

## 第三章 核心演算步驟

### 3.1 抽水系統最佳規劃演算步驟

在抽水模式定義之後，本研究進一步說明此優選問題之演算步驟，如圖 3.1-1 所示說明如下：

1. 佈井系統一開始經由隨機的方式產生多組的佈井方案，每一組佈井方案即為遺傳演算法中的一條染色體，一次產生的佈井方案個數即為遺傳演算法中的每一代染色體的個數，地下水井網規劃的問題中，每個位置設站與否其染色體編碼，解碼係屬 0-1 的問題 (0：表該位置不設井，1：表該位置設井)，如圖 3.1-2 所示。
2. 對產生出來的每個設井方案(染色體)，即可用微分動態規劃(CDDP)來求得每個時刻每一口井的最佳操作策略及其操作成本。
3. 產生出來的設井方案(染色體)，統計其設井數量，並計算設井固定成本與對應之最佳操作成本。
4. 微分動態規劃(CDDP)求出一組設井方案(染色體)的操作成本後，就可計算這條染色體的適合度，適合度除了操作成本外，還要加上這組設井組合的設井成本。
5. 每一條染色體的適合度計算得到之後，本系統便可判斷整個演算是否滿足收斂條件，若滿足則收斂得到最佳解。即最佳的設井方案及其對應之抽水井操作策略，則整個演算結束；若不滿足則進行下一個步驟。在遺傳演算法中結束優選代數之決定方法，一般有下列幾種方式：
  - a.連續數代中，所有個體之平均適合度值不變。
  - b.所有個體有相同的適合度。
  - c.固定繁衍代數。

d.在連續數代中，最佳解的適合度值不變。

6. 當系統仍未收斂時，則各染色體便開始進行遺傳演算，即對每代的染色體(佈井方案)，利用遺傳演化的機制(包括染色體的複製、交配及突變)，產生出更佳的下一代之多組染色體，之後演算回到步驟 2。
7. 除了步驟 2.求最佳操作成本之部份，其它為遺傳演算法的基本演算流程，因此若改變步驟 2.之問題內容，並且能夠對此新的內容之染色體適合度適當的定義及計算，則整個流程便是一個遺傳演算法之優選過程。抽水系統模式的遺傳演算法的參數給定值如下說明：
  - (1) 隨機產生起始族群，本研究每一代的族群共有 80 條染色體，每個染色體皆代表一個可能解即一種站網佈置方案。
  - (2) 依據每個染色體的適應值，以比較選取法(Tournament selection)決定族群中可生存下來的染色體。模式中依每代所需選取個數，每次隨機選取 5 個母代染色體，比較其適應值最優者保留下來。適應值越高的染色體經過比較選取被挑選為生存者的機會越高，使得子代的染色體也有更多的機會保有親代染色體內品質良好的基因，這亦類似於自然界的生存機制。
  - (3) 染色體經由複製後，隨機選擇兩個染色體進行交配(Crossover)，交配為隨機重新進行字串交配結合的程序，是以字串兩兩交配的方法進行，進行交配的目的乃利用母體互相交換改變基因的方式保留母代較好基因以傳給子代的。一般而言，依照交配率( $p_{cross}$ )進行交配，所以僅是一部分的族群而並非所有的族群都進行交配，且在此模式中訂其交配率  $p_{cross}$  範圍介於 0.8~1.0 間，本研究

中交配率給定值為 0.8。

- (4) 同時，為了使搜尋的點更為多樣化，以防止過早收斂於於局部最佳值，以致無法獲得最佳解。因此隨機地以極小的機率( $p_{mutat}$ )改變某一字串的字元，一般 $p_{mutat}$ 範圍約在 0.01~0.05 之間，在突變之前，先訂定收斂準則，如果小於( $p_{mutat}$ )，突變就完成了；相反則否。突變係由交配而產生的子代進行，即改變子代字串的某一字元 (0→1or1→0)，本研究中突變率給定值為 0.01。。
- (5) 本研究採用遺傳演算法的收斂方式請參考本章 3.1 節 5 中所列出的 d 點，即在連續 15 代中最佳解適合度值不變。另外，不同於簡易遺傳演算法 (SGA)，即一般常用之運算元包括複製、交配、突變之組合，本研究中為了避免在複製選取時，上一代最佳染色體被遺漏，而沒有被保留至子代，因此增加使用了精英策略，即保留上一代最佳的 5 個個體，如此不僅能夠確保最好的基因不會被遺漏，亦使得每一代的最佳解不會造成震盪的情形而收斂速度過於緩慢。

