

第六章 參數求解成果精度分析

6-1 CTODS__VE 程式

本論文研究之目的在於自行開發程式計算變數方程，並利用 DVDQ 積分器、平差計算及結合 CTODS 方法，進行迭代計算處理，求得衛星起始狀態、球諧係數、大氣阻力係數、太陽輻射壓係數、經驗係數等，程式流程見圖 6-1。

程式計算是以中華衛星三號為模擬對象，衛星重要諸元見表 6-1。本論文視 CTODS 求得之衛星軌道為真實衛星軌道，利用 CTODS 分別製造衛星觀測資料及計算初值：使用 EGM96 大地位模式模擬之華衛三號軌道（目前僅考慮一顆衛星）加入隨機誤差（random noise）3 公分為衛星觀測資料，使用 OSU91A 大地位模式模擬之華衛三號軌道為衛星計算初值。

表 6-1 中華三號衛星重要諸元一覽表

衛星數	6 顆微衛星
軌道高度	暫駐軌道：475 公里、500 公里、550 公里、750 公里 任務軌道：750~800 公里
軌道傾角	72 度之六個圓形軌道，軌道面間赤經夾角 24 度
尺寸	含燃料重量約 70 公斤，直徑約 108 公分，高約 18 公分
追蹤站	台灣中壢：地理位置 (24.97128N, 121.19203E) 台灣台南：地理位置 (22.93882N, 122.27559E) 美國阿拉斯加：地理位置 (64.8N, 147.5W) 瑞典基努那：地理位置 (67.9N, 21.1E)

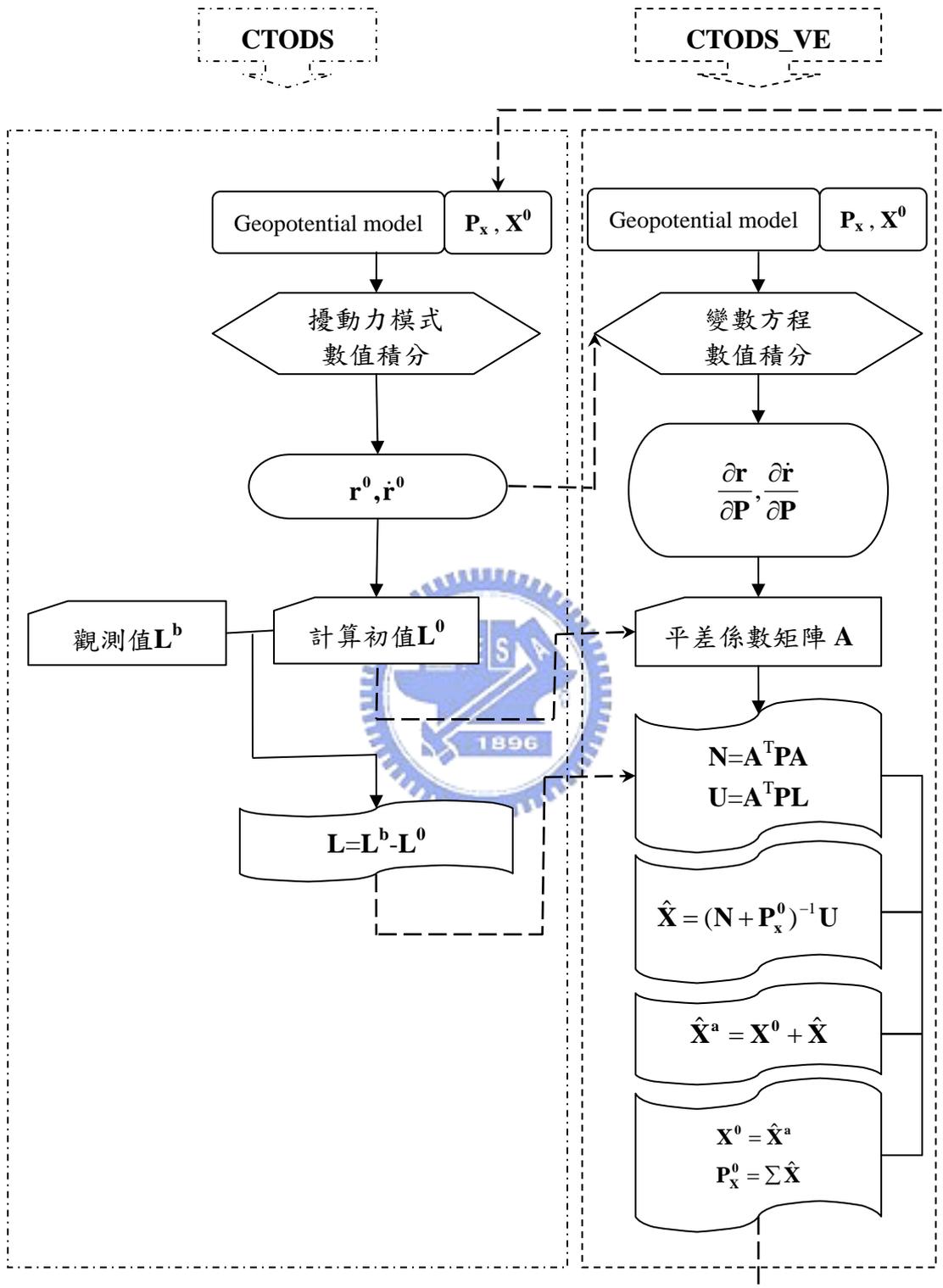


圖 6-1 程式執行流程圖

6-2 CTODS 程式

CTODS 程式全名 Chiao Tung University Orbit Determination System，為交通大學太空大地實驗室於 2003 年發展之衛星軌道積分程式。只要給予程式積分起始時間、起始狀態參數及積分終止時間，CTODS 便能由起始狀態參數計算衛星受力情形，並考慮擾動力影響求得衛星加速度。再由衛星加速度作數值積分求得速度後二次積分求得軌道位置（張莉雪，2003）。

6-3 成果精度比較與分析

本論文研究計算分為四種模式，分別為一天 5 階、三天 5 階、一天 10 階、三天 10 階，用以討論球諧係數階數與軌道資料天數對參數估算的影響。為了與 2003 年 CTODS 程式發表之測試數據進行比較（張莉雪，2003），故在程式觀測時間數據上設計成與其一致：若為三天軌道資料者，以 1998 年 12 月 22 日 12 時 01 分 31 秒到 1998 年 12 月 25 日 12 時 01 分 31 秒之三天軌道計算；若為一天軌道資料者，以 1998 年 12 月 22 日 12 時 01 分 31 秒到 1998 年 12 月 23 日 12 時 01 分 31 秒之一天軌道計算。真值方面，球諧係數方面設定 EGM96 大地模式為真值；大氣阻力係數真值設定為 2.1；太陽輻射壓係數設定為 1.5；經驗係數真值設定為 0。衛星軌道資料是以模擬軌道位置資料（X、Y、Z）加入標準偏差為 3cm 而成之觀測量；計算初值部分，衛星初始狀態參數以真值加入偏移量（ $dX=2m$ ， $dY=1m$ ， $dZ=1m$ ， $dV_X=0.2m/s$ ， $dV_Y=0.1m/s$ ， $dV_Z=0.1m/s$ ）作為初始值，其中衛星初始狀態參數的給定在論文中的使用與（張莉雪，2003）相同，透過刻卜勒六個軌道元素定義出衛星起始狀態（ $a=7178137m$ ， $e=0.001$ ， $i=72^\circ$ ， $\omega=100^\circ$ ， $\Omega=24^\circ$ ， $M=30^\circ$ ），日後在進行實際衛星資料的處理時，衛星起始狀態參數可透過 GPS 觀測等方式得知；經驗係數部分起始量為 0。最後利用估算出之各項參數值與真值進行比較，以作為本研究參數估算之精度。

在本文中針對估算數據作精度比較判斷時，使用的參考依據包括有：相對誤差 ε (relative- error)、絕對誤差 d (difference, 差值)、相對誤差均方根值 (ε -RMS) 與絕對誤差均方根值 (d -RMS)，現分別定義如下：

- 相對誤差 ε : 利用估算值與真值間的差異量相較於真值的比例大小來表示估算值的精度。當 $\varepsilon=1$ 時，代表為 100% 誤差， ε 值越小代表估算參數精度越高，計算方式見公式(6-1)，由於此數據具有相對性，在進行精度比較時具有較大的參考性。

$$\varepsilon = \frac{|X^{(true)} - X^{(cal.)}|}{|X^{(true)}|} \quad (6-1)$$

其中， $X^{(true)}$ 是真值、 $X^{(cal.)}$ 為估算值

- 絕對誤差 d : 利用估算值與真值間的差異量評估誤差大小，可直觀估算值的精度。

$$d = X^{(cal.)} - X^{(true)} \quad (6-2)$$

- 相對誤差均方根值：針對多參數的相對誤差進行綜整比較。

$$\varepsilon - RMS = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{N}} \quad (6-3)$$

其中， N 為估算參數個數

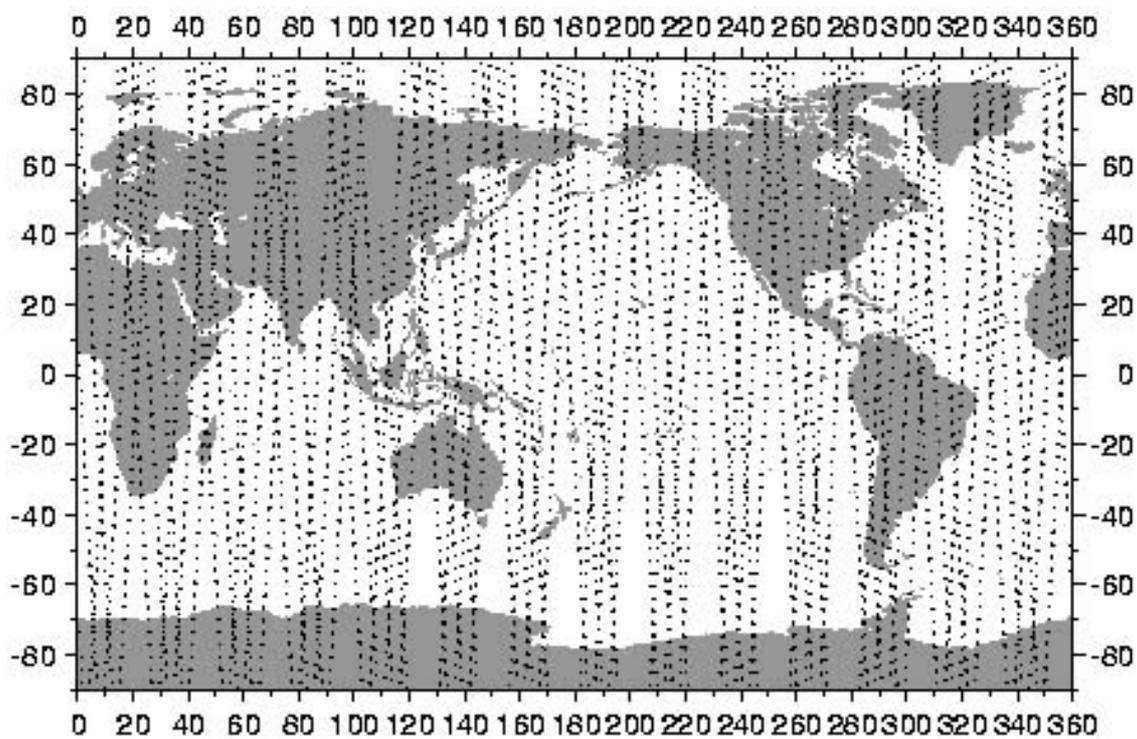
- 絕對誤差均方根值：針對多參數的絕對誤差進行綜整比較。

$$d - RMS = \sqrt{\frac{d^2}{N}} \quad (6-4)$$

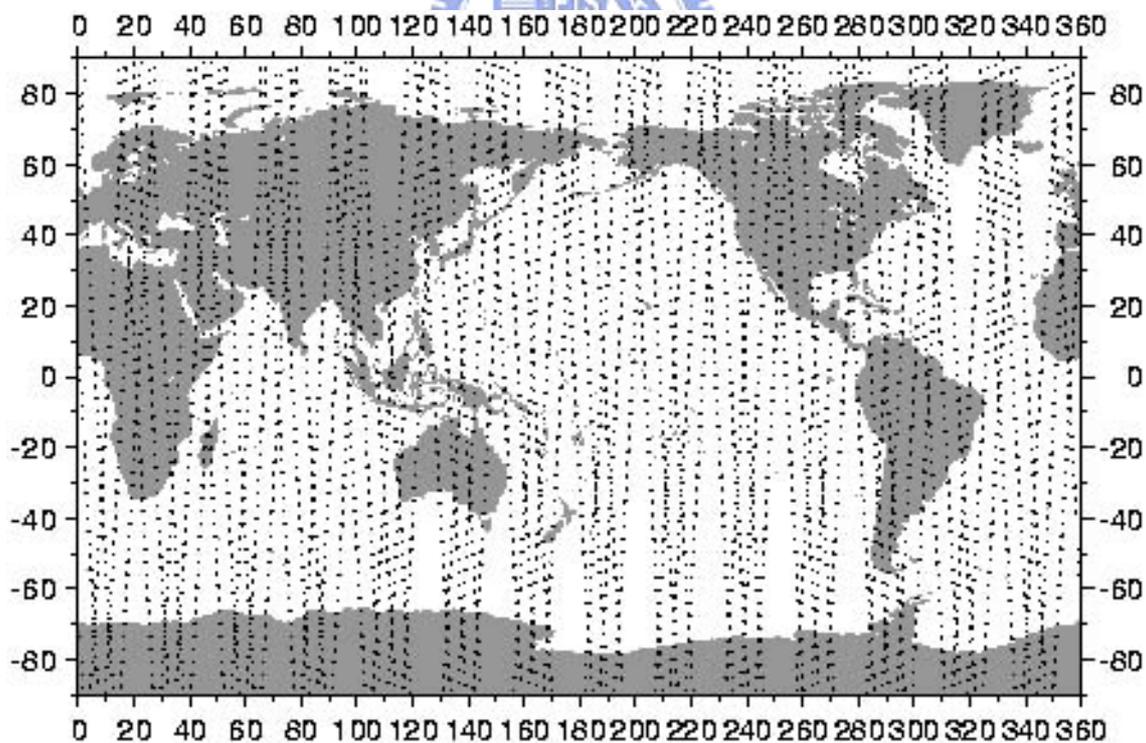
6-3-1 衛星軌道傾角 90 度

考慮到極溝 (polar gap) 對參數解算可能造成的影響，為確保衛星軌道觀測資料無幾何條件上的缺陷，現將軌道傾角設定為 90 度進行程式的正確性測試。由於目前程式執行效能的限制，故僅選擇三天五階及一天十階兩種模式作為程式測試對象。以 1998 年 12 月 22 日 12 時 01 分 31 秒到 1998 年 12 月 25 日 12 時 01 分 31 秒之三天五階模擬軌道 (圖 6-2) 以及 1998 年 12 月 22 日 12 時 01 分 31 秒到 1998 年 12 月 23 日 12 時 01 分 31 秒之一天十階模擬軌道計算 (圖 6-3)，在球諧係數進行法方程式的計算過程中不加入任何約制條件，軌道計算結果見表 6-2、表 6-3。在本小節測試實驗中，僅針對地位模式進行解算，並利用估算地位模式求得之衛星軌道與假設真實軌道進行比較，餘參數部分皆不考慮 (設定為與真值相同)。

