，可直接以滾輪或滑鼠呈現下一步即可，避免使用者需記憶過多的按鈕使用原則。

使用說明
教材中出現的方框可直接提示使用者此處有按鈕可使用(上圖紅色圓圈處)；在設計按鈕時因為圖形會重覆覆蓋，因此會出現灰色區塊(上圖綠色方框處)，這也可以視為一個使用上的提醒。

動態提示

使用說明	<p>當畫面中有需要使用彈性激發的按鈕時機時， 會出現提示使用者該處有按鈕；若有需要連續點選處則在 上方加註需連續點幾下。</p>
紅綠燈	
使用說明	<p>紅綠燈的設計是在第一次教學過後才增加上去的，因為使用者在使用時常因誤按而「露餡」，容易造成學習者分心或打亂教學步調，因此每當不小心按錯時紅綠燈會消失一個來提醒使用者，具有「煞車」的效果。</p>

4.3.4 教材演進史

這一節將綜合說明小數乘法教學方案的演進過程，共計九個版本，除了前三節的考量因素外，數學教學知識中的學科知識(SMK)及教學內容知識(PCK)(以下採簡稱)(Hill, et al., 2008)亦為設計依據，以下將於表24、25、26中就「小數的整數倍與整數的小數倍」、「整數乘以小數」以及「直式算則」等三種題型中有大幅修改的版本加以說明：

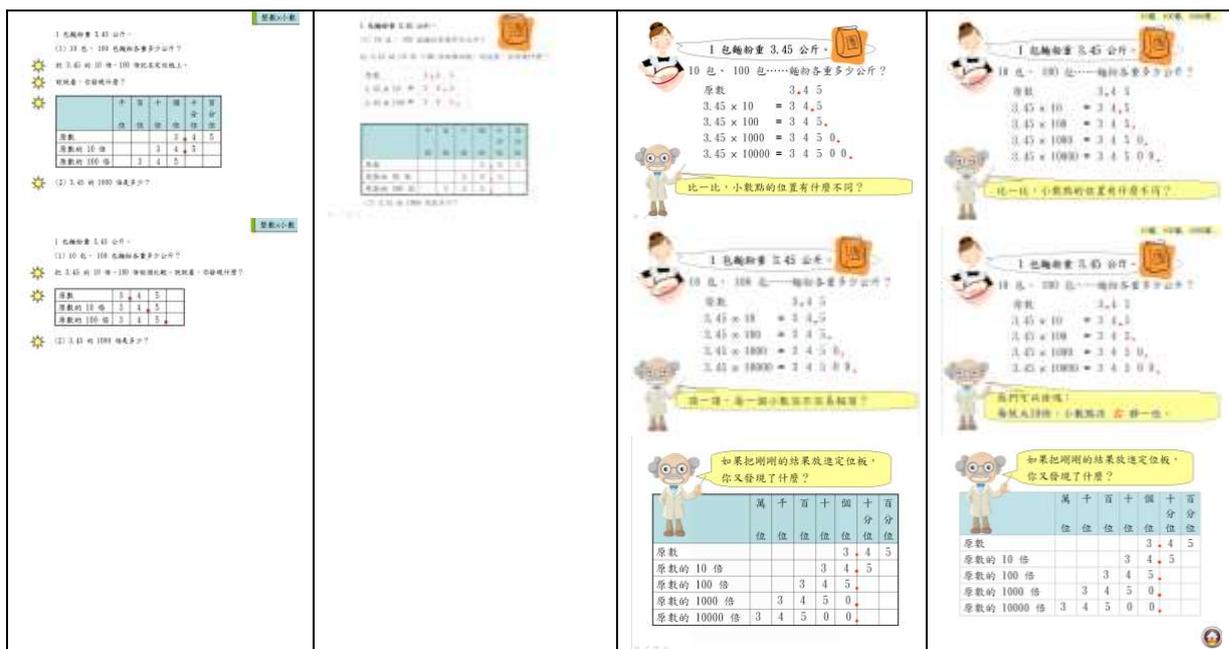
一、小數的整數倍與整數的小數倍

學生已於四下學過小數的整數倍，因此第一個題型是為了複習學生的舊經驗，並以此經驗帶入整數的小數倍。

表 24

「小數的整數倍與整數的小數倍」題型演進表

小數的整數倍			
第一版	第二版	第四版	第九版



版本演進說明：

1. 字體大小以28~32為宜：

在指導教授的建議下，字體大小在第二至第四版本間有了全面的修改，因為教材是採大班教學，為了不影響後排學生的閱讀，字體大小以28~32較適宜。

字體大小建議使用28~32較適合投影。

(教資20100228)

2. 增加色彩多樣性：

每一頁的空間及色彩飽滿度亦在此時有了提升，不過仍應注意通道原則，避免因超過五種顏色而影響目標物的蒐尋。

應注意每一頁空間的飽滿度。

顏色太淡容易讓學習者感到疲倦，可以增加色彩的多樣性。

(教資20100228)

3. 個人化原則：

增加Q博士這個角色，以他的來帶領學生思考，希望藉此吸引學生的注意力。

小朋友很容易被卡通人物吸引，之前教學觀摩帶入楓之谷的人物獲得不錯的迴響，或許可以試著加入角色來增加畫面的活潑度。

(反札20100228)

4. 減少畫面資訊量：

第一版將數字對齊及定位板分為兩個畫面，之後因為覺得畫面太空而將兩者合併於一頁呈現，不過一頁之中的資料卻也因此增加太多，不易學生閱讀，加上字體大小的調整，因此之後的版本都改成數字對齊及定位板分開討論的方式。

5. PCK與信號原則：

在第四版和第九版間主要修改的是教師的提問，第四版為「比一比，小數點的位置有什麼不同？」和「讀一讀，每一個小數容不容易報讀？」第二個問句的目的是帶到下一頁的定位板，但對於此頁並沒有一個總結說明，因此第九版將第二個問句修改為「我們可以發現：每放大10倍，小數點往右移一位。」此亦符合信

號原則。

整數的小數倍

第一版	第二版	第四版	第九版

版本演進說明：

1. SMK—小數與分數的連結：

在第一版及第二版，僅以小數 \times 分數=小數的比較來觀察小數點位置的變化，與本單元的連結性不強，因此在指導教授的建議下讓乘數可以透過按鈕由分數切換為小數，讓學習者熟悉分數與小數的轉換。

建議 $25 \times \frac{1}{10}$ 的 $\frac{1}{10}$ 設計一個可切換成0.1的按鈕，與小數乘法產生連結。

(教資20100228)

2. PCK—降低題目難度：

一開始的佈題為小數乘以整數(3.45×10) \rightarrow 小數乘以小數($3.45 \times \frac{1}{10}$)，但依學生學習歷程來看直接跳到小數乘以小數對於學生而言太難，因此改為小數乘以整數的佈題($25 \times \frac{1}{10}$)，並在第九版本添加 $25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$ ，藉此引起學生舊經驗。

3. PCK與信號原則：

在第四版和第九版間主要修改的是教師的提問，第四版為「把45的0.1倍、0.01倍……做個比較。說說看，你有什麼新發現？」但若教學中和學生討論完後對於

此頁僅是口頭總結，其力量會比文字來的弱，因此第九版增加一個總結句為「我們可以發現：每乘以0.1倍，小數點往左移一位。」此亦符合信號原則。

二、整數乘以小數

這一個題型正式帶孩子進入小數乘法的課程，為了讓孩子建立整數乘以小數的概念，因此這個題型較強調情境的引入，具體情境與圖形表徵提供孩子「乘會變小」的經驗，減少迷思的產生。

表 25
「整數乘以小數」題型演進表

第一版	第二版	第三版	第九版
<p>整數乘以小數</p> <p>每瓶有 200 公升，每箱就是 400 公升，請問每箱多少公升？</p> <p>每箱有 200 元，每箱就是 400 元，請問每箱多少元？</p> <p>如果一箱的每瓶是 400 元，買 2 箱一共要多少元？</p> <p>每箱 200 元，買 2 箱一共要多少元？</p> <p>每箱 200 元，買 0.2 箱一共要多少元？</p>	<p>每瓶有 200 公升，每箱就是 400 公升，請問每箱多少公升？</p>	<p>1 瓶汽水有 2 公升，客人喝了 0.1 瓶，是喝了多少公升？</p> <p>1 瓶 — 2 × 1 = 2 — 2 公升 0.9 瓶 — 2 × 0.9 = 1.8 — 1.8 公升 0.8 瓶 — 2 × 0.8 = 1.6 — 1.6 公升 0.7 瓶 — 2 × 0.7 = 1.4 — 1.4 公升 0.6 瓶 — 2 × 0.6 = 1.2 — 1.2 公升 0.5 瓶 — 2 × 0.5 = 1.0 — 1 公升 0.4 瓶 — 2 × 0.4 = 0.8 — 0.8 公升 0.3 瓶 — 2 × 0.3 = 0.6 — 0.6 公升 0.2 瓶 — 2 × 0.2 = 0.4 — 0.4 公升 0.1 瓶 — 2 × 0.1 = 0.2 — 0.2 公升</p>	<p>1 瓶汽水有 2 公升，客人喝了 0.1 瓶，是喝了多少公升？</p> <p>1 瓶 — 2 × 1 = 2 — 2 公升 0.9 瓶 — 2 × 0.9 = 1.8 — 1.8 公升 0.8 瓶 — 2 × 0.8 = 1.6 — 1.6 公升 0.7 瓶 — 2 × 0.7 = 1.4 — 1.4 公升 0.6 瓶 — 2 × 0.6 = 1.2 — 1.2 公升 0.5 瓶 — 2 × 0.5 = 1.0 — 1 公升 0.4 瓶 — 2 × 0.4 = 0.8 — 0.8 公升 0.3 瓶 — 2 × 0.3 = 0.6 — 0.6 公升 0.2 瓶 — 2 × 0.2 = 0.4 — 0.4 公升 0.1 瓶 — 2 × 0.1 = 0.2 — 0.2 公升</p>
	<p>每瓶有 200 公升，每箱就是 400 公升，請問每箱多少公升？</p>	<p>每瓶有 200 公升，每箱就是 400 公升，請問每箱多少公升？</p> <p>小叔叔有一個 200 元的红包，看看你們會抽到這個紅包的幾倍？</p> <p>我抽到 1 元 2 角！ 我抽到 2 元！</p>	<p>每瓶有 200 公升，每箱就是 400 公升，請問每箱多少公升？</p> <p>小叔叔有一個 200 元的红包，看看你們會抽到這個紅包的幾倍？</p> <p>我抽到 1 元 2 角！ 我抽到 2 元！</p>
	<p>每瓶有 200 公升，每箱就是 400 公升，請問每箱多少公升？</p> <p>每箱有 200 元，每箱就是 400 元，請問每箱多少元？</p> <p>每箱 200 元，買 2 箱一共要多少元？</p> <p>每箱 200 元，買 0.2 箱一共要多少元？</p>	<p>小真的红包比小明的多多少錢呢？</p> <p>小真的红包 2 元，小明的红包 400 × 2 =</p>	<p>小真的红包比小明的多多少錢呢？</p> <p>小真的红包 2 元，小明的红包 400 × 2 = 800</p>
<p>1 瓶汽水有 2 公升，客人喝了 0.1 瓶，是喝了多少公升？</p> <p>1 公升 — 1.0 公升 0.9 公升 — 0.9 公升 0.8 公升 — 0.8 公升 0.7 公升 — 0.7 公升</p> <p>2 的 0.1 瓶是 0.2 公升，買 2 箱一共要多少元？</p> <p>買 2 箱一共要 400 元，買 0.2 箱一共要多少元？</p> <p>買 2 箱一共要 400 元，買 0.2 箱一共要多少元？</p>	<p>小真的红包比小明的多多少錢呢？</p> <p>小真的红包 2 元，小明的红包 400 × 0.2 =</p>	<p>小真的红包比小明的多多少錢呢？</p> <p>小真的红包 2 元，小明的红包 400 × 0.2 = 800</p>	<p>小真的红包比小明的多多少錢呢？</p> <p>小真的红包 2 元，小明的红包 400 × 0.2 = 800</p>

			
--	---	--	--

版本演進說明：

1. SMK--表徵具體化：

第一版到第二版最大的進步在於表徵的具體化(水瓶、100元紙鈔、10元硬幣)，第一版屬半具體表徵(數線、長方形)，除了無法結合學生的生活經驗外，對學生的吸引力亦不大。

2. PCK--教學順序的改變：

在教授的建議下，第三版將「水」的題型移至「紅包」之前，「水」的題型也大約在此時定案，之後沒有多大的修改。

你覺得「水」跟「紅包」兩種題型哪一個對學生而言比較難？

建議「水」的題型移到「紅包」之前，雖然兩種題型都是整數乘以小數，但「水」為連續量，「紅包」是內容物為多個的題型，對學生而言第二種題型比較難理解，所以「紅包」放在「水」之後較恰當。

(教資20100228)

3. 情境添加：

為了讓題型與學生生活經驗產生連結，「紅包」情境於第二版開始加入，在第三版做了美觀及按鈕從循序變成彈性激發的修改，方便教學者和學生討論400元的0.1倍、0.2倍.....是多少元。

4. 連貫原則：

佈題方面，第三版將第二版中重覆的問句移到前一頁的情境頁面，減少畫面中的文字量可方便學習者搜尋，降低認知負荷。

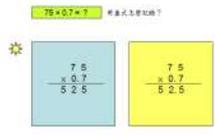
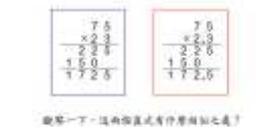
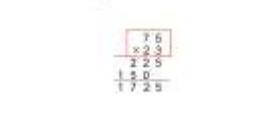
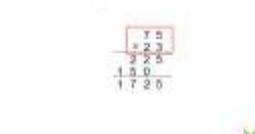
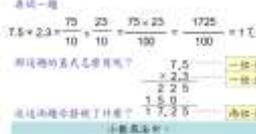
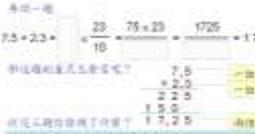
這一次設計的版本(第三版)開始有了不同於教科書的變化，終於有設計教材的感覺了，雖然起步不容易，但辛苦是值得的。

(反札20100308)

三、直式算則

在研究者一開始的設計理念中，「直式算則」並非是一個必要數位化的題型，因此在第一版至第六版間沒有進一步的發展，反而是將重心放在前面小數乘法概念的理解，直式算則則是以板書的方式和學生進行討論後總結，就如同Hieber(1992)所強調的「連結(connect)」階段，若學生花太多時間和注意力在運算規則上，將無法把小數乘法的意義真正內化與了解。之後為求小數乘法數位教材的完整性，因此在第七版之後增加「直式算則」題型，於表26說明修改歷程。

表 26
「直式算則」題型演進表

第一版	第六版	第七版	第九版
<p>75 × 0.7 = ? 用直式怎麼計算?</p>  <p>計算時要注意什麼呢?</p>	<p>前面的題目大家用心算就可以解開了，如果數字複雜一點的怎麼辦呢?</p> 	<p>試試看這一題！ 一包糖重 75 公克， 妹妹有 0.7 包糖，要多少公克？ 用直式算算看。</p> 	<p>前面的題目大家用心算就可以解開了，如果數字複雜一點的怎麼辦呢?</p> 
<p>75 × 0.7 = ? 用直式怎麼計算?</p>  <p>121 請 0.1 包糖重多少? 52.5</p>	<p>試試看這一題！ 一包糖重 75 公克， 妹妹有 0.7 包糖，要多少公克？ 用直式算算看。</p> 	<p>一包糖重 75 公克， 妹妹有 0.7 包糖，要多少公克？</p>  <p>觀察一下，這兩題直式有什麼相似之處?</p>	<p>75 × 0.7 = 75 × $\frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p>  <p>第二個橫式用直式怎麼表示呢?</p>
<p>(3) 妹妹有 0.7 包糖，要多少公克? 用直式算算看。</p>  <p>121 請 0.1 包糖重多少? 52.5</p>		<p>$75 \times 0.7 = 75 \times \frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p> 	<p>75 × 0.7 = 75 × $\frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p> 
		<p>$75 \times 0.7 = 75 \times \frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p> 	<p>75 × 0.7 = 75 × $\frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p> 
		<p>$75 \times 0.7 = 75 \times \frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p> <p>請試一題</p> <p>$7.5 \times 2.3 = \frac{75}{10} \times \frac{23}{10} = \frac{75 \times 23}{100} = \frac{1725}{100} = 17.25$</p> <p>用這樣的直式怎麼算呢?</p>  <p>這題直式你發現了什麼?</p> <p>小數乘法中， 積的小數位數等於兩個乘數的小數位數的和。</p>	<p>75 × 0.7 = 75 × $\frac{7}{10} = \frac{75 \times 7}{10} = \frac{525}{10} = 52.5$</p> <p>75 × 2.3 = 75 × $\frac{23}{10} = \frac{75 \times 23}{10} = \frac{1725}{10} = 172.5$</p> <p>請試一題</p> <p>7.5 × 2.3 = $\frac{75}{10} \times \frac{23}{10} = \frac{75 \times 23}{100} = \frac{1725}{100} = 17.25$</p> <p>用這樣的直式怎麼算呢?</p>  <p>這題直式你發現了什麼?</p> <p>小數乘法中， 積的小數位數等於兩個乘數的小數位數的和。</p>
			<p>整數位數的小數相乘可不可以這樣?</p> <p>$7.37 \times 4.5 = \frac{737}{100} \times \frac{45}{10} = \frac{737 \times 45}{1000} = \frac{33165}{1000} = 33.165$</p> <p>用這樣的直式怎麼算呢?</p>  <p>小數乘法中， 積的小數位數等於兩個乘數的小數位數的和。</p>