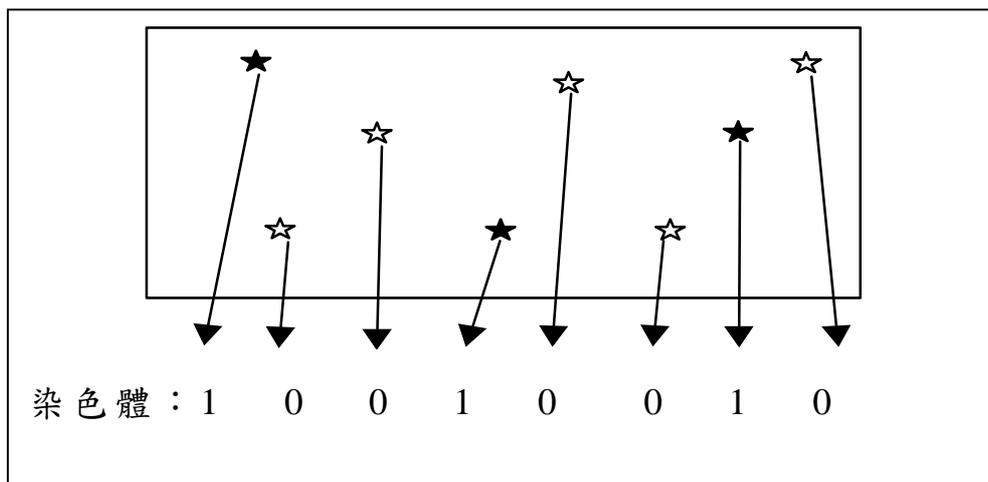


圖 3.1-2 設站方案對應之染色體編碼示意圖

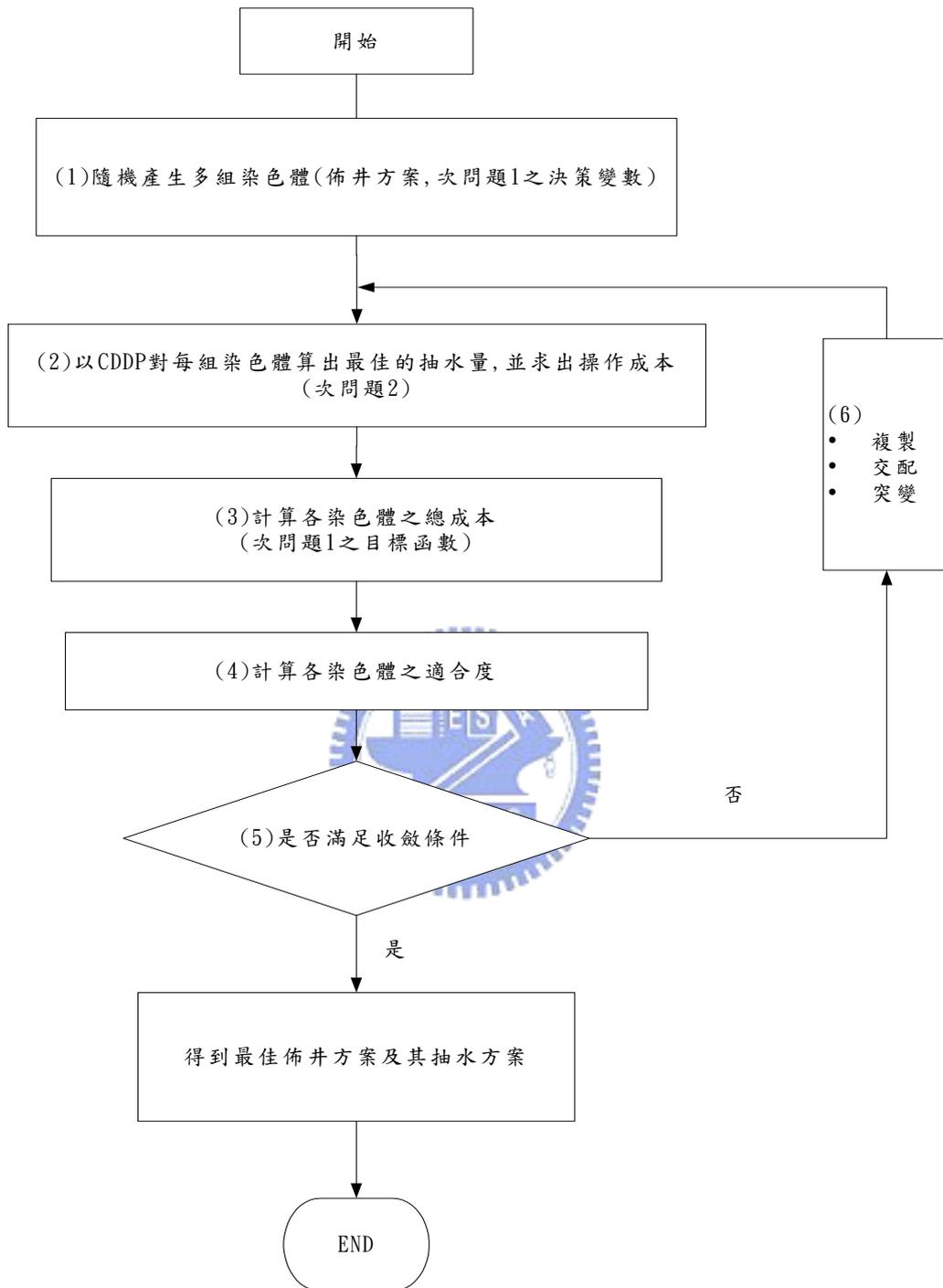


圖 3.1-1 抽水系統優選流程圖

### 3.2 觀測系統最佳設計演算步驟

依 2.4 節之定義，本研究利用遺傳演算法進行觀測井網之優選，其演算流程如圖 3.2-1 所示，各步驟之說明如下。

#### 1. 隨機產生多組染色體(觀測策略)

首先將所有可設觀測井位置，進行觀測策略之編碼。由於設井及觀測與否，皆為”0”與”1”之問題，因此可採用二位元編碼，如圖 3.1-1 所示，再利用遺傳演算法進行水位觀測井位之優選。

其編碼長度=所有可設井位

而經由染色體之編碼結果，即知道設置觀測井井數、井位。其觀測目標函數之算式即為進行觀測之井數最少。

#### 2. 產生觀測矩陣

經由 1.之觀測策略之編碼結果，即可組成觀測矩陣 $C_t$ ，其中 $C_t$ 為各個時刻皆是相同的固定觀測井網。

#### 3. 產生系統方程式

配合地下水系統參數及所推估之系統噪音，將可組成代表地下水之系統方程式。而在本研究中，將會以地下水流數值模式 ISOQUA(Pinder,1978)來計算地下水位。其而地下水流之系統方程式可表示如下：

$$h_t = A_t h_{t-1} + B_t u_t + w_t \dots\dots\dots(3.2.1)$$

其中：