在衛星軌道的比較上分為 RTN 三個方向進行，其座標定義請參見 2-1-3。當衛星軌道傾角 (i) 設定為 90 度時，OSU91A 的五階起始三天軌道與 EGM96 假設真值之五階三天軌道間的誤差 RMS 值約為 3.8 公尺，而透過程式求得五階三天軌道與 EGM96 假設真值五階三天軌道之間的誤差 RMS 值約為 1.6×10^{-3} 公尺；OSU91A 的十階起始一天軌道與 EGM96 假設真值的十階一天軌道誤差之間的誤差 RMS 值約為 0.79 公尺，而程式求得十階一天軌道與 EGM96 十階一天軌道之間的誤差 RMS 值約為 5.5×10^{-3} 公尺，求得之衛星軌道在 RTN 三方向的誤差分佈趨勢請見圖 6-4、圖 6-5。此軌道解算結果遵最小二乘平差法定義，其觀測量殘差收斂至一最小值，RTN 三方向的軌道誤差曲線都在誤差為 0 處上下振盪不隨時間增加而發散。從實驗數據結果來看，本論程式計算已能成功地回復假設真實軌道。

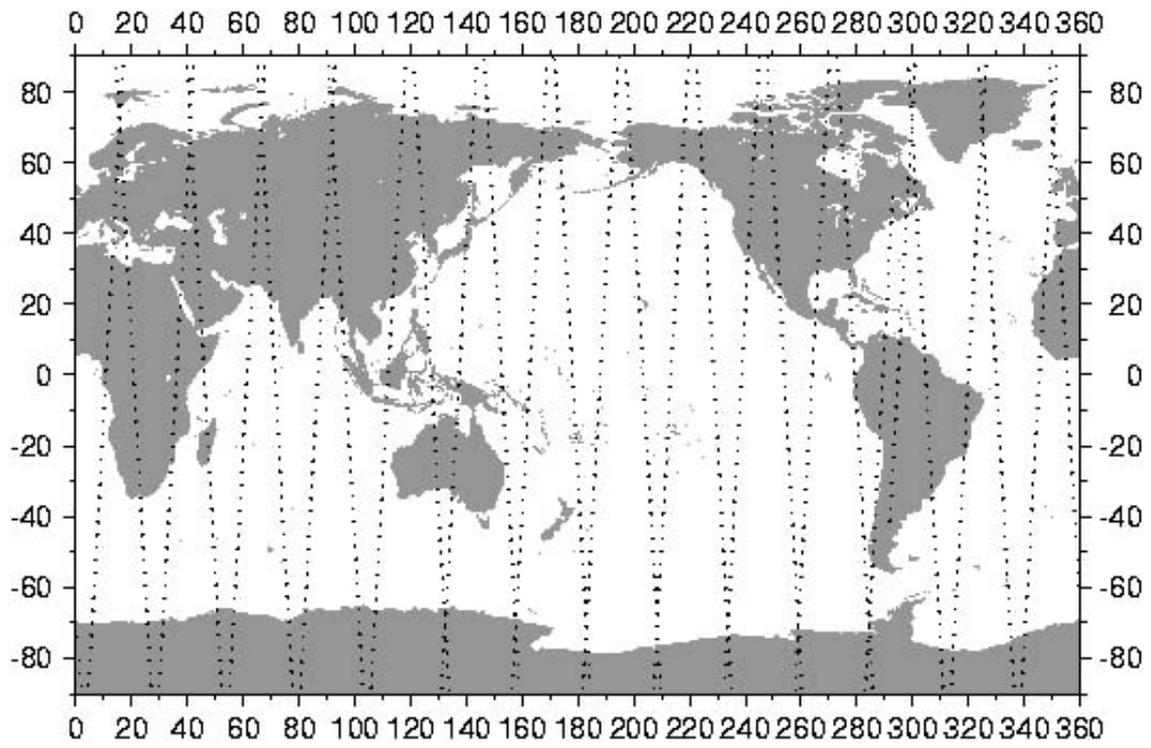


(a) EGM96

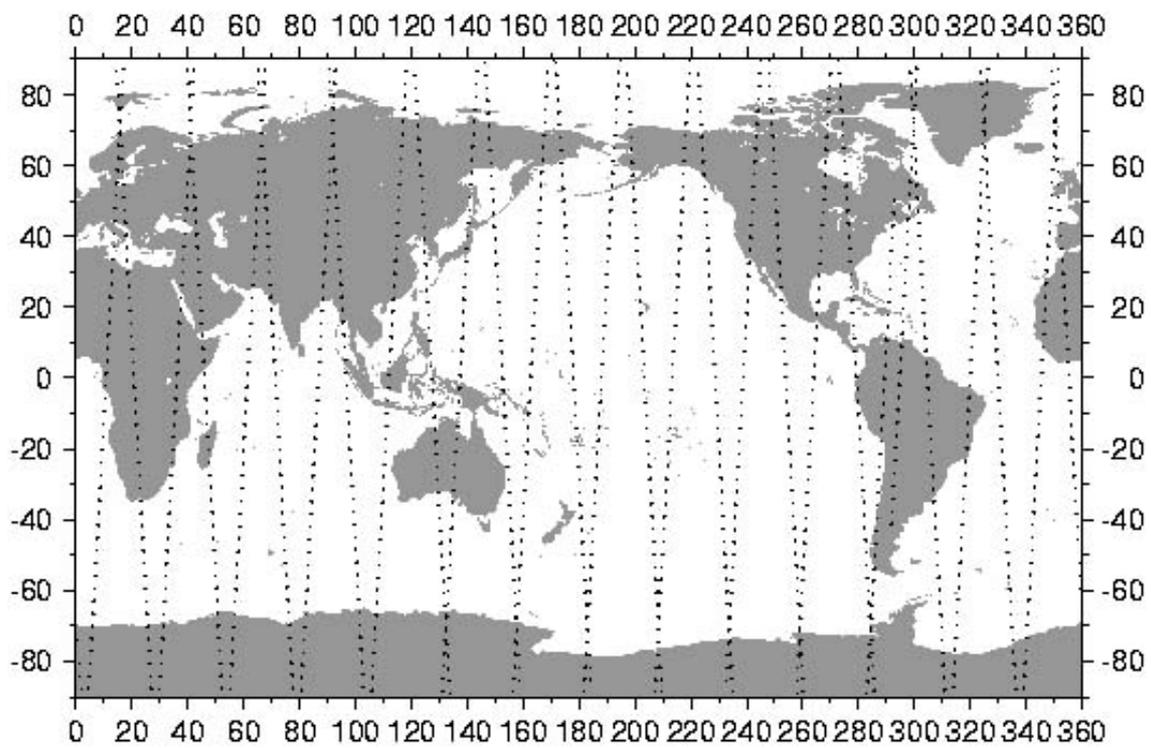


(b) OSU91A

圖 6-2 模擬華衛三號（一顆衛星）三天軌道地面軌跡圖（ $i=90^\circ$ ）。



(a) EGM96



(b) OSU91A

圖 6-3 模擬華衛三號（一顆衛星）一天軌道地面軌跡圖 ($i=90^\circ$)。

表 6-2 三天五階軌道精度比較一覽表 ($i=90^\circ$)

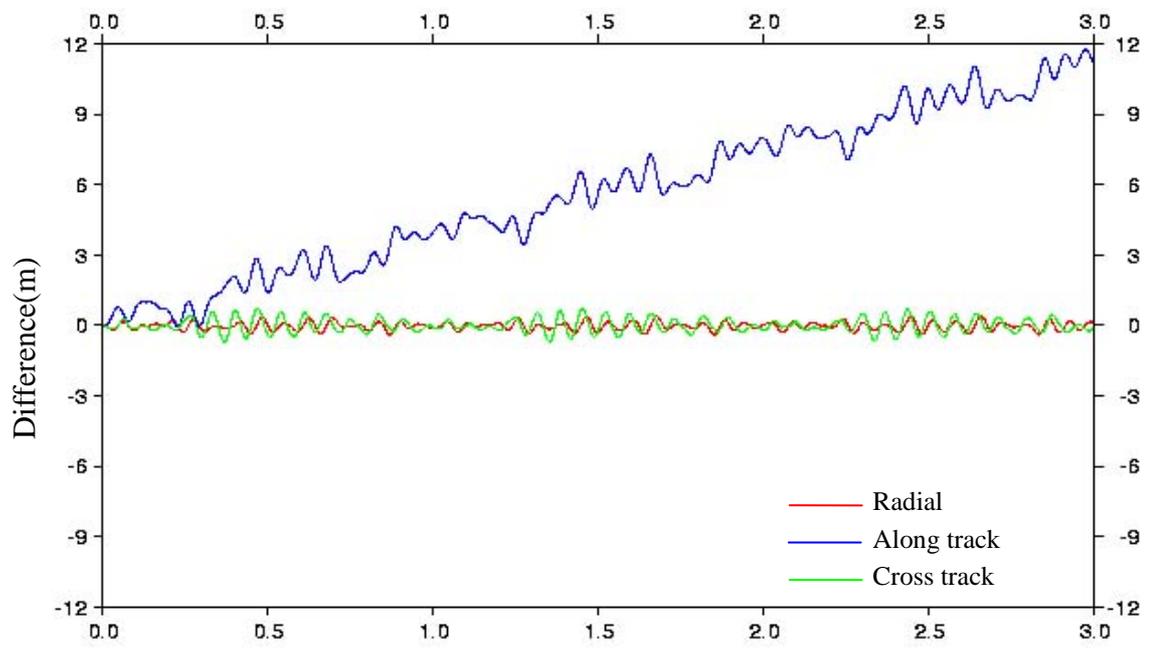
	R	T	N
O S U 9 1 A d-RMS	1.65748E-01	6.52275E+00	2.88516E-01
三天五階軌道	綜合 RTN 絕對誤差均方根 = 3.77081E+00		
計 算 求 得 d-RMS	1.16991E-03	2.19905E-03	1.33548E-03
三天五階軌道	綜合 RTN 絕對誤差均方根 = 1.63177E-03		

(單位：公尺)

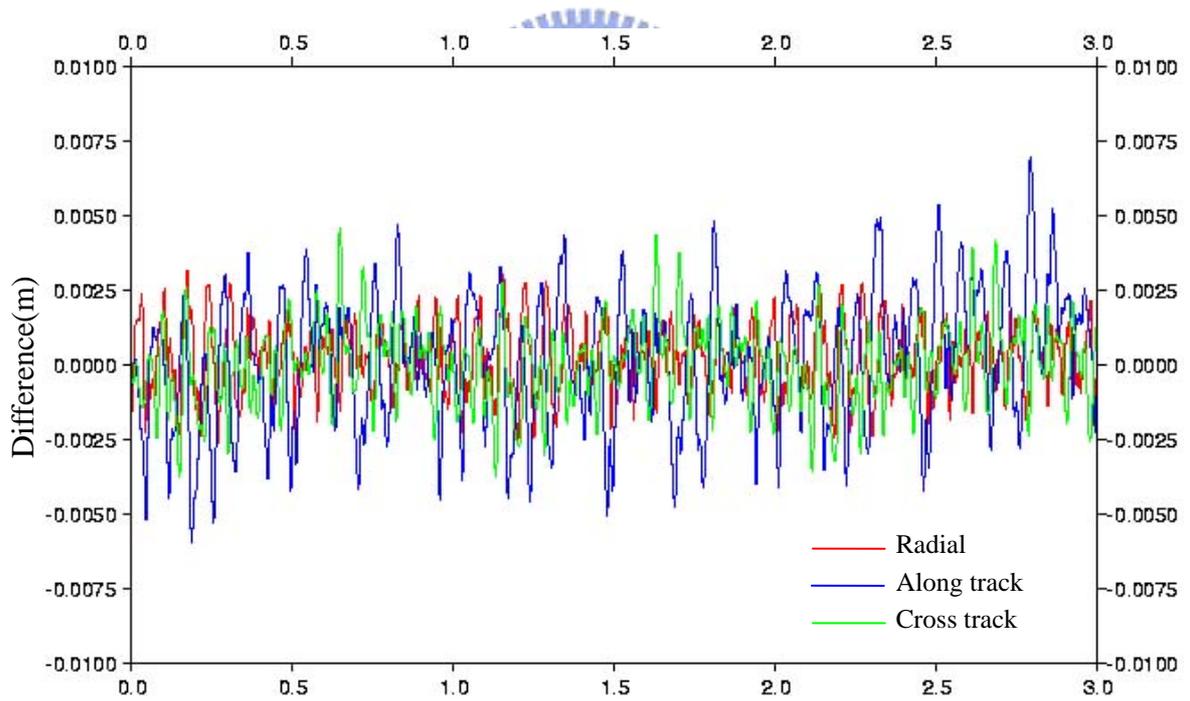
表 6-3 一天十階軌道精度比較一覽表 ($i=90^\circ$)

	R	T	N
O S U 9 1 A d-RMS	1.43313E-01	1.32592E+00	2.78593E-01
一天十階軌道	綜合 RTN 絕對誤差均方根 = 7.86600E-01		
計 算 求 得 d-RMS	4.51767E-03	7.11128E-03	4.62043E-03
一天十階軌道	綜合 RTN 絕對誤差均方根 = 5.54761E-03		

(單位：公尺)