版本演進說明：

1. 提升教材練習度：

第一版與教科書相似度高，多屬講述性題型；

第六版利用問句「前面的題目大家用心算就可以解開了，如果數字複雜一點要怎麼辦呢？」來引起學生對於直式算則的需要感；

第七版利用學生分數乘法的舊經驗引入小數直式算則的意義；

第九版為提升教材練習度，以按鈕方式檢驗學生是否已習得直式算則。

4.4 小數乘法教學方案教學歷程

在小數乘法教學方案教學歷程中，將依節次呈現教學歷程，包含不同版本教材的使用情形、教學時學生學習的狀況、學生的學習態度、教學者的PCK、教學後教材的修改等面向。在本章第一節及第二節將討論研究者於任教班級第一節的教學歷程、學生的認知衝突、第二節的教材調整和學生「整數×小數」解題表現(第一輪數位教材教案請參見附錄五)；第三節討論下一年段楊老師於任教班級第三節課「小數乘以小數」的教學歷程、學生的認知衝突及楊老師針對小數乘法教學方案所給予的建議；第四節為楊老師於任教班級第四節課「直式算則」的教學歷程。

4.4.1 小數乘法教學方案第一節--小數的整數倍與整數的小數倍

小數乘法教學方案第一節的教學目標是「小數的整數倍與整數的小數倍」，採用的是第四版的教材設計，在設計上以Q博士為故事主角，利用學生的舊經驗「小數乘以整數」來引起動機。在第一個教學畫面出來時(圖15)，學生一讀完題目馬上就有同學回答出答案：



圖 15-1

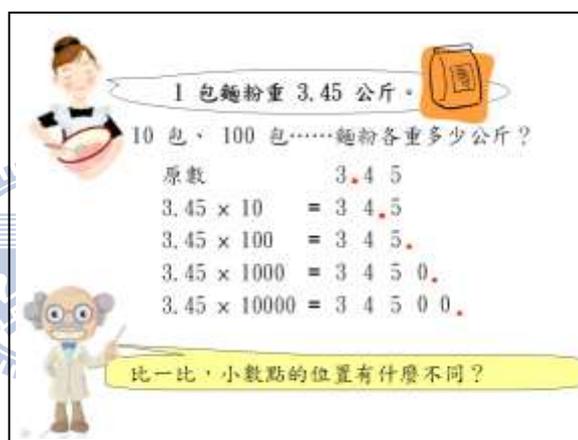


圖 15-2

圖 15 第四版「小數×整數」教材_1

AT : 10 包的話要怎麼算？

AS : 小數點往後一位。

AS13 : 因為乘以 10 是把它放大 10 倍。

AT : 3.45×10 ，有同學說是 34.5，他們怎麼算的？

AS21 : 小數點後面那一個是十分位，乘以 10 它就變成了個位。

AT : 還有嗎？

AS : 小數點會往後移。

AT : 為什麼是往後移不是往前移？

AS : 往前移會變小，往後移會變大。

AT : 小數點往後移就剛剛好變 10 倍嗎？

AS11 : 從十分位到百分位是乘以 10，從百分位到千分位也是乘以 10。

AT : 所以是因為平常我們在數數的話是幾進位？

AS : 十進位。

(A教錄20100311)

當畫面從圖 15-1 變成圖 15-2 的過程中有學生觀察到畫面中有階梯的樣子出現：

AS5：好像階梯喔！

AT：我們看一下，Q 博士出現了，請問小數點的位置有什麼不一樣呢？

AS：小數點愈來愈往右邊。

AT：乘愈大小數點愈來愈往右邊跑。還有嗎？

(攝影機有錄到 S3 私底下說：乘愈小小數點會愈來愈往左邊跑。)

AS7：老師，我有一個好笑的想法，0 是霸主，把 5 一直推前面。

(A教錄20100311)

從學生的回答可以發現教材畫面透過適當的安排可以讓學生自行發現規律，而學生天馬行空的想法中甚至會有令人莞爾的回答，教師必須在學生多元的發表中決定何時採納學生的觀點並形成數學結論，屬PCK中的內容與教學知識。

當畫面進到定位板(圖18)後，研究者開始帶著孩子報讀剛剛所求得的答案：

	萬位	千位	百位	十位	個位	十分位	百分位
原數					3	4	5
原數的 10 倍				3	4	5	
原數的 100 倍		3	4	5	0		
原數的 1000 倍	3	4	5	0	0		
原數的 10000 倍	3	4	5	0	0		

圖 16 第四版「小數×整數」教材_2

AT：3.45×10等於多少呀？

AS：三四點五。

AT：三四點五，小數點要放哪裡？

AS：個位和十分位中間。

AT：那它的念法是「三四點五」嗎？

AS：三十四點五。

(A教錄20100311)

從對話中可以發現學生一開始的念法是錯的，所以研究者提出對於「三四點五」這個念法的疑問，學生因此能馬上修正自己的回答。當圖18都回答完後研究者開始請學生說說他們的發現：

AS15：小數點都在同樣的位置。

AS13：3像階梯下來，4也一樣。

AS8：把所有的空格都填滿0的話，那些0的位置有規律。

AS28：把答案後的空格都填上0的話，看有幾個0就是乘以幾倍。

(A教錄20100311)

學生很容易就可以從圖像上的規律看出每放大10倍，數字會往左前進一位。小數點的位置相同在施測的三個班級都有人發現，楊老師任教的班級覺得這是一個很有趣的現象。而AS28的發現讓研究者覺得很新鮮，就像在寫數學日記時讓學生自由發表對於一個題型的想法時，學生多元的描述及策略往往充滿創造力，是讓數學課兼具趣味性及知識性的方法。

1 包麵粉重 45 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

原數 4 5 .

$45 \times \frac{1}{10} = 4.5$

$45 \times \frac{1}{100} = 0.45$

$45 \times \frac{1}{1000} = 0.045$

$45 \times \frac{1}{10000} = 0.0045$

把 45 的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍……做個比較。說說看，你有什麼新發現？

圖 17-1

1 包麵粉重 45 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

原數 4 5 .

$45 \times 0.1 = 4.5$

$45 \times 0.01 = 0.45$

$45 \times 0.001 = 0.045$

$45 \times 0.0001 = 0.0045$

把 45 的 0.1 倍、0.01 倍……做個比較。說說看，你有什麼新發現？

圖 17-2

圖 17 第四版「整數×小數」教材

Q博士洗澡了?!當初在設計時為了增加畫面的色彩度而將不同題型中Q博士的衣服換了顏色(如圖16與圖17)，想不到反而過度吸引學生注意，開始討論Q博士有沒有洗澡，因此在設計上需注意角色的造型變換避免過於突兀，反而分散學生的注意力。

(反札20100311)

接著進入「整數乘以小數」的佈題(圖19)，因為解題模式與乘以10倍可以類比，所以學生一看到題目就躍躍欲試，當 $45 \times \frac{1}{10}$ 一出現學生馬上回答出4.5，有學生說可以把 $\frac{1}{10}$ 看成0.1，有學生說小數點往前移一位。雖然在研究者與黃老師的班上學生可以自然的將分數乘法轉換成小數，但在楊老師任教的班級卻遇到轉換不順的情形，因此在之後的版本添加上 $25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$ 仍有其必要性，協助引起學生舊經驗。

楊老師：今天教到 $25 \times \frac{1}{10}$ 時不知道為什麼不是很順，學生對於這部分的概念似乎不是很清楚，因此我在這裡花了點時間和學生討論分數乘法轉換成小數的概念。

(教札20110318)

此外，當佈題「1包麵粉重45公斤」出現時，有學生提到1包麵粉怎麼這麼重？研究者在教學現場回答：「因為是原物料，所以很大一包。」，因為當時班上同時進行經濟課程，反而引起一陣騷動。其實這一個佈題在第三版是設定「1袋馬鈴薯重45公斤」，但是學生對於1袋馬鈴薯其實不太容易有相關生活經驗，因此指導教授建議可以改為麵粉或糖，而將第四版的佈題修改成「1袋麵粉重45公斤」。雖然可與生活經驗結合，卻因數字設計不當而引起學生困惑，所以研究者將黃老師第一節的小數乘法教材(第五版)

更改為「1包麵粉重25公斤」，在她的教學中就沒有相關疑問出現。由此可見學生對於情境設計的觀察入微，進行教材設計時的考量需再縝密。

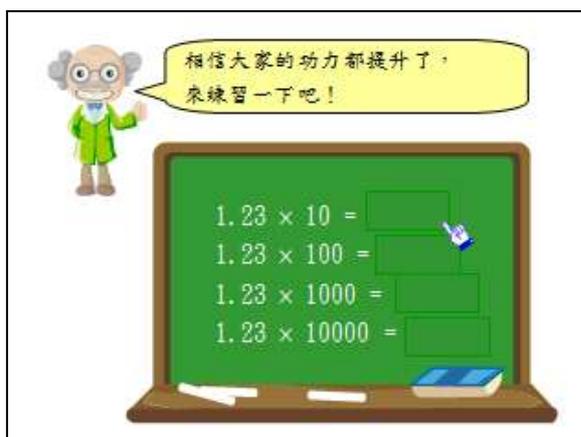


圖18-1

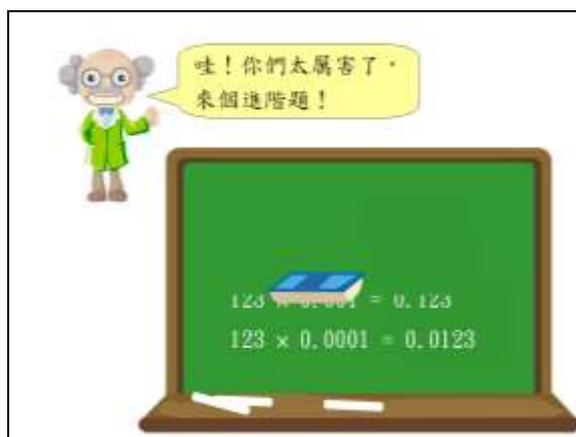


圖18-2

圖 18 第四版「小數的整數倍與整數的小數倍」形成性評量_1



圖19-1



圖19-2

圖 19 第四版「小數的整數倍與整數的小數倍」形成性評量_2

圖18、19的教學畫面是這一個教學段落的形成性評量。圖18與教學時的佈題方式雷同，學生答對率高，隨機抽學生回答都能正確作答。在回答 1.23×10000 時，AS29大方的舉手回答，馬上回答出「一萬兩千三百」，雖然講到三百因心虛聲音有點變小，不過因為她算是班上數學理解能力較慢的學生，能如此大方作答也是一個建立自信心的機會。

可以利用角色來增加佈題的互動性，例如：我們來比賽算數，看誰厲害；我該停這裡嗎？(指小數點移動後的位置)；我站在這邊，你站哪邊？(指小數點移動後的位置)

(教資20100313)

圖19是在指導教授的建議下所增加的頁面，因為圖18的佈題是序列式出題，學生可以透過規律作答。圖19除了有不同的是佈題方式外，也透過小瓢蟲的提問提高互動性，並經由小瓢蟲的移動讓學生了解小數點移位是怎麼移動。

這一節課一路上下來學生似乎沒有什麼問題，不過在這樣的佈題下才發現了學生的認知衝突所在。當題目出現 47×0.001 時研究者點了一位同學回答：

AT : S18, 請問這一題你覺得小瓢蟲會往哪邊走?
AS : 往左邊走。
AT : 走多少個位置呢?
AS18 : (用手比 2)
AT : 走兩個位置?
AS18 : (點頭)
AT : 好, 再一個人來回答看看。S33, 你覺得會走幾個位置?
AS33 : 走兩個位置。
AT : 你也覺得走兩個位置?
AS33 : (點頭)
AT : S18, 為什麼你覺得是走兩個位置?
AS18 : (露出困惑的表情, 用手比畫移位來幫助思考, 一段時間後...)我改成三個。
AT : 為什麼你會想要改成三個?
AS18 : 因為它有三個 0。
AT : 所以你是從有三個 0 來判斷要走三個位置。
好, 那 S33 你為什麼會覺得是走兩個位置?
AS33 : (有點遲疑)因為小數點後面有兩個 0。
AT : 好, 再找一位, S30, 你覺得會走幾個位置?
AS30 : (用手比 2)
AT : 你怎麼判斷的?
AS30 : 不知道, 就覺得是兩個。
AT : 現在有兩個不一樣的答案, 選走兩位的舉手? 選走三位的舉手?
(因拍攝角度問題無法清楚記數, 但明顯都是舉三位)
那請 S13 說一下為什麼是走 3 位?
AS13 : 47×0.001 可以看成 47 個 0.001, 4 放這裡(手指 0.01 的百分位), 7 放這裡(手指 0.01 的千分位)。
(有幾個學生表示想法一樣)
AT : (重述 S13 的說法)那還有沒有人有其他看法的?
AS7 : 它變成 $\frac{1}{1000}$ 。
AS13 : 就變成 $\frac{47}{1000}$ 。
AT : 所以就是往左邊走三位, 是嗎?
AS7 : (點頭)

(A教錄20100311)

特別節錄這一段是因為當時一連問了三個學生, 居然三個都回答 47×0.001 時7後面的小數點要往左移兩位, 與“看似”前面流暢的學習過程大相逕庭, 因此只好請全班一起投票來表示自己的答案, 結果選擇走兩位的只剩小貓兩三隻。為了找到一個正確的觀點以形成數學結論, 因此點了平常喜歡發表的AS13說明他的判斷方式, 卻也不是研究者心中理想的答案, 直到AS7回答後作了個結束。

今天在小數點移位教學的最後部分沒有做好收尾，加上選擇走三位的學生中想必也有跟AS18一樣概念的人(認為0.001有三個0，所以移三位)，下一節課必須先澄清這一個部分。

(反札20100311)

可能是因為一連點了三個學生都沒有正確的概念讓研究者有些錯愕而慌了手腳，雖然這是一個很好的辯證機會，可是研究者並沒有在最後做一個總結來鞏固學生的概念，甚為可惜！若能在此時決定暫停課堂進度來澄清某些觀點，將更能展現PCK中的內容與教學知識。

