

第四章 有限解析法坡地破壞潛能模擬

本章首先說明如何利用第二章所述之坡地破壞計算理論基礎以及第三章所述之有限解析法離散方法，撰寫有限解析法坡地破壞潛能程式，並說明程式之計算流程。接下來利用一具有解析解之案例，驗證程式之正確性。最後模擬坡地破壞潛能，並分析不同坡面形狀、波松比、孔隙率以及非均質土層分佈對破壞潛能之影響。

4.1 有限解析法坡地破壞潛能程式之建立

根據地下水流控制方程式，如式(2.2)或式(2.3)。土體靜力平衡方程式，如式(2.22)至式(2.23)或式(2.24)至式(2.25)。地下水流邊界條件，如式(2.26)至式(2.30)。土體邊界條件，如式(2.31)至式(2.38)。配合有限解析法離散方程式，其中九點法如式(3.17)至式(3.19)所示，以及五點法如式(3.35)至式(3.37)所示，即可撰寫有限解析法坡地破壞潛能程式。程式中九條帶狀矩陣之求解採用 SIS 方法(Lee, 1988)。先計算水頭(h)，再根據求出之水頭值，疊代求解水平與垂直方向之位移量(u_x 與 u_y)。利用土體之本構關係如式(2.16)至式(2.18)，即可計算土體之有效應力。再利用摩爾圓理論如式(2.42)與式(2.43)，計算最大與最小主軸應力。最後根據最大與最小主軸應力，即可利用摩爾-庫倫破壞準則，解析坡地破壞潛勢，如式(2.45)所示。有限解析法坡地破壞潛能程式之計算流程，如圖 4.1 所示。

利用多孔彈性介質理論分析坡地破壞潛能，需要同時耦合求解水流控制方程式與土體靜力平衡方程式。由於本研究中討論飽和、穩態之水流控制方程式與土體靜力平衡方程式，因此水流控制方程式可以不需同時與土體靜力平衡方程式耦合求解，若當水流控制方程式為

非穩態時，則需與土體靜力平衡方程式同時耦合求解。

4.2 程式之驗證

有限解析法坡地破壞潛能程式，需同時求解地下水流控制方程式與土體靜力平衡方程式。若以同時求解二者之方式來驗證模式之正確性，因為目前尚無相關解析解之提出，可能無法執行。此外，吾人可將地下水流控制方程式視為土體靜力平衡方程式之簡化特例。因此，本研究僅利用土體靜力平衡方程式之求解，驗證程式之正確性。

土體靜力平衡方程式，如式(2.24)與式(2.25)所示，可改寫為張量形式

$$\mu \nabla^2 u_{i,jj} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u_{j,ji} + \rho b_i = 0, \quad i, j = x, y \quad (4.1)$$

式中， u_i 為位移向量， ρb_i 為體力(body force)。在式(4.1)中，當體力為零時，即 $\rho b_i = 0$ 。若函數 F_i 符合

$$\nabla^4 F_i = 0 \quad (4.2)$$

其中 $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial^4 x} + 2 \frac{\partial^4}{\partial^2 x \partial^2 y} + \frac{\partial^4}{\partial^4 y}$ 。則位移量之解析解可表示為

$$u_i = 2(1-\nu) \nabla^2 F_i / \mu - F_{j,ji} / \mu, \quad i, j = x, y \quad (4.3)$$

因此，若函數 F_x 與 F_y 分別滿足式(4.2)為

$$F_x = x^3 y \quad (4.4)$$

$$F_y = xy^3 \quad (4.5)$$

則根據式(4.3)，相對應之位移解析解為

$$u_x = \frac{2(1-\nu)}{\mu}(6x \cdot y) - \frac{1}{\mu}(6x \cdot y + 3y^2) \quad (4.6)$$

$$u_y = \frac{2(1-\nu)}{\mu}(6x \cdot y) - \frac{1}{\mu}(6x \cdot y + 3x^2) \quad (4.7)$$

首先採用相似於無限延展坡地地形之模擬區域，如圖 4.2 所示，驗證土體靜力平衡計算之正確性。模擬區域之相關參數為 $L=20$ m、 $H_1=40$ m、 $H_2=10$ m，水平方向間距為 $\Delta x=1$ m，垂直方向間距為 $\Delta y=0.5$ m，波松比 $\nu=0.333$ ，楊氏係數 $E=1.33 \times 10^7$ 。水平位移(u_x)及垂直位移(u_y)之邊界條件皆給定為解析解，如式(4.6)與式(4.7)所示。在 x 座標為 1 m、10 m 與 19 m 上，沿 y 軸之水平與垂直位移模擬結果與解析解，如圖 4.3 所示。

此外，為了展現有限解析法具有處理不規則區域計算之特點，進一步採用圓形模擬區域且在卡氏座標系統中模擬區域格網化，如圖 3.6 所示，驗證模式之正確性。模擬區域之直徑為 1m，圓心在(1m，1m)處。模擬時，水平與垂直方向之間距分別為 $\Delta x=0.05$ m 與 $\Delta y=$