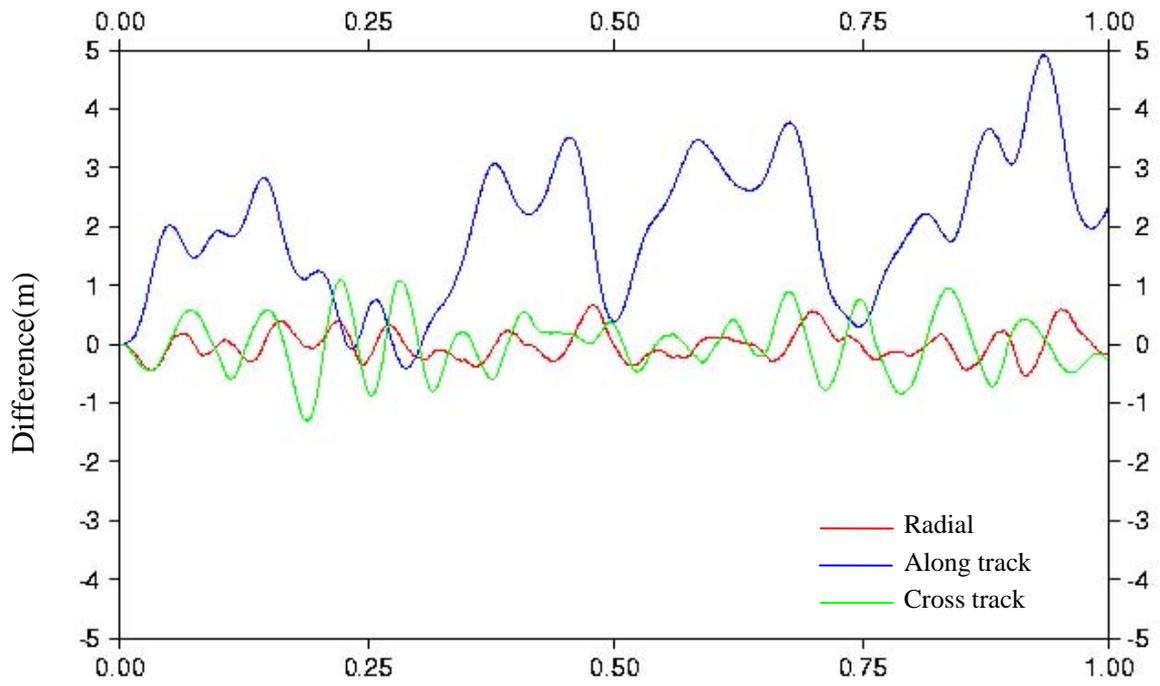


(a) OSU91A 三天五階軌道與 EGM96 三天五階軌道誤差

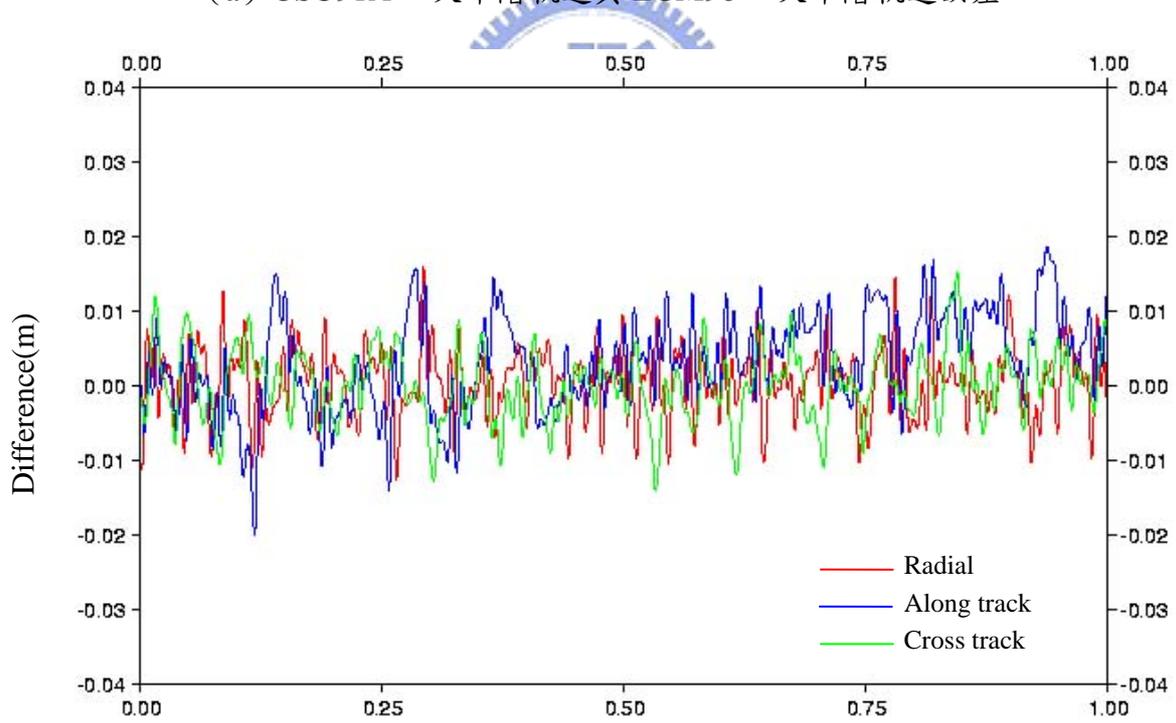


(b) 求得三天五階軌道與 EGM96 三天五階軌道誤差

圖 6-4 五階 RTN 軌道誤差曲線圖 ($i=90^\circ$) (單位：公尺)



(a) OSU91A 一天十階軌道與 EGM96 一天十階軌道誤差



(b) 求得一天十階軌道與 EGM96 一天十階軌道誤差

圖 6-5 十階 RTN 軌道誤差曲線圖 ($i=90^\circ$) (單位：公尺)

表 6-4 為球諧係數計算初值 (OSU91A) 與求得之球諧係數分別對假設真值 EGM96 模式的精度比較表，另將球諧係數 ($\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$) 透過大地起伏與重力異常的計算進行精度的比較，計算的方式是透過 $1^\circ \times 1^\circ$ 的網格資料進行比較，其結果整理於表 6-5、表 6-6，其分別之等值圖請見圖 6-6~圖 6-9。

表 6-4 球諧係數 ($\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$) 精度比較一覽表 ($i=90^\circ$)

5 階起始解	絕對誤差均方根 (d-RMS)	1.38711E-09
	相對誤差 (ε)	1.62059E-05
三天 5 階解 ($i=90^\circ$)	絕對誤差均方根 (d-RMS)	1.15835E-10
	相對誤差 (ε)	1.35332E-06
10 階起始解	絕對誤差均方根 (d-RMS)	2.43266E-07
	相對誤差 (ε)	4.47633E-05
一天 10 階解 ($i=90^\circ$)	絕對誤差均方根 (d-RMS)	8.75194E-10
	相對誤差 (ε)	1.95516E-05

表 6-5 大地起伏計算精度比較值 ($i=90^\circ$)

(a) 5 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=5)	-0.615510	27.1040	27.1107
(2)、OSU91A(n=5)	-0.614952	27.1046	27.1114
(3)、三天 5 階 ($i=90^\circ$)	-0.615673	27.1042	27.1109
(4)、(1)與(2)差值	-0.000558326	0.0468124	0.04681530
(5)、(1)與(3)差值	0.000163161	0.003751410	0.003754930

(單位：公尺)

(b) 10 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=10)	-0.765217	28.8842	28.8942
(2)、OSU91A(n=10)	-0.762692	28.8864	28.8962
(3)、一天 10 階 ($i=90^\circ$)	-0.765461	28.8830	28.8929
(4)、(1)與(2)差值	-0.00252524	0.1142200	0.1142470
(5)、(1)與(3)差值	0.000244704	0.0532312	0.0532313

(單位：公尺)

表 6-6 重力異常計算精度比較值 ($i=90^\circ$)

(a) 5 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=5)	-0.305298	8.82406	8.82927
(2)、OSU91A(n=5)	-0.304744	8.82474	8.82994
(3)、三天 5 階 ($i=90^\circ$)	-0.305437	8.82394	8.82915
(4)、(1)與(2)差值	-0.000554595	0.026862400	0.026867900
(5)、(1)與(3)差值	0.000138522	0.001759520	0.001764950

(單位：mgal)

(b) 10 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=10)	-0.325138	12.4057	12.4099
(2)、OSU91A(n=10)	-0.321010	12.4126	12.4166
(3)、一天 10 階 ($i=90^\circ$)	-0.324843	12.4076	12.4117
(4)、(1)與(2)差值	-0.00412769	0.1285970	0.128662
(5)、(1)與(3)差值	-0.000294718	0.0564180	0.0564183

(單位：mgal)

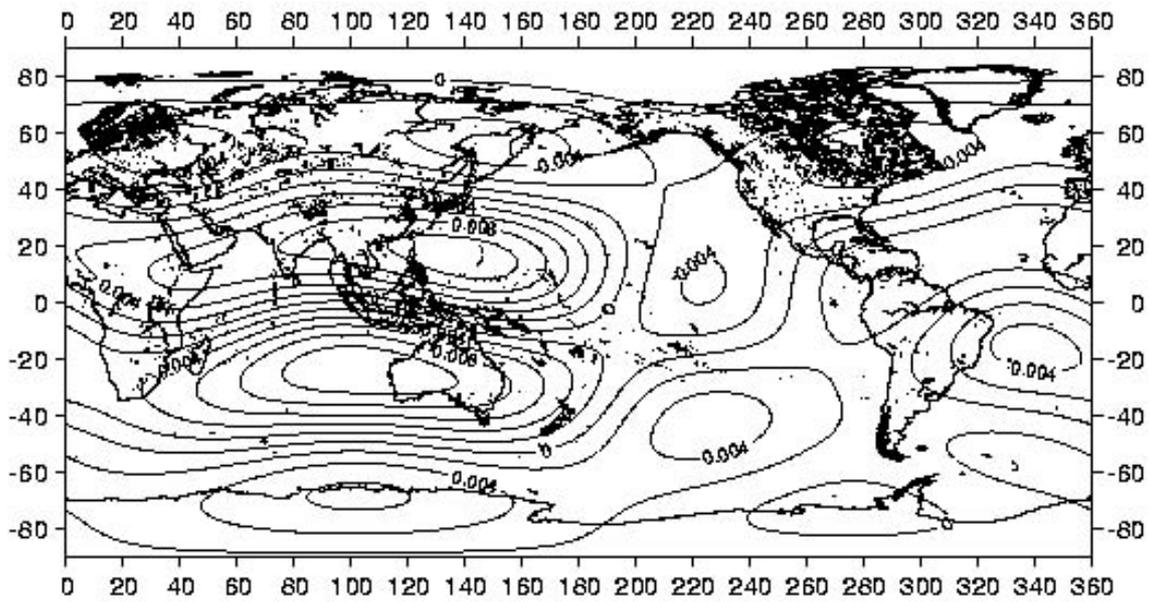


圖 6-6 求得之三天五階模式與 EGM96 五階模式二者大地起伏差等值圖

($i=90^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.002m)

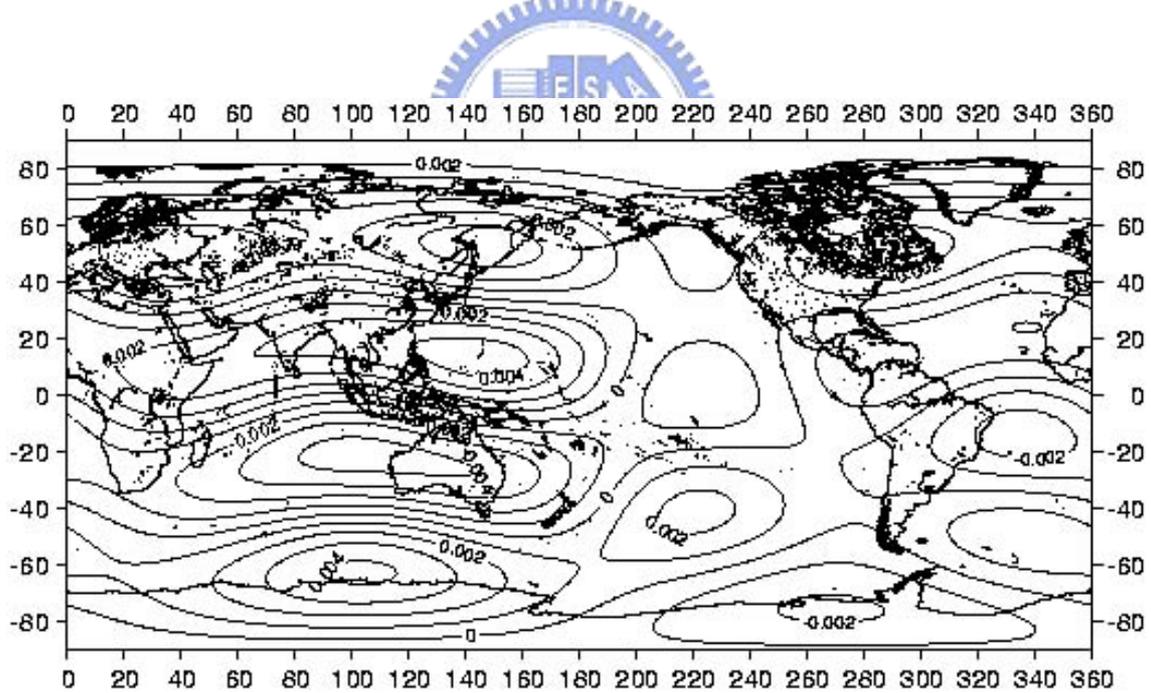


圖 6-7 求得之三天五階模式與 EGM96 五階模式二者重力異常差等值圖

($i=90^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.001mgal)

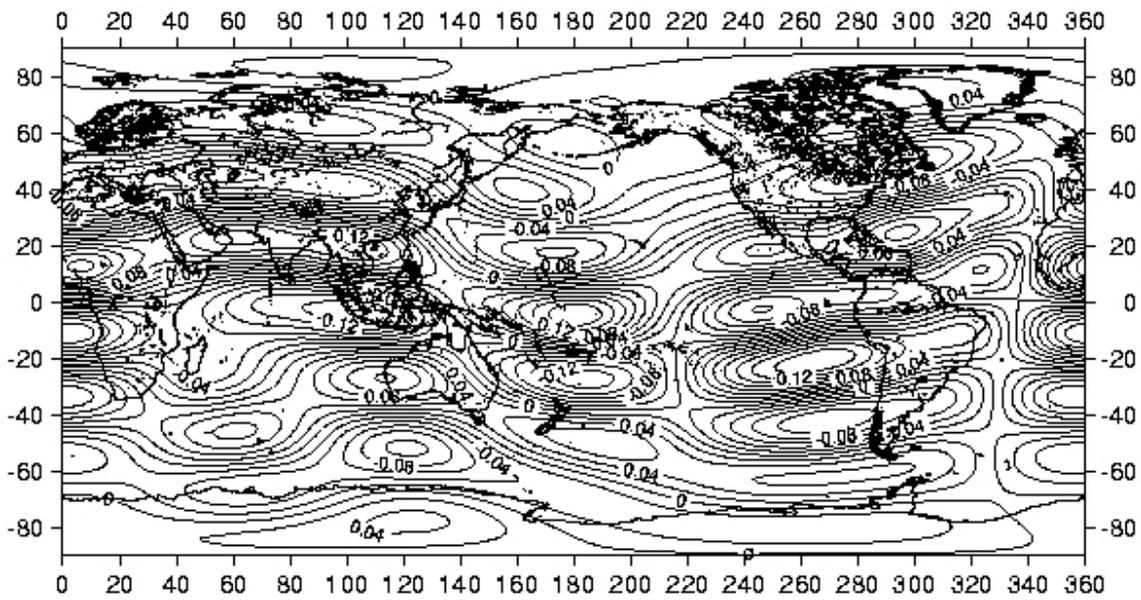


圖 6-8 求得之一天十階模式與 EGM96 十階模式二者大地起伏差等值圖

($i=90^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.02m)