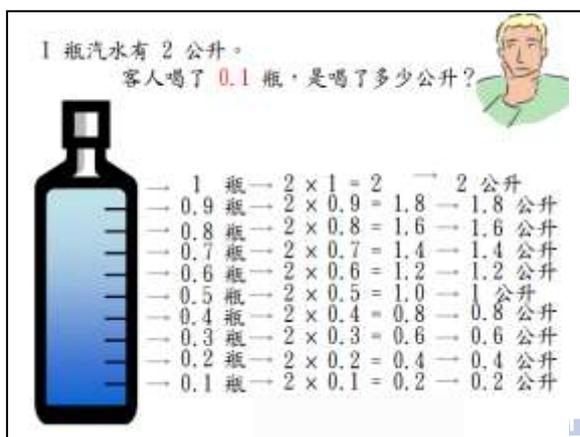


圖20-1

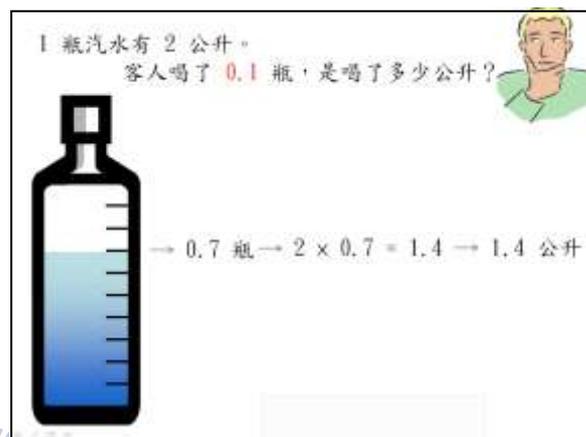


圖20-2

圖 20 第四版「整數(連續量)乘以一位純小數」教材

本節課的最後一個佈題是圖20，劉曼麗與侯淑芬(2007)在研究後針對「小數乘法意義的教學」提出教學的看法，其中第三點是「引入沒有明確指出小數倍的佈題」，圖20即為此種佈題。研究者先和學生討論「0.1瓶是要先將一瓶分成幾等分？」、「一等分是幾瓶？」、「0.1瓶是幾公升？」，再逐步討論0.2瓶、0.3瓶、……至1瓶。

AT : 0.7 瓶是幾公升？

AS : $2 \times 0.7 = 1.4$

AT : 1.4 怎麼來？

AS21 : 因為 $2 \times 7 = 14$ ，1 進位進到個位去。

AT : 好，S21 用的是進位的方法。那 S15 你怎麼算？

AS15 : 我用的是 $2 \times \frac{7}{10} = \frac{14}{10} = 1 \frac{2}{5}$ ，再換成小數。

AT : 你先約分了喔，這樣好換算嗎？好像不太好算喔。

AS : 好複雜。

AT : 好，那 S28 呢？

AS28 : 我是直接把 0.7 看成 7，然後乘以 2 後再放小數點。

AT : S28 的作法是把 0.7 看成 7，先把它放大 10 倍，然後乘以 2 等於 14，那剛放大 10 倍是不是要縮小 10 倍回來，小數點就要點在中間，1.4 的地方。

(A教錄20100311)

現在檢視當時的對話真是讓研究者捏了一把冷汗，因為可能在不知不覺中就抹煞了學生的信心。AS15的方法其實就是使用分數乘法的舊經驗，在一開始引入0.1瓶是幾公升時也是以此概念說明，當AS15說到約分那一個步驟，其實研究者可以引導他將 $\frac{14}{10}$ 換算成 $1\frac{4}{10}$ ，自然可以換算成1.4；此外，AS28的回答其實不是很清楚，若研究者當時可以讓學生自己說明清楚自己的概念會更難能可貴。由以上兩點可見研究者在處理分數與小數的轉換時過於急躁，教學方式偏向直接講述法，PCK仍有待加強。

4.4.2 小數乘法教學方案第二節—整數乘以小數

由於研究者發現第一節課時學生明顯比之前上數學課來的吵鬧，因此在第二節課開始前先和學生討論數學課應有的上課態度，因此第二節課的上課秩序較第一節好，研究者比較能掌握班上的學習狀況及討論方向。

研究者：今天上課時學生明顯比平常亢奮，甚至有點吵鬧，不知道是什麼原因？

黃老師：有可能是因為上課內容是採數位教材，以學生之前的經驗來說，拉下螢幕、打開單槍通常是使用娛樂性較高的教材的時候，因此學生可能也是以此心態在上課，因此無法認真學習。

(教札20100311)

小數乘法教學方案第二節的教學目標是「整數乘以小數」，採用的是第六版的教材設計。在課程前半段為了澄清上一節課學生遇到的認知衝突，因此多設計了一題類似題(圖21)：

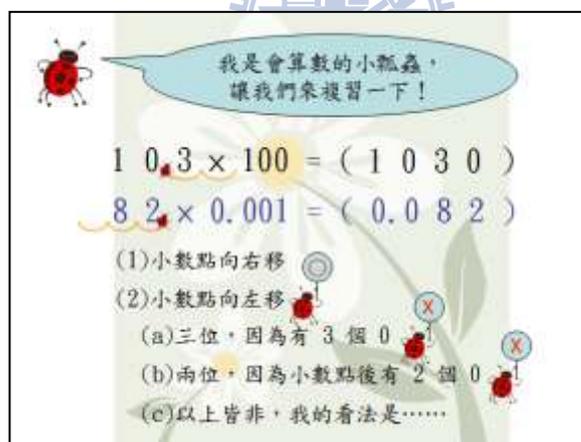


圖 21 第六版「小數的整數倍與整數的小數倍」形成性評量

學生的回答狀況如表 27，(2, a)表示學生選小數點向左移，會移三位，因為有 3 個 0。

表 27

學生「小數的整數倍與整數的小數倍」解題類型表

解題方式	人數	說明
(2, a)	15	
(2, b)	12	
(1, a)	1	
(2, ?)	1	
(2, c)	3	S13：因為 0.001×82 是82個0.001，所以 $= 0.082$
		S22：3位，因為小數點之後有3位
		S23：未說明原因

從表27可以發現學生在這一部分的解題方式並不是透過概念解題，因此若只是單純讓學生回答答案將無法檢測出其概念是否正確，對於學生答案的追問是值得再深入的。

在複習完之後，課程進入紅包情境(圖22)，學生對於這個情境都很感興趣，回答起來也十分熱烈，所以一看到小叔叔發400元的紅包，有學生就很敏感的說這數字不吉利：



圖 22 第六版「整數(內容物為多個)乘以一位純小數」引起動機教材

T : 小叔叔說：「我有一個 400 元的紅包，看看你們會抽到這個紅包的幾倍？」

S11 : 老師，400 元不吉利！

利用學生熟悉的情境，不用老師要求，學生也會自動的將答案找出來：

T : 小美抽到了.....2 倍！

S : 800。

T : 小明呢？(動畫接著呈現小明所說的話)

S : 0.2 倍！40 元而已，80 元...(學生答案不一)

T : 我們剛這樣看起來 2 倍多，還是 0.2 倍比較多？

S : 當然是 2 倍。

T : 你要 2 倍還是 0.2 倍？

S : 2 倍(異口同聲)！

(A教錄20100315)

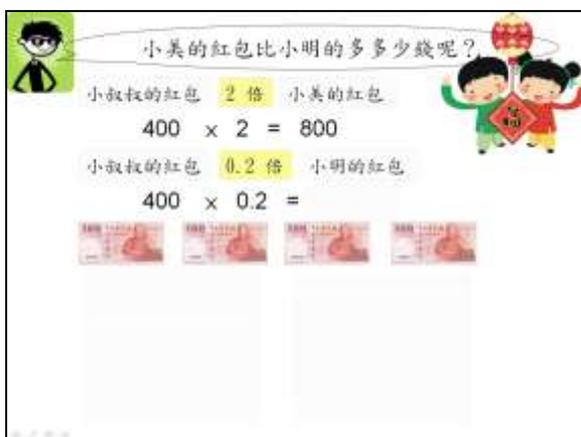


圖23-1

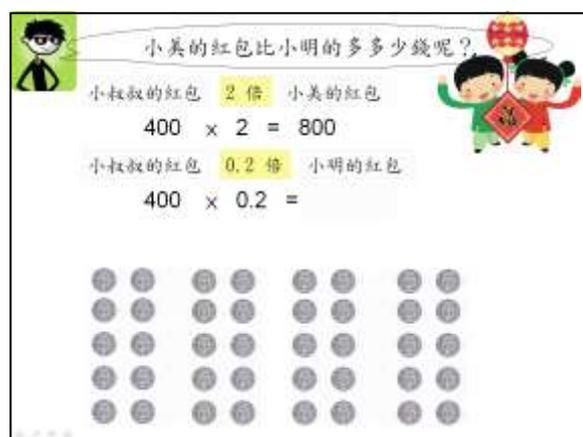


圖23-2

圖 23 第六版「整數(內容物為多個)乘以一位純小數」教材

這一個題型為「內容物為多個」的題型，因此當學生無法直接將四張鈔票十等份時，自然想到可以換成10元的型式，再接著和學生討論400元的0.1會是多少元，之後再帶回題目 400×0.2 ，以此方式討論後學生也可以類推出400元的其他純小數倍：

T：那如果這裡改成 0.3 倍呢？

S7：120。

T：你會怎麼算？

S7：再加一個 40。

T：好那再跳遠一點，0.9 倍呢？

S：360。

S13：虧了 40 塊而已。

T：有同學想到用減的，0.9 倍是不是只差 0.1 倍？

S：對。

(A教錄20100315)

4.4.3 小數乘法教學方案第三節—小數乘以小數

小數乘法教學方案第三節的教學目標是「小數乘以小數」，由於研究者在研究之初並未在任教班級使用到「小數乘以小數」的數位教材，因此本節所講述的內容為楊老師的教學歷程，採用是第九版的教材設計。課程一開始以圖型表徵的方式讓師生討論 0.1×0.1 的意義(圖24)。

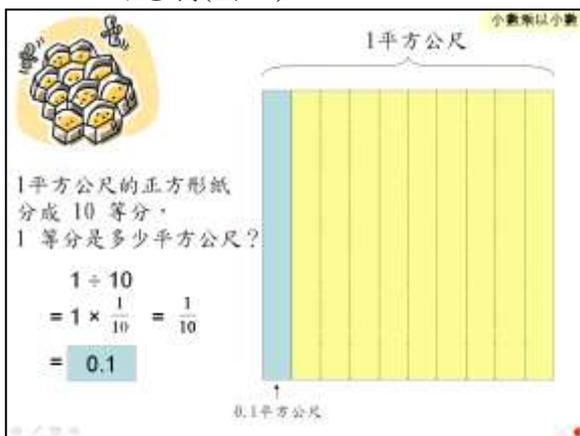


圖24-1

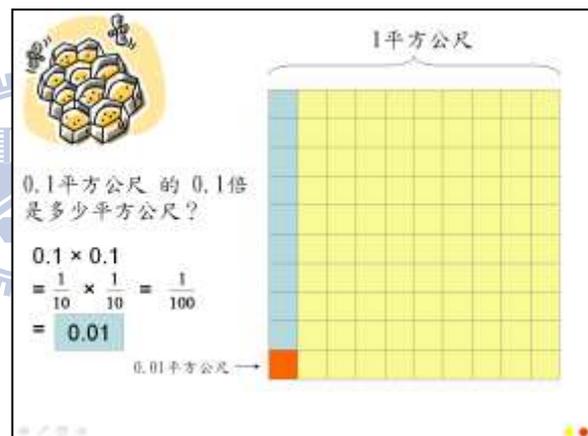


圖24-2

圖 24 第九版「小數乘以小數」教材_1

接著在下一個佈題(圖25)，楊老師以抽籤方式讓一個學生到電腦前操作。

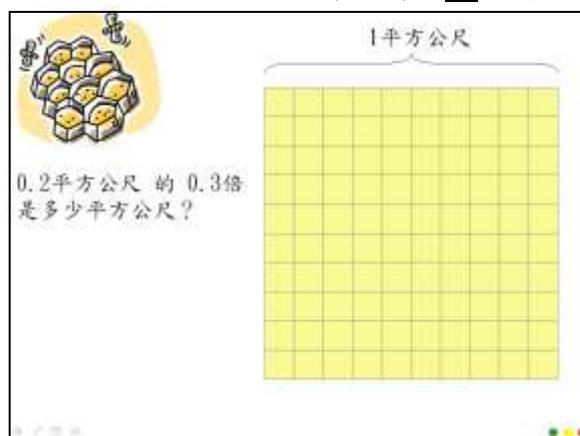


圖25-1

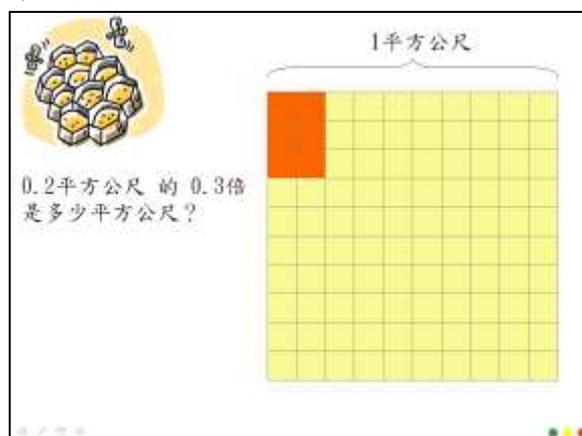


圖25-2

圖 25 第九版「小數乘以小數」教材_2

CT : 那現在我要 0.2 平方公尺的 0.3 倍，那麼應該要點幾格？(抽到 CS20)

CS20 : (到電腦前點出圖 25-2)

CT : 所以答案是多少？CS20 可以告訴我們嗎？

CS20 : 0.6。

CT : 單位是什麼？

CS : 單位是平方公尺。

CT : 對嗎？

CS : 不是 0.06 嗎？

CT : 好，那我們現在來看 0.6 和 0.06 差在哪裡？為什麼 CS20 會說是 0.6？

CS12 : 差 $\frac{1}{10}$ 。

CS15 : 差 10 倍。

CT : 好，0.6 和 0.06 差 10 倍。那這樣到底是 0.6 還是 0.06？(手指圖 25-2)

CS : 0.06。

CT : 0.06，它是幾分位呀？

CS : 百分位。

CT : 百分位，表示我把它切成多少份？

CS : 100 份。

CT : 所以 0.06 是 100 份裡面的...？

CS : 6 份。

(C教錄20110324)

在確認全班都達到共識後，楊老師進入下一個佈題(圖26)。



圖 26 第九版「小數乘以小數」教材_3

CT : 接下來換人出題，(抽籤)CS20。

CS20 : 0.9 平方公尺的 0.2 倍。

CS : 我，我，老師我會。(多位學生舉手搶答)

CT : 你(CS20)指定回答。

CS20 : 老師你選。

CT : (抽籤)CS25。

CS25 : (點出圖 27-1)

(C教錄20110324)

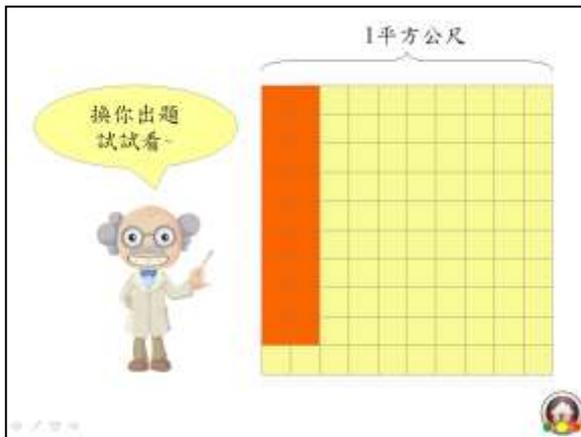


圖 27-1

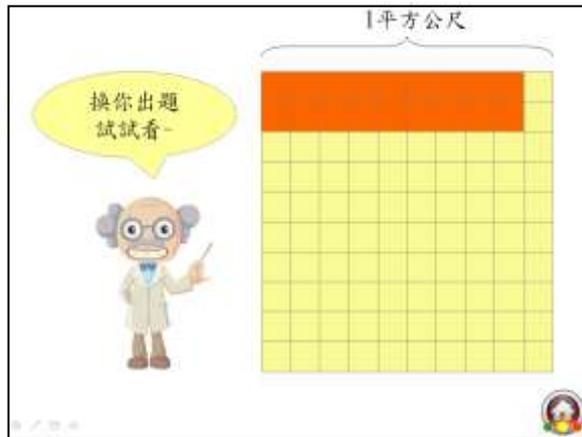


圖 27-2

圖 27 第九版「小數乘以小數」教材_學生解題

CS : 老師，他的圖(圖 27-1)怪怪的。

CT : CS25 說要看橫的不是看直的。

CS27 : 老師，可是它一開始給我們的時候是直的呀！

CT : 喔，那就是它不對啦。那你(CS25)覺得你自己這樣對嗎？

CS25 : (點頭)

CT : 他覺得他自己這樣對。你覺得他這樣對的請舉手。(9 位)

你覺得他這樣不對的請舉手。(14 位)這麼多！

好，我們請一個人來說為什麼你覺得他這樣不對，

然後請一個人來說為什麼你覺得他這樣對。

CS27 你先說。

CS27 : 因為它一開始切的時候不是橫的切，是直切的。

CT : 那 CS8 你解釋一下 CS25 為什麼這樣子做？

CS8 : 他其實是把橫向的作為 0.9，把直向的視為 0.2。

CS : 蛤?? 老師.....