0.05m，水平位移(u_x)及垂直位移(u_y)之邊界條件皆給定為解析解，如式(4.6)與式(4.7)所示。在 x 座標為 0.75 m、1.0 m 與 1.25 m 上，沿 y 軸之水平與垂直位移模擬結果與解析解，如圖 4.4 所示。

由圖 4.3 至圖 4.4 可知，模擬結果與解析解極為吻合，顯示程式中土體靜力平衡方程式計算之正確性，也就是驗證了有限解析法坡地破壞潛能程式之正確性。

4.3 坡地破壞潛能之模擬與分析

本節中將進一步利用有限解析法坡地破壞潛能程式，也就是結合水流與土體靜力平衡方程式，並且配合摩爾-庫倫破壞準則，模擬無限延展坡地之破壞潛能，分析不同坡面形狀、非均質土層分佈、孔隙率以及波松比對破壞潛能之影響。其中所使用的波松比與孔隙率分別介於 0.1 至 0.333 以及 0.1 至 0.4 之間，如表 4.1 所示。

在幾何參數 $L=20$ m、 $H_1=25$ m、 $H_2=10$ m，以及土壤密度 $\rho_s = 2650\text{kg/m}^3$ 、孔隙水密度 $\rho_w = 1000\text{kg/m}^3$ 、重力加速度 $g = 9.8\text{m/sec}^2$ 、波松比 $\nu = 0.333$ 、孔隙率 $n=0.4$ 、楊氏模數 $E=1.333 \times 10^7\text{N/m}^2$ 情況下，破壞潛能之模擬結果，如圖 4.5 所示。Iverson and Reid (1992)曾經對類似問題進行模擬，其模擬結果如圖 4.6 所示。由圖 4.5 與圖 4.6 可知，兩者之模擬結果趨勢相近，但是因為 Iverson and Reid (1992)並未清楚說明楊氏係數以及邊界條件，如模擬區域中垂向位移的左、右邊界條件以及水平位移的下邊界條件，所以本研究之模擬結果，無法與 Iverson and Reid (1992)之結果做定量比較，僅能做模擬趨勢之定性比較。

坡面形狀之影響

在幾何參數 $L=20$ m、 $H_1=25$ m、 $H_2=10$ m，以及土壤密度 $\rho_s = 2650\text{kg/m}^3$ 、孔隙水密度 $\rho_w = 1000\text{kg/m}^3$ 、重力加速度 $g = 9.8\text{m/sec}^2$ 、波松比 $\nu = 0.333$ 、孔隙率 $n=0.1$ 、楊氏模數 $E=1.333 \times 10^7\text{N/m}^2$ 情況下，直線坡面、凸坡面、凹坡面以及凸凹坡面(如圖 4.7 所示)之坡地破壞潛能模擬結果，如圖 4.8 所示。由圖 4.8 可知，四種不同坡面形狀破壞潛能大於 0.7 之區域主要集中分佈於斜面附近，且趨勢相近。然而，破壞潛能 0.6 與 0.5 之分佈趨勢則差異極大。此外，吾人亦可發現，不同坡面形狀之坡地，坡址處之破壞潛勢類似。

非均質土層之影響

在幾何參數以及土體與流體參數皆與坡面形狀之影響案例相同下，探討水平或垂直方向具有不透水土層情況下，坡地破壞潛能之變化。其中直線坡面坡地之不透水土層分布，如圖 4.9 所示，其他三種坡面形狀坡地之不透水層分布位置，與直線坡面坡地相同。四種坡面形狀之坡地，在水平與垂直方向分佈之不透水層作用下，坡地破壞潛勢模擬結果，如圖 4.10 與圖 4.11 所示。

由圖 4.10 可知，對於水平方向不透水層分佈案例，破壞潛勢大於 0.7 之範圍似乎與沒有不透水層分佈之情況類似。然而，破壞潛勢小於 0.7 之分佈，則相異甚大。此外，由圖 4.11 可知，是否存在垂直方向不透水層，影響坡地破壞潛勢甚鉅。

孔隙率之影響

在幾何參數以及土體與流體參數皆與坡面形狀之影響案例相同下，探討不同孔隙率，對破壞潛能之影響。孔隙率分別為 0.1、0.25、0.4 時，破壞潛能 0.6 之模擬結果，如圖 4.12 所示。由圖 4.12 可知，孔隙率越大時，破壞潛能大於 0.6 之分佈區域越大。此外，吾人亦可發現，孔隙率越小，不同坡面形狀坡地之破壞潛能大於 0.6 之分佈差異越大。除凹線坡面坡地外，其餘三種形狀坡面之坡地，其個別破壞潛能隨孔隙率變化之趨勢類似。

波松比之影響

在幾何參數以及土體與流體參數皆與坡面形狀之影響案例相同下，探討不同坡松比，對破壞潛能之影響。波松比分別為 0.1、0.25 及 0.333 時，破壞潛能 0.6 之模擬結果，如圖 4.13 所示。由圖 4.13 可知，波松比對破壞潛勢之影響甚鉅。此外，當波松比越大時，破壞潛能大於 0.6 之區域愈小，且不同坡面形狀坡地之破壞潛能分佈差異愈大。