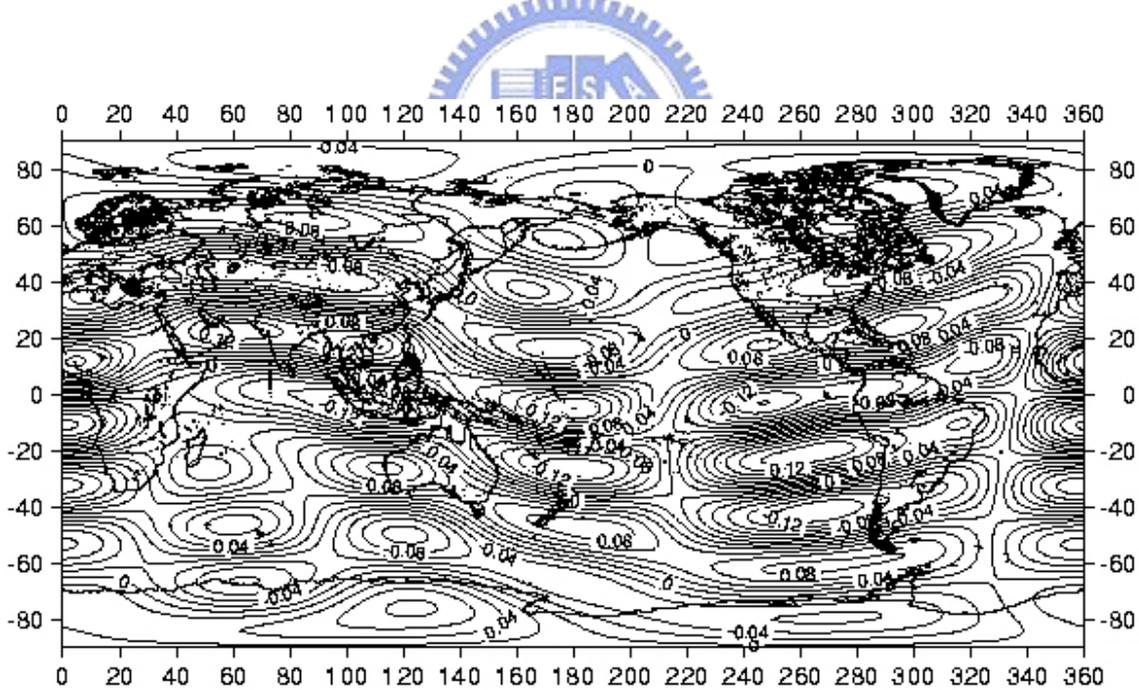


圖 6-9 求得之一天十階模式與 EGM96 十階模式二者重力異常差等值圖

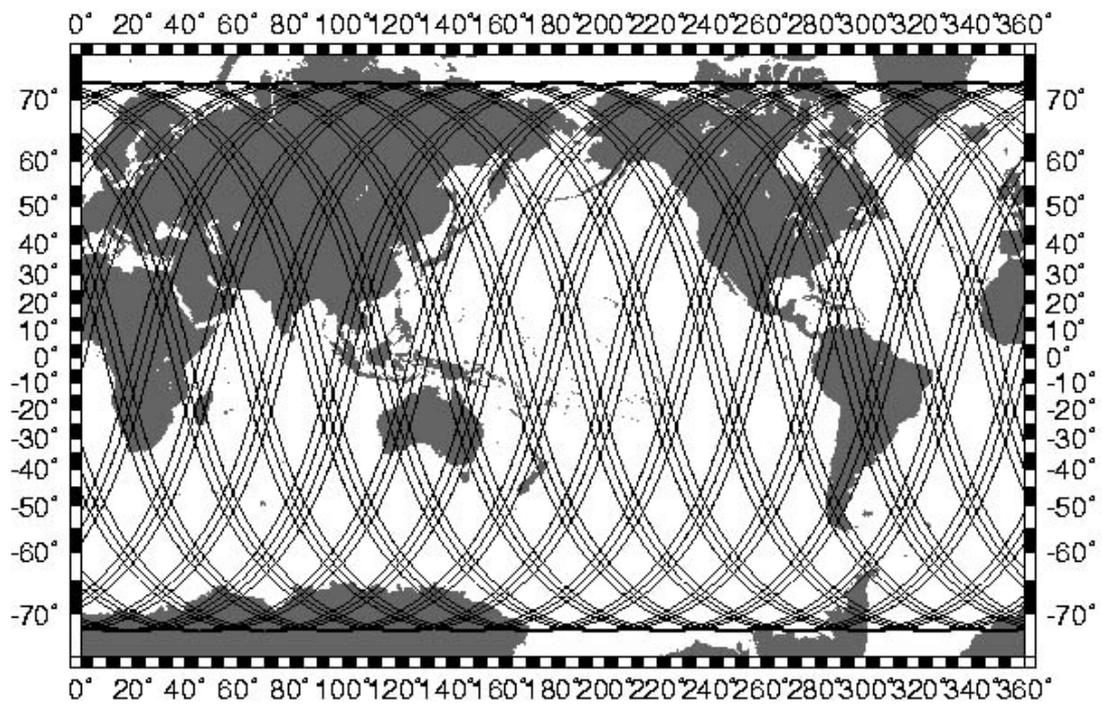
($i=90^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.02mgal)

6-3-2 衛星軌道傾角 72 度

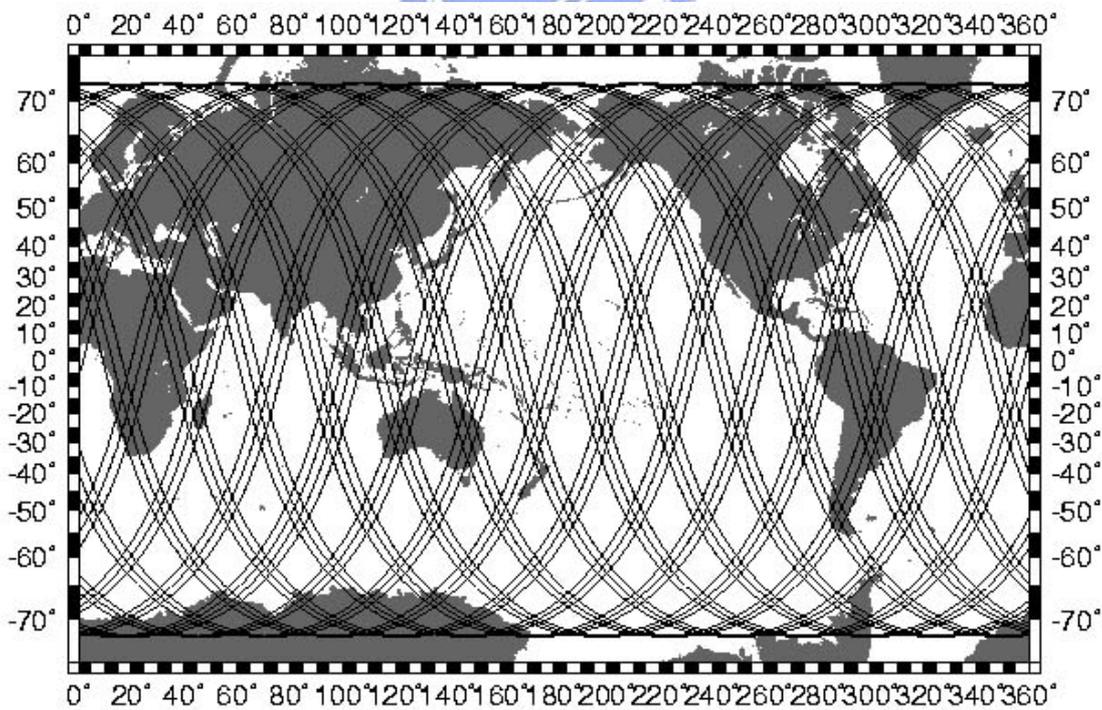
經由 6-3-1 小節中衛星軌道傾角 90 度的程式測試，已證實本論程式在衛星軌道資料分佈完整、無幾何條件缺陷的狀況下，能夠有效地回復衛星軌道並執行無誤。現針對華衛三號軌道原始設計（傾角 72 度）進行力模式參數以及衛星軌道求解，衛星軌道積分求解時間段同樣是以 1998 年 12 月 22 日 12 時 01 分 31 秒到 1998 年 12 月 25 日 12 時 01 分 31 秒之三天模擬軌道（圖 6-10）以及 1998 年 12 月 22 日 12 時 01 分 31 秒到 1998 年 12 月 23 日 12 時 01 分 31 秒之一天模擬軌道（圖 6-11）進程式模擬計算。本小節中共求解一天五階、三天五階、一天十階、三天十階等四組地位模式，另外也針對大氣阻力係數、太陽輻射壓係數以及一圈一週期的九個經驗係數進程式求解。表 6-7、表 6-8 為衛星位置及衛星速度的估算精度一覽表；表 6-9 為大氣阻力係數、太陽輻射係數估算精度一覽表；表 6-10 為經驗係數估算精度一覽表。



表 6-11 為球諧係數計算初值（OSU91A）與求得之各組球諧係數分別對假設真值 EGM96 模式的精度比較表。由於論文中進行的是相同階數地位模式的比較，所以發現在資料天數越多、多餘觀測量越多、全球軌道資料分佈越佳的情況下，大地位模式計算精度會越好（三天軌道資料求得之地位模式會比一天軌道資料求得之地位模式更接近同階數的 EGM96）。在四種估算模式中，以三天五階的估算模式精度最佳、最接近 EGM96 模式，其與 EGM96 模式之相對精度為 $2.58989E-07$ ；而一天十階模式精度最差，其與 EGM96 模式之相對精度為 $1.48933E-05$ 。從大地位模式階數的比較而言，越低階大地位模式的估算精度會越好，成果中可見 5 階大地位數較 10 階大地位數更接近同階數之 EGM96 模式。

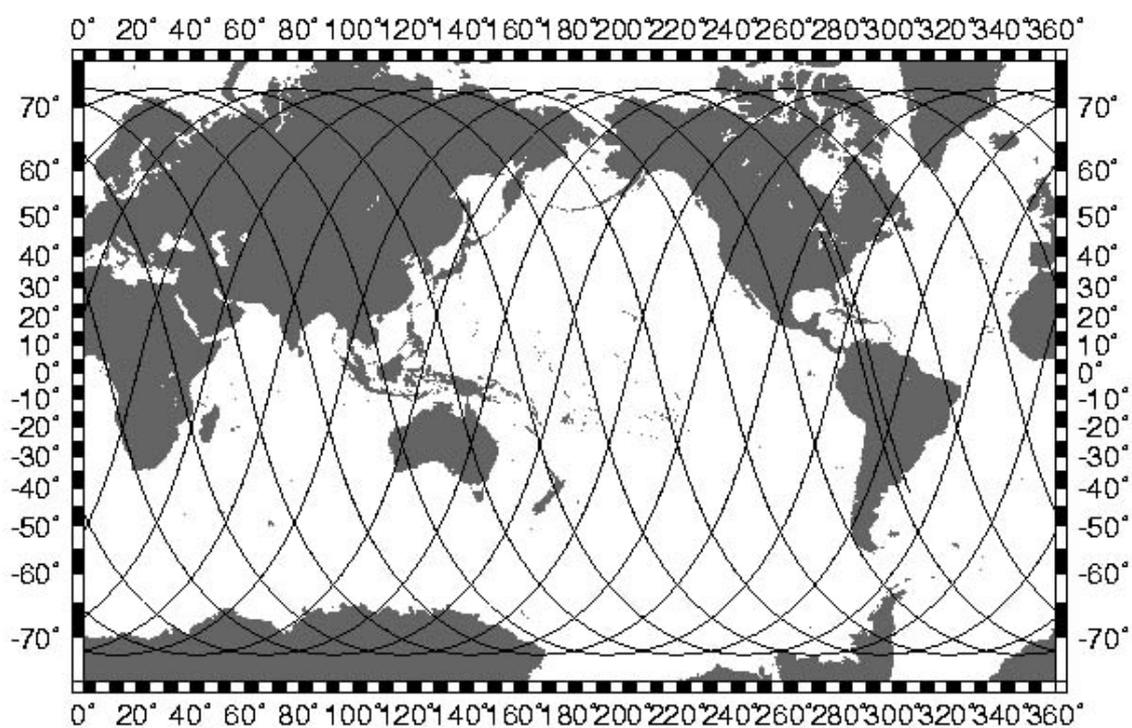


(a) EGM96

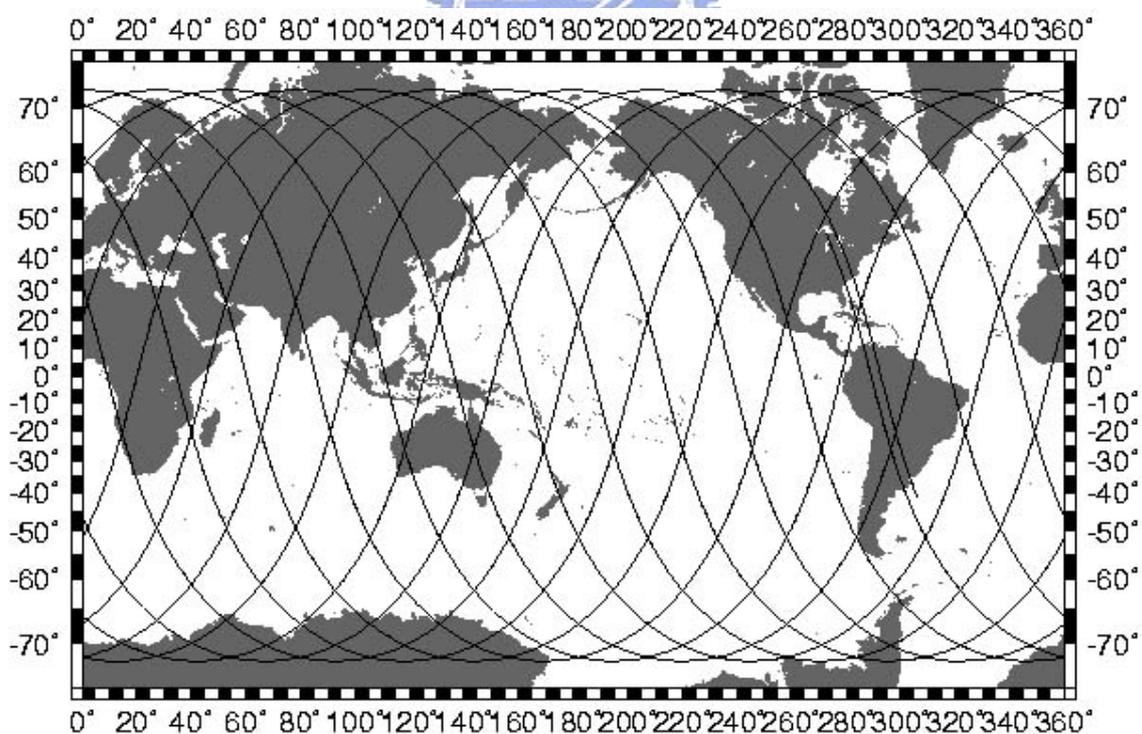


(b) OSU91A

圖 6-10 模擬華衛三號（一顆衛星）三天軌道地面軌跡圖（ $i=72^\circ$ ）



(a) EGM96



(b) OSU91A

圖 6-11 模擬華衛三號（一顆衛星）一天軌道地面軌跡圖（ $i=72^\circ$ ）

表 6-7 起始位置估算精度比較一覽表

		X	Y	Z
一	ε	9.02092E-11	3.85434E-10	1.12550E-10
天	d	-4.42606E-04	-1.26283E-04	-5.87592E-04
5		一天 5 階估算起始位置相對誤差均方根 =		2.37602E-10
階		一天 5 階估算起始位置絕對誤差均方根 =		4.30934E-04
三	ε	1.10717E-10	1.48257E-09	1.02023E-10
天	d	-5.43228E-04	-4.85747E-04	-5.32636E-04
5		三天 5 階估算起始位置相對誤差均方根 =		8.60362E-10
階		三天 5 階估算起始位置絕對誤差均方根 =		5.21136E-04
一	ε	2.63678E-11	3.79013E-10	5.32145E-11
天	d	-1.29372E-04	1.24180E-04	-2.77818E-04
10		一天 10 階估算起始位置相對誤差均方根 =		2.21493E-10
階		一天 10 階估算起始位置絕對誤差均方根 =		1.90911E-04
三	ε	1.93371E-09	2.26174E-08	1.75901E-09
天	d	9.48761E-03	7.41037E-03	9.18331E-03
10		三天 10 階估算起始位置相對誤差均方根 =		1.31451E-08
階		三天 10 階估算起始位置絕對誤差均方根 =		8.74188E-03