CT : 記得嗎，我們每次討論的時候，要在前一個人的意見之下說，否則大家會聽不懂，本來只有兩個意見，再說出來三個、四個，全部就搞混了。

(C教錄20110324)

從揚老師和學生對話可以看到揚老師PCK的展現，有系統的帶領可以輕鬆的掌握班上的討論步調，學生也能自在的發表自己的想法。學生多元想法的發表透過辯證可以讓學生更深入且正確的了解小數乘以小數的意義。

CT : 剛剛 CS27 說，老師你給我看那個題目的時候是切直的呀！

可是剛剛 CS25 說他是切橫的，

那你(CS13)來解釋一下，為什麼你覺得他(CS25)畫的對？

CS13 : 因為他把這樣視為 0.1(手比劃出一橫條)。

CT : 他說這樣叫 0.1 平方公尺行不行?(手比劃出一橫條)

CS : 可以啊！

CT : 那他(CS25)說的 0.9 平方公尺在哪裡？題目是 0.9 平方公尺的 0.2 倍。

(CS11 大叫老師)

CS11：(上台比劃出 0.9 平方公尺的範圍)
他的 0.9 平方公尺到這裡，最下面一橫條不是，然後取 2。
CT：這樣對嗎？
CS：對！
CT：好，謝謝！(CS25 下台)
那照 CS27 的說法，你們應該怎麼畫？(多個學生舉手)
來，CS20 你來畫畫看。
CS20：(點出圖 27-2)
CT：好，那這個圖跟剛剛 CS25 點出來的有什麼不一樣？
CS25：一個直的看，一個橫的看。
CT 作結。

(C教錄20110324)

由於設計的不足(僅考量將1平方公尺直向10等分)讓學生有了認知衝突，但楊老師把握了這一個討論的機會，讓正反兩方的學生各自發表了自己的想法並從中萃取出正確的概念，「記述系統知識」與「數量表示的知識」因此產生了連結，即達成Hiebert(1992)所強調的「連結 (connect)」觀念。

楊老師：建議小數乘以小數的圖象表徵可以增加一個橫向的按鈕。

研究者：使用上有發生什麼問題嗎？

楊老師：因為今天班上有因為直向等分而有不同的意見，討論起來很有意思，不過如果可以增加橫向按鈕會更方便解釋。

(教札20110324)

楊老師和學生的討論不管聽了幾次都覺得很有意思，這就是我想帶出的數學討論。在學生各自表述時，楊老師適時的說：「記得嗎，我們每次討論的時候，要在前一個人的意見之下說，否則大家會聽不懂，本來只有兩個意見，再說出來三個、四個，全部就搞混了。」然後幫學生整理一下思緒，學生再接著發表，討論自然可以順利完成。PCK的養成需要經驗的搭配，如果有相關的觀摩機會應該多把握。

(反札20110325)

4.4.4 小數乘法教學方案第四節—直式算則

小數乘法教學方案第四節的教學目標是「直式算則」，本節亦是講述楊老師的教學歷程，採用是第九版的教材設計。一開始先利用問句「前面的題目大家用心算就可以解開了，如果數字複雜一點要怎麼辦呢？」來引起學生對於直式算則的需要感：



圖28-1



圖28-2

圖 28 第九版「直式算則」引起動機教材

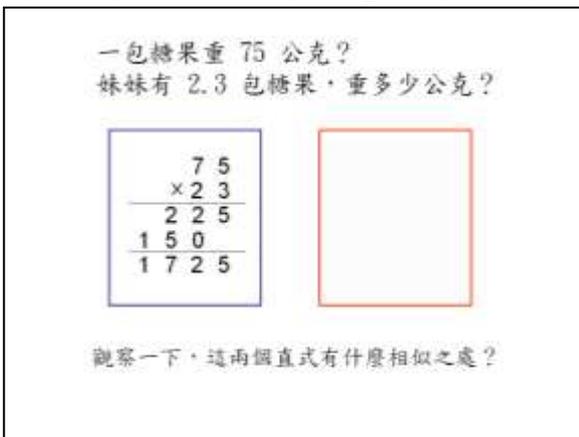


圖29-1

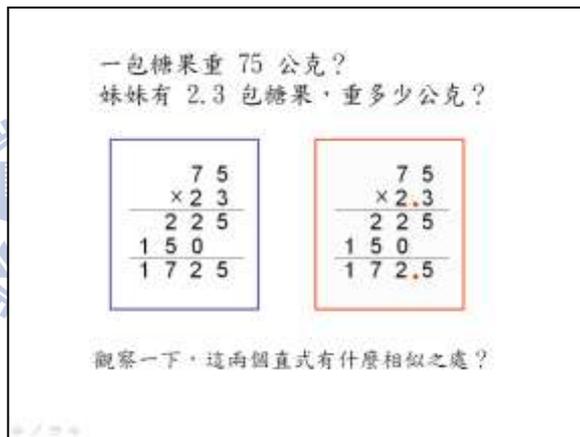


圖29-2

圖 29 第九版「直式算則」教材_1

- CT : 之前我們用心算可以解開小數乘法問題，那現在數字麻煩一點怎麼辦？現在請把數學作業簿拿出來。一包糖果重 75 公克，妹妹有 2.3 包糖果，重多少公克？用直式試試看。
- 直式你們在四年級的時候有學過，是小數乘以整數，現在把它顛倒過來，整數乘以小數。一包糖果重 75 公克，妹妹有 2.3 包糖果，重多少公克？
- CS : 172.5。
- CT : 172.5 小數點在哪一位？
- CS : 十分位。
- CT : 這是不是你們的直式？(圖 29-1)
- CS : 對啊。……不是！
- CT : 那這兩個差別在哪裡啊？
- CS13 : 一個有小數點，一個沒有。
- CT : 是啊！可是問題是，在數字上差別在哪裡啊？

(C教錄20110324)

中間有多個學生發表想法，但多著重在有無小數點或直接比出小數點該點在哪，未了解老師的問題。因此楊老師換了一個問法：

- CT：那在數字本身，在**數值**本身有什麼差異？價值的值。有什麼差異？
 CS22：2.3 跟 23 數值不一樣。
 CT：對，2.3 跟 23 數值不一樣，那哪裡不一樣？
 CS11：23 是 2.3 的 10 倍。
 CT：23 是 2.3 的 10 倍。那倒過來說，2.3 是 23 的？
 CS： $\frac{1}{10}$ 。
 CT：用小數來說就是 23 的？
 CS：0.1 倍。
 CT：也就是說這一個數字如果我們沒有點小數點，就會比真正的答案大了幾倍？
 CS：10 倍。
 CT：那我們現在要把小數點放上去，那我們就是要把它縮小成幾倍？
 CS： $\frac{1}{10}$ 倍。

(C教錄20110324)

楊老師透過更精確的提問成功的讓學生發現兩個直式之間雖然看起來只是有無小數點的差別，但其數值意義是值得討論與了解的，即關係性了解；兩個直式之間的倍數關係也能在此時帶入，接著就可以透過橫式來了解直式的意義。

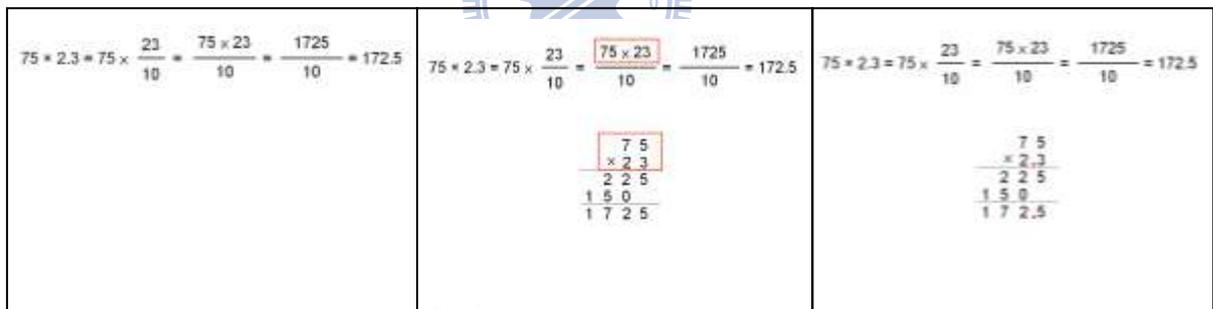


圖30-1

圖30-2

圖30-3

圖 30 第九版「直式算則」教材_2

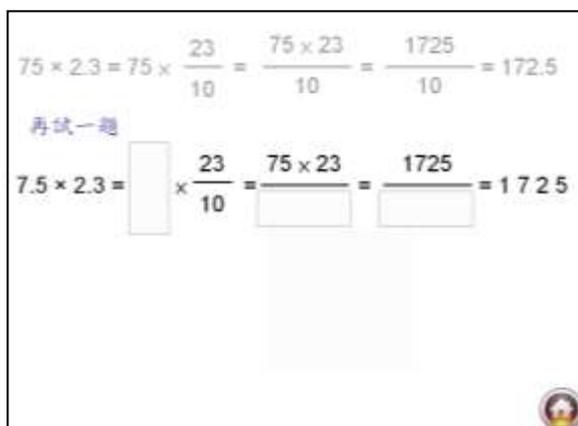


圖31-1

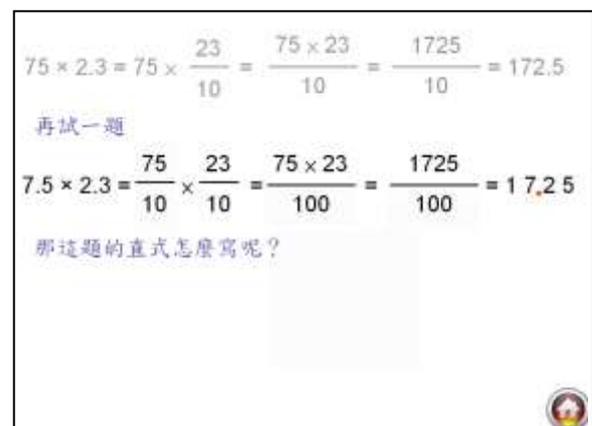


圖31-2

圖 31 第九版「直式算則」教材_3

- CT : 那你們在算的時候是不是這樣算？意思是不是這樣？(圖 30)
- 75×2.3 就會等於 $75 \times \frac{23}{10}$ ，意思就是 75×23 ，再乘以 $\frac{1}{10}$ ，所以出來大家都要除以 $\frac{1}{10}$ ，對不對？這是你剛剛算的，因為算出來 1725，它比原來會大 10 倍，所以我們要把它縮小回來，這樣對吧？那我們再試一題： 7.5×2.3 。(圖 31)
- CS : 哇！這麼簡單，都一樣啊。
- CT : 數字都一樣，所以你不用再算了。
- CS : 老師所以這題要列橫式？
- CT : 直式，全部用直式計算，我們現在用直式計算。現在題目變成 7.5×2.3 ，請用直式。(行間巡視)
- 剛剛 75×2.3 的時候，2.3 是 23 的 $\frac{1}{10}$ ，現在是 7.5 跟 75。
- 現在一樣是 1725，那小數點你點在哪裡？
- 哇！你點了 172.5，你也是 172.5，到底小數點應該在哪裡啊？
- CS : 17.25。

(C教錄20110324)

這一節課揚老師讓學生用數學日記記錄自己的直式，學生大都振筆疾書，對於教材的專心度因此降低，較為可惜。教師教學步調容易因數位化教材而加快，須留意是否有留下足夠的時間讓學生思考及練習。

$75 \times 2.3 = 75 \times \frac{23}{10} = \frac{75 \times 23}{10} = \frac{1725}{10} = 172.5$
 再試一題
 $7.5 \times 2.3 = \frac{75}{10} \times \frac{23}{10} = \frac{75 \times 23}{100} = \frac{1725}{100} = 17.25$
 那這題的直式怎麼寫呢？

$$\begin{array}{r} 7.5 \\ \times 2.3 \\ \hline 225 \\ 150 \\ \hline 17.25 \end{array}$$

 從這兩題你發現了什麼？
 小數乘法中，
 積的小數位數等於被乘數與乘數的小數位數的和。

圖 32 第九版「直式算則」教材_3

4.5 評鑑

本節為 ADDIE 的最後一個階段—評鑑，將依序呈現形成性評量、學生學習態度問卷及學生學習成效問卷，藉此分析教材適用性。

4.5.1 A 班形成性評量

一、A 班學生「整數×小數(1)」的解題表現

在第一節課下課前發下兩題的形成性評量，想藉此了解學生的學習成效，除了直接以算式作答的學生外，亦有部分學生以圖解或文字說明，茲以第一題為例，呈現如下：

◎一盒餅乾有 30 片餅乾，0.1 盒有幾片餅乾？



我的解法：

表 28 A 班學生「整數×小數(1)」解題方式表

解題方式	百分比	圓餅圖
未說明 ($3 \times 0.1 = 3$)	36%	
圖解法	18%	
分數乘法	14%	
整數化	28%	
直式算則	4%	

◎解題方式範例：

1. 圖解法：

圖33-1

圖33-2

圖33-3

圖33-4

圖33-5

圖 33 A 班學生「整數×小數(1)」解題方式--圖解法

2. 分數乘法：

$$30 \times 0.1 = 3$$

$$0.1 = \frac{1}{10}$$

$$30 \times \frac{1}{10} = \frac{30}{10}$$

$$= 3$$

A: 3片

圖34-1

$$30 \times 0.1 = 3$$

why?

$$0.1 = \frac{1}{10}$$

$$30 \text{ 的 } \frac{1}{10} = 30 \div 10 \times 1 = 3 \text{ 片}$$

A: 3片

圖34-2

$$30 \times 0.1 = 30 \times \frac{1}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

A: 3片

圖34-3

圖 34 A 班學生「整數×小數(1)」解題方式--分數乘法

3. 整數化：

$$30 \times 0.1 = 3.0$$

因為我把 0.1 看成 1, $1 \times 30 = 30$, 再把小數點放回去, 就是 3.0

圖35-1

$$30 \times 0.1 = 3.0 = 3$$

$$30 \times 1 = 30$$

$$30 \times 0.1 = 3.0 = \text{畫掉小數點的零} = 3$$

A: 3片

圖35-2

我的解法: $30 \times 0.1 = 3$

0.1 = 1 的十分之一
 所以, 就先算
 $30 \times 1 = 30$, 因為 0.1
 就是 1 的十分之一, 把
 30 往後推一位 = 3 A: 3片

圖35-3

圖 35 A 班學生「整數×小數(1)」解題方式—整數化

4. 直式算則：

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 0.1 \\ \hline 30 \\ 0 \\ \hline 3.0 \end{array}$$

$$30 \times 0.1 = 3$$

A: 3片

圖 36 A 班學生「整數×小數(1)」解題方式—直式算則

二、A 班學生「整數×小數(2)」的解題表現

在第二節課課程結束後亦有兩題的形成性評量，題型雖然與第一節的形成性評量相似，僅數據變大，但學生的解題策略漸漸開始發生轉變，茲以第一題為例，呈現如下：

◎一罐沙拉油 1400 毫升，媽媽這星期煮菜用了 0.2 罐，是用了多少毫升？



我的解法：

表 29

A 班學生「整數×小數(2)」解題方式表

解題方式	算式	百分比	圓餅圖
未說明	$1400 \times 0.2 = 280$	7%	
圖解法	$0.2 = \frac{2}{10}$	3%	
分數乘法	$1400 \div 10 \times 2 = 280$ $1400 \times 2 \div 10 = 280$ $0.2 = \frac{2}{10}$	48%	
整數化	$1400 \times 0.2 = 1400 \times 2 \times 0.1$ $= 2800 \times 0.1$ $= 280$	34%	
	$1400 \times 0.2 = 1400 \times 0.1 \times 2$ $= 140 \times 2$ $= 280$		
直式算則		7%	