$A_t$ 、 $B_t$ :與水文地質相關之矩陣

$u_t$ :由源匯項所組成之已知值

$w_t$ :系統噪音

由上式系統方程式之組成，可知其受下列項目之影響：

a. 水文地質參數、邊界條件

b. 源匯項(input driving force): 即為入滲與抽水

c. 系統噪音: 代表各時刻之狀態誤差向量，其可視為系統抽述之不確定性，至於要如何估算各時刻之系統噪音將為一關鍵且困難之工作，此部分並非本研究之研究範疇，於本研究中系統噪音的推估，當成已知值。

#### 4. 卡門濾波(Kalman filtering)計算觀測精度

為本研究之運算核心，透過卡門濾波之理論可將系統方程式及觀測方程式結合，有了系統方程式與觀測方程式之後，由卡門濾波理論可得到以下之運算步驟：

$$\bar{h}_t = A_t \hat{h}_{t-1} + B_t u_t \quad \dots\dots\dots(3.2.2)$$

$$M_t = A_t P_{t-1} A_t^T + Q_t \quad \dots\dots\dots(3.2.3)$$

$$K_t = M_t C_t^T \{C_t M_t C_t^T + R_t\}^{-1} \quad \dots\dots\dots(3.2.4)$$

$$\hat{h}_t = \bar{h}_t + K_t \{y_t - C_t \bar{h}_t\} \quad \dots\dots\dots(3.2.5)$$