(單位：公尺)

表 6-8 起始速度估算精度比較一覽表

		V_x	V_y	V_z
一	ε	8.09022E-12	8.48053E-11	1.03901E-10
天	d	-3.73308E-08	3.11833E-07	-4.74014E-07
5	一天 5 階估算起始速度相對誤差均方根 =			7.75731E-11
階	一天 5 階估算起始速度絕對誤差均方根 =			3.28290E-07
三	ε	1.16125E-10	2.26897E-12	1.19483E-10
天	d	5.35835E-07	8.34313E-09	-5.45101E-07
5	三天 5 階估算起始速度相對誤差均方根 =			9.62049E-11
階	三天 5 階估算起始速度絕對誤差均方根 =			4.41333E-07
一	ε	8.23769E-11	8.06897E-11	1.69438E-11
天	d	-3.80113E-07	2.96700E-07	-7.73007E-08
10	一天 10 階估算起始速度相對誤差均方根 =			6.72901E-11
階	一天 10 階估算起始速度絕對誤差均方根 =			2.81953E-07
三	ε	2.33819E-09	1.95725E-10	2.50803E-09
天	d	-1.07892E-05	-7.19690E-07	1.14421E-05
10	三天 10 階估算起始速度相對誤差均方根 =			1.34996E-09
階	三天 10 階估算起始速度絕對誤差均方根 =			9.08927E-06

(單位：公尺/秒)

表 6-9 大氣阻力係數、太陽輻射係數估算精度比較一覽表

(a) 5 階軌道資料估算

	一 天 5 階		三 天 5 階	
	C_d	C_r	C_d	C_r
ε	4.54404E-05	1.38120E-06	9.80370E-05	3.63589E-05
d	-9.54249E-05	-2.07180E-06	2.05878E-04	-5.45384E-05

(b) 10 階軌道資料估算

	一 天 10 階		三 天 10 階	
	C_d	C_r	C_d	C_r
ε	1.02016E-04	1.642930E-05	4.55806E-05	2.03497E-05
d	2.14234E-04	-2.464407E-05	9.57194E-05	-3.05245E-05

表 6-10 經驗係數估算精度比較一覽表

(a) 5 階軌道資料估算

	一 天 5 階			三 天 5 階		
	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_2
d	-1.47063E-10	4.04378E-10	1.29297E-09	-7.25562E-10	-5.12029E-09	-7.25026E-10
d-RMS	7.86749E-10			3.01494E-09		
	b_0	b_1	b_2	b_0	b_1	b_2
d	1.12986E-12	-6.19476E-10	2.43996E-10	-4.58699E-12	3.59132E-10	-2.55581E-09
d-RMS	3.84398E-10			1.4901E-09		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
d	1.48067E-10	-1.56826E-11	-1.02201E-10	-3.24326E-12	9.63927E-13	-6.35014E-12
d-RMS	1.04267E-10			4.1542E-12		
綜合 RTN 三方向一天五階經驗係數絕對誤差 RMS				:	5.09119E-10	
綜合 RTN 三方向三天五階經驗係數絕對誤差 RMS				:	1.94167E-09	

(b) 10 階軌道資料估算

	一 天 10 階			三 天 10 階		
	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_2
d	-2.90291E-10	4.72651E-10	1.00262E-09	-6.75452E-10	2.40413E-09	-5.16109E-09
d-RMS	6.61540E-10			3.31023E-09		
	b_0	b_1	b_2	b_0	b_1	b_2
d	3.07713E-12	-4.74612E-10	2.76775E-10	-1.06196E-12	2.57829E-09	1.20717E-09
d-RMS	3.17212E-10			1.64366E-09		
	c_0	c_1	c_2	c_0	c_1	c_2
d	1.47401E-10	-1.80290E-11	-1.03030E-10	-4.75097E-12	1.30284E-12	-7.43764E-12
d-RMS	1.04351E-10			5.15065E-12		
綜合 RTN 三方向一天十階經驗係數絕對誤差 RMS				:	4.27843E-10	
綜合 RTN 三方向三天十階經驗係數絕對誤差 RMS				:	2.13380E-09	

表 6-11 球諧係數 ($\bar{C}_{n,m}, \bar{S}_{n,m}$) 精度比較一覽表 ($i=72^\circ$)

5 階起始解	絕對誤差均方根 (d-RMS)	1.38711E-09
	相對誤差 (ε)	1.62059E-05
一天 5 階估算球諧係數	絕對誤差均方根 (d-RMS)	4.15828E-11
	相對誤差 (ε)	4.85821E-07
三天 5 階估算球諧係數	絕對誤差均方根 (d-RMS)	2.21676E-11
	相對誤差 (ε)	2.58989E-07
10 階起始解	絕對誤差均方根 (d-RMS)	2.43266E-07
	相對誤差 (ε)	4.47633E-05
一天 10 階估算球諧係數	絕對誤差均方根 (d-RMS)	6.66673E-10
	相對誤差 (ε)	1.48933E-05
三天 10 階估算球諧係數	絕對誤差均方根 (d-RMS)	2.95225E-10
	相對誤差 (ε)	6.59526E-06

同 6-3-1，大地模式精度的比較可以另外透過大地起伏和重力異常等不同形式表達，表 6-12、表 6-13 為大地起伏計、重力異常的計算精度成果，計算的方式同樣是透過 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 的網格資料進行比較。同球諧係數成果表現，四種估算模式中同樣是以三天五階估算模式所得之大地起伏、重力異常值最接近 EGM96 同階數解得之大地起伏、重力異常，其與 EGM96 模式大地起伏、重力異常值之間的差值 RMS 分別為 $7.41239E-03$ 公尺、 $3.16069E-03$ mgal；而一天十階模式所得之大地起伏、重力異常精度最差，其與 EGM96 模式所求得之大地起伏、重力異常差值 RMS 分別為 $3.94971E-02$ 公尺、 $4.23039E-02$ mgal。整體而言，估算模式在大地起伏的比較上，已到達公分級精度(最佳者有公釐以下精度)；而重力異常精度也在 10^{-2} mgal 以上。圖 6-12 是將 EGM96 五階模式、一天五階模式與三天五階模式的大地起伏透過 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 的網格資料，以等值圖的方式進行呈現；圖 6-14 則是 EGM96 十階、一天十階與三天十階模式的大地起伏等值圖；圖 6-13、圖 6-15 則是估算模式求得之大地起伏與 EGM96 同階數模式大地起伏之間的差異等值圖；圖 6-16 為一天五階、三天五階模式之重力異常與 EGM96 模式同階數重力異常之間的差異等值圖；圖 6-17 為一天十階、三天十階之重力異常與 EGM96 模式同階數重力異常之間的差異等值圖。另外，為了更容易瞭解估算模式、起始模式 (OSU91A) 與假設真實模式 (EGM96) 各階之間差異精度的比較，遂利用各階球諧係數與真值之間的相對誤差值繪製折線圖，見圖 6-18、圖 6-19。圖中雖然有某些單點精度並沒有比 OSU91A 模式好，但就模式整體精度而言，經由程式計算得到之地位模式精度確實比 OSU91A 更接近 EGM96 地位模式。

表 6-12 大地起伏計算精度比較值 ($i=72^\circ$)

(a) 5 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=5)	-0.615510	27.1040	27.1107
(2)、OSU91A(n=5)	-0.614952	27.1046	27.1114
(3)、5 階估算模式 (一天)	-0.615738	27.1041	27.1109
(4)、5 階估算模式 (三天)	-0.615624	27.1041	27.1109
(5)、(1)與(2)差值	-0.000558326	0.0468124	0.04681530
(6)、(1)與(3)差值	0.000228131	0.0013556	0.001374650
(7)、(1)與(4)差值	0.000114088	0.00077205	0.000780428

(單位：公尺)

(b) 10 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=10)	-0.765217	28.8842	28.8942
(2)、OSU91A(n=10)	-0.762692	28.8864	28.8962
(3)、10 階估算模式 (一天)	-0.766833	28.8836	28.8935
(4)、10 階估算模式 (三天)	-0.765361	28.8846	28.8945
(5)、(1)與(2)差值	-0.00252524	0.1142200	0.1142470
(6)、(1)與(3)差值	0.00161663	0.0394643	0.0394971
(7)、(1)與(4)差值	0.000144332	0.0171438	0.0171443

(單位：公尺)

表 6-13 重力異常計算精度比較值 ($i=72^\circ$)

(a) 5 階模式

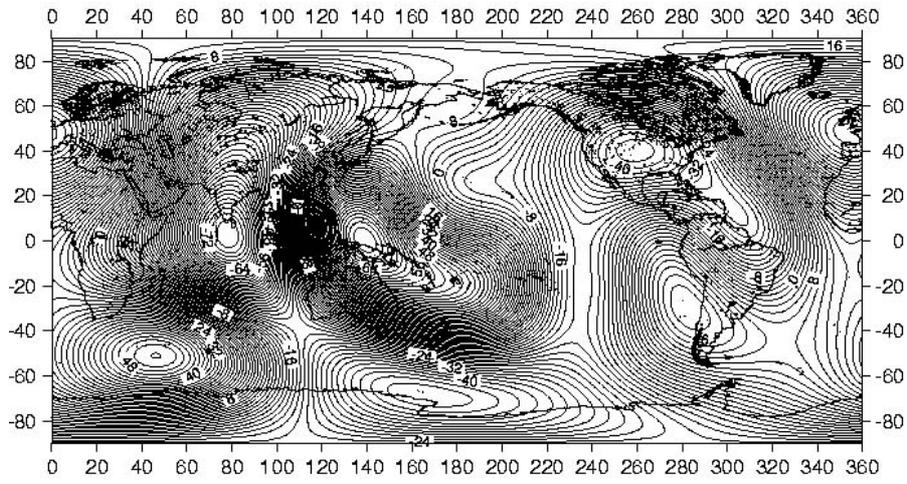
	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=5)	-0.305298	8.82406	8.82927
(2)、OSU91A(n=5)	-0.304744	8.82474	8.82994
(3)、5 階估算模式 (一天)	-0.305274	8.82416	8.82937
(4)、5 階估算模式 (三天)	-0.305810	8.82410	8.82931
(5)、(1)與(2)差值	-0.000554595	0.026862400	0.026867900
(6)、(1)與(3)差值	-2.47126e-005	0.000589564	0.000590077
(7)、(1)與(4)差值	-1.74276e-005	0.000324746	0.000325211

(單位：mgal)

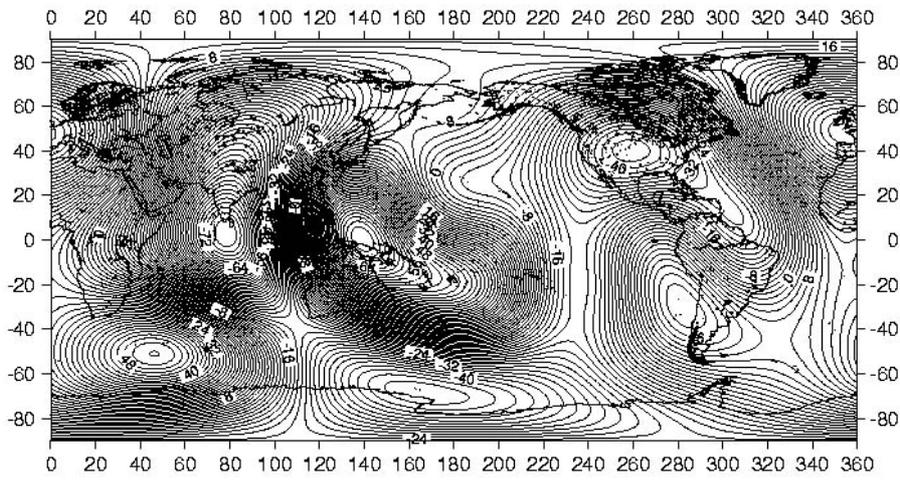
(b) 10 階模式

	平均值	標準差	RMS
(1)、EGM96(n=10)	-0.325138	12.4057	12.4099
(2)、OSU91A(n=10)	-0.321010	12.4126	12.4166
(3)、10 階估算模式 (一天)	-0.326693	12.4081	12.4123
(4)、10 階估算模式 (三天)	-0.325363	12.4060	12.4102
(5)、(1)與(2)差值	-0.00412769	0.1285970	0.128662
(6)、(1)與(3)差值	0.00155559	0.0422756	0.0423039
(7)、(1)與(4)差值	0.000225031	0.0179680	0.0179692

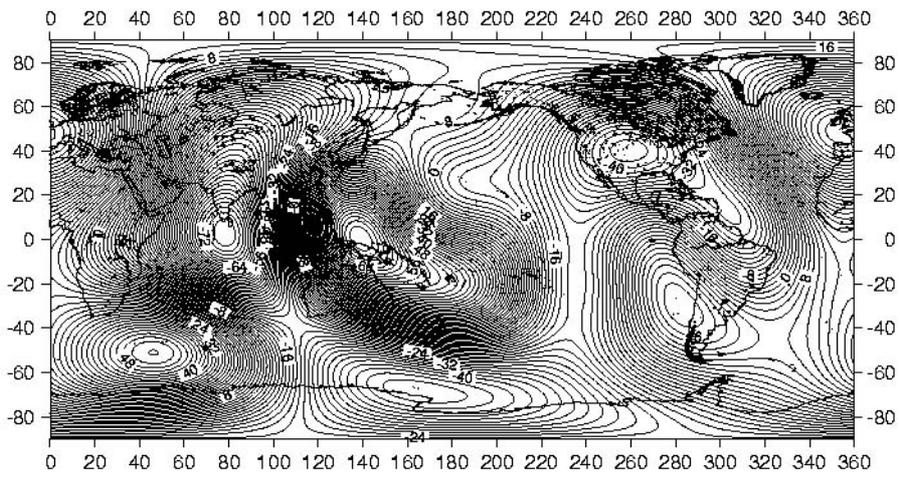
(單位：mgal)