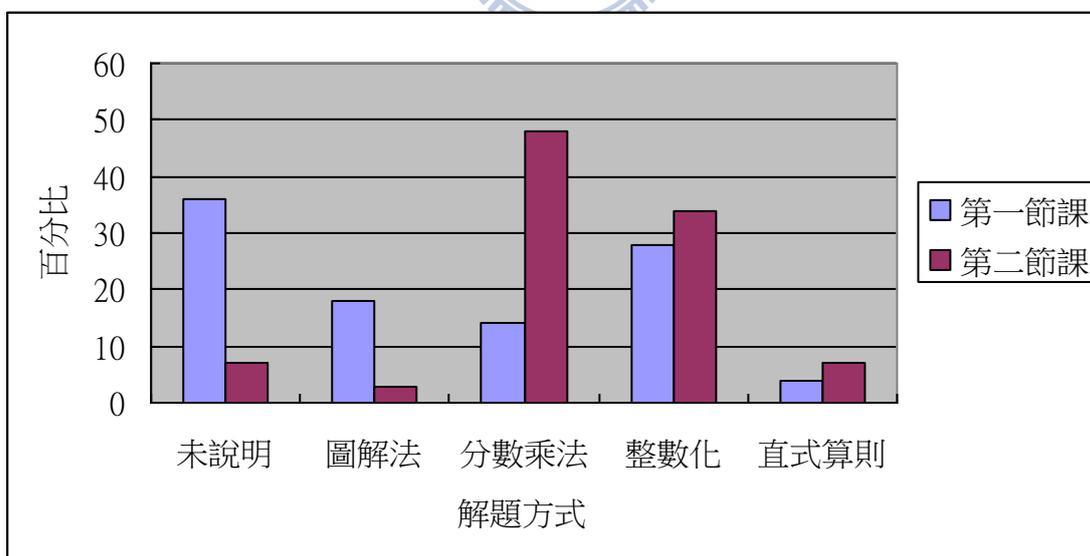


圖 37 A 班學生「整數×小數」解題方式變化圖

A 班為研究者任教班級，綜觀學生第一節和第二節的「整數×小數」解題方式變化(圖 37)，可以發現學生在學習過後，解題方式從未說明或較直觀的圖解法進展到分數乘法與整數化，可見學生在理解過後發現更容易掌握或說明的解題方式，因此願意改變策略。

4.5.2 C 班學習態度問卷

研究者在小數乘法教學方案發展後期的施測班級(楊老師任教班級)的教材施測前後針對學生的學習態度作五等量表調查，以作為教學方案修正依據。該班全班35人的家中皆有電腦而且可以上網，一星期使用電腦的平均時間如圖38：

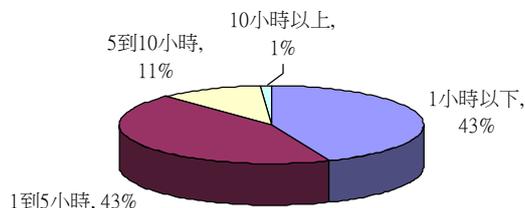


圖 38 C班學生一星期使用電腦的平均時間圓餅圖

表 30

C班學生學習態度量表前測

	態度 平均 分數	非常 同意 5	同意 4	無 意見 3	不 同意 2	非常 不 同意 1
對數學課的觀感						
我覺得上數學課很有趣。	3.20	14%	20%	46%	11%	9%
		34%			20%	
我覺得上數學課時我很專心。	3.09	9%	23%	48%	9%	11%
		32%			20%	
我覺得學數學讓我很有成就感。	3.34	17%	29%	37%	6%	11%
		46%			17%	
老師教的數學內容我聽一次就可以理解。	3.18	14%	18%	44%	18%	6%
		32%			24%	
上數學課時我會感到困惑。	2.53	3%	16%	31%	31%	19%
		19%			50%	
每一次上數學課前我都很期待。	2.76	9%	9%	50%	15%	17%
		18%			32%	
對「小數乘法」單元的學習動機						
我在老師上「小數乘法」單元之前，就已經學過這個單元了。	3.06	9%	26%	40%	14%	11%
		35%			25%	
我覺得「小數乘法」單元並不困難且易於學習。	3.56	29%	21%	32%	12%	6%
		50%			18%	
我相信自己有能力可以把「小數乘法」單元學好。	3.60	28%	26%	31%	6%	9%
		54%			15%	
我認為「小數乘法」既生活化又實用。	3.14	11%	11%	66%	3%	9%
		22%			12%	
我花了很多時間來預習「小數乘法」單元。	2.57	6%	14%	26%	40%	14%
		20%			54%	
我覺得我必需花了很大的心力，才能理解「小數乘法」單元。	2.31	14%	6%	17%	23%	40%
		20%			63%	

從表 30 可以發現 C 班學生對數學課的觀感不差，在成就感部分平均分數最高(3.34)，雖然上數學課時的困惑度不高(平均 2.53)，但對於數學課的期待卻是偏低的(2.76)，相似於「國際數學與科學教育成就趨勢調查」(TIMSS)2008 年的調查結果：學習態度及自信心方面數偏低水準。臺灣補教文化盛行，即使是小學生，在課後也大多必須到安親班或補習班上課，C 班學生有 35% 已上過「小數乘法」單元。雖然有三分之二的學生未接觸過小數乘法，但一半以上的學生對於「小數乘法」單元的學習有信心，是教師可以掌握的優勢。

表 31

C班學生的學習態度量表對學習動機前後測比較表

	態度平均分數	
	前測	後測
對「小數乘法」單元的學習動機		
我覺得「小數乘法」單元並不困難且易於學習。	3.56	4.09
我認為「小數乘法」既生活化又實用。	3.60	3.79
我花了很多時間來預習「小數乘法」單元。	2.57	/
我花了很多時間來複習「小數乘法」單元。	/	3.12

表 32

C班學生的學習態度量表後測—對資訊融入教學的想法

	態度平均分數
對資訊融入教學的想法	
我覺得使用 PowerPoint 上數學課的方式很有趣。	4.09
我覺得使用 PowerPoint 上數學課的方式讓我更專心。	3.71
比起以前上數學課的方式，我更喜歡用 PowerPoint 上數學課。	4.29
這個課程的解說方式或畫面呈現令我覺得枯燥無味。	2.26
這個課程有許多重複的部分，讓我覺得很厭煩。	2.65
使用 PowerPoint 教學讓我比較容易理解老師教的數學內容。	3.97
使用 PowerPoint 教學後，我覺得我的數學有進步。	3.85
使用 PowerPoint 教學後，我更喜歡上數學課。	3.44
使用 PowerPoint 教學後，對我學習數學有很大的幫助。	3.68
我覺得課程最後的互動遊戲， 可以完全測出我對這個單元的理解程度。	3.97
我希望老師以後多利用電腦來進行數學科教學。	4.27

在學習動機方面，從表31可以發現後測的態度平均分數明顯高於前測；後測除了「學習動機」的調查外，亦針對「資訊融入教學」、「認知負荷」及「學習效果評估」設計問題。表32呈現資訊融入教學明顯引起學生學習興趣，甚至覺得有助於數學學習。雖然教材設計費時費力，但其經過妥善設計的教材可兼具適用性與推廣性，值得投注心力。

表 33

C班學生的學習態度量表後測—認知負荷

	態度平均分數
對「小數乘法」單元的認知負荷	
我覺得我花了很大的心力，才能理解這次課程的內容。	2.35
我覺得使用 PowerPoint 上數學課的方式，會使我精神渙散。	2.21
我覺得這次課程的進度太快，讓我常常跟不上。	2.12
我常常看了下一頁投影片，就忘了上一頁投影片的內容。	2.03
上完了整個課程，我仍不知道這個單元的重點是什麼。	2.06
我經常找不到老師在講解畫面中的哪個部分。	1.79

表33中的問題是針對教材是否對學生造成認知負荷而設計的問題，態度平均分數大都落在2，可見認知負荷中偏低，學生能輕鬆學習教材內容；其中「我經常找不到老師在講解畫面中的哪個部分。」僅1.79分，教師口語與教材版面設計在此獲得肯定，能確實引導學生注意力。

表 34

C班學生的學習態度量表後測—學習效果評估

	態度平均分數
學習效果評估	
上完「小數乘法」單元後，我已經完全了解「移動小數點」的意義了。	4.47
上完「小數乘法」單元後，我已經完全了解「小數乘法直式」的寫法了。	4.62
上完「小數乘法」單元後，我已經完全了解「被乘數、乘數、積」之間的關係與變化了。	4.41
解「小數乘法」問題時，我每一題都要在紙上計算。	2.91
我對自己在「小數乘法」單元的學習表現，感到很滿意。	3.59

表34是學生對於自己的學習效果評估，前三題的態度平均分數皆高達4分，學生對於自己的學習理解有高度信心；第四題是為了了解學生是否能直接觀察小數乘法中數字間的關係，並利用觀察到的關係來解題，態度平均分數中偏低，其中有36%的學生不同意小數乘法問題必須每一題都在紙上計算。

(C班學生學習態度量表後測百分比數據請參照附錄三)

4.5.3 C 班學習成效問卷

研究者在小數乘法教學方案發展後期的施測班級(楊老師任教班級)的教材施測前後針對學生的學習成效作五等量表調查，以作為教學方案修正依據。學習成效問卷中，5代表「非常簡單」、4代表「簡單」、3代表「普通」、2代表「困難」、1代表「非常困難」；1~9題為「複習舊經驗」題型(第9題包含小數乘以小數概念)，10~12題為「整數乘以小數」題型，13~15題為「小數乘以小數」題型，16~18題為「直式算則」題型，19~26為「關係」題型。圖39為C班學習成就前後測難易度量表折線圖，縱軸為難易度平均分數，橫軸為題號，以下將就難易感受度有顯著提升的題型加以說明(C班學習成效問卷前後測詳細百分比請參見附錄四)：

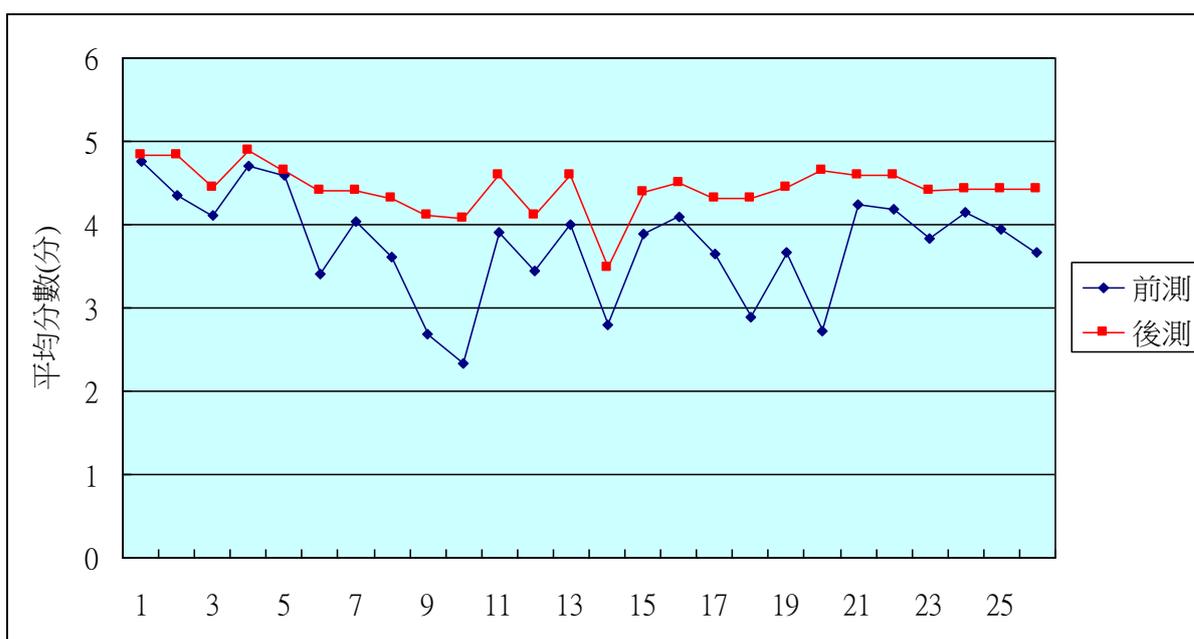


圖 39 C班學習成就前後測難易度量表折線圖

一、學習成效問卷第 9 題

A班和B班僅進行後測，為了解C班學習成效，因此加入A班和B班的答題正確及錯誤率。第9題除了複習舊經驗—判斷幾位小數外，還結合了「小數乘以小數」的概念，因此C班學生的前測答對率僅7%，但在教學過後答對率仍未過半，與A、B班有顯著不同，有可能是因為受教學者本身學科教學知識的影響，也可能是因為教學者對於幾位小數概念的複習程度有所不同。

表 35

學習成就問卷第9題分析

題目	班別	難易感受度	答對率	錯誤率	
37.09 × 12.3 的答案是 _____ 位小數	C 班	前測	2.68	7%	93%
		後測	4.12	39%	61%
	A 班	4.44	75%	25%	
	B 班	4.3	85%	15%	

二、學習成效問卷第 10 題

學生必須能夠處理數字的分解才能順利解題，亦即以整數化的概念處理小數乘法，先求得 5×12 的結果再乘以 0.1 即可得到答案，C 班在教學後有顯著進步，與 A、B 班的落差較第 9 題接近。

表 36 學習成就問卷第10題分析

題目	班別		難易感受度	答對率	錯誤率
$5 \times 1.2 = 5 \times 12 \times (\quad) = (\quad)$	C 班	前測	2.33	18%	82%
		後測	4.08	72%	28%
	A 班		4.28	91%	9%
	B 班		4.16	84%	16%

三、學習成效問卷第 14 題

此題對於除法、分數及小數須融會貫通才能順利解題，B 班在此題表現較佳。教材可以針對相關概念的複合試題型加以設計，加強學生的數感。

表 37 學習成就問卷第14題分析

題目	班別		難易感受度	答對率	錯誤率
0.1×0.1 $= (\quad) \div 10$ $= (\quad) \times \frac{1}{10}$	C 班	前測	2.79	18%	82%
		後測	3.48	36%	64%
	A 班		4.06	38%	62%
	B 班		3.88	51%	49%

四、學習成效問卷第 18 題

此題除了考驗學生的小數乘以小數及直式算則概念，計算也是一個挑戰，以 C 班為例，答錯的人當中就有一半是計算錯誤，可見計算能力的培養仍須重視。

表 38 學習成就問卷第18題分析

題目	班別		難易感受度	答對率	錯誤率
列出直式計算 $26.25 \times 3.8 = (\quad)$	C 班	前測	2.88	15%	85%
		後測	4.32	68%	32%
	A 班		3.84	72%	28%
	B 班		4	70%	30%

五、學習成效問卷第 20 題

C 班在此題有長足的進步；B 班答錯的 7 人當中回答 5608800 有 3 人，回答 56088、560.88、0.056088 及 560880 各 1 人，較讓人意外的是回答 5608800 有 3 人，因為小數乘以小數的概念已學習過，答案會放大呈現不符合判斷邏輯。

表 39 學習成就問卷第20題分析

題目	班別		難易感受度	答對率	錯誤率
$123 \times 456 = 56088$ $12.3 \times 0.456 = (\quad)$	C 班	前測	2.72	25%	75%
		後測	4.64	92%	8%
	A 班		4.65	94%	6%
	B 班		4.15	79%	21%

五、結論與建議

5.1 結論

本研究旨在以行動研究法的方式，採 ADDIE 教學設計模式，運用 AMA 系統進行國小五年級小數乘法教材設計與教學，並透過實證資料的分析、專家建議及教師教學心得，探討小數乘法教學設計與教師知識，茲將所得之結論分述如下：

一、應用激發式動態呈現教學設計發展國小小數乘法教學方案之歷程

本行動研究分三階段：AMA系統的學習階段、國小小數乘法教學方案的發展與應用階段，每一階段皆是一個小型的行動研究，經過計劃、行動、反省與修正四個循環歷程。

1.前置學習階段：

在譚寧君教授的引介下，研究者在研究所課程開始前即參與由國立交通大學陳明璋教授所主持的「認知與數位學習」暑期讀書會，自 2009 年七月至八月每週三下午討論 E-LEARNING 與 AMA 實務操作，同時班上有來自各地的中小學教師一同進行學習。讀書會期間，利用實務操作的機會分享所設計的教材，之後再整理、歸納與修正，在此循環中一次次的精鍊教材。

2.開發階段

自編教材是本研究國小小數乘法教學方案的主要部分，在整理相關文獻及進行教材分析後發現小數乘法雖然看似簡單，但其背後涉及的小數概念卻不易呈現與檢驗，因此先以現行教科書為架構開始著手設計，再依據理論於實務經驗進行修正。