$$P_t = \{I - K_t C_t\} M_t \quad \dots\dots\dots(3.2.6)$$

其中：

$\hat{h}_t$ : t 時刻經觀測值修正之水位

$\bar{h}_t$ : t 時刻之及時預測水位

$P_t$ :  $h_t - \hat{h}_t$  之共變異量， $\text{cov}\{h_t - \hat{h}_t\}$

$M_t$ :  $h_t - \bar{h}_t$  之共變異量， $\text{cov}\{h_t - \bar{h}_t\}$

$Q_t$ : 系統噪音之共變異矩陣

$R_t$ : 觀測誤差之共變異矩陣

$K_i$ :卡門權重

$I$ :單位矩陣

上述理論中，為系統方程式及觀測方程式結合卡門濾波理論得到的運算方程，但本小節僅在作觀測井網優選，並判斷是否符合精度要求，因此僅在做觀測精度 $p_i$ 的運算，所以並不需要使用到(3.2.2)式及(3.2.5)式。本研究因為是拘限含水層，所以只需取出地質參數矩陣 $A_i$ ，並假設系統噪音值 $Q_i$ 及 $p_0$ 初始值進行運算，當真正進到觀測井網作水位更新時，這兩式才會加進來作運算，進一步說明可參考 3.3 節。

## 5. 觀測精度限制

由於本優選模式，乃是以觀測精度為限制式，因此最後一個時刻之觀測精度需符合限制式之要求。若有某一條染色體不符合限制式之要求時，則可利用懲罰函數(penalty function)之方式處理。

## 6. 計算觀測策略之適合度

觀測策略之適合度即為觀測策略之操作成本，而此適合度將代表步驟 1. 遺傳演算法之各染色體之優劣程度，以作為下一代染色體複製交配之依據。

## 7. 是否滿足染色體收斂條件

各染色體的適合度計算得到之後，需判斷整個演算是否滿足收斂條件，若滿足則收斂得到最佳解，即最佳的觀測方案，若不滿足則重新產生染色體。

本研究利用遺傳演算法進行觀測井網優選之參數給定如下說明：

- (1) 佈井系統一開始經由隨機的方式產生多組的佈井方案，每一佈井方案即為遺傳演算法中的染色體，本研究每一代的染色體數目為 100 條。
- (2) 本研究採用遺傳演算法的收斂方式請參考本章 3.1 節 5.中所列

出的 c 點及 d 點，即在連續 20 代中最佳解適合度值不變，且至少進行 20 代，至於精英策略，則保留上一代最佳的 5 個個體。

- (3) 當系統仍未收斂時，則各染色體便開始進行遺傳演算算，即對每代染色體（佈井方案），利用遺傳演算法的機制，即染色之複製、交配、突變產生下一代染色體。根據經驗，在本研究中複製採用比較選取法（Tournament Selection），交配採用均勻交配，交配率為 0.8，突變率為 0.01。