(a) EGM96

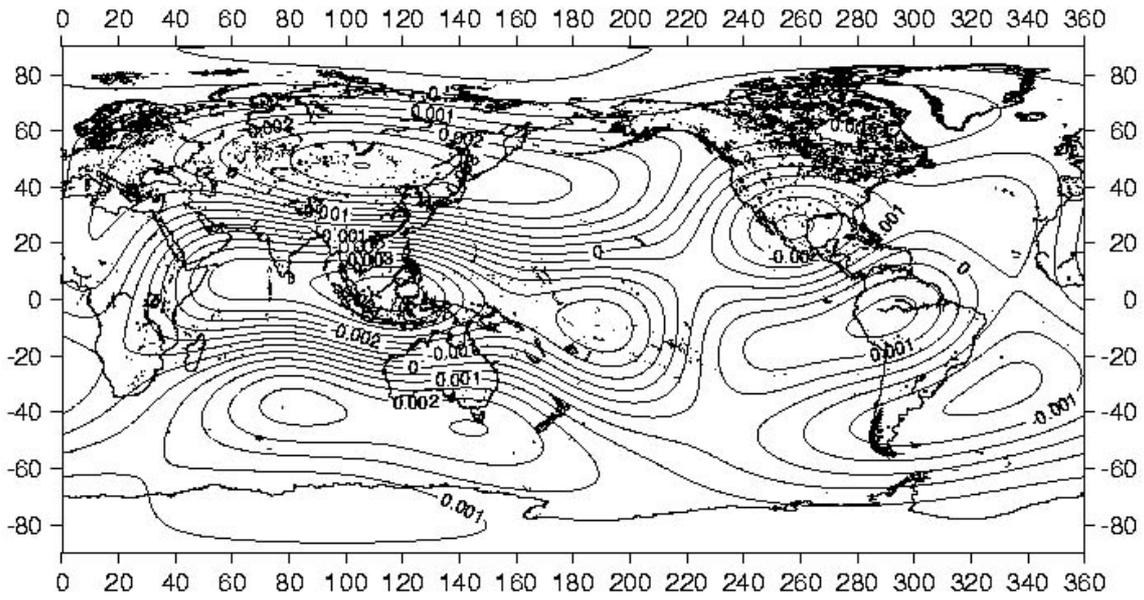


(b) 一天軌道資料估算

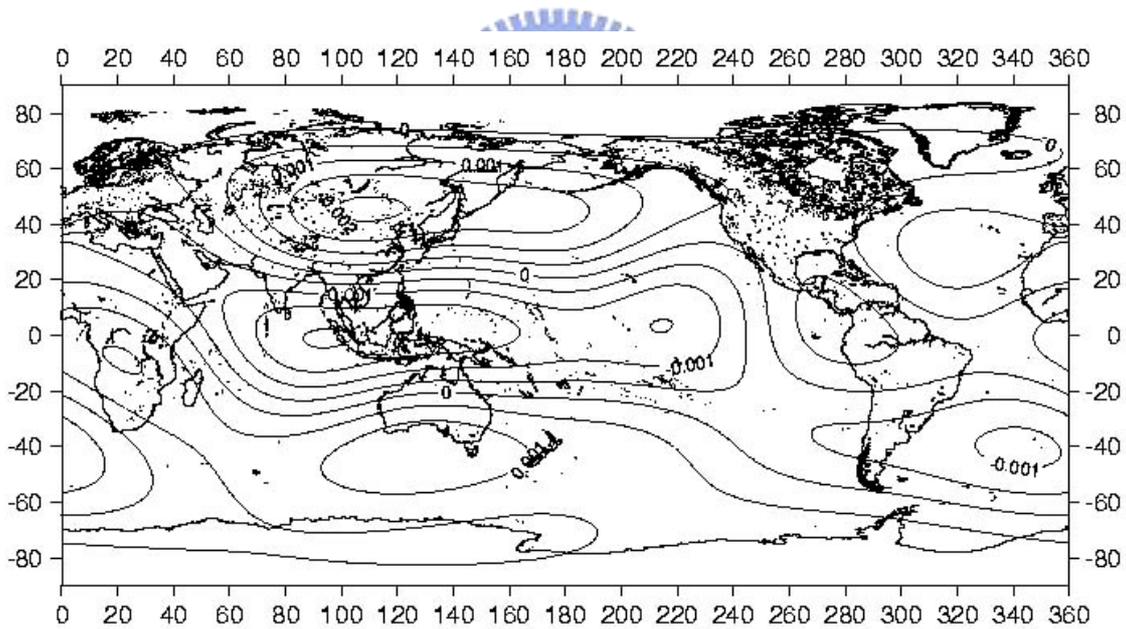


(c) 三天軌道資料估算

圖 6-12 真值與估算球諧係數至第五階之大地起伏等值圖
($i=72^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 2m)



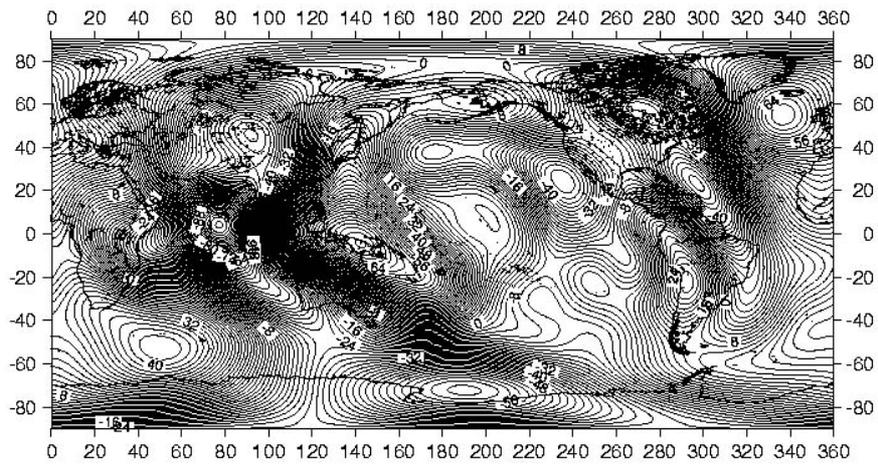
(a) 圖 6-12(a) 與 6-12(b)之差值



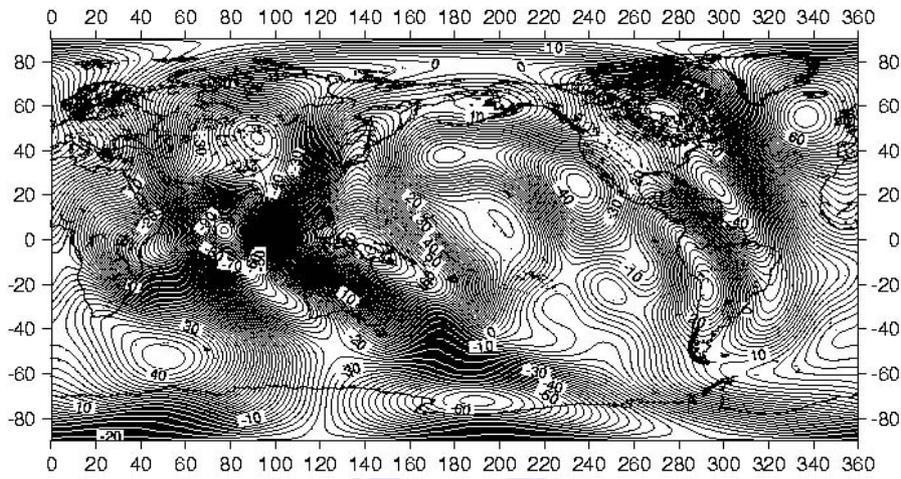
(b) 圖 6-12(a) 與 6-12(c)之差值。

圖 6-13 一天五階模式、三天五階模式與 EGM96 五階模式間大地起伏差等值圖

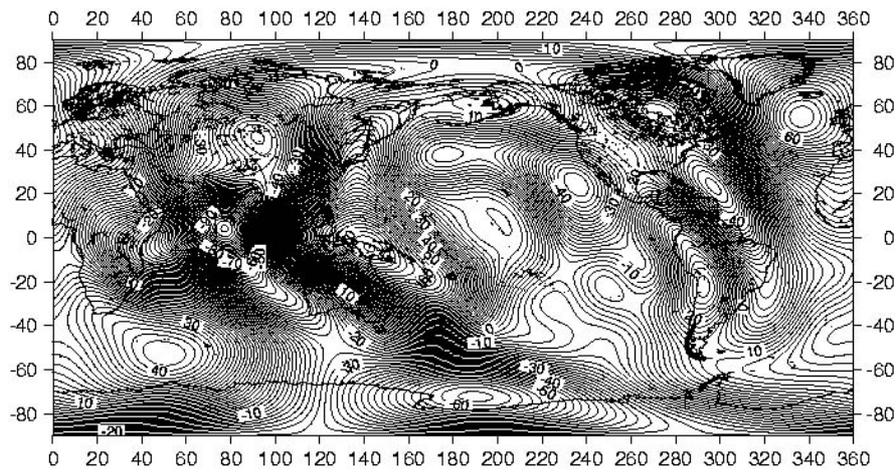
($i=72^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.0005m)



(a) EGM96



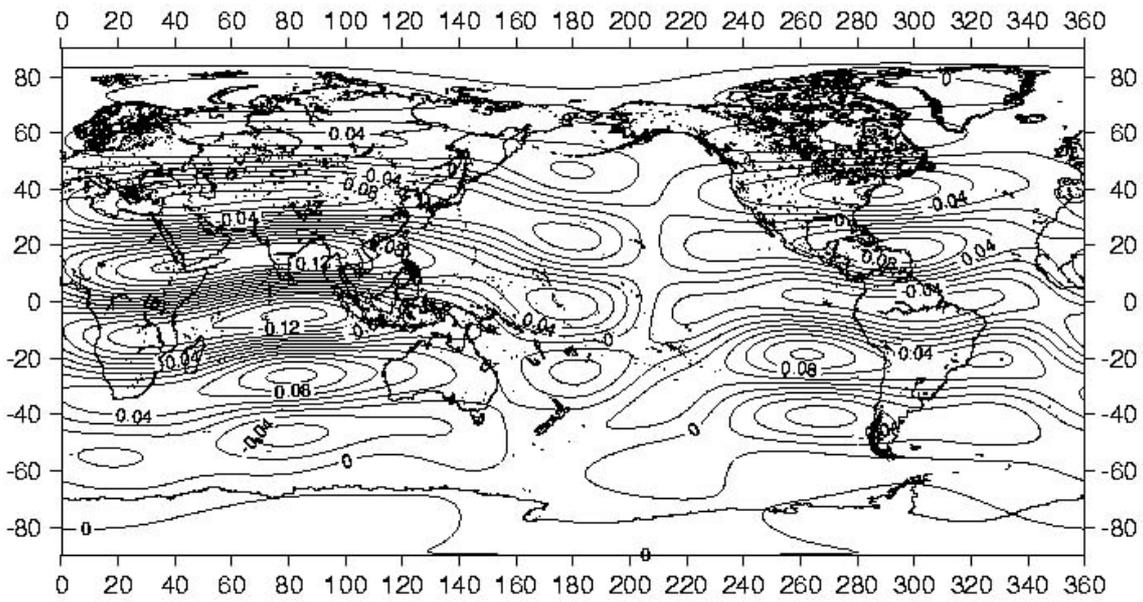
(b) 一天軌道資料估算



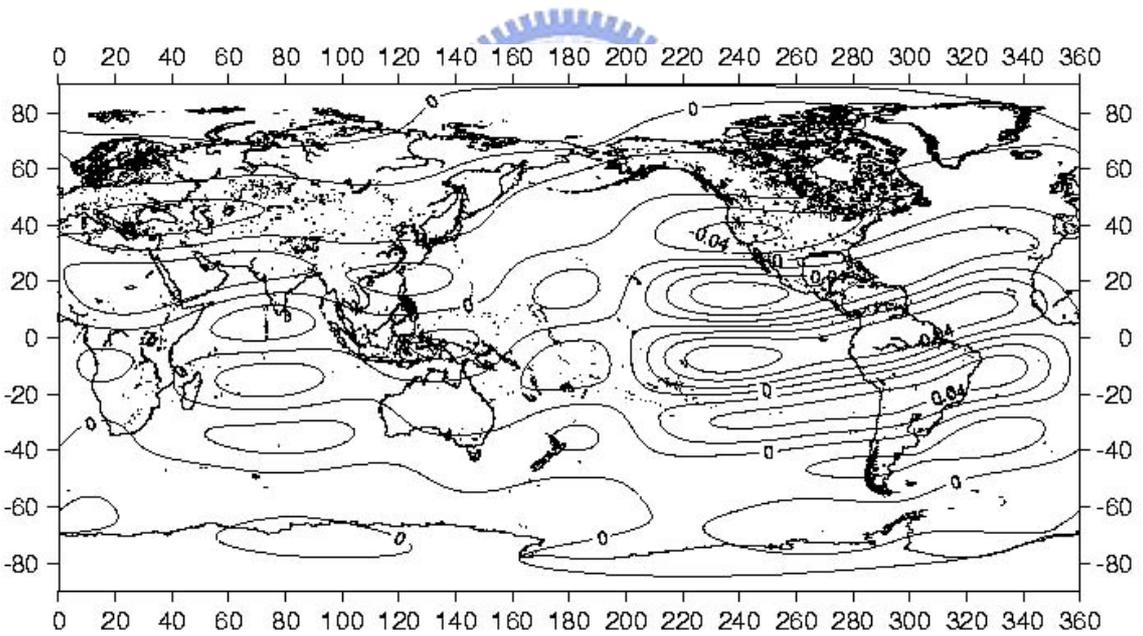
(c) 三天軌道資料估算

圖 6-14 真值與估算球諧係數至第十階之大地起伏等值圖

($i=72^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 2m)