3.應用階段

應用階段是指小數乘法教學方案的教學實踐階段，在教學現場進行實際教學，並利用研究札記、錄影、數學日記、學習成效及學習態度問卷等方式作記錄，瞭解學生學習成效及學習態度改變的情形，再做教材的反省與修正，以期能發展出合適的小數乘法教學方案。施測班級總計三班，第一輪在研究者任教的班級施測，於2010年三月完成教學；修正教材之後，第二輪在同年段的黃老師任教班級施測，於同一時期完成教學；再次修正教材後，第三輪在下一學年度的五年級，即楊老師的任教班級進行施測，於2011年三月完成教學。

二、應用激發式動態呈現教學設計發展國小小數乘法教學方案之困難和克服方法

本行動研究的歷程充滿困難與挑戰，透過與指導教授、同儕教師的建議及討論和研究者本身的省思來克服困難，以下分兩個層面探討：

1.太依賴教科書

根據 2007 年 TIMSS 研究對教師使用數學教科書的國際調查報告，亞洲國家的教師使用教科書作為教學主要材料的百分比情形，分別為：台灣為 94%，香港為 84%，日本為 83%，新加坡為 75% (Askew, Hodgen, Lossain, & Bretscher, 2010, p. 34)，這個現象就是研究者在研究一開始遇到困難的原因。再次回顧第一版教材，雖然設計非常的粗

糙，卻能清楚看見發展數位教材的一大盲點。當時在苦思無門之下，研究者只好先以學校課本為藍本開始設計，這正也說明了教學者若過度依賴教科書，當要你跳脫出來思考時卻怎麼也離不開教科書的框架，因此，與其說是設計，不如說是「教科書電子化」。

2. 文獻閱讀的重要性

本研究開始發展小數乘法教學方案之前，首先大量閱覽相關之文獻資料，將之整理歸納為小數概念與教學及小數乘法教材分析(詳細內容請參見第二章)。小數概念與教學包含小數的意義與表徵及小數乘法的教學策略；小數乘法教材分析包含各版課程綱要小數乘法教材引入時機，64年版、82年版、90年課程暫行綱要、92年課程正式綱要及97年課程修正綱要的教材綱要比教及能力指標分析，以及不同教科書版本小數乘法佈題順序與方式之分析。

三、影響數位教材發展的因素

在行動研究的過程中研究者發現影響數位教材的因素有兩個面向：一為發展者的能力，另一為時間的限制，分述如下：

1. 能力方面

優良的數位教材設計需整合學科、資訊及美工三種能力，其中學科知識(SMK)的具備是身為一個教師的基本能力，設計者必須選擇適當的教材內容，配合學生的學習進程，如此才能提供學生一個良好的學習鷹架。因此本研究在教學方案發展的過程中，透過文獻分析、與指導教授和同儕教師的討論，加上不斷反省、修正，以使小數乘法教學方案最佳化。研究者亦在此歷程中獲得許多成長。

2. 時間方面

由於研究者是採用在職進修的方式，因此上班與研究需同時進行。上班期間每天都有處理不完的班級事務及學生作業，每天可說是焦頭爛額，要再額外撥出時間發展數位教材及整理研究資料對在職教師而言是極大的負擔

四、學生之改變

學生在接受本研究發展的小數乘法教學方案的教學後，在學習動機和學習成效兩方面均有明顯改變，分別說明如下：

1. 學生的學習動機

透過小數乘法教學方案施測前後讓學生填寫的態度量表可以發現學生對於數學課的興趣明顯提高，例如：「比起以前上數學課的方式，我更喜歡用PowerPoint上數學課。」的分數高達4.29(滿分為5)，「我希望老師以後多利用電腦來進行數學科教學。」的分數為4.27，可見學生對於以資訊融入的方式進行數學課程是具有高動機的。

2. 學生小數乘法學習成效

透過形成性評量及小數乘法教學方案施測前後讓學生填寫的學習成效及感受量表可以看出學生的成長。以「整數乘以小數」的題型為例，第一節課以圖型表徵說明解題原因的學生佔18%，第二節課降至3%，而採用分數乘法及整數化策略的學生人數則相對增加。

5.2 建議

根據上述結論，本研究提出以下建議，以供後續相關研究及相關單位參考。

一、對教材設計者的建議

1. 凡走過必留下痕跡—依修改日期儲存每個檔案

教材發展的歷程是艱辛且步履蹣跚的，但辛苦的過程中常有滿足與成就感促使著你繼續前進，每次進行新的修改前務必先另存新檔，保留下每一次的修改痕跡。

2. 三個臭皮匠勝過一個諸葛亮—設計團隊的組成

透過團隊的腦力激盪常能激發出不同的靈感，彼此的教材觀摩與分享能讓教材設計者事半功倍，若能由不同領域專長的成員組成團隊，激發出的火花會亦發燦爛。

3. 設計準備活動

原先以為小數的整數倍可以視為學生的準備活動，但在楊老師的班級發現小數與分數的換算反而是學生有困難的地方，可以多設計一個換算的準備活動。

4. 融入關係性了解教材

從學生的學習成效問卷中可以發現學生在關係性了解的題型答對率較低，雖然研究者在教學期間有嘗試讓學生多觀察數字間的關係，但是從學習成效來看，仍有進步空間，建議有興趣發展數學數位教材的研究者可以就此方向發展。

二、對教師的建議

1. 學科教學知識的培養

非數學教育科系畢業的教師往往對於數學教學有一股不確定感，透過數位教材的帶領也是一個再次學習的機會，由於數位教材已經過系統化的編排，透過設計的問題能逐步帶領學生討論，當學生開始針對問題提出自己的想法，並彼此驗證討論時，教師的自信及成就感亦能油然而生。

2. 教材分析的重要性

在課程開始之前，若能熟悉該單元的教材地位，將有助於自身的教學及學生的學習。若有餘力，文獻閱讀及不同版本教材的比較皆能對教學有所助益。

3. 立足傳統，擁抱科技

在這個資訊爆炸的時代，科技的進步日新月異，在教學現場的教師若能與時俱進，教學創新也能應運而生。但傳統教學仍有其重要性，如何適切的融入教學媒體是一門藝術，透過學習，以傳統為根基，善用科技的快速與便利性，自然能將訊息掌握在股掌之間，增進學生學習興趣與成效。

參考文獻

中文部分

- 江鈞正 (2004)。線上多媒體教學系統對國小整數四則運算應用問題解題能力與興趣之研究 (碩士論文)。大葉大學。
- 余佳倫 (2010)。國小數學教科書小數教材表徵轉譯活動之內容分析 (碩士論文)。國立臺中教育大學，台中市。
- 李宗薇 (2000)。教學設計理論與模式的評析及應用：以師院社會科教材教法為例 (博士論文)。國立臺灣師範大學。
- 李美穗 (2004)。數學教師行動研究能力之專業發展。
- 李源順、林福來、呂玉琴、陳美芳 (2008)。小學教師數學教學發展標準之探究：學者的觀點。科學教育學刊，第十六卷(第六期)，627-650。
- 林美淑 (2005)。國中自然科教師學科教學知識成長之行動研究 (碩士論文)。國立彰化師範大學。
- 林煜庭 (2008)。適性指標：多媒體學習中一種基於視覺認知理論的引導方式 (碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- 林碧珍 (2007)。數學教學案例——小數篇。台北市：師大書苑。
- 林麗雲 (2003)。運用數學科「小數」教學模組實施補救教學之研究—以國小中年級為例 (碩士論文)。國立嘉義大學。
- 邱建偉 (2005)。在數學簡報系統上設計數學教材之研究 (碩士論文)。國立交通大學。
- 施良方 (1996)。學習理論。高雄市：麗文文化。
- 柯重吉 (2007)。國小教師運用多媒體電腦輔助教學融入因數倍數教學之研究 (碩士論文)。國立嘉義大學。
- 段曉林 (2009)。科學教師的學習與成長。彰化市：國立彰化師範大學。
- 夏林清等 (譯) (1997)。行動研究方法導論—教師動手做研究 (P. S. Altrichter, Trans.)。台北市：遠流出版事業股份有限公司。
- 徐偉民、張敬苓 (2008)。台灣不同時期國小數學課程能力指標之比較分析。台灣數學教師電子期刊，第十四期，27-47。
- 徐新逸 (2003)。數位學習課程發展模式初探。教育研究月刊，116，15-30。
- 高新建 (1991)。國小教師課程決定之研究 (碩士論文)。國立臺灣師範大學，台北市。
- 張春興 (1999)。教育心理學。台北市：東華書局。
- 張祐誠 (2008)。激發式動態呈現之教學設計之研究—以文導圖模式與觸發模式之比較以尺規作圖為例 (碩士論文)。國立交通大學。
- 張淑萍 (2007)。一位教師實踐五年級小數教學之行動研究 (碩士論文)。國立新竹教育大學，新竹市。

- 張慧雯 (2006)。運用 Rapid E-Learning 與 ADDIE 模式於圖書館利用教育教材開發 (碩士論文)。國立交通大學，新竹市。
- 教育部 (2003)。國民小學九年一貫課程綱要。
- 教育部 (2008)。國民小學九年一貫課程綱要。
- 梁惠珍 (2003)。國小四年級小數診斷教學之研究 (碩士論文)。屏東師範學院，屏東縣。
- 郭幸華 (2006)。國小高年級學童小數概念研究-以一所小學為例 (碩士論文)。國立臺灣師範大學。
- 陳明璋 (2006)。數學簡報系統——一個克服數位落差之教師專業發展環境。第十屆全球華人計算機教育研討會。北京清華大學。
- 陳明璋 (2008)。一個以授課為導向之數位教材設計及展演環境簡介-Activate Mind Attention(AMA)系統。國民教育，48(6)，57-63。
- 陳信志 (2009)。屏東地區中學教師多媒體設計素養之研究 (碩士論文)。屏東科技大學，屏東縣。
- 陳信銘 (2008)。激發式動態呈現教學設計運用於國小小數概念教學成效之研究 (碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。
- 彭元豐 (2005)。數學簡報系統的構圖環境之研究 (碩士論文)。國立交通大學。
- 曾千純 (2002)。數學學習不利學生面積概念的診斷與補救教學 (碩士論文)。臺南師範學院。
- 曾爰靜 (2010)。發展國小四年級整數四則運算數位教學方案之歷程研究 (碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。
- 黃政傑 (1997)。教學原理。台北市：師大書苑。
- 黃興豐 (2009)。介紹 Ball 研究小組“數學教學需要的學科知識”之研究。台灣數學教師電子期刊，第十八期，32-49。
- 甄曉蘭 (1995)。合作行動研究——進行教育研究的另一種方式。嘉義師院學報，9，197-318。
- 劉曼麗 (2002)。小數教學初探。屏東師院學報，16，319-354。
- 劉曼麗、侯淑芬 (2007)。小數乘法的學與教。科學教育月刊，第 297 期，37-44。
- 潘張杰 (2008)。激發式動態呈現教學設計運用於國小小數乘法教學成效之研究 (碩士論文)。國立臺北教育大學，台北市。
- 鄭國順、王慶安 (2003)。國民教育數學學習領域綱要修訂之省思與期許。檢索日期：2011. 3. 15，<http://www.wfc.edu.tw/math/course/92-s-02-00.doc>。
- 顏春煌 (2010)。數位學習——觀念、方法、實務、設計與實作。台北市：碁峯資訊。

英文部分

- Chen, M. (2003). A Conceptual Structure for Mathematical Presentation Systems. *8TH Asia Technology Conference in Mathematic*.
- Clark, R. E. (1994). Media and method. *Educational Technology Research and Development*, 42(3), 7-10.
- Frobisher, L., Monaghan, J., Orton, A., Orton, J., Roper, T., & Therlfall, J. (1999). *Learning to teach number. A handbook for students and teachers in the primary school*. Pennsylvania USA: Trans-Atlantia.
- Hiebert, J. (1992). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions. *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching*, 283-322.
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1983). Students' Conceptions of Decimal Numbers. (Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. (ERIC Document Reproduction Service NO. ED 230 415)).
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372.
- Mayer, R. E. (2009). *Multimedia Learning*. New York: Cambridge.
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers college record*, 108(6), 1017.
- Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J. (2003). Cognitive load theory and instructional design: Recent developments. *Educational Psychologist*, 38(1), 1-4.
- Paas, F. G. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of educational psychology*, 84(4), 429.
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual Bases of Arithmetic Errors: The Case of Decimal Fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching*, 77, 20-26.
- Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2009). Converting Mathematics Tasks to

Learning Opportunities: An Important Aspect of Knowledge for Mathematics Teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 21.

Sweller, J. (2010). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational psychology review*, 22(2), 123-138.

Sweller, J., Van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational psychology review*, 10(3), 251-296.



附錄

附錄一：學生學習態度問卷

一、基本資料：

1.班級：五年_____班 姓名：_____
2.家中是否有電腦設備： <input type="checkbox"/> 沒有電腦 <input type="checkbox"/> 只有電腦，無法上網 <input type="checkbox"/> 有電腦而且可以上網
3.我一星期使用電腦的平均時間大約是： <input type="checkbox"/> 1 小時以下 <input type="checkbox"/> 1 到 5 小時 <input type="checkbox"/> 5 到 10 小時 <input type="checkbox"/> 10 小時以上

二、請根據你的真實感受勾選出一個你對題目敘述的同意程度：

	非常同意 5	同意 4	無意見 3	不同意 2	非常不同意 1
我覺得上數學課很有趣。	<input type="checkbox"/>				
我覺得上數學課時我很專心。	<input type="checkbox"/>				
我覺得學數學讓我很有成就感。	<input type="checkbox"/>				
老師教的數學內容我聽一次就可以理解。	<input type="checkbox"/>				
上數學課時我會感到困惑。	<input type="checkbox"/>				
每一次上數學課前我都很期待。	<input type="checkbox"/>				
我在老師上「小數乘法」單元之前，就已經學過這個單元了。	<input type="checkbox"/>				
我覺得「小數乘法」單元並不困難且易於學習。	<input type="checkbox"/>				
我相信自己有能力可以把「小數乘法」單元學好。	<input type="checkbox"/>				
我認為「小數乘法」既生活化又實用。	<input type="checkbox"/>				
我花了很多時間來預習「小數乘法」單元。	<input type="checkbox"/>				
我覺得我必需花了很大的心力，才能理解「小數乘法」單元。	<input type="checkbox"/>				

附錄二：學生學習成效問卷

班級：五年 班 姓名：

◎請先填入答案，再想想看這個題目對你來說的困難程度。

	非常簡單 5	簡單 4	普通 3	困難 2	非常困難 1
請照規律填入數字： 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9、 ()	<input type="checkbox"/>				
$\frac{7}{10}$ 用小數表示 = ()	<input type="checkbox"/>				
0.25 用分數表示 = ()	<input type="checkbox"/>				
$0.4 \times 2 = ()$	<input type="checkbox"/>				
$0.13 \times 5 = ()$	<input type="checkbox"/>				
$3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45$ = ()	<input type="checkbox"/>				
0.01 是 _____ 位小數	<input type="checkbox"/>				
12.30745 是 _____ 位小數	<input type="checkbox"/>				
37.09×12.3 的答案是 _____ 位小數	<input type="checkbox"/>				
$5 \times 1.2 = 5 \times 12 \times () = ()$	<input type="checkbox"/>				
$789 \times 0.001 = ()$	<input type="checkbox"/>				
$1400 \times 0.2 = ()$	<input type="checkbox"/>				
$0.1 \times 0.1 = ()$	<input type="checkbox"/>				
$0.1 \times 0.1 = () \div 10 = () \times \frac{1}{10}$	<input type="checkbox"/>				
$0.12 \times 0.3 = 0.36$ ，這個答案是 <input type="checkbox"/> 對的 <input type="checkbox"/> 錯的	<input type="checkbox"/>				
$\begin{array}{r} 7.5 \\ \times 2.3 \\ \hline 225 \\ 150 \\ \hline 172.5 \end{array}$ ，這個直式是 <input type="checkbox"/> 對的 <input type="checkbox"/> 錯的	<input type="checkbox"/>				
列出直式計算 $58.3 \times 0.4 = ()$	<input type="checkbox"/>				