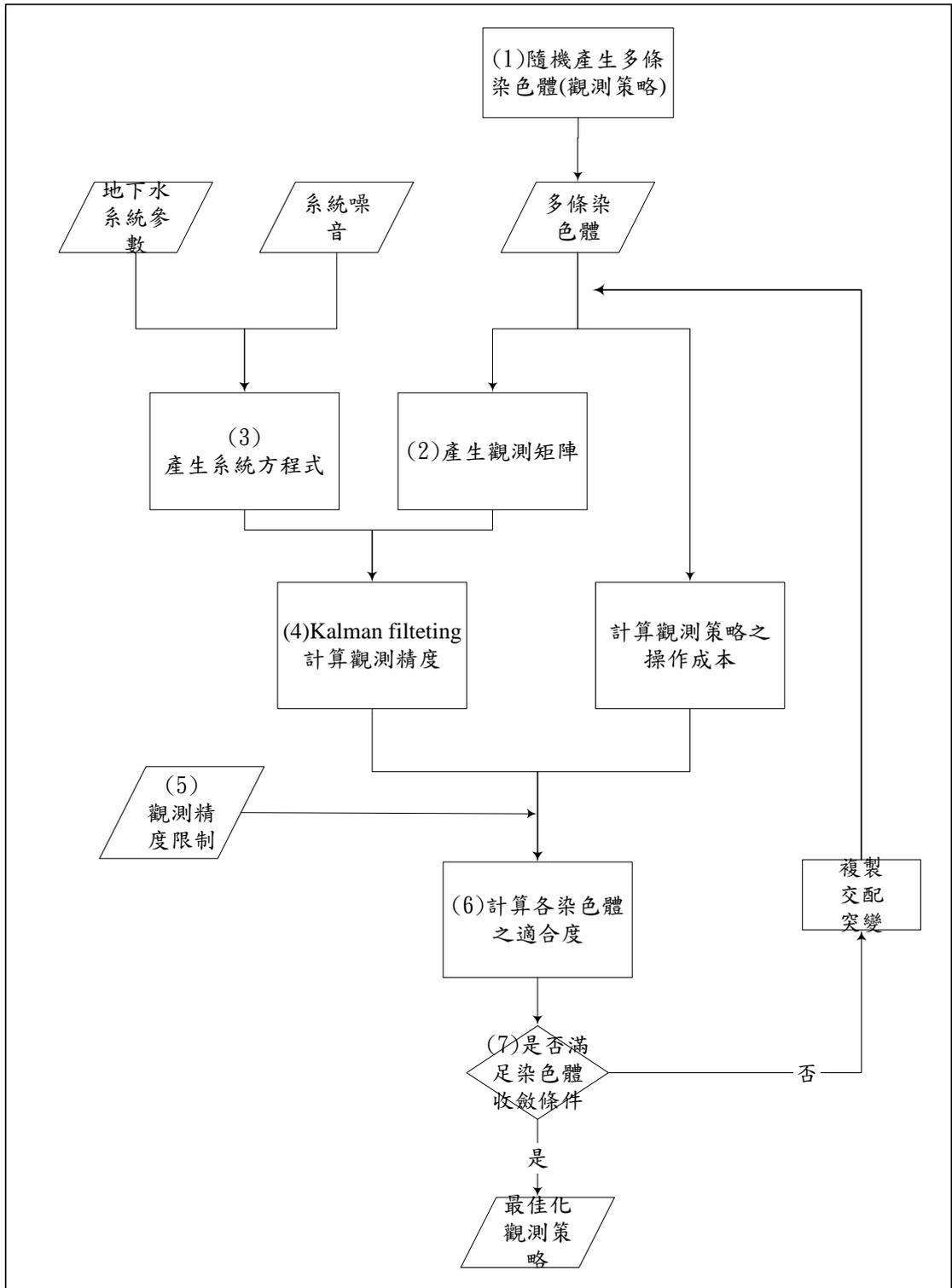


圖 3.2-1 觀測系統優選流程圖

### 3.3 地下水水位更新

- 水位更新流程說明，本文用 10 個步驟來加以說明，其中
- 步驟 1. 是所假設之真實地下水系統。
  - 步驟 2. 此真實系統經過簡化以後就會是簡化地下水系統，簡化的方式是整區地質參數不分區，僅以單一參數表示。
  - 步驟 3. 此簡化系統利用地質參數給定、邊界條件及網格劃分等條件應用地下水模式(Isoqua)可以建立起簡化系統的數值模式。
  - 步驟 4. 接著進到地下水的抽水及觀測規劃設計模式。
  - 步驟 5. 根據用水需求及水位限制式與觀測精度要求等條件，應用遺傳演算法、動態規劃及卡門濾波的方法可以優選得到抽水系統及觀測系統。
  - 步驟 6. 此抽水系統應用於真實系統數值模式模擬，可以得到真實系統的模擬水位值。
  - 步驟 8. 另外步驟 4 也會規劃優選得到觀測系統，此觀測系統可以應用於步驟 6 的真實系統數值模式，得到觀測水位。
  - 步驟 9. 可以得到簡化地下水系統的模擬水位。
  - 步驟 10. 其中步驟 8 與 9 可以進到卡門權重計算，如下的五條方程式(3.3.1)式~(3.3.5)式之演算步驟所示，即可得到地下水水位更新值，最後把水位更新值再放到步驟 4 重新優選並規劃下一時刻的設計，上述為一個完整的水位更新流程圖說明，如圖 3.3-1 所示。