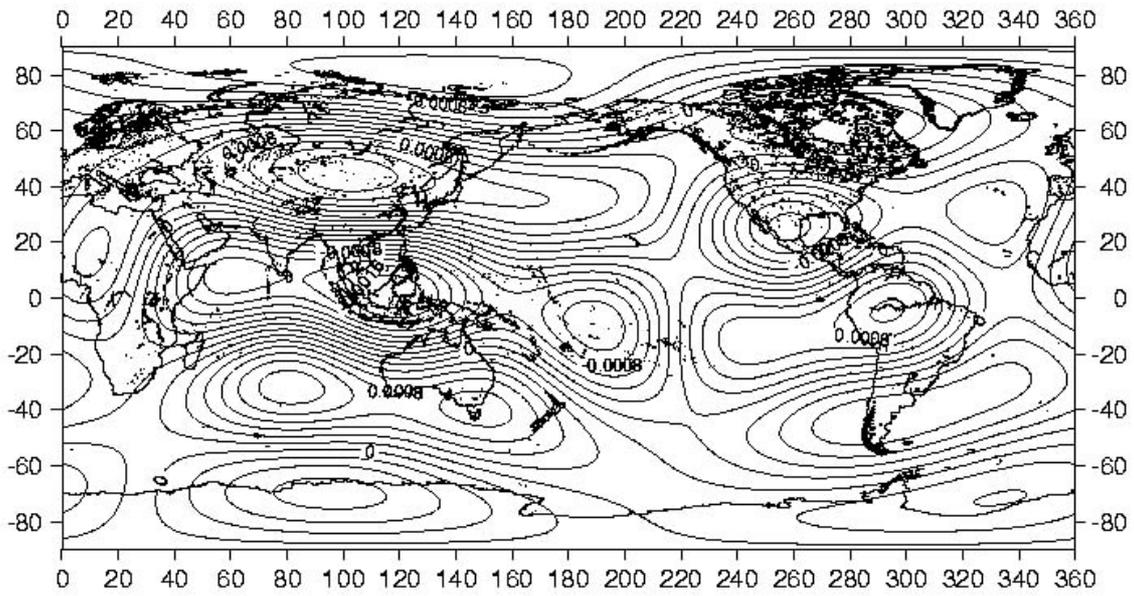
(a) 圖 6-14 (a) 與 6-14 (b) 之差值



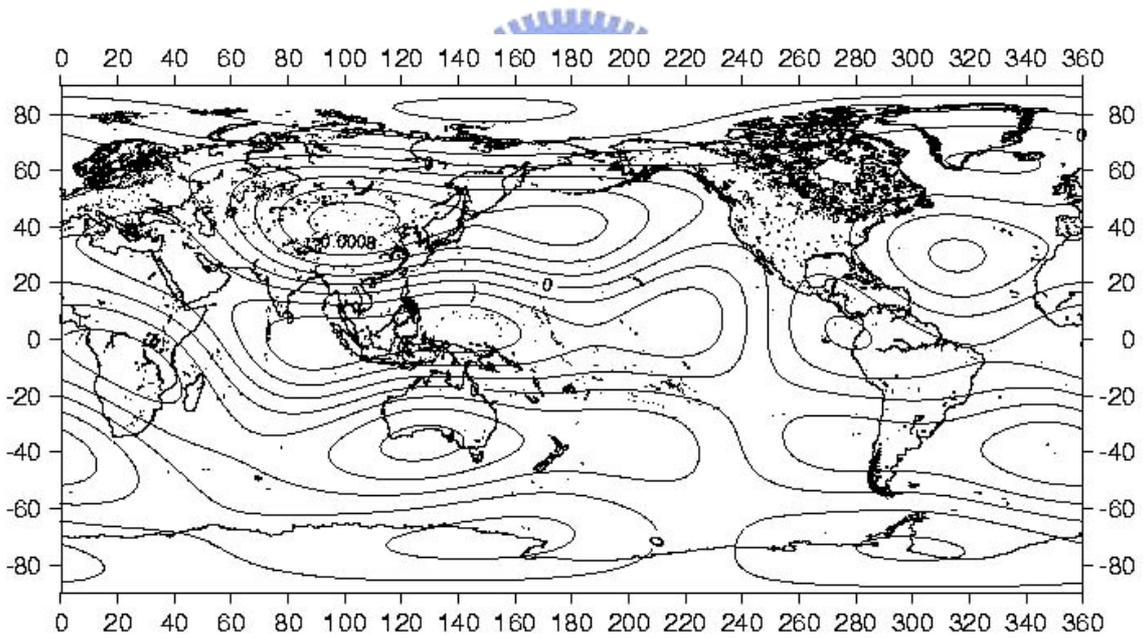
(b) 圖 6-14 (a) 與 6-14 (c) 之差值

圖 6-15 一天十階模式、三天十階模式與 EGM96 十階模式間大地起伏差等值圖

($i=72^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.02m)



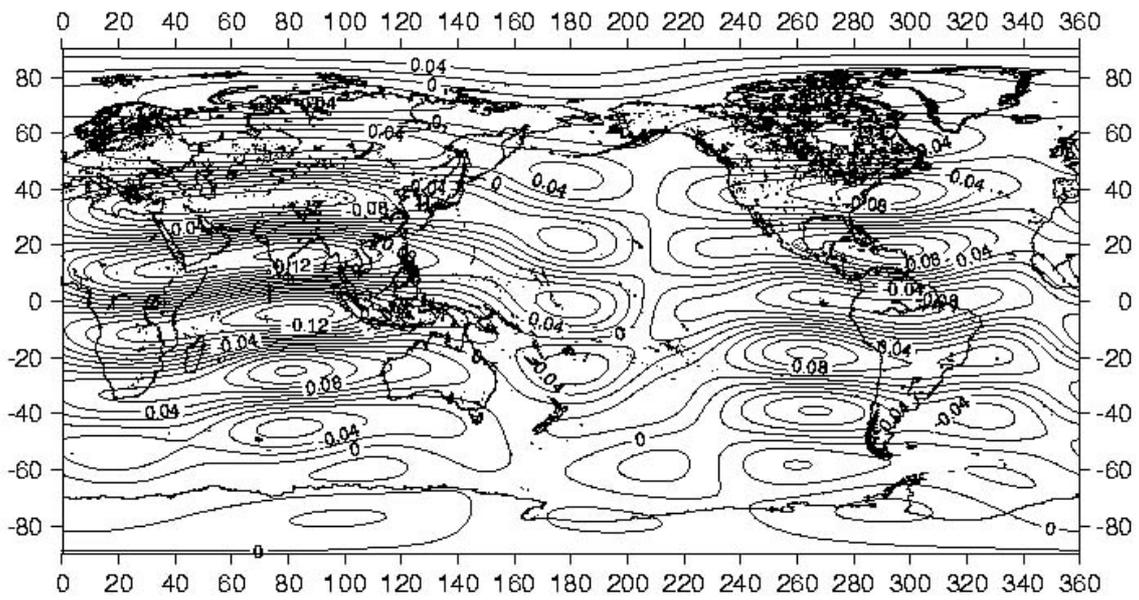
(a) 一天軌道資料解算



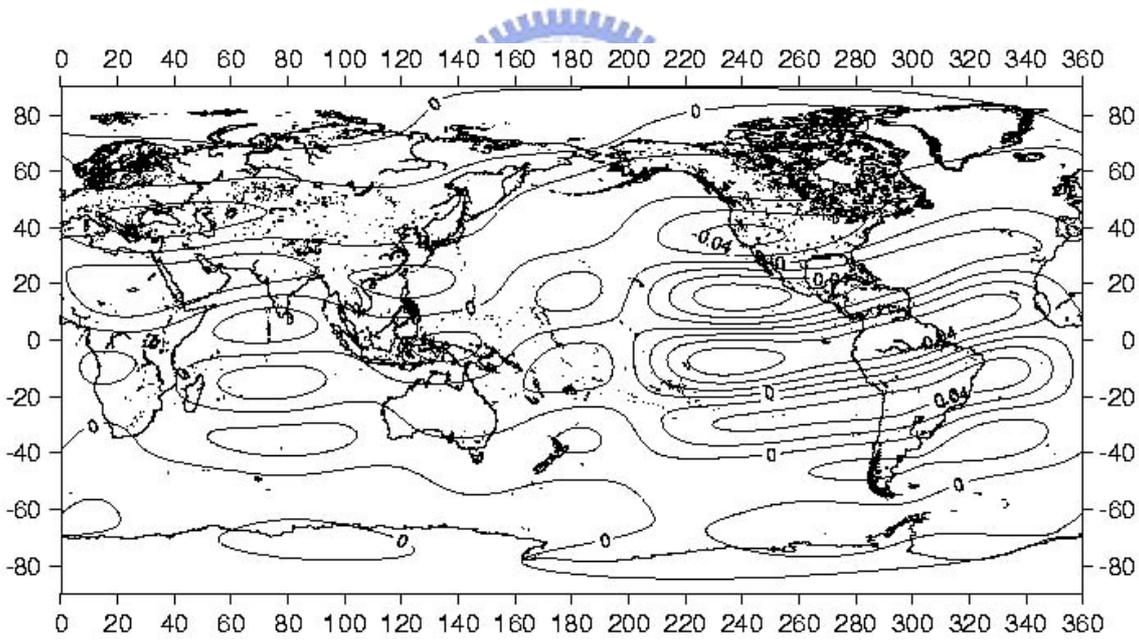
(b) 三天軌道資料解算

圖 6-16 一天五階模式、三天五階模式與 EGM96 五階模式間重力異常差等值圖

($i=72^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.0002mgal)



(a) 一天軌道資料解算



(b) 三天軌道資料解算

圖 6-17 一天十階模式、三天十階模式與 EGM96 十階模式間重力異常差等值圖

($i=72^\circ$, $1^\circ \times 1^\circ$ 網格, 線距 0.02mgal)

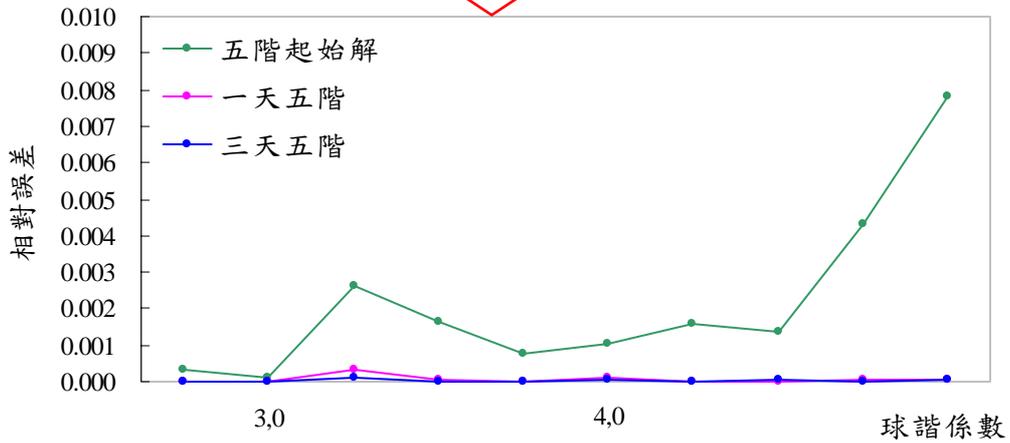
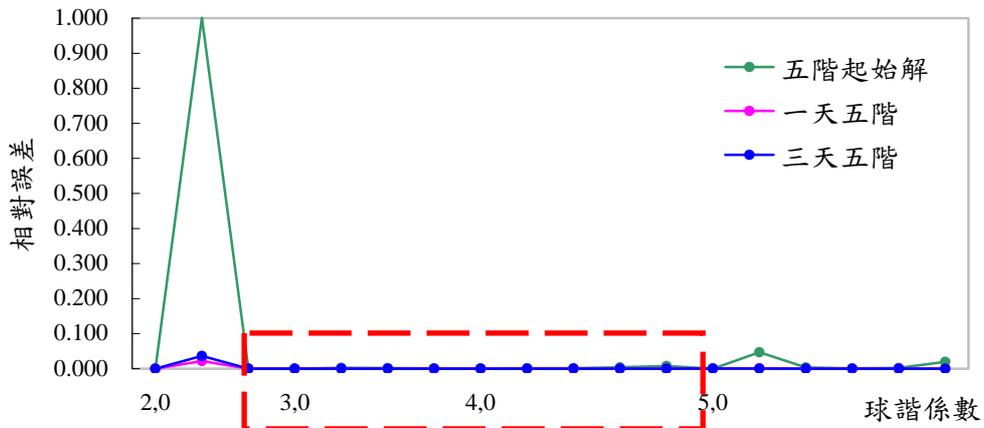


圖 6-18 五階估算球諧係數與 EGM96 相對誤差折線圖 ($i=72^\circ$)

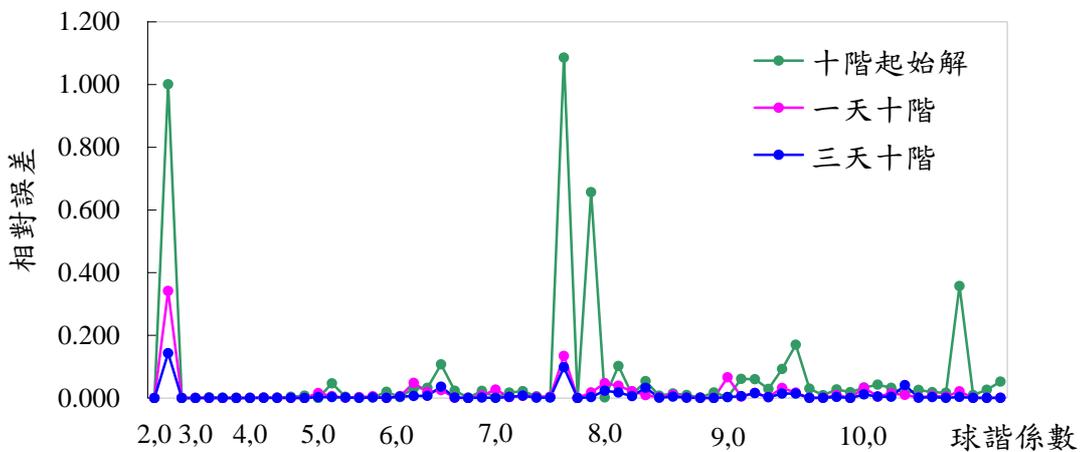


圖 6-19 十階估算球諧係數與 EGM96 相對誤差折線圖($i=72^\circ$)

綜合解得的各項力參數（衛星起始位置、衛星起始速度、球諧係數、大氣阻力係數、太陽輻射壓係數、經驗係數）進行衛星軌道計算，其與計算初始軌道（由 OSU91A 模式解得）、假設真值軌道（由 EGM96 模式解得）之間的比較，成果精度如表 6-14、表 6-15 所示。

圖 6-20、圖 6-21 分別為 OSU91A 一天五階、三天五階、一天十階、三天十階模擬起始軌道與 EGM96 一天五階、三天五階、一天十階、三天十階假設真值軌道之間的絕對誤差曲線圖。圖 6-22、圖 6-23 為利用解得的各項力參數所求得之一天五階、三天五階、一天十階、三天十階軌道與 EGM96 一天五階、三天五階、一天十階、三天十階假設真值軌道之間的絕對誤差曲線圖，求得的軌道中與假設真值軌道最接近者為一天五階軌道，綜合 RTN 三方向的軌道誤差 RMS 值約為 0.02 公尺；誤差最大為三天十階軌道，綜合 RTN 三方向的軌道誤差 RMS 值約為 2.1 公尺。在 RTN 三方向的軌道計算中，以橫向方向軌道精度最佳、沿軌道方向軌道精度最差。由於衛星在橫向方向上須遵守角動量守恆、徑向方向上須遵守能量守恆，故此二方向之軌道誤差都在公釐、公分級精度呈現上下振盪趨勢，但沿軌道方向的軌道誤差曲線走向卻呈現隨時間增加誤差亦累積增加的發散趨勢。雖然曲線振幅不大但曲線發散的趨勢，卻與最小二乘平差法的精神相異。除由於積分所造成之高階項捨位誤差外，另考慮其他可能造成誤差的原因有：