列出直式計算 $26.25 \times 3.8 = (\quad)$	<input type="checkbox"/>				
$68 \times 12 = 816$ $6.8 \times 1.2 = (\quad)$	<input type="checkbox"/>				
$123 \times 456 = 56088$ $12.3 \times 0.456 = (\quad)$	<input type="checkbox"/>				
$5.3 \times 0.2 \quad \square \quad 5.3 \times 0.02$ (填 > 、 = 、 <)	<input type="checkbox"/>				
$0.53 \times 0.2 \quad \square \quad 53 \times 0.2$ (填 > 、 = 、 <)	<input type="checkbox"/>				
$0.053 \times 20 \quad \square \quad 530 \times 0.002$ (填 > 、 = 、 <)	<input type="checkbox"/>				
$3.16 \times 0.24 \quad \square \quad 3.16 \times 2.4$ (填 > 、 = 、 <)	<input type="checkbox"/>				
$0.316 \times 0.24 \quad \square \quad 0.0316 \times 0.24$ (填 > 、 = 、 <)	<input type="checkbox"/>				
$3.16 \times 0.24 \quad \square \quad 316 \times 0.024$ (填 > 、 = 、 <)	<input type="checkbox"/>				



附錄三：C 班學生學習態度量表後測

	態度 平均分數	非常 同意 5	同意 4	無 意見 3	不 同意 2	非常 不 同意 1
對「小數乘法」單元的學習動機						
我覺得「小數乘法」單元並不困難且易於學習。	4.09	38%	41%	15%	3%	3%
		79%			6%	
我認為「小數乘法」既生活化又實用。	3.79	30%	35%	26%	3%	6%
		65%			9%	
我花了很多時間來複習「小數乘法」單元。	3.12	21%	18%	26%	23%	12%
		39%			35%	
對資訊融入教學的想法						
我覺得使用 PowerPoint 上數學課的方式很有趣。	4.09	53%	15%	26%	0%	6%
		68%			6%	
我覺得使用 PowerPoint 上數學課的方式讓我更專心。	3.71	35%	12%	47%	0%	6%
		47%			6%	
比起以前上數學課的方式，我更喜歡用 PowerPoint 上數學課。	4.29	56%	21%	20%	3%	0%
		77%			3%	
這個課程的解說方式或畫面呈現令我覺得枯燥無味。	2.26	6%	6%	32%	21%	35%
		12%			56%	
這個課程有許多重複的部分，讓我覺得很厭煩。	2.65	6%	15%	50%	9%	24%
		21%			33%	
使用 PowerPoint 教學讓我比較容易理解老師教的數學內容。	3.97	32%	33%	35%	0%	0%
		65%			0%	
使用 PowerPoint 教學後，我覺得我的數學有進步。	3.85	38%	12%	47%	3%	0%
		50%			3%	
使用 PowerPoint 教學後，我更喜歡上數學課。	3.44	26%	18%	41%	3%	12%
		44%			15%	
使用 PowerPoint 教學後，對我學習數學有很大的幫助。	3.68	32%	15%	47%	0%	6%
		47%			6%	
對「小數乘法」單元的認知負荷						
我覺得我花了很大的心力，才能理解這次課程的內容。	2.35	5%	15%	24%	21%	35%
		20%			56%	
我覺得使用 PowerPoint 上數學課的方式，會使我精神渙散。	2.21	6%	0%	33%	32%	29%
		6%			61%	
我覺得這次課程的進度太快，讓我常常跟不上。	2.12	0%	6%	35%	24%	35%
		6%			59%	
我常常看了下一頁投影片，就忘了上一頁投影片的內容。	2.03	3%	6%	18%	38%	35%
		9%			73%	
上完了整個課程，我仍不知道這個單元的重點是什麼。	2.06	3%	3%	26%	33%	35%
		6%			68%	

我經常找不到老師在講解畫面中的哪個部分。	1.79	0%	0%	26%	27%	47%
		0%			74%	
學習效果評析						
我覺得課程最後的互動遊戲， 可以完全測出我對這個單元的理解程度。	3.97	38%	21%	41%	0%	0%
		59%			0%	
我希望老師以後多利用電腦來進行數學科教學。	4.27	55%	18%	27%	0%	0%
		73%			0%	
上完「小數乘法」單元後， 我已經完全了解「移動小數點」的意義了。	4.47	65%	18%	17%	0%	0%
		83%			0%	
上完「小數乘法」單元後， 我已經完全了解「小數乘法直式」的寫法了。	4.62	70%	21%	9%	0%	0%
		91%		9%	0%	
上完「小數乘法」單元後，我已經完全了解「被 乘數、乘數、積」之間的關係與變化了。	4.41	62%	18%	20%	0%	0%
		80%			0%	
解「小數乘法」問題時，我每一題都要在紙上 計算。	2.91	18%	12%	34%	15%	21%
		30%			36%	
我對自己在「小數乘法」單元的學習表現，感 到很滿意。	3.59	26%	21%	44%	3%	6%
		47%			9%	



附錄四：C 班學生的學習成效量表前後測比較表

	難 易 感 受 程 度	解 題 結 果	非 常 簡 單 5	簡 單 4	普 通 3	困 難 2	非 常 困 難 1
複習舊經驗							
請照規律填入數字： 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、 0.8、0.9、()	前測	對	85%	6%	9%	0%	0%
	4.76	錯	100%	0%	0%	0%	0%
	後測	對	83%	17%	0%	0%	0%
	4.84	錯	100%	0%	0%	0%	0%
$\frac{7}{10}$ 用小數表示 = ()	前測	對	81%	0%	15%	4%	0%
	4.35	錯	29%	28%	0%	43%	0%
	後測	對	84%	16%	0%	0%	0%
	4.84	錯	0%	0%	0%	0%	0%
0.25 用分數表示 = ()	前測	對	78%	9%	13%	0%	0%
	4.12	錯	18%	18%	18%	37%	9%
	後測	對	80%	15%	0%	0%	5%
	4.44	錯	50%	0%	0%	33%	17%
$0.4 \times 2 = ()$	前測	對	83%	3%	9%	5%	0%
	4.71	錯	0%	0%	0%	0%	0%
	後測	對	88%	12%	0%	0%	0%
	4.88	錯	0%	0%	0%	0%	0%
$0.13 \times 5 = ()$	前測	對	76%	12%	9%	3%	0%
	4.59	錯	0%	100%	0%	0%	0%
	後測	對	83%	13%	4%	0%	0%
	4.64	錯	0%	0%	0%	0%	100%
$3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 +$ $3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45 + 3.45$ $= ()$	前測	對	65%	18%	17%	0%	0%
	3.41	錯	12%	6%	24%	24%	34%
	後測	對	81%	10%	9%	0%	0%
	4.4	錯	25%	25%	0%	0%	50%
0.01 是 _____ 位小數	前測	對	78%	11%	11%	0%	0%
	4.03	錯	46%	17%	21%	4%	12%
	後測	對	75%	25%	0%	0%	0%
	4.4	錯	70%	0%	15%	0%	15%
12.30745 是 _____ 位小數	前測	對	57%	14%	29%	0%	0%
	3.62	錯	31%	19%	27%	8%	15%
	後測	對	77%	23%	0%	0%	0%
	4.32	錯	58%	8%	8%	8%	18%
37.09×12.3 的答案是 _____ 位 小數	前測	對	100%	0%	0%	0%	0%
	2.68	錯	3%	22%	22%	31%	22%
	後測	對	82%	9%	9%	0%	0%

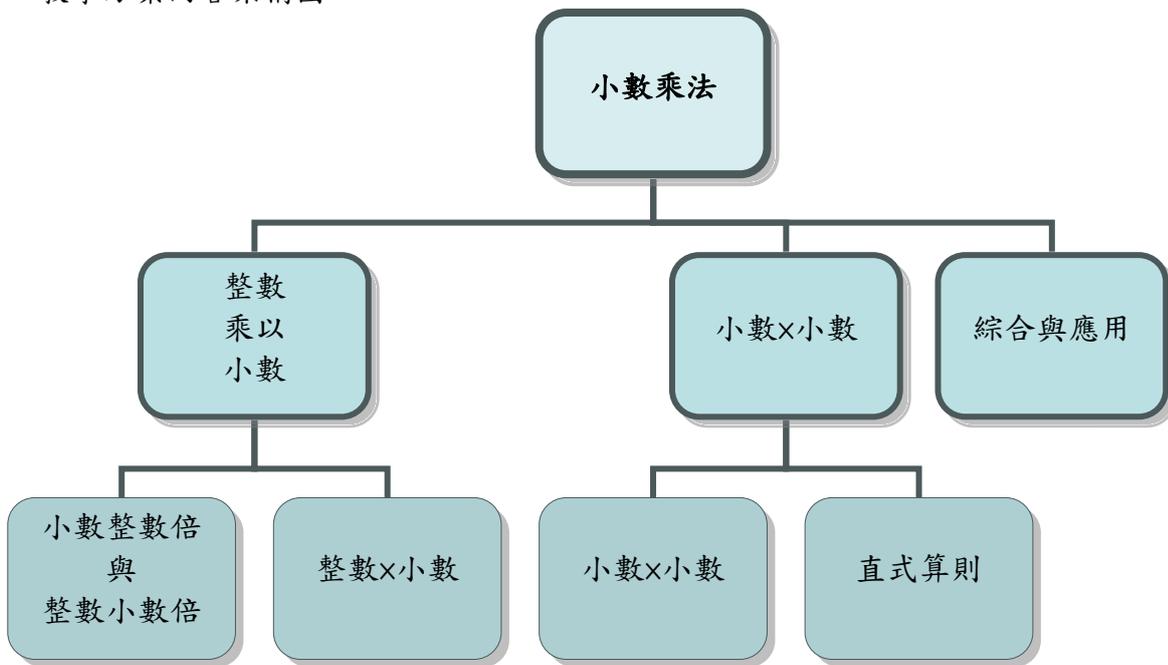
	4.12	錯	57%	7%	7%	0%	29%
整數乘以小數							
5×1.2 $= 5 \times 12 \times (\quad)$ $= (\quad)$	前測	對	17%	33%	33%	17%	0%
	2.33	錯	4%	4%	22%	37%	33%
	後測	對	72%	17%	6%	5%	0%
	4.08	錯	29%	14%	14%	0%	43%
$789 \times 0.001 = (\quad)$	前測	對	76%	14%	5%	5%	0%
	3.97	錯	9%	9%	45%	18%	19%
	後測	對	75%	25%	0%	0%	0%
	4.6	錯	0%	0%	0%	0%	100%
$1400 \times 0.2 = (\quad)$	前測	對	57%	36%	0%	7%	0%
	3.42	錯	20%	0%	16%	53%	11%
	後測	對	65%	29%	0%	0%	6%
	4.12	錯	50%	13%	0%	0%	37%
小數乘以小數							
$0.1 \times 0.1 = (\quad)$	前測	對	92%	0%	8%	0%	0%
	4.03	錯	42%	5%	21%	21%	11%
	後測	對	79%	13%	4%	0%	4%
	4.6	錯	0%	100%	0%	0%	0%
0.1×0.1 $= (\quad) \div 10 = (\quad) \times$ $\frac{1}{10}$	前測	對	67%	33%	0%	0%	0%
	2.79	錯	7%	7%	22%	41%	21%
	後測	對	67%	11%	11%	11%	0%
	3.48	錯	25%	19%	12%	19%	25%
$0.12 \times 0.3 = 0.36$ ， 這個答案是 <input type="checkbox"/> 對的 <input type="checkbox"/> 錯的	前測	對	55%	0%	27%	18%	0%
	3.88	錯	45%	9%	32%	9%	5%
	後測	對	91%	0%	0%	0%	9%
	4.39	錯	58%	17%	17%	0%	8%
直式算則							
$\begin{array}{r} 7.5 \\ \times 2.3 \\ \hline 225 \\ 150 \\ \hline 172.5 \end{array}$,這個直式是 <input type="checkbox"/> 對的 <input type="checkbox"/> 錯的	前測	對	75%	25%	0%	0%	0%
	4.09	錯	38%	27%	20%	15%	0%
	後測	對	80%	10%	10%	0%	0%
	4.5	錯	50%	0%	25%	0%	25%
列出直式計算 $58.3 \times 0.4 = (\quad)$	前測	對	83%	0%	17%	0%	0%
	3.65	錯	36%	14%	22%	14%	14%
	後測	對	70%	4%	26%	0%	0%
	4.32	錯	0%	50%	0%	50%	0%
列出直式計算 $26.25 \times 3.8 = (\quad)$	前測	對	100%	0%	0%	0%	0%
	2.88	錯	14%	10%	17%	31%	28%
	後測	對	65%	12%	23%	0%	0%
	4.32	錯	63%	0%	25%	12%	0%
關係							
$68 \times 12 = 816$	前測	對	77%	15%	0%	8%	0%

$6.8 \times 1.2 = (\quad)$	3.67	錯	30%	10%	20%	15%	25%
	後測	對	70%	17%	13%	0%	0%
	4.44	錯	0%	0%	0%	0%	100%
$123 \times 456 = 56088$ $12.3 \times 0.456 = (\quad)$	前測	對	63%	13%	12%	12%	0%
	2.72	錯	4%	4%	33%	25%	34%
	後測	對	87%	13%	0%	0%	0%
$5.3 \times 0.2 \quad \square \quad 5.3 \times 0.02$	4.64	錯	0%	0%	50%	0%	50%
	前測	對	61%	19%	16%	4%	0%
	後測	對	77%	9%	14%	0%	0%
$0.53 \times 0.2 \quad \square \quad 53 \times 0.2$	4.6	錯	67%	0%	33%	0%	0%
	前測	對	59%	17%	24%	0%	0%
	後測	對	75%	8%	17%	0%	0%
$0.053 \times 20 \quad \square \quad 530 \times 0.002$	4.6	錯	100%	0%	0%	0%	0%
	前測	對	67%	0%	33%	0%	0%
	後測	對	74%	13%	13%	0%	0%
$3.16 \times 0.24 \quad \square \quad 3.16 \times 2.4$	4.4	錯	60%	10%	20%	0%	10%
	前測	對	65%	15%	20%	0%	0%
	後測	對	73%	9%	18%	0%	0%
$0.316 \times 0.24 \quad \square \quad 0.0316 \times 0.24$	4.15	錯	14%	29%	14%	29%	14%
	前測	對	61%	22%	17%	0%	0%
	後測	對	75%	10%	15%	0%	0%
$3.16 \times 0.24 \quad \square \quad 316 \times 0.024$	4.41	錯	50%	0%	0%	0%	50%
	前測	對	46%	18%	27%	0%	9%
	後測	對	82%	6%	12%	0%	0%
$3.16 \times 0.24 \quad \square \quad 316 \times 0.024$	3.94	錯	18%	27%	0%	36%	19%
	4.41	錯	50%	0%	25%	0%	25%
$3.16 \times 0.24 \quad \square \quad 316 \times 0.024$	3.67	錯	37%	18%	18%	18%	9%
	4.41	錯	43%	14%	29%	0%	14%

附錄五：小數乘法教學方案第一輪數位教材教案

研究生	蘇純慧			指導教授	譚寧君、陳明璋 教授
教學科目	數學	教學者	蘇純慧	教學班級	國立科學工業園區實驗中學國小部 98 學年度五年一班
教學單元	小數乘法			教材來源	自編(第四版)
演示時間	99 年 3 月 11~99 年 3 月 18 日，共五節(前兩節採用數位教材)				
能力指標				分年細目	
N-2-12 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。				5-n-09 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。	
教學時間	總時間	單元目標		節次	具體目標
	共五節 200 分鐘	一、解決生活中的小數乘法問題，並嘗試理解直式算則。 二、察覺小數乘法問題中，被乘數、乘數與積的變化關係。		第一節	1-1 能解決小數的整數倍問題 2-1 能察覺被乘數乘以 10 倍、100 倍... 後小數點的變化 1-2 能解決整數的單位小數倍問題 2-2 能察覺被乘數乘以 0.1 倍、0.01 倍... 後小數點的變化
				第二節	1-3 能解決整數乘以純小數的乘法問題 2-3 能藉由小數點位置的移動，判斷兩個小數的位值關係與兩個小數乘法問題的大小關係
				第三節	1-4 能解決小數的單位小數倍問題 1-5 能解決小數乘以純小數的乘法問題
				第四節	1-6 能理解整數乘以小數的乘法直式算則 1-7 能理解小數乘以小數的乘法直式算則 2-4 能察覺小數乘法問題中，積的小數位數為被乘數、乘數的小數位數的和
				第五節	1-8 理解直式算則，並能解決生活中的小數乘法問題 2-5 能察覺小數乘法問題中，被乘數、乘數與積的變化關係
教學研究	一、教材地位				
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 30%;"> <p style="text-align: center;">先備知識</p> <ul style="list-style-type: none"> * 整數直式算則 * 小數 × 整數 * 分數乘法 </div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 30%;"> <p style="text-align: center;">本單元</p> <ul style="list-style-type: none"> * 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。 </div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 30%;"> <p style="text-align: center;">未來教材</p> <ul style="list-style-type: none"> * 能解決分數與小數混合的四則運算。 </div> </div>				