$$\bar{h}_t = A_t \hat{h}_{t-1} + B_t u_t \quad \dots\dots\dots(3.3.1)$$

$$M_t = A_t P_{t-1} A_t^T + Q_t \quad \dots\dots\dots(3.3.2)$$

$$K_t = M_t C_t^T \{C_t M_t C_t^T + R_t\}^{-1} \quad \dots\dots\dots(3.3.3)$$

$$\hat{h}_t = \bar{h}_t + K_t \{y_t - C_t \bar{h}_t\} \dots\dots\dots(3.3.4)$$

$$P_t = \{I - K_t C_t\} M_t \dots\dots\dots(3.3.5)$$

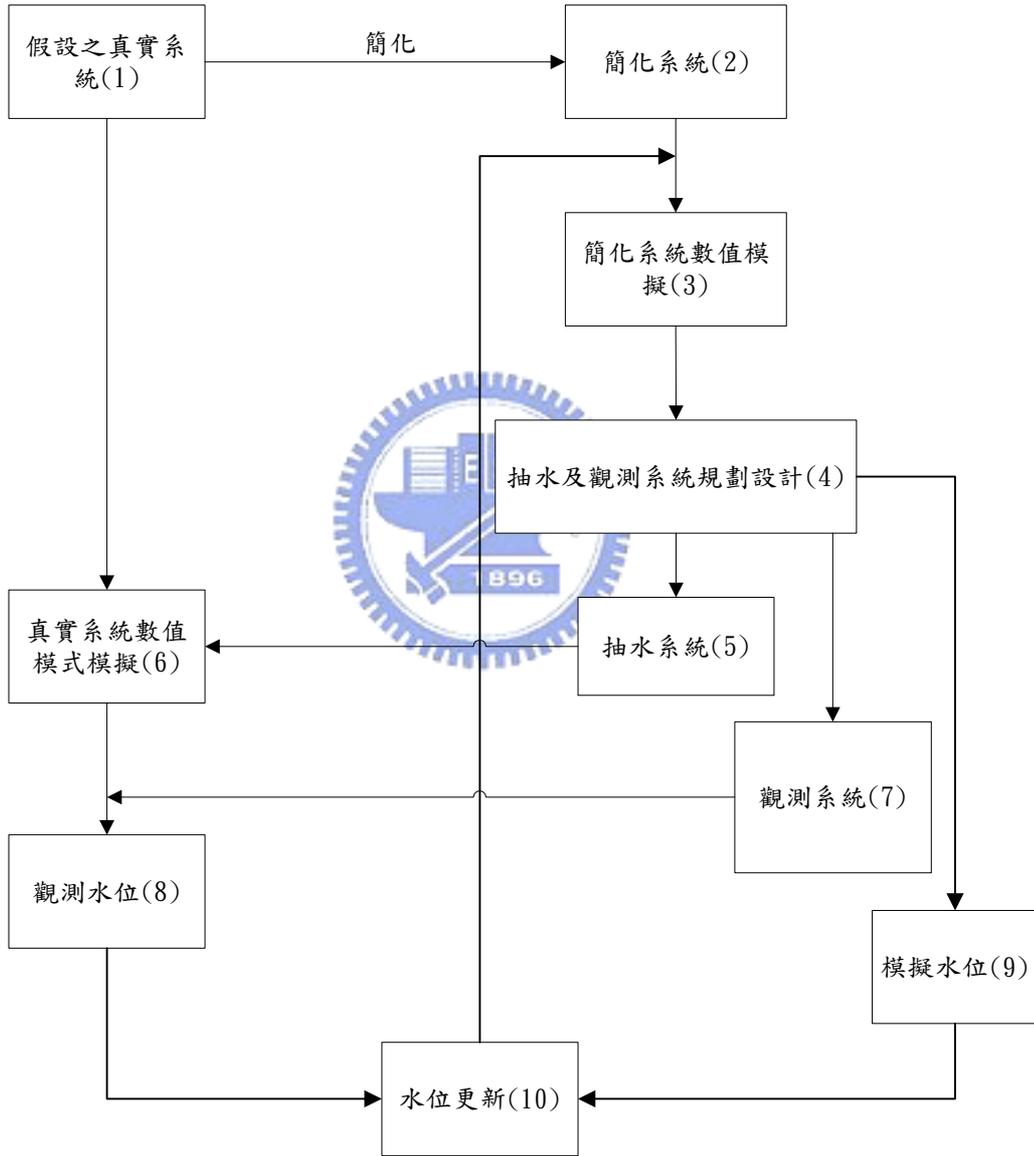


圖 3.3-1 水位更新流程圖