一、原始資料的先天性缺陷。

由於華衛三號軌道傾角設計為 72 度（見表 6-1），在地球南北兩端存有約 18 度的極溝（polar gap），所以在解算地位模式法方程式過程中必須加入約制條件強迫求解，以克服軌道資料分佈不佳造成法方程式產生奇異的問題。目前程式中係利用 Kaula 約制條件（見公式 3-36）作為地位模式資料的先驗權矩陣，後續迭代過程中則是利用每次計算所得之未知數後驗權變方加入下次迭代計算的法方程式，以作為先驗約制條件。此方法雖能順利解出地位模式資

料，但由於約制條件的加入，在計算過程中，數學模式為達到約制條件的先驗權限制，在偏差估計時忽略了軌道計算的精度

二、參數估算的後天性誤差。

- 估算模式的精確性不夠。若僅考慮地位模式對軌道誤差造成的影響，在除了地位模式外，餘參數皆設定為真值的狀況下，則一天五階、三天五階、一天十階與三天十階四種估算模式產生之 RTN 三方向軌道誤差 RMS 值分別約為 $2.59018E-02$ 公尺、 $8.42510E-02$ 公尺、 $1.87613E+00$ 公尺與 $2.14594E+00$ 公尺，扣除由於地位模式產生的軌道誤差，剩餘軌道誤差約在公分級單位（考慮各項力參數狀況下的衛星軌道誤差請參見表 6-15）。從數據的成果表現推知，衛星軌道的較大誤差部分是由於地位模式的不一致所產生，所以可以從提高模式精度的方式以提升軌道精度。解決方式可以有，加強變數方程中考慮的擾動力模式、迭代計算條件（積分步長、容許誤差、迭代次數）的調整給定等。
- 經驗係數的不足。經驗公式雖可以吸收部分初始狀態向量誤差和力模式在參數計算時的誤差，但由於經驗係數與衛星軌道的週期性變化相關，在定軌過程中必須每隔固定週期時間段求解一組適當之經驗係數（美國太空總署發展之 Geodyn 定軌軟體在進行衛星定軌過程中，解算不止一組經驗係數，而經驗係數求解週期間隔設定視計算機硬體效能或使用者經驗，並無絕對）。本論文研究目前僅針對每一組測試模式求解一組經驗係數，故隨時間增加之軌道誤差無法有效吸收。

表 6-14 OSU91A 軌道與 EGM96 同階軌道比較一覽表 ($i=72^\circ$)

			R	T	N
一	5	d - R M S	3.151966565E-01	3.100668688E+00	3.394871745E-01
天	階		一天 5 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 1.81004E+00		
三	5	d - R M S	3.234182538E-01	7.959586619E+00	5.986947169E-01
天	階		三天 5 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 4.61223E+00		
一	10	d - R M S	2.766428573E-01	6.741701641E+00	4.483822823E-01
天	階		一天 10 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 2.25461E+00		
三	10	d - R M S	2.855482728E-01	1.972635404E+01	4.331252763E-01
天	階		三天 10 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 1.13930E+01		

(單位：公尺)

表 6-15 求得軌道與 EGM96 同階軌道比較一覽表 ($i=72^\circ$)

			R	T	N
一	5	d - R M S	2.80191E-03	3.67058E-02	2.77126E-03
天	階		一天 5 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 2.13139E-02		
三	5	d - R M S	2.26632E-03	1.59286E-01	1.35331E-03
天	階		三天 5 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 9.19765E-02		
一	10	d - R M S	5.02721E-02	3.25078E+00	7.12239E-03
天	階		一天 10 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 1.87707E+00		
三	10	d - R M S	1.98401E-02	3.69749E+00	3.27660E-03
天	階		三天 10 階軌道 RTN 絕對誤差均方根 = 2.13478E+00		

(單位：公尺)

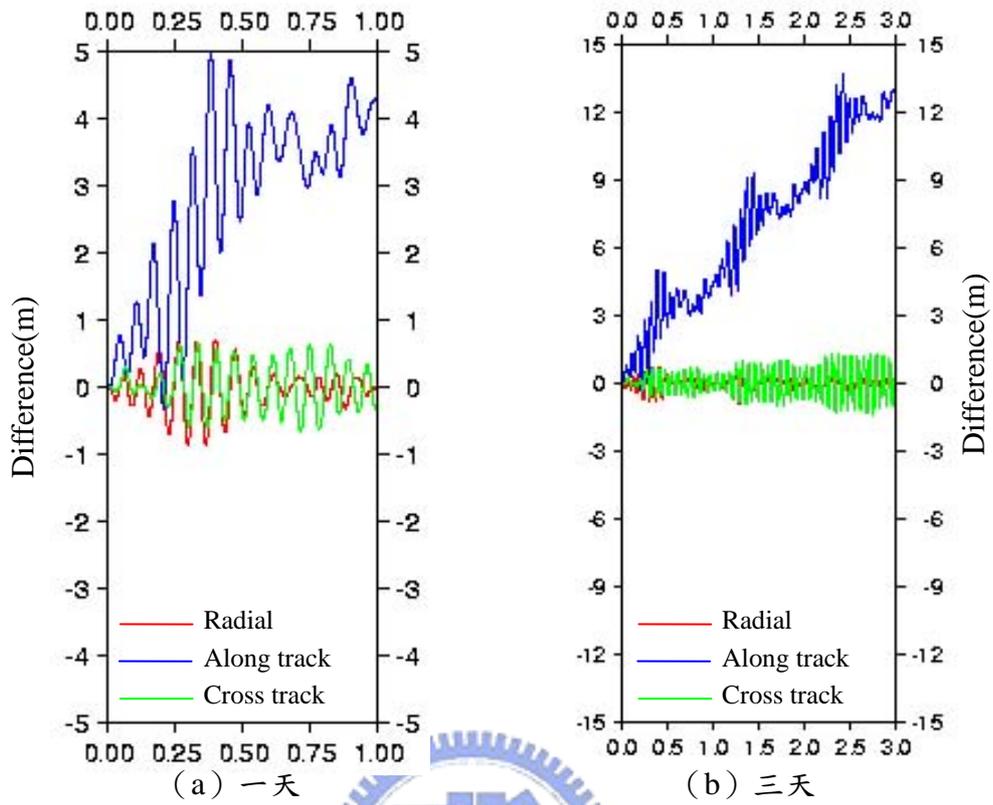


圖 6-20 OSU91A 五階軌道與 EGM96 五階軌道誤差曲線圖 ($i=72^\circ$)

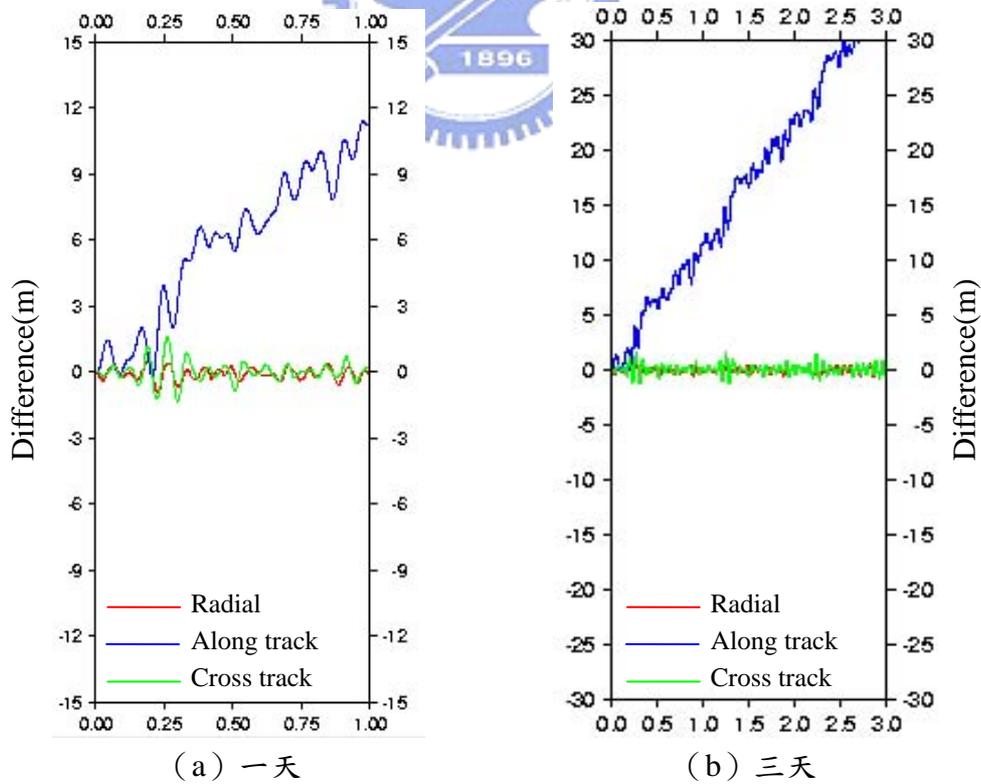


圖 6-21 OSU91A 十階軌道與 EGM96 十階軌道誤差曲線圖 ($i=72^\circ$)

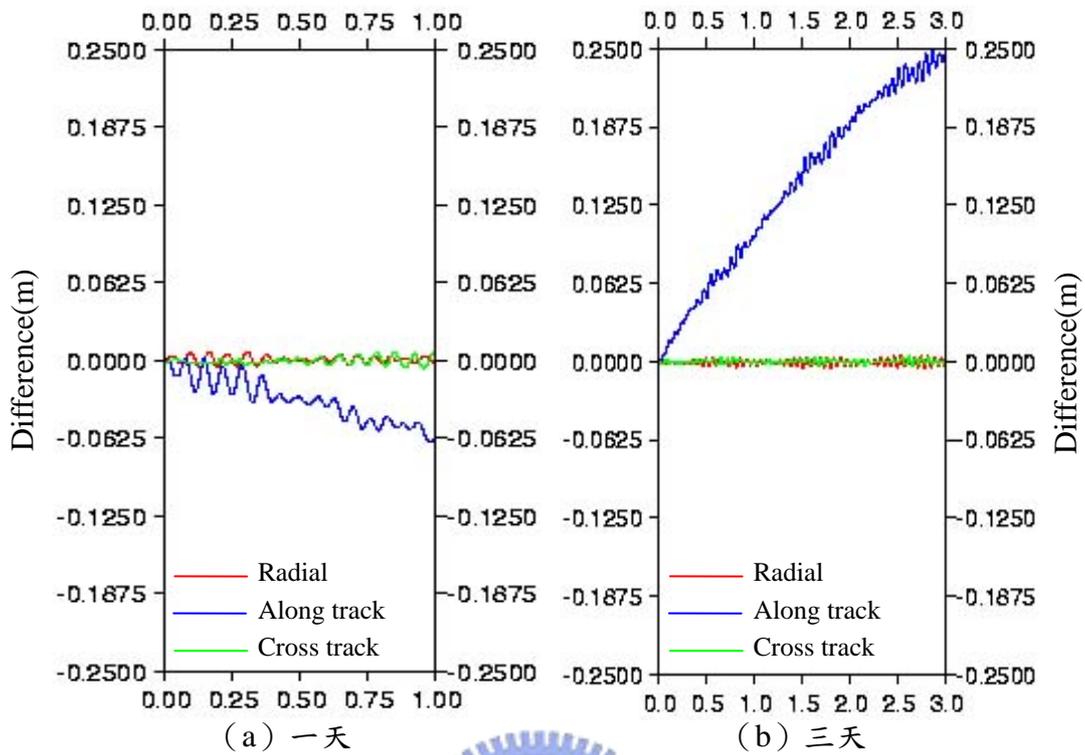


圖 6-22 估算模式五階軌道與 EGM96 五階軌道誤差曲線圖 ($i=72^\circ$)

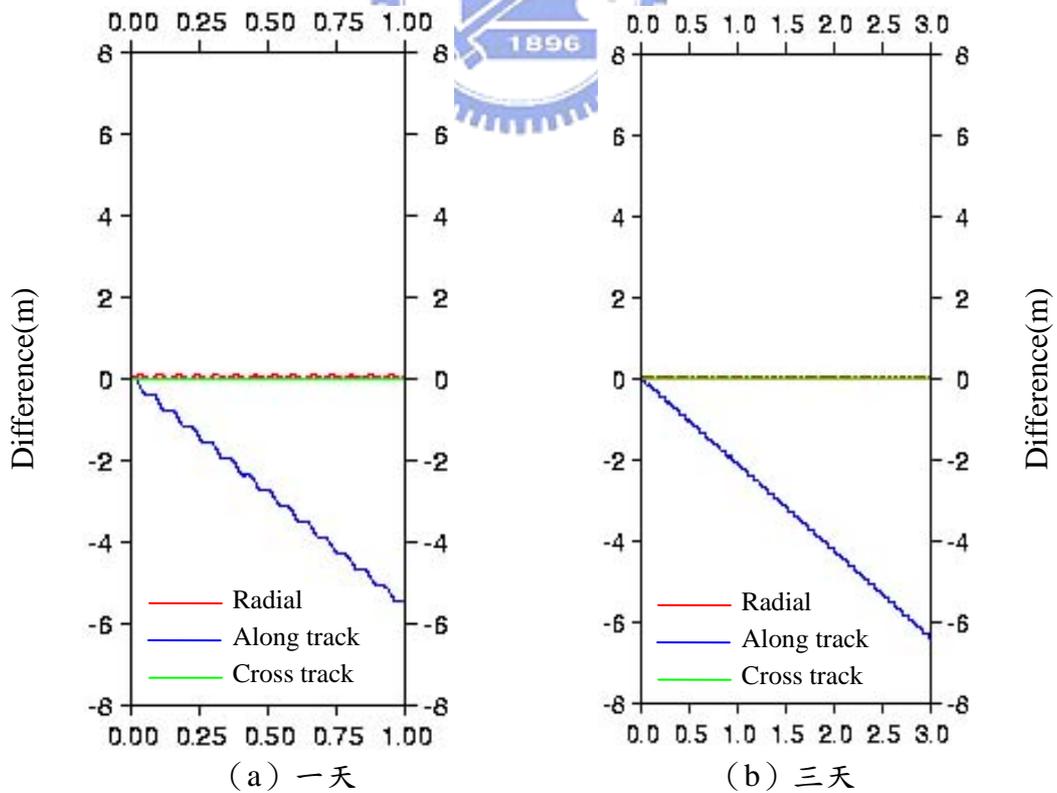


圖 6-23 估算模式十階軌道與 EGM96 十階軌道誤差曲線圖 ($i=72^\circ$)