二、教學方案內容架構圖：



三、參考資料：98 學年度康軒版第八、十冊、南一版第八、十冊、翰林版第八、十冊、部編版第八、十冊。

四、教學資源：自編數位教材、電腦、單槍投影機、投影布幕、簡報筆

數位教材頁面	教學活動	具體目標
	<p>◎ 第一節課開始</p> <p>壹、準備活動</p> <p>課前準備：教材設計、製作 PPT、借用攝影器材。 課堂準備：管理班級秩序、準備上課用品、架設攝影器材。</p> <p>貳、發展活動</p> <p>一、引起動機</p> <p>● 大家好，我是 Q 博士，讓我來帶你進入小數乘法的世界~</p> <p>※ 提問：我們學過「小數」，也學過「乘法」，那把兩個放在一起要怎麼算呢？</p> <p>二、主要活動</p> <p>小數的整數倍</p> <p>◆ 佈題：1 包麵粉重 3.45 公斤，10 包、100 包……麵粉各重多少公斤？</p> <p>→ 此畫面皆按下一步即可。</p> <p>※ 提問：原數，也就是題目一開始給的數字是多少？</p> <p>※ 提問：10 包麵粉有多重？怎麼列式？</p> <p>※ 提問：3.45×10 的答案是多少？你怎麼知道的？</p> <p>(依序討論完 3.45 的 10 倍、100 倍、1000 倍及 10000 倍)</p>	<p>1-1</p>

11倍, 100倍, 1000倍

1包麵粉重 3.45 公斤。

10 包、100 包……麵粉各重多少公斤？

原數 3.45

缺位要做什麼動作呢？

$3.45 \times 10 = 34.5$

$3.45 \times 100 = 345$

$3.45 \times 1000 = 3450$

11倍, 100倍, 1000倍

1包麵粉重 3.45 公斤。

10 包、100 包……麵粉各重多少公斤？

原數 3.45

$3.45 \times 10 = 34.5$

$3.45 \times 100 = 345$

$3.45 \times 1000 = 3450$

$3.45 \times 10000 = 34500$

11倍, 100倍, 1000倍

1包麵粉重 3.45 公斤。

10 包、100 包……麵粉各重多少公斤？

原數 3.45

$3.45 \times 10 = 34.5$

$3.45 \times 100 = 345$

$3.45 \times 1000 = 3450$

$3.45 \times 10000 = 34500$

我們可以發現：

每放大10倍，小數點往右移一位。

如果把剛剛的結果放進定位板，你又發現了什麼？

	萬	千	百	十	個	十	百
	位	位	位	位	位	位	位
原數						3	4 5
原數的 10 倍							3 4 5
原數的 100 倍							
原數的 1000 倍							
原數的 10000 倍							

如果把剛剛的結果放進定位板，你又發現了什麼？

	萬	千	百	十	個	十	百
	位	位	位	位	位	位	位
原數						3	4 5
原數的 10 倍					3	4	5
原數的 100 倍				3	4	5	
原數的 1000 倍			3	4	5	0	
原數的 10000 倍		3	4	5	0	0	

11倍, 0.01倍, 0.001倍

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

●缺位要做什麼動作呢？
→按下一步出現「缺位補零」。

●比一比，小數點的位置有什麼不同？

●總結：我們可以發現：每放大 10 倍，小數點往右移一位。
→按下一步出現「右」。

●定位板：如果把剛剛的結果放進定位板，你又發現了什麼？
→此畫面皆按下一步即可。
※提問：原數是多少？
※提問：原數的 10 倍答案是多少？如何放進定位板？
小數點的位置要點在哪裡？
(依序討論完 3.45 的 10 倍、100 倍、1000 倍及 10000 倍)
※提問：數字都放進定位板了？你覺得跟上一頁有什麼不一樣？有沒有什麼規律？

整數的小數倍

◆佈題：1 包麵粉重 25 公斤， $\frac{1}{10}$ 包、 $\frac{1}{100}$ 包……麵粉各重多少公斤？

(依序討論完 25 的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍、 $\frac{1}{1000}$ 倍及 $\frac{1}{10000}$ 倍)

2-1

1-2

0.1倍, 0.01倍, 0.001倍...

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包, $\frac{1}{100}$ 包... 麵粉各重多少公斤?

原數 25

原數的小數點在哪裡呢?

0.1倍, 0.01倍, 0.001倍...

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包, $\frac{1}{100}$ 包... 麵粉各重多少公斤?

原數 25

$25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$

0.1倍, 0.01倍, 0.001倍...

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包, $\frac{1}{100}$ 包... 麵粉各重多少公斤?

原數 25

缺位要做什麼動作呢?

$25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$

$25 \times \frac{1}{100} = 0.25$

0.1倍, 0.01倍, 0.001倍...

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包, $\frac{1}{100}$ 包... 麵粉各重多少公斤?

原數 25

$25 \times \frac{1}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$

$25 \times \frac{1}{100} = 0.25$

$25 \times \frac{1}{1000} = 0.025$

$25 \times \frac{1}{10000} = 0.0025$

把 25 的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍... 做個比較, 說說看, 你有什麼發現?

0.1倍, 0.01倍, 0.001倍...

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包, $\frac{1}{100}$ 包... 麵粉各重多少公斤?

原數 25

$25 \times 0.1 = \frac{25}{10} = 2.5$

$25 \times 0.01 = 0.25$

$25 \times 0.001 = 0.025$

$25 \times 0.0001 = 0.0025$

把 25 的 0.1 倍、0.01 倍... 做個比較, 說說看, 你有什麼新發現?

0.1倍, 0.01倍, 0.001倍...

1包麵粉重 25 公斤。

$\frac{1}{10}$ 包, $\frac{1}{100}$ 包... 麵粉各重多少公斤?

原數 25

$25 \times 0.1 = \frac{25}{10} = 2.5$

$25 \times 0.01 = 0.25$

$25 \times 0.001 = 0.025$

$25 \times 0.0001 = 0.0025$

我們可以發現:
每乘以 0.1 倍, 小數點往左移一位。

●原數的小數點在哪裡呢?

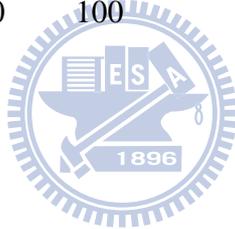
→按下一步出現原數小數點。

※提問： $25 \times \frac{1}{10}$ 等於多少？ $\frac{25}{10}$ 用小數怎麼表示？

●缺位要做什麼動作呢？

→按下一步出現「缺位補零」。

●把 25 的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍... 做個比較, 說說看, 你有什麼發現?



※提問：分數 $\frac{1}{10}$ 等於小數多少？ $\frac{1}{100}$ 呢？

→按下畫面中的「 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$」等分數可換成小數形式。

●總結：我們可以發現：每乘以 0.1 倍，小數點往左移一位。

→按下一步出現「左」。

※提問：跟乘以 10 倍、100 倍...，小數點的移動有什麼相同或不同處？

2-2

把剛剛的結果放進定位板，你有什麼新發現呢？

原數	十位	十分位	百分位	千分位
原數	2	5		
原數的 $\frac{1}{10}$ 倍				
原數的 $\frac{1}{100}$ 倍				
原數的 $\frac{1}{1000}$ 倍				

把剛剛的結果放進定位板，你有什麼新發現呢？

原數	十位	十分位	百分位	千分位
原數	2	5		
原數的 $\frac{1}{10}$ 倍	2	5		
原數的 $\frac{1}{100}$ 倍	0	2	5	
原數的 $\frac{1}{1000}$ 倍	0	0	2	5

把剛剛的結果放進定位板，你有什麼新發現呢？

原數	十位	十分位	百分位	千分位
原數	2	5		
原數的 0.1 倍	2	5		
原數的 0.01 倍	0	2	5	
原數的 0.001 倍	0	0	2	5
原數的 0.0001 倍	0	0	0	2

相信大家的功力都提升了，來練習一下吧！

$1.23 \times 10 =$
$1.23 \times 100 =$
$123 \times 0.1 =$
$123 \times 0.001 =$

相信大家的功力都提升了，來練習一下吧！

$1.23 \times 10 = 12.3$
$1.23 \times 100 = 123$
$123 \times 0.1 = 12.3$
$123 \times 0.001 = 0.123$

我是會算數的小瓢蟲，你知道我會停在哪嗎？

$61.53 \times 100 = ()$

●定位板：如果把剛剛的結果放進定位版，你有什麼新發現？

※提問：原數的小數點在哪裡？

※提問：原數的 $\frac{1}{10}$ 倍答案是多少？如何放進定位板？

小數點的位置要點在哪裡？

(依序討論完 25 的 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍、 $\frac{1}{1000}$ 倍及 $\frac{1}{10000}$ 倍)

※提問：分數 $\frac{1}{10}$ 等於小數多少？ $\frac{1}{100}$ 呢？

→按下畫面中的「 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$ ……」等分數可換成小數形式

※提問：數字都放進定位板了？你覺得跟上一頁有什麼不一樣？有沒有什麼規律？跟乘以 10 倍、100 倍……比較看看，有什麼相同或不同處？

三、綜合活動

●形成性評量：相信大家的功力都提升了，來練習一下吧！

→按下等號後面的方框可顯示答案

●形成性評量：我是會算數的小瓢蟲，你知道我會停在哪嗎？

→按下一步，原數的小數點會變成小瓢蟲。

	<p>※提問：你覺得小瓢蟲會往哪裡移動？移動幾位？ →按下一步，瓢蟲會移動到答案的小數點位置</p> <p style="text-align: center;">————— 第一節課結束 —————</p>	
--	--	--

	<p>◎ 第二節課開始</p> <p style="text-align: center;">壹、準備活動</p> <p>課前準備：教材設計、製作 PPT、借用攝影器材。 課堂準備：管理班級秩序、準備上課用品、架設攝影器材。</p> <p style="text-align: center;">貳、發展活動</p> <p>一、複習活動</p> <p>●掌握到訣竅了嗎？讓我們再挑戰一下！</p> <p>※提問：10.3×100，小數點會往哪邊移動？移幾位？</p> <p>※提問：82×0.001，小數點會往哪邊移動？</p> <p>※提問：82×0.001，小數點會往左移，移幾位？ 你判斷的原因是什麼？</p> <p style="text-align: center;">二、主要活動</p> <p>整數(連續量)乘以一位純小數</p> <p>◆佈題：1 瓶汽水有 2 公升。客人喝了 0.1 瓶，是喝了多少公升？</p> <p>→於動態提示處連續點會依序出現→0.1 瓶 →2×0.1=0.2 →0.2 公升→消失。</p> <p>※提問：那 0.3 瓶是多少公升？你怎麼知道的？ (討論完 0.1 瓶、0.2 瓶……至 1 瓶，順序可彈性調整)</p>	1-3
--	--	-----



●形成性評量：一罐沙拉油 1400 毫升，媽媽這星期煮菜用了 0.2 罐，是用多少毫升？

※提問：0.1 罐是幾毫升？你怎麼知道的？那 0.2 罐呢？

→按下一步會出現將 1 罐 10 等分的動畫。

→按下一步會將 0.2 罐獨立出來，移動至數線下方，便於討論 0.2 罐是幾毫升。

→方框處可點出不同數據來增加練習度，如 0.3 罐、0.4 罐……至 1 罐。

整數(內容物為多個)乘以一位純小數

●情境：大年初一，小明和小美到小叔叔家拜年。

小叔叔：今年拿紅包的方式很特別：用抽的！

小美：好緊張喔！不知道今年的手氣好不好？

小叔叔：我有一個 400 元的紅包，看看你們會抽到這個紅包的幾倍？

小美：我抽到……2 倍！耶~

小明：我抽到……0.2 倍！

→按小明的臉部可以讓他變成傷心的臉。

◆佈題：小明和小美的紅包各是多少錢呢？

※提問：小美的紅包是小叔叔紅包的幾倍？怎麼列式？

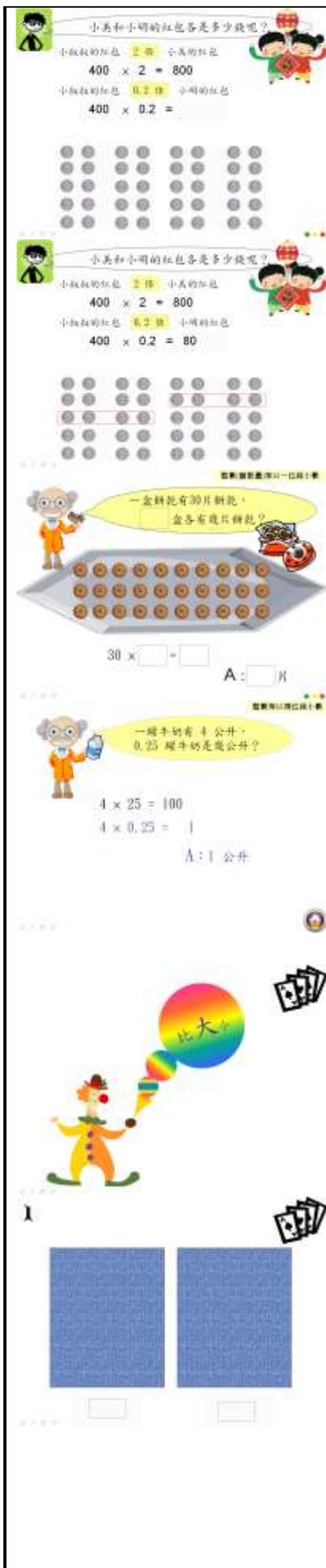
→按下一步出現 100 元的鈔票 4 張。

→按下鈔票可以變成原本張數的 2 倍，即再出現 4 張 100 元鈔票。

※提問：小明的紅包是小叔叔紅包的幾倍？怎麼列式？

→按下一步出現列式： $400 \times 0.2 =$ 。

→根據動態提示點出 4 張百元鈔票。



※提問：400 元的 0.1 倍是多少？你怎麼知道的？

→根據動態提示按下百元鈔票可換成 10 元硬幣。

→根據動態提示，按下 10 元硬幣可圈選出 400 的 0.1 倍，不需依序點選，可彈性選擇想要討論的區塊，藉此和學生討論 400 元的 0.1 倍、0.2 倍、0.3 倍……。

※提問：根據剛剛的討論，400 元的 0.2 倍是多少？

整數(離散量)乘以一位純小數

◆佈題：一盒餅乾有 30 片餅乾。□盒有幾片餅乾？

※提問：一盒餅乾有 30 片餅乾，0.1 盒餅乾怎麼表示？你怎麼知道的？

→方框處可點出不同數據來增加練習度，如 0.1 盒、0.2 盒、0.3 盒……至 1 盒。

整數乘以兩位純小數

◆佈題：一罐牛奶有 4 公升，0.25 罐牛奶是幾公升？

※提問：一罐牛奶有 4 公升，0.25 罐牛奶是幾公升？這一題你會怎麼列式？

→按下一步出現列式： $4 \times 0.25 =$ 。

※提問：這一題你會怎麼算？

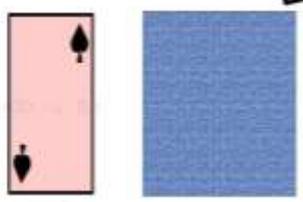
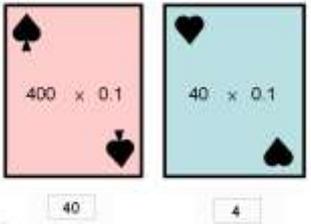
→按下一步出現 $4 \times 25 = 100$

(引導至整數化，再以小數點移位解題)

三、綜合活動

●形成性評量：比大小，請兩位學生各選擇一邊的撲克牌，待撲克牌翻出後數值較大的舉手。
(遊戲規則可自訂)

→點選撲克牌會讓牌旋轉翻出。

<p>1</p>  <p>.....</p> <p>1</p>  <p>.....</p>	<p>→點選撲克牌下方的方框可檢驗答案。</p> <p>—————第二節課結束—————</p>	
---	--	--

